ỨNG DỤNG MÔ HÌNH CÂY NHỊ PHÂN TRONG ĐỊNH GIÁ QUYỀN CHỌN CHO THỊ TRƯỜNG CHỨNG KHOÁN VIỆT NAM

● LÊ VĂN TUẤN - NGUYỄN THU THỦY - NGÔ DUY ĐÔ - NGUYỄN THỊ MAI DUNG

TÓM TẮT:

Bài viết trình bày cơ sở lý thuyết của mô hình cây nhị phân trong định giá quyền chọn kiểu Âu và kiểu Mỹ. Bên cạnh đó, nhóm tác giả cũng thực nghiệm ứng dụng mô hình này trên phần mềm R để định giá các loại quyền chọn cho cổ phiếu niêm yết trên thị trường chứng khoán Việt Nam. Bài báo cung cấp một phương pháp tốt trong định giá quyền chọn, có thể triển khai thực hiện trên thị trường chứng khoán Việt Nam.

Từ khóa: mô hình cây nhị phân, phần mềm R, quyền chọn kiểu Âu/Mỹ, thị trường chứng khoán Việt Nam.

1. Đặt vấn đề

Lý thuyết định giá tài sản trên thị trường tài chính có vai trò quan trọng trong nghiên cứu lý thuyết, cũng như thực tiễn về thị trường tài chính. Có 2 loại chứng khoán chính là cổ phiếu và trái phiếu. Một cổ phiếu đại diện cho quyền sở hữu một phần của một công ty với một khoản hoàn vốn chưa xác định phụ thuộc vào hiệu quả kinh doanh của doanh nghiệp phát hành cổ phiếu. Còn trái phiếu là các khoản vay phải được hoàn, trả ngoại trừ trong các trường hợp vỡ nợ. Trái phiếu có thể được phát hành bởi chính phủ hoặc doanh nghiệp. Thị trường tài chính hiện đại cung cấp nhiều công cụ khác bên cạnh cổ phiếu và trái phiếu. Một trong số các công cụ này là các sản phẩm phái sinh. Các sản phẩm này gọi là phái sinh vì giá của chúng được tính từ giá trị của các tài sản khác.

Ví dụ phổ biến nhất về một phái sinh là một quyền chọn, đại diện cho một hợp đồng cho phép một bên mua (trong trường hợp quyền chọn mua) hoặc bán (trường hợp của một quyền chọn bán) một chứng khoán trên hoặc trước một số ngày đáo hạn được chỉ định trong tương lai, với mức giá được thiết lập trong ngày hôm nay. Giá được xác định trước này được gọi là giá thực hiện của quyền chọn. Có 2 loại quyền chọn chính được gọi là quyền chọn kiểu Âu và quyền chọn kiểu Mỹ. Một quyền chọn kiểu châu Âu chỉ có thể được thực hiện khi đáo hạn, trong khi một quyền chọn kiểu Mỹ có thể được thực hiện tại bất kỳ thời điểm nào trước khi đáo hạn. Định giá quyền chọn là chủ đề thú vị rất được quan tâm. Giá của một quyền chọn thường là một hàm phi tuyến tính của các tài sản cơ sở và một số các biến khác, như lãi suất, giá thực hiện,...). Cơ sở của mỗi mô hình định giá quyền chọn đều là mô tả của một quá trình ngẫu nhiên.

Có 3 phương pháp cơ bản để định giá quyền chọn là: Dùng mô hình Black-Scholes (1973); Dùng mô hình Cox-Ross-Rubinstein (còn gọi là mô hình cây nhị phân - 1979) và Mô phỏng Monte

Carlo (1977,1996,2001). Mô hình Black-Scholes chỉ áp dụng được cho quyền chọn kiểu Âu, 2 phương pháp còn lại có thể áp dụng cho nhiều loại quyền chọn. Trong số đó, mô hình cây nhị phân đặc biệt được ưa thích trong thực tế, vì không đòi hỏi nhiều kiến thức nặng về toán học cũng như những giả thiết (thiếu thực tiễn) của mô hình Black-Scholes (Galitz, 1995). Mô hình Black-Scholes sẽ được thảo luận trong một bài viết khác, còn trong bài viết này, nhóm tác giả xem xét trường hợp giá cổ phiếu tuân theo một quy trình nhị thức tĩnh, đơn giản. Tại từng thời điểm, giá có thể tăng hoặc giảm theo một tỷ lệ phần trăm nhất định. Khi giá cổ phiếu tuân theo một quá trình như vậy và khi tồn tại một tài sản phi rủi ro, các quyền chọn có thể được định giá một cách thuận lợi.

Bài toán định giá quyền chọn trên thị trường chứng khoán vẫn luôn là một bài toán được rất nhiều nhà nghiên cứu và nhà đầu tư quan tâm, bằng nhiều phương pháp khác nhau. Ví dụ như Gang & Jinwu (2021) sử dụng quá trình ngẫu nhiên hay sử dụng môi trường chuyển động Brown dựa trên lý thuyết về phương trình vi phân ngẫu nhiên (Wei et al., 2021) và một số phương pháp khác. Trong nhiều phương pháp định giá quyền chọn, phương pháp sử dụng mô hình cây nhị phân là một phương pháp trực quan và được vận dụng khá nhiều trong thực tế (Bahareh et al., 2018; Yossi &Avi, 2020). Trên thế giới, mô hình cây nhị phân được trình bày trong nhiều giáo trình về Tài chính định lượng (chẳng hạn Marek & Tomasz, 2003); các hướng dẫn thực hành trên phần mềm R cũng được giới thiệu trong nhiều tài liệu (xem Gergely Daróczi et al., 2013; Stefano, 2011).

Mô hình định giá quyền chọn sử dụng cây nhị phân sử dụng một quy trình lặp lại, cho phép đặc tả các nút hoặc điểm trong khoảng thời gian giữa ngày định giá và ngày hết hạn của quyền chọn. Tại Việt Nam, mô hình cây nhị phân cũng được giới thiệu trong một số giáo trình về Toán tài chính (chẳng hạn Nguyễn Tiến Dũng và Đỗ Đức Thái, 2014). Tuy nhiên, không có nhiều nghiên cứu về mở rộng cũng như ứng dụng của mô hình này trong thực tiễn. Lý do cơ bản có lẽ là do quyền chọn vẫn chưa được giao dịch trên thị trường chứng khoán Việt Nam. Nghiên cứu hiếm hoi về mô hình này mà nhóm tác giả có thể tìm thấy trong Bùi Phúc Trung (2011), tuy nhiên trong bài báo này, chỉ dừng lại ở việc trình bày cơ sở lý thuyết của mô hình cây nhị phân trong định giá quyền chọn kiểu Âu.

Bài viết sẽ trình bày cơ sở lý thuyết của mô hình cây nhị phân trong định giá quyền chọn kiểu Âu và kiểu Mỹ. Bên cạnh đónhóm tác giả thực nghiệm ứng dụng mô hình này trên phần mềm R để định giá các loại quyền chọn cho cổ phiếu niêm yết trên thị trường chứng khoán Việt Nam.

2. Cơ sở toán học của mô hình cây nhị phân[1]

Giả sử một quyền chọn trên cổ phiếu S có lợi nhuận cho bởi công thức: D(T) = f(S(T)), với f là hàm cho trước. Với quyền chọn mua kiểu Âu: f(S) = $(S - X)^+$; quyền chọn bán kiểu Âu: f(S) = $(X - S)^+$.

2.1. Trường hợp quyền chọn kiểu Âu

Cây 1 bước:

Giả sử giá cổ phiếu ở thời điểm 1 là S(1), nhận 2 giá trị:

$$\begin{cases} S^u = S(0)(1+u), \\ S^d = S(0)(1+d) \end{cases}$$

với xác suất p và 1 - p.

Tồn tại x(1) và y(1) sao cho:

$$\begin{cases} x(1)S^u + y(1)(1+r) = f(S^u) \\ x(1)S^d + y(1)(1+r) = f(S^d), \end{cases}$$

Giải hệ phương trình, ta nhận được:

$$x(1) = \frac{f(S^u) - f(S^d)}{S^u - S^d};\ y(1) = -\frac{(1+d)f(S^u) - (1+u)f(S^d)}{(u-d)(1+r)}.$$

Do đó, giá của quyền chọn tại thời điểm 0 là:

$$D(0) = x(1)S(0) + y(1)$$

$$= \frac{f(S^u) - f(S^d)}{S^u - S^d}S(0) - \frac{(1+d)f(S^u) - (1+u)f(S^d)}{(u-d)(1+r)}.$$

Từ đó, ta chứng minh được:

$D(0) = E^*((1 + r)^{-1}f(S(1)))$.

Trong đó, E* là kỳ vọng theo xác suất trung hòa rủi ro.

$$P_* = \frac{r - d}{u - d}$$

Cây 2 bước:

Tại thời điểm 2, S(2) có thể nhận một trong 3 giá trị:

$S^{uu} = S(0)(1 + u)^2$,

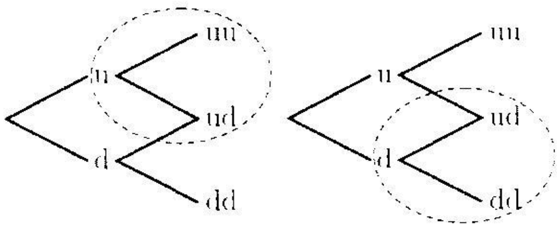
$S^{ud} = S(0)(1 + u)(1 + d)$,

$S^{dd} = S(0)(1+d)^2$

và S(1) có 2 giá trị:

$S^u = S(0)(1 + u)$,

$S^d\ S(0)(1 + d)$



Lặp lại các tính toán của cây 1 bước cho 2 cây được khoanh trong hình trên, suy ra D(1) có 2 giá trị:

$$\frac{1}{1+r}[p_*f(S^{uu}) + (1-p_*)f(S^{ud})],$$

$$\frac{1}{1+r}[p_*f(S^{du}) + (1-p_*)f(S^{dd})].$$

Suy ra:

$$D(1) = \frac{1}{1+r}[p_*f\big(S(1)(1+u)\big)$$

$$+ (1-p_*)f(S(1)(1+d))] := g(S(1)),$$

với:

$$g(x) = \frac{1}{1+r}[p_*f\big(x(1+u)\big) + (1-p_*)f(x(1+d))].$$

Lặp lại tính toán của cây 1 bước cho cây gốc, ta nhận được:

$$D(0) = \frac{1}{1+r}[p_*g\big(S(0)(1+u)\big)$$

$$+ (1-p_*)g(S(0)(1+d))].$$

Suy ra:

$$D(0) = \frac{1}{1+r}[p_*g(S^u) + (1-p_*)g(S^d)]$$

$$= \frac{1}{(1+r)^2}[p_*^2f(S^{uu}) + 2p_*(1-p_*)f(S^{ud})$$

$$+ (1-p_*)^2f(S^{dd})].$$

Vậy:

D(0) = E*((1 + r)$^{-2}$f(S(2))).

Cây 3 bước:

Lặp lại các tính toán tương tự như cây 2 bước, ta có các kết quả cho cây 3 bước:

D(3) = f(S(3)),

$$D(2) = \frac{1}{1+r}[p_*f(S(2)(1+u))$$

$$+ (1-p_*)f(S(2)(1+d))] := g(S(2)),$$

$$D(1) = \frac{1}{1+r}[p_*g\big(S(1)(1+u)\big)$$

$$+ (1-p_*)g(S(1)(1+d))] := h(S(1)),$$

$$D(0) = \frac{1}{1+r}[p_*h\big(S(0)(1+u)\big)$$

$$+ (1-p_*)h(S(0)(1+d))$$

với

$$g(x) = \frac{1}{1+r}[p_*f\big(x(1+u)\big) + (1-p_*)f(x(1+d))],$$

$$h(x) = \frac{1}{1+r}[p_*g\big(x(1+u)\big) + (1-p_*)g(x(1+d))]$$

Suy ra:

$$D(0) = \frac{1}{1+r}[p_*h(S^u) + (1-p_*)h(S^d)]$$

$$= \frac{1}{(1+r)^2}[p_*^2g(S^{uu}) + 2p_*(1-p_*)g(S^{ud})$$

$$+ (1-p_*)^2g(S^{dd})]$$

$$= \frac{1}{(1+r)^3}[p_*^3f(S^{uuu}) + 3p_*^2(1-p_*)f(S^{uud})$$

$$+ 3p_*(1-p_*)^2f(S^{udd}) + (1-p_*)^3g(S^{ddd})].$$

Cây N bước:

Kết quả tổng quát cho cây N bước như sau:

$$D(0) = \frac{1}{(1+r)^N}\sum_{k=0}^{N}\binom{N}{k}p_*^k(1-p_*)^{N-k}f(S(0)(1+u)^k(1+d)^{N-k}).$$

Vậy:

D(0) = E*((1 + r)$^{-N}$f(S(N))).

Công thức Cox -Ross -Rubinstein

Vì lợi nhuận của quyền chọn mua với giá thực hiện X thỏa mãn f(x) = 0 với $x \le X$ nên tổng trên chỉ bắt đầu từ m sao cho

$S(0)(1+u)^m(1+d)^{N-m} > X$

Do đó:

$$C^E(0) = \frac{1}{(1+r)^N}\sum_{k=m}^{N}\binom{N}{k}p_*^k(1-p_*)^{N-k}$$

$$(S(0)(1+u)^k(1+d)^{N-k} - X).$$

Hay

$$C^E(0) = x(1)S(0) - y(1),$$

với:

$$x(1) = \frac{1}{(1+r)^N}\sum_{k=m}^{N}\binom{N}{k}p_*^k(1-p_*)^{N-k}(1+u)^k(1+d)^{N-k},$$

$$y(1) = X\frac{1}{(1+r)^N}\sum_{k=m}^{N}\binom{N}{k}p_*^k(1-p_*)^{N-k}.$$

Ta có:

$$x(1) = \sum_{k=m}^{N} \binom{N}{k} \left(p_* \frac{1+u}{1+r}\right)^k \left((1-p_*)\frac{1+d}{1+r}\right)^{N-k}$$

$$= \sum_{k=m}^{N} \binom{N}{k} (q)^k (1-q)^{N-k},$$

với $q = p_* \dfrac{1+u}{1+r}$

Ta có công thức cho giá quyền chọn mua và bán kiểu Âu là:

$$C^E(0) = S(0)[1 - \Phi(m-1, N, q)]$$
$$- (1+r)^{-N} X[1 - \Phi(m-1, N, p_*)],$$

$$P^E(0) = -S(0)\Phi(m-1, N, q)$$
$$+ (1+r)^{-N} X\Phi(m-1, N, p_*),$$

trong đó $\Phi(m, N, p)$ là hàm phân phối tích lũy của phân phối nhị thức với N lần thử và xác suất thành công mỗi lần thử là p, cụ thể:

$$\Phi(m, N, p) = \sum_{k=0}^{m} \binom{N}{k} (p)^k (1-p)^{N-k}.$$

2.1. Trường hợp quyền chọn kiểu Mỹ

Với quyền chọn kiểu Mỹ, quyền chọn có thể thực hiện tại bất kỳ thời điểm n thỏa mãn $0 \leq n \leq N$, với lợi nhuận f(S(n)) (chỉ thực hiện được một lần). Giá quyền chọn kiểu Mỹ tại thời điểm n ký hiệu là $D^A(n)$. Trước hết, ta phân tích giá quyền chọn kiểu Mỹ sau 2 bước thời gian. Nếu nó chưa được thực hiện, ta có $D^A(2) = f(S(2))$, với 3 giá trị phụ thuộc vào S(2). Tại thời điểm 1, người nắm giữ quyền chọn có 2 lựa chọn: thực hiện ngay lập tức với lợi nhuận f(S(1)); hoặc đợi đến thời điểm 2, khi giá quyền chọn sẽ là f(S(2)). Ở trường hợp sau, ta có thể xem f(S(2)) là quyền chọn kiểu Âu 1 - bước được định giá ở thời điểm 1, giá trị của nó tại thời điểm 1 là:

$$\frac{1}{1+r}[p_* f(S(1)(1+u))$$
$$+ (1-p_*) f(S(1)(1+d))].$$

Vì người nắm giữ quyền chọn kiểu Mỹ tại thời điểm 1 có 2 lựa chọn, nên ta có:

$$D^A(1) = max\Big\{f(S(1)), \frac{1}{1+r}[p_* f(S(1)(1+u))$$
$$+ (1-p_*) f(S(1)(1+d))]\Big\} = f_1(S(1)),$$

với:

$$f_1(x) = max\Big\{f(x), \frac{1}{1+r}[p_* f(x(1+u))$$
$$+ (1-p_*) f(x(1+d))]\Big\}.$$

Tương tự, giá của quyền chọn kiểu Mỹ tại thời điểm 0 là:

$$D^A(0) = max\Big\{f(S(0)), \frac{1}{1+r}[p_* f_1(S(0)(1+u))$$
$$D^A(0) = max\Big\{f(S(0)), \frac{1}{1+r}[p_* f_1(S(0)(1+u))$$

Tổng quát, giá của quyền chọn kiểu Mỹ với hàm lợi nhuận f, thực hiện ở thời điểm N, được xác định qua công thức truy hồi:

$$D^A(N) = f(S(N))$$

$$D^A(N-1) = max\Big\{f(S(N-1)), \frac{1}{1+r}[p_* f(S(N-1)(1+u))$$
$$+ (1-p_*) f(S(N-1)(1+d))]\Big\} = f_{N-1}(S(N-1)),$$

$$D^A(N-2) = max\Big\{f(S(N-2)), \frac{1}{1+r}[p_* f_{N-1}(S(N-2)(1+u))$$
$$+ (1-p_*) f_{N-1}(S(N-2)(1+d))]\Big\} = f_{N-2}(S(N-2)),$$

...

$$D^A(1) = max\Big\{f(S(1)), \frac{1}{1+r}[p_* f_2(S(1)(1+u))$$
$$+ (1-p_*) f_2(S(1)(1+d))]\Big\}$$
$$= f_1(S(1)).$$

$$D^A(0) = max\Big\{f(S(0)), \frac{1}{1+r}[p_* f_1(S(0)(1+u))$$
$$+ (1-p_*) f_1(S(0)(1+d))]\Big\}.$$

3. Thực nghiệm trên thị trường chứng khoán Việt Nam

Để minh họa ứng dụng trên thị trường chứng khoán Việt Nam, chúng tôi sử dụng chuỗi dữ liệu giá đóng cửa cuối ngày (Closed price) của mã cổ phiếu VIC - Tập đoàn VINGROUP. Chuỗi dữ liệu từ ngày 5/3/2020 đến ngày 5/3/2021 gồm 252 quan sát. Cấu trúc của dữ liệu như bảng dưới (gồm 6 quan sát):

	DTYYYYMMDD	Volume	Open	High	Low	Close
1	20210305	1294800	106.9	107.5	105.8	106.3
2	20210304	1671400	107.6	107.9	106.6	106.9
3	20210303	1075300	106.6	108.2	106.5	106.9
4	20210302	926300	108.5	109.1	106.2	108.2
5	20210301	777700	109.9	109.9	107.7	108.5
6	20210226	926800	106.2	109.9	106.2	109.0

Từ chuỗi giá đóng cửa, ta tính được độ biến động của chuỗi lợi suất là: vic_sigma= 0.3639701.

8. Jie Deng & Zhongfeng Qin. (2021). On Parisian option pricing for uncertain currency model. *Chaos, Solitons & Fractals*, 143, 110561.

9.Leung, B. Y. P. & Hui, E. C. M. (2002). Option Pricing for Real Estate Development: Hong Kong Disneyland. *Journal of Property Investment & Finance*, 20, 473-495.

10. Marek Capinski and Tomasz Zastawniak. (2003). *Mathematics for Finance An Introduction to Financial Engineering*. Germany: Springer.

11. Nguyễn Tiến Dũng và Đỗ Đức Thái (2014). *Nhập môn Toán tài chính*. Ebook.

12.Stefano M. Iacus. 2011. *Option Pricing and Estimation of Financial Models with R*. John Wiley & Sons.

13. Yossi Shvimer&Avi Herbon (2020). Comparative empirical study of binomial call-option pricing methods using S&P 500 index data. *The North American Journal of Economics and Finance*, 51, 101071.

14. Wei Wang, Guanghui Cai &Xiangxing Tao. (2021). Pricing geometric asian power options in the sub-fractional brownian motion environment. *Chaos, Solitons & Fractals*, 145, 110754.

Ngày nhận bài: 9/3/2021
Ngày phản biện đánh giá và sửa chữa: 22/3/2021
Ngày chấp nhận đăng bài: 6/4/2021

Thông tin tác giả:
1. LÊ VĂN TUẤN
2. NGUYỄN THU THỦY
3. NGÔ DUY ĐÔ
4. NGUYỄN THỊ MAI DUNG
Trường Đại học Thương mại

USING THE BINARY TREE MODEL TO PRICE OPTIONS FOR STOCKS ON THE VIETNAMESE STOCK MARKET

● LE VAN TUAN
● NGUYEN THU THUY
● NGO DUY DO
● NGUYEN THI MAI DUNG
Thuongmai University

ABSTRACT:

This paper presents the theoretical basis of the binary tree model in European and American options. This model was tested with the support of the R programming language to price options for stocks on the Vietnamese stock market. This paper is expected to provide a suitable option pricing approach for the Vietnamese stock market.

Keywords: the binary tree model, R programming language, European and American options, Vietnamese stock market.