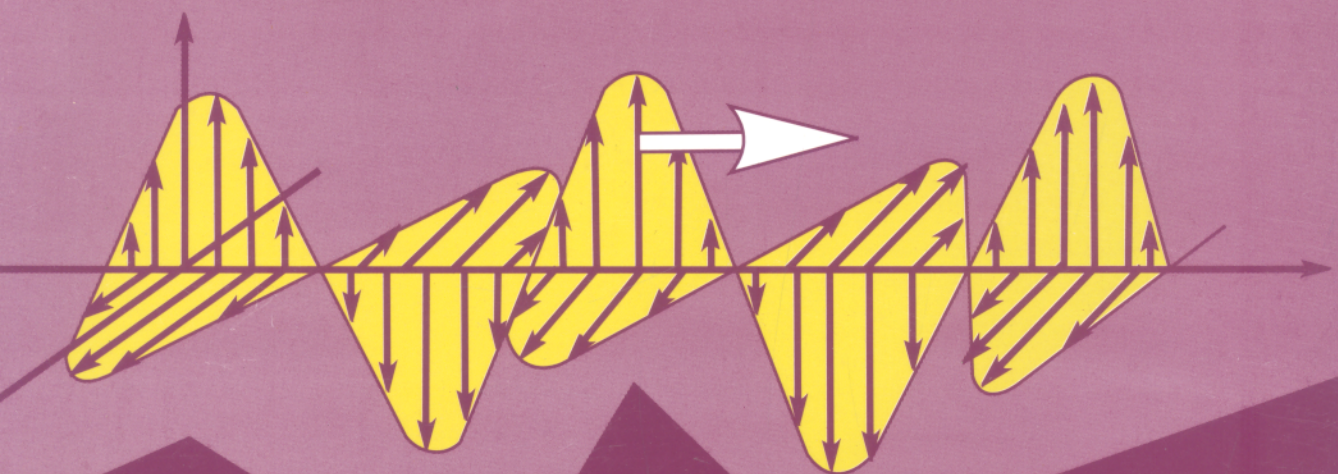




LÝ THUYẾT TRƯỜNG ĐIỆN TỪ

KIỀU KHẮC LÂU

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC



KIỀU KHẮC LÂU

LÝ THUYẾT
TRƯỜNG ĐIỆN TỪ

(Tái bản lần thứ ba)

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC

LỜI NÓI ĐẦU

Ngày nay các hệ thống thông tin vô tuyến được sử dụng rất rộng rãi trong các lĩnh vực của đời sống xã hội con người. Nó đóng vai trò rất quan trọng và không thể thiếu được đối với mọi quốc gia. Trong thông tin bằng vô tuyến thì sóng điện từ là phương tiện cơ bản để truyền tin. Vì sóng điện từ có thể lan truyền trong chân không cũng như trong các môi trường vật chất khác nhau với tốc độ rất lớn và tổn hao nhỏ nên nó được sử dụng để truyền tin từ nơi này đến nơi khác trên trái đất hoặc giữa trái đất với vệ tinh nhân tạo và con tàu vũ trụ rất tiện lợi và nhanh chóng. Sóng điện từ là sự lan truyền trường điện từ trong chân không hoặc trong các môi trường vật chất khác nhau. Cuốn sách "Lý thuyết trường điện từ" nhằm trình bày những định luật, các nguyên lý cơ bản của trường điện từ cùng các quy luật và tính chất lan truyền của nó trong chân không cũng như trong các môi trường vật chất khác nhau. Cuốn sách gồm 4 chương :

Chương 1 : Trình bày tóm tắt các định luật thực nghiệm về các hiện tượng điện từ, thiết lập được các phương trình cơ bản của trường điện từ gọi là các phương trình Macxoen. Từ các phương trình này các định lý và nguyên lý cơ bản của trường điện từ được dẫn ra như : định lý Umôp Pôntinh, định lý nghiệm duy nhất, điều kiện bờ tổng quát, nguyên lý đối lẫn, nguyên lý tương hỗ, nguyên lý đồng dạng điện động.

Chương 2 : Nêu các phương pháp tích phân (tìm nghiệm) các phương trình Macxoen. Ở đây các phương trình Macxoen được chuyển về dạng phương trình sóng cho các vectơ cường độ trường, cho các thế điện động và cho các vectơ Hec của trường. Nghiệm của các phương trình sóng trên được tìm bằng các phương pháp Đalămbe, phương pháp thế chậm. Áp dụng phương pháp thế chậm dẫn ra được trường bức xạ điện từ của các nguồn nguyên tố như : lưỡng cực điện, lưỡng cực từ, điện tích mật Huyghen.

Chương 3 : Mô tả các quy luật và tính chất lan truyền của sóng điện từ phẳng trong các môi trường đồng nhất đẳng hướng và không đẳng hướng, sự phản xạ, khúc xạ và các dạng phân cực của sóng phẳng. Các biểu thức của trường trong các môi trường khác nhau được tìm từ nghiệm của các phương trình Macxoen hoặc phương trình sóng của sóng phẳng.

Chương 4 : Trình bày sự nhiễu xạ của sóng điện từ phẳng tại các vật chướng ngại như nhiễu xạ trên vật dẫn điện trụ tròn dài vô hạn, nhiễu xạ qua lỗ chữ nhật trên màn chắn phẳng dẫn điện rộng vô hạn. Các nguyên lý quan trọng để giải bài toán nhiễu xạ sóng điện từ được dẫn ra như : nguyên lý Huyghen - Kiêchôp, nguyên lý dòng tương đương.

Sau mỗi chương 1, 2 và 3 đều có các bài tập cần thiết để ôn luyện và kiểm tra. Cuối cuốn sách dẫn ra một số phụ lục cần thiết để bổ sung cho các kết luận ở các chương.

Cuốn sách có thể dùng làm tài liệu học tập cho sinh viên đại học và cao đẳng kỹ thuật ngành vô tuyến điện tử và tài liệu tham khảo cho các cán bộ giảng dạy và nghiên cứu trong các lĩnh vực : kỹ thuật siêu cao tần, anten, truyền sóng vô tuyến, điện tử viễn thông. Cuốn sách chắc chắn không tránh khỏi thiếu sót. Tác giả rất mong nhận được các ý kiến đóng góp xây dựng nhằm hoàn thiện cuốn sách.

Hà Nội tháng 12 năm 1998

Tác giả

MỞ ĐẦU

Các hiện tượng về điện và từ đã được con người quan sát, phát hiện rất sớm ngay từ những năm trước công nguyên. Dần dần theo thời gian từ ít đến nhiều, từ đơn giản đến phức tạp, từ hiện tượng đến bản chất con người đã nghiên cứu, thực nghiệm rồi xây dựng thành môn lý thuyết trường điện từ hoàn chỉnh. Quá trình tìm tòi, thực nghiệm, nghiên cứu và xây dựng môn lý thuyết trường điện từ đã trải qua 5 giai đoạn khác nhau được nêu tóm tắt trong tài liệu [8].

Trường điện từ là một dạng đặc biệt của vật chất. Nó có tính hai mặt là liên tục dưới dạng sóng và gián đoạn dưới dạng lượng tử (hạt photon). Trường điện từ thể hiện sự tồn tại và vận động qua tương tác với các hạt mang điện đứng yên hay chuyển động những lực phụ thuộc khoảng cách và vận tốc của chúng.

Tính liên tục của trường điện từ thể hiện ở cấu trúc sóng. Trong chân không trường điện từ lan truyền (sóng điện từ) với vận tốc không đổi độc lập với tần số của trường và có giá trị bằng vận tốc truyền của ánh sáng trong chân không là :

$$C = 299790.10^3 \text{ m/s}$$

Giá trị này đã nhận được bởi phép đo của Rosa và Dorsey năm 1907 và sau đó được làm chính xác bởi Curtis năm 1927 [1].

Tính gián đoạn của trường điện từ thể hiện ở cấu trúc lượng tử (hay hạt). Mỗi lượng tử bức xạ (còn gọi là photon) của trường mang một năng lượng được tính theo công thức thuyết lượng tử của Anstanh :

$$W_{\text{bx}} = h\nu$$

ở đây $h = 6,623.10^{-34}$ JS là hằng số Planck, ν là tần số dao động của lượng tử bức xạ.

Tuy trường điện từ có tính hai mặt là sóng và hạt đồng thời, nhưng tùy thuộc phạm vi không gian khảo sát nghiên cứu nó mà đặc tính này hay đặc tính kia thể hiện rõ rệt hơn. Trong phạm vi vĩ mô tức trong không gian có kích thước lớn gấp nhiều lần đường kính của phân tử và nguyên tử thì trường điện từ thể hiện đặc tính sóng là chính. Còn trong phạm vi vi mô (trong không gian kích thước cỡ đường kính của phân tử và nguyên tử) đặc tính hạt của trường điện từ lại nổi trội.

Nội dung cuốn sách chỉ nghiên cứu trường điện từ ở phạm vi vĩ mô, nên chỉ xét đến đặc tính sóng của nó là chính. Với quan điểm trên lý thuyết trường điện từ còn được gọi là điện động lực học cổ điển. Môn trường lượng tử sẽ nghiên cứu trường điện từ trong phạm vi vi mô.

Trường điện từ biểu hiện rõ ở hai dạng là điện trường và từ trường khác nhau nhưng liên quan chặt chẽ với nhau. Điện trường biến đổi sinh ra từ trường và ngược lại từ trường biến đổi sinh ra điện trường.

Vì trường điện từ tác dụng lên các hạt mang điện những lực phụ thuộc vào vị trí và vận tốc của chúng (lực Lorent) nên trường điện từ là trường vectơ và có thể được biểu diễn qua các đường sức của trường. Để mô tả cấu trúc trạng thái của trường điện từ người ta sử dụng các đại lượng vật lý cơ bản là : vectơ cường độ điện trường $\vec{E}$, vectơ điện cảm hay cảm ứng điện $\vec{D}$, vectơ cường độ từ trường $\vec{H}$, vectơ từ cảm hay cảm ứng từ $\vec{B}$. Nguồn của trường điện từ là điện tích và dòng điện được đặc trưng bởi đại lượng : điện tích Q hoặc mật độ điện tích ρ , dòng điện I hoặc mật độ dòng điện $\vec{J}$. Tính chất của môi trường vật chất ảnh hưởng đến trường điện từ được đặc trưng bởi các tham số điện từ của nó như : độ điện thẩm hay hằng số điện môi ϵ , độ từ thẩm hay hằng số từ môi μ , độ dẫn điện riêng σ . Nói chung các đại lượng đặc trưng cho trường điện từ và nguồn của nó là các hàm vectơ hay vô hướng của tọa độ không gian và thời gian. Các tham số điện từ của môi trường có thể là hằng số, hàm số của tọa độ hoặc là đại lượng tenxơ.

Trạng thái và tính chất của trường điện từ ở mỗi điểm trong không gian và thời gian nào đó được xác định bởi các phương trình cơ bản. Đó là các phương Macxoen (mang tên nhà vật lý Anh 1831 - 1879). Tất cả dạng của các phương trình, định lý, nguyên lý và biểu thức của trường điện từ trong cuốn sách này đều được viết trong hệ đơn vị quốc tế SI. Bảng thứ nguyên đơn vị các đại lượng vật lý của trường điện từ trong hệ đơn vị SI được dẫn ra ở phụ lục 4 cuối cuốn sách.

Chương 1

CÁC ĐỊNH LUẬT VÀ NGUYÊN LÝ CƠ BẢN CỦA TRƯỜNG ĐIỆN TỪ

Chương này thiết lập cơ sở lý thuyết của trường điện từ. Từ các định luật thực nghiệm về điện và từ đã biết trong vật lý, Macxoen đã khái quát hóa chúng và đưa ra khái niệm dòng điện dịch để xây dựng được các phương trình mô tả trạng thái cấu trúc của trường điện từ. Từ các phương trình cơ bản trên dẫn ra hàng loạt các định lý và nguyên lý quan trọng của trường điện từ.

1.1. CÁC ĐẠI LƯỢNG ĐẶC TRƯNG CHO TRƯỜNG ĐIỆN TỪ

1.1.1. Vectơ cường độ điện trường

Trường điện từ do các điện tích đứng yên hoặc chuyển động (dòng điện) sinh ra. Để đặc trưng cho nó về dạng điện trường, người ta dùng đại lượng vật lý là : vectơ cường độ điện trường $\vec{E}$. Điện trường được đặc trưng bởi lực tác dụng lên điện tích đặt trong trường theo biểu thức :

$$\vec{F} = q\vec{E} \quad (1.1.1)$$

Ở đây $\vec{F}$ là lực tác dụng của điện trường có cường độ $\vec{E}$ lên điện tích q đặt trong trường tại một điểm nào đó. Điện tích q gọi là điện tích thử. Dùng điện tích thử chúng ta có thể xác định được vectơ cường độ điện trường $\vec{E}$. Nếu điện tích thử là dương và có giá trị bằng 1 đơn vị điện tích ($q = 1c$) thì từ (1.1.1) ta nhận được :

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} = \vec{F} \quad (1.1.2)$$

Vậy cường độ điện trường $\vec{E}$ tại một điểm nào đó là đại lượng vectơ có trị số bằng lực tác dụng lên một đơn vị điện tích điểm dương đặt ở điểm đã cho.

Ta hiểu khái niệm điện tích điểm là một vật tích điện có kích thước nhỏ đến mức ở trong vật này trường ngoài được xem là đồng nhất.

Từ biểu thức (1.1.1) và định luật Culông (được thiết lập năm 1785) ta xác định được cường độ điện trường $\vec{E}$ do điện tích điểm Q tạo ra. Theo định luật Culông , lực tác dụng tương hỗ giữa hai điện tích điểm Q và q đặt trong chân không hoặc không khí cách nhau 1 khoảng r xác định bởi biểu thức :

$$\vec{F} = \frac{Qq}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{r}_0}{r^2} \quad (1.1.3)$$

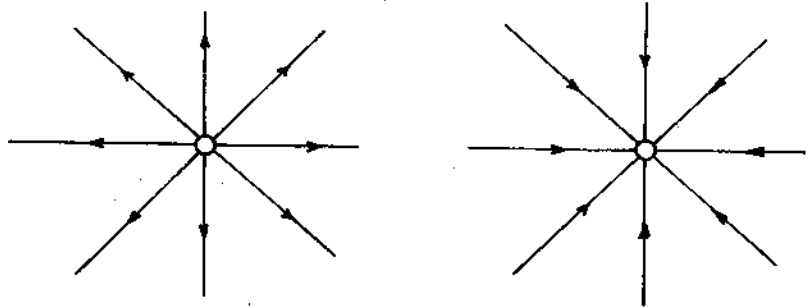
Ở đây $\vec{r}_0$ là vectơ đơn vị chỉ phương của lực tác dụng $\vec{F}$, ϵ_0 là hằng số được gọi là độ điện thẩm tuyệt đối hay hằng số điện môi tuyệt đối của chân không hoặc không khí. Nó có giá trị là :

$$\epsilon_0 = \frac{1}{36\pi} 10^{-9} \approx 8,854.10^{-12} \text{ F/m}$$

Nếu coi q là điện tích thử, Q là điện tích tạo ra trường thì cường độ điện trường $\vec{E}$ tại điểm đặt q theo (1.1.2) và (1.1.3) được tính :

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} = \frac{Q\vec{r}_0}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad (1.1.4)$$

Chúng ta quy ước rằng nếu điện tích điểm Q là dương thì đường sức của điện trường $\vec{E}$ của nó sẽ hướng theo phương bán kính vectơ đơn vị $\vec{r}_0$ từ điểm đặt nguồn (điện tích điểm Q) ra ngoài, còn khi Q âm thì hướng của $\vec{E}$ sẽ đổi chiều ngược lại. Cấu trúc đường sức điện trường của điện tích điểm Q trong hai trường hợp dương và âm vẽ ở hình 1.1.



Hình 1.1

Nếu trong chân không hay không khí, có một số hữu hạn các điện tích điểm khác nhau : $Q_1, Q_2, \dots, Q_n$ thì cường độ điện trường ở một điểm nào đó được xác định bằng chồng chất các điện trường của các điện tích điểm riêng rẽ ; tức là ta có :

$$\vec{E} = \sum_{k=1}^n \vec{E}_k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{k=1}^n \frac{Q_k}{r_k^2} \vec{r}_{ok} \quad (1.1.5)$$

Ở đây r_k là khoảng cách từ điện tích điểm Q_k đến điểm tính trường, $\vec{r}_{ok}$ là vectơ đơn vị ứng với điện tích điểm Q_k .

Trong thực tế điện tích phân bố hoặc theo một dây mảnh l với mật độ điện tích dài ρ_l , hoặc trên một mặt S với mật độ điện tích mặt ρ_s hay trong một thể tích V với mật độ điện tích khối ρ , thì điện tích của các yếu tố vi phân $\rho_l dl$, $\rho_s dS$, ρdV có thể xem như các điện tích điểm.

Ở đây :

$$\begin{aligned} \rho_l &= \lim_{\Delta l \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta l} \\ \rho_s &= \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta S} \\ \rho &= \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta V} \end{aligned} \quad (1.1.6)$$

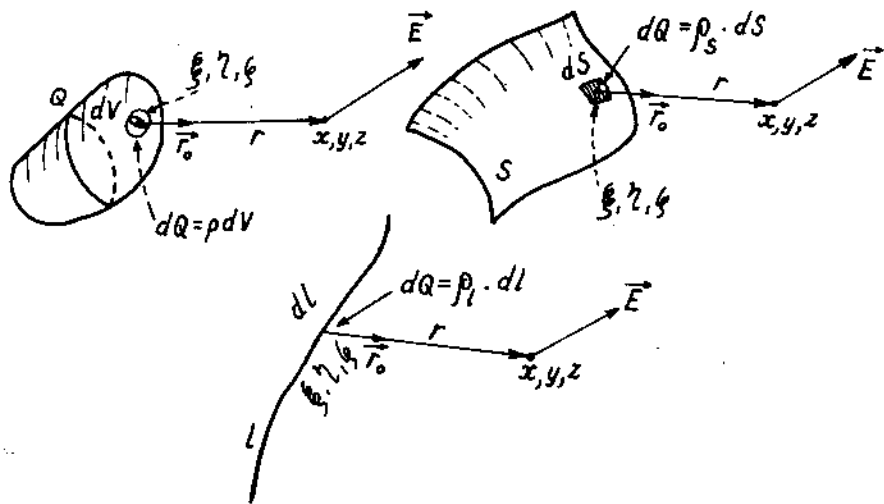
Điện trường do các dây, mặt và thể tích tích điện được tính bằng cách trong biểu thức (1.1.5) dấu tổng $\sum$ thay bằng các tích phân tương ứng theo toàn dây l, mặt S và thể tích V như sau :

$$\begin{aligned}\vec{E}_l &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_l \frac{\rho_l dl}{r^2} \vec{r}_0 \\ \vec{E}_S &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_S \frac{\rho_S dS}{r^2} \vec{r}_0 \\ \vec{E}_V &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \frac{\rho dV}{r^2} \vec{r}_0\end{aligned}\quad (1.1.7)$$

Ở đây :

$$r = \sqrt{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + (z - \zeta)^2}$$

là khoảng cách từ điểm tính trường có tọa độ x, y, z đến các yếu tố vi phân dl, dS, dV có tọa độ ξ, η, ζ . $\vec{r}_0$ là vectơ đơn vị hướng từ các yếu tố vi phân đến điểm tính trường. Hình (1.2) chỉ ra mối quan hệ giữa các yếu tố vi phân, khoảng cách r và vectơ đơn vị $\vec{r}_0$ tương ứng của 3 trường hợp trên.



Hình 1.2

1.1.2. Vectơ điện cảm

Trong chân không vectơ cường độ điện trường $\vec{E}$ đủ để mô tả trạng thái của điện trường. Nhưng trong các môi trường vật chất ảnh hưởng của chúng đối với điện trường cần phải được tính đến. Do vậy ngoài vectơ cường độ điện trường người ta đưa vào vectơ điện cảm hay cảm ứng điện D.

Nếu điện trường tồn tại trong môi trường vật chất thì dưới tác dụng của trường sẽ xảy ra hai hiện tượng :

1. Sự xê dịch các điện tích liên kết trong phạm vi phân tử và nguyên tử hay mạng tinh thể vật chất.

2. Sự chuyển động có hướng của các điện tích tự do.

Trong điện môi điện tích tự do rất ít, nên tác dụng của điện trường lên điện môi chủ yếu làm xê dịch các điện tích liên kết trong phạm vi phân tử của nó. Hiện tượng này gọi là sự phân cực điện của điện môi. Tùy theo cấu trúc của điện môi và cấu tạo phân tử của nó mà sự phân cực điện chia làm các loại khác nhau như : phân cực điện tử, phân cực định hướng và phân cực ion. Phân cực điện tử là sự xê dịch của các điện tử đối với hạt nhân trong phạm vi nguyên tử. Sự phân cực này xảy ra trong tất cả điện môi. Phân cực định hướng là sự định hướng các lưỡng cực phân tử của điện môi dưới tác dụng của điện trường. Trong một số điện môi tồn tại các lưỡng cực phân tử, mômen lưỡng cực của chúng phân bố hỗn loạn khi không có điện trường ngoài. Phân cực ion là sự xê dịch lẫn nhau giữa các ion dương và âm trong mạng tinh thể của điện môi.

Để đặc trưng cho các dạng phân cực điện trong điện môi người ta đưa ra khái niệm mômen lưỡng cực phân tử $\vec{p}_e$. Nó xác định bởi biểu thức :

$$\vec{p}_e = q\vec{l}_e \quad (1.1.8)$$

Ở đây q là điện tích liên kết của lưỡng cực phân tử, $\vec{l}_e$ là khoảng cách giữa các điện tích liên kết của nó hướng theo chiều từ điện tích âm đến điện tích dương. Mômen lưỡng cực tính trong một đơn vị thể tích của điện môi gọi là vectơ phân cực $\vec{P}_e$. Nó biểu hiện cường độ phân cực điện trong điện môi và xác định bởi biểu thức :

$$\vec{P}_e = \frac{\sum_{k=1}^n \vec{p}_{ek}}{\Delta V} \quad (1.1.9)$$

Trong đa số các chất điện môi và khi cường độ trường không quá mạnh, thì vectơ phân cực $\vec{P}_e$ tỉ lệ với cường độ điện trường $\vec{E}$ theo hệ thức :

$$\vec{P}_e = \epsilon_0 \chi_e \vec{E} \quad (1.1.10)$$

Ở đây χ_e gọi là độ thấm điện.

Điện trường trong điện môi được đặc trưng bởi vectơ điện cảm $\vec{D}$ có dạng :

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E} + \vec{P}_e = \epsilon_0(1 + \chi_e)\vec{E} = \epsilon \vec{E} = \epsilon_0 \epsilon' \vec{E} \quad (1.1.11)$$

$$\text{Ở đây } \epsilon = \epsilon_0(1 + \chi_e) = \epsilon_0 \epsilon' \quad (1.1.12)$$

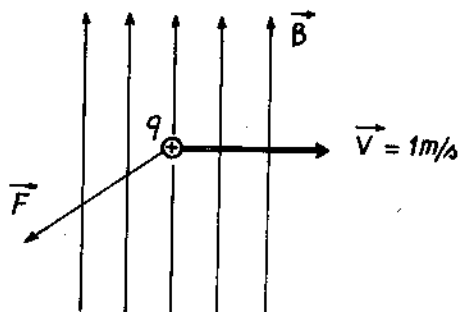
gọi là độ điện thẩm tuyệt đối hay hằng số điện môi tuyệt đối của môi trường, ϵ' là độ điện thẩm tương đối của môi trường, còn ϵ_0 là vectơ điện cảm trong chân không hoặc trong không khí.

1.1.3. Vectơ từ cảm

Từ trường được tạo ra bởi các điện tích chuyển động hay dòng điện. Điều này được phát hiện bởi thực nghiệm của Østec năm 1820. Từ trường được đặc trưng bởi đại lượng vật lý là vectơ từ cảm hay cảm ứng từ $\vec{B}$. Vectơ từ cảm $\vec{B}$ đặc trưng cho tác dụng lực của từ trường lên điện tích chuyển động hay dòng điện theo định luật Loren sau :

$$\vec{F} = q[\vec{V} \times \vec{B}] \quad (1.1.13)$$

Ở đây $\vec{V}$ là vectơ vận tốc chuyển động của điện tích q trong từ trường có vectơ từ cảm $\vec{B}$, $\vec{F}$ là lực tác dụng của từ trường lên điện tích có hướng vuông góc với đường sức từ trường $\vec{B}$ và vectơ vận tốc $\vec{V}$ (hình 1.3).



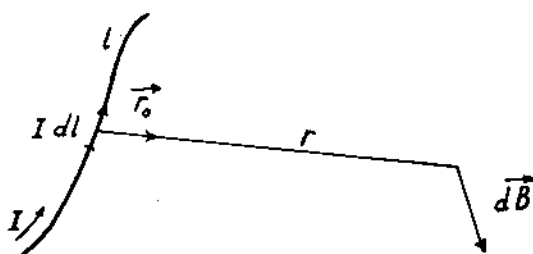
Hình 1.3

Từ biểu thức (1.1.13) ta có thể xác định được giá trị của vectơ $\vec{B}$. Nếu có một đơn vị điện tích ($q = 1\text{c}$) dương chuyển động vuông góc với đường sức từ trường $\vec{B}$ với vận tốc $V = 1\text{m/s}$ thì giá trị của vectơ từ cảm $\vec{B}$ bằng độ lớn của từ lực F tác dụng lên điện tích này. Chiều của ba vectơ $\vec{F}$, $\vec{V}$, $\vec{B}$ được xác định theo quy tắc bàn tay trái đã biết.

Từ trường do yếu tố dòng điện $I d\vec{l}$ tạo ra đặt trong chân không được xác định bởi định luật thực nghiệm Biôxava (thiết lập năm 1820) có dạng :

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^2} [d\vec{l} \times \vec{r}_0] \quad (1.1.14)$$

Ở đây r là khoảng cách từ điểm tính trường với từ cảm $d\vec{B}$ đến yếu tố dòng điện $I d\vec{l}$, $\vec{r}_0$ là vectơ đơn vị của r hướng từ yếu tố $I d\vec{l}$ đến điểm tính trường (hình 1.4), μ_0 là hằng số từ môi tuyệt đối hay độ từ thẩm tuyệt đối của chân không. Nó có giá trị là :



Hình 1.4

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \approx 1,257 \cdot 10^{-6} \text{ Hr/m} \quad (1.1.15)$$

Vậy từ trường có vectơ từ cảm $\vec{B}$ do dòng điện I chảy trong dây dẫn l tạo ra trong chân không được tính bằng tích phân toàn dây l biểu thức (1.1.14) được :

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_l \frac{I}{r^2} [d\vec{l} \times \vec{r}_0] \quad (1.1.16)$$

1.1.4. Vectơ cường độ từ trường

Trong chân không vectơ từ cảm $\vec{B}$ đủ để mô tả trạng thái của từ trường. Nhưng trong môi trường vật chất ta phải tính đến ảnh hưởng của chúng lên từ trường. Cũng giống như với điện trường người ta dùng vectơ cường độ từ trường $\vec{H}$ đặc trưng cho từ trường trong các môi trường vật chất.

Các nguyên tử tạo nên vật chất đều có các điện tử quỹ đạo quay quanh hạt nhân. Chúng tạo ra các dòng điện kín có mômen từ nguyên tử xác định theo biểu thức :

$$\vec{m} = I \Delta S \vec{S}_0 \quad (1.1.17)$$

Ở đây I là giá trị dòng điện nguyên tử, ΔS là diện tích quỹ đạo chuyển động của điện tử, $\vec{S}_0$ là vectơ đơn vị vuông góc với diện tích ΔS có hướng chỉ theo chiều tiến của cái vận nút chai khi chiều quay của nó trùng với chiều chuyển động của điện tử theo quỹ đạo (hình 1.5).

Khi không có từ trường ngoài tác dụng, các mômen từ nguyên tử trong vật chất hoặc phân bố có hướng hỗn loạn, hoặc định hướng trong các vùng rất nhỏ khác nhau gọi là các domen tùy thuộc vào cấu tạo của các chất khác nhau. Khi từ trường tồn tại trong vật chất thì dưới tác dụng của từ trường các mômen từ nguyên tử trong vật chất được định hướng. Kết quả trong vật chất xuất hiện từ trường phụ cùng với từ trường ngoài. Hiện tượng này gọi là sự từ hóa vật chất. Vectơ từ hóa $\vec{M}$ đặc trưng cho cường độ từ hóa vật chất, nó là mômen từ nguyên tử trong một đơn vị thể tích có dạng :

$$\vec{M} = \frac{\sum_{k=1}^n \vec{m}_k}{\Delta V} \quad (1.1.18)$$

Tương tự như biểu thức (1.1.11) từ trường tổng hợp trong vật chất từ hóa được viết là :

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \vec{M} \quad (1.1.19)$$

Ở đây $\vec{H}$ là vectơ cường độ từ trường, và $\mu_0 \vec{H}$ là vectơ từ cảm trong chân không.

Trong đa số các chất từ môi khi cường độ từ trường không quá mạnh, vectơ từ hóa $\vec{M}$ của chúng tỉ lệ với vectơ cường độ từ trường $\vec{H}$ theo hệ thức :

$$\vec{M} = \mu_0 \chi_m \vec{H} \quad (1.1.20)$$

Ở đây χ_m gọi là độ thấm từ của môi trường vật chất. Từ các biểu thức (1.1.19) và (1.1.20) ta có :

$$\vec{B} = \mu_0 (1 + \chi_m) \vec{H} = \mu_0 \vec{H} = \mu_0 \mu' \vec{H} \quad (1.1.21)$$

$$\text{Ở đây} \quad \mu = \mu_0 (1 + \chi_m) = \mu_0 \mu' \quad (1.1.22)$$

là độ từ thấm tuyệt đối hay hằng số từ môi tuyệt đối của môi trường, μ' là độ từ thấm tương đối hay hằng số từ môi tương đối của môi trường.

1.2. ĐỊNH LUẬT ÔM VÀ ĐỊNH LUẬT BẢO TOÀN ĐIỆN TÍCH

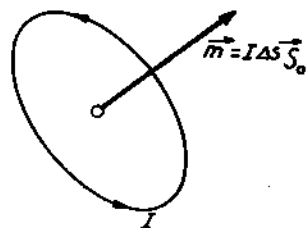
1.2.1. Định luật Ôm dạng vi phân

Trong môi trường dẫn điện dưới tác dụng của điện trường các điện tích tự do chuyển động định hướng tạo nên dòng điện gọi là dòng điện dẫn (sau này Macxoen còn đưa ra khái niệm dòng điện dịch). Cường độ dòng điện dẫn I chảy qua mặt S đặt vuông góc với nó bằng lượng điện tích Q dịch chuyển qua mặt S trong 1 đơn vị thời gian. Theo định nghĩa ta có :

$$I = - \frac{dQ}{dt} \quad (1.2.1)$$

Ở đây dấu (-) chỉ dòng I được xem là dương khi điện tích Q giảm. Dòng dẫn I là 1 đại lượng vô hướng. Để mô tả đầy đủ sự chuyển động của các hạt mang điện trong môi trường dẫn, người ta đưa ra khái niệm mật độ dòng điện dẫn $\vec{J}$. Nó là một vectơ được xác định bởi biểu thức sau :

$$\vec{J} = Ne\vec{V} = \rho\vec{V} = \sigma\vec{E} \quad (1.2.2)$$



Hình 1.5

Ở đây N là số hạt mang điện có điện tích là e (trong trường hợp riêng là các điện tử) phân bố trong 1 đơn vị thể tích, $\vec{V}$ là vận tốc dịch chuyển của các hạt, ρ là mật độ khối điện tích của chúng, σ gọi là độ dẫn điện riêng của môi trường vật chất.

Biểu thức (1.2.2) là dạng vi phân của định luật Ôm. Từ biểu thức này ta thấy $\vec{J}$ có thứ nguyên của mật độ dòng điện mặt (A/m^2). Vậy dòng điện dẫn I qua mặt S nào đó có thể viết dưới dạng sau :

$$I = \int_S \vec{J} d\vec{S} = \int_S \sigma \vec{E} d\vec{S} \quad (1.2.3)$$

Nếu như vùng dẫn có dạng khối lập phương cạnh là L ở 2 mặt đối diện được nối với nguồn điện áp không đổi U thì từ (1.2.3) ta có dạng thông thường của định luật Ôm :

$$I = \int_S \sigma E dS = \sigma LU = \frac{U}{R} \quad (1.2.4)$$

Vì ở đây $\vec{E}$ và $d\vec{S}$ cùng chiều, và ta đặt :

$$\sigma = \frac{1}{RL} \quad (1.2.5)$$

Từ (1.2.5) độ dẫn riêng của môi trường có thứ nguyên là $\frac{1}{\Omega m}$ hay ci/m .

1.2.2. Định luật bảo toàn điện tích

Điện tích có thể phân bố gián đoạn hay liên tục. Nó không tự sinh ra và cũng không tự mất đi. Nó có thể dịch chuyển từ vùng này sang vùng khác tạo nên dòng điện dẫn. Điện tích tuân theo định luật bảo toàn. Định luật bảo toàn điện tích (do Faraday tìm ra bằng thực nghiệm năm 1843) được phát biểu như sau :

Lượng điện tích đi ra khỏi một mặt kín S bao quanh thể tích V trong một khoảng thời gian nào đó bằng lượng điện tích ở trong thể tích này bị giảm đi trong khoảng thời gian ấy.

Chúng ta tìm dạng toán học của định luật trên.

Giả sử trong thể tích V tùy ý của môi trường vật chất được bao bởi mặt kín S tại thời điểm t chứa một lượng điện tích là Q với mật độ khối là ρ . Từ (1.1.6) ta có :

$$Q = \int_V \rho dV \quad (1.2.6)$$

Sau một khoảng thời gian dt lượng điện tích trong thể tích V giảm đi 1 lượng là dQ . Theo định luật bảo toàn điện tích lượng điện tích giảm đi trong V bằng lượng điện tích đi khỏi V qua mặt S trong khoảng thời gian dt để tạo ra dòng điện dẫn I .

Từ biểu thức (1.2.1) và (1.2.6) ta có :

$$I = -\frac{d}{dt} \int_V \rho dV$$

Vì thể tích V đứng yên và áp dụng biểu thức (1.2.3) nên chúng ta nhận được hệ thức sau :

$$\oint_S \vec{J} d\vec{S} = -\int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV \quad (1.2.7)$$

Biểu thức (1.2.7) là dạng tích phân của định luật bảo toàn điện tích. Nếu ta áp dụng biểu thức của định lý Ôtstrogratski - Gauss (xem phụ lục P.2) cho vế trái của (1.2.7) sẽ nhận được :

$$\oint_S \vec{J} d\vec{S} = \int_V \text{div} \vec{J} dV = - \int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV$$

Vì thể tích V là tùy ý nên suy ra :

$$\text{div} \vec{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (1.2.8)$$

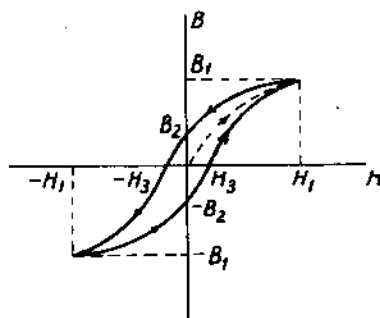
Biểu thức (1.2.8) là dạng vi phân của định luật bảo toàn điện tích hay còn gọi là phương trình liên tục.

1.3. CÁC ĐẶC TRƯNG CƠ BẢN CỦA MÔI TRƯỜNG

Các đặc trưng cơ bản của môi trường vật chất thể hiện rõ qua các tham số điện từ của nó như : độ điện thẩm tuyệt đối ϵ hay tương đối ϵ' , độ từ thẩm tuyệt đối μ hay tương đối μ' và độ dẫn điện riêng σ . Các vector cường độ của trường điện từ liên hệ với nhau qua các tham số của môi trường bởi các biểu thức (1.1.11), (1.1.21) và (1.2.2). Các biểu thức (1.1.11) và (1.1.21) được gọi là các phương trình vật chất. Các thứ nguyên đơn vị của ϵ , μ và σ được cho trong phụ lục P.4. Dựa trên các tham số điện từ người ta phân loại môi trường ra các dạng sau. Môi trường được gọi là tuyến tính, nếu các tham số ϵ , μ và σ của nó là hệ số không phụ thuộc cường độ trường. Lúc này các phương trình vật chất là tuyến tính. Môi trường gọi là đồng nhất và đẳng hướng nếu các tham số điện từ ϵ , μ , σ của nó là hằng số. Trong môi trường này các vector song song với nhau từng cặp một là : $\vec{D} \parallel \vec{E}$, $\vec{B} \parallel \vec{H}$ và $\vec{J} \parallel \vec{E}$.

Nếu như các tham số ϵ , μ , σ theo các hướng khác nhau có các giá trị không đối khác nhau thì môi trường được gọi là không đẳng hướng. Trong môi trường không đẳng hướng các tham số điện từ như ϵ , μ là các tenxơ có dạng như một bảng số. Hai môi trường không đẳng hướng được sử dụng để truyền sóng điện từ là pherit bị từ hóa và plasma bị từ hóa.

Môi trường có các ϵ , μ và σ là các hàm của tọa độ gọi là môi trường không đồng nhất. Trong tự nhiên đại đa số các chất đều có độ điện thẩm $\epsilon' > 1$ và là môi trường tuyến tính. Chất điện môi secnet có $\epsilon' \gg 1$ và là môi trường phi tuyến. Môi trường có $\mu' > 1$ gọi là chất thuận từ, $\mu' < 1$ gọi là chất phản từ. Chất sắt từ có $\mu' \gg 1$. Đường cong từ hóa của chất sắt từ có dạng phi tuyến (hình 1.6). Nó gọi là đường từ trễ. Chất sắt từ cũng là môi trường phi tuyến. Dựa vào giá trị của độ dẫn điện riêng σ các môi trường vật chất được phân thành các loại : chất dẫn điện, chất bán dẫn và điện môi. Các chất dẫn điện có $\sigma > 10^4$ ci/m. Các kim loại và chất điện phân là các chất dẫn điện tốt. Các chất bán dẫn có $10^4 \text{ ci/m} > \sigma > 10^{-10} \text{ ci/m}$. Còn điện môi hay chất cách điện có $\sigma < 10^{-10} \text{ ci/m}$. Phụ lục P.5 dẫn ra các bảng giá trị của σ một số chất dẫn điện, bán dẫn và điện môi. Ta gọi môi trường là dẫn điện lý tưởng nếu $\sigma = \infty$ và là điện môi lý tưởng nếu $\sigma = 0$. Không khí là môi trường điện môi lý tưởng có $\epsilon' = \mu' = 1$; $\sigma = 0$.

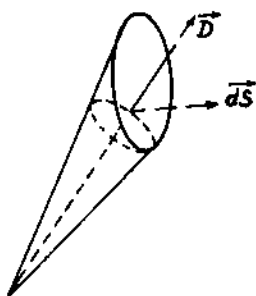


Hình 1.6

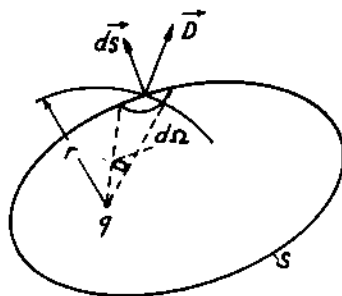
1.4. ĐỊNH LUẬT GAUXX

Định luật Gauss được tìm ra bởi thực nghiệm. Nó là cơ sở của các phương trình Macxoen. Chúng ta dẫn ra biểu thức toán học của định luật này. Thông lượng của vectơ điện cảm $\vec{D}$ qua một mặt S nào đó là một đại lượng vô hướng được xác định bởi tích phân sau :

$$\phi = \int_S \vec{D} d\vec{S} \quad (1.4.1)$$



Hình 1.7



Hình 1.8

Ở đây $d\vec{S}$ là yếu tố vi phân diện tích của S hướng theo pháp tuyến ngoài, $dS \cos(\vec{D}, d\vec{S})$ là hình chiếu của yếu tố dS lên phương của vectơ $\vec{D}$ (hình 1.7).

Giả sử một mặt kín S dạng tùy ý nào đó bao quanh điện tích điểm q (hình 1.8). Ta hãy tính thông lượng của vectơ điện cảm $\vec{D}$ do điện tích q tạo ra qua mặt kín S .

Từ các biểu thức (1.1.4), (1.1.11) và hình 1.8 ta tính được :

$$d\phi = \vec{D} d\vec{S} = \frac{q dS \cos(\vec{D}, d\vec{S})}{4\pi r^2} = \frac{q}{4\pi} d\Omega \quad (1.4.2)$$

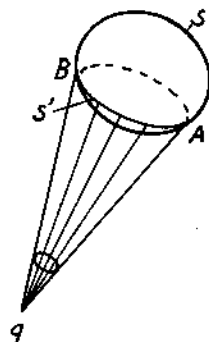
Ở đây $d\Omega$ là vi phân góc đặc từ điện tích q nhìn bao toàn diện tích dS . Thông lượng của vectơ điện cảm $\vec{D}$ qua toàn mặt S tính được :

$$\phi = \oint_S \vec{D} d\vec{S} = \frac{1}{4\pi} \int_{\Omega} q d\Omega = q \quad (1.4.3)$$

Ta xét trường hợp điện tích điểm q nằm ngoài mặt kín S . Trường hợp này từ điện tích điểm q nhìn toàn mặt kín S dưới một góc đặc chung nào đó (hình 1.9). Mặt kín S có thể phân làm 2 nửa S và S' (có giao tuyến là AB) ở đây pháp tuyến ngoài của chúng, có chiều ngược nhau. Do vậy mà góc đặc tính khi tích phân chạy trên hai nửa mặt trên có cùng giá trị nhưng ngược dấu. Nên thông lượng của vectơ điện cảm $\vec{D}$ trong trường hợp này trên toàn mặt kín S bằng 0.

Nếu trong thể tích V bao bởi mặt kín S có các điện tích điểm khác nhau là $q_1, q_2, \dots, q_n$ thì vectơ điện cảm của các điện tích trên là chồng chất các vectơ điện cảm do từng điện tích tạo ra. Tức là ta có :

$$\vec{D} = \sum_{k=1}^n \vec{D}_k$$



Hình 1.9

Nên thông lượng của chúng được tính theo (1.4.3) là :

$$\phi = \oint_S \vec{D} d\vec{S} = \sum_{k=1}^n \oint_S \vec{D}_k d\vec{S} = \sum_{k=1}^n q_k = Q_{\Sigma} \quad (1.4.4)$$

Vậy thông lượng của vectơ điện cảm qua mặt kín S bất kỳ bằng điện lượng tổng cộng của các điện tích nằm trong thể tích V bao bởi mặt kín này.

Chú ý : Vì tổng (1.4.4) là tổng đại số các điện tích nên thông lượng ϕ có thể nhận giá trị âm hoặc dương.

Nếu điện tích trong thể tích V bao bởi mặt S với mật độ khối ρ thì tổng ở vế phải của (1.4.4) được thay bằng tích phân theo thể tích của ρ . Chúng ta có :

$$\phi = \oint_S \vec{D} d\vec{S} = \int_V \rho dV = Q \quad (1.4.5)$$

(1.4.4) và (1.4.5) là các biểu thức của định luật Gauss. Nó đóng vai trò quan trọng trong lý thuyết trường điện từ.

1.5. NGUYÊN LÝ LIÊN TỤC CỦA TỪ THÔNG - ĐỊNH LUẬT CẢM ỨNG ĐIỆN TỪ

1.5.1. Nguyên lý liên tục của từ thông

Thực nghiệm đã khẳng định rằng đường sức của từ trường trong không gian là khép kín dù nguồn tạo ra nó là dòng điện hay nam châm. Chúng ta tìm biểu thức toán học mô tả tính chất trên. Giả sử có một mặt kín S dạng tùy ý được đặt trong không gian của đường sức từ trường với vectơ từ cảm $\vec{B}$. Thông lượng của vectơ từ cảm $\vec{B}$ đi qua mặt kín S chính bằng tổng số đường sức từ của $\vec{B}$ qua mặt này. Do đường sức từ trường là khép kín nên số đường sức từ cảm $\vec{B}$ đi vào trong thể tích V qua mặt kín S đúng bằng số đường sức từ cảm $\vec{B}$ đi ra khỏi thể tích V qua mặt kín S này. Vậy thông lượng của vectơ từ cảm $\vec{B}$ hay từ thông qua mặt kín S bất kỳ bằng không. Ta có biểu thức toán học sau :

$$\oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0 \quad (1.5.1)$$

Biểu thức (1.5.1) được gọi là nguyên lý liên tục của từ thông. Nó là một trong các phương trình cơ bản của trường điện từ.

1.5.2. Định luật cảm ứng điện từ

Định luật cảm ứng điện từ được Faraday phát hiện bằng thực nghiệm năm 1831. Nó được phát biểu như sau : Sức điện động cảm ứng xuất hiện trong một vòng dây kim loại kín về số trị bằng tốc độ biến thiên của từ thông đi qua diện tích của vòng dây.

Tức là có biểu thức :

$$e_{cu} = - \frac{d\phi}{dt} \quad (1.5.2)$$

Dấu trừ (-) nói lên rằng sức điện động cảm ứng e_{cu} trong vòng dây sinh ra dòng điện có chiều sao cho từ trường của nó chống lại sự biến thiên của từ thông. Ở đây ϕ là từ thông tức thông lượng vectơ từ cảm $\vec{B}$ qua mặt S bao bởi vòng dây :

$$\phi = \int_S \vec{B} d\vec{S} \quad (1.5.3)$$

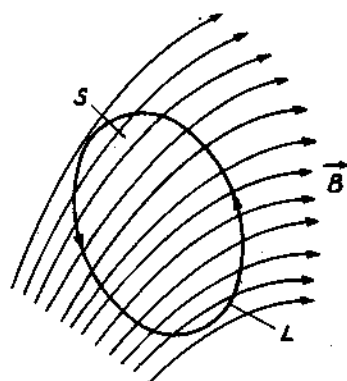
Ta có thể biểu diễn sức điện động cảm ứng e_{cu} xuất hiện trong vòng dây như là lưu thông của vectơ cường độ điện trường $\vec{E}$ do dòng cảm ứng sinh ra dọc theo vòng dây kín dạng :

$$e_{cu} = \oint_l \vec{E} d\vec{l} \quad (1.5.4)$$

Ở đây chiều đi của vòng dây kín l được lấy ngược chiều kim đồng hồ khi nhìn nó từ phía cuối của vectơ từ cảm $\vec{B}$ (hình 1.10).

Vì vòng dây kín l đứng yên, nên từ các biểu thức (1.5.2), (1.5.3) và (1.5.4) ta nhận được :

$$\oint_l \vec{E} d\vec{l} = - \int_s \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S} \quad (1.5.5)$$



Hình 1.10

là biểu thức của định luật cảm ứng điện từ. Nó cũng là một trong các phương trình cơ bản của trường điện từ.

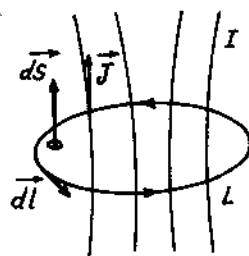
1.6. ĐỊNH LUẬT DÒNG TOÀN PHẦN - DÒNG ĐIỆN DỊCH

1.6.1. Định luật dòng toàn phần

Từ phát minh của Østec về tác dụng lực từ của dòng điện và định luật Biôxava nhà vật lý Ampe người Pháp đã xây dựng được một định luật quan trọng gọi là định luật dòng toàn phần (xem [8]). Định luật này phát biểu như sau : Lưu thông của vectơ cường độ từ trường $\vec{H}$ dọc theo một đường cong kín bất kỳ bằng tổng đại số các dòng điện chảy qua diện tích bao bởi đường cong này. Biểu thức toán học của định luật dòng toàn phần có dạng :

$$\oint_l \vec{H} d\vec{l} = \sum_{k=1}^n I_k = I \quad (1.6.1)$$

Ở đây chiều dương của các dòng điện I_k (chiều của vectơ mật độ dòng điện $\vec{J}$) lấy trùng với chiều của vectơ yếu tố diện tích $d\vec{S}$ của mặt S bao bởi đường cong kín l khi chiều đi chuyển dọc theo đường cong hướng ngược chiều kim đồng hồ nếu nhìn từ cuối vectơ $d\vec{S}$ (hình 1.11). Dòng điện chảy qua diện tích S ở đây có phân bố dạng bất kỳ : gián đoạn hay liên tục.



Hình 1.11

Nếu dòng điện chảy qua mặt S có phân bố liên tục với mật độ dòng $\vec{J}$ thì định luật dòng toàn phần (1.6.1) được viết dưới dạng khác là :

$$\oint_l \vec{H} d\vec{l} = \int_s \vec{J} d\vec{S} \quad (1.6.2)$$

Định luật dòng toàn phần cũng là một trong các phương trình cơ bản của trường điện từ.

1.6.2. Dòng điện dịch

Khi nghiên cứu định luật cảm ứng điện từ của Faraday và định luật dòng toàn phần của Ampe nhà vật lý người Anh Macxoen bằng lý thuyết đã chỉ ra sự tác dụng tương hỗ giữa điện trường và từ trường với việc dẫn ra khái niệm mới về dòng điện

là dòng điện dịch (năm 1873). Theo Macxoen dòng điện dịch có mật độ được xác định bởi biểu thức :

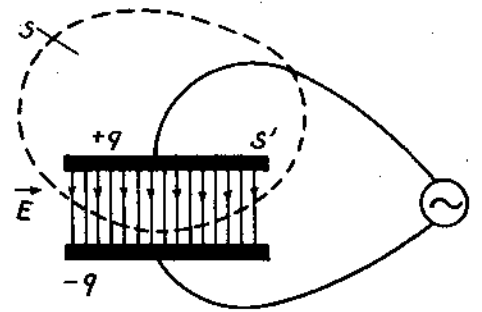
$$\vec{J}_{dc} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{P}}{\partial t} \quad (1.6.3)$$

Ở đây : $\vec{J}_{dcd} = \frac{\partial \vec{P}}{\partial t} \quad (1.6.4)$

là dòng điện phân cực trong điện môi (tức sự xê dịch của các điện tích liên kết trong phạm vi phân tử của nó) dưới tác dụng của điện trường biến thiên.

$$\vec{J}_{dco} = \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (1.6.5)$$

được xác định qua điện trường biến thiên không liên quan đến sự chuyển động của điện tích được gọi là mật độ dòng điện dịch trong chân không. Như vậy dòng điện dịch có thể tồn tại trong chân không hoặc môi trường vật chất khi có sự biến thiên của điện trường. Macxoen còn cho rằng dòng điện dịch cũng tạo ra từ trường như dòng điện dẫn. Bằng thực nghiệm năm 1886 nhà vật lý Hec người Đức đã khẳng định sự tồn tại của dòng điện dịch và đã tạo ra thiết bị bức xạ sóng điện từ gọi là lưỡng cực Hec. Để thấy rõ sự tồn tại của dòng điện dịch trong chân không ta lấy một ví dụ sau : Chúng ta xét một mạch điện như hình 1.12. Mạch gồm có một tụ điện phẳng với 2 bản được nối với dây dẫn tới nguồn điện áp xoay chiều. Mạch này được đặt trong chân không, mỗi bản tụ có diện tích S' và điện tích trên nó là q . Ta hình dung có một mặt kín S tùy ý bao một trong hai bản tụ. Do có điện áp xoay chiều từ nguồn đặt vào hai bản tụ, nên trong không gian giữa hai bản tụ có điện trường biến đổi $\vec{E}$ và có dòng điện biến đổi chạy qua tụ. Dòng điện này chính là dòng điện dịch trong chân không, vì giữa hai bản tụ không tồn tại điện tích chuyển động. Dòng điện dịch chạy trong tụ điện theo (1.6.5) có giá trị bằng :



Hình 1.12

$$I_{dco} = S' \epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t} \quad (1.6.6)$$

Theo định luật Gauzơ (1.4.4) trong chân không có :

$$q = \oint_S \epsilon_0 \vec{E} d\vec{S} = \epsilon_0 E S' \quad (1.6.7)$$

Vì điện trường chỉ tồn tại trong không gian giữa hai bản tụ.

Dòng điện dẫn chảy trong dây dẫn ở mạch ngoài tụ có giá trị tính theo (1.2.1) là :

$$I = \frac{dq}{dt} \quad (1.6.8)$$

Từ các biểu thức (1.6.6), (1.6.7) và (1.6.8) chúng ta nhận được kết quả :

$$I = I_{dco} = S' \epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t} \quad (1.6.9)$$

Vậy dòng điện dịch chảy trong tụ điện có giá trị bằng dòng điện dẫn chảy ở mạch ngoài tụ điện. Dòng điện toàn phần chảy trong mạch điện gồm hai thành phần là dòng điện dẫn và dòng điện dịch. Nó là dòng điện khép kín trong toàn mạch điện.

1.7. CÁC PHƯƠNG TRÌNH MACXOEN

Trên cơ sở nghiên cứu các định luật thực nghiệm về điện từ, Macxoen đã khái quát hóa chúng, chỉ ra sự tác dụng tương hỗ giữa điện trường và từ trường, đưa ra khái niệm dòng điện dịch và xây dựng được các phương trình cơ bản của lý thuyết trường điện từ (năm 1873). Mục này sẽ dẫn ra các dạng tích phân, vi phân và dạng phức của các phương trình Macxoen.

1.7.1. Phương trình Macxoen thứ nhất

Bằng cách bổ sung thành phần dòng điện dịch vào vế phải của biểu thức định luật dòng toàn phần (1.6.2) cùng với dòng điện dẫn Macxoen xây dựng được phương trình thứ nhất dạng tích phân sau :

$$\oint_l \vec{H} d\vec{l} = \int_S \vec{J} d\vec{S} + \int_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} d\vec{S} \quad (1.7.1)$$

Phương trình (1.7.1) mô tả mối quan hệ giữa các vectơ của trường điện từ ($\vec{H}$, $\vec{D}$) trong một vòng kín bất kỳ và các dòng điện (dẫn và dịch) chảy qua nó. Để mô tả quan hệ giữa chúng ở từng điểm trong không gian ta cần dẫn ra dạng vi phân của phương trình này. Muốn vậy ta áp dụng định lý Grin - Stoc cho chu vi kín l bất kỳ bao mặt S đối với vế trái của (1.7.1) (xem phụ lục P.2) được :

$$\oint_l \vec{H} d\vec{l} = \int_S \text{rot} \vec{H} d\vec{S} = \int_S \vec{J} d\vec{S} + \int_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} d\vec{S}$$

Vì mặt S là tùy ý nên ta nhận được phương trình Macxoen thứ nhất dạng vi phân như sau :

$$\text{rot} \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \vec{J} + \vec{J}_{dc} \quad (1.7.2)$$

Nếu môi trường có độ dẫn điện riêng $\sigma = 0$ (điện môi lý tưởng và chân không) thì do $\vec{J} = \sigma \vec{E} = 0$ nên (1.7.2) có dạng :

$$\text{rot} \vec{H} = \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \vec{J}_{dco} \quad (1.7.3)$$

Phương trình (1.7.3) chỉ ra rằng : dòng điện dịch hay điện trường biến thiên cũng tạo ra từ trường xoáy tương đương như dòng điện dẫn.

1.7.2. Phương trình Macxoen thứ hai

Macxoen cho rằng biểu thức của định luật cảm ứng điện từ (1.5.5) áp dụng không chỉ cho 1 vòng dây dẫn kín mà còn đúng cho bất kỳ một vòng kín nào (không nhất thiết là dẫn điện) trong không gian. Trong trường hợp tổng quát vòng kín này có thể một phần nằm trong chân không, phần khác nằm trong điện môi hay trong kim loại. Ta nhận được phương trình Macxoen thứ hai dạng tích phân như sau :

$$\oint_l \vec{E} d\vec{l} = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S} \quad (1.7.4)$$

Nếu áp dụng định lý Grin Stoc cho vế trái của (1.7.4) với S là tùy ý ta nhận được phương trình Macxoen thứ hai dạng vi phân là :

$$\text{rot} \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (1.7.5)$$

Phương trình (1.7.5)

Từ hai phương trình tương hỗ với nhau. Điện trường biến thiên, đồng thời từ trường biến thiên từ từ trường biến thiên lại tạo ra điện trường biến thiên. Quá trình này khác trong không gian. Điện trường biến thiên và từ trường biến thiên liên quan chặt chẽ với nhau trong không gian điện từ. Trong không gian các môi trường vật chất điện từ lan truyền dưới dạng sóng điện từ với vận tốc bằng vận tốc truyền ánh sáng.

Vì điện trường biến thiên tạo ra từ trường biến thiên tương đương như dòng điện biến thiên.

1.7.3. Phương trình

Maxwell coi định luật tổng quát của điện từ trường là các phương trình sau đây:

Áp dụng định lý Gauss (1.7.7) ta nhận

Vì thể tích vi phân:

điện trường biến thiên tạo ra từ trường xoáy. Từ trường biến thiên tạo ra điện trường biến thiên. Quá trình này khác trong không gian. Điện trường biến thiên và từ trường biến thiên liên quan chặt chẽ với nhau trong không gian điện từ. Trong không gian các môi trường vật chất điện từ lan truyền dưới dạng sóng điện từ với vận tốc bằng vận tốc truyền ánh sáng. Từ trường biến thiên tạo ra điện trường biến thiên tương đương như dòng điện biến thiên.

Thứ ba và thứ tư

Về nguyên lý liên tục của từ thông áp dụng cho cả trường tĩnh, không đổi cũng như trường hợp tổng quát theo thời gian. Nên các biểu thức (1.4.5) và (1.5.1) có thể viết dưới dạng tích phân:

$$\oint_V \vec{D} \cdot d\vec{V} = Q \quad (1.7.6)$$

$$\oint_V d\vec{S} = 0 \quad (1.7.7)$$

Định lý Gauss - Gauss (phụ lục P.2) cho vế trái của (1.7.6) và

$$\oint_V \text{div} \vec{D} dV = \int_V \rho dV = Q$$

$$\oint_V \text{div} \vec{B} dV = 0$$

Nên ta nhận được các phương trình Maxwell thứ ba và thứ tư

$$\text{div} \vec{D} = \rho \quad (1.7.8)$$

$$\text{div} \vec{B} = 0 \quad (1.7.9)$$

Phương trình (1.7.8) chỉ ra rằng: điện tích là nguồn của điện trường. Khi $\rho \neq 0$ đường sức điện trường không khép kín. Nó xuất phát từ điện tích dương và kết thúc ở điện tích âm. Khi $\rho = 0$ điện trường sinh ra chỉ do từ trường biến thiên nên đường sức của nó hoặc khép kín hoặc tiến ra vô cùng. Phương trình (1.7.9) mô tả trong tự nhiên không tồn tại từ tích. Đường sức của từ trường là khép kín hoặc tiến ra vô cùng.

Để tiện cho việc theo dõi về sau, ta viết các phương trình Maxwell trên làm hai hệ dạng tích phân và vi phân gọn lại như sau:

Dạng tích phân:

$$\oint_S \vec{H} \cdot d\vec{S} = \int_V \vec{J} \cdot d\vec{S} + \int_S \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S} \quad (1.7.10)$$

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \int_V \rho dV = Q$$

$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

- Dạng vi phân :

$$\begin{aligned}\text{rot } \vec{H} &= \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \\ \text{rot } \vec{E} &= - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \text{div } \vec{D} &= \rho \\ \text{div } \vec{B} &= 0\end{aligned}\quad (1.7.11)$$

1.7.4. Hệ phương trình Macxoen với nguồn ngoài

Khi nghiên cứu trường điện từ ta thường gặp vấn đề kích thích hay tạo ra trường từ các nguồn đã biết. Chẳng hạn như ta cần phải giải các bài toán về bức xạ điện từ trong lý thuyết anten. Dòng điện trong anten là nguồn bức xạ sóng điện từ vào không gian. Nguồn dòng điện này được coi là đã biết độc lập với môi trường và không chịu ảnh hưởng của trường do nó tạo ra. Nguồn dòng điện như vậy gọi là nguồn ngoài đối với trường. Các nguồn ngoài có thể có bản chất điện hoặc không điện. Để đặc trưng cho nguồn ngoài của trường điện từ người ta đưa vào khái niệm mật độ dòng điện ngoài $\vec{J}_{ng}$ hoặc cường độ điện trường ngoài $\vec{E}_{ng}$. Định luật Ôm dạng vi phân tại các điểm có nguồn ngoài được viết dạng :

$$\vec{J} + \vec{J}_{ng} = \sigma(\vec{E} + \vec{E}_{ng}) \quad (1.7.12)$$

Ta thấy hệ phương trình Macxoen (1.7.11) chỉ mô tả trường điện từ tại những điểm trong không gian không tồn tại nguồn ngoài của trường. Để tính trường tại các điểm có nguồn ngoài của nó ta phải bổ sung vào vế phải của phương trình Macxoen thứ nhất của hệ (1.7.11) dòng điện ngoài $\vec{J}_{ng}$ hay cường độ trường ngoài $\vec{E}_{ng}$. Bây giờ hệ phương trình Macxoen dạng vi phân đối với nguồn ngoài được viết như sau :

$$\begin{aligned}\text{rot } \vec{H} &= \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{J}_{ng} = \sigma \vec{E} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \sigma \vec{E}_{ng} \\ \text{rot } \vec{E} &= - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \text{div } \vec{D} &= \rho \\ \text{div } \vec{B} &= 0\end{aligned}\quad (1.7.13)$$

Trong môi trường đồng nhất và đẳng hướng hệ (1.7.13) có dạng gọn hơn là :

$$\begin{aligned}\text{rot } \vec{H} &= \sigma \vec{E} + \vec{J}_{ng} + \epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \\ \text{rot } \vec{E} &= - \mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \\ \text{div } \vec{E} &= \rho / \epsilon \\ \text{div } \vec{H} &= 0\end{aligned}\quad (1.7.14)$$

Hệ phương trình (1.7.14) được sử dụng nhiều trong các mục sau này.

1.7.5. Nguyên lý đối lẫn của hệ phương trình Macxoen

1. Trường hợp đơn giản

Đầu tiên chúng ta xét trường hợp với môi trường đồng nhất và đẳng hướng bên trong không tồn tại dòng dẫn, điện tích tự do và nguồn ngoài : $\vec{J} = \vec{J}_{ng} = \rho = 0$.

Hệ phương trình Macxoen (1.7.14) trong trường hợp này có dạng gọn là :

$$\begin{aligned}\operatorname{rot} \vec{H} &= \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \\ \operatorname{rot} \vec{E} &= -\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \\ \operatorname{div} \vec{E} &= 0 \\ \operatorname{div} \vec{H} &= 0\end{aligned}\quad (1.7.15)$$

Chúng ta nhận thấy hệ phương trình (1.7.15) có tính chất đối xứng đối với các vectơ cường độ trường $\vec{E}$ và $\vec{H}$. Dạng của các phương trình Macxoen vẫn giữ nguyên không đổi nếu ta thực hiện phép đổi lẫn vị trí của các vectơ cường độ trường cùng các tham số điện từ tương ứng trong các phương trình như sau :

$$\begin{aligned}\vec{E} &\rightleftharpoons \vec{H} \\ \varepsilon &\rightleftharpoons -\mu\end{aligned}\quad (1.7.16)$$

Tính chất trên của hệ phương trình Macxoen được gọi là nguyên lý đối lẫn. Nó được biểu thị bởi hệ thức (1.7.16)

2. Trường hợp có nguồn ngoài

Để cho hệ phương trình Macxoen trong trường hợp có nguồn ngoài vẫn giữ được tính đối xứng người ta đưa vào hai đại lượng nhân tạo là mật độ dòng từ ngoài $\vec{J}_M$ và mật độ khối từ tích ρ_M . Trong tự nhiên không tồn tại dòng từ $\vec{J}_M$ và từ tích ρ_M , nên việc đưa vào 2 đại lượng $\vec{J}_M$, ρ_M chỉ thuần túy là hình thức (trong thực tế chúng bằng không). Tuy nhiên việc đưa 2 đại lượng trên vào hệ phương trình Macxoen có tác dụng làm đơn giản việc giải một số bài toán điện từ trong thực tiễn. Trong các bài toán cụ thể các nguồn từ ngoài sẽ được thay bằng các đại lượng tương đương. Trong môi trường đồng nhất và đẳng hướng dòng dẫn và điện tích tự do bằng không, với nguồn điện và từ ngoài, thì hệ phương trình Macxoen vi phân có dạng đối xứng như sau :

$$\begin{aligned}\operatorname{rot} \vec{H} &= \vec{J}_e + \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \\ \operatorname{rot} \vec{E} &= -\vec{J}_M - \mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \\ \operatorname{div} \vec{E} &= \rho/\varepsilon \\ \operatorname{div} \vec{H} &= \rho_m/\mu\end{aligned}\quad (1.7.17)$$

Nguyên lý đối lẫn áp dụng cho hệ phương trình Macxoen (1.7.17) trong trường hợp có nguồn ngoài sẽ là :

$$\begin{aligned}\vec{E} &\rightleftharpoons \vec{H}, \quad \varepsilon \rightleftharpoons -\mu \\ \vec{J}_e &\rightleftharpoons -\vec{J}_M, \quad \rho \rightleftharpoons -\rho_M\end{aligned}\quad (1.7.18)$$

Để cho tiện và tính đối xứng giữa điện và từ sau này ta dùng ký hiệu $\vec{J}_e$ thay cho ký hiệu $\vec{J}_{ng}$ như trước đây.

Nguyên lý đối lẫn của hệ phương trình Macxoen có ý nghĩa quan trọng trong việc nghiên cứu lý thuyết và trong khi giải các bài toán điện từ thực tiễn. Nếu kết quả

của bài toán cho một nguồn điện (hoặc một nguồn từ) là đã biết thì khi áp dụng nguyên lý đối lẫn chúng ta có thể nhận được ngay kết quả của bài toán cho một nguồn từ tương ứng (hay 1 nguồn điện) mà không phải tiến hành cả quá trình giải bài toán đó. Điều này sẽ được minh họa qua một thí dụ dẫn ra ở chương 2.

1.7.6. Hệ phương trình Macxoen đối với trường điện từ điều hòa

Một trạng thái rất quan trọng của trường điện từ là trạng thái khi các đại lượng cơ bản của trường và nguồn biến thiên điều hòa theo thời gian với tần số vòng ω nào đó. Bây giờ ta hãy biểu diễn các đại lượng cơ bản của trường dưới dạng phức và viết các phương trình Macxoen cho các biên độ phức của nó. Các đại lượng thực của trường ở một thời điểm bất kỳ được coi như là phần thực của các đại lượng phức tương ứng với chúng. Chúng ta có thể viết như sau :

$$\begin{aligned}\vec{E} &= \text{re } \dot{\vec{E}} \\ \vec{H} &= \text{re } \dot{\vec{H}} \\ \vec{J} &= \text{re } \dot{\vec{J}} \\ \rho &= \text{re } \dot{\rho}\end{aligned}\quad (1.7.19)$$

Ở đây re là ký hiệu chỉ phần thực còn dấu chấm (.) ở trên các ký hiệu của các đại lượng để chỉ các đại lượng phức tương ứng của trường. Bản thân các đại lượng phức của trường điện từ điều hòa được biểu diễn dưới dạng tích của biên độ phức và thừa số phụ thuộc thời gian là hàm mũ $e^{i\omega t}$ như sau :

$$\begin{aligned}\dot{\vec{E}} &= \dot{\vec{E}}_m e^{i\omega t} \\ \dot{\vec{H}} &= \dot{\vec{H}}_m e^{i\omega t} \\ \dot{\vec{J}} &= \dot{\vec{J}}_m e^{i\omega t} \\ \dot{\rho} &= \dot{\rho}_m e^{i\omega t}\end{aligned}\quad (1.7.20)$$

Ở đây $\dot{\vec{E}}_m, \dot{\vec{H}}_m, \dot{\vec{J}}_m, \dot{\rho}_m$ là các biên độ phức của trường điều hòa, chúng là hàm chỉ của các tọa độ không gian, i là đơn vị ảo. Từ cách biểu diễn phức các đại lượng của trường theo (1.7.20), chúng ta viết được hệ phương trình Macxoen dạng vi phân (1.7.14) cho các biên độ phức của trường như sau :

$$\begin{aligned}\text{rot } \dot{\vec{H}}_m &= \sigma \dot{\vec{E}}_m + i\omega \epsilon \dot{\vec{E}}_m + \dot{\vec{J}}_{cm} = i\omega \epsilon_p \dot{\vec{E}}_m + \dot{\vec{J}}_{cm} \\ \text{rot } \dot{\vec{E}}_m &= -i\omega \mu \dot{\vec{H}}_m \\ \text{div } \dot{\vec{E}}_m &= \frac{\dot{\rho}_m}{\epsilon} \\ \text{div } \dot{\vec{H}}_m &= 0\end{aligned}\quad (1.7.21)$$

$$\text{Ở đây} \quad \epsilon_p = \epsilon - i \frac{\sigma}{\omega} \quad (1.7.22)$$

là độ điện thẩm phức của môi trường. Chúng ta thấy tỉ số giữa phần ảo vào phần thực của độ điện thẩm phức ϵ_p bằng tỉ số giữa biên độ phức của mật độ dòng điện dẫn và dòng điện dịch trong môi trường :

$$\frac{\dot{J}_m}{\dot{J}_{dcm}} = \frac{\sigma \dot{E}_m}{i\omega \epsilon \dot{E}_m} = -i \frac{\sigma}{\omega \epsilon} = -i \tan \delta_e \quad (1.7.23)$$

Ở đây :

$$\operatorname{tg} \delta_e = \frac{\sigma}{\omega \epsilon} \quad (1.7.24)$$

gọi là tang của góc tiêu hao điện δ_e . Dựa trên các biểu thức (1.7.23), (1.7.24) ta thấy tính chất của môi trường vật chất đối với trường điều hòa ngoài phụ thuộc vào các tham số điện như ϵ , σ còn phụ thuộc vào tần số dao động ω của trường. Môi trường có $\operatorname{tg} \delta_e \gg 1$ chỉ ra rằng trong nó biên độ phức dòng điện dẫn lớn gấp nhiều lần biên độ phức dòng điện dịch, nên môi trường này được coi là dẫn điện. Ngược lại môi trường có $\operatorname{tg} \delta_e \ll 1$ trong nó biên độ phức dòng điện dịch lại lớn hơn biên độ phức dòng điện dẫn nhiều lần và nó được coi là chất điện môi. Như vậy đối với trường điện từ điều hòa, việc tính toán các đại lượng của trường trên các biên độ phức sẽ đơn giản hơn. Cuối cùng các giá trị tức thời cần tìm cho các đại lượng của trường sẽ nhận được bằng cách lấy phần thực của tích giữa biên độ phức đã thu được của trường với thừa số thời gian $e^{i\omega t}$.

1.8. ĐIỀU KIỆN BỜ ĐỐI VỚI CÁC VECTƠ CỦA TRƯỜNG ĐIỆN TỪ

Điều kiện bờ đối với các vectơ của trường điện từ là hệ thức giữa các thành phần của các vectơ trường điện từ ở 2 bên sát mặt giới hạn phân cách hai môi trường khác nhau. Điều kiện bờ có tầm quan trọng cả trong nghiên cứu lý thuyết cũng như khi tìm nghiệm các bài toán điện từ trong thực tiễn. Vì bất kỳ một vectơ của trường điện từ tại một điểm nào đó trên mặt giới hạn phân cách đều có thể phân tích ra hai thành phần vuông góc với nhau là : thành phần pháp tuyến và tiếp tuyến với mặt giới hạn phân cách tại điểm đã cho. Nên mục này chúng ta sẽ lần lượt dẫn ra điều kiện bờ các thành phần pháp tuyến và tiếp tuyến của các vectơ trường như $\vec{E}$, $\vec{D}$, $\vec{B}$, $\vec{H}$.

1.8.1. Đối với thành phần pháp tuyến của điện trường

Giả sử có hai môi trường khác nhau được phân cách bởi mặt giới hạn S nào đó. Các tham số điện từ và các vectơ của trường điện từ trong hai môi trường tương ứng là : $\epsilon_1, \mu_1, \sigma_1$; $\epsilon_2, \mu_2, \sigma_2$ và

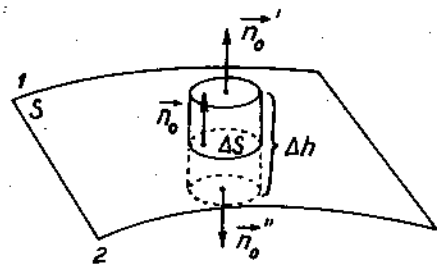
$$\vec{E}_1, \vec{D}_1, \vec{B}_1, \vec{H}_1 ; \vec{E}_2, \vec{D}_2, \vec{B}_2, \vec{H}_2$$

Trên mặt giới hạn phân cách S ta chọn một diện tích nguyên tố ΔS đủ nhỏ và dựng một hình trụ có đáy bằng ΔS với chiều cao Δh nằm trong cả 2 môi trường (hình 1.13).

Diện tích ΔS chọn đủ nhỏ sao cho có thể coi nó là phẳng và các vectơ của trường điện từ trong mỗi nửa hình trụ ở hai môi trường có giá trị không đổi. Trong trường hợp chung trên mặt giới hạn phân cách S có điện tích phân bố trên một lớp rất mỏng với mật độ điện tích mặt ρ_S xác định theo biểu thức (1.1.6).

Áp dụng phương trình Macxoen dạng tích phân (1.7.6) cho hình trụ ở hình 1.13 ta nhận được kết quả :

$$(\vec{D}_1 \vec{n}_0' + \vec{D}_2 \vec{n}_0'') \Delta S + \phi_{xq} = \rho_S \Delta S$$



Hình 1.13

Ở đây ϕ_{xq} là thông lượng của vectơ điện cảm $\vec{D}$ theo mặt xung quanh của hình trụ, $\vec{n}_o', \vec{n}_o''$ là vectơ đơn vị pháp tuyến của 2 đáy hình trụ. Vì $\vec{n}_o' = \vec{n}_o, \vec{n}_o'' = -\vec{n}_o$ và $\vec{D}$ là hữu hạn trong hình trụ nên khi ta ép hình trụ theo chiều cao để cho $\Delta h \rightarrow 0$ thì $\phi_{xq} \rightarrow 0$ và kết quả trên có dạng :

$$(\vec{D}_1 - \vec{D}_2)\vec{n}_o = D_{1n} - D_{2n} = \rho_s \quad (1.8.1)$$

Ở đây $\vec{n}_o$ là vectơ đơn vị pháp tuyến của diện tích ΔS , D_{1n}, D_{2n} là thành phần pháp tuyến của vectơ điện cảm ở môi trường thứ nhất và thứ hai sát mặt giới hạn phân cách S. Từ (1.8.1) ta thấy các thành phần pháp tuyến của vectơ điện cảm bị gián đoạn khi qua mặt phân cách có tồn tại điện tích mặt. Khi trên mặt giới hạn S không tồn tại điện tích mặt $\rho_s = 0$ thì từ (1.8.1) ta có :

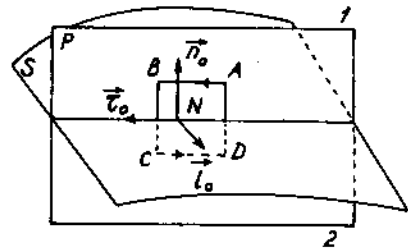
$$D_{1n} = D_{2n} \text{ hay } \frac{E_{1n}}{E_{2n}} = \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} \quad (1.8.2)$$

Ở đây E_{1n}, E_{2n} là thành phần pháp tuyến của vectơ cường độ điện trường trong hai môi trường 1 và 2 ở sát mặt giới hạn.

Rõ ràng trong trường hợp này các thành phần pháp tuyến của vectơ điện cảm là liên tục khi qua mặt giới hạn ; còn thành phần pháp tuyến của vectơ cường độ điện trường lại gián đoạn tỉ lệ nghịch với độ điện thẩm của môi trường khi qua mặt giới hạn. Các biểu thức (1.8.1) và (1.8.2) là điều kiện bờ đối với thành phần pháp tuyến của vectơ điện trường.

1.8.2. Đối với thành phần tiếp tuyến của điện trường

Trên mặt giới hạn phân cách S ta chọn một điểm N tùy ý với vectơ đơn vị pháp tuyến $\vec{n}_o$. Ta dựng một mặt phẳng P qua N chứa vectơ $\vec{n}_o$. Mặt phẳng này sẽ vuông góc với diện tích nguyên tố của N trên mặt giới hạn S (hình 1.14).



Hình 1.14

Trong mặt phẳng P ta dựng một chu vi chữ nhật ABCD đủ nhỏ bao điểm N nằm ở trong hai môi trường có chiều dài Δl chiều cao Δh . Tại N ta dựng hai vectơ đơn vị : $\vec{t}_o$ tiếp tuyến với mặt S, $\vec{l}_o$ pháp tuyến với diện tích chu vi

ABCD. Ba vectơ đơn vị $\vec{n}_o, \vec{t}_o, \vec{l}_o$ lập thành 1 tam diện thuận có đỉnh tại N. Chiều đi dọc chu vi ABCD chọn ngược chiều kim đồng hồ khi nhìn từ cuối vectơ đơn vị $\vec{l}_o$. Chu vi ABCD chọn đủ nhỏ để cho các thành phần của trường trên mỗi nửa chu vi nằm trong hai môi trường coi như không đổi.

Áp dụng phương trình Macxoen dạng tích phân (1.7.4) cho chu vi chữ nhật ABCD hình 1.14 ta nhận được :

$$(\vec{E}_1 - \vec{E}_2)\vec{t}_o \Delta l + L_{BC,DA} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \vec{l}_o \Delta l \Delta h$$

Ở đây $L_{BC,DA}$ là lưu thông của vectơ cường độ điện trường $\vec{E}$ dọc theo hai đoạn BC và DA của chu vi chữ nhật. Vì $\vec{E}$ và $\vec{B}$ có giá trị hữu hạn trong chu vi chữ nhật,

nên khi ta ép chu vi này dọc theo chiều cao để cho chiều cao $\Delta h \rightarrow 0$ thì lưu thông $L_{BC,DA} \rightarrow 0$ và vế phải $\frac{\partial B}{\partial t} \Delta l \Delta h \rightarrow 0$. Cuối cùng ta có kết quả :

$$E_{1r} - E_{2r} = 0 \quad (1.8.3)$$

hay :

$$\frac{D_{1r}}{D_{2r}} = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} \quad (1.8.4)$$

Ở đây D_{1r} , D_{2r} , E_{1r} , E_{2r} là các thành phần tiếp tuyến của vectơ điện cảm và cường độ điện trường trong hai môi trường ở sát mặt giới hạn phân cách S.

Các biểu thức (1.8.3) và (1.8.4) là điều kiện bờ đối với các thành phần tiếp tuyến của vectơ điện trường. Chúng chỉ ra rằng thành phần tiếp tuyến của vectơ cường độ điện trường là liên tục, còn thành phần tiếp tuyến của vectơ điện cảm là gián đoạn khi đi qua mặt giới hạn phân cách.

1.8.3. Đối với thành phần pháp tuyến của vectơ từ trường

Chúng ta tiến hành các bước đối với thành phần pháp tuyến của vectơ từ trường tương tự như đã làm với điện trường. Áp dụng phương trình Macxoen dạng tích phân (1.7.7) cho hình trụ (hình 1.13) và xét trường hợp giới hạn $\Delta h \rightarrow 0$ ta nhận được kết quả :

$$(\vec{B}_1 - \vec{B}_2) \cdot \vec{n}_0 = B_{1n} - B_{2n} = 0 \quad (1.8.5)$$

hay
$$\frac{H_{1n}}{H_{2n}} = \frac{\mu_2}{\mu_1} \quad (1.8.6)$$

Ở đây B_{1n} , B_{2n} , H_{1n} , H_{2n} là các thành phần pháp tuyến của vectơ từ cảm và cường độ từ trường trong hai môi trường ở sát mặt giới hạn phân cách. Các biểu thức (1.8.5), (1.8.6) là điều kiện bờ đối với các thành phần pháp tuyến của vectơ từ trường. Chúng chỉ ra rằng : các thành phần pháp tuyến của vectơ từ cảm là liên tục, trong khi đó các thành phần pháp tuyến của vectơ cường độ từ trường lại gián đoạn khi đi qua mặt giới hạn phân cách.

1.8.4. Đối với thành phần tiếp tuyến của vectơ từ trường

Chúng ta cũng tiến hành các bước đối với thành phần tiếp tuyến của vectơ từ trường tương tự như đã làm đối với vectơ điện trường. Áp dụng phương trình Macxoen dạng tích phân (1.7.1) đối với chu vi chữ nhật ABCD (hình 1.14) ta nhận được :

$$(\vec{H}_1 - \vec{H}_2) \cdot \vec{r}_0 \Delta l + L'_{BC,DA} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \cdot \vec{l}_0 \Delta l \Delta h + I_0 J \Delta l \Delta h \quad (1.8.7)$$

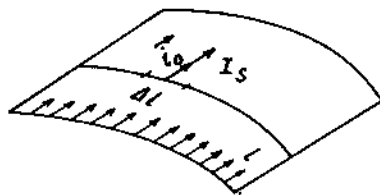
Ở đây $L'_{BC,DA}$ là lưu thông của vectơ cường độ từ trường dọc theo hai đoạn BC và DA của chu vi chữ nhật. Nếu ép chu vi chữ nhật dọc theo chiều cao để cho $\Delta h \rightarrow 0$ thì do $\vec{H}$ và $\vec{D}$ có giá trị hữu hạn trong chu vi chữ nhật nên ta nhận được :

$$L'_{BC,DA} \rightarrow 0, \quad \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \Delta l \Delta h \rightarrow 0$$

Trong trường hợp trên mặt S có dòng điện mặt chảy, người ta đưa vào khái niệm mật độ dòng điện mặt I_s (A/m) được xác định theo biểu thức :

$$\lim_{\Delta l \rightarrow 0} \frac{\Delta I_s}{\Delta l} \vec{i}_o = \vec{i}_o I_s \quad (1.8.8)$$

Ở đây $\vec{i}_o$ là vectơ đơn vị chỉ chiều chảy của dòng điện mặt, ΔI_s là độ lớn của dòng điện mặt chảy trên một lớp mỏng vô hạn của mặt giới hạn phân cách S ngang qua độ rộng Δl đặt vuông góc với chiều chảy của dòng điện (hình 1.15).



Hình 1.15

Chúng ta lưu ý đừng nhầm mật độ dòng điện mặt ở mục này I_s với mật độ dòng điện dẫn J đã nêu ra ở mục 1.2. Theo định nghĩa của mật độ dòng điện mặt (1.8.8) ta nhận được giá trị của số hạng thứ hai ở vế phải của biểu thức (1.8.7) dạng sau :

$$\lim_{\Delta h \rightarrow 0} \vec{i}_o J \Delta l \Delta h = \vec{i}_o I_s \Delta l \quad (1.8.9)$$

Từ (1.8.8) và (1.8.9) khi xét trường hợp giới hạn : cho chiều cao của chu vi chữ nhật $\Delta h \rightarrow 0$ biểu thức (1.8.7) cho kết quả :

$$(\vec{H}_1 - \vec{H}_2) \vec{t}_o = H_{1r} - H_{2r} = I_s \quad (1.8.10)$$

Khi trên mặt giới hạn phân cách S không tồn tại dòng điện mặt $I_s = 0$ thì biểu thức (1.8.10) có dạng đơn giản là :

$$H_{1r} - H_{2r} = 0$$

hay

$$\frac{B_{1r}}{B_{2r}} = \frac{\mu_1}{\mu_2} \quad (1.8.11)$$

Các biểu thức (1.8.10) và (1.8.11) là điều kiện bờ đối với các thành phần tiếp tuyến của vectơ từ trường. Chúng chỉ ra rằng : thành phần tiếp tuyến của vectơ cường độ từ trường sẽ gián đoạn nếu trên mặt phân cách có dòng điện mặt, và là liên tục khi không có dòng điện mặt. Trong khi đó các thành phần tiếp tuyến của vectơ từ cảm là gián đoạn khi qua mặt giới hạn phân cách S.

Vì dòng điện mặt chảy luôn vuông góc với vectơ cường độ từ trường trên mặt giới hạn phân cách S nên điều kiện bờ (1.8.10) có thể viết dưới dạng vectơ sau :

$$[\vec{n}_o \times (\vec{H}_1 - \vec{H}_2)] = \vec{i}_o I_s \quad (1.8.12)$$

Ở đây $\vec{n}_o$ là vectơ đơn vị pháp tuyến với mặt giới hạn phân cách S.

1.8.5. Trường hợp riêng đặc biệt

Chúng ta xét một trường hợp riêng đặc biệt rất quan trọng hay được sử dụng trong lý thuyết và trong thực tiễn là : môi trường thứ nhất là điện môi, môi trường thứ hai là vật dẫn điện lý tưởng có $\sigma_2 = \infty$. Trong vật dẫn điện lý tưởng, trường điện từ không tồn tại, các vectơ cường độ trường $\vec{E}_2 = \vec{H}_2 = 0$. Thật vậy nếu trong vật dẫn điện lý tưởng có tồn tại trường điện từ $\vec{E}_2, \vec{H}_2 \neq 0$ thì dưới tác dụng của trường các điện tích tự do trong vật dẫn sẽ dịch chuyển tạo ra sự phân bố lại điện tích trên

bề mặt của nó cho đến lúc trường phụ do chúng tạo ra triệt tiêu trường ban đầu và kết quả là trường điện từ tổng hợp trong vật dẫn điện lý tưởng bằng không. Trên bề mặt vật dẫn điện lý tưởng dòng điện mặt và điện tích mặt tồn tại trong một lớp mỏng vô hạn với mật độ ρ_s và I_s . Từ các biểu thức (1.8.1), (1.8.3), (1.8.5), (1.8.10) và (1.8.12) ta nhận được điều kiện bờ cho trường hợp riêng đặc biệt này như sau :

$$\begin{aligned} E_{ln} &= \frac{\rho_s}{\epsilon_1} & H_{ln} &= 0 \\ E_{lr} &= 0 & H_{lr} &= I_s \\ & & [\vec{n}_o \times \vec{H}_l] &= \vec{i}_o I_s \end{aligned} \quad (1.8.13)$$

Biểu thức (1.8.13) chỉ ra rằng : trường điện từ trong điện môi sát mặt vật dẫn điện lý tưởng chỉ có thành phần pháp tuyến của vectơ cường độ điện trường và thành phần tiếp tuyến của vectơ cường độ từ trường.

1.9. NĂNG LƯỢNG TRƯỜNG ĐIỆN TỪ - ĐỊNH LÝ UMOP PÔNTINH

1.9.1. Năng lượng của trường điện từ

Trường điện từ là một dạng đặc biệt của vật chất. Nó mang năng lượng và cũng như các dạng năng lượng khác năng lượng trường điện từ tuân theo định luật bảo toàn. Năng lượng của trường điện từ ký hiệu là W bao gồm năng lượng điện (điện năng) và năng lượng từ (từ năng) phân bố trong không gian thể tích V theo biểu thức :

$$W = W_e + W_M = \int_V \left(\frac{\epsilon \vec{E}^2}{2} + \frac{\mu \vec{H}^2}{2} \right) dV = \int_V (w_e + w_M) dV \quad (1.9.1)$$

$$\text{Ở đây : } W_e = \frac{1}{2} \int_V \epsilon \vec{E}^2 dV = \int_V w_e dV \quad (1.9.2)$$

$$W_M = \frac{1}{2} \int_V \mu \vec{H}^2 dV = \int_V w_M dV \quad (1.9.3)$$

là điện năng và từ năng trong thể tích V và

$$w_e = \frac{1}{2} \epsilon \vec{E}^2 \quad (1.9.4)$$

$$w_M = \frac{1}{2} \mu \vec{H}^2 \quad (1.9.5)$$

là mật độ khối điện năng và mật độ khối từ năng.

Năng lượng của trường điện từ có thể biến từ dạng điện sang dạng từ và ngược lại hoặc biến sang các dạng năng lượng khác và dịch chuyển trong không gian. Hệ thức toán học mô tả sự cân bằng năng lượng của trường điện từ trong một vùng không gian gọi là định lý Umop Pôntinh.

1.9.2. Định lý Umop - Pôntinh

Ta viết hai phương trình Macxoen thứ nhất và thứ hai dạng vi phân của hệ (1.7.14)

$$\text{rot} \vec{H} = \vec{J} + \vec{J}_e + \epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (1)$$

$$\text{rot} \vec{E} = -\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \quad (2)$$

Bằng cách nhân vô hướng hai vế của phương trình (1) với vectơ $\vec{E}$ và phương trình (2) với vectơ $\vec{H}$ rồi lập hiệu giữa chúng, ta được :

$$\vec{H} \text{rot} \vec{E} - \vec{E} \text{rot} \vec{H} = -\varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} - \mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} - \vec{J} \vec{E} - \vec{J}_c \vec{E}$$

Áp dụng hằng đẳng thức vectơ (*) (phụ lục P.2) cho 2 vectơ bất kỳ $\vec{A}$ và $\vec{B}$ dạng :

$$\vec{B} \text{rot} \vec{A} - \vec{A} \text{rot} \vec{B} = \text{div}[\vec{A} \times \vec{B}] \quad (*)$$

cho vế trái và biểu thức của năng lượng điện từ cho vế phải, biểu thức trên được viết dưới dạng sau :

$$\begin{aligned} \text{div}[\vec{E} \times \vec{H}] &= -\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\varepsilon E^2}{2} + \frac{\mu H^2}{2} \right) - \vec{J} \vec{E} - \vec{J}_c \vec{E} \\ &= -\frac{\partial}{\partial t} (w_e + w_M) - \vec{J} \vec{E} - \vec{J}_c \vec{E} \end{aligned} \quad (1.9.6)$$

Chúng ta lấy tích phân hai vế của biểu thức (1.9.6) theo thể tích V tùy ý bị bao bởi mặt kín S và áp dụng định lý Ôstrôgratski - Gauss (phụ lục P. 2) cho vế trái được :

$$\oint_S [\vec{E} \times \vec{H}] d\vec{S} = -\frac{d}{dt} \int_V (w_e + w_M) dV - \int_V \vec{J} \vec{E} dV - \int_V \vec{J}_c \vec{E} dV \quad (1.9.7)$$

Số hạng đầu ở vế phải của biểu thức (1.9.7) theo (1.9.1) là tốc độ biến đổi năng lượng của trường điện từ $\frac{dW}{dt}$ trong thể tích V (ở đây đạo hàm riêng theo t được thay bằng đạo hàm toàn phần theo t vì thể tích V đứng yên). Số hạng thứ hai của vế phải (1.9.7) là công suất tiêu hao nhiệt của trường điện từ do dòng dẫn $\vec{J}$ gây ra trong thể tích V :

$$P_1 = \int_V \vec{J} \vec{E} dV = \int_V \sigma E^2 dV \quad (1.9.8)$$

Số hạng cuối cùng của vế phải (1.9.7) được gọi là công suất của nguồn ngoài trong thể tích V và ký hiệu là P_{ng} :

$$P_{ng} = \int_V \vec{J}_c \vec{E} dV \quad (1.9.9)$$

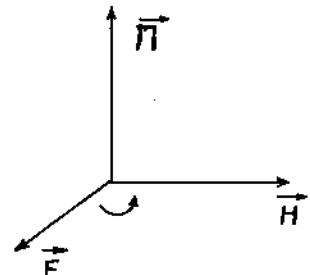
Như vậy vế trái của (1.9.7) phải có thứ nguyên là công suất, biểu thức dưới dấu tích phân mặt biểu thị mật độ công suất hay dòng công suất của trường điện từ. Người ta đưa vào vectơ Pônting $\vec{\Pi}$ được xác định theo biểu thức

$$\vec{\Pi} = [\vec{E} \times \vec{H}] \left(\frac{W}{m^2} \right) \quad (1.9.10)$$

Vectơ $\vec{\Pi}$ vuông góc với các vectơ cường độ trường $\vec{E}$ và $\vec{H}$ có hướng xác định theo tam diện thuận giữa 3 vectơ $\vec{E}$, $\vec{H}$ và $\vec{\Pi}$ (hình 1.16).

Từ các biểu thức (1.9.8), (1.9.9) và (1.9.10) biểu thức (1.9.7) được viết dưới dạng gọn sau :

$$\oint_S \vec{\Pi} d\vec{S} = -\frac{dW}{dt} - P_1 - P_{ng} \quad (1.9.11)$$



Hình 1.16

Biểu thức (1.9.11) gọi là định lý Umôp Pôntinh mô tả sự cân bằng năng lượng của trường điện từ trong thể tích V (nhà vật lý Nga Umôp xây dựng được biểu thức cân bằng năng lượng chung cho các vật thể năm 1874 và nhà Vật lý Anh Pôntinh áp dụng cho năng lượng của trường điện từ năm 1884). Nội dung của định lý phát biểu như sau : tổng các tốc độ biến đổi năng lượng trường điện từ, công suất tổn hao nhiệt và công suất của nguồn ngoài trong thể tích V bất kỳ bằng thông lượng của vectơ Pôntinh qua mặt kín S bao thể tích đó.

Đến đây ta thấy vectơ Pôntinh $\vec{\Pi}$ biểu thị sự dịch chuyển năng lượng của trường điện từ qua 1 đơn vị diện tích mặt kín S trong 1 đơn vị thời gian.

Giả sử như trong thể tích V không tồn tại nguồn ngoài $\vec{J}_e = 0$, nếu năng lượng điện từ trong nó giảm thì ngoài nguyên nhân do tổn hao nhiệt còn do năng lượng điện từ chảy ra ngoài mặt kín S bao thể tích V. Ngược lại khi năng lượng điện từ chảy từ ngoài qua mặt kín S vào trong thể tích V sẽ làm cho năng lượng điện từ trong nó tăng mặc dù có tiêu hao nhiệt. Như vậy năng lượng của trường điện từ dịch chuyển trong không gian dưới dạng dòng công suất là vectơ Pôntinh $\vec{\Pi}$ với vận tốc gọi là vận tốc truyền năng lượng $\vec{v}_{nl}$. Chúng ta hãy tìm biểu thức liên hệ giữa $\vec{v}_{nl}$ và $\vec{\Pi}$. Năng lượng trường điện từ dịch chuyển qua diện tích ΔS trong khoảng thời gian Δt theo định nghĩa của vectơ Pôntinh được tính như sau :

$$\Delta W = \vec{\Pi} \Delta \vec{S} \Delta t$$

Mật khác năng lượng điện từ ΔW này bằng năng lượng điện từ có mật độ khối w chứa trong thể tích hình trụ có đáy ΔS với chiều dài $v_{nl} \Delta t$. Do đó ta có đẳng thức :

$$\Delta W = \vec{\Pi} \Delta \vec{S} \Delta t = \vec{v}_{nl} \Delta \vec{S} w \Delta t$$

$$\text{Suy ra :} \quad \vec{v}_{nl} = \frac{\vec{\Pi}}{w} \quad (1.9.12)$$

Vì chiều của $\vec{\Pi}$ chính là chiều của $\vec{v}_{nl}$ nên ta có :

$$v_{nl} = \frac{\Pi}{w} \quad (1.9.13)$$

1.9.3. Biểu diễn phức các đại lượng trung bình

Đối với trường điện từ điều hòa, các đại lượng cơ bản tính trung bình trong 1 chu kỳ dao động T của trường có ý nghĩa thiết thực. Vì vậy ta tìm cách biểu diễn phức một số đại lượng trung bình bậc hai của trường quan trọng như : $\vec{H}_{tb}$, W_{etb} , W_{mtb} , P_{utb} , P_{ngtb} . Ta có thể viết các đại lượng thực của trường qua các đại lượng phức và liên hợp phức của nó như sau :

$$\vec{E} = \text{re} \vec{E} = \frac{1}{2} (\vec{E} + \vec{E}^*)$$

$$\vec{H} = \text{re} \vec{H} = \frac{1}{2} (\vec{H} + \vec{H}^*)$$

Ở đây dấu (*) chỉ đại lượng lấy liên hợp phức. Vectơ Pôntinh có thể biểu diễn qua đại lượng phức như sau :

$$\vec{\Pi} = [\text{re} \vec{E} \times \text{re} \vec{H}] = \frac{1}{4} [(\vec{E} + \vec{E}^*) \times (\vec{H} + \vec{H}^*)] =$$

$$= \frac{1}{4} \{ [\vec{E}_m \times \vec{H}_m] e^{2i\omega t} + [\vec{E}_m^* \times \vec{H}_m^*] e^{-2i\omega t} + [\vec{E}_m \times \vec{H}_m^*] + [\vec{E}_m^* \times \vec{H}_m] \}$$

Theo định nghĩa về đại lượng trung bình trong một chu kỳ T của trường ta có :

$$\vec{\Pi}_{tb} = \frac{1}{T} \int_0^T \vec{\Pi} dt = \frac{1}{4T} \int_0^T \{ (\vec{E}_m \times \vec{H}_m) e^{2i\omega t} + [\vec{E}_m^* \times \vec{H}_m^*] e^{-2i\omega t} + [\vec{E}_m \times \vec{H}_m^*] + [\vec{E}_m^* \times \vec{H}_m] \} dt$$

ở đây

$$T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega}$$

Ta nhận thấy 2 số hạng đầu của tích phân trên có thừa số thời gian dạng hàm mũ với tần số 2ω nên tích phân theo cả chu kỳ T sẽ bằng không ; còn 2 số hạng sau chỉ là hàm của tọa độ không phụ thuộc thời gian nên kết quả tích phân trên cho dạng :

$$\begin{aligned} \vec{\Pi}_{tb} &= \frac{1}{4} \{ [\vec{E}_m \times \vec{H}_m^*] + [\vec{E}_m^* \times \vec{H}_m] \} = \frac{1}{2} \left\{ \frac{[\vec{E}_m \times \vec{H}_m^*]}{2} + \frac{[\vec{E}_m^* \times \vec{H}_m]}{2} \right\} \\ &= \frac{1}{2} \text{re} [\vec{E}_m \times \vec{H}_m^*] = \frac{1}{2} \text{re} [\vec{E} \times \vec{H}^*] \end{aligned} \quad (1.9.14)$$

Người ta đưa vào vectơ Pôntinh phức xác định bởi biểu thức :

$$\vec{\Pi} = \frac{1}{2} [\vec{E} \times \vec{H}^*] \quad (1.9.15)$$

Từ (1.9.14) và (1.9.15) suy ra :

$$\vec{\Pi}_{tb} = \text{re} \vec{\Pi} \quad (1.9.16)$$

Bằng cách tính tương tự từ các biểu thức (1.9.2), (1.9.3), (1.9.8) và (1.9.9) ta biểu diễn phức các đại lượng trung bình khác như sau :

$$W_{etb} = \frac{1}{4} \int_V \epsilon |\vec{E}|^2 dV \quad (1.9.17)$$

$$W_{mtb} = \frac{1}{4} \int_V \mu |\vec{H}|^2 dV \quad (1.9.18)$$

$$P_{ttb} = \frac{1}{2} \text{re} \int_V \vec{J} \vec{E}^* dV = \frac{1}{2} \int_V \sigma |\vec{E}|^2 dV \quad (1.9.19)$$

$$P_{ngtb} = \frac{1}{2} \text{re} \int_V \vec{J}_e \vec{E}^* dV \quad (1.9.20)$$

Từ các biểu thức biểu diễn phức các đại lượng trung bình ta tìm dạng phức của định lý Umôp Pôntinh

1.9.4. Định lý Umôp Pôntinh cho trường điều hòa

Ta cũng tiến hành tương tự như ở mục 1.9.2, với hai phương trình thứ nhất và thứ hai của hệ (1.7.21) dạng vi phân :

$$\text{rot} \vec{H}_m = i\omega\epsilon \vec{E}_m + \sigma \vec{E}_m + \vec{J}_{em} \quad (1)$$

$$\text{rot} \vec{E}_m = -i\omega\mu \vec{H}_m \quad (2)$$

Chúng ta lấy liên hợp phức 2 vế của phương trình (1) và nhân vô hướng của nó với vectơ $\vec{E}_m^*$, nhân 2 vế của phương trình (2) với vectơ $\vec{H}_m^*$ rồi lập hiệu giữa kết quả sau và kết quả đầu cho biểu thức :

$$\vec{H}_m^* \text{rot} \vec{E}_m - \vec{E}_m \text{rot} \vec{H}_m^* = i\omega\epsilon \vec{E}_m^* \vec{E}_m - i\omega\mu \vec{H}_m^* \vec{H}_m - \sigma \vec{E}_m^* \vec{E}_m - \vec{J}_{em}^* \vec{E}_m$$

vì

$$\begin{aligned}\vec{E}_m \vec{E}_m^* &= |\vec{E}_m|^2 = |\vec{E}|^2, \quad \vec{H}_m \vec{H}_m^* = |\vec{H}_m|^2 = |\vec{H}|^2 \\ [\vec{E}_m \times \vec{H}_m^*] &= [\vec{E} \times \vec{H}^*], \quad \vec{J}_{em}^* \vec{E}_m = \vec{J}_e^* \vec{E}\end{aligned}$$

Và áp dụng hằng đẳng thức vectơ (*) cho vế trái của đẳng thức trên ta nhận được kết quả :

$$\text{div}[\vec{E} \times \vec{H}^*] = i\omega(\epsilon|\vec{E}|^2 - \mu|\vec{H}|^2) - \sigma|\vec{E}|^2 - \vec{J}_e^* \vec{E}$$

Lấy tích phân 2 vế theo thể tích V tùy ý bao bởi mặt kín S cho hệ thức trên và áp dụng định lý Ostrogratski - Gauss cho vế trái và biểu thức (1.9.15) ta được :

$$\oint_S \vec{E} \times \vec{H}^* d\vec{S} = \frac{1}{2} i\omega \int_V (\epsilon|\vec{E}|^2 - \mu|\vec{H}|^2) dV - \frac{1}{2} \int_V \sigma |\vec{E}|^2 dV - \frac{1}{2} \int_V \vec{J}_e^* \vec{E} dV \quad (1.9.21)$$

Biểu thức (1.9.21) là định lý Umôp Pôntinh đối với trường điều hòa. Nó cho 2 dạng của phần thực và phần ảo sau.

- Từ các biểu thức (1.9.16), (1.9.19), (1.9.20) và (1.9.21) ta nhận được phần thực của định lý Umôp Pôntinh cho trường điều hòa sau :

$$\oint_S \vec{H}_{tb} d\vec{S} = -P_{ttb} - P_{ngtb} \quad (1.9.22)$$

- Từ các biểu thức (1.9.17), (1.9.18) ta có phần ảo của (1.9.21) là :

$$I_m \oint_S \vec{H} d\vec{S} = 2\omega(W_{etb} - W_{Mtb}) - \frac{1}{2} I_m \int_V \vec{J}_e^* \vec{E} dV \quad (1.9.23)$$

Ở đây ký hiệu I_m chỉ phần ảo của đại lượng phức

1.10. ĐỊNH LÝ NGHIỆM DUY NHẤT

Để tìm trường điện từ trong vùng không gian nào đó của nguồn đã cho chúng ta phải giải hệ phương trình Macxoen. Về mặt toán học người ta có nhiều phương pháp khác nhau để tìm nghiệm của hệ này và có thể nhận được các dạng nghiệm khác nhau. Một vấn đề đặt ra là với những điều kiện nào của trường điện từ thì nghiệm của hệ phương trình Macxoen nhận được là duy nhất. Vấn đề trên được giải đáp bởi định lý nghiệm duy nhất của hệ phương trình Macxoen.

1.10.1. Phát biểu định lý nghiệm duy nhất

Hệ phương trình Macxoen có nghiệm duy nhất khi trường điện từ thỏa mãn 2 điều kiện sau :

1. Biết các vectơ cường độ điện trường và từ trường tại thời điểm ban đầu $t_0 = 0$ ở bất kỳ điểm nào trong vùng không gian khảo sát (gọi là điều kiện ban đầu) :

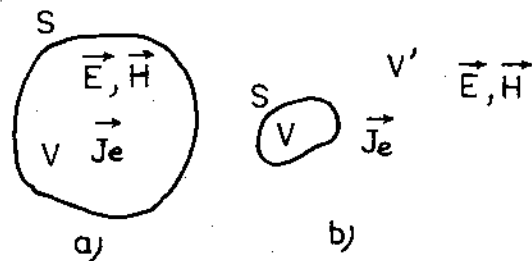
$$\begin{aligned}\vec{E}_0 &= \vec{E}(x, y, z, 0) \quad \text{khi } t_0 = 0 \\ \vec{H}_0 &= \vec{H}(x, y, z, 0)\end{aligned} \quad (1.10.1)$$

2. Biết thành phần tiếp tuyến của vectơ cường độ điện trường hoặc thành phần tiếp tuyến của vectơ cường độ từ trường trên mặt giới hạn S bao miền không gian khảo sát trong khoảng thời gian $\infty > t > 0$ (gọi là điều kiện bờ)

$$E = E_r|_S \text{ hoặc } H = H_r|_S \text{ với } \infty > t > 0 \quad (1.10.2)$$

Chú ý rằng : nếu mặt S là giới hạn ngoài vùng không gian V ta có bài toán trong (hình 1.17a), còn nếu mặt S là giới hạn trong vùng không gian V' ta có bài toán ngoài (hình 1.17b). Trong vùng V và V' có thể có nguồn ngoài của trường $\vec{J}_e$.

Chúng ta hãy chứng minh định lý nghiệm duy nhất đối với bài toán trong và bài toán ngoài.



Hình 1.17

1.10.2. Đối với bài toán trong

Chúng ta chứng minh bằng phương pháp phản chứng như sau. Giả sử rằng trong vùng V tồn tại hai nghiệm khác nhau của hệ phương trình Macxoen là $\vec{E}_1, \vec{H}_1$ và $\vec{E}_2, \vec{H}_2$ cùng thỏa mãn 2 điều kiện (1.10.1) và (1.10.2) của định lý. Ta lập nghiệm hiệu dạng :

$$\vec{E}' = \vec{E}_1 - \vec{E}_2 \text{ và } \vec{H}' = \vec{H}_1 - \vec{H}_2 \quad (1.10.3)$$

Hệ phương trình Macxoen là tuyến tính nên nghiệm hiệu $\vec{E}', \vec{H}'$ theo (1.10.3) cũng là nghiệm của hệ phương trình này, điều kiện ban đầu và bờ đối với nghiệm hiệu theo (1.10.1), (1.10.2) và (1.10.3) có dạng :

$$\begin{aligned} \vec{E}'_0 = 0, \vec{H}'_0 = 0 & \quad \text{khi } t_0 = 0 \\ \vec{E}'_{\tau|S} = 0 \text{ hoặc } \vec{H}'_{\tau|S} = 0 & \quad \infty > t > 0 \end{aligned} \quad (1.10.4)$$

Vì nguồn ngoài là chung cho cả 2 nghiệm, nên đối với nghiệm hiệu chúng bằng không, ta có :

$$\vec{J}'_e = P'_{ng} = 0 \quad (1.10.5)$$

Từ (1.10.4) ta có :
$$\oint_S [\vec{E}' \times \vec{H}'] d\vec{S} = 0 \quad (1.10.6)$$

Định lý Umôp Pôntinh (1.9.11) áp dụng cho nghiệm hiệu trong vùng V bao bởi mặt S với các biểu thức (1.10.5) và (1.10.6) có dạng :

$$\frac{dW'}{dt} = -P'_t = -\int_V \sigma \vec{E}'^2 dV \quad (1.10.7)$$

Nếu môi trường khảo sát trường có độ dẫn $\sigma \neq 0$ cho dù rất nhỏ, thì vế phải của (1.10.7) biểu thị công suất tổn hao của nghiệm hiệu chỉ có thể dương hoặc bằng không $P'_t \geq 0$. Ta suy ra $\frac{dW'}{dt} \leq 0$, nghĩa là năng lượng của nghiệm hiệu chỉ có thể giảm hoặc giữ nguyên không đổi như ban đầu. Hơn nữa từ (1.10.4) và biểu thức của W' :

$$W' = \frac{1}{2} \int_V (\epsilon \vec{E}'^2 + \mu \vec{H}'^2) dV$$

ta suy ra $W' = 0$ và $\vec{E}' = \vec{H}' = 0$

Tức là hai nghiệm trùng nhau : $\vec{E}_1 = \vec{E}_2, \vec{H}_1 = \vec{H}_2$, nghiệm của hệ phương trình Macxoen là duy nhất.

Nếu môi trường có độ dẫn điện $\sigma = 0$, thì vế phải của (1.10.7) bằng 0 ngay cả khi $\vec{E}' \neq 0$ và ta có $\frac{dW'}{dt} = 0$. Nghĩa là năng lượng của nghiệm hiệu W' là hằng số. Trường hợp này xảy ra hai khả năng :

Thứ nhất là năng lượng nghiệm hiệu là hằng số khác không trong cả chu kỳ dao động của trường ứng với trạng thái dao động tự do tồn tại trong hộp cộng hưởng kín V ứng với các tần số cộng hưởng riêng gián đoạn. Trường hợp này hệ phương trình Macxoen có nghiệm không duy nhất. Thứ hai là ở các tần số khác với tần số cộng hưởng riêng, năng lượng W' của nghiệm hiệu là hằng số bằng 0, suy ra $\vec{E}' = \vec{H}' = 0$ tức lại có $\vec{E}_1 = \vec{E}_2$, $\vec{H}_1 = \vec{H}_2$, hệ phương trình Macxoen có nghiệm duy nhất.

1.10.3. Đối với bài toán ngoài

Đối với bài toán ngoài việc chứng minh định lý nghiệm duy nhất cũng tiến hành tương tự như ở mục 1.10.2. Ta coi vùng không gian ngoài V' được giới hạn trong bởi mặt S và bao bên ngoài bởi mặt cầu S' có bán kính r_∞ lớn vô hạn (hình 1.18) có tâm nằm trong V .

Áp dụng định lý Umôp Pôntinh (1.9.11) cho nghiệm hiệu đối với vùng ngoài V' và 2 mặt S và S' ta nhận được :

$$\oint_S [\vec{E}' \times \vec{H}'] d\vec{S} + \oint_{S'} [\vec{E}' \times \vec{H}'] d\vec{S} = -\frac{dW'}{dt} - P_i' \quad (1.10.8)$$

Theo điều kiện bờ (1.10.4) thì tích phân trên mặt S bằng không, giống như đối với bài toán trong. Chúng ta cần chứng minh để cho tích phân trên mặt cầu S' tiến tới không khi bán kính $r_\infty \rightarrow \infty$. Ở đây chúng ta bổ sung hai điều kiện phụ cho bài toán là :

1. Các nguồn ngoài của trường đặt cách gốc tọa độ một khoảng hữu hạn.
2. Trong môi trường có độ dẫn $\sigma \neq 0$ dù là rất nhỏ cường độ trường suy giảm theo khoảng cách nhanh hơn $\frac{1}{r}$.

Trong trường hợp này ta có đánh giá sau cho các trường của nghiệm hiệu :

$$|\vec{E}'| < \frac{M}{r^{1+p}}, \quad |\vec{H}'| < \frac{M}{r^{1+p}} \quad (1.10.9)$$

và

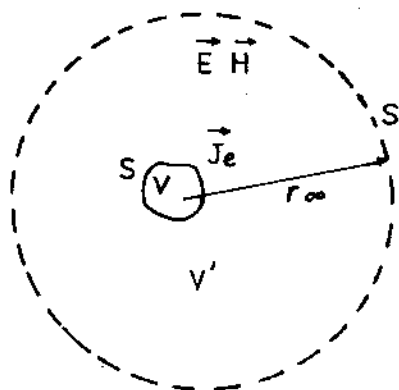
$$\oint_{S'} [\vec{E}' \times \vec{H}'] d\vec{S} < \frac{M^2}{r^{2+2p}} \cdot 4\pi r^2 = 4\pi \frac{M^2}{r^{2p}} \rightarrow 0 \text{ khi } r \rightarrow \infty$$

Ở đây M là một số hữu hạn $p > 0$.

Như vậy ta suy ra được :

$$\oint_{S'} [\vec{E}' \times \vec{H}'] d\vec{S} \rightarrow 0 \quad (1.10.10)$$

$r_\infty \rightarrow \infty$



Hình 1.18

Bây giờ vẽ trái của (1.10.8) bằng không, và dạng của nó giống như đối với trường hợp của bài toán trong (1.10.7) và ta không lập lại các bước chứng minh định lý ở đây. Trong trường hợp môi trường trong vùng V' có độ dẫn $\sigma = 0$ thì các vectơ cường độ trường suy giảm theo khoảng cách theo quy luật $\frac{1}{r}$ và chúng ta không sử dụng được các đánh giá (1.10.9) để tính tích phân trên mặt cầu S' như trước, nhưng do nguồn của trường đặt cách gốc tọa độ một khoảng hữu hạn nên trường được tạo ra có dạng sóng cầu từ nguồn tỏa ra vô cùng mà không phải là sóng cầu phản xạ từ vô cùng về lại nguồn. Sóng cầu phản kỳ này là nghiệm của phương trình sóng và thỏa mãn điều kiện bức xạ tại vô cùng dạng sau :

$$\begin{aligned} \lim_{r \rightarrow \infty} \left(\frac{\partial \vec{E}}{\partial r} + ik\vec{E} \right) &= 0 \\ \lim_{r \rightarrow \infty} \left(\frac{\partial \vec{H}}{\partial r} + ik\vec{H} \right) &= 0 \end{aligned} \quad (1.10.11)$$

Ở đây $k = \omega\sqrt{\epsilon\mu}$ là số sóng.

Do vậy với bài toán ngoài trong trường hợp này trường điện từ phải thỏa mãn thêm điều kiện bức xạ tại vô cùng (1.10.11). Khi đó tích phân của trường nghiệm hiệu theo mặt cầu S' bán kính $r_\infty \rightarrow \infty$ sẽ bằng không, định lý duy nhất nghiệm trong trường hợp này vẫn đúng. Cần chú ý rằng : khi bổ sung điều kiện bức xạ tại vô cùng cho trường ở vùng không gian rộng vô hạn V' chúng ta chỉ chọn một nghiệm của phương trình Macxoen là sóng cầu phản kỳ đi từ nguồn ra xa vô hạn và đã loại bỏ nghiệm khác là sóng cầu phản xạ từ vô cùng về nguồn vì nó không thỏa mãn điều kiện bức xạ tại vô cùng. Do vậy tính duy nhất nghiệm của hệ phương trình Macxoen được bảo đảm.

Định lý nghiệm duy nhất có ý nghĩa quan trọng trong lý thuyết và thực tiễn. Bằng một cách nào đó chúng ta nhận được nghiệm của hệ phương trình Macxoen, nếu nó thỏa mãn các điều kiện của định lý nghiệm duy nhất thì nghiệm nhận được là duy nhất.

1.11. NGUYÊN LÝ TƯƠNG HỒ

Nguyên lý tương hỗ phản ánh mối quan hệ tương hỗ giữa trường điện từ và các nguồn tạo ra nó tại hai điểm khác nhau trong không gian môi trường vật chất. Nó có vai trò rất quan trọng trong lý thuyết anten. Để dẫn ra biểu thức của nguyên lý tương hỗ chúng ta xét một bộ đề quan trọng gọi là bộ đề Loren.

1.11.1. Bộ đề Loren

Để cho đơn giản các biểu thức, chúng ta xét với trường điện từ và nguồn biến thiên điều hòa theo thời gian với tần số ω . Giả sử trong môi trường đồng nhất và đẳng hướng có các tham số ϵ, μ, σ tại điểm 1 tồn tại các nguồn điện và từ với mật độ $\vec{J}_{e1m}, \vec{J}_{M1m}$ tạo ra trường với cường độ $\vec{E}_{1m}, \vec{H}_{1m}$, tại điểm 2 tồn tại các nguồn điện và từ khác với mật độ $\vec{J}_{e2m}, \vec{J}_{M2m}$ tạo ra trường có cường độ $\vec{E}_{2m}, \vec{H}_{2m}$. Các nguồn và trường của chúng đều có cùng tần số vòng là ω . Các phương trình Macxoen viết cho biên độ phức của trường và nguồn ở hai điểm 1 và 2 có dạng :

$$\text{rot} \vec{H}_{1m} = \sigma \vec{E}_{1m} + i\omega\epsilon \vec{E}_{1m} + \vec{J}_{e1m} \quad (1)$$

$$\text{rot} \vec{E}_{1m} = -i\omega\mu \vec{H}_{1m} - \vec{J}_{M1m} \quad (2)$$

$$\text{rot} \vec{H}_{2m} = \sigma \vec{E}_{2m} + i\omega\epsilon \vec{E}_{2m} + \vec{J}_{e2m} \quad (3)$$

$$\text{rot} \vec{E}_{2m} = -i\omega\mu \vec{H}_{2m} - \vec{J}_{M2m} \quad (4)$$

Chúng ta tiến hành phép tính như sau :

- Nhân vô hướng 2 vế của phương trình (2) với $\vec{H}_{2m}$ và 2 vế của phương trình (3) với $\vec{E}_{1m}$ và lập hiệu của chúng sau đó áp dụng hằng đẳng thức vectơ (*) (Phụ lục P.2) cho vế trái ta được :

$$\text{div}[\vec{E}_{1m} \times \vec{H}_{2m}] = -i\omega\epsilon \vec{E}_{1m} \cdot \vec{E}_{2m} - i\omega\mu \vec{H}_{1m} \cdot \vec{H}_{2m} - \sigma \vec{E}_{1m} \cdot \vec{E}_{2m} - \vec{J}_{e2m} \cdot \vec{E}_{1m} - \vec{J}_{M1m} \cdot \vec{H}_{2m} \quad (5)$$

- Nhân vô hướng 2 vế của phương trình (4) với $\vec{H}_{1m}$ và 2 vế của phương trình (1) với $\vec{E}_{2m}$ và lập hiệu của chúng sau đó lại áp dụng hằng đẳng thức vectơ (*) cho vế trái ta được :

$$\text{div}[\vec{E}_{2m} \times \vec{H}_{1m}] = -i\omega\epsilon \vec{E}_{1m} \cdot \vec{E}_{2m} - i\omega\mu \vec{H}_{1m} \cdot \vec{H}_{2m} - \sigma \vec{E}_1 \cdot \vec{E}_{2m} - \vec{J}_{e1m} \cdot \vec{E}_{2m} - \vec{J}_{M2m} \cdot \vec{H}_{1m} \quad (6)$$

Bây giờ ta lập hiệu của 2 biểu thức (5) và (6) được :

$$\text{div}[\vec{E}_{1m} \times \vec{H}_{2m}] - \text{div}[\vec{E}_{2m} \times \vec{H}_{1m}] = \vec{J}_{e1m} \cdot \vec{E}_{2m} - \vec{J}_{e2m} \cdot \vec{E}_{1m} - (\vec{J}_{M1m} \cdot \vec{H}_{2m} - \vec{J}_{M2m} \cdot \vec{H}_{1m}) \quad (1.11.1)$$

Biểu thức (1.11.1) gọi là bổ đề Loren dạng vi phân. Nếu lấy tích phân 2 vế của (1.11.1) theo thể tích V bao cả hai điểm 1 và 2 được giới hạn bởi mặt kín S rồi áp dụng định lý Ôtstrôgratski - Gauss cho vế trái ta nhận được dạng tích phân của bổ đề Loren sau :

$$\oint_S [\vec{E}_{1m} \times \vec{H}_{2m}] - [\vec{E}_{2m} \times \vec{H}_{1m}] dS = \int_V \{(\vec{J}_{e1m} \cdot \vec{E}_{2m} - \vec{J}_{e2m} \cdot \vec{E}_{1m}) - (\vec{J}_{M1m} \cdot \vec{H}_{2m} - \vec{J}_{M2m} \cdot \vec{H}_{1m})\} dV \quad (1.11.2)$$

Nếu mở rộng vùng V ra không gian vô hạn giới hạn bởi mặt cầu S' bán kính $r_\infty \rightarrow \infty$ và cũng lập luận như trường hợp chứng minh định lý nghiệm duy nhất cho bài toán ngoài ở mục 1.10.3 thì tích phân theo mặt cầu S' ở vế trái của (1.11.2) bằng không. Do đó bổ đề Loren dạng tích phân cho vùng không gian rộng vô hạn là :

$$\int_{V_\infty} \{(\vec{J}_{e1m} \cdot \vec{E}_{2m} - \vec{J}_{e2m} \cdot \vec{E}_{1m}) - (\vec{J}_{M1m} \cdot \vec{H}_{2m} - \vec{J}_{M2m} \cdot \vec{H}_{1m})\} dV = 0 \quad (1.11.3)$$

1.11.2. Nguyên lý tương hỗ

Giả sử rằng trong môi trường đồng nhất và đẳng hướng nguồn điện và nguồn từ 1 chỉ phân bố trong thể tích V_1 , còn nguồn điện và nguồn từ thứ hai chỉ phân bố trong thể tích V_2 mà hai thể tích này không có miền chung. Như vậy tích phân theo thể tích V_∞ ở vế trái của (1.11.3) được phân làm 3 tích phân : theo các vùng V_1 , V_2 và vùng còn lại. Nhưng tích phân theo thể tích vùng còn lại có giá trị bằng không vì trong vùng này không tồn tại các nguồn. Do đó biểu thức (1.11.3) có dạng đơn giản hơn là :

$$\int_{V_1} (\vec{J}_{e1m} \cdot \vec{E}_{2m} - \vec{J}_{M1m} \cdot \vec{H}_{2m}) dV = \int_{V_2} (\vec{J}_{e2m} \cdot \vec{E}_{1m} - \vec{J}_{M2m} \cdot \vec{H}_{1m}) dV \quad (1.11.4)$$

Biểu thức (1.11.4) gọi là nguyên lý tương hỗ của trường điện từ và nguồn của chúng ở 2 vùng khác nhau.

Để thấy rõ ý nghĩa của nguyên lý tương hỗ chúng ta hãy áp dụng nó cho các trường hợp của 2 lưỡng cực điện, của 2 lưỡng cực từ và của 1 lưỡng cực điện với 1 lưỡng cực từ.

1. Với 2 lưỡng cực điện

Nếu trong thể tích V_1 đặt 1 lưỡng cực điện có mật độ dòng $\vec{J}_{e1m}$ chiều dài l_1 , tiết diện S_1 , trong thể tích V_2 đặt 1 lưỡng cực thứ hai có mật độ dòng $\vec{J}_{e2m}$ chiều dài l_2 , tiết diện S_2 , các nguồn từ vắng mặt $\vec{J}_{M1m} = \vec{J}_{M2m} = 0$. Ta ký hiệu điện trường trong lưỡng cực điện 1 do nguồn trong lưỡng cực hai tạo ra là $\vec{E}_{21m}$ và điện trường trong lưỡng cực hai do nguồn trong lưỡng cực một tạo ra là $\vec{E}_{12m}$. Khi đó nguyên lý tương hỗ viết cho hai lưỡng cực điện 1 và 2 có dạng :

$$\int_{V_1} \vec{J}_{e1m} \cdot \vec{E}_{21m} dV = \int_{V_2} \vec{J}_{e2m} \cdot \vec{E}_{12m} dV \quad (1.11.5)$$

Ta ký hiệu :

$$\begin{aligned} \vec{I}_{1m} &= \int_{S_1} \vec{J}_{e1m} d\vec{S} \\ \vec{I}_{2m} &= \int_{S_2} \vec{J}_{e2m} d\vec{S} \\ \vec{e}_{21m} &= \int_{l_1} \vec{E}_{21m} d\vec{l} \\ \vec{e}_{12m} &= \int_{l_2} \vec{E}_{12m} d\vec{l} \quad \vec{P}_{1m} = q_1 \vec{l}_1, \quad \vec{P}_{2m} = q_2 \vec{l}_2 \\ q_1 &= \frac{I_{1m}}{i\omega}, \quad q_2 = \frac{I_{2m}}{i\omega} \end{aligned} \quad (1.11.6)$$

Ở đây $\vec{I}_{1m}$, $\vec{I}_{2m}$, q_1 , q_2 là dòng điện và điện tích của lưỡng cực điện 1 và 2. $\vec{P}_{1m}$, $\vec{P}_{2m}$ là các mômen điện của 2 lưỡng cực, $\vec{e}_{21m}$ là sức điện động cảm ứng trong lưỡng cực 1 do trường của lưỡng cực 2 tạo ra, $\vec{e}_{12m}$ là sức điện động cảm ứng trong lưỡng cực 2 do trường trong lưỡng cực 1 tạo ra. Từ các biểu thức (1.11.5) và (1.11.6) ta có :

$$\vec{I}_{1m} \vec{e}_{21m} = \vec{I}_{2m} \vec{e}_{12m} \quad (1.11.7)$$

và

$$\vec{P}_{1m} \vec{E}_{21m} = \vec{P}_{2m} \vec{E}_{12m} \quad (1.11.8)$$

Nếu 2 lưỡng cực điện 1 và 2 có kích thước giống nhau ($S_1 = S_2$, $l_1 = l_2$) và mật độ dòng điện trong chúng bằng nhau $\vec{J}_{e1m} = \vec{J}_{e2m}$ thì từ (1.11.7) và (1.11.8) ta suy ra rằng : tác dụng của lưỡng cực điện 1 lên lưỡng cực điện 2 cũng bằng tác dụng của lưỡng cực 2 lên lưỡng cực 1.

2. Với hai lưỡng cực từ

Nếu trong thể tích V_1 chỉ có lưỡng cực từ thứ nhất với mật độ dòng từ $\vec{J}_{M1m}$ và trong thể tích V_2 chỉ có lưỡng cực từ thứ hai với mật độ dòng từ $\vec{J}_{M2m}$, các nguồn điện vầng mặt $\vec{J}_{e1m} = \vec{J}_{e2m} = 0$ thì từ (1.11.4) ta có biểu thức của nguyên lý tương hỗ cho 2 lưỡng cực từ là :

$$\vec{P}_{M1m} \vec{H}_{21m} = \vec{P}_{M2m} \vec{H}_{12m} \quad (1.11.9)$$

Ở đây : $\vec{P}_{M1m}$, $\vec{P}_{M2m}$ là mômen từ của lưỡng cực từ thứ nhất và thứ hai. $\vec{H}_{21m}$ là cường độ từ trường trong lưỡng cực 1 do nguồn trong lưỡng cực 2 tạo ra, $\vec{H}_{12m}$ là cường độ từ trường trong lưỡng cực 2 do nguồn của lưỡng cực 1 tạo ra.

3. Với một lưỡng cực điện và một lưỡng cực từ

Nếu trong thể tích V_1 chỉ có 1 lưỡng cực điện với mật độ dòng $\vec{J}_{e1m}$ và trong thể tích V_2 cũng chỉ có 1 lưỡng cực từ với mật độ dòng $\vec{J}_{M2m}$, các nguồn $\vec{J}_{e2m} = \vec{J}_{M1m} = 0$. Từ biểu thức (1.11.4) ta nhận được nguyên lý tương hỗ cho 1 lưỡng cực điện và 1 lưỡng cực từ như sau :

$$\vec{P}_{e1m} \vec{E}_{21m} = \vec{P}_{M2m} \vec{H}_{12m} \quad (1.11.10)$$

1.12. NGUYÊN LÝ ĐỒNG DẠNG ĐIỆN ĐỘNG

Nguyên lý đồng dạng điện động hay còn gọi là nguyên lý mẫu hóa xác định mối quan hệ giữa trường điện từ, các tham số điện và hình học của hệ điện từ và môi trường đối với 2 hệ điện từ đồng dạng điện động với nhau. Nguyên lý này có ý nghĩa thực tiễn quan trọng, giúp cho việc nghiên cứu các tính chất của các hệ điện từ thực thông qua mẫu của chúng trong phòng thí nghiệm rất tiện lợi.

Để tìm biểu thức của nguyên lý đồng dạng điện động chúng ta hãy chuyển các phương trình Macxoen dạng cơ bản có thứ nguyên về dạng không có thứ nguyên.

ta đặt :

$$\begin{aligned} \vec{H} &= \alpha_1 \vec{a}_1 ; & \vec{E} &= \alpha_2 \vec{a}_2 \\ \vec{J}_e &= \alpha_3 \vec{a}_3, & \vec{J}_M &= \alpha_4 \vec{a}_4 \\ l &= \alpha_5 a_5, & t &= \alpha_6 a_6 \end{aligned} \quad (1.12.1)$$

Ở đây : $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3, \vec{a}_4$ là các vectơ đơn vị không có thứ nguyên chỉ sự phụ thuộc của cường độ trường và nguồn vào tọa độ và thời gian ; a_5, a_6 là các đơn vị vô hướng xác định tọa độ và thời gian trong toán tử vi phân, các hệ số tỉ lệ α có thứ nguyên tương ứng là :

$$\begin{aligned} \alpha_1 [A/m], \quad \alpha_2 [V/m], \quad \alpha_3 [A/m^2], \\ \alpha_4 [V/m^2], \quad \alpha_5 [m], \quad \alpha_6 [s]. \end{aligned}$$

Đặt biểu thức (1.12.1) vào các phương trình Macxoen sau :

$$\begin{aligned}\text{rot } \vec{H} &= \sigma \vec{E} + \vec{J}_e + \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \\ \text{rot } \vec{E} &= -\vec{J}_M - \mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}\end{aligned}$$

rồi tiến hành các phép tính vi phân theo tọa độ và thời gian theo quy tắc của các hàm hợp ta nhận được hệ phương trình mới dạng :

$$\begin{aligned}\text{rot } \vec{a}_1 &= c_1 \vec{a}_2 + c_2 \frac{\partial \vec{a}_2}{\partial a_6} + c_3 \vec{a}_3 \\ \text{rot } \vec{a}_2 &= -c_4 \vec{a}_4 - c_5 \frac{\partial \vec{a}_1}{\partial a_6}\end{aligned} \quad (1.12.2)$$

Ở đây các hệ số mới c không có thứ nguyên có biểu thức sau :

$$\begin{aligned}c_1 &= \frac{\sigma \alpha_2 \alpha_5}{\alpha_1} ; \quad c_2 = \frac{\varepsilon \alpha_2 \alpha_5}{\alpha_1 \alpha_6} \\ c_3 &= \frac{\alpha_3 \alpha_5}{\alpha_1} ; \quad c_4 = \frac{\alpha_4 \alpha_5}{\alpha_2} ; \quad c_5 = \frac{\mu \alpha_1 \alpha_5}{\alpha_2 \alpha_6}\end{aligned} \quad (1.12.3)$$

Hệ phương trình mới (1.12.2) là dạng không có thứ nguyên, nó mô tả các hệ điện từ khác nhau qua các hệ số c (1.12.3) khác nhau. Hai hệ điện từ có các hệ số c tương ứng bằng nhau gọi là 2 hệ đồng dạng điện động với nhau. Biểu thức của nguyên lý đồng dạng điện động cho hai hệ điện từ sẽ là :

$$\begin{aligned}c_1 &= c_1' ; \quad c_2 = c_2' ; \quad c_3 = c_3' \\ c_4 &= c_4' ; \quad c_5 = c_5'\end{aligned} \quad (1.12.4)$$

Ta hãy xét 1 ví dụ minh họa việc áp dụng nguyên lý đồng dạng điện động. Cho một hệ điện từ thực làm việc trong môi trường điện môi lý tưởng và không có nguồn ngoài chúng ta cần xác định một hệ mẫu của nó cũng đặt trong môi trường trên sao cho trường điện từ trong hệ thực và hệ mẫu có giá trị như nhau. Chúng ta hãy tìm điều kiện cho hệ mẫu hóa khi áp dụng nguyên lý đồng dạng điện động. Theo điều kiện đặt ra thì ta có :

$$\begin{aligned}\sigma &= 0, \quad \vec{J}_e = \vec{J}_M = 0 \\ \varepsilon &= \varepsilon', \quad \mu = \mu', \quad \alpha_1 = \alpha_1', \quad \alpha_2 = \alpha_2'\end{aligned}$$

nên từ (1.12.3) và (1.12.4) suy ra :

$$\begin{aligned}c_1 &= c_1' = 0 ; \quad c_3 = c_3' = 0 ; \quad c_4 = c_4' = 0 \\ c_2 &= c_2' \quad \text{và} \quad c_5 = c_5'\end{aligned}$$

hay nhận được kết quả với các hệ số tỉ lệ :

$$\frac{\alpha_6'}{\alpha_6} = \frac{\alpha_5'}{\alpha_5} \quad (1.12.5)$$

Biểu thức (1.12.5) cho ta mối quan hệ giữa các tham số của hệ thực và hệ mẫu như sau : nếu chọn hệ mẫu có kích thước lớn hơn hay nhỏ hơn kích thước của hệ thực bao nhiêu lần thì chu kỳ dao động của trường điện từ trong hệ mẫu cũng phải lớn hơn hay nhỏ hơn chu kỳ dao động của trường điện từ trong hệ thực bấy nhiêu lần. Kích thước và tần số làm việc của trường trong hai hệ mẫu và thực lại tỉ lệ nghịch với nhau.

Nguyên lý này rất có lợi trong việc nghiên cứu thực nghiệm các hệ điện từ như : tìm dạng các loại anten, đo sự phản xạ và tán xạ sóng điện từ từ máy bay, tàu vũ trụ v.v...

1.13. TRƯỜNG TỈNH ĐIỆN

Một trạng thái riêng quan trọng của trường điện từ là trường tĩnh điện. Các tính chất của trường này được nghiên cứu kỹ trong vật lý đại cương. Trong mục này chúng ta chỉ dẫn ra những nét cơ bản của trường tĩnh điện xem như là trường hợp riêng nhận được từ các phương trình Macxoen của trường điện từ.

Trường tĩnh điện được tạo ra bởi các điện tích đứng yên và không biến đổi theo thời gian. Từ các phương trình Macxoen dạng tổng quát khi tính đến đạo hàm riêng theo thời gian $\frac{\partial}{\partial t} = 0$ ta nhận được các phương trình cho các vectơ của trường tĩnh điện :

$$\begin{aligned}\text{rot } \vec{E} &= 0 \\ \text{div } \vec{D} &= \rho \\ \vec{D} &= \epsilon \vec{E}\end{aligned}\tag{1.13.1}$$

Phương trình thứ nhất của (1.13.1) chỉ ra rằng : trường tĩnh điện là một trường thế. Vectơ cường độ điện trường $\vec{E}$ của nó được biểu diễn qua hàm thế vô hướng φ như sau :

$$\vec{E} = -\text{grad } \varphi = -\vec{l}_0 \frac{\partial \varphi}{\partial l}\tag{1.13.2}$$

$$\text{Vì rot } \vec{E} = -\text{rot grad } \varphi = 0$$

Thế φ của trường tĩnh điện theo (1.13.2) có thể xác định qua vectơ cường độ điện trường $\vec{E}$ như sau :

$$\varphi = -\int \vec{E} d\vec{l}\tag{1.13.3}$$

Công A của trường tĩnh điện thực hiện được khi dịch chuyển một điện tích điểm dương đơn vị $q = 1$ từ điểm M_1 đến điểm M_2 khi áp dụng (1.13.3) sẽ là :

$$A = \int_{M_1}^{M_2} \vec{F} d\vec{l} = \int_{M_1}^{M_2} \vec{E} d\vec{l} = \varphi(M_1) - \varphi(M_2)\tag{1.13.4}$$

Ở đây $\varphi(M_1)$, $\varphi(M_2)$ là thế tại các điểm này của trường tĩnh điện.

Từ biểu thức (1.13.4) ta thấy rằng : công của trường tĩnh điện thực hiện khi dịch chuyển một điện tích điểm dương đơn vị giữa 2 điểm trong trường bằng hiệu thế của trường ở 2 điểm trên không phụ thuộc vào dạng đường đi giữa chúng. Do đó công thực hiện của trường tĩnh điện làm dịch chuyển 1 điện tích điểm dọc theo đường cong

kin bất kỳ bằng không. Điều này thấy rõ ở dạng tích phân của phương trình thứ nhất của (1.13.1) là :

$$\oint \vec{E} d\vec{l} = 0$$

Theo (1.13.2) ta thấy thế φ của trường tĩnh điện xác định chính xác đến 1 hằng số. Nên người ta thường chọn thế φ ở trên mặt đất hay ở điểm xa vô cùng bằng không. Vậy thế φ của trường tĩnh điện ở một điểm M nào đấy trong trường bằng công thực hiện của trường làm dịch chuyển 1 điện tích điểm dương đơn vị $q = 1c$ từ điểm M đi ra xa vô cùng. Ta có biểu thức :

$$\varphi(M) = - \int_{\infty}^M \vec{E} d\vec{l} = \int_M^{\infty} \vec{E} d\vec{l} \quad (1.13.5)$$

Nếu đặt biểu thức (1.13.2) vào phương trình thứ hai của (1.13.1) ta được :

$$\text{div}(-\text{grad}\varphi) = -\epsilon \nabla^2 \varphi = \rho$$

hay

$$\nabla^2 \varphi = \frac{-\rho}{\epsilon} \quad (1.13.6)$$

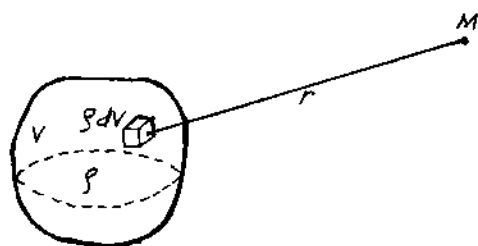
(1.13.6) là phương trình Poisson cho thế φ của trường tĩnh điện.

Tại các vùng không tồn tại điện tích $\rho = 0$ thì phương trình (1.13.6) nhận dạng phương trình Laplace sau :

$$\nabla^2 \varphi = 0 \quad (1.13.7)$$

Hàm vô hướng φ nào thỏa mãn phương trình Laplace gọi là hàm điều hòa. Việc tìm nghiệm của các phương trình Poisson và Laplace được cho trong vật lý toán [6]. Thế φ của phương trình Poisson (1.13.6) được cho dưới dạng tích phân sau :

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon} \int_V \frac{\rho}{r} dV \quad (1.13.8)$$



Hình 1.19

Ở đây r là khoảng cách từ điểm tính trường M đến yếu tố nguồn ρdV trong thể tích V (hình 1.19).

Nếu thể tích V thu lại thành 1 điểm với điện tích điểm Q thì thế φ tại điểm M cách điện tích điểm một khoảng r theo (1.13.8) có dạng :

$$\varphi = \frac{Q}{4\pi\epsilon r} \quad (1.13.9)$$

Cường độ điện trường tại điểm M của điện tích điểm Q theo (1.13.2) và (1.13.9) là :

$$\vec{E} = -\text{grad} \frac{Q}{4\pi\epsilon r} = \frac{Q}{4\pi\epsilon r^2} \vec{r}_0 \quad (1.13.10)$$

Nếu ta đưa vào điểm M trong trường của điện tích điểm Q một điện tích thử q (cũng là điện tích điểm dương) cách Q một khoảng r thì nó chịu tác dụng 1 lực của điện trường là :

$$\vec{F} = q\vec{E} = \frac{qQ}{4\pi\epsilon r^2} \vec{r}_0 \quad (1.13.11)$$

Biểu thức (1.13.11) chính là định luật Coulomb ta đã biết ở mục 1.1.

1.14. TỪ TRƯỜNG CỦA DÒNG ĐIỆN KHÔNG ĐỔI

Trạng thái riêng quan trọng thứ hai của trường điện từ là trường do dòng điện không đổi tạo ra. Đây là trạng thái dừng của trường điện từ. Trong vật lý đại cương đã nghiên cứu các tính chất của trường dừng này. Trong mục này chúng ta chỉ xét những nét cơ bản của từ trường của dòng điện không đổi như là hệ quả của các phương trình Macxoen. Vì các đại lượng của trường dừng và nguồn không đổi theo thời gian nên các đạo hàm của trường theo thời gian bằng không và từ các phương trình Macxoen dạng tổng quát ta có các phương trình cho trường dừng sau :

$$\left. \begin{aligned} \text{rot} \vec{E} &= 0 \\ \text{div} \vec{D} &= \rho \\ \vec{D} &= \epsilon \vec{E} \end{aligned} \right\} \quad (1.14.1)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{rot} \vec{H} &= \vec{J} \\ \text{div} \vec{B} &= 0 \\ \vec{B} &= \mu \vec{H} \end{aligned} \right\} \quad (1.14.2)$$

Các phương trình (1.14.1) có dạng giống như các phương trình (1.13.1) của trường tĩnh điện, do vậy điện trường của dòng điện không đổi cũng tương tự như điện trường tĩnh và là 1 trường thế. Sự khác nhau giữa chúng là : điện trường của dòng không đổi tồn tại cả trong vật dẫn theo quy luật của định luật Ôm $\vec{J} = \sigma \vec{E}$, trong khi đó điện trường tĩnh không tồn tại trong vật dẫn điện. Các phương trình (1.14.2) mô tả tính chất của từ trường của dòng điện không đổi. Phương trình thứ hai của (1.14.2) chỉ ra rằng : từ trường của dòng không đổi là 1 trường ống hay Xôlênoit. Vectơ cường độ từ trường $\vec{H}$ có thể được biểu diễn qua 1 hàm thế vectơ $\vec{A}_M$ theo biểu thức :

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu} \text{rot} \vec{A}_M \quad (1.14.3)$$

Vì ta luôn có :

$$\text{div} \vec{B} = \text{div} \text{rot} \vec{A}_M = 0$$

Hàm thế vectơ $\vec{A}_M$ hoàn toàn được xác định khi biết rot và div của nó [6]. Vì vậy ngoài biểu thức (1.14.3) ta đặt thêm điều kiện phụ cho $\vec{A}_M$ như sau :

$$\text{div} \vec{A}_M = 0 \quad (1.14.4)$$

Đặt biểu thức (1.14.3) vào trong phương trình đầu của (1.14.2) và áp dụng hằng đẳng thức vectơ (**) sau : (phụ lục P.2)

$$\text{rot} \text{rot} \vec{A} = \text{grad} \text{div} \vec{A} - \nabla^2 \vec{A} \quad (**)$$

cùng điều kiện (1.14.4) ta nhận được phương trình cho thế vectơ $\vec{A}_M$:

$$\nabla^2 \vec{A}_M = -\mu \vec{J} \quad (1.14.5)$$

(1.14.5) là phương trình Poatxông cho $\vec{A}_M$. Nghiệm của phương trình (1.14.5) có dạng tương tự như biểu thức (1.13.8) là :

$$\vec{A}_M = \frac{\mu}{4\pi} \int_V \frac{\vec{J}}{r} dV \quad (1.14.6)$$

Ở đây r là khoảng cách từ điểm M tính trường đến nguyên tố nguồn $\vec{J}dV$ trong thể tích V . Cường độ từ trường tại M theo (1.14.3) có dạng :

$$\vec{H} = \frac{1}{4\pi} \operatorname{rot} \int_V \frac{\vec{J}}{r} dV \quad (1.14.7)$$

Chúng ta hãy tìm vectơ cường độ từ trường của dòng điện không đổi I chảy trong dây dẫn dài l có tiết diện nhỏ S . Theo biểu thức (1.14.7) ta có :

$$\vec{H} = \frac{1}{4\pi} \operatorname{rot} \int_S \vec{J} d\vec{S} \int_1 \frac{d\vec{l}}{r} = \frac{I}{4\pi} \int_1 \operatorname{rot} \left(\frac{d\vec{l}}{r} \right) \quad (1.14.8)$$

Áp dụng hằng đẳng thức vectơ (phụ lục P.2) :

$$\operatorname{rot} \psi \vec{A} = \psi \operatorname{rot} \vec{A} + [\operatorname{grad} \psi \times \vec{A}]$$

cho biểu thức dưới dấu tích phân của (1.14.8) khi đặt $\psi = \frac{1}{r}$ và $\vec{A} = d\vec{l}$ và lưu ý rằng vi phân theo tọa độ của toán tử rot chỉ tiến hành với điểm tính trường M mà không ảnh hưởng đến yếu tố $d\vec{l}$ của dây dẫn nên $\operatorname{rot} d\vec{l} = 0$. Biểu thức (1.14.8) có dạng mới :

$$\vec{H} = \frac{I}{4\pi} \int_1 \left\{ \frac{1}{r} \operatorname{rot} d\vec{l} + [\operatorname{grad} \frac{1}{r} \times d\vec{l}] \right\} = \frac{I}{4\pi} \int_1 \frac{[d\vec{l} \times \vec{r}_0]}{r^2} \quad (1.14.9)$$

$$\text{Ở đây } \operatorname{grad} \left(\frac{1}{r} \right) = -\frac{\vec{r}_0}{r^2} \quad (1.14.10)$$

Biểu thức (1.14.9) là dạng tích phân của định luật Biôxava. Dạng vi phân của định luật này sẽ có dạng giống như biểu thức (1.1.14) ở mục 1.1 là :

$$d\vec{H} = \frac{I}{4\pi} \cdot \frac{[d\vec{l} \times \vec{r}_0]}{r^2} \quad (1.14.11)$$

1.15. BÀI TẬP

1. Một quả cầu vật chất bán kính a có hằng số điện môi tuyệt đối ϵ đặt trong không khí. Một điện lượng Q phân bố đều trong thể tích quả cầu. Hãy tìm cường độ điện trường $\vec{E}$ ở trong và ngoài quả cầu.

2. Tìm cường độ điện trường $\vec{E}$ của một sợi chỉ mảnh thẳng dài vô hạn đặt trong không khí tích điện đều với mật độ điện tích dài ρ_l .

3. Tính cường độ điện trường $\vec{E}$ của một lưỡng cực điện đặt trong không khí. Lưỡng cực có chiều dài l và điện tích ở hai đầu của nó là điện tích điểm có giá trị q và $-q$.

4. Tính cường độ trường $\vec{E}$ và thế φ của 2 sợi chỉ thẳng mảnh dài vô hạn đặt song song cách nhau 1 khoảng d trong không khí. Mỗi sợi chỉ tích điện đều với mật độ điện tích dài là ρ_l và $-\rho_l$.

5. Tìm cường độ từ trường $\vec{H}$ trên đường thẳng vuông góc đi qua tâm của vòng dây dẫn mảnh bán kính R đặt trong không khí. Dòng điện không đổi chảy trong vòng dây có cường độ là I .

6. Tính cường độ từ trường $\vec{H}$ ở ngoài, giữa và trong một ống dây dẫn hình trụ tròn dài vô hạn đặt trong không khí. Biết rằng ống dây dẫn có bán kính trong là R_1 và bán kính ngoài là R_2 có dòng điện không đổi I chạy qua.

7. Tính cường độ từ trường $\vec{H}$ trên trục của ống dây dài l bán kính a cuốn N vòng dây dẫn có dòng điện không đổi I chạy qua.

8. Có một tụ điện phẳng không khí tạo thành từ 2 bản tròn bán kính $r = 2\text{cm}$ và khoảng cách giữa chúng $d = 0,2\text{cm}$. Tụ điện này là một phần của mạch dao động. Trên hai bản tụ có một điện áp điều hòa dạng :

$$U = U_m \sin \omega t$$

với

$$U_m = 500\text{V}, \omega = 217 \cdot 10^6 \text{ radian/s}$$

Nếu bỏ qua hiệu ứng bờ, hãy tìm dòng điện dịch toàn phần chảy qua 2 bản tụ và cường độ từ trường H tại không gian giữa 2 bản tụ cách tâm một khoảng $r' = 1\text{cm}$.

9. Tìm biểu thức của điện năng tích trữ trong một tụ điện phẳng không khí có thế hiệu là U và điện dung là C .

10. Tìm giá trị trung bình của điện năng chứa trong một tụ điện kép phẳng gồm 3 bản với diện tích mỗi bản $S = 4\text{cm}^2$, khoảng cách giữa các bản $d = 0,1\text{cm}$. Điện môi giữa các bản tụ là không khí, điện trường biến đổi trong tụ dạng hình sin với biên độ $E_m = 3 \cdot 10^3 \text{ V/m}$. Tụ điện kép này được tạo thành từ hai tụ nối song song có chung 1 bản ở giữa.

11. Chứng minh rằng trên giới hạn phân chia giữa hai môi trường điện môi, đường sức điện trường bị khúc xạ theo hệ thức :

$$\frac{\tan \beta_1}{\tan \beta_2} = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}$$

Ở đây β_1, β_2 là góc tạo bởi vectơ cường độ điện trường với pháp tuyến của mặt giới hạn trong các môi trường điện môi 1 và 2, ϵ_1 và ϵ_2 là độ điện thẩm tuyệt đối của hai môi trường trên.

Chương 2

TÍCH PHÂN CÁC PHƯƠNG TRÌNH MACXOEN

Để tìm các vectơ cường độ của trường điện từ trong các bài toán điện từ nói chung ta phải giải các phương trình Macxoen tức là tích phân chúng. Chương này trình bày các phương pháp tích phân các phương trình Macxoen trên cơ sở chuyển chúng về dạng phương trình sóng cho các vectơ cường độ trường, cho các thế điện động và cho các vectơ Hec. Áp dụng các phương pháp phổ biến trong vật lý toán chúng ta tìm được nghiệm của các phương trình sóng trên và dẫn ra biểu thức cho các vectơ cường độ trường. Trường điện từ bức xạ của lưỡng cực điện, lưỡng cực từ, nguyên tử điện tích mặt được tìm theo các phương pháp trên được coi là những ví dụ minh họa.

2.1. PHƯƠNG TRÌNH SÓNG CHO CÁC VECTƠ CƯỜNG ĐỘ TRƯỜNG

Hệ phương trình Macxoen trong môi trường đồng nhất và đẳng hướng có cả nguồn điện và từ có dạng :

$$\text{rot } \vec{H} = \sigma \vec{E} + \vec{J}_e + \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (1)$$

$$\text{rot } \vec{E} = -\vec{J}_M - \mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \quad (2)$$

$$\text{div } \vec{E} = \rho/\varepsilon \quad (3) \quad (2.1.1)$$

$$\text{div } \vec{H} = \rho_M/\mu \quad (4)$$

Trong các phương trình (1) và (2) của (2.1.1) bao gồm cả các vectơ $\vec{E}$ và $\vec{H}$ cùng các nguồn của chúng rất khó giải. Chúng ta hãy chuyển các phương trình này về dạng chỉ cho một vectơ $\vec{E}$ hoặc $\vec{H}$ và nguồn của trường. Muốn vậy chúng ta làm như sau : lấy rot cả 2 vế của phương trình (1) và (2) và áp dụng hằng đẳng thức (**) (mục 1.14) cho vế trái được :

$$\text{grad div } \vec{H} - \nabla^2 \vec{H} = \sigma \text{rot } \vec{E} + \text{rot } \vec{J}_e + \varepsilon \frac{\partial}{\partial t} \text{rot } \vec{E}$$

$$\text{grad div } \vec{E} - \nabla^2 \vec{E} = -\text{rot } \vec{J}_M - \mu \frac{\partial}{\partial t} \text{rot } \vec{H}$$

Trong biểu thức trên nếu thay $\text{div } \vec{E}$ và $\text{div } \vec{H}$ bằng ρ/ε và ρ_M/μ theo (3), (4) và các $\text{rot } \vec{H}$, $\text{rot } \vec{E}$ bởi vế phải của nó trong (1), (2) rồi chuyển vế ta nhận được các biểu thức dạng :

$$\begin{aligned} \nabla^2 \vec{H} - \varepsilon \mu \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} - \mu \sigma \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} &= -\text{rot } \vec{J}_e + \frac{\text{grad } \rho_M}{\mu} + \varepsilon \frac{\partial \vec{J}_M}{\partial t} + \sigma \vec{J}_M \\ \nabla^2 \vec{E} - \varepsilon \mu \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} - \mu \sigma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} &= \text{rot } \vec{J}_M + \frac{\text{grad } \rho}{\varepsilon} + \mu \frac{\partial \vec{J}_e}{\partial t} \end{aligned} \quad (2.1.2)$$

Các phương trình (2.1.2) có dạng đạo hàm riêng bậc 2, vế trái của chúng chỉ chứa một vectơ cường độ trường hoặc là $\vec{E}$ hoặc là $\vec{H}$, vế phải là các hàm của nguồn. Chúng gọi là các phương trình sóng không thuần nhất cho các vectơ cường độ trường. Giải trực tiếp hệ phương trình (2.1.2) ta nhận được biểu thức của cường độ trường $\vec{E}$ và $\vec{H}$. Nhưng việc giải hệ phương trình (2.1.2) trong trường hợp chung rất khó vì vế phải của chúng là các hàm của nguồn có dạng rất phức tạp. Người ta chỉ giải trực tiếp hệ phương trình (2.1.2) trong trường hợp đơn giản nhất khi không có nguồn và trong môi trường điện môi lý tưởng $\sigma = 0$. Trong trường hợp đơn giản này hệ (2.1.2) trở thành hệ phương trình sóng thuần nhất sau :

$$\begin{aligned}\nabla^2 \vec{H} - \epsilon\mu \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} &= 0 \\ \nabla^2 \vec{E} - \epsilon\mu \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} &= 0\end{aligned}\quad (2.1.3)$$

Trong chương sau sẽ chỉ ra cách giải trực tiếp các phương trình trên cho trường hợp sóng phẳng.

Khi tồn tại nguồn người ta chuyển các phương trình Macxoen (2.1.1) về các phương trình sóng cho các thế điện động và các vectơ Hec sẽ đơn giản và thuận lợi hơn cho việc tìm nghiệm của chúng.

2.2. PHƯƠNG TRÌNH SÓNG CHO CÁC THỂ ĐIỆN ĐỘNG

Trước hết chúng ta nhận xét rằng : hệ phương trình Macxoen (2.1.1) là tuyến tính, các nguồn điện và từ trong thực tế thường được kích thích riêng rẽ và độc lập với nhau. Để thuận tiện cho việc tích phân chúng ta tách hệ phương trình Macxoen (2.1.1) ra làm hai hệ nhỏ. Một hệ mô tả trường điện từ của nguồn điện, hệ kia mô tả trường điện từ của nguồn từ. Dùng phương pháp các thế điện động để tìm dạng phương trình sóng cho nguồn điện và nguồn từ riêng rẽ và trường của chúng. Trường điện từ tổng hợp là chồng chất trường của nguồn điện và nguồn từ.

2.2.1. Đối với nguồn điện

Để cho đơn giản chúng ta xét trường trong điện môi lý tưởng $\sigma = 0$, hệ phương trình Macxoen (2.1.1) viết cho nguồn điện bây giờ có dạng :

$$\text{rot} \vec{H} = \vec{J}_c + \epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (1)$$

$$\text{rot} \vec{E} = -\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \quad (2)$$

$$\text{div} \vec{E} = \rho/\epsilon \quad (3)$$

$$\text{div} \vec{H} = 0 \quad (4)$$

Từ phương trình (4) của (2.2.1) người ta đưa vào một hàm vectơ $\vec{A}_c$ gọi là thế vectơ điện theo biểu thức sau :

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu} \text{rot} \vec{A}_c \quad (2.2.2)$$

Điều này phù hợp với (4) vì ta luôn có :

$$\operatorname{div} \vec{H} = \frac{1}{\mu} \operatorname{div} \operatorname{rot} \vec{A}_e = 0 \quad (\text{phụ lục P. 2})$$

Đặt (2.2.2) vào phương trình (2) ta được :

$$\operatorname{rot} \left(\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}_e}{\partial t} \right) = 0$$

Và chúng ta có biểu thức của $\vec{E}$:

$$\vec{E} = -\frac{\partial \vec{A}_e}{\partial t} - \operatorname{grad} \varphi_e \quad (2.2.3)$$

Vì $\operatorname{rot} \operatorname{grad} \varphi_e = 0$ (phụ lục P.2). Hàm vô hướng φ_e gọi là thế vô hướng điện. $\vec{A}_e$ và φ_e được gọi chung là các thế điện động của nguồn điện. Các vectơ cường độ trường của nguồn điện được biểu diễn qua các thế điện động của nó theo các biểu thức (2.2.2) và (2.2.3).

Bây giờ ta tìm các phương trình cho các thế $\vec{A}_e$ và φ_e . Muốn vậy đặt (2.2.2) và (2.2.3) vào phương trình (1) và sử dụng hằng đẳng thức (**) ta được :

$$\nabla^2 \vec{A}_e - \varepsilon \mu \frac{\partial^2 \vec{A}_e}{\partial t^2} - \operatorname{grad} \left(\operatorname{div} \vec{A}_e + \varepsilon \mu \frac{\partial \varphi_e}{\partial t} \right) = -\mu \vec{J}_e$$

Các thế $\vec{A}_e$ và φ_e là các hàm chọn tùy ý, nên để cho phương trình có dạng đơn giản ta chọn điều kiện phụ của chúng (còn gọi là hệ thức chuẩn) là :

$$\operatorname{div} \vec{A}_e + \varepsilon \mu \frac{\partial \varphi_e}{\partial t} = 0 \quad (2.2.4)$$

Và như vậy phương trình trên cho dạng đơn giản :

$$\nabla^2 \vec{A}_e - \varepsilon \mu \frac{\partial^2 \vec{A}_e}{\partial t^2} = -\mu \vec{J}_e \quad (2.2.5)$$

Nếu đặt (2.2.3) vào phương trình (3), áp dụng (2.2.4) ta nhận được phương trình cho thế điện động φ_e là :

$$\nabla^2 \varphi_e - \varepsilon \mu \frac{\partial^2 \varphi_e}{\partial t^2} = -\rho/e \quad (2.2.6)$$

Các phương trình (2.2.5) và (2.2.6) gọi là các phương trình sóng không thuận nhất hay là các phương trình D'Alembert cho các thế điện động của trường điện từ đối với nguồn điện. So sánh các phương trình sóng khi có nguồn (2.1.2) với (2.2.5), (2.2.6) ta thấy khi đưa các thế điện động $\vec{A}_e$ và φ_e vào thì sẽ nhận được hai thuận lợi : thứ nhất số phương trình sóng từ 6 giảm xuống còn 4, thứ hai là về phải của các phương trình (2.2.5), (2.2.6) đơn giản hơn nhiều so với về phải của (2.1.2). Việc xác định các vectơ cường độ trường $\vec{E}$ và $\vec{H}$ theo (2.2.2) và (2.2.3) qua các phép vi phân đơn giản. Đây là ưu điểm của phương pháp dùng các thế điện động.

2.2.2. Đối với nguồn từ

Hệ phương trình Macxoen (2.1.1) đối với nguồn từ trong điện môi lý tưởng có dạng :

$$\begin{aligned}\operatorname{rot} \vec{H} &= \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \\ \operatorname{rot} \vec{E} &= -\vec{J}_M - \mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \\ \operatorname{div} \vec{E} &= 0 \\ \operatorname{div} \vec{H} &= \rho_M / \mu\end{aligned}\quad (2.2.7)$$

Để chuyển hệ (2.2.7) về các phương trình sóng cho các thế điện động đối với nguồn từ ta có thể tiến hành các bước tương tự như đã làm ở mục 2.2.1 đối với nguồn điện. Nhưng vì dạng của (2.2.7) và (2.2.1) là tương tự như nhau nên ta áp dụng nguyên lý đối lẫn của hệ phương trình Macxoen (1.7.18) cho các biểu thức (2.2.2), (2.2.3) và các phương trình sóng (2.2.5) và (2.2.6) sẽ nhận được kết quả sau :

$$\begin{aligned}\vec{E} &= -\frac{1}{\varepsilon} \operatorname{rot} \vec{A}_M \\ \vec{H} &= -\frac{\partial \vec{A}_M}{\partial t} - \operatorname{grad} \varphi_M\end{aligned}\quad (2.2.8)$$

$$\begin{aligned}\nabla^2 \vec{A}_M - \varepsilon \mu \frac{\partial^2 \vec{A}_M}{\partial t^2} &= -\varepsilon \vec{J}_M \\ \nabla^2 \varphi_M - \varepsilon \mu \frac{\partial^2 \varphi_M}{\partial t^2} &= -\frac{\rho_M}{\mu}\end{aligned}\quad (2.2.9)$$

$$\operatorname{div} \vec{A}_M + \varepsilon \mu \frac{\partial \varphi_M}{\partial t} = 0 \quad (2.2.10)$$

Ở đây $\vec{A}_M$ và φ_M là các thế điện động vectơ và vô hướng của trường điện từ đối với nguồn từ.

Nếu trong môi trường điện môi lý tưởng tồn tại đồng thời cả nguồn điện và nguồn từ thì trường điện từ tổng hợp bằng chồng chất trường của nguồn điện và nguồn từ. Do đó ta có biểu thức cho các vectơ cường độ trường kết hợp từ các biểu thức (2.2.2), (2.2.3) và (2.2.8) được :

$$\begin{aligned}\vec{E} &= -\frac{\partial \vec{A}_e}{\partial t} - \frac{1}{\varepsilon} \operatorname{rot} \vec{A}_M - \operatorname{grad} \varphi_e \\ \vec{H} &= \frac{1}{\mu} \operatorname{rot} \vec{A}_e - \frac{\partial \vec{A}_M}{\partial t} - \operatorname{grad} \varphi_M\end{aligned}\quad (2.2.11)$$

2.2.3. Đối với trường điều hòa

Nếu các nguồn của trường biến thiên điều hòa theo thời gian với tần số ω thì các phương trình sóng Dalămbe (2.2.5), (2.2.6), (2.2.9) sẽ có dạng cho các biên độ phức của các thế điện động sau :

$$\begin{aligned}
\nabla^2 \vec{A}_{em} + k^2 \vec{A}_{em} &= -\mu \vec{J}_{em} \\
\nabla^2 \dot{\varphi}_{em} + k^2 \dot{\varphi}_{em} &= -\rho_m / \epsilon \\
\nabla^2 \vec{A}_{Mm} + k^2 \vec{A}_{Mm} &= -\epsilon \vec{J}_{Mm} \\
\nabla^2 \dot{\varphi}_{Mm} + k^2 \dot{\varphi}_{Mm} &= -\rho_{Mm} / \mu
\end{aligned}
\tag{2.2.12}$$

Các phương trình sóng không thuần nhất (2.2.12) có tên gọi là các phương trình Hemhôn.

$$\text{Ở đây :} \quad k = \omega \sqrt{\epsilon \mu} \tag{2.2.13}$$

là số sóng trong môi trường.

Trong trường hợp trường điện từ điều hòa, biểu thức cho các vectơ cường độ trường được xác định dạng :

$$\begin{aligned}
\vec{E}_m &= -i\omega \vec{A}_{em} - \frac{1}{\epsilon} \text{rot} \vec{A}_{Mm} - \text{grad} \dot{\varphi}_{em} \\
\vec{H}_m &= \frac{1}{\mu} \text{rot} \vec{A}_{em} - i\omega \vec{A}_{Mm} - \text{grad} \dot{\varphi}_{Mm}
\end{aligned}
\tag{2.2.14}$$

Giữa các thế vectơ và vô hướng có mối quan hệ sau :

$$\begin{aligned}
\dot{\varphi}_{em} &= \frac{i}{\omega \epsilon \mu} \text{div} \vec{A}_{em} \\
\dot{\varphi}_{Mm} &= \frac{i}{\omega \epsilon \mu} \text{div} \vec{A}_{Mm}
\end{aligned}
\tag{2.2.15}$$

Từ biểu thức (2.2.14) và (2.2.15) ta thấy rằng đối với trường điện từ điều hòa người ta chỉ cần tìm nghiệm của hai phương trình Hemhôn đối với các thế vectơ $\vec{A}_{em}$ và $\vec{A}_{Mm}$ là đủ để tìm các biểu thức cho cường độ trường.

2.3. PHƯƠNG TRÌNH SÓNG CHO CÁC VECTƠ HEC

Lần đầu tiên Hec chỉ ra rằng có thể tích phân các phương trình Macxoen khi chuyển chúng về phương trình sóng cho chỉ một hàm vectơ gọi là vectơ Hec. Các vectơ cường độ trường điện từ được biểu diễn qua chỉ một vectơ Hec bằng các phép vi phân cơ bản. Trong mục này chúng ta xét các phương trình sóng cho các vectơ Hec điện và vectơ Hec từ ứng với trường hợp cho nguồn điện và nguồn từ.

2.3.1. Vectơ Hec điện

Vectơ Hec điện được ký hiệu là $\vec{\Gamma}_e$ và được đưa vào theo biểu thức sau :

$$\vec{A}_e = \epsilon \mu \frac{\partial \vec{\Gamma}_e}{\partial t} \tag{2.3.1}$$

Ở đây $\vec{A}_e$ là thế vectơ của nguồn điện.

Đặt (2.3.1) vào trong (2.2.2) ta được :

$$\vec{H} = \epsilon \frac{\partial}{\partial t} \text{rot} \vec{\Gamma}_e \tag{2.3.2}$$

Thay giá trị của $\vec{A}_e$ vào hệ thức chuẩn (2.2.4) cho ta kết quả :

$$\frac{\partial}{\partial t} (\text{div } \vec{\Gamma}_e + \varphi_e) = 0$$

và suy ra được :

$$\varphi_e = -\text{div } \vec{\Gamma}_e \quad (2.3.3)$$

Ở đây φ_e là thế vô hướng cho nguồn điện.

Bây giờ đặt (2.3.1) ; (2.3.3) vào biểu thức (2.2.3) ta nhận được :

$$\vec{E} = \text{grad div } \vec{\Gamma}_e - \epsilon\mu \frac{\partial^2 \vec{\Gamma}_e}{\partial t^2} \quad (2.3.4)$$

Như vậy các vectơ cường độ trường điện từ được biểu diễn chỉ qua một vectơ Hec điện bởi biểu thức (2.3.2) và (2.3.4). Để tìm phương trình cho vectơ Hec $\vec{\Gamma}_e$ ta làm như sau : đặt (2.3.1) vào phương trình (2.2.5) rồi tích phân 2 vế theo thời gian từ 0 đến t được :

$$\nabla^2 \vec{\Gamma}_e - \epsilon\mu \frac{\partial^2 \vec{\Gamma}_e}{\partial t^2} = -\frac{1}{\epsilon} \int_0^t \vec{J}_e dt \quad (2.3.5)$$

ta đặt :

$$\vec{P}_e = \int_0^t \vec{J}_e dt \quad (2.3.6)$$

và gọi là vectơ phân cực của nguồn điện ta nhận được phương trình sóng Đalambé cho vectơ Hec điện dạng sau :

$$\nabla^2 \vec{\Gamma}_e - \epsilon\mu \frac{\partial^2 \vec{\Gamma}_e}{\partial t^2} = -\frac{\vec{P}_e}{\epsilon} \quad (2.3.7)$$

Từ (2.3.7) ta thấy vectơ phân cực là nguồn tạo ra vectơ Hec điện nên ta còn gọi $\vec{\Gamma}_e$ là thế vectơ phân cực điện.

2.3.2. Vectơ Hec từ

Đối với nguồn từ khi đưa vào vectơ Hec từ ký hiệu là $\vec{\Gamma}_M$ và áp dụng nguyên lý đối lẫn của hệ phương trình Macxoen cho các thế điện động $\vec{A}_e$ và φ_e cùng các vectơ cường độ trường $\vec{E}$, $\vec{H}$ trong các biểu thức (2.3.1) ÷ (2.3.7) ta được kết quả :

$$\begin{aligned} \vec{A}_M &= \epsilon\mu \frac{\partial \vec{\Gamma}_M}{\partial t} \\ \varphi_M &= -\text{div } \vec{\Gamma}_M \end{aligned} \quad (2.3.8)$$

$$\vec{E} = -\mu \frac{\partial}{\partial t} \text{rot } \vec{\Gamma}_M$$

$$\vec{H} = \text{grad div } \vec{\Gamma}_M - \epsilon\mu \frac{\partial^2 \vec{\Gamma}_M}{\partial t^2} \quad (2.3.9)$$

Phương trình sóng Dalámbe cho vectơ Hec từ có dạng :

$$\nabla^2 \vec{\Gamma}_M - \epsilon\mu \frac{\partial^2 \vec{\Gamma}_M}{\partial t^2} = -\frac{\vec{M}}{\mu} \quad (2.3.10)$$

Ở đây :

$$\vec{M} = \int_0^l \vec{J}_M dt \quad (2.3.11)$$

là vectơ từ hóa của nguồn từ, do đó ta còn gọi vectơ Hec từ $\vec{\Gamma}_M$ là thế vectơ từ hóa.

Từ các kết quả trên ta nhận thấy rằng, dùng phương pháp các vectơ Hec so với các thế điện động trong trường hợp chung có đơn giản hơn vì số phương trình xác định chỉ cho 1 hàm vectơ Hec và các vectơ cường độ trường cũng chỉ được biểu diễn qua chỉ 1 vectơ này, trong khi đó dùng các thế điện động chúng ta cần xác định phương trình sóng và biểu diễn các vectơ cường độ trường qua hai hàm thế vectơ và thế vô hướng. Nhưng đối với trường hợp của trường điều hòa thì hai phương pháp này tương đương nhau. Vì hai vectơ thế điện động $\vec{A}_{em}, \vec{A}_{Mm}$ và các vectơ Hec $\vec{\Gamma}_{em}, \vec{\Gamma}_{Mm}$ chỉ khác nhau 1 hằng số qua hệ thức suy từ (2.3.1) và (2.3.8) là :

$$\begin{aligned} \vec{A}_{em} &= i\omega\epsilon\mu\vec{\Gamma}_{em} \\ \vec{A}_{Mm} &= i\omega\epsilon\mu\vec{\Gamma}_{Mm} \end{aligned} \quad (2.3.12)$$

Dùng phương pháp các vectơ Hec để tích phân các phương trình Macxoen sẽ rất thuận tiện trong các trường hợp nguồn của trường có dạng là 1 vectơ chỉ có một thành phần. Khi ấy các vectơ Hec cũng chỉ có một thành phần, do đó việc tìm nghiệm phương trình sóng cho vectơ Hec sẽ đơn giản và trường điện từ được xác định qua chỉ 1 thành phần của vectơ Hec có tính chất đặc biệt gọi là trường loại điện và trường loại từ.

2.3.3. Trường loại điện và loại từ

Trong trường hợp vectơ Hec điện $\vec{\Gamma}_e$ và vectơ Hec từ $\vec{\Gamma}_M$ chỉ có một thành phần, thì trong hệ tọa độ Đécác ta chọn vectơ Hec dọc theo phương truyền của trường điện từ là trục z :

$$\vec{\Gamma}_e = \vec{z}_0 \Gamma_e, \quad \vec{\Gamma}_M = \vec{z}_0 \Gamma_M \quad (2.3.13)$$

Từ các biểu thức (2.3.2), (2.3.4) và (2.3.9) ta thấy :

- Trường của nguồn điện (ứng với vectơ Hec điện $\vec{\Gamma}_e$ chỉ có một thành phần) có từ trường dọc theo phương truyền z bằng không $H_z = 0$, còn các thành phần khác nói chung khác không. Trường điện từ loại này gọi là trường loại điện dọc hay từ ngang và kí hiệu là E hay TM.

- Trường của nguồn từ (ứng với vectơ Hec từ $\vec{\Gamma}_M$ chỉ có một thành phần) có điện trường dọc theo phương truyền z bằng không $E_z = 0$, còn các thành phần khác nói chung khác không. Trường điện từ loại này gọi là trường loại từ dọc hay điện ngang và ký hiệu là H hay TE.

Như vậy trong trường hợp tổng quát và điều kiện bờ nhất định, trường điện từ có thể coi như tổng hợp của 2 loại trường : loại điện và loại từ.

2.4. TÌM NGHIỆM PHƯƠNG TRÌNH SÓNG

Ở những mục trước 2.1, 2.2 và 2.3 chúng ta đã dẫn các phương trình Macxoen về dạng phương trình sóng. Các phương trình sóng cho các thế điện động và các vectơ Hec có dạng giống nhau. Để tìm các vectơ cường độ trường ta cần phải tích phân các phương trình sóng. Tuy nhiên phương trình sóng Dalămbe cho các thế vô hướng φ_e , φ_M hay cho bất kỳ một thành phần trong tọa độ Đécac nào của thế vectơ $\vec{A}_e$, $\vec{A}_M$ hay của vectơ Hec $\vec{\Gamma}_e$, $\vec{\Gamma}_M$ đều có cùng dạng. Nên ta chỉ cần tìm nghiệm của phương trình sóng Dalămbe cho hàm vô hướng ψ nào đó đại diện sau :

$$\nabla^2 \psi - \epsilon \mu \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = -g \quad (2.4.1)$$

ở đây hàm ψ đại diện cho thế φ_e , φ_M hoặc bất kỳ thành phần trong tọa độ Đécac của $\vec{A}_e$, $\vec{A}_M$, $\vec{\Gamma}_e$ và $\vec{\Gamma}_M$, g là hàm nguồn của trường phân bố trong thể tích V nào đó. Trước hết ta tìm nghiệm của phương trình sóng thuần nhất sau :

$$\nabla^2 \psi - \epsilon \mu \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = 0 \quad (2.4.2)$$

đối với trường hợp nguồn điểm đặt ở gốc tọa độ. Vì trường của nguồn điểm có tính đối xứng cầu, nên hàm ψ chỉ phụ thuộc vào tọa độ r và thời gian t . Trong tọa độ cầu ta tính được :

$$\nabla^2 \psi = \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{2\partial \psi}{r \partial r} = \frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial r^2} (r\psi)$$

$$\text{Nếu ta đặt } \phi = r\psi \quad (2.4.3)$$

thì phương trình (2.4.2) có dạng mới là :

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} - \epsilon \mu \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = 0 \quad (2.4.4)$$

Giải phương trình sóng (2.4.4) theo phương pháp Dalămbe [6] ta nhận được nghiệm dạng :

$$\phi = f_1 \left(t - \frac{r}{v} \right) + f_2 \left(t + \frac{r}{v} \right) \quad (2.4.5)$$

hay :

$$\psi = \frac{f_1 \left(t - \frac{r}{v} \right)}{r} + \frac{f_2 \left(t + \frac{r}{v} \right)}{r} \quad (2.4.6)$$

ở đây :

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \mu}} \quad (2.4.7)$$

là vận tốc truyền sóng trong môi trường, còn f_1 và f_2 là các hàm tùy ý. Trong công thức (2.4.6) hàm $f_1 \left(t - \frac{r}{v} \right) / r$ mô tả sóng cầu phân kỳ truyền từ nguồn đi ra xa vô cùng, còn hàm $f_2 \left(t + \frac{r}{v} \right) / r$ mô tả sóng cầu hội tụ truyền từ vô cùng trở lại nguồn.

Vì nguồn điểm đặt ở gốc tọa độ và không gian rộng vô hạn nên từ ý nghĩa vật lý ta thấy trường phải có dạng sóng cầu phân kỳ đi từ nguồn ra xa vô cùng và thỏa mãn điều kiện bức xạ ở vô cùng (1.10.11). Vì vậy ta chọn nghiệm của phương trình sóng (2.4.2) cho nguồn điểm là hàm $f_1 \left(t - \frac{r}{v} \right) / r$ và loại bỏ hàm $f_2 \left(t + \frac{r}{v} \right) / r$.

Vậy :

$$\psi = \frac{f_1 \left(t - \frac{r}{v} \right)}{r} \quad (2.4.8)$$

Ta đã tìm được nghiệm của phương trình sóng thuần nhất (2.4.2) là hàm ψ (2.4.8). Nhưng tại điểm gốc tọa độ nơi đặt nguồn thì hàm ψ lại tiến tới vô hạn khi $r = 0$, do đó nó không thỏa mãn phương trình sóng thuần nhất mà phải thỏa mãn phương trình sóng Đalămbe (2.4.1) tại gốc tọa độ. Do đó hàm f_1 phải có dạng sao cho hàm ψ cũng là nghiệm của phương trình sóng Đalămbe. Đồng thời hàm f_1 được chọn dạng để hàm ψ thỏa mãn trường ở cả trạng thái dừng. Khi bỏ qua thừa số $\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} \rightarrow 0$ ở trạng thái dừng phương trình Đalămbe (2.4.1) trở thành phương trình Poisson dạng :

$$\nabla^2 \psi = -g \quad (2.4.9)$$

Nghiệm của phương trình (2.4.9) theo (1.13.8) là :

$$\psi = \frac{1}{4\pi} \int \frac{g}{r} dV \quad (2.4.10)$$

Ở đây r là khoảng cách từ điểm tính trường đến yếu tố nguồn gdV . Từ các biểu thức (2.4.8) và (2.4.10) ta chọn dạng của hàm f_1 là :

$$f_1 \left(t - \frac{r}{v} \right) = \frac{1}{4\pi} g \left(t - \frac{r}{v} \right) \quad (2.4.11)$$

Vậy cuối cùng ta nhận được nghiệm của phương trình sóng Đalămbe (2.4.1) là :

$$\psi(r, t) = \frac{1}{4\pi} \int \frac{g \left(r', t - \frac{r}{v} \right)}{r} dV \quad (2.4.12)$$

Người ta chứng minh được rằng nghiệm ψ xác định bởi (2.4.12) thỏa mãn phương trình sóng Đalămbe (2.4.1) [3].

Từ biểu thức (2.4.12) ta thấy rằng trường tại thời điểm t ở điểm quan sát được xác định không phải bởi giá trị của nguồn tại thời điểm t mà được xác định bởi giá trị của nguồn ở thời điểm sớm hơn t một khoảng thời gian là :

$$t' = \frac{r}{v}$$

t' chính là khoảng thời gian để trường truyền từ nguồn đến điểm quan sát cách một khoảng r với tốc độ v . Như vậy trường ở điểm quan sát chậm pha so với nguồn một khoảng thời gian là t' . Nên nghiệm (2.4.12) được gọi là thế chậm của trường điện từ.

Một phương pháp tìm nghiệm phương trình sóng Đalămbe dạng thế chậm dựa trên định lý Grin được cho trong [1].

Tương tự như nghiệm (2.4.12) chúng ta có thể nhận được thế chậm $\vec{A}_e$ và $\vec{A}_M$ là nghiệm của phương trình sóng (2.2.5) và (2.2.9) như sau :

$$\vec{A}_e(r, t) = \frac{\mu}{4\pi} \int \frac{\vec{J}_e \left(r', t - \frac{r}{v} \right)}{r} dV \quad (2.4.13)$$

$$\vec{A}_M(r, t) = \frac{\varepsilon}{4\pi} \int \frac{\vec{J}_M \left(r', t - \frac{r}{v} \right)}{r} dV \quad (2.4.14)$$

Nếu trường là điều hòa theo thời gian thì :

$$\dot{g}\left(t - \frac{r}{v}\right) = \dot{g}_m e^{i\omega\left(t - \frac{r}{v}\right)} = \dot{g}_m e^{-ikr} e^{i\omega t} = \dot{g}(t) e^{-ikr}$$

$$\vec{A}_e\left(t - \frac{r}{v}\right) = \vec{A}_{em} e^{i\omega\left(t - \frac{r}{v}\right)} = \vec{A}_e(t) e^{-ikr}$$

$$\vec{A}_M\left(t - \frac{r}{v}\right) = \vec{A}_{Mm} e^{i\omega\left(t - \frac{r}{v}\right)} = \vec{A}_M(t) e^{-ikr}$$

Và ta nhận được các thế chậm ψ , $\vec{A}_e$, $\vec{A}_M$ như sau :

$$\psi(r, t) = \frac{1}{4\pi} \int_V \frac{\dot{g}(r', t) e^{-ikr}}{r} dV \quad (2.4.15)$$

$$\vec{A}_e(r, t) = \frac{\mu}{4\pi} \int_V \frac{\vec{J}_e(r', t) e^{-ikr}}{r} dV \quad (2.4.16)$$

$$\vec{A}_M(r, t) = \frac{\varepsilon}{4\pi} \int_V \frac{\vec{J}_M(r', t) e^{-ikr}}{r} dV \quad (2.4.17)$$

Trong các mục tiếp sau chúng ta sẽ áp dụng phương pháp thế chậm trên để tìm trường bức xạ của lưỡng cực điện, của lưỡng cực từ, của điện tích mặt nguyên tố.

2.5. TRƯỜNG ĐIỆN TỪ CỦA LƯƠNG CỰC ĐIỆN

Lưỡng cực điện là nguyên tố bức xạ sóng điện từ, là thành phần cơ bản tạo ra anten. Nghiên cứu trường điện từ của nó có tầm quan trọng trong lý thuyết anten.

2.5.1. Khái niệm

Ta quan niệm lưỡng cực điện là một đoạn dây dẫn ngắn mảnh bên trong có dòng điện biến đổi do nguồn nuôi ngoài cung cấp. Để việc tính trường được đơn giản ta đưa ra giả thiết sau :

- Lưỡng cực điện được đặt trong điện môi lý tưởng : $\sigma = 0$; $\varepsilon, \mu = \text{const}$.
- Chiều dài l của lưỡng cực rất ngắn so với bước sóng λ của trường điện từ do nó phát ra : $l \ll \lambda$.
- Dòng điện nuôi lưỡng cực biến đổi điều hòa theo thời gian với tần số ω .
- Khoảng cách từ điểm tính trường đến lưỡng cực r rất lớn so với chiều dài l của nó :

$$l \ll r$$

ta tìm trường bức xạ của lưỡng cực điện bằng phương pháp thế chậm.

2.5.2. Trường điện từ của lưỡng cực

Chúng ta chọn hệ tọa độ cầu (hình 2.1) có gốc O nằm giữa lưỡng cực, trục của lưỡng cực hướng theo trục oz , dòng điện nuôi lưỡng cực hướng dọc trục oz và điều hòa theo thời gian dạng :

$$\vec{I} = \vec{z}_0 I_m e^{i\omega t} = \vec{z}_0 J_m S e^{i\omega t} \quad (2.5.1)$$

Ở đây S là tiết diện của lưỡng cực điện. Với các giả thiết đặt ra dòng điện trong lưỡng cực có biên độ và pha coi như bằng nhau dọc theo lưỡng cực.

Vì dòng điện nguồn nuôi trong lưỡng cực hướng theo trục oz và tồn tại trong thể tích $V = Sl$ của nó, nên tại điểm tính trường M thể vectơ điện của trường chỉ có một thành phần hướng theo trục oz . Chúng ta áp dụng biểu thức (2.4.16) cho biên độ phức của thể chậm cho lưỡng cực điện nhận được :

$$\vec{A}_{em} = \vec{z}_0 \vec{A}_{em} = \vec{z}_0 \frac{\mu}{4\pi} \int_V \frac{\vec{J}_m e^{-ikr}}{r} dV = \vec{z}_0 \frac{\mu}{4\pi} \int_l \frac{\vec{I}_m e^{-ikr}}{r} dl = \vec{z}_0 \frac{\mu \vec{I}_m l}{4\pi r} e^{-ikr} \quad (2.5.2)$$

Ở đây ta đưa được cả biểu thức trong dấu tích phân ra ngoài được là do giả thiết biên độ và pha của dòng có giá trị như nhau trên toàn lưỡng cực, đồng thời do $r \gg l$ nên ta coi khoảng cách từ điểm tính trường M đến bất kỳ một điểm nào trên lưỡng cực đều bằng nhau và bằng khoảng cách từ điểm M đến điểm giữa của lưỡng cực là r .

Trong tọa độ cầu ta có quan hệ (hình 2.1)

$$\vec{z}_0 = \vec{r}_0 \cos\theta - \vec{\theta}_0 \sin\theta$$

Ở đây $\vec{z}_0$ là vectơ đơn vị hướng theo trục oz của hệ tọa độ Đécác, $\vec{r}_0$ và $\vec{\theta}_0$ là các vectơ đơn vị trong hệ tọa độ cầu. Biểu thức (2.5.2) viết trong hệ tọa độ cầu cho thể chậm của lưỡng cực là :

$$\vec{A}_{em} = \frac{\mu \vec{I}_m l e^{-ikr}}{4\pi r} (\vec{r}_0 \cos\theta - \vec{\theta}_0 \sin\theta) \quad (2.5.3)$$

Cường độ từ trường của lưỡng cực được tính theo biểu thức (2.2.2) và (2.5.3) là :

$$\vec{H}_m = \frac{\vec{I}_m l}{4\pi} \text{rot} \left[\frac{e^{-ikr}}{r} (\vec{r}_0 \cos\theta - \vec{\theta}_0 \sin\theta) \right]$$

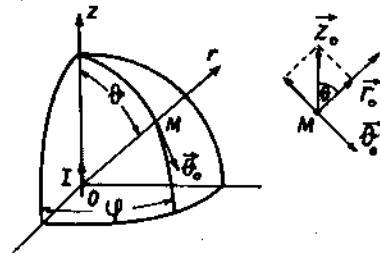
ta tính rot của biểu thức trên trong tọa độ cầu (phụ lục P.2) cho kết quả :

$$\vec{H}_m = \vec{\varphi}_0 \frac{\vec{I}_m l}{4\pi} \left(\frac{1}{r} + ik \right) \sin\theta \frac{e^{-ikr}}{r} \quad (2.5.4)$$

Ở đây $\vec{\varphi}_0$ là vectơ đơn vị hướng theo phương vĩ tuyến trong hệ tọa độ cầu.

Cường độ điện trường có thể nhận được theo biểu thức (2.2.3), (2.2.4) và (2.5.3). Nhưng nếu áp dụng phương trình Macxoen ở điểm không nguồn dạng $\text{rot} \vec{H}_m = i\omega \epsilon \vec{E}_m$ để tính cường độ điện trường sẽ đơn giản hơn. Khi tính rot của (2.5.4) trong hệ tọa độ cầu ta được :

$$\begin{aligned} \vec{E}_m &= \frac{1}{i\omega \epsilon} \text{rot} \vec{H}_m = \frac{\vec{I}_m l}{4\pi i\omega \epsilon} \frac{e^{-ikr}}{r} \times \\ &\times \left\{ 2\vec{r}_0 \left(\frac{1}{r^2} + \frac{ik}{r} \right) \cos\theta + \vec{\theta}_0 \left(\frac{1}{r^2} - k^2 + \frac{ik}{r} \right) \sin\theta \right\} \end{aligned} \quad (2.5.5)$$



Hình 2.1

Từ các biểu thức (2.5.4), (2.5.5) chúng ta thấy rằng các vectơ cường độ trường bức xạ của lưỡng cực điện đều có thừa số $\frac{e^{-ikr}}{r}$, có biên độ tỉ lệ nghịch với khoảng cách r , có mặt đồng pha là mặt cầu bán kính r . Vậy trường bức xạ của lưỡng cực điện có tính chất của sóng cầu. Vận tốc dịch chuyển mặt đồng pha của sóng gọi là vận tốc pha v_{ph} . Ta tính được giá trị của v_{ph} như sau :

Phương trình mặt đồng pha của sóng cầu xác định bởi biểu thức :

$$\phi = \omega t - kr = \text{const}$$

$$d\phi = \omega dt - kdr = 0$$

và

$$v_{ph} = \frac{dr}{dt} = \frac{\omega}{k} \quad (2.5.6)$$

Nếu nhân các biểu thức (2.5.4) và (2.5.5) với $e^{i\omega t}$ và lấy phần thực ta nhận được giá trị tức thời của các vectơ cường độ trường của lưỡng cực điện như sau :

$$\left\{ \begin{array}{l} H_{\phi} = \frac{I_m k}{4\pi r} \sin\theta \left\{ \frac{1}{kr} \cos(\omega t - kr) - \sin(\omega t - kr) \right\} \\ E_r = \frac{I_m k^2}{2\pi\omega\epsilon r} \cos\theta \left\{ \frac{1}{k^2 r^2} \sin(\omega t - kr) + \frac{1}{kr} \cos(\omega t - kr) \right\} \\ E_{\theta} = \frac{I_m k^2}{4\pi\omega\epsilon r} \sin\theta \left\{ \left(\frac{1}{k^2 r^2} - 1 \right) \sin(\omega t - kr) + \frac{1}{kr} \cos(\omega t - kr) \right\} \\ E_{\phi} = H_r = H_{\theta} = 0 \end{array} \right. \quad (2.5.7)$$

Chúng ta hãy khảo sát tính chất của trường bức xạ ở các vùng không gian khác nhau.

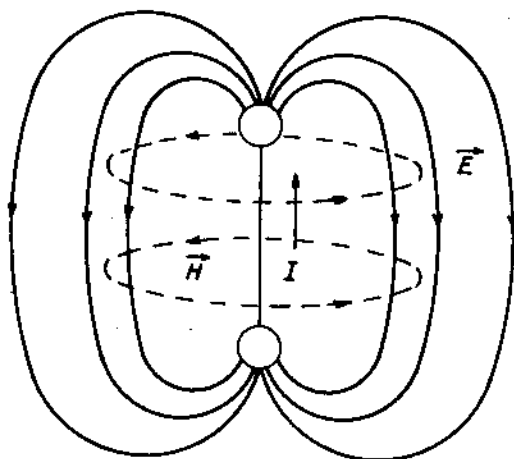
2.5.3. Trường ở vùng gần

Vùng gần là vùng trong đó khoảng cách từ điểm quan sát đến lưỡng cực nhỏ hơn bước sóng nhiều $r \ll \lambda$ nhưng vẫn bảo đảm giả thiết đặt ra ban đầu $r \gg l$.

Do $r \ll \lambda$ nên $kr = \frac{2\pi}{\lambda} r \ll 1$, từ đó nếu trong biểu thức (2.5.7) bỏ qua các đại lượng vô cùng bé bậc cao so với $\frac{1}{kr}$ và độ lệch pha kr ta được giá trị tức thời của các thành phần cường độ trường trong vùng gần của lưỡng cực điện :

$$\left\{ \begin{array}{l} H_{\phi} = \frac{I_m l}{4\pi r^2} \sin\theta \cos\omega t \\ E_r = \frac{I_m l}{2\pi\omega\epsilon r^3} \cos\theta \sin\omega t \\ E_{\theta} = \frac{I_m l}{4\pi\omega\epsilon r^3} \sin\theta \sin\omega t \end{array} \right. \quad (2.5.8)$$

Từ (2.5.8) ta thấy : từ trường H_φ lệch pha so với điện trường E_r và E_θ một góc $\frac{\pi}{2}$, nên vectơ Pôntinh trung bình $\vec{\Pi}_{tb} = \text{re} \vec{\Pi} = 0$, nghĩa là năng lượng trường điện từ của lưỡng cực điện ở vùng gần chủ yếu dao động xung quanh nguồn, trường ở vùng gần không mang tính chất sóng. Vùng gần còn được gọi là vùng cảm ứng. Từ trường của lưỡng cực tại một thời điểm có quy luật như định luật Biôxava (1.14.11). Điện trường của lưỡng cực tại một thời điểm giống trường của lưỡng cực tĩnh điện (bài tập 3 chương 1).



Hình 2.2

Cấu trúc đường sức của $\vec{E}$ và $\vec{H}$ xung quanh lưỡng cực điện ở một thời điểm được vẽ trên hình 2.2.

2.5.4. Trường ở vùng xa

Vùng xa là vùng có khoảng cách từ điểm quan sát đến lưỡng cực rất lớn hơn bước sóng của trường điện từ do lưỡng cực phát ra : $r \gg \lambda$. Khi đó ta có $kr = \frac{2\pi}{\lambda} r \gg 1$.

Nếu bỏ qua các số hạng nhỏ bậc cao hơn so với $\frac{1}{kr}$ trong (2.5.7) ta nhận được biểu thức các thành phần trường của lưỡng cực điện ở vùng xa :

$$\begin{aligned} H_\varphi &= -\frac{I_m k}{4\pi r} \sin\theta \sin(\omega t - kr) = -\frac{I_m}{2\lambda r} \sin\theta \sin(\omega t - kr) \\ E_\theta &= -\frac{I_m k^2}{4\pi\omega\epsilon r} \sin\theta \sin(\omega t - kr) = -\frac{I_m}{2\lambda r} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \sin\theta \sin(\omega t - kr) \end{aligned} \quad (2.5.9)$$

Từ (2.5.9) ta rút ra kết luận sau :

- Trường ở vùng xa của lưỡng cực chỉ gồm hai thành phần H_φ và E_θ đồng pha, vuông góc với nhau và vuông góc với phương truyền r , vectơ Pôntinh phức chỉ có phần thực, tức $\vec{\Pi}_{tb} = \text{re} \vec{\Pi} \neq 0$, năng lượng trường điện từ của lưỡng cực được bức xạ vào không gian. Vùng xa còn được gọi là vùng bức xạ.

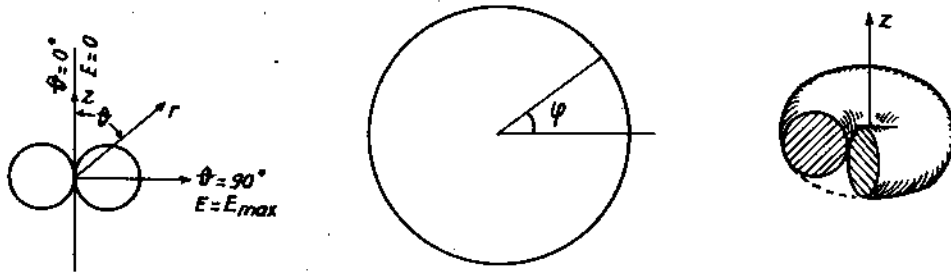
- Biên độ cường độ trường tỉ lệ với tần số ω (tỉ lệ nghịch với bước sóng), nếu có cùng giá trị của dòng điện môi I_m ở cùng một khoảng cách, khi tần số càng cao thì cường độ trường càng lớn.

- Các biên độ cường độ trường H_φ , E_θ đều tỉ lệ với $\sin\theta$, nên trường bức xạ của lưỡng cực điện có tính định hướng trong không gian. Nó cực đại tại mặt phẳng xích đạo có $\theta = \frac{\pi}{2}$ và bằng không theo phương của lưỡng cực $\theta = 0$.

Để mô tả tính định hướng của trường bức xạ ta đưa vào khái niệm giản đồ hướng. Giản đồ hướng của lưỡng cực ký hiệu là hàm $F(\theta, \varphi)$ được xác định bởi biểu thức :

$$F(\theta, \varphi) = \frac{E}{E_{\max}} = \sin\theta \quad (2.5.10)$$

Giản đồ hướng (2.5.10) của lưỡng cực điện trong mặt phẳng kinh tuyến, mặt phẳng vĩ tuyến và trong không gian vẽ trên hình 2.3 a, b, c.



Hình 2.3

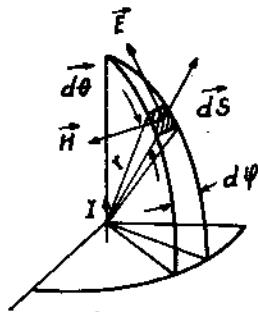
2.5.5. Công suất bức xạ, trở bức xạ

Công suất bức xạ và trở bức xạ là các tham số rất quan trọng của bất kỳ hệ bức xạ nào nhất là trong lý thuyết và kỹ thuật anten. Công suất bức xạ của lưỡng cực điện được tính bởi tích phân theo toàn mặt kín bao quanh lưỡng cực ở vùng xa của vectơ Pônting trung bình. Để dễ tính chúng ta lấy mặt kín là mặt cầu. Nên ta có :

$$P_{\text{bx}} = \oint_S \vec{\Pi}_{\text{tb}} \cdot d\vec{S} \quad (2.5.11)$$

Từ các biểu thức (1.9.15), (1.9.16) và (2.5.9) ta tính được :

$$\vec{\Pi}_{\text{tb}} = \vec{r}_0 \frac{I_m^2 k^3}{32\pi^2 r^2 \omega \epsilon} \sin^2\theta \quad (2.5.12)$$



Hình 2.4

Vi phân mặt cầu (hình 2.4) : $dS = r^2 \sin\theta d\theta d\varphi$

Đặt (2.5.12) vào (2.5.11) ta tính được :

$$P_{\text{bx}} = \frac{I_m^2 k^3}{32\pi^2 \omega \epsilon} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi \sin^3\theta d\theta = \frac{I_m^2 k^2}{12\pi} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} = \frac{I_m^2}{2} R_{\text{bx}} \quad (2.5.13)$$

$$R_{\text{bx}} = \frac{k^2}{6\pi} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} = \frac{2}{3} \pi \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \left(\frac{1}{\lambda}\right)^2 \quad (2.5.14)$$

Ở đây R_{bx} gọi là trở bức xạ của lưỡng cực điện. Ta đặt :

$$z_c = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} [\Omega] \quad (2.5.15)$$

và gọi là trở sóng của môi trường. Trong chân không hay không khí thì thay giá trị của ϵ_0 và μ_0 vào trong các biểu thức (2.5.13) (2.5.14) và (2.5.15) ta được :

$$z_{co} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = 120\pi = 377[\Omega]$$

$$R_{bxo} = 80\pi^2 \left(\frac{1}{\lambda}\right)^2 = 790 \left(\frac{1}{\lambda}\right)^2 [\Omega] \quad (2.5.16)$$

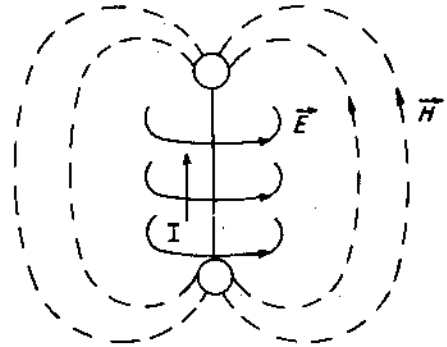
$$P_{bxo} = 395I_m^2 \left(\frac{1}{\lambda}\right)^2 [w]$$

2.6. TRƯỜNG ĐIỆN TỪ CỦA LƯỖNG CỰC TỪ

2.6.1. Lưỡng cực từ

Chúng ta quan niệm rằng lưỡng cực từ là một đoạn dây dẫn ngắn mảnh, trong nó có dòng từ biến đổi do nguồn nuôi ngoài cung cấp chạy qua. Lưỡng cực từ là một mô hình lý tưởng tạo thuận lợi cho việc tính các bài toán của nguồn bức xạ từ.

Để tính trường bức xạ của lưỡng cực từ, ta cũng đưa ra các giả thiết tương tự như đối với lưỡng cực điện, sau đó áp dụng phương pháp thế chậm để tìm ra biểu thức của cường độ trường. Tuy nhiên có con đường nhanh hơn nhận được các biểu thức cho cường độ trường của lưỡng cực từ nếu ta áp dụng nguyên lý đối lẫn đối với các biểu thức mô tả cường độ trường của lưỡng cực điện. Nếu trong các biểu thức (2.5.4) và (2.5.5) ta thay $\vec{H}$ bằng $\vec{E}$; $\vec{E}$ bằng $\vec{H}$ và $\mu \rightarrow -\epsilon$ cùng $\vec{I}_m \rightarrow -\vec{I}_{Mm}$ sẽ nhận được các biên độ phức của trường của lưỡng cực từ sau :



Hình 2.5

$$\vec{E}_m = -\vec{\varphi}_o \frac{I_{Mm}}{4\pi r} \sin\theta \left(\frac{1}{r} + ik \right) e^{-ikr}$$

$$\vec{H}_m = \frac{I_{Mm}}{4\pi i \omega \mu} \frac{e^{-ikr}}{r} \left\{ 2\vec{r}_o \left(\frac{1}{r^2} + \frac{ik}{r} \right) \cos\theta + \vec{\theta}_o \left(\frac{1}{r^2} - k^2 + \frac{ik}{r} \right) \sin\theta \right\} \quad (2.6.1)$$

Từ (2.6.1) ta thấy rằng trường bức xạ của lưỡng cực từ cũng là sóng cầu, các vectơ cường độ trường tỉ lệ nghịch với bán kính r , tỉ lệ với tần số ω và có tính định hướng trong không gian. Nhưng vai trò của điện trường và từ trường so với của lưỡng cực điện thay thế cho nhau. Vì vậy cấu trúc đường sức cường độ trường gần lưỡng cực từ cũng giống như ở hình 2.2 song có đường sức $\vec{E}$ và $\vec{H}$ đổi chỗ cho nhau và có hướng thay đổi cho $\vec{E}$ như vẽ ở hình 2.5.

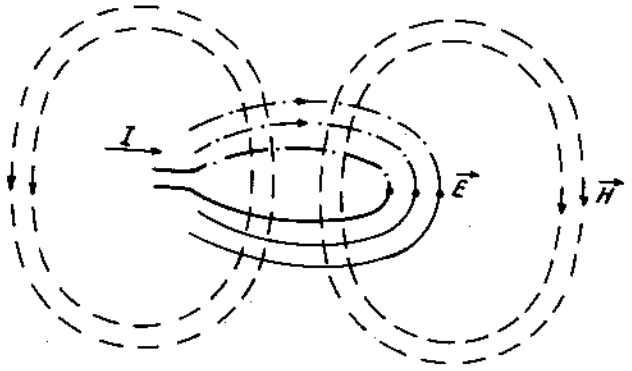
2.6.2. Trường điện từ của vòng dây

Trong thực tế, người ta có thể tạo ra nguyên tố bức xạ ra trường điện từ tương tự như trường của lưỡng cực từ. Chúng ta có thể tạo ra xung quanh 1 vòng dây dẫn nhỏ mảnh có dòng điện biến đổi I_m chạy qua sẽ có đường sức điện từ trường (hình 2.6) giống như đường sức điện từ trường của lưỡng cực từ ở hình 2.5.

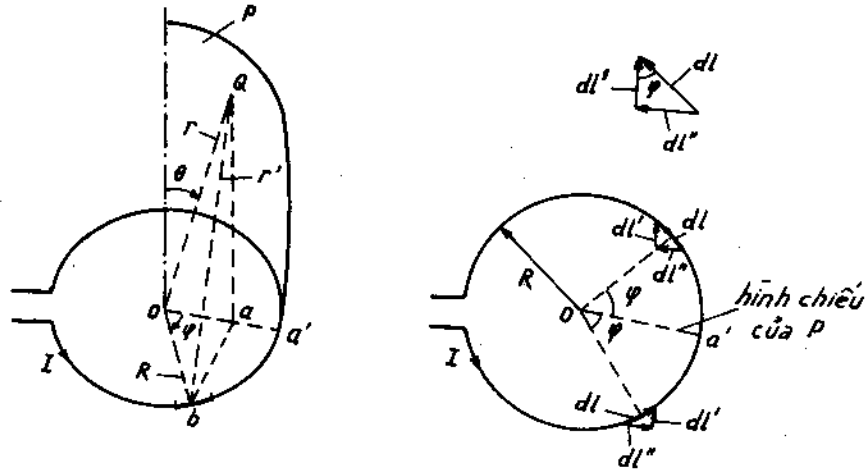
Vòng dây dẫn này gọi là anten khung nguyên tố. Sau đây chúng ta tìm trường bức xạ của vòng dây có dòng điện biến đổi chạy qua rồi từ đó so sánh với trường bức xạ của lưỡng cực từ (2.6.1) và chỉ ra điều kiện tương đương giữa chúng.

Giả sử rằng mặt phẳng của vòng dây nằm trùng với mặt phẳng vĩ tuyến của tọa độ cầu (hình 2.7a), vòng dây có kích thước rất nhỏ so với bước sóng của trường do nó phát ra. Dòng điện biến đổi điều hòa theo thời gian với tần số ω : $\vec{I} = \vec{I}_m e^{i\omega t}$

và có thể coi biên độ và pha của nó có giá trị như nhau dọc theo vòng dây.



Hình 2.6



Hình 2.7

Chúng ta áp dụng phương pháp thế chậm để tìm trường bức xạ của vòng dây. Thế chậm tại điểm quan sát Q của vòng dây được tính theo (2.4.16) là:

$$\vec{A}_{em} = \frac{\mu}{4\pi} \int_V \frac{\vec{J}_m}{r'} e^{-ikr'} dV \quad (2.6.2)$$

Ở đây r' là khoảng cách từ điểm Q đến vi phân vòng dây $d\vec{l}$ (hình 2.7a).

Ta có: $dV = S dl$, $\vec{J}_m dV = \vec{J}_m S dl = \vec{I}_m d\vec{l}$

Từ (2.6.2) ta được:

$$\vec{A}_{em} = \frac{\mu \vec{I}_m}{4\pi} \int \frac{e^{-ikr'}}{r'} d\vec{l} \quad (2.6.3)$$

Vì dòng điện chạy trong vòng dây dẫn chỉ có phương theo phương vĩ tuyến φ nên thế chậm $\vec{A}_{em}$ của nó cũng chỉ có một thành phần hướng theo phương vĩ tuyến.

Chúng ta hãy xét hai vi phân vòng dây $\vec{dl}$ đặt đối xứng với nhau qua mặt phẳng P đi qua điểm tính trường Q và vuông góc với mặt phẳng vòng dây (mặt phẳng P gọi là mặt phẳng kinh tuyến). Mỗi một yếu tố vi phân $\vec{dl}$ đối xứng nhau qua mặt phẳng P lại được phân tích thành hai vi phân: $\vec{dl}'$ hướng song song với mặt phẳng P và $\vec{dl}''$ hướng vuông góc với mặt phẳng này (hình 2.7b). Khi tính đến chiều của dòng điện chảy trong vòng dây ta nhận thấy rằng: thể vectơ do các yếu tố vi phân $\vec{dl}'$ tạo ra ở điểm Q có cùng giá trị nhưng hướng ngược nhau nên triệt tiêu nhau, còn thể vectơ do các yếu tố vi phân $\vec{dl}''$ tạo ra ở Q có cùng giá trị và cùng hướng nên tăng lên gấp đôi. Do đó tích phân (2.6.3) chỉ cần lấy theo các yếu tố $\vec{dl}''$, hơn nữa do tính đối xứng của $\vec{dl}''$ đối với mặt phẳng P nên tích phân trên chỉ cần lấy theo một nửa vòng dây và kết quả nhân đôi là được.

Ta lại có :

$$dl' = dl \cos \varphi = R \cos \varphi d\varphi$$

Ở đây R là bán kính của vòng dây.

Bây giờ biểu thức (2.6.3) có dạng :

$$\vec{A}_{em} = \vec{\varphi}_0 \frac{\mu_0 I_m R}{2\pi} \int_0^\pi \frac{e^{-ikr'} \cos \varphi}{r'} d\varphi \quad (2.6.4)$$

Ở đây $\vec{\varphi}_0$ là vectơ đơn vị hướng theo phương vĩ tuyến theo hình 2.7b ta có hệ thức sau :

$$r'^2 = aQ^2 + ab^2, \quad ab^2 = Oa^2 + R^2 - 2ROa \cos \varphi$$

$$r'^2 = aQ^2 + Oa^2 + R^2 - 2ROa \cos \varphi = r^2 + R^2 - 2Rr \sin \theta \cos \varphi$$

Ở đây r là khoảng cách từ tâm O vòng dây đến điểm Q.

Vì theo giả thiết thì $r' \gg R$ nên ta có các hệ thức gần đúng sau :

$$r' \approx \sqrt{r^2 - 2rR \sin \theta \cos \varphi} = r \sqrt{1 - \frac{2R}{r} \sin \theta \cos \varphi} \approx r - R \sin \theta \cos \varphi.$$

nên :

$$\begin{aligned} \frac{1}{r'} &= \frac{1}{r - R \sin \theta \cos \varphi} = \frac{1}{r} \cdot \frac{1}{1 - \frac{R}{r} \sin \theta \cos \varphi} \\ &\approx \frac{1}{r} \left(1 + \frac{R}{r} \sin \theta \cos \varphi \right) = \frac{1}{r} + \frac{R}{r^2} \sin \theta \cos \varphi \end{aligned}$$

và :

$$\begin{aligned} e^{-ikr'} &\approx e^{-ik(r - R \sin \theta \cos \varphi)} = e^{-ikr} e^{ikR \sin \theta \cos \varphi} \\ &= e^{-ikr} \left\{ \cos(kR \sin \theta \cos \varphi) + i \sin(kR \sin \theta \cos \varphi) \right\} \end{aligned}$$

khi $\lambda \gg R$ thì $kR \ll 1$ nên có thể coi :

$$\cos(kR \sin \theta \cos \varphi) \approx 1$$

$$\sin(kR \sin \theta \cos \varphi) \approx kR \sin \theta \cos \varphi$$

Như vậy ta có :

$$e^{-ikr'} \approx e^{-ikr} (1 + ikR \sin \theta \cos \varphi)$$

Từ các hệ thức trên ta tính được tích phân của (2.6.4) như sau :

$$\int_0^\pi \frac{e^{-ikr'}}{r'} \cos\varphi d\varphi = \frac{\pi}{2} \frac{e^{-ikr}}{r} \sin\theta \left(\frac{1}{r} + ik \right)$$

Và cuối cùng thế chậm của vòng dây tại Q có giá trị là :

$$\vec{A}_{em} = \vec{\varphi}_0 \frac{\mu \dot{I}_m e^{-ikr}}{4r} \sin\theta \left(\frac{1}{r} + ik \right) R^2 \quad (2.6.5)$$

Cường độ từ trường của vòng dây tại Q được tính theo biểu thức (2.2.2) và (2.6.5) là :

$$\vec{H}_m = \frac{\dot{I}_m R^2}{4} \cdot \frac{e^{-ikr}}{r} \left\{ 2\vec{r}_0 \left(\frac{1}{r^2} + \frac{ik}{r} \right) \cos\theta + \vec{\theta}_0 \left(\frac{1}{r^2} - k^2 + \frac{ik}{r} \right) \sin\theta \right\} \quad (2.6.6)$$

Từ biểu thức (2.6.6) ta nhận được cường độ điện trường của vòng dây tại Q nếu tính rot trong tọa độ cầu của $\vec{H}_m$ theo biểu thức sau :

$$\vec{E}_m = \frac{1}{i\omega\epsilon} \text{rot} \vec{H}_m = \vec{\varphi}_0 \frac{\dot{I}_m R^2 k^2 e^{-ikr}}{4i\omega\epsilon r} \sin\theta \left(\frac{1}{r} + ik \right) \quad (2.6.7)$$

so sánh các biểu thức (2.6.6), (2.6.7) với (2.6.1) chúng ta thấy cường độ trường bức xạ của vòng dây dẫn nhỏ mảnh có dòng biến đổi chạy qua có tính chất tương tự như trường bức xạ của lưỡng cực từ. Các cường độ trường của lưỡng cực từ và của vòng dây dẫn sẽ hoàn toàn giống nhau nếu thỏa mãn điều kiện sau :

$$\frac{\dot{I}_{Mm}}{i\omega} = \mu \dot{I}_m \pi R^2 \quad (2.6.8)$$

$$\text{Nếu gọi :} \quad \vec{P}_M = \dot{q}_{Mm} \vec{l} = \frac{\dot{I}_{Mm} \vec{l}}{i\omega} \quad (2.6.9)$$

là mômen từ của lưỡng cực từ, và gọi :

$$\vec{P}_{MV} = \vec{S}_0 \mu \dot{I}_m S = \vec{S}_0 \mu \dot{I}_m \pi R^2 \quad (2.6.10)$$

là mômen từ của vòng dây dẫn có dòng điện $\dot{I}_m$ và diện tích S ($\vec{S}_0$ là vectơ đơn vị pháp tuyến với S), thì ta có điều kiện để cho hai trường bức xạ của lưỡng cực từ và của vòng dây tương đương nhau là :

$$\vec{P}_M = \vec{P}_{MV} \quad (2.6.11)$$

Từ các biểu thức (2.6.6) và (2.6.7) ta nhận được các thành phần trường bức xạ của vòng dây ở vùng xa là :

$$\left. \begin{aligned} H_\theta &= -\frac{\dot{I}_m R^2 k^2}{4r} \sin\theta \cos(\omega t - kr) \\ E_\varphi &= \frac{\dot{I}_m R^2 k^2}{4r} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \sin\theta \cos(\omega t - kr) \end{aligned} \right\} \quad (2.6.12)$$

Từ (2.6.12) ta tính được công suất bức xạ và trở bức xạ của vòng dây như sau :

$$P_{\text{bvx}} = \frac{I_m^2}{2} R_{\text{bvx}} \quad (2.6.13)$$

$$R_{\text{bvx}} = \frac{8}{3} \pi^3 \left(\frac{S}{\lambda^2} \right)^2 Z_c \quad (2.6.14)$$

2.7. TRƯỜNG ĐIỆN TỪ CỦA YẾU TỐ ĐIỆN TÍCH MẶT

Chúng ta nghiên cứu trường bức xạ của điện tích nguyên tố phẳng trên nó có dòng điện và từ mặt chày vuông góc với nhau. Giả sử rằng điện tích nguyên tố trùng với mặt phẳng xoy có dạng chữ nhật kích thước a, b. Dòng điện mặt chày trên diện tích theo hướng trục x là I_{esx} , dòng từ mặt chày trên diện tích theo hướng trục y là I_{msy} (hình 2.8), chúng biến đổi điều hòa theo thời gian.

Điện tích mặt có kích thước nhỏ nhiều so với bước sóng, nên biên độ và pha của dòng điện và từ mặt có thể coi như nhau trên toàn diện tích nguyên tố. Người ta còn gọi điện tích nguyên tố bức xạ này là nguyên tố Huyghen.

Chúng ta áp dụng nghiệm thế chậm (2.4.16) và (2.4.17) cho trường bức xạ của nguyên

tố điện tích với dòng mặt I_{esx} và I_{msy} được :

$$\left. \begin{aligned} \vec{A}_{\text{exm}} &= \frac{\mu}{4\pi} \int_S \frac{\vec{I}_{\text{esxm}} e^{-ikr}}{r} dS \\ \vec{A}_{\text{mym}} &= \frac{\epsilon}{4\pi} \int_S \frac{\vec{I}_{\text{msym}} e^{-ikr}}{r} dS \end{aligned} \right\} \quad (2.7.1)$$

Vì các dòng điện mặt $\vec{I}_{\text{esxm}}$ chảy theo trục x nên thế chậm $\vec{A}_{\text{exm}}$ cũng chỉ có thành phần hướng theo trục này, còn dòng từ mặt $\vec{I}_{\text{msym}}$ chảy theo trục y nên $\vec{A}_{\text{mym}}$ cũng chỉ có thành phần hướng theo trục y. Theo giả thiết do biên độ và pha của dòng điện và từ mặt không đổi trên toàn diện tích nguyên tố, khoảng cách từ điểm tính trường đến diện tích lớn hơn nhiều kích thước của diện tích mặt. Vì vậy ta có thể đưa được các biểu thức trong dấu tích phân của (2.7.1) ra ngoài và nhận được :

$$\left. \begin{aligned} \vec{A}_{\text{exm}} &= \frac{\mu S \vec{I}_{\text{esxm}} e^{-ikr}}{4\pi r} \\ \vec{A}_{\text{mym}} &= \frac{\epsilon S \vec{I}_{\text{msym}} e^{-ikr}}{4\pi r} \end{aligned} \right\} \quad (2.7.2)$$

Ở đây r là khoảng cách từ điểm tính trường đến gốc tọa độ O , $S = ab$ là diện tích của yếu tố mặt.

Mỗi một thành phần thế vectơ (2.7.2) sẽ tạo ra trường bức xạ theo biểu thức (2.2.2), (2.2.3) và (2.2.8). Chúng ta hãy biểu diễn các thành phần cường độ trường bức xạ của yếu tố diện tích trong hệ tọa độ cầu. Các thành phần của một vectơ bất kỳ trong tọa độ Đécac và trong tọa độ cầu liên hệ với nhau qua hệ thức sau :

$$\begin{aligned} A_r &= A_x \sin\theta \cos\varphi + A_y \sin\theta \sin\varphi + A_z \cos\theta \\ A_\theta &= A_x \cos\theta \cos\varphi + A_y \cos\theta \sin\varphi - A_z \sin\theta \\ A_\varphi &= -A_x \sin\varphi + A_y \cos\varphi \end{aligned} \quad (2.7.3)$$

Trong trường hợp của chúng ta chỉ có $\dot{A}_{\text{exm}}$ và $\dot{A}_{\text{mym}}$ khác không, nên theo (2.7.3) ta nhận được các thành phần của thế chậm trong tọa độ cầu :

$$\left. \begin{aligned} \dot{A}_{\text{erm}} &= \dot{A}_{\text{exm}} \sin\theta \cos\varphi \\ \dot{A}_{\text{e}\theta\text{m}} &= \dot{A}_{\text{exm}} \cos\theta \cos\varphi \\ \dot{A}_{\text{e}\varphi\text{m}} &= -\dot{A}_{\text{exm}} \sin\varphi \end{aligned} \right\} \quad (2.7.4)$$

$$\left. \begin{aligned} \dot{A}_{\text{mrm}} &= \dot{A}_{\text{mym}} \sin\theta \sin\varphi \\ \dot{A}_{\text{m}\theta\text{m}} &= \dot{A}_{\text{mym}} \cos\theta \sin\varphi \\ \dot{A}_{\text{m}\varphi\text{m}} &= \dot{A}_{\text{mym}} \cos\varphi \end{aligned} \right\} \quad (2.7.5)$$

Áp dụng biểu thức (2.2.2) và (2.2.8) ta tính được từ trường và điện trường theo (2.7.4), (2.7.5) :

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu} \text{rot} \vec{A}_{\text{em}}, \quad \vec{E}_{\text{mm}} = -\frac{1}{\varepsilon} \text{rot} \vec{A}_{\text{mm}}$$

Chúng ta chỉ khảo sát trường điện từ bức xạ của diện tích nguyên tố ở vùng xa. Do đó khi tính trường của nó ta chỉ tính đến các số hạng suy giảm tỉ lệ với $\frac{1}{r}$ và bỏ các số hạng nhỏ bậc cao hơn. Do vậy mà trong khi tính rot trong tọa độ cầu của (2.7.4) và (2.7.5) ta chỉ giữ lại các thành phần với đạo hàm :

$$\vec{\varphi}_0 \frac{\partial \dot{A}_{\theta\text{m}}}{\partial r} \quad \text{và} \quad \vec{\theta}_0 \frac{\partial \dot{A}_{\varphi\text{m}}}{\partial r}$$

Còn các thành phần còn lại của rot cho biên độ giảm nhanh hơn $\frac{1}{r}$ ta không tính. Kết quả của phép tính rot ta nhận được các thành phần trường do nguồn điện và nguồn từ tạo ra ở vùng xa của diện tích nguyên tố.

$$\left. \begin{aligned} \dot{H}_{\text{e}\varphi\text{m}} &= -\frac{ikS \dot{I}_{\text{exm}} \cos\theta \cos\varphi}{4\pi r} \cdot e^{-ikr} \\ \dot{H}_{\text{e}\theta\text{m}} &= -\frac{ikS \dot{I}_{\text{exm}} \sin\varphi}{4\pi r} \cdot e^{-ikr} \end{aligned} \right\} \quad (2.7.6)$$

$$\left. \begin{aligned} \dot{E}_{\text{m}\varphi\text{m}} &= \frac{ikS \dot{I}_{\text{msym}} \cos\theta \sin\varphi}{4\pi r} \cdot e^{-ikr} \\ \dot{E}_{\text{m}\theta\text{m}} &= \frac{ikS \dot{I}_{\text{msym}} \cos\varphi}{4\pi r} \cdot e^{-ikr} \end{aligned} \right\} \quad (2.7.7)$$

Sử dụng các phương trình Macxoen thứ nhất và thứ hai :

$$\vec{E}_{em} = \frac{1}{i\omega\epsilon} \text{rot } \vec{H}_{em} \text{ và } \vec{H}_{mm} = -\frac{1}{i\omega\mu} \text{rot } \vec{E}_{mm}$$

cho các biểu thức (2.7.6) và (2.7.7) ta nhận được các kết quả :

$$\left. \begin{aligned} \dot{E}_{\varphi m} &= \frac{ik\sqrt{\mu/\epsilon} SI_{csxm} \sin\varphi}{4\pi r} e^{-ikr} \\ \dot{E}_{\theta m} &= -\frac{ik\sqrt{\mu/\epsilon} SI_{csxm} \cos\theta \cos\varphi}{4\pi r} e^{-ikr} \end{aligned} \right\} \quad (2.7.8)$$

$$\left. \begin{aligned} \dot{H}_{\varphi m} &= -\frac{ikSI_{msym} \cos\varphi}{\sqrt{\mu/\epsilon} 4\pi r} e^{-ikr} \\ \dot{H}_{\theta m} &= \frac{-ikSI_{msym} \cos\theta \sin\varphi}{\sqrt{\mu/\epsilon} 4\pi r} e^{-ikr} \end{aligned} \right\} \quad (2.7.9)$$

Bây giờ chúng ta lấy tổng các biểu thức (2.7.8) và (2.7.7) cho các thành phần của E_θ , E_φ được :

$$\begin{aligned} \dot{E}_{\Sigma\varphi m} &= \dot{E}_{\varphi m} + \dot{E}_{m\varphi m} = \frac{\sqrt{\mu/\epsilon} ikSI_{csxm} \sin\varphi}{4\pi r} e^{-ikr} (1 + \alpha \cos\theta) \\ \dot{E}_{\Sigma\theta m} &= \dot{E}_{\theta m} + \dot{E}_{m\theta m} = \frac{-ikSI_{msym} \cos\varphi}{4\pi r} e^{-ikr} \left(1 + \frac{1}{\alpha} \cos\theta\right) \end{aligned} \quad (2.7.10)$$

$$\text{Ở đây} \quad \alpha = \frac{I_{msym}}{I_{csxm} \sqrt{\mu/\epsilon}} \quad (2.7.11)$$

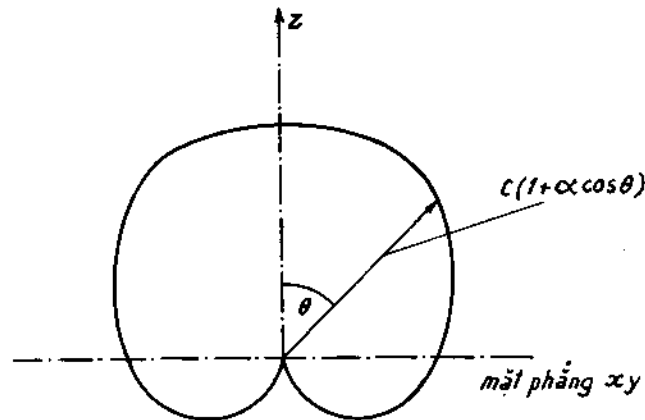
Tương tự nếu lấy tổng các biểu thức (2.7.6) và (2.7.9) cho các thành phần từ trường H_θ , H_φ được :

$$\dot{H}_{\Sigma\varphi m} = \dot{H}_{\varphi m} + \dot{H}_{m\varphi m} = \frac{-ikSI_{msym} \cos\varphi}{\sqrt{\mu/\epsilon} 4\pi r} e^{-ikr} \left(1 + \frac{1}{\alpha} \cos\theta\right) \quad (2.7.12)$$

$$\dot{H}_{\Sigma\theta m} = \dot{H}_{\theta m} + \dot{H}_{m\theta m} = \frac{-ikSI_{csxm} \sin\varphi}{4\pi r} e^{-ikr} (1 + \alpha \cos\theta)$$

Từ các biểu thức (2.7.10), (2.7.12) chúng ta thấy trường bức xạ ở vùng xa của nguyên tố diện tích mặt trong mặt phẳng kinh tuyến có đặc trưng hướng dạng đường cong cardioid (hình 2.9).

Người ta nhận thấy rằng trường bức xạ của nguyên tố Huyghen nhận được ở trên cũng tương tự như trường bức xạ của 2 lưỡng cực điện và từ đặt vuông góc với nhau và có điểm giữa của 2 lưỡng cực chung nhau [3], [7].



Hình 2.9

2.8. BÀI TẬP

1. Chứng minh rằng nếu các thế điện động vectơ $\vec{A}_e$, vô hướng φ_e thỏa mãn phương trình sóng thuần nhất thì các vectơ cường độ trường $\vec{E}$ và $\vec{H}$ cũng thỏa mãn phương trình này.

2. Chứng minh rằng bằng cách đổi biến mới dạng :

$$\xi = t - \frac{r}{v} \text{ và } \eta = t + \frac{r}{v}$$

với :

$$v^2 = \frac{1}{\epsilon\mu}$$

Chúng ta chuyển được phương trình sóng thuần nhất dạng :

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} - \epsilon\mu \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = 0$$

về dạng mới :

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial \xi \partial \eta} = 0$$

Ở đây hàm ψ là hàm của hai biến r và t .

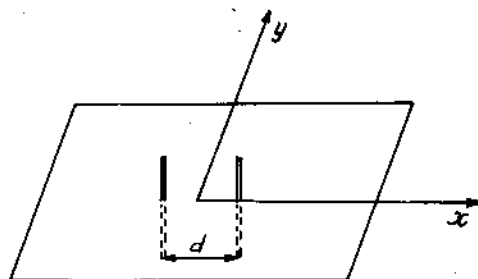
3. Một lưỡng cực điện dài $l = 0,1\text{m}$ đặt trong không khí được nuôi bởi dòng điện dạng sin có biên độ $I_m = 1\text{A}$ và tần số $f = 1\text{MHz}$. Hãy xác định biên độ cường độ điện trường, từ trường tại khoảng cách $r = 1\text{km}$ theo các phương $\theta = 30^\circ$ và 90° . Tính giá trị của vectơ Pônting trung bình của lưỡng cực.

4. Một lưỡng cực điện dài $l = 0,2\text{m}$ được nuôi bằng dòng điện dạng sin có biên độ $I_m = 2\text{A}$ đặt trong không khí. Tại khoảng cách $r = 5\text{km}$ theo phương $\theta = 90^\circ$ xác định được mật độ công suất trung bình của lưỡng cực $\Pi_{\text{tbn}} = 5 \cdot 10^{-6} \text{W/m}^2$. Hãy tính biên độ cường độ điện trường và từ trường tại khoảng cách đó ở hướng trên và tần số phát f của lưỡng cực.

5. Tại khoảng cách $r = 10\text{km}$ trong không khí theo phương $\theta = 30^\circ$, máy đo biên độ cường độ điện trường chỉ $E_m = 3 \cdot 10^{-3} \text{V/m}$. Hãy tính công suất bức xạ của lưỡng cực điện phát. Nếu lưỡng cực điện này có dạng nửa sóng (chắn tử nửa sóng) thì dòng điện nuôi có biên độ bằng bao nhiêu ?

6. Có hai lưỡng cực điện đặt song song nhau trong không khí cách nhau 1 khoảng d (hình 2.10).

Mỗi một lưỡng cực tạo ra điện trường ở khoảng cách $r = 1\text{km}$ theo hướng cực đại có biên độ $E_m = 0,001 \text{V/m}$ một cách riêng rẽ nhau. Hãy xác định biên độ điện trường E_m của hai lưỡng cực cũng ở khoảng cách này nhưng theo hai hướng là : theo trục x nối hai lưỡng cực và theo trục y . Biết rằng dòng trong hai lưỡng cực đồng pha, bước sóng của chúng $\lambda = 2\text{m}$ khoảng cách d có giá trị 1,2 và 2,5m.



Hình 2.10

7. Trong một khung dây dẫn tròn đường kính $2R = 20\text{cm}$ có dòng điện biến đổi chậm với biên độ $I_m = 1\text{A}$, bước sóng do khung phát ra $\lambda = 20\text{m}$. Hãy tính cường độ từ trường của khung ở khoảng cách $r = 1\text{km}$ theo hướng bức xạ cực đại.

Chương 3

SÓNG ĐIỆN TỬ PHẪNG

Sóng điện từ là quá trình lan truyền trường điện từ trong không gian. Người ta phân chia ra các loại sóng điện từ sau : sóng phẳng, sóng trụ và sóng cầu. Sóng có mặt đồng pha là mặt phẳng gọi là sóng phẳng, tương tự sóng có mặt đồng pha là mặt trụ và mặt cầu gọi là sóng trụ và sóng cầu. Trong thực tế kỹ thuật các dạng sóng điện từ được tạo ra từ các nguồn nhân tạo đều là sóng trụ và sóng cầu. Sóng phẳng chỉ là mẫu lý tưởng của sóng điện từ. Song việc nghiên cứu sóng phẳng có ý nghĩa quan trọng vì các lý do :

- Về mặt toán học, nghiên cứu sóng phẳng dễ dàng hơn nhiều do cấu trúc của nó rất đơn giản, nhưng các kết quả nghiên cứu mặt định tính của sóng phẳng có thể đặc trưng cho các sóng khác, trong một số trường hợp các kết quả định lượng của nó áp dụng được cho các sóng trụ và sóng cầu.

- Về mặt vật lý ở những khoảng cách rất xa nguồn bức xạ, một phần nhỏ của mặt trụ hay mặt cầu có thể coi là phẳng.

Chương này tập trung xét các tính chất của sóng điện từ phẳng truyền trong các môi trường đồng nhất đẳng hướng và không đẳng hướng, sự phản xạ và khúc xạ của nó tại mặt giới hạn phân chia các môi trường khác nhau, các dạng phân cực của sóng phẳng và các hiệu ứng xảy ra trong các môi trường khi truyền sóng phẳng. Để cho đơn giản ta xét cho trường hợp sóng điện từ điều hòa với tần số ω và nguồn của sóng coi như ở xa vô cùng không tính.

3.1. NGHIỆM PHƯƠNG TRÌNH SÓNG ĐỐI VỚI SÓNG PHẪNG

3.1.1. Sóng phẳng đồng nhất TEM

Chúng ta đều biết mặt phẳng là mặt đồng pha của sóng phẳng. Nếu trong mặt phẳng đồng pha của sóng các biên độ cường độ trường $\vec{E}$ và $\vec{H}$ có giá trị như nhau ở mọi điểm thì sóng phẳng được gọi là đồng nhất. Sóng phẳng đồng nhất có mặt đồng biên và đồng pha trùng nhau là mặt phẳng. Để tìm nghiệm các phương trình Macxoen và phương trình sóng cho sóng phẳng chúng ta sử dụng hệ tọa độ Đécac rất tiện lợi.

Các phương trình Macxoen của sóng phẳng điều hòa trong môi trường đồng nhất và đẳng hướng với các biên độ phức của cường độ trường viết trong hệ tọa độ Đécac có dạng :

$$\frac{\partial \vec{H}_{zm}}{\partial y} - \frac{\partial \vec{H}_{ym}}{\partial z} = i\omega \epsilon_p \vec{E}_{xm} \quad (1)$$

$$\frac{\partial \dot{H}_{xm}}{\partial z} - \frac{\partial \dot{H}_{zm}}{\partial x} = i\omega \epsilon_p \dot{E}_{ym} \quad (2)$$

$$\frac{\partial \dot{H}_{ym}}{\partial x} - \frac{\partial \dot{H}_{xm}}{\partial y} = i\omega \epsilon_p \dot{E}_{zm} \quad (3)$$

$$\frac{\partial \dot{E}_{zm}}{\partial y} - \frac{\partial \dot{E}_{ym}}{\partial z} = -i\omega \mu \dot{H}_{xm} \quad (4)$$

$$\frac{\partial \dot{E}_{xm}}{\partial z} - \frac{\partial \dot{E}_{zm}}{\partial x} = -i\omega \mu \dot{H}_{ym} \quad (5)$$

$$\frac{\partial \dot{E}_{ym}}{\partial x} - \frac{\partial \dot{E}_{xm}}{\partial y} = -i\omega \mu \dot{H}_{zm} \quad (6)$$

Chúng ta chọn hệ tọa độ Đécac có trục z trùng với phương truyền của sóng phẳng, mặt đồng pha và đồng biên của sóng phẳng sẽ là mặt phẳng P song song với mặt phẳng xy và có phương trình là $z = l$ (hình 3.1).

Với cách chọn hệ tọa độ như trên, thì các vectơ cường độ trường $\vec{E}$ và $\vec{H}$ của sóng phẳng đồng nhất có giá trị như nhau ở mọi điểm của mặt phẳng P và không phụ thuộc vào tọa độ x và y . Chúng là hàm chỉ của z và thời gian t . Ta có điều kiện sau :

$$\frac{\partial E}{\partial x} = \frac{\partial E}{\partial y} = \frac{\partial H}{\partial x} = \frac{\partial H}{\partial y} = 0 \quad (3.1.1)$$

Hình 3.1

Từ điều kiện (3.1.1) và các phương trình Macxoen (3) và (6) suy ra được :

$$\dot{E}_{zm} = \dot{H}_{zm} = 0 \quad (3.1.2)$$

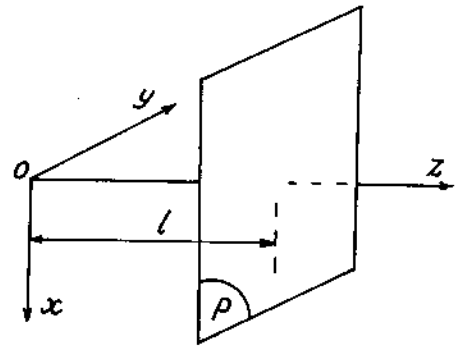
Như vậy sóng phẳng đồng nhất trong môi trường đồng nhất và đẳng hướng không có các thành phần dọc theo phương truyền sóng z của vectơ cường độ điện trường và từ trường. Các vectơ cường độ trường của sóng nằm trong mặt phẳng vuông góc với phương truyền sóng. Sóng phẳng đồng nhất như vậy gọi là sóng điện từ ngang và ký hiệu là sóng TEM.

3.1.2. Nghiệm phương trình sóng

Để tìm các biểu thức cho các vectơ cường độ trường của sóng phẳng TEM, từ các phương trình Macxoen (1), (2), (4) và (5) ta nhận được các phương trình sóng thuần nhất sau :

$$\frac{\partial^2 \dot{E}_{xm}}{\partial z^2} + k_p^2 \dot{E}_{xm} = 0 \quad (7)$$

$$\frac{\partial^2 \dot{E}_{ym}}{\partial z^2} + k_p^2 \dot{E}_{ym} = 0 \quad (8)$$



$$\frac{\partial^2 \dot{H}_{xm}}{\partial z^2} + k_p^2 \dot{H}_{xm} = 0 \quad (9)$$

$$\frac{\partial^2 \dot{H}_{ym}}{\partial z^2} + k_p^2 \dot{H}_{ym} = 0 \quad (10)$$

Ở đây $k_p = \omega \sqrt{\epsilon_p \mu} = \omega \sqrt{\epsilon \left(1 - i \frac{\sigma}{\omega \epsilon}\right) \mu}$ (3.1.3)

gọi là số sóng phức.

Vì các phương trình sóng (7), (8), (9), (10) hoàn toàn giống nhau, nên ta chỉ cần tìm nghiệm cho một phương trình là đủ. Phương trình (7) có nghiệm dạng sau :

$$\dot{E}_{xm} = \dot{E}_{xmt} e^{-ik_p z} + \dot{E}_{xmpx} e^{ik_p z} \quad (3.1.4)$$

Số hạng thứ nhất ở vế phải của (3.1.4) biểu thị sóng phẳng truyền theo phương trục $z > 0$ gọi là sóng thuận hay sóng tới, số hạng thứ hai của nó là sóng phẳng truyền theo chiều ngược lại $z < 0$ được gọi là sóng ngược hay sóng phản xạ. $\dot{E}_{xmt}$, $\dot{E}_{xmpx}$ là các biên độ phức của sóng thuận và sóng ngược.

Hoàn toàn tương tự chúng ta nhận được nghiệm của các phương trình sóng (8), (9) và (10) như sau :

$$\left. \begin{aligned} \dot{E}_{ym} &= \dot{E}_{ymt} e^{-ik_p z} + \dot{E}_{ympx} e^{ik_p z} \\ \dot{H}_{xm} &= \dot{H}_{xmt} e^{-ik_p z} + \dot{H}_{xmpx} e^{ik_p z} \\ \dot{H}_{ym} &= \dot{H}_{ymt} e^{-ik_p z} + \dot{H}_{ympx} e^{ik_p z} \end{aligned} \right\} \quad (3.1.5)$$

Từ (3.1.4) và (3.1.5) các vectơ cường độ trường của sóng phẳng có thể viết dạng sau :

$$\left. \begin{aligned} \vec{E}_m &= \vec{x}_o (\dot{E}_{xmt} e^{-ik_p z} + \dot{E}_{xmpx} e^{ik_p z}) + \vec{y}_o (\dot{E}_{ymt} e^{-ik_p z} + \dot{E}_{ympx} e^{ik_p z}) \\ \vec{H}_m &= \vec{x}_o (\dot{H}_{xmt} e^{-ik_p z} + \dot{H}_{xmpx} e^{ik_p z}) + \vec{y}_o (\dot{H}_{ymt} e^{-ik_p z} + \dot{H}_{ympx} e^{ik_p z}) \end{aligned} \right\} \quad (3.1.6)$$

Để tìm mối quan hệ giữa các biên độ phức của điện trường và từ trường cho sóng thuận và sóng ngược chúng ta hãy quay hệ tọa độ Đêcac xung quanh trục z đi 1 góc sao cho trục x chỉ hướng của vectơ $\vec{E}$ và do đó trục y chỉ hướng của vectơ $\vec{H}$, ta có :

$$\left. \begin{aligned} \vec{E}_m &= \vec{x}_o E_m = \vec{x}_o \dot{E}_{xm}, & \dot{E}_{ym} &= 0 \\ \vec{H}_m &= \vec{y}_o H_m = \vec{y}_o \dot{H}_{ym}, & \dot{H}_{xm} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.1.7)$$

Từ phương trình Macxoen (1) với điều kiện (3.1.7) và các biểu thức (3.1.4) (3.1.5) ta nhận được các quan hệ sau :

$$\dot{E}_{mt} = \dot{E}_{xmt} = -\frac{1}{i\omega \epsilon_p} \frac{\partial \dot{H}_{ymt}}{\partial z} = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon_p}} \dot{H}_{ymt} = z_p \dot{H}_{mt} \quad (3.1.8)$$

$$\dot{E}_{mpx} = \dot{E}_{xmpx} = -\frac{1}{i\omega \epsilon_p} \frac{\partial \dot{H}_{ympx}}{\partial z} = -\sqrt{\frac{\mu}{\epsilon_p}} \dot{H}_{ympx} = -z_p \dot{H}_{mpx} \quad (3.1.9)$$

Ở đây :

$$z_p = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon_p}} = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon(1-itg\delta_e)}} = z_c \frac{1}{\sqrt{1-itg\delta_e}} \quad (3.1.10)$$

gọi là trở sóng phức của môi trường, còn $tg\delta_e$ là tang của góc tiêu hao điện xác định theo biểu thức (1.7.24).

Từ các mối quan hệ (3.1.8), (3.1.9) ta có thể viết biểu thức các vectơ cường độ trường cho sóng phẳng TEM dạng gọn hơn :

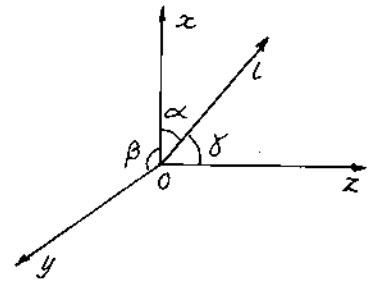
$$\begin{aligned} \vec{H}_m &= \vec{H}_{mt} e^{-ik_p z} + \vec{H}_{mpx} e^{ik_p z} \\ \vec{E}_m &= z_p ([\vec{H}_{mt} \times \vec{z}_0] e^{-ik_p z} - [\vec{H}_{mpx} \times \vec{z}_0] e^{ik_p z}) \end{aligned} \quad (3.1.11)$$

Hoặc cho vectơ cường độ trường phức của sóng phẳng là :

$$\begin{aligned} \vec{H} &= \vec{H}_{mt} e^{i(\omega t - k_p z)} + \vec{H}_{mpx} e^{i(\omega t + k_p z)} \\ \vec{E} &= z_p ([\vec{H}_{mt} \times \vec{z}_0] e^{i(\omega t - k_p z)} - [\vec{H}_{mpx} \times \vec{z}_0] e^{i(\omega t + k_p z)}) \end{aligned} \quad (3.1.12)$$

Để cho đơn giản từ nay về sau ta chỉ xét các tính chất đối với sóng phẳng thuận ở trong môi trường rộng vô hạn.

Các biểu thức viết cho cường độ trường của sóng phẳng đồng nhất truyền dọc theo trục tọa độ z có dạng đã biết là (3.1.11) và (3.1.12). Bằng cách tương tự ta có thể nhận được biểu thức của các vectơ cường độ trường cho sóng phẳng TEM truyền dọc theo một phương l nào đó tạo với các trục tọa độ x, y và z các góc α, β và γ tương ứng (hình 3.2).



Hình 3.2

Chẳng hạn biểu thức cho từ trường của sóng thuận có dạng [7].

$$\vec{H}_l = \vec{H}_{ml} e^{i(\omega t - k_p l)} \quad (3.1.13)$$

Ở đây vectơ $\vec{H}_{ml}$ nằm trong mặt phẳng vuông góc với phương l . Còn cường độ điện trường của sóng thuận sẽ là :

$$\vec{E}_l = z_p [\vec{H}_{ml} \times \vec{l}_0] e^{i(\omega t - k_p l)} \quad (3.1.14)$$

Ở đây $\vec{l}_0$ là vectơ đơn vị của phương truyền sóng l . Các số sóng phức k_p (3.1.3) và trở sóng phức z_p (3.1.10) của môi trường là các đại lượng phức, nên ta có thể biểu diễn chúng dưới dạng mới sau :

$$\begin{aligned} k_p &= \beta - i\alpha \\ z_p &= |z_p| e^{i\psi} \end{aligned} \quad (3.1.15)$$

Ở đây α, β và ψ là các số thực, α gọi là hệ số tiêu hao của môi trường, β gọi là hệ số pha của sóng, ψ là argumen của trở sóng phức. Từ (3.1.3), (3.1.10) và (3.1.15) ta xác định được các đại lượng $\alpha, \beta, |z_p|, \psi$ qua ω, ϵ, μ và $tg\delta_e$ như sau :

$$\alpha = \omega \sqrt{\epsilon \mu} \sqrt{-\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{1 + tg^2 \delta_e}} \quad (3.1.16)$$

$$\beta = \omega\sqrt{\epsilon\mu} \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{1 + \text{tg}^2\delta_e}} \quad (3.1.17)$$

$$|z_p| = \frac{z_c}{\sqrt{1 + \text{tg}^2\delta_e}} \quad (3.1.18)$$

$$\psi = \arctg \frac{\alpha}{\beta} = \arctg \sqrt{\frac{-1 + \sqrt{1 + \text{tg}^2\delta_e}}{1 + \sqrt{1 + \text{tg}^2\delta_e}}} \quad (3.1.19)$$

Vận tốc pha của sóng phẳng là vận tốc dịch chuyển mặt đồng pha của nó. Mặt đồng pha của sóng phẳng thuận từ biểu thức (3.1.12), (3.1.15) có dạng :

$$\phi = \omega t - \beta z = \text{const} \quad (3.1.20)$$

$$\text{Do đó } d\phi = \omega dt - \beta dz = 0$$

Nên vận tốc pha v_{ph} được xác định bởi biểu thức :

$$v_{ph} = \frac{dz}{dt} = \frac{\omega}{\beta} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}} \times \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{1 + \text{tg}^2\delta_e}}} = \frac{v}{\sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{1 + \text{tg}^2\delta_e}}} \quad (3.1.21)$$

Ở đây v là vận tốc truyền sóng phẳng trong môi trường rộng vô hạn xác định theo (2.4.7) vectơ Pônting trung bình của sóng phẳng thuận hướng theo phương truyền sóng z và theo (1.9.15), (1.9.16) và (3.1.11) được tính :

$$\vec{\Pi}_{tb} = \text{re } \vec{\Pi} = \frac{1}{2} \text{re } [\vec{E}_{mt} \times \vec{H}_{mt}^*] = \vec{z}_o \frac{1}{2} |z_p| |\dot{H}_{mt}|^2 = \vec{z}_o \frac{1}{2} \frac{|\dot{E}_{mt}|^2}{|z_p|} \quad (3.1.22)$$

3.2. SÓNG PHẪNG ĐỒNG NHẤT TRONG CÁC MÔI TRƯỜNG ĐỒNG NHẤT VÀ ĐẲNG HƯỚNG

3.2.1. Trong môi trường điện môi lý tưởng

Chúng ta nghiên cứu các tính chất của sóng điện từ phẳng đồng nhất truyền dọc theo trục $z > 0$ (sóng thuận) trong môi trường điện môi lý tưởng đồng nhất và đẳng hướng rộng vô hạn. Vì điện môi lý tưởng có độ dẫn $\sigma = 0$ nên các tham số điện của nó như : $\epsilon_p = \epsilon$; $k_p = k$, $z_p = z_c$ là các số thực. Từ các biểu thức (3.1.16) + (3.1.22) ta có :

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= 0, \psi = 0 \\ \beta &= k = \omega\sqrt{\epsilon\mu} \\ |z_p| &= z_c = \sqrt{\mu/\epsilon} \\ v_{ph} &= \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}} = v \\ \Pi_{tb} &= \frac{1}{2} z_c |\dot{H}_m|^2 = \frac{1}{2} \frac{|\dot{E}_m|^2}{z_c} \end{aligned} \right\} \quad (3.2.1)$$

Các vectơ cường độ trường của sóng phẳng thuận trong điện môi lý tưởng bây giờ có dạng :

$$\left. \begin{aligned} \vec{H}_m &= \vec{H}_{mt} e^{-i\beta z} \\ \vec{E}_m &= z_c [\vec{H}_{mt} \times \vec{z}_0] e^{-i\beta z} \end{aligned} \right\} \quad (3.2.2)$$

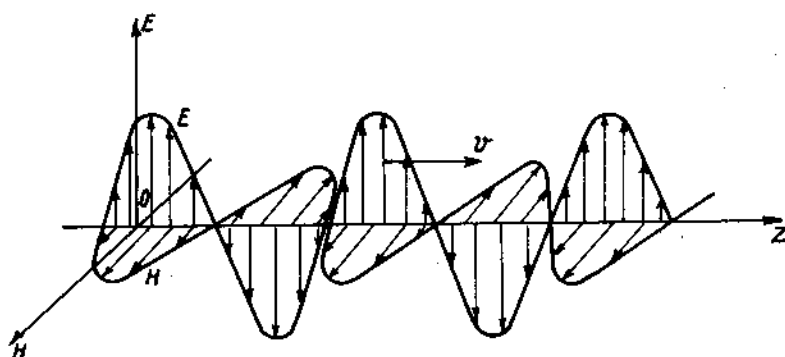
hay :

$$\left. \begin{aligned} \vec{H} &= \vec{H}_{mt} e^{i(\omega t - \beta z)} \\ \vec{E} &= z_c [\vec{H}_{mt} \times \vec{z}_0] e^{i(\omega t - \beta z)} \end{aligned} \right\} \quad (3.2.3)$$

Từ các biểu thức (3.2.1), (3.2.2) và (3.2.3) ta có kết luận về các tính chất của sóng phẳng trong điện môi lý tưởng như sau :

- Các vectơ cường độ trường $\vec{E}$ và $\vec{H}$ luôn vuông góc với nhau và cùng vuông góc với phương truyền sóng. Điện trường và từ trường luôn đồng pha và có biên độ không đổi dọc theo phương truyền sóng.

- Vận tốc pha của sóng phẳng là hằng số bằng vận tốc truyền sóng trong môi trường.



Hình 3.3

- Môi trường không tổn hao năng lượng, không tán sắc sóng điện từ, trở sóng là một số thực.

Bức tranh của sóng điện từ phẳng cho các vectơ cường độ trường tại một thời điểm nào đó trong điện môi lý tưởng được mô tả trên hình 3.3.

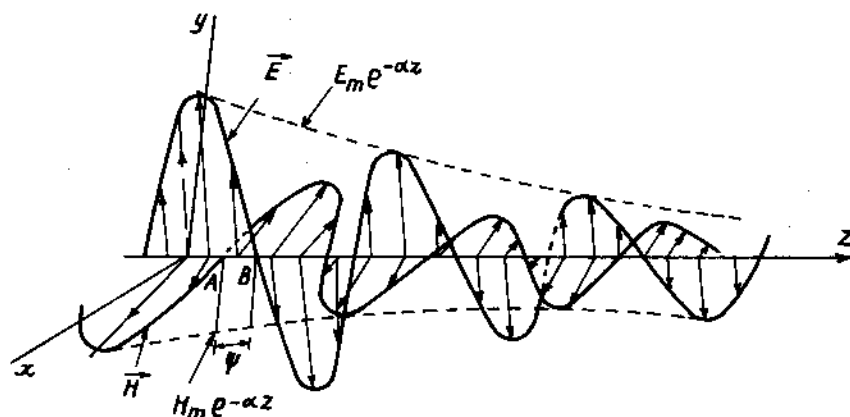
3.2.2. Trong môi trường dẫn điện

Trong môi trường dẫn điện có độ dẫn $\sigma \neq 0$, thì số sóng và trở sóng là các đại lượng phức, hệ số tiêu hao $\alpha \neq 0$, nên sóng điện từ bị tiêu hao năng lượng, biên độ của các vectơ cường độ trường suy giảm theo hàm mũ dạng $e^{-\alpha z}$ dọc theo phương truyền sóng z . Điện trường và từ trường lệch pha nhau 1 góc ψ bằng argumen của trở sóng phức. Vận tốc pha là hàm số của tần số. Sóng phẳng trong môi trường dẫn điện bị tán sắc, và môi trường này được gọi là môi trường tán sắc.

Biểu thức của vectơ cường độ trường theo (3.1.12) và (3.1.15) có dạng :

$$\left. \begin{aligned} \vec{H} &= \vec{H}_{mt} e^{i(\omega t - \beta z)} e^{-\alpha z} \\ \vec{E} &= |z_p| [\vec{H}_{mt} \times \vec{z}_0] e^{i(\omega t - \beta z + \psi)} e^{-\alpha z} \end{aligned} \right\} \quad (3.2.4)$$

Bức tranh cường độ trường của sóng phẳng trong môi trường dẫn điện tại một thời điểm nào đó được mô tả trên hình 3.4.



Hình 3.4

Nếu môi trường dẫn điện có độ dẫn điện rất lớn như một số kim loại thì coi $\sigma \rightarrow \infty$ và $\tan \delta_e \gg 1$ nên từ (3.1.16) + (3.1.21) ta có :

$$\left. \begin{aligned} \alpha &\approx \beta \approx \sqrt{\frac{\omega \mu \sigma}{2}} \\ |z_p| &\approx \sqrt{\frac{\mu \omega}{\sigma}} \\ v_{ph} &\approx \sqrt{\frac{2\omega}{\mu \sigma}} \\ \varphi &\approx \frac{\pi}{4} \end{aligned} \right\} \quad (3.2.5)$$

3.3. HIỆU ỨNG BỀ MẶT TRONG VẬT DẪN

Trong vật dẫn điện tốt do độ dẫn σ rất lớn nên từ (3.2.5) ta thấy hệ số α càng lớn khi tần số ω của sóng càng cao. Và như vậy thì biên độ cường độ trường $\vec{E}$ và $\vec{H}$ bị suy giảm rất nhanh khi truyền vào bên trong vật dẫn. Nghĩa là sóng điện từ chỉ tồn tại ở một lớp rất mỏng sát bề mặt của vật dẫn điện tốt. Khi cho dòng điện cao tần chảy trong vật dẫn điện tốt người ta cũng thấy dòng điện này chỉ tồn tại trên một lớp rất mỏng ở bề mặt của vật dẫn.

Hiện tượng sóng điện từ hay dòng điện cao tần khi truyền trong vật dẫn điện tốt chỉ tập trung ở trên bề mặt của nó gọi là hiệu ứng bề mặt hay hiệu ứng skin.

Để đặc trưng cho hiệu ứng bề mặt, người ta đưa vào khái niệm độ thấm sâu của trường hay độ dày lớp skin δ . Đó là khoảng cách tính từ bề mặt vật dẫn đi sâu vào bên trong tại đó biên độ cường độ trường giảm đi $e = 2,7183$... lần so với giá trị ở trên bề mặt. Từ các biểu thức (3.2.4) và (3.2.5) ta có :

$$\begin{aligned} E_m &= E_{m0} e^{-\alpha z} \\ H_m &= H_{m0} e^{-\alpha z} \end{aligned} \quad (3.3.1)$$

Ở đây E_{mo} , H_{mo} là biên độ của điện trường và từ trường trên bề mặt vật dẫn ($z = 0$). Theo định nghĩa của độ thấm sâu của trường ta có :

$$\frac{E_{mo}}{E_m} = e^{\alpha\delta} = e$$

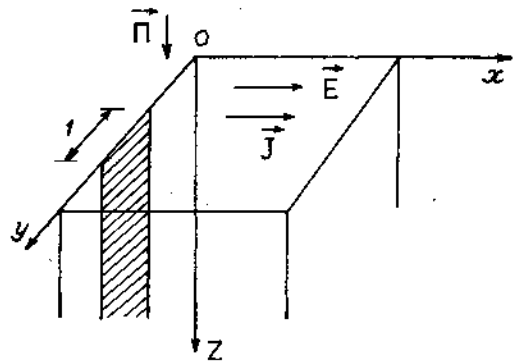
Từ đó suy ra :
$$\delta = \frac{1}{\alpha} = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu\sigma}} \quad (3.3.2)$$

Trong biểu thức (3.3.2) ta chú ý rằng các σ và μ là tham số điện của vật dẫn điện. Cũng từ (3.3.2) ta thấy rằng độ thấm sâu của trường tỉ lệ nghịch với căn bậc 2 của tần số và độ dẫn điện riêng của vật dẫn.

Với các kim loại dẫn điện tốt như : bạc, đồng, nhôm, sắt v.v... ở dải sóng vô tuyến thì δ rất nhỏ. Chẳng hạn như đối với bạc : $\sigma = 6,17 \cdot 10^7$ ci/m và $\mu = \mu_0$ nếu $f = 10^6$ Hz thì $\delta = 6,42 \cdot 10^{-5}$ m khi $f = 10^{10}$ Hz thì $\delta = 6,42 \cdot 10^{-7}$ m = 0,64 μ m. Do đó trong thực tế người ta có thể dùng những lá kim loại mỏng làm màn chắn sóng điện từ để phản xạ rất tốt.

Do hiệu ứng bề mặt nên dòng điện cao tần có cường độ phân bố không đều trong cùng một tiết diện của dây dẫn và do đó trở kháng của vật dẫn cũng không đều nhau trên cùng một tiết diện. Để tiện cho việc tính toán người ta đưa vào khái niệm : trở kháng mặt riêng của vật dẫn.

Trở kháng mặt riêng của vật dẫn là tỉ số điện áp của trường hạ trên một đơn vị chiều dài theo chiều dòng điện, và giá trị dòng điện chảy trên 1 đơn vị chiều rộng đặt vuông góc với nó. Trở kháng mặt riêng của vật dẫn ký hiệu là z_s . Chúng ta hãy tìm biểu thức xác định z_s . Để đơn giản ta xét với vật dẫn phẳng mặt rộng vô hạn có độ dày đủ lớn. Ta chọn hệ tọa độ Đécác có trục z hướng theo phương truyền sóng, mặt phẳng vật dẫn trùng với mặt xOy (hình 3.5)



Hình 3.5

Giả sử cường độ điện trường $\vec{E}$ hướng theo trục x , thì theo định luật Ôm trên mặt vật dẫn dòng điện chảy dọc theo trục x . Ta tính cường độ dòng điện chảy trên cả độ dày của vật dẫn trên độ rộng vuông góc với dòng điện là 1 đơn vị (phần gạch chéo trên hình 3.5) :

$$I = \int \vec{J} d\vec{S} = 1 \cdot \int_0^\infty J_x dz = \int_0^\infty \sigma E_{mo} e^{-(\alpha + i\beta)z} dz = \frac{\sigma E_{mo}}{\alpha + i\beta}$$

Tích phân trên có cận từ $0 \rightarrow \infty$, nhưng vật dẫn có độ dày thực tế là hữu hạn, song do dòng điện cao tần chỉ chảy trên một lớp rất mỏng sát bề mặt vật dẫn nên độ dày của vật dẫn có thể coi là vô hạn.

Cường độ điện trường tại bề mặt vật dẫn bằng giá trị của điện áp của trường hạ trên 1 đơn vị dài dọc theo chiều dòng điện. Do vậy theo định nghĩa và biểu thức (3.2.5) ta có :

$$z_s = \frac{U}{I} = \frac{E_{mo}}{\sigma E_{mo}} = \frac{\alpha}{\sigma} (1 + i) = \sqrt{\frac{\omega \mu}{2\sigma}} (1 + i) = R_s + i\chi_s \quad (3.3.3)$$

$$\text{Ở đây : } R_s = \sqrt{\frac{\omega \mu}{2\sigma}} \quad (3.3.4)$$

là điện trở mặt riêng của vật dẫn. R_s chính là nguyên nhân làm tổn hao năng lượng sóng điện từ trong vật dẫn. Năng lượng sóng điện từ biến thành nhiệt Junlenxơ đốt nóng vật dẫn. Còn χ_s là phần kháng của trở kháng mặt riêng z_s .

Từ biểu thức (3.3.4) ta rút ra nhận xét là : Muốn giảm tiêu hao năng lượng sóng điện từ truyền dọc vật dẫn ta cần sử dụng các kim loại có độ dẫn điện tốt như : vàng, bạc, đồng v.v...

Các giá trị của độ thấm sâu δ và điện trở mặt riêng R_s của một số kim loại hay dùng được cho ở bảng sau (lấy $\mu \approx \mu_0$) :

Chất	$\sigma(\text{ci/m})$	$\delta(\text{m})$	$R_s(\Omega)$
Bạc	$6,17.10^7$	$0,0642/\sqrt{f}$	$2,52.10^{-7}\sqrt{f}$
Đồng đỏ	$5,80.10^7$	$0,0660/\sqrt{f}$	$2,61.10^{-7}\sqrt{f}$
Nhôm	$3,72.10^7$	$0,0826/\sqrt{f}$	$3,26.10^{-7}\sqrt{f}$

Chú ý : Các biểu thức (3.3.3) và (3.3.4) chúng ta nhận được khi tính đối với các vật dẫn phẳng rộng vô hạn vẫn có thể áp dụng cho các vật dẫn có dạng hữu hạn khác. Người ta đã chỉ ra điều kiện cho việc áp dụng các biểu thức (3.3.3) và (3.3.4) là [8] :

$$l, r \gg \delta \quad (3.3.5)$$

Trong thực tế chỉ cần đạt điều kiện :

$$l, r \geq 3\delta \quad (3.3.6)$$

Ở đây l và r là kích thước ngang và bán kính cong của vật dẫn.

Trong kỹ thuật xét ở dải sóng vô tuyến điện đối với các vật dẫn thì điều kiện (3.3.5), (3.3.6) luôn luôn thỏa mãn, nên chúng ta mặc nhiên áp dụng các biểu thức của R_s và z_s đã dẫn cho mọi dạng vật dẫn.

Nếu vật dẫn phẳng có chiều ngang d hữu hạn thì dòng điện chạy trên toàn mặt vật dẫn sẽ là : $I_{Sfp} = I_S d$

do đó trở kháng mặt toàn phần của vật dẫn sẽ là :

$$z_{Sfp} = \frac{E_{mo}}{I_{Sfp}} = \frac{z_s}{d} \quad (3.3.7)$$

Đối với vật dẫn hình trụ bán kính r ta có :

$$z_{Sfp} = \frac{E_{mo}}{2\pi r I_S} = \frac{z_s}{2\pi r} \quad (3.3.8)$$

3.4. SỰ PHÂN CỰC CỦA SÓNG PHẪNG

Sóng điện từ ở một thời điểm nào đó hướng của các vectơ cường độ trường $\vec{E}$ và $\vec{H}$ được xác định thì gọi là sóng bị phân cực. Nếu như hướng của các vectơ cường độ $\vec{E}$ và $\vec{H}$ của sóng thay đổi một cách ngẫu nhiên thì sóng gọi là không bị phân cực.

Mặt phẳng chứa vectơ cường độ điện trường và phương truyền sóng gọi là mặt phẳng phân cực.

Sóng điện từ phẳng có nhiều dạng phân cực như : phân cực elíp, phân cực tròn và phân cực thẳng. Các dạng phân cực trên có nhiều ứng dụng trong kỹ thuật. Sau đây ta xét tính chất của các dạng phân cực trên.

3.4.1. Phân cực elíp

Trong quá trình truyền sóng nếu đầu cuối vectơ cường độ điện trường $\vec{E}$ của sóng vạch nên 1 hình elíp trong không gian thì sóng gọi là phân cực elíp.

Chúng ta có thể tổng hợp được sóng phân cực elíp từ hai sóng thành phần có cùng tần số cùng phương truyền và các vectơ cường độ trường vuông góc với nhau trong không gian.

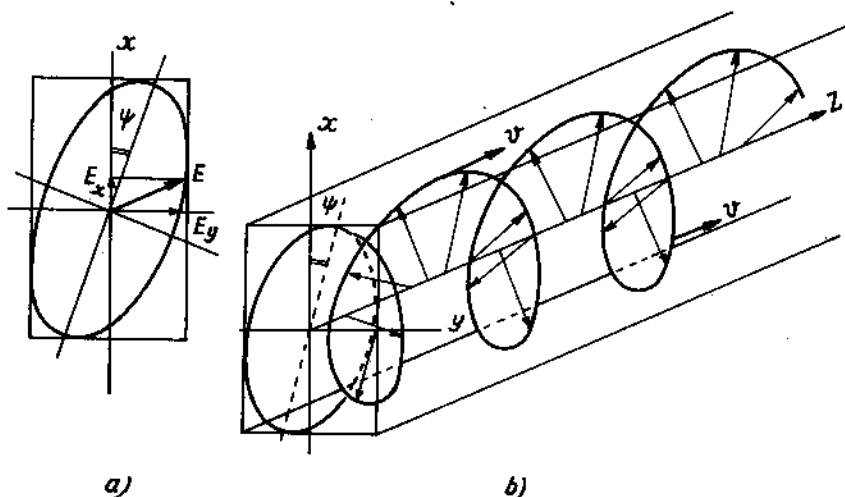
Giả sử ta có 2 sóng phẳng như sau :

$$\begin{aligned}\vec{E}_1 &= \vec{x}_0 E_{mx} \cos(\omega t - \beta z) \\ \vec{E}_2 &= \vec{y}_0 E_{my} \cos(\omega t - \beta z + \varphi)\end{aligned}$$

Ở đây E_{mx} , E_{my} là các biên độ của các sóng thành phần, φ là góc lệch pha ban đầu của 2 sóng.

Vectơ cường độ điện trường của sóng tổng hợp sẽ thực hiện theo quy tắc tổng hợp 2 vectơ, chúng ta hãy tìm phương trình cho đầu cuối của vectơ cường độ trường của sóng tổng hợp. Ta lần lượt bình phương 2 vế của các biểu thức trên và biến đổi đôi chút sẽ nhận được biểu thức sau :

$$\left(\frac{E_1}{E_{mx}}\right)^2 + \left(\frac{E_2}{E_{my}}\right)^2 - 2\cos\varphi \frac{E_1 E_2}{E_{mx} E_{my}} = \sin^2\varphi \quad (3.4.1)$$



Hình 3.6

Từ hình học giải tích ta nhận thấy biểu thức (3.4.1) là phương trình mô tả đường cong elíp trong mặt phẳng tọa độ E_1, E_2 . Elíp này có trục lớn làm 1 góc ψ với trục tọa độ x (hình 3.6a). Do vậy trong quá trình truyền sóng theo trục z đầu cuối vectơ điện trường của sóng tổng hợp sẽ vạch ra 1 đường elíp xoắn trong không gian như hình 3.6b.

Giá trị của góc ψ có thể tính theo biểu thức sau :

$$\operatorname{tg} 2\psi = \frac{2E_{mx}E_{my}}{E_{mx}^2 - E_{my}^2} \cos \varphi \quad (3.4.2)$$

với $E_{mx} > E_{my}$.

3.4.2. Phân cực tròn

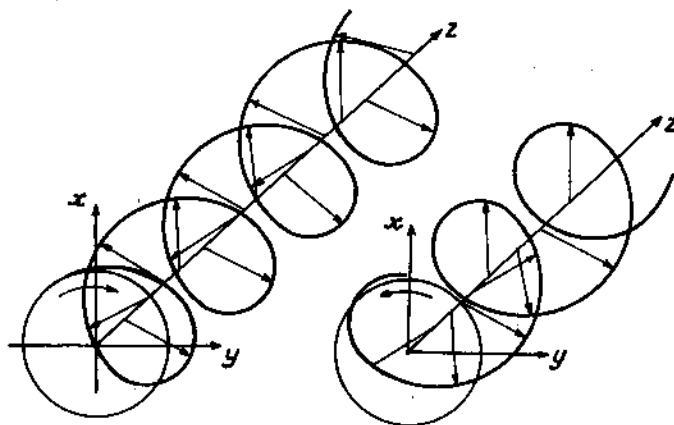
Trong trường hợp 2 sóng thành phần có biên độ bằng nhau : $E_{mx} = E_{my} = E_m$ và lệch pha nhau 1 góc $\varphi = \pm \frac{\pi}{2}$ thì ta có :

$$\sin^2 \varphi = 1, \cos \varphi = 0$$

nên phương trình (3.4.1) có dạng mới là :

$$E_1^2 + E_2^2 = E_m^2 \quad (3.4.3)$$

Đây là phương trình của đường tròn trong mặt phẳng tọa độ E_1, E_2 . Trong trường hợp này đầu cuối của vectơ điện trường của sóng tổng hợp vẽ nên đường xoắn tròn trong không gian. Trong quá trình truyền sóng nếu vectơ điện trường của nó vẽ nên một vòng tròn thì sóng gọi là phân cực tròn (hình 3.7a, b). Nếu nhìn theo chiều truyền sóng, vectơ điện trường quay theo chiều kim đồng hồ thì ta có sóng phân cực tròn quay phải, trong trường hợp vectơ điện trường quay ngược chiều kim đồng hồ, ta gọi là sóng phân cực tròn quay trái. Chiều quay của vectơ $\vec{E}$ phụ thuộc vào dấu của góc lệch pha $\frac{\pi}{2}$.



Hình 3.7

3.4.3. Phân cực thẳng (tuyến tính)

Sóng có vectơ cường độ điện trường $\vec{E}$ luôn hướng song song theo một đường thẳng trong quá trình truyền sóng gọi là sóng phân cực thẳng hay phân cực tuyến tính.

Trong trường hợp này góc lệch pha của 2 sóng thành phần có giá trị : $\varphi = 0, \pm\pi, \pm2\pi, \dots$

Nên $\sin\varphi = 0$, $\cos\varphi = \pm 1$ và phương trình (3.4.1) trở về dạng :

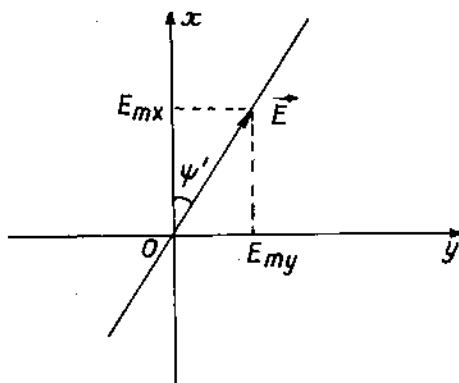
$$\left(\frac{E_1}{E_{mx}} \pm \frac{E_2}{E_{my}}\right)^2 = 0$$

Suy ra : $E_2 = \pm \frac{E_{my}}{E_{mx}} E_1$ (3.4.4)

Rõ ràng (3.4.4) là phương trình của đường thẳng đi qua gốc tọa độ nghiêng 1 góc so với trục x là ψ' được xác định bởi biểu thức (hình 3.8) :

$$\tan\psi' = \frac{E_{my}}{E_{mx}} \quad (3.4.5)$$

Đối với phân cực thẳng tùy theo hướng của vectơ $\vec{E}$ người ta còn phân làm hai trường hợp là phân cực ngang và phân cực đứng.



Hình 3.8

3.5. SỰ PHẢN XẠ VÀ KHÚC XẠ CỦA SÓNG PHẪNG

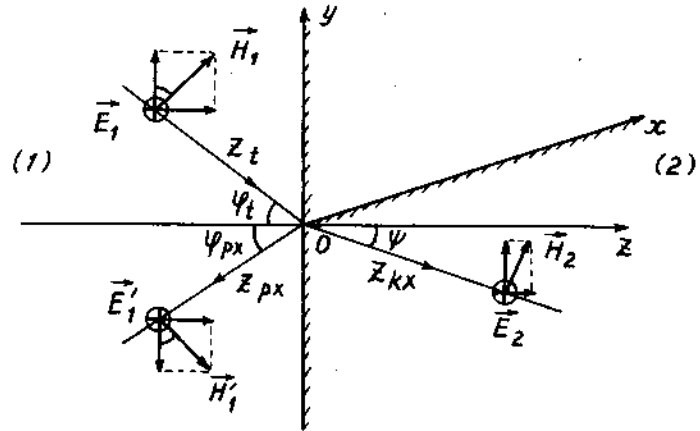
Hiện tượng sóng điện từ thay đổi đột ngột phương truyền tại chỗ môi trường có tham số điện từ khác nhau gọi là sự phản xạ và khúc xạ sóng điện từ. Sự phản xạ và khúc xạ sóng được ứng dụng nhiều trong kỹ thuật. Trong mục này chúng ta nghiên cứu quy luật của sóng phản xạ và sóng khúc xạ tại mặt phẳng phân cách rộng vô hạn giữa hai môi trường có tham số điện khác nhau. Để cho đơn giản ta chỉ xét đối với trường hợp sóng phẳng tới phân cực thẳng ngang và đứng, các trường hợp phân cực khác của sóng phẳng tới là sự tổ hợp của 2 dạng sóng phân cực thẳng ngang và đứng như đã xét ở mục 3.4.

3.5.1. Sóng tới phân cực ngang

Sóng phân cực thẳng được gọi là phân cực ngang nếu vectơ cường độ điện trường của sóng tới vuông góc với mặt phẳng tới. Mặt phẳng tới là mặt phẳng chứa phương truyền sóng và pháp tuyến của mặt giới hạn phân cách 2 môi trường. Trong trường hợp này vectơ cường độ điện trường của sóng tới sẽ song song với mặt phẳng phân cách 2 môi trường. Để tìm quy luật của sóng phản xạ và khúc xạ ta chọn hệ tọa độ Đề-các có mặt xOy trùng với mặt phẳng giới hạn phân cách 2 môi trường, trục z trùng với pháp tuyến của mặt giới hạn, hai môi trường là điện môi có các tham số điện ϵ_1 , μ_1 , ϵ_2 , μ_2 tương ứng. Vì sóng tới là sóng phẳng truyền theo phương z_1 lập với pháp tuyến z một góc φ_i nên ta có thể quay trục tọa độ xung quanh trục z một góc nào đó để trục x của nó chỉ phương của vectơ cường độ điện trường $\vec{E}$ của sóng tới. Tại mặt giới hạn phân cách sẽ có sóng phản xạ lại môi trường 1 với góc phản xạ φ_{px} truyền theo hướng z_{px} , còn sóng khúc xạ tại mặt phân cách với góc ψ và đi vào môi trường thứ hai theo phương z_{kx} . Các vectơ cường độ trường của các sóng tới, phản xạ,

khúc xạ trong hai môi trường cùng các góc $\varphi_1, \varphi_{px}, \psi$ trong hệ tọa độ Đécác đã chọn được vẽ trên hình 3.9.

Từ hình 3.9 ta thấy điện trường của sóng tới, sóng phản xạ, sóng khúc xạ chỉ có thành phần theo trục x, còn từ trường của các sóng trên có hai thành phần theo trục y và trục z. Áp dụng biểu thức (3.1.4), (3.1.5) cho cường độ trường của các sóng ta được :



- Sóng tới :

$$\left. \begin{aligned} \vec{E}_1 &= \vec{x}_0 \dot{E}_{1mx} e^{-ik_1 z_1} \\ \vec{H}_1 &= (\vec{y}_0 \dot{H}_{1my} + \vec{z}_0 \dot{H}_{1mz}) e^{-ik_1 z_1} \end{aligned} \right\} \text{Hình 3.9} \quad (3.5.1)$$

- Sóng phản xạ :

$$\left. \begin{aligned} \vec{E}_1 &= \vec{x}_0 \dot{E}_{1mx} e^{-ik_1 z_{px}} \\ \vec{H}_1 &= (-\vec{y}_0 \dot{H}_{1my} + \vec{z}_0 \dot{H}_{1mz}) e^{-ik_1 z_{px}} \end{aligned} \right\} \quad (3.5.2)$$

- Sóng khúc xạ :

$$\left. \begin{aligned} \vec{E}_2 &= \vec{x}_0 \dot{E}_{2mx} e^{-ik_2 z_{kx}} \\ \vec{H}_2 &= (\vec{y}_0 \dot{H}_{2my} + \vec{z}_0 \dot{H}_{2mz}) e^{-ik_2 z_{kx}} \end{aligned} \right\} \quad (3.5.3)$$

Ở đây $k_1 = \omega \sqrt{\epsilon_1 \mu_1}$, $k_2 = \omega \sqrt{\epsilon_2 \mu_2}$ là số sóng của môi trường 1 và 2 tương ứng, các tọa độ phương truyền sóng z_1, z_{px} và z_{kx} được biểu diễn qua tọa độ x, y, z như sau :

$$\left. \begin{aligned} z_1 &= -y \sin \varphi_1 + z \cos \varphi_1 \\ z_{px} &= -y \sin \varphi_{px} - z \cos \varphi_{px} \\ z_{kx} &= -y \sin \psi + z \cos \psi \end{aligned} \right\} \quad (3.5.4)$$

Vì hai môi trường 1 và 2 đều là điện môi nên áp dụng điều kiện bờ cho các vectơ cường độ trường của các sóng tại mặt phẳng giới hạn phân cách xOy ($z = 0$) ta có :

$$\left. \begin{aligned} \dot{E}_{1x} &= \dot{E}_{1mx} + \dot{E}_{1mx} = \dot{E}_{2x} = \dot{E}_{2mx} \\ \dot{H}_{1y} &= \dot{H}_{1my} - \dot{H}_{1my} = \dot{H}_{2y} = \dot{H}_{2my} \end{aligned} \right\} \quad (3.5.5)$$

Đặt các biểu thức (3.5.1), (3.5.2), (3.5.3), (3.5.4) vào trong (3.5.5) và cho $z = 0$ ta nhận được các hệ thức :

$$\begin{aligned} \dot{E}_{1mx} e^{ik_1 y \sin \varphi_1} + \dot{E}_{1mx} e^{ik_1 y \sin \varphi_{px}} &= \dot{E}_{2mx} e^{ik_2 y \sin \psi} \\ \dot{H}_{1my} e^{ik_1 y \sin \varphi_1} - \dot{H}_{1my} e^{ik_1 y \sin \varphi_{px}} &= \dot{H}_{2my} e^{ik_2 y \sin \psi} \end{aligned}$$

Hai hệ thức trên luôn thỏa mãn với mọi giá trị của y nên chúng tương đương với hai hệ thức sau :

$$\left. \begin{aligned} \dot{E}_{1mx} + \dot{E}'_{1mx} &= \dot{E}_{2mx} \\ \dot{H}_{1my} - \dot{H}'_{1my} &= \dot{H}_{2my} \end{aligned} \right\} \quad (3.5.6)$$

$$e^{ik_1 y \sin \varphi_t} = e^{ik_1 y \sin \varphi_{px}} = e^{ik_2 y \sin \psi} \quad (3.5.7)$$

Từ (3.5.7) ta suy ra :

$$\varphi_t = \varphi_{px} \quad (3.5.8)$$

$$k_1 \sin \varphi_t = k_2 \sin \psi \quad (3.5.9)$$

Biểu thức (3.5.8) mô tả định luật phản xạ sóng điện từ tại mặt giới hạn. Biểu thức (3.5.9) cho ta định luật khúc xạ của sóng. Nếu gọi :

$$n_1 = \sqrt{\varepsilon_1}, \quad n_2 = \sqrt{\varepsilon_2} \quad (3.5.10)$$

là chiết suất của môi trường thứ nhất và thứ hai ; coi độ từ thẩm tuyệt đối của chúng bằng nhau : $\mu_1 = \mu_0, \mu_2 = \mu_0$, thì định luật khúc xạ của sóng phẳng có dạng giống như trong quang học :

$$n_1 \sin \varphi_t = n_2 \sin \psi \quad (3.5.11)$$

Để mô tả mối quan hệ giữa các biên độ phức của sóng tới, sóng phản xạ, sóng khúc xạ người ta đưa ra khái niệm hệ số phản xạ và hệ số khúc xạ.

Hệ số phản xạ là tỉ số giữa biên độ phức của sóng phản xạ và biên độ phức của sóng tới tính cho điện trường, ký hiệu là R . Hệ số khúc xạ là tỉ số giữa biên độ phức của sóng khúc xạ trên biên độ phức của sóng tới cũng tính cho điện trường và ký hiệu là T .

Đối với sóng phân cực ngang ta có :

$$R_{ng} = \frac{\dot{E}'_{1m}}{\dot{E}_{1m}}, \quad T_{ng} = \frac{\dot{E}_{2m}}{\dot{E}_{1m}} \quad (3.5.12)$$

Từ hình 3.9 ta có với sóng phân cực ngang :

$$\left\{ \begin{aligned} \dot{E}_{1m} &= \dot{E}_{1mx}, & \dot{E}'_{1m} &= \dot{E}'_{1mx} \\ \dot{E}_{2m} &= \dot{E}_{2mx}, & \dot{H}_{1my} &= \dot{H}_{1m} \cos \varphi_t \\ \dot{H}_{1my} &= \dot{H}_{1m} \cos \varphi_t, & \dot{H}_{2my} &= \dot{H}_{2m} \cos \psi \end{aligned} \right. \quad (3.5.13)$$

và :

$$\left\{ \begin{aligned} \dot{H}_{1m} &= \dot{E}_{1m}/z_{c1} \\ \dot{H}'_{1m} &= \dot{E}'_{1m}/z_{c1} \\ \dot{H}_{2m} &= \dot{E}_{2m}/z_{c2} \end{aligned} \right. \quad (3.5.14)$$

Ở đây $z_{c1} = \sqrt{\frac{\mu_1}{\varepsilon_1}}$, $z_{c2} = \sqrt{\frac{\mu_2}{\varepsilon_2}}$ là trở sóng của môi trường 1 và 2 tương ứng. Thay các giá trị của biên độ phức của sóng tới, sóng phản xạ, sóng khúc xạ trong biểu thức (3.5.13), (3.5.14) vào hệ thức (3.5.6) và sau đó chia cả 2 vế của chúng cho $\dot{E}_{1m}$ ta có :

$$1 + R_{ng} = T_{ng} \quad (3.5.15)$$

$$(1 - R_{ng}) \frac{\cos \varphi_1}{z_{c1}} = T_{ng} \frac{\cos \psi}{z_{c2}}$$

Từ hai biểu thức trên ta tính được biểu thức cho hệ số phản xạ và khúc xạ như sau :

$$\left. \begin{aligned} R_{ng} &= \frac{z_{c2} \cos \varphi_1 - z_{c1} \cos \psi}{z_{c2} \cos \varphi_1 + z_{c1} \cos \psi} \\ T_{ng} &= \frac{2 z_{c2} \cos \varphi_1}{z_{c2} \cos \varphi_1 + z_{c1} \cos \psi} \end{aligned} \right\} \quad (3.5.16)$$

Góc khúc xạ ψ có thể được tính qua góc tới φ_1 qua định luật khúc xạ (3.5.9) là :

$$\cos \psi = \sqrt{1 - \left(\frac{k_1}{k_2} \sin \varphi_1\right)^2} \approx \sqrt{1 - \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} \sin^2 \varphi_1} \quad (3.5.17)$$

Biểu thức (3.5.16) được gọi là công thức Fresnel.

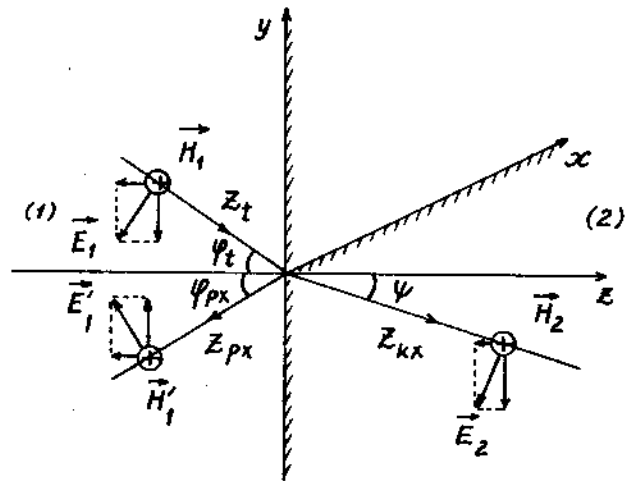
Nếu hai môi trường là điện môi có độ từ thẩm tuyệt đối bằng nhau $\mu_1 = \mu_2 = \mu_0$ thì công thức Fresnel (3.5.16) có dạng khác là :

$$\left. \begin{aligned} R_{ng} &= \frac{\sqrt{\epsilon_1} \cos \varphi_1 - \sqrt{\epsilon_2} \sqrt{1 - \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} \sin^2 \varphi_1}}{\sqrt{\epsilon_1} \cos \varphi_1 + \sqrt{\epsilon_2} \sqrt{1 - \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} \sin^2 \varphi_1}} \\ T_{ng} &= \frac{2 \sqrt{\epsilon_1} \cos \varphi_1}{\sqrt{\epsilon_1} \cos \varphi_1 + \sqrt{\epsilon_2} \sqrt{1 - \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} \sin^2 \varphi_1}} \end{aligned} \right\} \quad (3.5.18)$$

3.5.2. Sóng tới phân cực đứng

Sóng phân cực thẳng gọi là phân cực đứng nếu vectơ cường độ điện trường $\vec{E}$ của sóng tới nằm trong mặt phẳng tới. Trường hợp này vectơ cường độ từ trường $\vec{H}$ của sóng tới sẽ song song với mặt giới hạn phân cách hai môi trường.

Với trường hợp sóng tới phân cực đứng chúng ta cũng chọn hệ tọa độ Descartes có trục z trùng với pháp tuyến mặt phân cách 2 môi trường khác nhau, mặt xOy trùng với mặt phẳng rộng vô hạn phân cách 2 môi trường và trục x chỉ phương của vectơ cường độ từ trường $\vec{H}$ của sóng tới. Các vectơ cường độ trường của sóng tới sóng phản xạ, sóng khúc xạ, phương z_t , z_{px} , z_{kx} và các góc φ_t , φ_{px} , ψ được vẽ trên hình 3.10.



Hình 3.10

Từ hình 3.10 ta thấy các vectơ từ trường của sóng tới, sóng phản xạ và sóng khúc xạ chỉ có một thành phần theo trục x, còn vectơ cường độ điện trường của ba sóng trên có hai thành phần theo trục y và z.

Chúng ta lập lại các bước tiến hành tương tự như ở mục 3.5.1 áp dụng điều kiện bờ cho các thành phần tiếp tuyến của điện trường và từ trường tại mặt giới hạn phân cách 2 môi trường xOy cho hình 3.10 sẽ nhận được các biểu thức của định luật phản xạ và khúc xạ như các biểu thức (3.5.8), (3.5.9) nhưng hệ số phản xạ và khúc xạ có dạng khác trước là :

$$\left. \begin{aligned} R_d &= \frac{z_{c1} \cos \varphi_1 - z_{c2} \cos \psi}{z_{c1} \cos \varphi_1 + z_{c2} \cos \psi} \\ T_d &= \frac{2z_{c2} \cos \varphi_1}{z_{c1} \cos \varphi_1 + z_{c2} \cos \psi} \end{aligned} \right\} \quad (3.5.19)$$

mối quan hệ giữa T_d và R_d có dạng :

$$1 + R_d = T_d \frac{z_{c1}}{z_{c2}} \quad (3.5.20)$$

Nếu hai môi trường điện môi có độ từ thẩm tuyệt đối bằng nhau : $\mu_1 = \mu_2 = \mu_0$ thì biểu thức Fresnel (3.5.19) có dạng khác là :

$$\left. \begin{aligned} R_d &= \frac{\sqrt{\epsilon_2} \cos \varphi_1 - \sqrt{\epsilon_1} \sqrt{1 - \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} \sin^2 \varphi_1}}{\sqrt{\epsilon_2} \cos \varphi_1 + \sqrt{\epsilon_1} \sqrt{1 - \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} \sin^2 \varphi_1}} \\ T_d &= \frac{2\sqrt{\epsilon_1} \cos \varphi_1}{\sqrt{\epsilon_2} \cos \varphi_1 + \sqrt{\epsilon_1} \sqrt{1 - \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} \sin^2 \varphi_1}} \end{aligned} \right\} \quad (3.5.21)$$

3.5.3. Sóng tới vuông góc với mặt giới hạn

Khi sóng tới vuông góc với mặt giới hạn phân chia hai môi trường, tức góc tới $\varphi_1 = 0$ theo định luật khúc xạ ta có $\cos \psi = 1$ và do đó góc khúc xạ $\psi = 0$.

Lúc này các hệ số khúc xạ và phản xạ (3.5.16), (3.5.19) nhận dạng đơn giản là :

$$\left. \begin{aligned} R_{ng} &= \frac{z_{c2} - z_{c1}}{z_{c2} + z_{c1}} ; T_{ng} = \frac{2z_{c2}}{z_{c2} + z_{c1}} \\ R_d &= \frac{z_{c1} - z_{c2}}{z_{c1} + z_{c2}} ; T_d = \frac{2z_{c2}}{z_{c1} + z_{c2}} \end{aligned} \right\} \quad (3.5.22)$$

3.5.4. Sự phản xạ toàn phần

Nếu như môi trường 1 có chiết suất lớn hơn môi trường thứ hai $n_1 > n_2$ thì từ (3.5.11) ta có :

$$\sin \psi = \frac{n_1}{n_2} \sin \varphi_1$$

nghĩa là sẽ nhận được góc khúc xạ ψ lớn hơn góc tới φ_1 . Khi đó ta sẽ nhận được một góc tới giới hạn $0 < \varphi_0 < \frac{\pi}{2}$ để đạt được điều kiện :

$$\sin \psi = \frac{n_1}{n_2} \sin \varphi_0 = 1$$

và ta nhận được góc khúc xạ $\psi = \frac{\pi}{2}$, khi đó sóng khúc xạ sẽ truyền sát mặt phân cách hai môi trường. Bây giờ nếu ta tăng góc của sóng tới trong môi trường 1 để cho $\varphi_1 > \varphi_0$ thì sóng khúc xạ không đi vào môi trường thứ hai mà quay lại môi trường thứ nhất (ứng với $\psi > \frac{\pi}{2}$). Hiện tượng trên gọi là sự phản xạ toàn phần. Góc φ_0 gọi là góc giới hạn được xác định bởi biểu thức :

$$\varphi_0 = \arcsin \frac{n_2}{n_1} \quad (3.5.23)$$

Hiện tượng phản xạ toàn phần được ứng dụng để truyền ánh sáng trong sợi quang dùng trong thông tin quang.

3.5.5. Sự khúc xạ toàn phần

Ngược với hiện tượng phản xạ toàn phần là sự khúc xạ toàn phần, nghĩa là sóng tới truyền không phản xạ vào môi trường thứ hai. Trong trường hợp khúc xạ toàn phần thì hệ số phản xạ bằng không. Góc tới ứng với hiện tượng khúc xạ toàn phần gọi là góc Brutstơ và ký hiệu là φ_b . Ta có biểu thức để xác định giá trị của góc Brutstơ đối với hai trường hợp phân cực ngang và đứng của sóng tới suy từ (3.5.16) và (3.5.19) là :

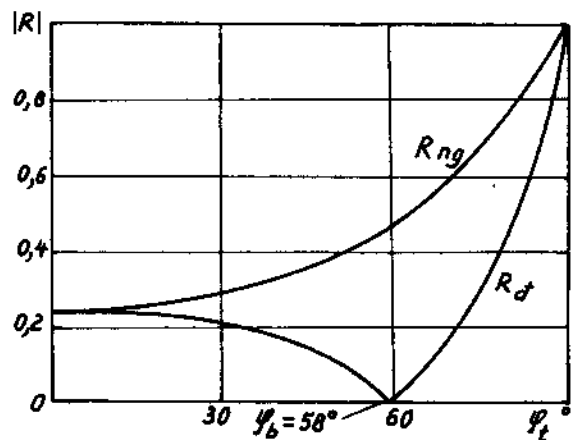
$$R_{ng} = 0 \rightarrow z_{c2} \cos \varphi_b - z_{c1} \sqrt{1 - \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \sin^2 \varphi_b} = 0$$

$$R_d = 0 \rightarrow z_{c1} \cos \varphi_b - z_{c2} \sqrt{1 - \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \sin^2 \varphi_b} = 0$$

Ta nhận thấy hai phương trình trên không thể đồng thời có cùng nghiệm được, nghĩa là chỉ có một trong hai trường hợp xảy ra hiện tượng khúc xạ toàn phần. Thực tế và lý thuyết chỉ ra rằng chỉ có sóng phân cực đứng mới có hiện tượng khúc xạ toàn phần. Và góc Brutstơ được xác định như sau :

$$\tan \varphi_b = \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}} \quad (3.5.24)$$

Trên hình 3.11 vẽ giá trị của hệ số phản xạ đối với hai trường hợp phân cực của sóng phẳng phụ thuộc vào góc tới φ_1 . Qua hình 3.11 ta thấy sự khúc xạ toàn phần chỉ xảy ra đối với trường



Hình 3.11

hợp phân cực đứng và góc Brutto tương ứng. Ở đây môi trường 1 là không khí, môi trường 2 là chất pôlistriron có $\varepsilon' = 2,56$.

Chú ý : Các kết quả chúng ta đã nhận được đối với sóng phản xạ và khúc xạ tại giới hạn phân chia hai môi trường là điện môi cũng áp dụng được cho các môi trường bất kỳ có độ dẫn khác không $\sigma \neq 0$. Lúc đó trong các công thức Fresnel (3.5.16) và (3.5.19) ta chỉ cần thay $\varepsilon \rightarrow \varepsilon_p$, $z_c \rightarrow z_p$ cho môi trường có $\sigma \neq 0$.

3.6. ĐIỀU KIỆN BỜ GẮN ĐÚNG LÊONTÔVÍCH

Chúng ta xét trường hợp của sóng phẳng khúc xạ tại mặt giới hạn phân cách hai môi trường từ điện môi vào môi trường có độ dẫn điện lớn. Gọi môi trường 1 là điện môi, môi trường 2 là dẫn điện có σ_2 khá lớn khi đó ta có điều kiện sau :

$$\left. \begin{aligned} |k_1| &\ll |k_{p2}| \\ \text{hay } \varepsilon_1 &\ll \varepsilon_2 \operatorname{tg} \delta_{e2} \end{aligned} \right\} \quad (3.6.1)$$

Từ định luật khúc xạ (3.5.9) ta suy ra :

$$\sin \psi \approx \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2 \operatorname{tg} \delta_{e2}}} \sin \varphi_1 \quad (3.6.2)$$

Từ biểu thức (3.6.2) ta có kết luận như sau : với mọi góc tới φ_1 , khi thỏa mãn điều kiện (3.6.1) góc khúc xạ $\psi \approx 0$, tức là sóng khúc xạ truyền vào môi trường có độ dẫn lớn theo phương pháp tuyến với mặt giới hạn phân cách hai môi trường không phụ thuộc vào giá trị của góc tới φ_1 .

Nếu chọn trục z của hệ tọa độ Đécác trùng với phương của pháp tuyến mặt giới hạn phân cách, thì các vectơ cường độ trường của sóng khúc xạ trong môi trường 2 có dạng :

$$\begin{aligned} \vec{H}_2 &= \vec{\tau}_0 H_{2r} \\ \vec{E}_2 &= [\vec{\tau}_0 \times \vec{z}_0] z_{p2} H_{2r} = [\vec{\tau}_0 \times \vec{z}_0] E_{2r} \end{aligned}$$

Ở đây $\vec{\tau}_0$ là vectơ đơn vị tiếp tuyến với mặt giới hạn phân chia, H_{2r} , E_{2r} là các thành phần tiếp tuyến của vectơ cường độ trường của sóng khúc xạ ở sát mặt giới hạn.

Theo điều kiện bờ tổng quát tại mặt giới hạn ta có :

$$E_{1r} = E_{2r}$$

$$H_{1r} = H_{2r}$$

Vì vậy ta suy ra được quan hệ :

$$E_{1r} = z_{p2} H_{1r} \quad (3.6.3)$$

Biểu thức (3.6.3) mô tả mối quan hệ giữa các thành phần tiếp tuyến của vectơ cường độ trường của sóng tới trong môi trường điện môi qua tham số điện của môi trường thứ hai có độ dẫn điện khá lớn. Nó được gọi là điều kiện bờ gắn đúng Lêontôvích. Điều kiện bờ gắn đúng trên được ứng dụng để tính tiêu hao của sóng điện từ khi truyền dọc bề mặt các kim loại dẫn điện tốt. Nó được nhà Bác học Nga Lêontôvích (năm 1944) đưa ra lần đầu khi giải bài toán truyền sóng điện từ dọc mặt đất.

3.7. SÓNG PHẪNG TRONG MÔI TRƯỜNG KHÔNG ĐẲNG HƯỚNG

3.7.1. Môi trường không đẳng hướng

Ở các mục trước chúng ta đã nghiên cứu sự truyền sóng phẳng trong các môi trường đẳng hướng. Trong các môi trường này các tham số điện từ như ϵ , μ , σ của chúng là các hằng số, và các vectơ của trường điện từ $\vec{E}$ song song với $\vec{D}$ và $\vec{B}$ song song với $\vec{H}$ qua các phương trình vật chất (1.1.11) và (1.1.21) :

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E}, \quad \vec{B} = \mu \vec{H}.$$

Trong tự nhiên ngoài các môi trường đẳng hướng còn tồn tại những môi trường mà theo các hướng khác nhau các tham số điện từ ϵ , μ của chúng có các giá trị khác nhau. Những môi trường như thế được gọi là môi trường không đẳng hướng. Độ từ thẩm và điện thẩm của môi trường không đẳng hướng gồm một số các giá trị khác nhau tạo thành một bảng gọi là tenxơ độ từ thẩm $\vec{\mu}$ và tenxơ độ điện thẩm $\vec{\epsilon}$. Chúng có dạng sau :

$$\vec{\mu} = \begin{pmatrix} \mu_{xx} & \mu_{xy} & \mu_{xz} \\ \mu_{yx} & \mu_{yy} & \mu_{yz} \\ \mu_{zx} & \mu_{zy} & \mu_{zz} \end{pmatrix}, \quad \vec{\epsilon} = \begin{pmatrix} \epsilon_{xx} & \epsilon_{xy} & \epsilon_{xz} \\ \epsilon_{yx} & \epsilon_{yy} & \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{zx} & \epsilon_{zy} & \epsilon_{zz} \end{pmatrix} \quad (3.7.1)$$

Các phương trình vật chất trong môi trường không đẳng hướng sẽ là :

$$\vec{D} = \vec{\epsilon} \vec{E}, \quad \vec{B} = \vec{\mu} \vec{H} \quad (3.7.2)$$

ta khai triển (3.7.2) cho các thành phần theo các trục tọa độ của hệ tọa độ Đécac được :

$$\begin{aligned} D_x &= \epsilon_{xx} E_x + \epsilon_{xy} E_y + \epsilon_{xz} E_z \\ D_y &= \epsilon_{yx} E_x + \epsilon_{yy} E_y + \epsilon_{yz} E_z \\ D_z &= \epsilon_{zx} E_x + \epsilon_{zy} E_y + \epsilon_{zz} E_z \\ B_x &= \mu_{xx} H_x + \mu_{xy} H_y + \mu_{xz} H_z \\ B_y &= \mu_{yx} H_x + \mu_{yy} H_y + \mu_{yz} H_z \\ B_z &= \mu_{zx} H_x + \mu_{zy} H_y + \mu_{zz} H_z \end{aligned} \quad (3.7.3)$$

Từ (3.7.3) ta thấy trong môi trường không đẳng hướng các vectơ của trường $\vec{D}$ không song song với $\vec{E}$ và $\vec{B}$ không song song với $\vec{H}$.

Trong thực tế không tồn tại các môi trường mà độ từ thẩm và điện thẩm đều là các tenxơ, chỉ có các môi trường không đẳng hướng loại như sau :

- Môi trường có ϵ và σ là các hằng số và độ từ thẩm là tenxơ $\vec{\mu}$ được gọi là môi trường không đẳng hướng từ quay. Ferit bị từ hóa bởi từ trường không đổi là môi trường từ quay đối với sóng điện từ. Nó được ứng dụng trong kỹ thuật siêu cao tần làm các thiết bị điều khiển sự truyền sóng [10].

- Môi trường có μ và σ là các hằng số, còn độ điện thẩm là tenxơ $\vec{\epsilon}$ được gọi là môi trường không đẳng hướng điện quay. Chất khí bị ion hóa (còn gọi là plazma) dưới tác dụng của từ trường không đổi cũng biểu hiện tính không đẳng hướng của môi trường điện quay đối với sóng điện từ. Tầng ion hóa của khí quyển trái đất cũng là plazma dưới tác dụng của từ trường trái đất cũng là môi trường điện quay. Khi truyền

sóng vô tuyến trong tầng ion hóa cần xét đến tính chất không đẳng hướng của nó. Điều này được nghiên cứu kỹ trong các tài liệu về truyền sóng vô tuyến. Sau đây chúng ta chỉ tập trung nghiên cứu sự truyền sóng phẳng trong ferít bị từ hóa bởi từ trường không đổi.

3.7.2. Tenxơ độ từ thẩm và điện thẩm

Ferít là hợp chất của oxyt sắt 3 và một số oxyt kim loại khác như Mangan, Manhê, Niken v.v... Nó là chất vừa có tính của chất điện môi vừa là chất sắt từ. Ferít có độ điện thẩm tương đối $\epsilon' = 5 \div 20$, độ dẫn điện riêng nhỏ $\sigma = 10^{-4} \div 10^{-6}$ ci/m và có tiêu hao sóng điện từ khá nhỏ $\text{tg}\delta_e = 10^{-3} \div 10^{-4}$. Khi không có từ trường không đổi bên ngoài $\vec{H}_0 = 0$ đặt lên Ferít, các momen từ nguyên tử trong các đômen của Ferít định hướng không giống nhau cho các đômen, nên momen từ tổng cộng trong một đơn vị thể tích (gọi là vectơ từ hóa $\vec{M}$) được biểu thị bởi (1.1.18) của Ferít có giá trị bằng không. Ferít không bị từ hóa có tính chất như một môi trường đẳng hướng bình thường đối với sự truyền sóng điện từ.

Nếu Ferít được đặt trong từ trường không đổi $\vec{H}_0$, dưới tác dụng của $\vec{H}_0$ các momen từ nguyên tử trong các đômen của Ferít đều được định hướng lại theo từ trường $\vec{H}_0$. Kết quả trong Ferít xuất hiện từ trường phụ (do vectơ từ hóa $\vec{M}$ của Ferít khác không) cùng với từ trường $\vec{H}_0$ và Ferít đã bị từ hóa bởi từ trường không đổi $\vec{H}_0$. Nếu truyền sóng điện từ vào trong Ferít bị từ hóa thì nó sẽ biểu hiện tính chất của môi trường không đẳng hướng từ quay.

Quá trình tìm biểu thức cho tenxơ độ từ thẩm của Ferít bị từ hóa khá phức tạp được trình bày trong [4]. Ở đây ta chỉ nêu tóm tắt quá trình này. Người ta chọn hệ tọa độ Đêcac có trục z hướng theo phương của từ trường từ hóa không đổi $\vec{H}_0 = z_0 H_0$. Mỗi nguyên tử của Ferít được coi như một con quay đơn giản chuyển động quay quanh trục của nó có momen từ riêng (Spin) và momen cơ động lượng. Dưới tác dụng của từ trường không đổi $\vec{H}_0$ và từ trường biến đổi $\vec{H}$ của sóng điện từ, các con quay đó sẽ chuyển động tuế sai dạng elíp đối với từ trường $\vec{H}_0$ và ta xây dựng được phương trình chuyển động của momen từ nguyên tử của Ferít gọi là phương trình Landau Lipxit. Giải phương trình này ta nhận được biểu thức cho các số hạng của tenxơ độ từ thẩm của Ferít bị từ hóa (khi bỏ qua tiêu hao) có dạng :

$$\vec{\mu} = \begin{pmatrix} \mu_x & -ia & 0 \\ ia & \mu_x & 0 \\ 0 & 0 & \mu_0 \end{pmatrix} \quad (3.7.4)$$

Ở đây :

$$\left. \begin{aligned} \mu_x &= \mu_{xx} = \mu_{yy} = \mu_0 \left(1 - \frac{\omega_M \omega_0}{\omega^2 - \omega_M^2} \right) \\ \mu_{xy} &= -\mu_{yx} = -ia \\ a &= \mu_0 \frac{\omega \omega_0}{\omega^2 - \omega_M^2} \\ \omega_M &= \frac{e}{m_0} \mu_0 H_0, \quad \omega_0 = \frac{e}{m_0} M \end{aligned} \right\} \quad (3.7.5)$$

e là điện tích của điện tử, m_0 là khối lượng của nó, M là giá trị của vectơ từ hóa của ferit, ω là tần số của sóng điện từ, ω_M gọi là tần số cộng hưởng từ quay, μ_0 là độ từ thẩm tuyệt đối của chân không. Từ (3.7.5) ta thấy khi từ trường không đổi $\vec{H}_0$ đổi chiều ngược lại thì giá trị của a cũng đổi dấu.

Khí bị ion hóa chứa một số lượng rất lớn các điện tích chuyển động tự do là điện tử và ion được gọi là plazma. Nó có độ dẫn điện khá lớn. Khi không có từ trường không đổi bên ngoài tác động $\vec{H}_0 = 0$, các điện tích trong plazma chuyển động hỗn loạn. Nếu sóng điện từ truyền trong plazma, dưới tác dụng của điện trường biến đổi các điện tích (chủ yếu là điện tử tự do) tự do trong nó chuyển động tuyến tính theo điện trường biến đổi làm xuất hiện vectơ phân cực trong plazma. Vectơ phân cực này luôn song song với điện trường, do đó vectơ điện cảm $\vec{D}$ trong plazma cũng luôn song song với vectơ điện trường $\vec{E}$. Vậy độ điện thẩm của plazma trong trường hợp này là một đại lượng vô hướng và khí ion hóa hay plazma là một môi trường đẳng hướng với sóng điện từ. Khi plazma được đặt trong từ trường không đổi $\vec{H}_0$, dưới tác dụng của sóng điện từ, các điện tử trong plazma vừa chuyển động dọc theo hướng của điện trường biến đổi vừa chuyển động theo đường tròn dưới tác dụng của lực từ trường không đổi $\vec{H}_0$. Nên quỹ đạo chuyển động của điện tử trong plazma ở trường hợp này rất phức tạp, và vectơ phân cực của nó không song song với điện trường biến đổi. Do đó vectơ điện cảm $\vec{D}$ trong plazma cũng không song song với điện trường. Plazma trong trường hợp này là một môi trường không đẳng hướng đối với sóng điện từ. Độ điện thẩm của plazma là một tenxơ.

Để tìm biểu thức của tenxơ độ điện thẩm của plazma trong từ trường không đổi $\vec{H}_0$, người ta làm như sau [4] :

Chọn hệ tọa độ Đécac có trục z hướng theo chiều của vectơ từ trường không đổi $\vec{H}_0$, lập phương trình chuyển động của điện tử trong plazma dưới tác dụng đồng thời của từ trường không đổi $\vec{H}_0$ và điện trường biến đổi $\vec{E}$ của sóng điện từ có phương không trùng với phương của $\vec{H}_0$. Giải phương trình chuyển động trên ta sẽ tìm được vectơ phân cực $\vec{P}$ trong plazma và từ biểu thức (1.1.11) tìm được tenxơ độ điện thẩm của nó (khi bỏ qua tiêu hao) có dạng :

$$\vec{\epsilon} = \begin{pmatrix} \epsilon_x & -ib & 0 \\ ib & \epsilon_x & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_z \end{pmatrix} \quad (3.7.6)$$

Ở đây :

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_x &= \epsilon_{xx} = \epsilon_{yy} = \epsilon_0 \left(1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2 - \omega_M^2} \right) \\ \epsilon_{xy} &= -\epsilon_{yx} = -ib \\ b &= \epsilon_0 \frac{\omega_M \omega_0^2}{\omega(\omega^2 - \omega_M^2)} \\ \epsilon_z &= \epsilon_{zz} = \epsilon_0 \left(1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2} \right) \\ \omega_0^2 &= \frac{Ne^2}{\epsilon_0 m_0}, \quad \omega_M = \mu_0 \frac{e}{m_0} H_0 \end{aligned} \right\} \quad (3.7.7)$$

ω_M gọi là tần số cộng hưởng từ quay của điện tử, e và m_0 là điện tích và khối lượng của điện tử, N là số điện tử trong 1 đơn vị thể tích, ϵ_0 và μ_0 là độ điện thẩm và từ thẩm tuyệt đối của chân không, ω là tần số của sóng điện từ.

Từ (3.7.7) ta thấy khi từ trường không đổi $\vec{H}_0$ đổi hướng ngược lại thì dấu của b đổi ngược lại. Độ từ thẩm của plasma luôn là một đại lượng vô hướng.

Sau đây chúng ta xét các tính chất của sóng điện từ phẳng truyền trong ferit bị từ hóa bởi từ trường không đổi $\vec{H}_0$.

3.7.3. Sóng phẳng trong ferit bị từ hóa

Chúng ta xét trường hợp sóng phẳng điều hòa truyền dọc theo phương của vectơ từ trường không đổi từ hóa ferit rộng vô hạn. Lấy hệ tọa độ Đécác có trục z trùng với phương truyền sóng và vectơ $\vec{H}_0$, chúng ta sử dụng biểu thức tenxơ độ từ thẩm của ferit bị từ hóa dạng (3.7.4) và điều kiện ngang của sóng phẳng TEM (3.1.1) cho các phương trình Macxoen của các vectơ cường độ trường của sóng phẳng trong ferit bị từ hóa có dạng :

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \dot{H}_y}{\partial z} &= -i\omega\epsilon\dot{E}_x \\ \frac{\partial \dot{H}_x}{\partial z} &= i\omega\epsilon\dot{E}_y \\ \dot{H}_z &= 0 \\ \frac{\partial \dot{E}_y}{\partial z} &= i\omega(\mu_x\dot{H}_x - ia\dot{H}_y) \\ \frac{\partial \dot{E}_x}{\partial z} &= -i\omega(ia\dot{H}_x + \mu_x\dot{H}_y) \\ \dot{E}_z &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.7.8)$$

ta tìm nghiệm của hệ (3.7.8) dưới dạng :

$$\left. \begin{aligned} \vec{\dot{E}} &= (\vec{x}_0\dot{E}_{mx} + \vec{y}_0\dot{E}_{my})e^{-ikz} \\ \vec{\dot{H}} &= (\vec{x}_0\dot{H}_{mx} + \vec{y}_0\dot{H}_{my})e^{-ikz} \end{aligned} \right\} \quad (3.7.9)$$

Đặt (3.7.9) vào trong (3.7.8) sau khi biến đổi ta nhận được hệ thức :

$$k^2 - \omega^2\epsilon\mu_x = \pm \omega^2\epsilon a$$

Từ đó có 2 giá trị của số sóng k được xác định như sau :

$$\left. \begin{aligned} k^+ &= \omega\sqrt{\epsilon(\mu_x + a)} \\ k^- &= \omega\sqrt{\epsilon(\mu_x - a)} \end{aligned} \right\} \quad (3.7.10)$$

Từ đó suy ra hai giá trị khác nhau của vận tốc pha và trở sóng của ferit ứng với k^+ , k^- như sau :

$$\begin{aligned}
v_{ph}^+ &= \frac{\omega}{k^+} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon(\mu_x + a)}} \\
v_{ph}^- &= \frac{\omega}{k^-} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon(\mu_x - a)}} \\
z_p^+ &= \sqrt{\frac{\mu_x + a}{\epsilon}}, \quad z_p^- = \sqrt{\frac{\mu_x - a}{\epsilon}}
\end{aligned} \tag{3.7.11}$$

Đặt các giá trị của k^+ , k^- vào trong hệ (3.7.8) với biểu thức (3.7.9) chúng ta tìm được mối quan hệ giữa các thành phần của vectơ cường độ trường của sóng phẳng trong ferit bị từ hóa :

$$\left. \begin{aligned} \dot{H}_y^+ &= i\dot{H}_x^+; \quad \dot{E}_x^+ = z_p^+ \dot{H}_y^+ \\ \dot{E}_y^+ &= -z_p^+ \dot{H}_x^+ \end{aligned} \right\} \tag{3.7.12}$$

$$\dot{H}_y^- = -i\dot{H}_x^-, \quad \dot{E}_x^- = z_p^- \dot{H}_y^-, \quad \dot{E}_y^- = -z_p^- \dot{H}_x^- \tag{3.7.13}$$

hay viết dưới dạng vectơ được :

$$\left. \begin{aligned} \vec{H}^+ &= \dot{H}_m^+ (\vec{x}_0 + i\vec{y}_0) e^{i(\omega t - k^+ z)} \\ \vec{E}^+ &= z_p^+ [\vec{H}^+ \times \vec{z}_0]; \quad \dot{H}_m^+ = \dot{H}_{mx}^+ \end{aligned} \right\} \tag{3.7.14}$$

$$\left. \begin{aligned} \vec{H}^- &= \dot{H}_m^- (\vec{x}_0 - i\vec{y}_0) e^{i(\omega t - k^- z)} \\ \vec{E}^- &= z_p^- [\vec{H}^- \times \vec{z}_0], \quad \dot{H}_m^- = \dot{H}_{mx}^- \end{aligned} \right\} \tag{3.7.15}$$

Các biểu thức (3.7.12) và (3.7.14) mô tả sóng phẳng phân cực tròn quay phải, còn các biểu thức (3.7.13) và (3.7.15) mô tả sóng phẳng phân cực tròn quay trái.

Như vậy khi truyền sóng phẳng trong ferit bị từ hóa bởi từ trường không đổi, môi trường ferit thể hiện các tham số điện từ khác nhau đối với sóng phân cực tròn quay phải và quay trái ứng với các số sóng k^+ , k^- vận tốc pha v_{ph}^+ , v_{ph}^- và trở sóng z_p^+ , z_p^- khác nhau. Do đó độ từ thẩm của ferit bị từ hóa có giá trị khác nhau đối với sóng phân cực tròn quay phải và quay trái, và được tính bởi biểu thức :

$$\left. \begin{aligned} \mu^+ &= \mu_x + a \\ \mu^- &= \mu_x - a \end{aligned} \right\} \tag{3.7.16}$$

Trong trường hợp chung có tính đến tiêu hao trong ferit bị từ hóa thì độ từ thẩm của nó đối với sóng phân cực tròn quay phải và quay trái biểu thị qua (3.7.16) là các đại lượng phức vì μ_x và a là các số phức. Nên chúng được viết dạng phức sau :

$$\left. \begin{aligned} \mu^+ &= \mu_1^+ - i\mu_2^+ \\ \mu^- &= \mu_1^- - i\mu_2^- \end{aligned} \right\} \tag{3.7.17}$$

Các phần thực μ_1^+ , μ_1^- của độ từ thẩm biểu thị mức độ quay pha hay sự biến đổi vận tốc pha của các sóng phân cực tròn quay phải, quay trái trong ferit bị từ hóa.

Các phần ảo μ_2^+ , μ_2^- biểu thị mức độ tiêu hao năng lượng của hai sóng trên trong ferít. Người ta vẽ được đồ thị sự phụ thuộc của độ từ thẩm μ^+ , μ^- của ferít bị từ hóa vào giá trị từ trường không đổi H_0 trên hình 3.12.

Từ đồ thị hình 3.12 ta thấy có 1 giá trị $H_0 = H_{och}$ ở đó vận tốc pha của sóng phân cực tròn quay phải thay đổi rất lớn, đồng thời sóng này cũng bị tiêu hao lớn nhất (ứng với đỉnh của đường cong μ_2^+/μ_0). Hiện tượng trên gọi là sự cộng hưởng sắt từ.

Bây giờ ta giả thiết sóng phẳng truyền trong ferít bị từ hóa bởi từ trường không đổi $\vec{H}_0$ có phân cực thẳng bất kỳ. Phương truyền của sóng phẳng dọc theo phương từ trường $\vec{H}_0$ là trục z của hệ tọa độ Đécac.

Vì một sóng phân cực thẳng bất kỳ đều có thể phân tích thành hai sóng phân cực tròn quay trái và quay phải có biên độ bằng nhau. Nên ta đặt :

$$\vec{H}_m^+ = \vec{H}_m^- = \vec{H}_m \quad (3.7.18)$$

Vectơ cường độ từ trường $\vec{H}$ của sóng tổng hợp hai sóng phân cực tròn quay trái và quay phải có biên độ từ trường bằng nhau tính từ (3.7.14) và (3.7.15) có dạng :

$$\vec{H} = \vec{H}^+ + \vec{H}^- = \vec{H}_m \{ \vec{x}_0 [e^{i(\omega t - k^- z)} + e^{i(\omega t - k^+ z)}] + i \vec{y}_0 [-e^{i(\omega t - k^- z)} + e^{i(\omega t - k^+ z)}] \}$$

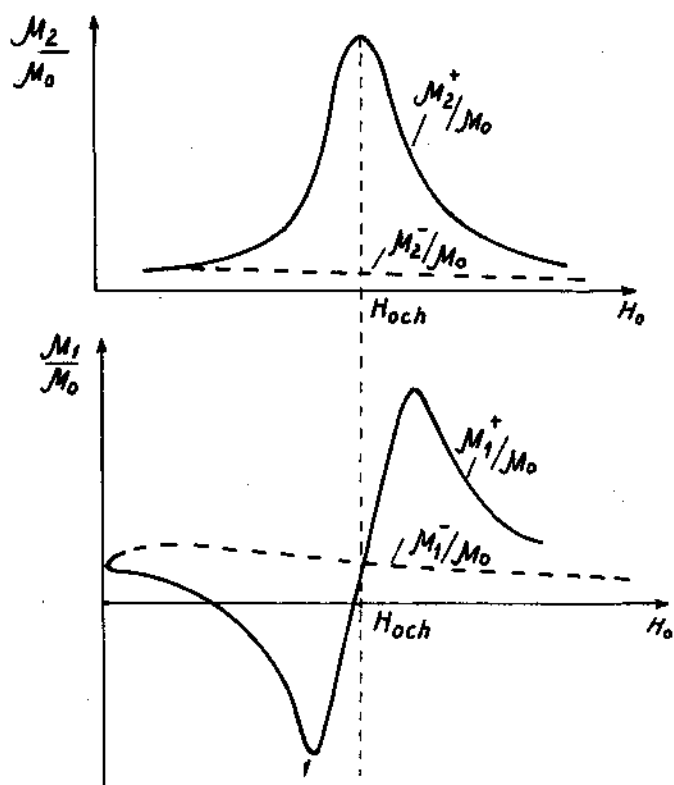
hay :

$$\vec{H} = 2H_m \left\{ \vec{x}_0 \cos \frac{k^+ - k^-}{2} z \cos \left(\omega t - \frac{k^+ + k^-}{2} z \right) + \vec{y}_0 \sin \frac{k^+ - k^-}{2} z \cos \left(\omega t - \frac{k^+ + k^-}{2} z \right) \right\} \quad (3.7.19)$$

Từ (3.7.19) ta nhận thấy hai thành phần H_x và H_y của từ trường sóng tổng hợp đồng pha, nên nó luôn phân cực tuyến tính. Vectơ $\vec{H}$ tại tọa độ z lập với trục x một góc θ được xác định bởi biểu thức :

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{H_y}{H_x} = \operatorname{tg} \cdot \frac{k^+ - k^-}{2} z \quad (3.7.20)$$

Từ (3.7.20) ta thấy góc θ phụ thuộc vào tọa độ z nên khi sóng phân cực thẳng truyền trong ferít bị từ hóa dọc theo từ trường không đổi $\vec{H}_0$ hướng theo trục z , vectơ

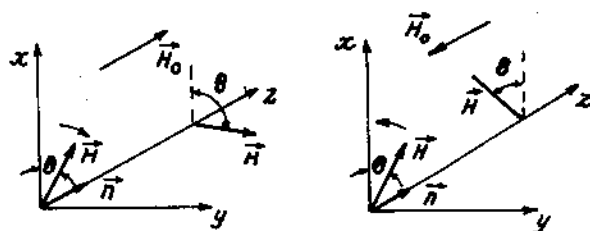


Hình 3.12

từ trường $\vec{H}$ của nó bị quay đi một góc nào đó (hình 3.13). Hiện tượng quay mặt phẳng phân cực của sóng phân cực thẳng truyền trong ferit bị từ hóa gọi là hiệu ứng Faraday trong ferit. Góc quay mặt phẳng phân cực của vectơ cường độ từ trường trong một đơn vị độ dài trong ferit gọi là hằng số Faraday và ký hiệu là θ' được xác định :

$$\theta' = \frac{k^+ - k^-}{2} = \frac{\omega\sqrt{\epsilon}}{2} (\sqrt{\mu_x + a} - \sqrt{\mu_x - a}) \quad (3.7.21)$$

Vì giá trị của a thay đổi dấu khi chiều của từ trường không đổi $\vec{H}_0$ đổi chiều, nên từ (3.7.21) ta thấy góc quay θ' cũng đổi dấu (hình 3.13). Do vậy sự quay mặt phẳng phân cực vectơ cường độ trường trong ferit bị từ hóa là không thuận nghịch đối với chiều truyền sóng. Hiệu ứng Faraday và đường cong độ từ thẩm của ferit bị từ hóa được ứng dụng nhiều trong kỹ thuật.



Hình 3.13

Tính chất của sóng phẳng truyền trong ferit bị từ hóa có phương truyền vuông góc với phương của $\vec{H}_0$ và vectơ cường độ điện trường của sóng không trùng với $\vec{H}_0$ được trình bày trong [4].

3.8. BÀI TẬP

1. Sóng phẳng TEM truyền trong môi trường điện môi đồng nhất, đẳng hướng rộng vô hạn có tham số điện từ là :

$\epsilon = 4\epsilon_0$; $\mu = \mu_0$, $\sigma = 0$, biên độ cường độ điện trường của sóng $E_m = 10^{-3}$ V/m với tần số $f = 10^6$ Hz. Lập biểu thức giá trị tức thời của cường độ từ trường của sóng và tính giá trị mật độ công suất trung bình của sóng.

2. Trong nửa không gian $z > 0$ là môi trường dẫn điện với $\sigma = 5,7 \cdot 10^7$ ci/m $\mu = \mu_0$ được truyền một sóng phẳng theo phương trục z với tần số $f = 10^5$ Hz.

Hãy xác định vận tốc pha, bước sóng, trở sóng và độ thấm sâu của trường trong môi trường trên. Biên độ cường độ trường sẽ giảm đi bao nhiêu lần so với ở trên bề mặt của nó ở độ sâu $d = 1$ mm.

3. Tìm độ sâu thâm nhập của trường và điện trở mật riêng của các môi trường sau :

a) Êbônit có : $\sigma = 5 \cdot 10^{-14}$ ci/m, $\mu = \mu_0$

b) Đất khô có : $\sigma = 10^{-4}$ ci/m, $\mu = \mu_0$

c) Đồng có : $\sigma = 5,7 \cdot 10^7$ ci/m, $\mu = \mu_0$

ở các tần số của trường : $f = 10^5$ Hz và 10^8 Hz.

4. Sóng điện từ phẳng tới truyền vuông góc với mặt giới hạn phân chia hai môi trường có các tham số điện sau :

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_0, \quad \mu_1 = \mu_0, \quad \sigma_1 = 0$$

$$\varepsilon_2 = 5,5\varepsilon_0, \quad \mu_2 = \mu_0, \quad \sigma_2 = 0$$

Tính hệ số phản xạ và khúc xạ.

5. Sóng phẳng truyền từ không khí vào môi trường pôliêtilen có $\varepsilon = 2,3\varepsilon_0$, $\mu = \mu_0$, $\sigma = 0$ dưới góc tới $\varphi_i = 45^\circ$.

Hãy tìm góc khúc xạ và hệ số khúc xạ đối với trường hợp phân cực đứng và ngang của sóng tới.

Chương 4

NHIỀU XẠ SÓNG ĐIỆN TỪ

4.1. KHÁI NIỆM VỀ SỰ NHIỀU XẠ SÓNG ĐIỆN TỪ

Ở mục 3.5. chúng ta đã nghiên cứu sự phản xạ và khúc xạ sóng phẳng tại mặt giới hạn phẳng rộng vô hạn phân cách hai môi trường có tham số điện khác nhau. Trong điều kiện như vậy tại mặt giới hạn phân cách ngoài sóng tới chỉ có sóng phản xạ và sóng khúc xạ. Nhưng nếu trong môi trường đồng nhất và đẳng hướng có một hay một số vật thể mà tham số điện của chúng khác với môi trường và kích thước so sánh được với bước sóng của trường sóng tới thì tại chỗ các vật thể xảy ra hiện tượng sau : Tại mặt các vật thể xuất hiện sóng phản xạ lại môi trường, có sóng khúc xạ truyền vào trong các vật thể và còn có sự đi vòng của sóng tới qua các vật thể. Kết quả làm cho cấu trúc trường của sóng tới thay đổi tại chỗ vật thể. Hiện tượng trên gọi là sự nhiễu xạ sóng điện từ tại các chỗ bất đồng nhất trong môi trường. Các vật thể trên gọi là vật chướng ngại, sóng tới gọi là sóng sơ cấp, sóng phản xạ từ vật chướng ngại gọi là sóng thứ cấp. Trường điện từ nhiễu xạ toàn phần là trường tổng hợp của các sóng sơ cấp, sóng thứ cấp và sóng khúc xạ.

Nhiệm vụ cơ bản của bài toán nhiễu xạ là xác định được trường thứ cấp hoặc trường toàn phần tại một điểm bất kỳ trong không gian môi trường đồng nhất và đẳng hướng ở thời điểm t khi đã biết thông số điện và hình học của vật chướng ngại cùng cấu trúc trường của sóng sơ cấp. Vì vật chướng ngại có hình dạng phức tạp, lại đặt ở các vị trí khác nhau so với nguồn sơ cấp nên nói chung bài toán nhiễu xạ rất phức tạp và phần lớn chúng chỉ giải được gần đúng. Do vậy trong thực tiễn người ta dùng các đại lượng vật lý đặc trưng cho sự nhiễu xạ như tiết diện phản xạ tương đương, tiết diện hấp thụ toàn phần v.v... để thay cho việc tìm trường phức tạp và khó. Hơn nữa các đại lượng đặc trưng trên có thể xác định đơn giản và đo đạc được bằng thực nghiệm.

Việc giải chính xác bài toán nhiễu xạ chỉ thực hiện được trong một số trường hợp vật chướng ngại có hình dạng đơn giản như : hình trụ tròn nhỏ dài vô hạn, hình cầu, và với giả thiết là các vật chướng ngại đặt rất xa nguồn của sóng sơ cấp đến mức có thể bỏ qua ảnh hưởng của nó đến nguồn. Tức là ta coi cấu trúc của nguồn và trường sóng sơ cấp không phụ thuộc vào vật chướng ngại.

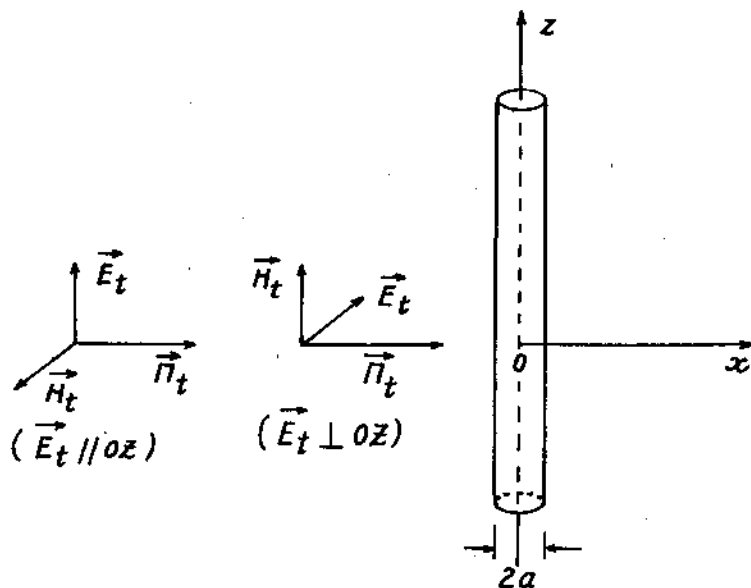
Với các giả thiết trên, sau đây chúng ta giải các bài toán nhiễu xạ của sóng phẳng trên vật dẫn trụ tròn nhỏ dài vô hạn một cách chính xác và qua lỗ chữ nhật trên màn chắn dẫn phẳng rộng vô hạn một cách gần đúng.

4.2. NHIỀU XẠ CỦA SÓNG PHẪNG TRÊN VẬT DẪN TRỤ TRÒN DÀI VÔ HẠN

4.2.1. Bài toán

Giả sử có một vật dẫn điện tốt hình trụ tròn bán kính a dài vô hạn đặt trong không khí và có sóng phẳng điều hòa truyền tới vuông góc với trục của vật dẫn. Hãy xác định trường thứ cấp phản xạ từ vật dẫn.

Vì vật chướng ngại có dạng đơn giản nên ta có thể tìm nghiệm của bài toán nhiễu xạ trên một cách chính xác. Ta chọn hệ tọa độ trụ có trục z trùng với trục của vật dẫn, sóng phẳng điều hòa truyền dọc theo phương x vuông góc với trục của vật dẫn (hình 4.1). Sự phân cực của sóng tới có thể xảy ra hai trường hợp: vectơ điện trường của sóng tới song song với trục của vật dẫn: $\vec{E}_i // oz$ và vectơ điện trường sóng tới vuông góc với trục vật dẫn: $\vec{E}_i \perp oz$. Trong trường hợp sóng tới có phân cực thẳng bất kỳ của điện trường $\vec{E}_i$ thì được coi là tổng hợp của hai trường hợp phân cực kể trên. Do vậy ta chỉ xét bài toán nhiễu xạ của sóng phẳng tới có dạng phân cực đã nêu ra.



Hình 4.1

Theo giả thiết, sóng phẳng tới truyền vuông góc với trục z nên nó không phụ thuộc vào tọa độ này, vật dẫn trụ tròn dài vô hạn cũng đồng nhất theo trục z nên trường thứ cấp phản xạ từ mặt vật dẫn cũng không phụ thuộc vào tọa độ z tức là có $\frac{\partial}{\partial z} (E, H) = 0$.

Với điều kiện trên, các phương trình Macxoen viết cho các vectơ cường độ trường của sóng thứ cấp phản xạ từ mặt vật dẫn trụ tròn trong hệ tọa độ trụ có dạng:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \dot{E}_{mz}}{\partial \varphi} &= -i\omega\mu r \dot{H}_{mr} \\ \frac{\partial \dot{E}_{mz}}{\partial r} &= i\omega\mu \dot{H}_{m\varphi} \end{aligned} \quad (4.2.1)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{r} \left\{ \frac{\partial}{\partial r} (r \dot{H}_{m\varphi}) - \frac{\partial \dot{H}_{mr}}{\partial \varphi} \right\} &= i\omega\epsilon \dot{E}_{mz} \\ \frac{\partial \dot{H}_{mz}}{\partial \varphi} &= i\omega\epsilon r \dot{E}_{mr} \\ \frac{\partial \dot{H}_{mz}}{\partial r} &= -i\omega\epsilon \dot{E}_{m\varphi} \end{aligned} \quad (4.2.2)$$

$$\frac{1}{r} \left\{ \frac{\partial}{\partial r} (r \dot{E}_{m\varphi}) - \frac{\partial \dot{E}_{mr}}{\partial \varphi} \right\} = -i\omega\mu \dot{H}_{mz}$$

Hệ phương trình (4.2.1) chỉ bao gồm trường với các thành phần E_{mz} , H_{mr} , $H_{m\varphi}$ không tồn tại thành phần dọc của điện trường theo phương truyền của sóng thứ cấp

($\vec{E}_{mr} = 0$). Trường thứ cấp loại này gọi là trường điện ngang hay từ dọc được ký hiệu là TE hay H, ứng với trường hợp sóng tới có phân cực $\vec{E}_{mt}/\phi z$.

Hệ phương trình (4.2.2) chỉ bao gồm trường với các thành phần $\vec{H}_{mz}$, $\vec{E}_{mr}$ và $\vec{E}_{m\phi}$ không có thành phần dọc của từ trường sóng thứ cấp theo phương truyền sóng ($H_{mr} = 0$). Trường thứ cấp loại này được gọi là trường từ ngang hay điện dọc được ký hiệu là TM hay E, ứng với trường hợp sóng tới có phân cực vectơ $\vec{E}_{mt}$ vuông góc với trục vật dẫn.

Hai hệ (4.2.1) và (4.2.2) có dạng tương tự như nhau, nên chúng ta chỉ cần xét cho hệ (4.2.1), còn hệ (4.2.2) có thể nhận được kết quả khi áp dụng nguyên lý đối lẫn. Vì vật dẫn hình trụ có độ dẫn điện riêng rất lớn nên trường của sóng khúc xạ hầu như không tồn tại ở trong vật dẫn. Để cho đơn giản ta coi độ dẫn điện của vật hình trụ lớn vô cùng. Do đó điều kiện bờ trên thành vật dẫn sẽ là : thành phần tiếp tuyến của điện trường tổng hợp bằng không trên mặt vật dẫn. Đối với trường hợp sóng tới phân cực có $\vec{E}_{mt}/\phi z$ điều kiện bờ của hệ phương trình (4.2.1) có dạng :

$$\vec{E}_{zt} + \vec{E}_z = 0 \quad (4.2.3)$$

khi

$$r = a ; 0 \leq \phi \leq 2\pi ; -\infty < z < +\infty$$

Ta còn nhận thấy rằng sóng phản xạ từ mặt vật dẫn truyền vào không gian rộng vô hạn theo phương r, đi xa dần vật dẫn phải mang đặc tính sóng tại vô cùng nên nó phải thỏa mãn điều kiện bức xạ tại vô cùng (1.10.11). Đến đây nhiệm vụ của bài toán nhiễu xạ sóng phẳng trên vật dẫn trụ tròn dài vô hạn là tìm nghiệm của hệ phương trình (4.2.1) với điều kiện bờ (4.2.3) và điều kiện bức xạ (1.10.11).

4.2.2. Trường thứ cấp

Để tìm nghiệm của hệ (4.2.1) với điều kiện (4.2.3) và (1.10.11) ta chuyển chúng về dạng phương trình sóng. Muốn vậy ta đặt các giá trị của $\vec{H}_{mr}$, $\vec{H}_{m\phi}$ từ hai phương trình đầu vào phương trình thứ ba của hệ (4.2.1) nhận được phương trình cho điện trường $\vec{E}_{mz}$ dạng :

$$\frac{\partial^2 \vec{E}_{mz}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \vec{E}_{mz}}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \vec{E}_{mz}}{\partial \phi^2} + k^2 \vec{E}_{mz} = 0 \quad (4.2.4)$$

Ta tìm nghiệm của phương trình (4.2.4) bằng phương pháp phân li biến số. Ta đặt nghiệm dạng sau :

$$\vec{E}_{mz}(r, \phi) = R(r) \cdot \phi(\phi) \quad (4.2.5)$$

Khi thay (4.2.5) vào (4.2.4) và tách ra được hai phương trình cho các hàm R(r) và $\phi(\phi)$ dạng :

$$\frac{d^2 \phi}{d\phi^2} + m^2 \phi = 0 \quad (4.2.6)$$

$$\frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dR}{dr} + \left(k^2 - \frac{m^2}{r^2} \right) R = 0 \quad (4.2.7)$$

Ở đây $k = \omega \sqrt{\epsilon \mu}$ là số sóng, còn m là số nguyên dương, âm hoặc không. Phương trình (4.2.6) cho nghiệm dạng có chu kỳ 2π đối với góc ϕ là :

$$\phi(\phi) = A e^{im\phi} \quad (4.2.8)$$

Phương trình (4.2.7) là phương trình Bessel cấp m . Nghiệm tổng quát của nó có dạng (phụ lục P.3) :

$$R_m(r) = BJ_m(kr) + CN_m(kr)$$

hoặc :

$$R_m(r) = DH_m^{(1)}(kr) + EH_m^{(2)}(kr)$$

Ở đây A, B, C, D, E là các hằng số tùy ý, $J_m(kr)$ là hàm Bessel cấp m , $N_m(kr)$ là hàm Nôiman cấp m , $H_m^{(1)}(kr)$ và $H_m^{(2)}(kr)$ là hàm Hanken cấp m loại 1 và loại 2. Sóng thứ cấp phát ra từ hình trụ phải thỏa mãn điều kiện bức xạ (1.10.11) và từ biểu thức tiệm cận của các hàm Hanken (phụ lục P.3) ta thấy ở xa vô cùng, hàm Hanken cấp m loại 2 có dạng sóng thỏa mãn điều kiện (1.10.11), do đó ta chọn nghiệm của (4.2.7) dạng sau :

$$R_m(r) = EH_m^{(2)}(kr) \quad (4.2.9)$$

và cho $D = 0$.

Cuối cùng nghiệm tổng quát của (4.2.4) theo (4.2.5) và (4.2.8), (4.2.9) là :

$$\dot{E}_{mz} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} a_m H_m^{(2)} e^{im\varphi} \quad (4.2.10)$$

Ở đây a_m là hệ số của chuỗi (4.2.10), nó được xác định từ điều kiện bờ (4.2.3). Mỗi số hạng của chuỗi (4.2.10) biểu thị một sóng trụ nguyên tố. Trường thứ cấp phản xạ từ vật dẫn hình trụ là tập hợp của vô số các sóng trụ nguyên tố.

Chúng ta hãy xác định hệ số a_m của chuỗi (4.2.10). Muốn vậy ta biểu diễn sóng phẳng tới dưới dạng chuỗi của các sóng trụ nguyên tố như sau :

$$\dot{E}_{zt} = \dot{E}_{mzt} e^{-ikx} = \dot{E}_{mzt} e^{-ikr \cos \varphi} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} b_m e^{im\varphi}$$

ở đây :

$$b_m = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \dot{E}_{mzt} e^{-ikr \cos \varphi} e^{-im\varphi} d\varphi = (-i)^m \dot{E}_{mzt} J_m(kr) \quad (4.2.11)$$

Ta có :

$$\dot{E}_{zt} = \dot{E}_{mzt} \sum_{m=-\infty}^{\infty} (-i)^m J_m(kr) e^{im\varphi} \quad (4.2.12)$$

Điều kiện bờ (4.2.3) theo (4.2.10) và (4.2.12) có dạng :

$$\dot{E}_{mzt} \sum_{m=-\infty}^{\infty} (-i)^m J_m(ka) e^{im\varphi} + \sum_{m=-\infty}^{\infty} a_m H_m^{(2)}(ka) e^{im\varphi} = 0$$

Từ đó ta nhận được hệ số a_m :

$$a_m = -(-i)^m \dot{E}_{mzt} \frac{J_m(ka)}{H_m^{(2)}(ka)} \quad (4.2.13)$$

Từ (4.2.1), (4.2.10) và (4.2.13) ta nhận được cường độ trường của sóng thứ cấp phản xạ từ vật dẫn hình trụ là :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{E}_{mz} = -\dot{E}_{mzt} \sum_{m=-\infty}^{\infty} (-i)^m \frac{J_m(ka)}{H_m^{(2)}(ka)} H_m^{(2)}(kr) e^{im\varphi} \\ \dot{H}_{mr} = \frac{\dot{E}_{mzt}}{\mu\omega r} \sum_{m=-\infty}^{\infty} (-i)^m \frac{mJ_m(ka)}{H_m^{(2)}(ka)} H_m^{(2)}(kr) e^{im\varphi} \\ \dot{H}_{m\varphi} = -\frac{\dot{E}_{mzt}}{i\omega\mu} \sum_{m=-\infty}^{\infty} (-i)^m \frac{J_m(ka)}{H_m^{(2)}(ka)} \frac{\partial}{\partial r} H_m^{(2)}(kr) e^{im\varphi} \end{array} \right. \quad (4.2.14)$$

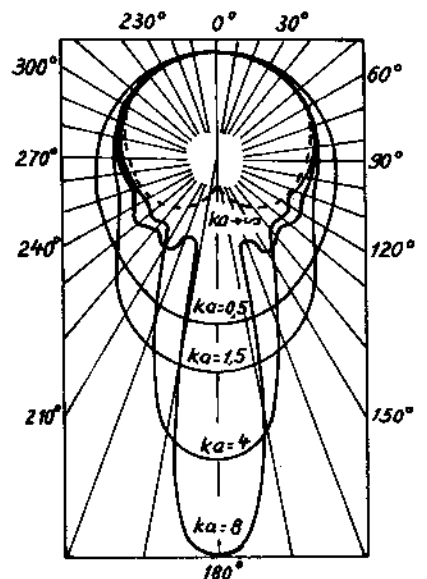
4.2.3. Giản đồ hướng

Để thấy rõ tính chất của trường thứ cấp phản xạ từ vật dẫn hình trụ, chúng ta tìm giản đồ hướng của nó. Muốn vậy ta hãy tìm cường độ trường thứ cấp ở vùng xa với điều kiện $kr \gg 1$. Áp dụng dạng tiệm cận của hàm Hanken cấp m loại 2 (phụ lục P.3) khi $kr \rightarrow \infty$ và bỏ qua số hạng nhỏ bậc cao $\frac{1}{r^{3/2}}$ so với $\frac{1}{r^{1/2}}$ từ biểu thức (4.2.14) ta có :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{E}_{mz} \approx -\dot{E}_{mzt} \sqrt{\frac{2}{\pi kr}} e^{-i(kr - \frac{\pi}{4})} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{J_m(ka)}{H_m^{(2)}(ka)} e^{im\varphi} \\ \dot{H}_{m\varphi} \approx \frac{\dot{E}_{mzt}}{\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}} \sqrt{\frac{2}{\pi kr}} e^{-i(kr - \frac{\pi}{4})} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{J_m(ka)}{H_m^{(2)}(ka)} e^{im\varphi} \\ \dot{H}_{mr} \approx 0 \end{array} \right. \quad (4.2.15)$$

Như vậy trường thứ cấp phản xạ từ vật dẫn hình trụ ở vùng xa chỉ có hai thành phần $\dot{E}_{mz}$, $\dot{H}_{m\varphi}$ vuông góc với nhau và vuông góc với phương truyền sóng r . Từ (4.2.15) người ta vẽ được giản đồ hướng của trường thứ cấp phản xạ từ hình trụ theo góc φ như ở hình 4.2. với các tham số ka khác nhau.

Từ giản đồ hướng trên chúng ta có nhận xét sau : khi $ka \approx 1$ tức là hình trụ dẫn rất mảnh so với bước sóng thì trường thứ cấp có cường độ gần đều theo mọi phương do đó nó làm méo trường sơ cấp đều theo mọi phương. Khi $ka \gg 1$ (hay $a \gg \lambda$) tức là vật dẫn có kích ngang đáng kể so với bước sóng thì trường thứ cấp bắt đầu xuất hiện các cực đại ở phía đối diện với nguồn sóng tới (góc $\varphi = 0$) và làm méo trường sóng tới về phía này mạnh hơn. Khi $ka \rightarrow \infty$ nghĩa là kích thước a vật dẫn lớn vô cùng so với bước sóng thì giản đồ hướng của trường thứ cấp có cực đại quay về phía sóng tới và có vùng tối ở phía đối diện cho cường độ trường bằng không (đường vẽ nét đứt trên hình 4.2), kết quả trên trùng với kết quả xét bằng phương pháp quang hình.



Hình 4.2

Để đánh giá khả năng của trường bức xạ thứ cấp so với trường của sóng tới của vật chướng ngại, người ta đưa vào đại lượng diện tích phản xạ tương đương. Đối với vật dẫn hình trụ dài vô hạn thì diện tích phản xạ tương đương được tính cho 1 đơn vị dài của hình trụ và ký hiệu là σ_o , được xác định theo biểu thức :

$$P_{bx} = \sigma_o \Pi_{tbt} \quad (4.2.16)$$

Ở đây P_{bx} là công suất bức xạ của trường thứ cấp của hình trụ tính trên 1 đơn vị chiều dài, còn Π_{tbt} là mật độ công suất trung bình của sóng tới. Ta tính được :

$$\Pi_{tbt} = \frac{1}{2\sqrt{\mu/\epsilon}} |\dot{E}_{mzt}|^2 \quad (4.2.17)$$

$$P_{bx} = \int_S \Pi_{tb} dS = \int_0^{2\pi} \Pi_{tb} r d\varphi \quad (4.2.18)$$

$$\Pi_{tb} = \frac{1}{2} \operatorname{re}(\dot{E}_{mz} \cdot \dot{H}_{m\varphi}^*) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} |\dot{H}_{m\varphi}|^2 = \frac{1}{2\sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}} |\dot{E}_{mz}|^2 \quad (4.2.19)$$

Từ các biểu thức (4.2.15), (4.2.16), (4.2.17) (4.2.18) và (4.2.19) ta tính được biểu thức của diện tích phản xạ tương đương σ_o là :

$$\sigma_o = \frac{4a}{4ka} \left| \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{J_m(ka)}{H_m^{(2)}(ka)} \right|^2 \quad (4.2.20)$$

4.3. NGUYÊN LÝ HUYGHEN - KIECHOP

Nguyên lý Huyghen - Kiéchôp cho phép ta tìm được nghiệm của phương trình sóng thuần nhất đối với một hàm vô hướng nào đó hoặc một thành phần vuông góc bất kỳ của vectơ cường độ trường. Nó được áp dụng để giải bài toán nhiễu xạ gần đúng. Sau đây ta hãy tìm biểu thức của nguyên lý Huyghen - Kiéchôp. Chúng ta hãy tìm nghiệm của phương trình sóng thuần nhất cho hàm vô hướng ψ sau :

$$\nabla^2 \psi - k^2 \psi = 0 \quad (4.3.1)$$

tại một điểm P bất kỳ trong vùng V được giới hạn bởi mặt kín S khi biết giá trị của hàm này và đạo hàm theo pháp tuyến của nó trên mặt S đó. Hàm ψ được giả thiết là liên tục cùng với đạo hàm bậc nhất và bậc hai của nó ở trong V và trên S.

Chúng ta áp dụng định lý Grin (xem phụ lục P.2) cho hai hàm ψ và ϕ được :

$$\int_V (\psi \nabla^2 \phi - \phi \nabla^2 \psi) dV = \oint_S \left(\psi \frac{\partial \phi}{\partial n} - \phi \frac{\partial \psi}{\partial n} \right) dS \quad (4.3.2)$$

Ở đây hàm ϕ là tùy ý liên tục cùng với đạo hàm riêng cho đến cấp hai trong V và trên S. Ta chọn hàm ϕ dạng :

$$\phi = \frac{e^{-ikr}}{r} \quad (4.3.3)$$

Ở đây r là khoảng cách từ điểm tính trường P đến một điểm bất kỳ trong vùng V. Hàm ϕ chọn dạng (4.3.3) thỏa mãn điều kiện của định lý Grin trừ điểm P, vì tại đây $\phi \rightarrow \infty$ khi $r \rightarrow 0$. Để áp dụng được biểu thức (4.3.2) ta bao điểm P bằng mặt

cầu nhỏ S_0 có bán kính R_0 (hình 4.3a). Khi ấy miền V sẽ được giới hạn bởi 2 mặt kín là S và S_0 . Vì hàm ϕ dạng (4.3.3) cũng thỏa mãn phương trình sóng (4.3.1) nên tích phân theo thể tích ở vế trái của (4.3.2) bằng không và từ đó ta suy ra :

$$\int_{S_0} \left(\psi \frac{\partial \phi}{\partial n} - \phi \frac{\partial \psi}{\partial n} \right) dS = - \int_S \left(\psi \frac{\partial \phi}{\partial n} - \phi \frac{\partial \psi}{\partial n} \right) dS \quad (4.3.4)$$

Các đạo hàm theo pháp tuyến $\frac{\partial}{\partial n}$ trên S và S_0 lấy theo pháp tuyến $\vec{n}_0$ hướng ra ngoài vùng V . Do đó trên mặt cầu S_0 ta có :

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = - \frac{\partial \phi}{\partial r} ; \quad \frac{\partial \psi}{\partial n} = - \frac{\partial \psi}{\partial r}$$

nên :

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = - \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{e^{-ikr}}{r} \right) = \left(ik + \frac{1}{r} \right) \frac{e^{-ikr}}{r}$$

Ta tính tích phân trên mặt cầu S_0 khi áp dụng định lý trung bình được :

$$I_0 = \int_{S_0} \left(\psi \frac{\partial \phi}{\partial n} - \phi \frac{\partial \psi}{\partial n} \right) dS = \left(ik + \frac{1}{R_0} \right) \frac{e^{-ikR_0}}{R_0} \psi_{tb} 4\pi R_0^2 + \frac{e^{-ikR_0}}{R_0} \left(\frac{\partial \psi}{\partial r} \right)_{tb} \cdot 4\pi R_0^2$$

Ở đây ψ_{tb} và $\left(\frac{\partial \psi}{\partial r} \right)_{tb}$ là các giá trị trung bình của hàm ψ và đạo hàm riêng của nó trên mặt cầu S_0 . Chúng là các giá trị hữu hạn. Do đó nếu ta xét trường hợp giới hạn cho mặt cầu S_0 thu nhỏ về thành một điểm P thì nhận được kết quả :

$$\psi_{tb} \rightarrow \psi(P)$$

$$I_0 = 4\pi\psi(P) \text{ khi } R_0 \rightarrow 0$$

Từ (4.3.4) ta được :

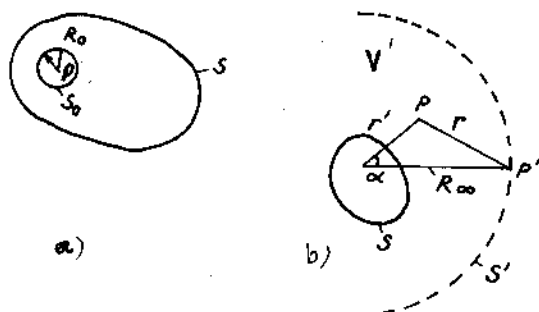
$$\psi(P) = - \frac{1}{4\pi} \int_S \left(\psi \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{e^{-ikr}}{r} \right) - \frac{e^{-ikr}}{r} \frac{\partial \psi}{\partial n} \right) dS \quad (4.3.5)$$

(4.3.5) là biểu thức của nguyên lý Huyghen - Kiêchôp. Từ biểu thức (4.3.5) ta tìm được hàm ψ ở điểm bất kỳ trong thể tích V qua tích phân mặt S của giá trị của hàm này và đạo hàm theo pháp tuyến của nó. Nếu các giá trị của hàm ψ và đạo hàm $\frac{\partial \psi}{\partial n}$ trên mặt S được coi là phân bố của các nguồn nguyên tố, thì giá trị của hàm ψ ở một điểm bất kỳ trong thể tích V là chồng chất của các sóng cầu nguyên tố bức xạ ở trên mặt S giới hạn thể tích V .

Chúng ta sẽ chỉ ra rằng biểu thức của nguyên lý Huyghen - Kiêchôp (4.3.5) vẫn áp dụng được khi mặt S là giới hạn trong của vùng không gian V' ở bên ngoài. Trong trường hợp này vùng V' được coi là bị giới hạn bởi hai mặt kín S và mặt cầu S' rộng vô hạn có tâm nằm trong vùng V với bán kính R_∞ (hình 4.3b).

Ta cần chứng minh để tích phân mặt.

$$I_\infty = \oint_{S'} \left(\psi \frac{\partial \phi}{\partial n} - \phi \frac{\partial \psi}{\partial n} \right) dS \rightarrow 0 \text{ khi } R_\infty \rightarrow \infty$$



Hình 4.3

Vì R_∞ là rất lớn so với r' là khoảng cách từ tâm hình cầu S' đến điểm P nên ta có thể coi R_∞ song song với r là khoảng cách từ điểm P đến điểm bất kỳ của mặt cầu rộng vô hạn S' . Ta có các phép tính gần đúng sau :

$$\frac{1}{R_\infty} \approx \frac{1}{r}, \quad r = R_\infty - r' \cos \alpha \quad (4.3.6)$$

Nên :

$$\phi = \frac{e^{-ikr}}{r} \approx \frac{1}{R_\infty} e^{-ikR_\infty} e^{ikr' \cos \alpha} \quad (4.3.7)$$

Ở đây α là góc giữa R_∞ và r' .

Đối với mặt cầu S' thì : $\frac{\partial}{\partial n} = \frac{\partial}{\partial r}$

Do đó ta có :

$$I_\infty = - \oint_{S'} \left\{ \left(\psi \left(ik + \frac{1}{R_\infty} \right) + \frac{\partial \psi}{\partial R_\infty} \right) \frac{e^{-ikR_\infty}}{R_\infty} e^{ikr' \cos \alpha} \right\} dS$$

Trong trường hợp giới hạn khi $R_\infty \rightarrow \infty$, tích phân $I_\infty \rightarrow 0$ nếu thỏa mãn điều kiện sau :

$$\lim_{R_\infty \rightarrow \infty} \left\{ \frac{\partial \psi}{\partial R_\infty} + \left(ik + \frac{1}{R_\infty} \right) \psi \right\} = 0 \quad (4.3.8)$$

hay dạng :

$$\frac{\partial \psi}{\partial R_\infty} \Big|_{R_\infty \rightarrow \infty} = - \left(ik + \frac{1}{R_\infty} \right) \psi \Big|_{R_\infty \rightarrow \infty} \quad (4.3.9)$$

Người ta nhận thấy rằng điều kiện (4.3.8) và (4.3.9) dễ dàng được thực hiện nếu hàm ψ thỏa mãn điều kiện bức xạ tại vô cùng (1.10.11), tức có dạng hàm tại vô cùng như sau :

$$\psi \Big|_{R_\infty \rightarrow \infty} = f(\theta, \varphi) \frac{e^{-ikR_\infty}}{R_\infty} \quad (4.3.10)$$

Vì hàm ψ dạng (4.3.10) thỏa mãn phương trình (4.3.1) nên biểu thức (4.3.5) đúng cho cả vùng ngoài V' .

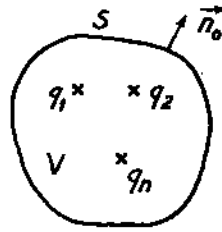
Chúng ta nhận thấy rằng phương trình sóng thuần nhất cho hàm vô hướng ψ có dạng tương tự như dạng của phương trình sóng thuần nhất cho các thành phần của vectơ cường độ trường $\vec{E}$, $\vec{H}$ trong hệ tọa độ Đécác, do đó ta có thể áp dụng nguyên lý Huyghen - Kiêchôp để giải các bài toán nhiễu xạ. Nguyên lý Huyghen - Kiêchôp đối với hàm vô hướng có thể coi là một trường hợp riêng của nguyên lý tổng quát hơn là nguyên lý dòng tương đương cho các vectơ cường độ điện từ trường. Chúng ta hãy tìm biểu thức của nguyên lý dòng tương đương.

4.4. NGUYÊN LÝ DÒNG TƯƠNG ĐƯƠNG

Giả sử có các nguồn $q_1, q_2, \dots, q_n$ đặt trong vùng V giới hạn bởi mặt kín S (hình 4.4). Chúng ta cần tìm trường ở điểm P bất kỳ trong không gian V' ngoài mặt S .

Theo nguyên lý Huyghen - Kiêchôp ta có thể tính trường tại P trong V' của các nguồn đã cho qua các nguồn bức xạ nguyên tố phân bố trên mặt S tạo ra. Các nguồn nguyên tố phân bố trên mặt S được gọi là các nguồn dòng tương đương (dòng điện

mật và dòng từ mật). Trường do các nguồn dòng tương đương ở điểm P bất kỳ trong V' trùng với trường do các nguồn đã cho trong V tạo ra cũng tại điểm P. Còn trường do nguồn dòng tương đương tạo ra trong vùng V bằng không. Do đó ta có điều kiện bờ cho trường của nguồn dòng tương đương (dùng dấu phẩy trên các ký hiệu cường độ trường) là : các thành phần tiếp tuyến của điện trường và từ trường sát bên trong mặt S bằng không :



Hình 4.4

$$E'_{nr|_S} = H'_{nr|_S} = 0 \quad (4.4.1)$$

Theo định lý nghiệm duy nhất, muốn để trường của nguồn đã cho và trường của nguồn dòng tương đương tạo ra ở điểm P trong vùng V' trùng với nhau phải có điều kiện là : các thành phần tiếp tuyến của cường độ điện trường và từ trường của hai trường này trên mặt S ở phía bên ngoài phải bằng nhau và chúng khác không :

$$\begin{aligned} E'_{tng|_S} &= E_{tng|_S} \neq 0 \\ H'_{tng|_S} &= H_{tng|_S} \neq 0 \end{aligned} \quad (4.4.2)$$

Từ các biểu thức (4.4.1) và (4.4.2) chúng ta thấy các thành phần tiếp tuyến của cường độ trường của nguồn dòng tương đương biến đổi nhảy vọt từ 0 sang khác không khi qua mặt giới hạn S. Theo điều kiện bờ tổng quát ở mục 1.8, sự biến đổi nhảy vọt của các thành phần tiếp tuyến E_t , H_t của trường trên mặt giới hạn S tương đương với sự tồn tại của dòng điện mật I_S và dòng từ mật I_{SM} chảy trên mặt S. Các dòng mật này liên quan đến các vectơ cường độ trường trên mặt S bởi các hệ thức sau :

$$\begin{aligned} \vec{I}_S &= [\vec{n}_0 \times \vec{H}_{ng}]_S \\ \vec{I}_{SM} &= -[\vec{n}_0 \times \vec{E}_{ng}]_S \end{aligned} \quad (4.4.3)$$

Ở đây $\vec{n}_0$ là vectơ đơn vị pháp tuyến ngoài của mặt giới hạn S (hình 4.4).

Áp dụng phương pháp thế điện động chúng ta tìm được biểu thức cho các thế chậm vectơ điện và từ do các nguồn dòng tương đương $\vec{I}_S$ và $\vec{I}_{SM}$ trên S tạo ra tại điểm P trong V' theo (2.4.16), (2.4.17) và (4.4.3) được :

$$\begin{cases} \vec{A}_e = \frac{\mu}{4\pi} \oint_S \frac{\vec{I}_S e^{-ikr}}{r} dS = \frac{\mu}{4\pi} \oint_S \frac{[\vec{n}_0 \times \vec{H}_{ng}]}{r} e^{-ikr} dS \\ \vec{A}_M = \frac{\varepsilon}{4\pi} \oint_S \frac{\vec{I}_{SM} e^{-ikr}}{r} dS = -\frac{\varepsilon}{4\pi} \oint_S \frac{[\vec{n}_0 \times \vec{E}_{ng}]}{r} e^{-ikr} dS \end{cases} \quad (4.4.4)$$

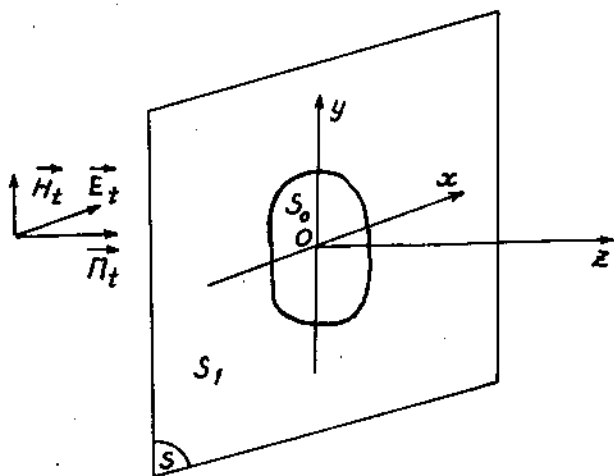
Trong công thức (4.4.4) các tham số điện từ như ε , μ và số sóng k phải tính trong môi trường ở vùng không gian ngoài V'.

Các biểu thức (4.4.3) và (4.4.4) là biểu thức của nguyên lý dòng tương đương của trường điện từ. Nguyên lý này được ứng dụng để giải các bài toán nhiễu xạ sóng điện từ rất tiện lợi.

Chúng ta cũng cần lưu ý rằng trường nhiễu xạ được tính dựa trên các biểu thức của nguyên lý Huyghen - Kiêchốp và nguyên lý dòng tương đương có chính xác hay không là tùy thuộc vào giá trị của nguồn thứ cấp nguyên tố hay nguồn dòng tương đương phân bố trên mặt giới hạn S . Nói chung chúng ta khó tìm được giá trị chính xác mà chỉ nhận được giá trị gần đúng của chúng. Do đó các nguyên lý trên được áp dụng để giải các bài toán nhiễu xạ chỉ là gần đúng mà thôi. Mục sau nguyên lý dòng tương đương được áp dụng để giải bài toán nhiễu xạ của sóng phẳng qua lỗ chữ nhật trên màn chắn rộng vô hạn.

4.5. NHIỄU XẠ CỦA SÓNG PHẪNG QUA LỖ TRÊN MÀN CHẮN PHẪNG RỘNG VÔ HẠN

Giả sử có sóng phẳng truyền theo phương của trục z đi vuông góc tới một lỗ trên mặt phẳng dẫn điện lý tưởng rộng vô hạn. Chúng ta hãy tìm trường nhiễu xạ của sóng phẳng qua lỗ trên tại vùng bên kia của màn chắn trong môi trường đồng nhất đẳng hướng. Ta chọn hệ tọa độ Đềcác với trục z trùng với phương truyền của sóng tới, mặt phẳng màn chắn trùng với mặt tọa độ xOy và vectơ cường độ điện trường $\vec{E}_t$ của sóng tới hướng theo trục x (hình 4.5).



Biểu thức của cường độ trường sóng tới trong hệ tọa độ đã chọn có dạng :

$$\begin{aligned}\vec{E}_{mt} &= \vec{x}_0 \dot{E}_{mt} e^{-ikz} = \vec{x}_0 z_c \dot{H}_{mt} e^{-ikz} \\ \vec{H}_{mt} &= \vec{y}_0 \dot{H}_{mt} e^{-ikz}\end{aligned}\quad (4.5.1)$$

Ta chia màn chắn phẳng ra làm hai phần là phần lỗ S_0 và phần mặt kim loại S_1 . Để tính trường nhiễu xạ qua lỗ S_0 chúng ta áp dụng nguyên lý dòng tương đương, vì vậy cần phải xác định được các dòng điện và từ mặt chảy trên S_0 và S_1 . Ta coi một cách gần đúng mặt phẳng màn chắn S trùng với mặt sóng của sóng tới. Khi đó trên lỗ S_0 các vectơ cường độ trường của nguồn dòng tương đương được xem bằng cường độ trường của sóng tới cũng tại mặt lỗ này ($z = 0$) nên :

$$\left. \begin{aligned}\vec{E}_{tng|_{S_0}} &= \vec{x}_0 \dot{E}_{mt} = \vec{x}_0 z_c \dot{H}_{mt} \\ \vec{H}_{tng|_{S_0}} &= \vec{y}_0 \dot{H}_{mt}\end{aligned}\right\} \quad (4.5.2)$$

Còn trên phần S_1 của màn chắn dẫn điện lý tưởng ($\sigma = \infty$) về phía bên kia của sóng tới thành phần tiếp tuyến của điện trường và từ trường nguồn dòng tương đương bằng không :

$$\left. \begin{aligned}\vec{E}_{tng|_{S_1}} &= 0 \\ \vec{H}_{tng|_{S_1}} &= 0\end{aligned}\right\} \quad (4.5.3)$$

Nếu chọn vectơ đơn vị pháp tuyến $\vec{n}_0$ trùng với trục z, áp dụng biểu thức (4.4.4) của nguyên lý dòng tương đương ta nhận được các thế chậm của trường nhiễu xạ ở nửa không gian $z > 0$ qua lỗ trên màn chắn có dạng :

$$\vec{A}_{em} = \frac{\mu}{4\pi} \int_{S_0} [\vec{z}_0 \times \vec{y}_0 \cdot \vec{H}_{mt}] \frac{e^{-ikr}}{r} dS = -\vec{x}_0 \frac{\mu}{4\pi} \vec{H}_{mt} \int_{S_0} \frac{e^{-ikr}}{r} dS \quad (4.5.4)$$

$$\vec{A}_{Mm} = \frac{-\varepsilon}{4\pi} \int_{S_0} [\vec{z}_0 \times \vec{x}_0 z_c \cdot \vec{H}_{mt}] \frac{e^{-ikr}}{r} dS = -\vec{y}_0 \frac{\varepsilon z_c \vec{H}_{mt}}{4\pi} \int_{S_0} \frac{e^{-ikr}}{r} dS \quad (4.5.5)$$

Ở đây $r = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + z^2}$ là khoảng cách từ điểm tính trường $P(x, y, z)$ tới 1 điểm bất kỳ trên lỗ S_0 có tọa độ $(x', y', 0)$. Nếu gọi khoảng cách từ tâm O của lỗ S_0 tới điểm tính trường P là R thì ta có thể viết :

$$r = \sqrt{R^2 - 2(xx' + yy') + x'^2 + y'^2}$$

$$\text{với} \quad R^2 = x^2 + y^2 + z^2$$

Chúng ta chỉ xét trường nhiễu xạ ở vùng xa, tức là với khoảng cách r, R lớn hơn nhiều so với bước sóng λ và kích thước lỗ S_0 tức có điều kiện :

$$\begin{aligned} R &\gg \lambda \\ R &\gg x', y' \end{aligned} \quad (4.5.6)$$

Trong trường hợp như vậy chúng ta có biểu thức gần đúng sau :

$$\begin{aligned} \frac{1}{r} &\approx \frac{1}{R} \\ r &\approx R - \frac{1}{R}(xx' + yy') \end{aligned} \quad (4.5.7)$$

Áp dụng biểu thức (4.5.7) tích phân theo mặt lỗ S_0 trong các biểu thức của thế chậm (4.5.4), (4.5.5) có dạng sau :

$$\phi = \int_{S_0} \frac{e^{-ikr}}{r} dS = \frac{e^{-ikR}}{R} \int_{S_0} e^{ik \frac{xx' + yy'}{R}} dS \quad (4.5.8)$$

Nếu tính được tích phân (4.5.8) thì tính được trường điện từ nhiễu xạ qua lỗ S_0 theo các biểu thức (2.2.4), (2.2.10), (2.2.11) và (4.5.4), (4.5.5) sẽ là :

$$\vec{E}_m = \frac{1}{i\omega\epsilon\mu} \text{grad div } \vec{A}_{em} - i\omega\vec{A}_{em} - \frac{1}{\epsilon} \text{rot} \vec{A}_{Mm} \quad (4.5.9)$$

$$\vec{H}_m = \frac{1}{\mu} \text{rot} \vec{A}_{em} + \frac{1}{i\omega\epsilon\mu} \text{grad div } \vec{A}_{Mm} - i\omega\vec{A}_{Mm}$$

Chúng ta xét trường hợp cụ thể khi lỗ S_0 có dạng chữ nhật kích thước a, b trên màn chắn phẳng rộng vô hạn dẫn điện lý tưởng. Ta tìm trường nhiễu xạ ở vùng xa, điều kiện (4.5.6) bây giờ sẽ là :

$$R \gg a, b \gg \lambda \quad (4.5.10)$$

tích phân trên lỗ chữ nhật (4.5.8) cho dạng :

$$\begin{aligned} \phi &= \frac{e^{-ikR}}{R} \int_{-a/2}^{a/2} \int_{-b/2}^{b/2} e^{ik \frac{xx' + yy'}{R}} dx' dy' = \frac{e^{-ikR}}{R} \frac{R}{ikx} e^{\frac{ikx^2}{R}} \Big|_{-a/2}^{a/2} \frac{R}{iky} e^{\frac{iky^2}{R}} \Big|_{-b/2}^{b/2} \\ &= ab \frac{e^{-ikR}}{R} \cdot \frac{\sin\left(\frac{ka}{2R} x\right)}{\frac{ka}{2R} x} \cdot \frac{\sin\left(\frac{kb}{2R} y\right)}{\frac{kb}{2R} y} \end{aligned} \quad (4.5.11)$$

Các thế chậm vectơ điện và từ có dạng :

$$\vec{A}_{em} = -\vec{x}_0 \frac{\mu \dot{H}_{mt}}{4\pi} \phi = -\frac{\mu \dot{H}_{mt}}{4\pi} \vec{\phi}^e \quad (4.5.12)$$

$$\vec{A}_{Mm} = -\vec{y}_0 \frac{\epsilon z_c \dot{H}_{mt}}{4\pi} \phi = -\frac{\epsilon z_c \dot{H}_{mt}}{4\pi} \vec{\phi}^M \quad (4.5.13)$$

Ở đây : $\vec{\phi}^e = \vec{x}_0 \phi, \vec{\phi}^M = \vec{y}_0 \phi \quad (4.5.14)$

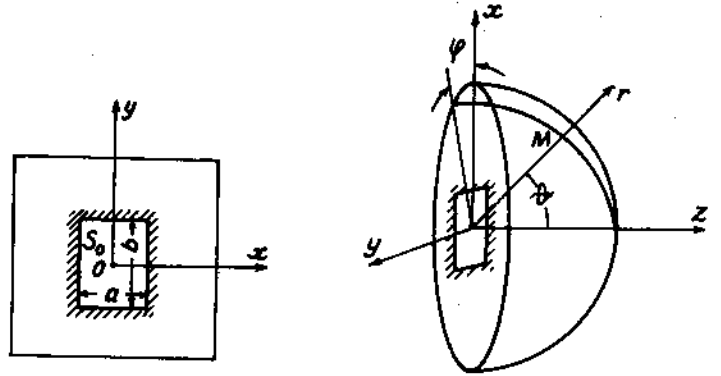
Nếu chúng ta chuyển sang tọa độ cầu (hình 4.6) thì có mối quan hệ giữa tọa độ Đề-các và tọa độ cầu như sau (phụ lục P.1) :

$$\begin{cases} x = r \sin \theta \cos \varphi \\ y = r \sin \theta \sin \varphi \\ \vec{x}_0 = \vec{r}_0 \sin \theta \cos \varphi + \vec{\theta}_0 \cos \theta \cos \varphi - \vec{\varphi}_0 \sin \varphi \\ \vec{y}_0 = \vec{r}_0 \sin \theta \sin \varphi + \vec{\theta}_0 \cos \theta \sin \varphi + \vec{\varphi}_0 \cos \varphi \end{cases} \quad (4.5.15)$$

Ta có :

$$\phi = ab \frac{e^{-ikR}}{R} \cdot \frac{\sin \left\{ \frac{ka}{2} \sin \theta \cos \varphi \right\}}{\frac{ka}{2} \sin \theta \cos \varphi} \times \frac{\sin \left\{ \frac{kb}{2} \sin \theta \sin \varphi \right\}}{\frac{kb}{2} \sin \theta \sin \varphi} \quad (4.5.16)$$

Vì hàm ϕ có chứa thừa số $\frac{e^{-ikR}}{R}$ nên từ các biểu thức (4.5.9), (4.5.13), (4.5.14) và (4.5.16) ta thấy trường nhiễu xạ qua lỗ chữ nhật ở vùng xa có dạng sóng cầu. Khi bỏ qua các số hạng nhỏ bậc cao so với $\frac{1}{r}$, khi tính trường ở vùng xa (coi $r \rightarrow \infty$) từ các biểu thức (4.5.14) (4.5.15), (4.5.16) và cách biểu diễn các toán tử grad, div, rot trong tọa độ cầu (phụ lục P.1) ta nhận được :



Hình 4.6

$$\text{grad div } \vec{\Phi}^{e,M} = -\vec{r}_0 k^2 \phi_r^{e,M} \quad (4.5.17)$$

$$\text{rot } \vec{\phi}^{e,M} = ik(\vec{\theta}_0 \phi_\theta^{e,M} - \vec{\varphi}_0 \phi_\varphi^{e,M})$$

Ở đây $\phi_r^{e,M}$, $\phi_\theta^{e,M}$, $\phi_\varphi^{e,M}$ là các thành phần của các vectơ $\vec{\phi}^e$, $\vec{\phi}^M$ theo các phương bán kính, kinh tuyến và vĩ tuyến trong tọa độ cầu.

Cuối cùng chúng ta tính được trường nhiễu xạ qua lỗ chữ nhật ở vùng xa theo (4.5.9), (4.5.13), (4.5.14) (4.5.16) và (4.5.17) dạng :

$$\begin{cases} \vec{E}_m = ik \frac{z_c \dot{H}_{mt}}{4\pi} \phi (1 + \cos \theta) (\vec{\theta}_0 \cos \varphi - \vec{\varphi}_0 \sin \varphi) \\ \vec{H}_m = ik \frac{\dot{H}_{mt}}{4\pi} \phi (1 + \cos \theta) (\vec{\theta}_0 \sin \varphi + \vec{\varphi}_0 \cos \varphi) \end{cases} \quad (4.5.18)$$

Từ biểu thức (4.5.18) chúng ta thấy rằng trường nhiễu xạ qua lỗ chữ nhật có tính định hướng trong không gian theo các tọa độ θ và φ . Chúng ta hãy tìm giản đồ hướng của trường nhiễu xạ. Ở vùng xa và kích thước của lỗ lớn hơn nhiều so với bước sóng thì hàm ϕ biến đổi nhanh hơn hàm $\cos\theta$, nên một cách gần đúng giản đồ hướng của trường được xác định chủ yếu qua hàm ϕ . Chúng ta tính hàm đặc trưng hướng của trường tại hai mặt phẳng đặc biệt :

- Trong mặt phẳng $\varphi = 0$ gọi là mặt phẳng E thì giản đồ hướng có dạng :

$$F_E(\theta) = \frac{\sin\left(\frac{ka}{2} \sin\theta\right)}{\frac{ka}{2} \sin\theta} \quad (4.5.19)$$

- Trong mặt phẳng $\varphi = \frac{\pi}{2}$ gọi là mặt phẳng H thì được :

$$F_H(\theta) = \frac{\sin\left(\frac{kb}{2} \sin\theta\right)}{\frac{kb}{2} \sin\theta} \quad (4.5.20)$$

Vì giản đồ hướng $F_E(\theta)$ và $F_H(\theta)$ có dạng hoàn toàn giống nhau, nên chúng ta chỉ vẽ đồ thị cho một dạng. Đồ thị của giản đồ hướng dạng $F_H(\theta)$ được vẽ trong tọa độ Đêcac và tọa độ cực trên hình 4.7.

Từ giản đồ hướng trên hình 4.7, ta thấy trường nhiễu xạ qua lỗ chữ nhật có một búp sóng chính và nhiều búp phụ nhỏ khác. Điều này được giải thích bằng sự giao thoa của sóng bức xạ từ các diện tích nguyên tố trên mặt S_0 (xem mục 2.7). Độ rộng của búp sóng chính là góc $2\theta^*$ được xác định từ điều kiện :

$$\sin\left(\frac{kb}{2} \sin\theta^*\right) = 0$$

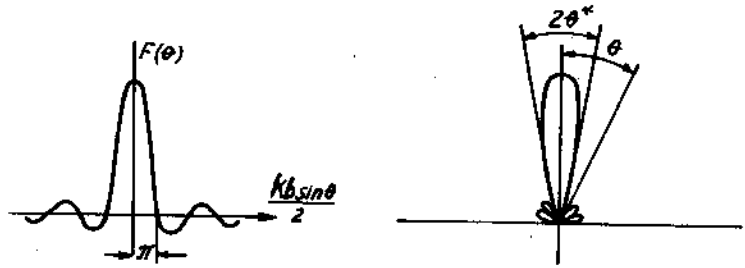
Từ giản đồ hình 4.7 nếu lấy không điểm đầu tiên, ta có :

$$\frac{kb}{2} \sin\theta^* = \pi$$

Với góc θ^* nhỏ thì $\theta^* \approx \sin \theta^*$ và ta tính được độ rộng của búp chính :

$$2\theta^* \approx 2\sin\theta^* = \frac{2\lambda}{b} \quad (4.5.21)$$

Nếu kích thước của lỗ b tăng so với bước sóng λ hoặc khi $\lambda \rightarrow 0$ thì búp sóng chính sẽ hẹp lại thành một tia giống như trường hợp trong quang hình.

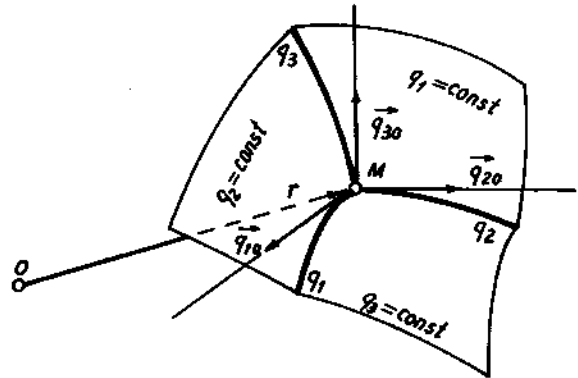


Hình 4.7

PHẦN PHỤ LỤC

Phụ lục 1 : CÁC HỆ TỌA ĐỘ CONG TRỰC GIAO

Một hệ tọa độ cong trực giao tổng quát trong không gian ba chiều được xác định như sau : gốc tọa độ O , các tọa độ cong q_1, q_2 và q_3 . Vị trí của một điểm M trong hệ tọa độ này được xác định đơn trị bởi giao điểm của ba mặt tọa độ : mặt $q_1 = \text{const}$, mặt $q_2 = \text{const}$, mặt $q_3 = \text{const}$ giao tuyến của hai mặt tọa độ sẽ cho một đường tọa độ. Các tiếp tuyến với các đường tọa độ tại một điểm M bất kỳ vuông góc với nhau và được gọi là các trục tọa độ, các vectơ đơn vị của các trục tọa độ ký hiệu là $\vec{q}_{10}, \vec{q}_{20}, \vec{q}_{30}$ (hình P.1).



Hình P.1

Trong hệ tọa độ cong trực giao tổng quát sự thay đổi mỗi tọa độ cong q_j đi một lượng dq_j sẽ dẫn đến thay đổi một lượng dl_j dọc theo đường tọa độ theo biểu thức :

$$dl_j = h_j dq_j \quad (j = 1, 2, 3) \quad (\text{I.1})$$

Ở đây h_j gọi là các hệ số Lamé của hệ tọa độ, nó có thể là hàm số của các tọa độ q_j .

Khoảng cách giữa hai điểm trong hệ tọa độ cong trực giao tổng quát dl được tính theo biểu thức :

$$dl = \sqrt{h_1^2 dq_1^2 + h_2^2 dq_2^2 + h_3^2 dq_3^2} \quad (\text{I.2})$$

Các vi phân diện tích có dạng :

$$\begin{aligned} dS_1 &= dl_2 dl_3 = h_2 h_3 dq_2 dq_3 \\ dS_2 &= dl_3 dl_1 = h_3 h_1 dq_3 dq_1 \\ dS_3 &= dl_1 dl_2 = h_1 h_2 dq_1 dq_2 \end{aligned} \quad (\text{I.3})$$

Vi phân thể tích sẽ là :

$$dV = dl_1 dS_1 = dl_2 dS_2 = dl_3 dS_3 = h_1 h_2 h_3 dq_1 dq_2 dq_3 \quad (\text{I.4})$$

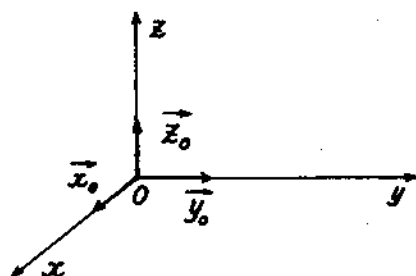
Các hệ tọa độ cong trực giao phổ biến nhất là : hệ tọa độ Đécác, hệ tọa độ trụ tròn, hệ tọa độ cầu.

a) Hệ tọa độ Đêcac

Các mặt tọa độ là các mặt phẳng $x = \text{const}$, $y = \text{const}$ và $z = \text{const}$. Các tọa độ sẽ là $q_1 \rightarrow x$; $q_2 \rightarrow y$, $q_3 \rightarrow z$. Các vectơ đơn vị $\vec{x}_0$, $\vec{y}_0$ và $\vec{z}_0$ hướng theo các trục tọa độ ox , oy , oz (hình P.2)

Các hệ số Lamé có dạng :

$$\begin{aligned} h_1 &\rightarrow h_x = 1 \\ h_2 &\rightarrow h_y = 1 \\ h_3 &\rightarrow h_z = 1 \end{aligned} \quad (I.5)$$



Hình P.2

Các vi phân diện tích, thể tích và khoảng cách giữa hai điểm có dạng :

$$\begin{aligned} dl &= \sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2} \\ dS_x &= dydz, dS_y = dzdx, dS_z = dxdy \\ dV &= dxdydz. \end{aligned} \quad (I.6)$$

b) Hệ tọa độ trụ tròn

Các mặt tọa độ là : mặt phẳng $z = \text{const}$, mặt trụ tròn $r = \text{const}$, nửa mặt phẳng đi qua trục z làm với mặt đo 1 góc $\varphi = \text{const}$ (hình P.3). Các tọa độ là :

$$q_1 \rightarrow r, q_2 \rightarrow \varphi; q_3 \rightarrow z.$$

Các vectơ đơn vị là $\vec{r}_0$, $\vec{\varphi}_0$ và $\vec{z}_0$.

Các hệ số Lamé có dạng :

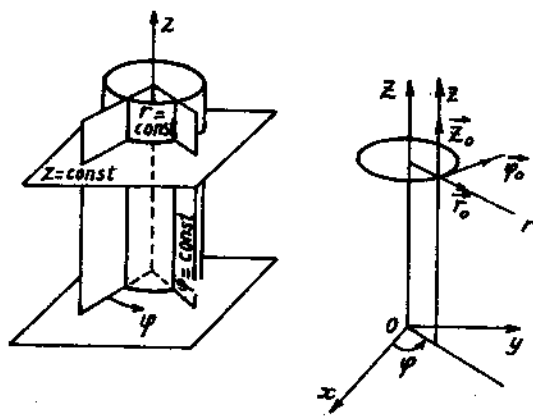
$$\begin{aligned} h_1 &\rightarrow h_r = 1 \\ h_2 &\rightarrow h_\varphi = r \\ h_3 &\rightarrow h_z = 1 \end{aligned} \quad (I.7)$$

Vi phân cung và diện tích có dạng :

$$\begin{aligned} dl_\varphi &= r d\varphi \\ dS &= r dr d\varphi = r dr d\varphi \end{aligned} \quad (I.8)$$

Các tọa độ Đêcac và tọa độ trụ tròn có mối quan hệ sau :

$$\begin{aligned} x &= r \cos \varphi \\ y &= r \sin \varphi \\ z &= z \end{aligned} \quad (I.9)$$



Hình P.3

Các vectơ đơn vị trong hệ tọa độ Đêcac và trong hệ tọa độ trụ có quan hệ :

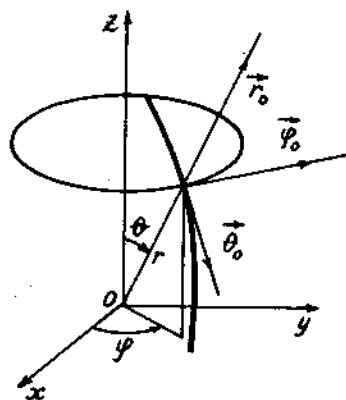
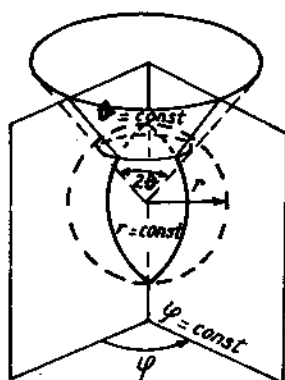
$$\begin{aligned} \vec{x}_0 &= \vec{r}_0 \cos \varphi - \vec{\varphi}_0 \sin \varphi \\ \vec{y}_0 &= \vec{r}_0 \sin \varphi + \vec{\varphi}_0 \cos \varphi \\ \vec{z}_0 &= \vec{z}_0 \end{aligned} \quad (I.10)$$

Các thành phần của một vectơ trong hai hệ tọa độ Đécac và trụ tròn có mối quan hệ :

$$\begin{aligned} A_r &= A_x \cos \varphi + A_y \sin \varphi \\ A_\varphi &= -A_x \sin \varphi + A_y \cos \varphi \\ A_z &= A_z \end{aligned} \quad (I.11)$$

c) Hệ tọa độ cầu

Các mặt tọa độ là : mặt cầu với tâm O ở gốc tọa độ bán kính $r = \text{const}$, mặt nón có đỉnh tại gốc tọa độ O với góc mở $2\theta = \text{const}$ và nửa mặt phẳng đi qua trục z qua O lập với mặt phẳng đo một góc $\varphi = \text{const}$. Các tọa độ là : $q_1 \rightarrow r$, $q_2 \rightarrow \theta$, $q_3 \rightarrow \varphi$; các vectơ đơn vị là $\vec{r}_0$, $\vec{\theta}_0$ và $\vec{\varphi}_0$ (hình P.4).



Hình P.4

Các hệ số Lamé là :

$$\begin{aligned} h_1 &\rightarrow h_r = 1 \\ h_2 &\rightarrow h_\theta = r \\ h_3 &\rightarrow h_\varphi = r \sin \theta \end{aligned} \quad (I.12)$$

Vi phân diện tích và cung dạng :

$$\begin{aligned} dS &= h_\theta h_\varphi d\theta d\varphi = r^2 \sin \theta d\theta d\varphi \\ dl_\theta &= r d\theta \\ dl_\varphi &= r \sin \theta d\varphi \end{aligned} \quad (I.13)$$

Mối quan hệ giữa các tọa độ trong hai hệ tọa độ Đécac và cầu có dạng :

$$\begin{aligned} x &= r \sin \theta \cos \varphi \\ y &= r \sin \theta \sin \varphi \\ z &= r \cos \theta \end{aligned} \quad (I.14)$$

Các vectơ đơn vị trong hai hệ tọa độ Đécac và cầu quan hệ với nhau theo biểu thức :

$$\begin{aligned} \vec{x}_0 &= \vec{r}_0 \sin \theta \cos \varphi + \vec{\theta}_0 \cos \theta \cos \varphi - \vec{\varphi}_0 \sin \varphi \\ \vec{y}_0 &= \vec{r}_0 \sin \theta \sin \varphi + \vec{\theta}_0 \cos \theta \sin \varphi + \vec{\varphi}_0 \cos \varphi \\ \vec{z}_0 &= \vec{r}_0 \cos \theta - \vec{\theta}_0 \sin \theta \end{aligned} \quad (I.15)$$

Các thành phần của một vectơ trong hệ tọa độ Đécac và cầu liên quan với nhau qua biểu thức :

$$\begin{aligned} A_r &= A_x \sin \theta \cos \varphi + A_y \sin \theta \sin \varphi + A_z \cos \theta \\ A_\theta &= A_x \cos \theta \cos \varphi + A_y \cos \theta \sin \varphi - A_z \sin \theta \\ A_\varphi &= -A_x \sin \varphi + A_y \cos \varphi \end{aligned} \quad (I.16)$$

Phụ lục 2 : CÁC HỆ THỨC VÀ ĐỊNH LÝ CỦA GIẢI TÍCH VECTO

a) Các định nghĩa

- Gradient của một hàm vô hướng ψ là một vectơ được xác định bởi biểu thức :

$$\text{grad}\psi = \vec{n}_0 \frac{d\psi}{dn} \quad (\text{II.1})$$

Ở đây $\vec{n}_0$ là pháp tuyến của mặt $\psi = \text{const}$ hướng theo chiều tăng của hàm ψ .

Grad ψ được biểu diễn trong tọa độ cong trực giao tổng quát dạng :

$$\text{grad}\psi = \vec{q}_{10} \frac{1}{h_1} \frac{\partial \psi}{\partial q_1} + \vec{q}_{20} \frac{1}{h_2} \frac{\partial \psi}{\partial q_2} + \vec{q}_{30} \frac{1}{h_3} \frac{\partial \psi}{\partial q_3} \quad (\text{II.2})$$

Trong hệ tọa độ Đécac thì :

$$\text{grad} \psi = \vec{x}_0 \frac{\partial \psi}{\partial x} + \vec{y}_0 \frac{\partial \psi}{\partial y} + \vec{z}_0 \frac{\partial \psi}{\partial z} \quad (\text{II.3})$$

Trong tọa độ trụ tròn thì :

$$\text{grad}\psi = \vec{r}_0 \frac{\partial \psi}{\partial r} + \vec{\varphi}_0 \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \varphi} + \vec{z}_0 \frac{\partial \psi}{\partial z} \quad (\text{II.4})$$

Trong tọa độ cầu thì :

$$\text{grad}\psi = \vec{r}_0 \frac{\partial \psi}{\partial r} + \vec{\theta}_0 \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} + \vec{\varphi}_0 \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \psi}{\partial \varphi} \quad (\text{II.5})$$

- Divergence của một vectơ $\vec{A}$ nào đó là một đại lượng vô hướng được xác định bởi hệ thức sau :

$$\text{div} \vec{A} = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\oint \vec{A} d\vec{S}}{\Delta V} \quad (\text{II.6})$$

Ở đây S là mặt kín bao thể tích ΔV . Trong hệ tọa độ cong trực giao tổng quát $\text{div} \vec{A}$ có dạng :

$$\text{div} \vec{A} = \frac{1}{h_1 h_2 h_3} \left\{ \frac{\partial}{\partial q_1} (A_1 h_2 h_3) + \frac{\partial}{\partial q_2} (A_2 h_3 h_1) + \frac{\partial}{\partial q_3} (A_3 h_1 h_2) \right\} \quad (\text{II.7})$$

Trong hệ tọa độ Đécac :

$$\text{div} \vec{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z} \quad (\text{II.8})$$

Trong hệ tọa độ trụ :

$$\text{div} \vec{A} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r A_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial A_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{\partial A_z}{\partial z} \quad (\text{II.9})$$

Trong tọa độ cầu thì :

$$\text{div} \vec{A} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 A_r) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta A_\theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial A_\varphi}{\partial \varphi} \quad (\text{II.10})$$

- Rot của một vectơ $\vec{A}$ là một đại lượng vectơ mà hình chiếu của nó lên phương n pháp tuyến với diện tích ΔS bao bởi chu vi kín L được xác định bởi biểu thức :

$$\text{rot}_n \vec{A} = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\oint \vec{A} d\vec{l}}{\Delta S} \quad (\text{II.11})$$

Trong hệ tọa độ cong trực giao, $\text{rot} \vec{A}$ được biểu diễn bởi hệ thức :

$$\text{rot} \vec{A} = \frac{1}{h_1 h_2 h_3} \begin{vmatrix} h_1 \vec{q}_1 & h_2 \vec{q}_2 & h_3 \vec{q}_3 \\ \frac{\partial}{\partial q_1} & \frac{\partial}{\partial q_2} & \frac{\partial}{\partial q_3} \\ h_1 A_1 & h_2 A_2 & h_3 A_3 \end{vmatrix} \quad (\text{II.12})$$

Trong hệ tọa độ Đêcac :

$$\text{rot} \vec{A} = \begin{vmatrix} \vec{x}_0 & \vec{y}_0 & \vec{z}_0 \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ A_x & A_y & A_z \end{vmatrix} \quad (\text{II.13})$$

Trong tọa độ trụ tròn :

$$\text{rot} \vec{A} = \frac{1}{r} \begin{vmatrix} \vec{r}_0 & r \vec{\varphi}_0 & \vec{z}_0 \\ \frac{\partial}{\partial r} & \frac{\partial}{\partial \varphi} & \frac{\partial}{\partial z} \\ A_r & r A_\varphi & A_z \end{vmatrix} \quad (\text{II.14})$$

Trong tọa độ cầu :

$$\text{rot} \vec{A} = \frac{1}{r^2 \sin \theta} \begin{vmatrix} \vec{r}_0 & r \vec{\theta}_0 & r \sin \theta \vec{\varphi}_0 \\ \frac{\partial}{\partial r} & \frac{\partial}{\partial \theta} & \frac{\partial}{\partial \varphi} \\ A_r & r A_\theta & r \sin \theta A_\varphi \end{vmatrix} \quad (\text{II.15})$$

- Toán tử Haminton hay Nabla trong hệ tọa độ cong trực giao được biểu diễn bởi :

$$\nabla = \vec{q}_{10} \frac{1}{h_1} \frac{\partial}{\partial q_1} + \vec{q}_{20} \frac{1}{h_2} \frac{\partial}{\partial q_2} + \vec{q}_{30} \frac{1}{h_3} \frac{\partial}{\partial q_3} \quad (\text{II.16})$$

nên ta có thể viết được các toán tử vi phân bậc nhất qua dạng của toán tử Nabla như sau :

$$\begin{aligned} \text{grad} \psi &= \nabla \psi \\ \text{div} \vec{A} &= \nabla \cdot \vec{A} \\ \text{rot} \vec{A} &= \nabla \times \vec{A} \end{aligned} \quad (\text{II.17})$$

- Toán tử vi phân bậc hai Laplace của một hàm vô hướng ψ có dạng :

$$\text{div grad} \psi = \nabla \cdot \nabla \psi = \nabla^2 \psi = \Delta \psi \quad (\text{II.18})$$

Trong tọa độ cong trực giao tổng quát nó có dạng :

$$\nabla^2 \psi = \frac{1}{h_1 h_2 h_3} \left\{ \frac{\partial}{\partial q_1} \left(\frac{h_2 h_3}{h_1} \frac{\partial \psi}{\partial q_1} \right) + \frac{\partial}{\partial q_2} \left(\frac{h_3 h_1}{h_2} \frac{\partial \psi}{\partial q_2} \right) + \frac{\partial}{\partial q_3} \left(\frac{h_1 h_2}{h_3} \frac{\partial \psi}{\partial q_3} \right) \right\} \quad (\text{II.19})$$

Trong hệ tọa độ Đécác :

$$\nabla^2 \psi = \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \quad (\text{II.20})$$

Trong hệ tọa độ trụ tròn :

$$\nabla^2 \psi = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \quad (\text{II.21})$$

Trong hệ tọa độ cầu :

$$\nabla^2 \psi = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \varphi^2} \quad (\text{II.22})$$

b) Các hằng đẳng thức

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{grad}(\psi \cdot \phi) = \psi \text{ grad} \phi + \phi \text{ grad} \psi \\ \text{div}(\psi \cdot \vec{A}) = \vec{A} \cdot \text{grad} \psi + \psi \cdot \text{div} \vec{A} \\ \text{div}[\vec{A} \times \vec{B}] = \vec{B} \cdot \text{rot} \vec{A} - \vec{A} \cdot \text{rot} \vec{B} \\ \text{rot}(\psi \vec{A}) = \psi \text{rot} \vec{A} + [\text{grad} \psi \times \vec{A}] \\ \text{rot rot} \vec{A} = \text{grad div} \vec{A} - \nabla^2 \vec{A} \\ \text{rot grad} \psi = 0 \\ \text{div rot} \vec{A} = 0 \end{array} \right. \quad (\text{II.23})$$

c) Các định lý

- Định lý Ôtstrôgratski - Gauzơ :

$$\int_V \text{div} \vec{A} dV = \oint_S \vec{A} d\vec{S} \quad (\text{II.24})$$

Ở đây S là mặt kín bao thể tích V, $d\vec{S} = \vec{n}_0 dS$, $\vec{n}_0$ là vectơ đơn vị pháp tuyến ngoài của mặt S.

- Định lý Grin - Stôc :

$$\int_S \text{rot} \vec{A} d\vec{S} = \oint_L \vec{A} dl \quad (\text{II.25})$$

Ở đây L là chu vi kín bao diện tích S, chiều đi dọc theo chu vi kín L được lấy ngược chiều kim đồng hồ khi nhìn từ đầu cuối của vectơ pháp tuyến $\vec{n}_0$ của diện tích S.

- Định lý Grin thứ hai :

$$\int_V (\psi \nabla^2 \phi - \phi \nabla^2 \psi) dV = \oint_S \left(\psi \frac{\partial \phi}{\partial n} - \phi \frac{\partial \psi}{\partial n} \right) dS \quad (\text{II.26})$$

Ở đây V là thể tích bị bao bởi mặt kín S, ϕ và ψ là hai hàm vô hướng xác định cùng với đạo hàm riêng của chúng đến cấp hai trong thể tích V và trên mặt S ; $\frac{\partial}{\partial n}$ là đạo hàm theo pháp tuyến của ϕ và ψ trên mặt S.

Phụ lục 3 : HÀM TRỤ

Khi giải phương trình sóng trong hệ tọa độ trụ tròn chúng ta thường gặp phương trình vi phân dạng sau :

$$\frac{dR(x)}{dx^2} + \frac{1}{x} \frac{dR(x)}{dx} + \left(1 - \frac{n^2}{x^2}\right) R(x) = 0 \quad (\text{III.1})$$

Ở đây n là số 0 hoặc nguyên, $R(x)$ là hàm của biến x . Phương trình (III.1) có tên gọi là phương trình Bessel cấp n . Nghiệm của phương trình này có dạng :

$$R(x) = AJ_n(x) + BN_n(x) \quad (\text{III.2})$$

hay dạng :

$$R(x) = CH_n^{(1)}(x) + DH_n^{(2)}(x) \quad (\text{III.3})$$

Ở đây :

$J_n(x)$ là hàm Bessel cấp n

$N_n(x)$ là hàm Nôiman cấp n

$H_n^{(1)}(x)$ là Hanken cấp n loại 1

$H_n^{(2)}(x)$ là hàm Hanken cấp n loại 2

Hàm Bessel cấp n được biểu diễn dưới dạng chuỗi sau :

$$J_n(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k \left(\frac{x}{2}\right)^{2k+n}}{\Gamma(k+1) \cdot \Gamma(n+k+1)} \quad (\text{III.4})$$

Ở đây :

$$\left. \begin{aligned} \Gamma(k+1) &= k! \\ \Gamma(n+k+1) &= (n+k)! \end{aligned} \right\} \quad (\text{III.5})$$

là các hàm Gama.

Hàm Bessel cũng có thể biểu diễn dưới dạng tích phân sau :

$$J_n(x) = \frac{i^{-n}}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{i(x\cos\theta + n\theta)} d\theta \quad (\text{III.6})$$

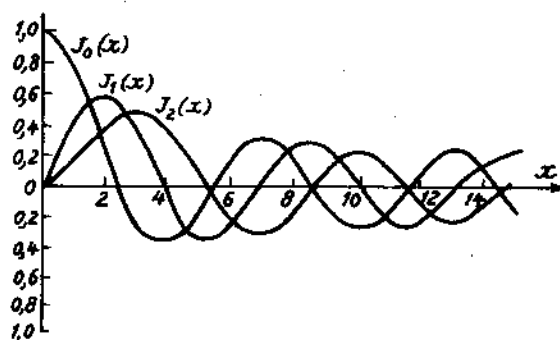
Các hàm Nôiman và Hanken cấp n được biểu thị qua hàm Bessel cấp n như sau :

$$N_n(x) = \frac{J_n(x)\cos n\pi - J_{-n}(x)}{\sin n\pi} \quad (\text{III.7})$$

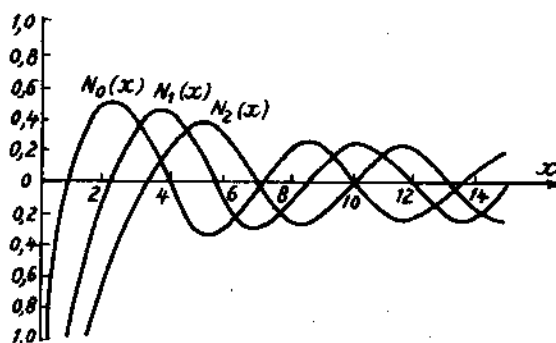
$$H_n^{(1)}(x) = J_n(x) + iN_n(x) = \frac{i}{\sin n\pi} (e^{-in\pi} J_n(x) - J_{-n}(x)) \quad (\text{III.8})$$

$$H_n^{(2)}(x) = J_n(x) - iN_n(x) = \frac{-i}{\sin n\pi} (e^{in\pi} J_n(x) - J_{-n}(x)) \quad (\text{III.9})$$

Đồ thị của một số hàm Bessel và hàm Nôiman cấp thấp đầu tiên ($n = 0, 1, 2$) được vẽ trên hình P.5 và P.6.



Hình P.5



Hình P.6

Ta có bảng cho một số nghiệm đầu tiên A_{nm} của một số hàm Bessel cấp đầu tiên như sau :

m	$n = 0$	$n = 1$	$n = 2$	$n = 3$
1	2,405	3,832	5,136	6,380
2	5,520	7,016	8,417	9,761
3	8,654	10,173	11,620	13,015
4	11,792	13,323	14,372	16,224

Tức là có : $J_n(A_{nm}) = 0$

Sau đây là bảng các nghiệm B_{nm} của đạo hàm của các hàm Bessel cấp n ; tức : $J'_n(B_{nm}) = 0$

m	$n = 0$	$n = 1$	$n = 2$	$n = 3$
1	3,832	1,841	3,054	4,201
2	7,016	5,331	6,706	8,015
3	10,173	8,536	9,969	11,346
4	13,324	11,706	13,170	14,586

Các hàm Bessel cấp n có đặc tính sau :

$$J_0(0) = 1 ; J_n(0) = 0 \text{ với } n = 1, 2, 3, \dots$$

$$(-1)^n J_n(x) = J_{-n}(x)$$

Còn hàm Nôiman cấp n có đặc tính :

$$N_n(x) \rightarrow -\infty \text{ khi } x \rightarrow 0 \text{ với mọi } n.$$

và có :

$$(-1)^n N_n(x) = N_{-n}(x).$$

Khi x rất lớn ($x \gg 1$) các hàm $J_n(x)$, $N_n(x)$, $H_n^{(1)}(x)$ và $H_n^{(2)}(x)$ có dạng tiệm cận như sau :

$$\begin{aligned} J_n(x) &\approx \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \cos\left[x - \frac{\pi}{2}\left(n + \frac{1}{2}\right)\right] \\ N_n(x) &\approx \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \sin\left[x - \frac{\pi}{2}\left(n + \frac{1}{2}\right)\right] \\ H_n^{(1)}(x) &\approx \sqrt{\frac{2}{\pi x}} e^{i\left[x - \frac{\pi}{2}\left(n + \frac{1}{2}\right)\right]} \\ H_n^{(2)}(x) &\approx \sqrt{\frac{2}{\pi x}} e^{-i\left[x - \frac{\pi}{2}\left(n + \frac{1}{2}\right)\right]} \end{aligned} \quad (\text{III.10})$$

Các hàm $J_n(x)$, $N_n(x)$, $H_n^{(1)}(x)$ và $H_n^{(2)}(x)$ gọi chung là các hàm trụ và ký hiệu qua $z_n(x)$. Chúng có công thức truy hồi như sau :

$$\begin{aligned} z_n(x) &= -\frac{n}{x} z_n(x) + z_{n-1}(x) \\ &= \frac{n}{x} z_n(x) + z_{n+1}(x) \\ z_n(x) &= \frac{x}{2n} [z_{n-1}(x) + z_{n+1}(x)] \end{aligned} \quad (\text{III.11})$$

Phụ lục 4 : BẢNG THỨ NGUYÊN ĐƠN VỊ CÁC ĐẠI LƯỢNG CỦA TRƯỜNG ĐIỆN TỪ TRONG HỆ ĐƠN VỊ QUỐC TẾ SI

STT	Tên đại lượng	Ký hiệu	Thứ nguyên đơn vị	Viết tắt
1	Chiều dài	l	met	m
2	Khối lượng	m	kilôgam	kg
3	Thời gian	t	giây	s
4	Lực	$\vec{F}$	Niutơn	N
5	Diện tích	Q, q	Culông	C
6	Dòng điện	I	Ampe	A
7	Thế hiệu, điện áp	φ, V	Vol	V
8	Vectơ bán kính	$\vec{r}$	met	m
9	Mật độ điện tích khối	ρ	culông/ met ³	C/ m ³
10	Mật độ điện tích mặt	ρ_s	culông/ met ²	C/ m ²
11	Mật độ điện tích dài	ρ_l	culông/met	C/m
12	Mật độ dòng điện	$\vec{J}$	Ampe/ met ²	A/ m ²
13	Mật độ dòng điện mặt	I_s	Ampe/met	A/m
14	Mật độ dòng điện dịch	$\vec{J}_{dc}$	Ampe/ met ²	A/ m ²
15	Cường độ điện trường	$\vec{E}$	Vol/met	V/m
16	Vectơ điện cảm	$\vec{D}$	Culông/ met ²	C/ m ²
17	Vectơ phân cực điện	$\vec{P}_e$	Culông/ m ²	C/ m ²
18	Độ điện thẩm tuyệt đối	ϵ	Fara/met	F/m
19	Cường độ từ trường	$\vec{H}$	Ampe/met	A/m
20	Vectơ từ cảm	$\vec{B}$	Vebe/ met ² , tesla	Ve/ m ² , tes
21	Vectơ từ hóa	$\vec{M}$	Vebe/ met ² , tesla	Ve/ m ² , tes
22	Từ thông	ϕ	Vebe	Ve
23	Độ từ thẩm tuyệt đối	μ	Henry/met	H _f /m
24	Độ dẫn điện riêng	σ	cimen/met, 1/Ôm met	ci/m, 1/Ωm
25	Điện trở mặt, trở sóng	R_s, z_c	Ôm	Ω
26	Năng lượng của trường	W	Jun	J
27	Mật độ khối năng lượng	w	Jun/met ³	J/ m ³
28	Công suất của trường	P, P_{bx}	Oát	W
29	Vectơ Pôntinh	$\vec{\Pi}$	Oat/ met ²	W/ m ²
30	Vận tốc truyền sóng, vận tốc pha	v, v_{ph}	met/giây	m/s

(tiếp Phụ lục 4)

STT	Tên đại lượng	Ký hiệu	Thứ nguyên đơn vị	Viết tắt
31	Mômen lưỡng cực điện	$\vec{P}_e$	Culông.met	C.m
32	Mômen lưỡng cực từ	$\vec{P}_M$	Vebe met	Ve. m
33	Từ tích	q_M	Vebe	Ve
34	Mật độ khối từ tích	ρ_M	Vebe/ met ³	Ve/ m ³
35	Mật độ dòng từ	$\vec{J}_M$	Vol/ met ²	V/ m ²
36	Mật độ dòng từ mặt	I_{SM}	Vol/met	V/m
37	Bước sóng	λ	met	m
38	Số sóng	k	1/met	1/m
39	Tần số vòng	ω	Radian/giây	Ra/s
40	Tần số	f	Hec	Hz
41	Chu kỳ dao động	T	giây	s
42	Hệ số suy giảm	α	1/met	1/m
43	Hệ số pha	β	1/met	1/m
44	Độ thấm sâu của trường	δ	met	m
45	Góc pha của trường	ψ	độ, Radian	o, rad
46	Góc đặc	Ω	Steradian	Ste
47	Thế vectơ điện	$\vec{A}_e$	Vebe/met	Ve/m
48	Thế vectơ từ	$\vec{A}_M$	Culông/met	C/m
49	Thế vô hướng điện	φ_e	Vol	V
50	Thế vô hướng từ	φ_M	Ampe	A
51	Vectơ Hec điện	Γ_e	Vol met	V.m
52	Vectơ Hec từ	$\vec{\Gamma}_M$	Ampe met	A.m

**Phụ lục 5 : BẢNG ĐỘ DẪN ĐIỆN RIÊNG CỦA MỘT SỐ KIM LOẠI,
BÁN DẪN VÀ ĐIỆN MÔI**

1. σ của một số kim loại ở 20°C

Chất	$\sigma(\text{ci/m})$	Chất	$\sigma(\text{ci/m})$
Nhôm	$3,72.10^7$	Bạch kim	$9,5.10^6$
Bạc	$6,17.10^7$	Thủy ngân	$1,04.10^6$
Đồng đỏ	$5,80.10^7$	Kẽm	$1,69.10^7$
Bismut	$8,34.10^5$	Thiếc	$8,90.10^6$
Vonfram	$1,82.10^7$	Coban	$1,76.10^7$
Sắt	$1,00.10^7$	Mô-lip-đen	$1,80.10^7$
Vàng	$4,14.10^7$	Thép hợp kim	$2,2.10^6$
Đồng thau	$1,25.10^7$	Măng-gan	$2,3.10^6$
Ni-ken	$1,38.10^7$	Crôm	$1,0.10^6$

2. σ của một số chất bán dẫn ở 20°C

Bán dẫn loại P	$\sigma(\text{ci/m})$	Bán dẫn loại n	$\sigma(\text{ci/m})$
CuO + O	$10^{-8} + 2,0$	ZnO - O	$10^{-10} + 2,3$
NiO + O	$10^{-6} + 10^{-1}$	TiO ₂ - O	$10^{-10} + 2.10^2$
CoO + O	$10^{-6} + 1,0$	WO ₃ - O	$5,5.10^{-4} + 5,5.10^2$
UO ₂ + O	$6,3.10^{-4} + 31$	FeO ₃ - O	$10^{-10} + 2,9.10^2$
PbS + S	$1,1.10^{-2} + 8.10^2$	UO ₂ - O	$6,3.10^{-4} + 10^3$
PbSe + Se	$80 + 2.10^4$	PbS - S	$1,1.10^{-2} + 7,6.10^3$

3. σ của một số chất điện môi ở 18°C

Chất	$\sigma(\text{ci/m})$	Chất	$\sigma(\text{ci/m})$
Bakelit	5.10^{-15}	Selulô	5.10^{-9}
Thạch anh	10^{-15}	Êbônit	5.10^{-14}
Thủy tinh tím	5.10^{-12}	Mica	2.10^{-15}
Pa-ra-phin	$3,3.10^{-17}$	Lưu huỳnh	10^{-15}
Phốtpho	$3,3.10^{-13}$	Giấy cactông	5.10^{-9}
Cánh kiến	10^{-14}	Đá tẩm	10^{-6}
Hồ phách	2.10^{-15}		

Phụ lục 6 : BẢNG ĐỘ ĐIỆN THẨM TƯƠNG ĐỐI ϵ' VÀ ĐỘ THẨM TỬ χ_M CỦA MỘT SỐ CHẤT

1. Độ điện thẩm tương đối ϵ' của các chất

Chất	ϵ'	Chất	ϵ'
Bakelit	3 ÷ 5	Paraphin	1,9 ÷ 2,2
Giấy viết	1,2 ÷ 3	Pôliclovinin	3,2
Nước ngọt	80,0	Cao su	3 ÷ 6
Không khí	1,0	Êbonit	3 ÷ 3,5
Gỗ	2-3	Mô cách điện	2,2

2. Độ thẩm từ χ_m của một số chất

Chất	χ_m	Chất	χ_m
Argon	$-0,95 \cdot 10^{-8}$	Thạch anh	$-1,51 \cdot 10^{-5}$
Bismut	$-16,7 \cdot 10^{-5}$	Đồng đỏ	$-0,94 \cdot 10^{-5}$
Nước	$-0,88 \cdot 10^{-5}$	Nêông	$-0,35 \cdot 10^{-8}$
Hydrô	$-0,21 \cdot 10^{-8}$	Thủy ngân	$-3,23 \cdot 10^{-5}$
Chì	$-1,69 \cdot 10^{-5}$	Sắt tinh	1100 - 22000
Bạc	$-2,64 \cdot 10^{-5}$	Niken	12 - 80
Nhôm	$2,14 \cdot 10^{-5}$	Pecmalôit	800 - 8000
Không khí	$3,65 \cdot 10^{-7}$	Thép biến áp	40 - 475
Bạch kim	$2,93 \cdot 10^{-4}$		
Ôxy	$1,79 \cdot 10^{-6}$		

BẢNG CÁC KÝ HIỆU SỬ DỤNG TRONG SÁCH

1. Chữ cái Latinh

• $\vec{A}, \vec{A}_e, \vec{A}_M, A_x, A, a_j, a_m, a$	Vectơ, thế vectơ điện, từ, thành phần vectơ, hằng số, vectơ đơn vị, hệ số chuỗi, kích thước vật thể.
• $\vec{B}, B_x, B, b_m, b$	Vectơ từ cảm, thành phần vectơ, hằng số, hệ số chuỗi, kích thước vật thể
• C, C_j	Diện dung, hằng số, hệ số điện động.
• $\vec{D}, D_T, D, d$	Vectơ điện cảm, thành phần vectơ, hằng số, khoảng cách.
• $\vec{E}, E_T, E, e_{cu}, e$	Vectơ cường độ điện trường, thành phần vectơ, hằng số, sức điện động cảm ứng, điện tích của điện tử, số tự nhiên thập phân vô hạn không tuần hoàn.
• $\vec{F}, F(\theta, \varphi), f_{1,2}, f$	Lực, hàm đặc trưng hướng, hàm sóng, tần số
• g	Hàm nguồn của phương trình sóng
• $\vec{H}, H_T, H_m^{(1)}(x), H_m^{(2)}(x), h, h_j, H_0$	Vectơ cường độ từ trường, thành phần vectơ, hàm Hanken cấp m loại 1, loại 2, chiều cao, hệ số Lamé của hệ tọa độ; cường độ từ trường từ hóa, hằng số planck
• $I, I_{dc}, I_S, I_{SM}, \vec{i}_0, i$	Dòng điện dẫn, dòng điện dịch, dòng điện mặt, dòng từ mặt, vectơ đơn vị, đơn vị ảo.

* $\vec{J}, \vec{J}_{dc}, \vec{J}_e, \vec{J}_M, J_m(x), j$	Mật độ dòng điện dẫn, dịch, mật độ dòng nguồn ngoài điện và từ, hàm Bessel cấp m, chỉ số.
* k, k_p	Số sóng, chỉ số chạy, số sóng phức.
* $L, l, \vec{l}_0$	Chu vi kín, chiều dài, vectơ đơn vị
* $\vec{M}, \vec{m}, m_0, m$	Vectơ từ hóa, mômen từ nguyên tử, khối lượng điện tử, chỉ số.
* $N_m(x), n_j, \vec{n}_0, n$	Hàm Nôiman cấp m, chiết suất môi trường, vectơ đơn vị pháp tuyến, chỉ số
* $0, o$	Số không, gốc tọa độ, chỉ số ban đầu
* $\vec{P}_e, \vec{P}_M, P, p$	Vectơ phân cực điện, mômen lưỡng cực điện và từ, công suất của trường, chỉ số.
* Q, q, q_M	Điện tích, điện tích thử, từ tích
* $R(r), R, R_S, \vec{r}, \vec{r}_0, r, R_0, R_\infty$	Hàm số, điện trở, hệ số phản xạ, điện trở mặt riêng, vectơ bán kính, vectơ đơn vị, tọa độ, biến số, bán kính
* $S, S_0, S', \vec{S}_0$	Mặt giới hạn, mặt cầu, vectơ đơn vị diện tích
* T, t, t'	Hệ số khúc xạ, chu kỳ dao động, thời gian, biến số
* U	Hiệu điện thế, điện áp
* $\vec{V}, V, v, v_{ph}$	Vec tơ vận tốc hạt mang điện, thể tích, vận tốc truyền sóng, vận tốc pha.
* $X(x), \vec{x}_0, x$	Hàm số, vectơ đơn vị, tọa độ, biến số
* $Y(y), \vec{y}_0, y$	Hàm số, vectơ đơn vị, tọa độ, biến số.
* $Z_n(x), Z_c, Z_S, \vec{Z}_0, z$	Hàm trụ, trở sóng, trở kháng mặt riêng, vectơ đơn vị, tọa độ, biến số
* $W, W_{e,M}, w, w_{e,M}$	Năng lượng điện, từ trường, mật độ khối năng lượng điện, từ.
* $\vec{\Pi}$	Vectơ Pônting
* dl	Vi phân chiều dài, cung
* dS	Vi phân diện tích
* dt	Vi phân thời gian
* dV	Vi phân thể tích
* dr, dx, dy, dz, dq_j	Các vi phân tọa độ
* $\Delta l, \Delta S, \Delta V$	Các số gia chiều dài, diện tích, thể tích
* $\Delta t, \Delta W$	Các số gia thời gian và năng lượng
* $TM (E)$	Trường từ ngang hay điện dọc
* $TE (H)$	Trường điện ngang hay từ dọc
* TEM	Trường điện từ ngang

2. Chữ cái Hylap

* α, α_j	Hệ số tiêu hao hay suy giảm, góc, hệ số tỉ lệ
* β	Hệ số pha, góc
* γ	Góc
* $\vec{\Gamma}_e, \vec{\Gamma}_M, \Gamma(k+1)$	Vectơ Hec điện và từ, hàm Gama.
* $\epsilon, \epsilon', \epsilon_0, \epsilon_p, \epsilon$	Các loại độ điện thẩm, tenxo độ điện thẩm.
* μ, μ', μ_0, μ	Các loại độ từ thẩm, tenxo độ từ thẩm
* $\phi, \phi(t), \varphi_e, \varphi_M, \varphi_V, \vec{\varphi}_0, \varphi$	Thông lượng, pha của sóng, hàm số, thế vô hướng điện, từ, góc, vectơ đơn vị, tọa độ, biến số
* $\psi(t), \psi, \psi$	Hàm số, thế, góc
* $\theta, \vec{\theta}_0$	Góc, biến số, tọa độ, vectơ đơn vị
* $\omega, \omega_M, \omega_0$	Tần số vòng dao động, tần số cộng hưởng từ quay, hệ số.
* Ω	Góc đặc, đơn vị điện trở ôm
* λ	Bước sóng
* σ, σ_0	Độ dẫn điện riêng, diện tích phản xạ tương đương.
* δ, δ_e	Độ thấm sâu của trường, góc tiêu hao điện.
* χ_e, χ_m	Độ thấm điện, độ thấm từ
* ρ, ρ_S, ρ_l	Mật độ điện tích khối, mặt và dài
* ρ_M	Mật độ từ tích khối
* ξ, η, ζ	Tọa độ, biến số
* $\vec{\tau}_0, \tau$	Vectơ đơn vị tiếp tuyến, chỉ số tiếp tuyến
* Σ	Dấu lấy tổng
* Φ	Dấu tích phân kín
* $d\theta, d\varphi, d\Omega$	Các vi phân theo các tọa độ θ, φ và góc đặc.
* γ	Tần số dao động của photon

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] Electromagnetic theory
J. A. Stratton - Mc. Graw - Hill book company Inc. NewYork and London 1941.
- [2] Methods of theoretical physics - part 1 M. P. Morse, H. Feshbach. Mc Graw - Hill book company Inc. NewYork and London 1953.
- [3] Основы электродинамики
Н. Н. Федоров - изд. Высшая школа Москва 1965.
- [4] Электромагнитные поля и волны Л. Д. Гольдштейн, Н. В. Зернов изд. Советское радио, Москва 1971.
- [5] Основы электродинамики С. И. Баскаков - изд. Советское радио Москва 1973.
- [6] Уравнения математической физики А. Н. Тихонов, А. А. Самарский изд. Наука - Москва 1977.
- [7] Теория электромагнитного поля В. В. Никольский изд. Высшая школа - Москва 1961.
- [8] Теория электромагнитного поля и распространения радиоволн В. М. Лавров, изд. Связь - Москва 1964.
- [9] Основы радио электроники А. М. Кугушев, Н. С. Голубева изд. Энергия, Москва 1969.
- [10] Теория и применение ферритов на сверхвысоких частотах. А. Л. Микаэлян, изд. Госэнерго - Москва 1963.
- [11] Краткий справочник по физике Н. И. Карчкин, К. Н. Быстов, П. С. Киреев. изд. Высшая школа - Москва 1969.

MỤC LỤC

Trang

Lời nói đầu	3
Mở đầu	5

Chương 1. CÁC ĐỊNH LUẬT VÀ NGUYÊN LÝ CƠ BẢN CỦA TRƯỜNG ĐIỆN TỪ

1.1. Các đại lượng đặc trưng cho trường điện từ.	7
1.2. Định luật Ôm và định luật bảo toàn điện tích.	12
1.3. Các đặc trưng cơ bản của môi trường.	14
1.4. Định luật Gau-xơ.	15
1.5. Nguyên lý liên tục của từ thông - Định luật cảm ứng điện từ.	16
1.6. Định luật dòng toàn phần - Dòng điện dịch.	17
1.7. Các phương trình Macxoen.	19
1.8. Điều kiện bờ đối với các vectơ của trường điện từ	24
1.9. Năng lượng trường điện từ - Định lý Umôp - Pôntinh.	28
1.10. Định lý nghiệm duy nhất.	32
1.11. Nguyên lý tương hỗ.	35
1.12. Nguyên lý đồng dạng điện động.	38
1.13. Trường tĩnh điện.	40
1.14. Từ trường của dòng điện không đổi.	42
1.15. Bài tập	43

Chương 2. TÍCH PHÂN CÁC PHƯƠNG TRÌNH MACXOEN

2.1. Phương trình sóng cho các vectơ cường độ trường.	45
2.2. Phương trình sóng cho các thế điện động.	46
2.3. Phương trình sóng cho các vectơ Hec.	49
2.4. Tìm nghiệm phương trình sóng.	52
2.5. Trường điện từ của lưỡng cực điện.	54
2.6. Trường điện từ của lưỡng cực từ.	59
2.7. Trường điện từ của yếu tố điện tích mặt.	63
2.8. Bài tập.	66

Chương 3. SÓNG ĐIỆN TỪ PHẪNG

3.1. Nghiệm phương trình sóng đối với sóng phẳng.	67
3.2. Sóng phẳng đồng nhất trong các môi trường đồng nhất và đẳng hướng.	71
3.3. Hiệu ứng bề mặt trong vật dẫn.	73
3.4. Sự phân cực của sóng phẳng.	76
3.5. Sự phản xạ và khúc xạ của sóng phẳng.	78
3.6. Điều kiện bờ gần đúng Lêontôvich.	84
3.7. Sóng phẳng trong môi trường không đẳng hướng.	85
3.8. Bài tập	91

Chương 4. NHIỀU XẠ SÓNG ĐIỆN TỪ

4.1. Khái niệm về sự nhiễu xạ sóng điện từ	93
4.2. Nhiễu xạ của sóng phẳng trên vật dẫn trụ tròn dài vô hạn.	93
4.3. Nguyên lý Huyghen - Kiêchôp.	98
4.4. Nguyên lý dòng tương đương.	100
4.5. Nhiễu xạ của sóng phẳng qua lỗ trên màn chắn phẳng rộng vô hạn.	102
Phần phụ lục	106
Bảng các ký hiệu sử dụng trong sách	118
Tài liệu tham khảo	121
Mục lục	122

Chịu trách nhiệm xuất bản :

Chủ tịch HĐQT kiêm Tổng Giám đốc NGÔ TRẦN ÁI
Phó Tổng Giám đốc kiêm Tổng biên tập NGUYỄN QUÝ THAO

Biên tập lần đầu và tái bản :

THANH BÌNH

Trình bày bìa :

TRẦN THÚY HẠNH

Sửa bản in :

BÌNH MINH

Chế bản :

THU HƯƠNG

LÝ THUYẾT TRƯỜNG ĐIỆN TỬ

Mã số : 7B522T7 – DAI

In 1.500 bản, khổ 19 x 26,5 cm, tại Công ty In & Văn hoá phẩm.

Giấy phép xuất bản số : 11 – 2007/CXB/104 – 2119/GD.

In xong và nộp lưu chiểu tháng 6 năm 2007.



CÔNG TY CỔ PHẦN SÁCH ĐẠI HỌC - DẠY NGHỀ
HEVOBCO
25 HÀN THUYỀN - HÀ NỘI
Website : www.hevobco.com.vn

TÌM ĐỌC SÁCH THAM KHẢO KỸ THUẬT CỦA NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC

- | | |
|--|-----------------------------------|
| 1. Cơ sở kỹ thuật Laser | Trần Đức Hân – Nguyễn Minh Hiền |
| 2. Kỹ thuật điện tử | Đỗ Xuân Thụ (Chủ biên) |
| 3. Bài tập kỹ thuật điện tử | Đỗ Xuân Thụ – Nguyễn Việt Nguyên |
| 4. Kỹ thuật điện tử ứng dụng | Nguyễn Vũ Sơn |
| 5. Kỹ thuật điện tử số | Đặng Văn Chuyết |
| 6. Kỹ thuật mạch điện tử phi tuyến | Phạm Minh Việt – Trần Công Nhượng |
| 7. Hệ thống viễn thông – Tập 1, Tập 2 | Phạm Minh Việt – Thái Hồng Nhị |
| 8. Cơ sở kỹ thuật điện tử số | Vũ Đức Thọ |
| 9. Kỹ thuật chuyển mạch số | Nguyễn Văn Thắng |
| 10. Thiết bị đầu cuối thông tin | Vũ Đức Thọ |
| 11. Kỹ thuật điện tử 2 (Dùng cho Cao đẳng) | Đoàn Nhân Lộ |
| 12. Tính toán mạng thông tin di động số | Vũ Đức Thọ |
| 13. Lý thuyết trường điện từ | Kiểu Khắc Lâu |
| 14. Điện tử tương tự | Nguyễn Trinh Đường |

Bạn đọc có thể mua tại các Công ty Sách - Thiết bị trường học ở các địa phương hoặc các Cửa hàng của Nhà xuất bản Giáo dục :

Tại Hà Nội : 25 Hàn Thuyên ; 187B Giảng Võ ; 232 Tây Sơn ; 23 Tràng Tiền ;

Tại Đà Nẵng : Số 15 Nguyễn Chí Thanh ; Số 62 Nguyễn Chí Thanh ;

Tại Thành phố Hồ Chí Minh : 104 Mai Thị Lựu, Quận 1 ; Cửa hàng 451B - 453,
Hai Bà Trưng, Quận 3 ; 240 Trần Bình Trọng – Quận 5.

Tại Thành phố Cần Thơ : Số 5/5, đường 30/4 ;

Website : www.nxbgd.com.vn



Giá: 16.000 đ