

HỌC VIỆN KỸ THUẬT QUÂN SỰ

=====

ĐỊNH BÁ TRƯ

CƠ SỞ LÝ THUYẾT  
BIẾN DẠNG DẺO KIM LOẠI



HÀ NỘI 2-2000



## LỜI NÓI ĐẦU

Gia công kim loại bằng áp lực là một ngành cơ bản trong sản xuất cơ khí. Công nghệ gia công kim loại bằng áp lực cho phép tạo ra các sản phẩm có hình dáng kích thước phức tạp, nhất là cho tổ chức kim loại để có chất lượng về cơ tính tốt và cho năng suất cao, giá thành hạ. Công nghệ gia công áp lực hiện đại đang được chuyển giao vào Việt Nam, như công nghệ sản xuất khung và vỏ ôtô xe máy, công nghệ sản xuất chi tiết phụ tùng phục vụ nội địa hóa các sản phẩm cơ khí.

Các công nghệ gia công kim loại bằng áp lực được xây dựng trên cơ sở lý thuyết biến dạng dẻo kim loại, khoa học nghiên cứu cơ sở biến dạng vi mô và các thuộc tính biến dạng của vật liệu, nghiên cứu tính toán trường ứng suất và biến dạng dưới tác dụng của ngoại lực nhằm khai thác hết tiềm năng biến dạng dẻo của vật liệu, tối ưu công nghệ, để xác định được quy trình công nghệ biến dạng dẻo hợp lý nhất.

Cuốn sách “ Cơ sở lý thuyết biến dạng dẻo kim loại” được biên soạn với các nội dung sau:

Các chương 1, 2, 3 giới thiệu lý thuyết biến dạng dẻo vật lý, nghiên cứu các quy luật biến dạng của vật liệu từ cấu trúc và bản chất vật liệu.

Các chương 4, 5, 6 giới thiệu lý thuyết về biến dạng, ứng suất, điều kiện dẻo nhằm mục tiêu tính toán bài toán dẻo.

Chương 7 giới thiệu tổng hợp thuộc tính dẻo và trở lực biến dạng của vật liệu, tạo điều kiện khai thác hết tính năng dẻo của chúng.

Cuối sách có các câu hỏi dùng để ôn tập.

Sách được biên soạn theo chương trình giảng dạy Đại học chuyên ngành công nghệ gia công áp lực và chuyên ngành chế tạo Vũ khí - Đạn tại Học viện Kỹ thuật quân sự. Sách dùng làm sách giáo khoa cho sinh viên và làm sách tham khảo cho các kỹ sư chuyên ngành.

Rất mong có sự đóng góp ý kiến của các bạn đọc.

Xin chân thành cảm ơn.

Tác giả

## MỤC LỤC

Trang

**Mục lục**

**Lời nói đầu**

**Mở đầu KHÁI QUÁT VỀ GIA CÔNG ÁP LỰC**

- 1.1. Vai trò và sự phát triển của chuyên ngành GCAL
- 1.2. Đối tượng nghiên cứu cơ bản của môn học lý thuyết biến dạng dẻo và gia công áp lực kim loại
- 1.3. Ứng dụng kỹ thuật biến dạng tạo hình trong sản xuất quốc phòng

**Chương 1 CƠ CHẾ BIẾN DẠNG DẺO VÀ QUÁ TRÌNH VẬT LÝ-HÓA HỌC KHI BIẾN DẠNG DẺO**

- 2.1. Khái niệm về biến dạng dẻo
- 2.2. Cơ chế biến dạng dẻo : Trượt và sự chuyển động của lệch
- 2.3. Biến dạng dẻo đơn tinh thể và đa tinh thể
- 2.4. Hoá bền khi biến dạng dẻo nguội và Đường cong biến dạng
- 2.5. Biến dạng dẻo ở nhiệt độ cao- Hồi phục và kết tinh lại- phân loại
- 2.6. Chuyển biến pha khi biến dạng dẻo
- 2.7. Hiệu ứng nhiệt khi biến dạng dẻo
- 2.8. Biến dạng dẻo khi có pha lỏng và BDD kim loại lỏng
- 2.9. Ảnh hưởng của điều kiện biến dạng dẻo đến sự thay đổi tính chất của kim loại
- 2.10. Các hiện tượng:Từ biến-mỗi của kim loại

**Chương 3. MA SÁT TIẾP XÚC TRONG GIA CÔNG ÁP LỰC SỰ**

## **PHÂN BỐ KHÔNG ĐỀU CỦA ỨNG SUẤT VÀ BIẾN DẠNG**

- 3.1. Khái niệm về ma sát và vai trò ma sát trong gia công áp lực
- 3.2. Cơ chế sinh ra ma sát khô
- 3.3. Bôi trơn và ảnh hưởng của chúng đến lực ma sát
- 3.4. Các định luật về ma sát và ứng dụng
- 3.5. Các yếu tố ảnh hưởng đến ma sát và hệ số ma sát. Cách xác định hệ số ma sát
- 3.6. Sự phân bố không đều của ứng suất và biến dạng
- 3.7. Ảnh hưởng của phần ngoài vùng biến dạng đến trạng thái ứng suất và biến dạng
- 3.8. Định luật trở lực nhỏ nhất
- 3.9. Các hiện tượng sinh ra khi biến dạng không đều
- 3.10. Ứng suất dư

## **Chương IV TRẠNG THÁI ỨNG SUẤT**

- 4.1. Khái niệm chung
- 4.2. Trạng thái ứng suất tại một điểm
- 4.3. Ứng suất pháp chính
- 4.4. Tenxơ ứng suất
- 4.5. Olíp cầu ứng suất
- 4.6. Ứng suất tiếp chính
- 4.7. Ứng suất 8 mặt
- 4.8. Vòng Mo ứng suất
- 4.9. Phương trình vi phân cân bằng tĩnh lực trạng thái ứng suất khôi
- 4.10. Trạng thái ứng suất đối xứng trực và trạng thái phẳng

## **Chương V BIẾN DẠNG VÀ TỐC ĐỘ BIẾN DẠNG**

- 5.1. Khái niệm biến dạng dẻo nhỏ và tốc độ biến dạng
- 5.2. Thành phần của chuyển vị và biến dạng của phân tử
- 5.3. Tính liên tục của biến dạng
- 5.4. Tốc độ chuyển vị và tốc độ biến dạng
- 5.5. Biến dạng đồng nhất và không đồng nhất

## **Chương VI ĐIỀU KIỆN DẺO VÀ PHÂN TÍCH QUÁ TRÌNH BIẾN DẠNG DẺO**

- 6.1. Điều kiện chảy dẻo Treska-Saint-Venant
- 6.2. Điều kiện dẻo năng lượng von Misses
- 6.3. Ý nghĩa vật lý và hình học của điều kiện dẻo
- 6.4. Điều kiện dẻo trong trạng thái ứng suất phẳng và đối xứng trực
- 6.5. Ảnh hưởng của giá trị ứng suất chính trung gian
- 6.6. Quan hệ giữa ứng suất và biến dạng khi biến dạng
- 6.7. Phân tích sơ đồ cơ học của ứng suất và biến dạng

## **Chương VII TRỞ LỰC BIẾN DẠNG VÀ TÍNH DẺO CỦA VẬT LIỆU KIM LOẠI**

- 7.1. Một số thuộc tính biến dạng của vật liệu
- 7.2. Khái niệm về trở lực biến dạng và tính dẻo của vật liệu
- 7.3. Ảnh hưởng của thành phần hóa học đến trở lực biến dạng và tính dẻo của kim loại
- 7.4. Ảnh hưởng của tổ chức kim loại
- 7.5. Ảnh hưởng của nhiệt độ đến tính dẻo và trở lực biến dạng
- 7.6. Ảnh hưởng của tốc độ biến dạng đến tính dẻo và trở lực biến dạng
- 7.7. Ảnh hưởng của trạng thái ứng suất đến trở lực biến dạng
- 7.8. Trạng thái siêu dẻo của vật liệu

Câu hỏi ôn tập

Tài liệu tham khảo

## Mở đầu

### KHÁI QUÁT VỀ GIA CÔNG ÁP LỰC KIM LOẠI

#### I. VAI TRÒ VÀ SỰ PHÁT TRIỂN CỦA CHUYÊN NGÀNH GCAL

Công nghệ GCAL có từ rất lâu đời, nhưng mãi đến vài thế kỷ nay mới được phát triển, chính là nhờ có sự phát triển của lý thuyết biến dạng dẻo và lý thuyết gia công áp lực. Lý thuyết biến dạng dẻo và gia công áp lực kim loại dựa trên cơ sở cơ học môi trường liên tục, cơ học vật rắn biến dạng, lý thuyết dẻo, kim loại học vật lý, đại số tuyến tính. Ngày nay, đang có một cuộc cách mạng về biến dạng tạo hình. Các thành tựu lớn của cơ học vật rắn biến dạng, toán học, kỹ thuật mô phỏng đã tạo cho lý thuyết và công nghệ GCAL một sức mạnh mới. Ta có thể xác định được công nghệ biến dạng tối ưu, sử dụng hết khả năng biến dạng của vật liệu, tận dụng nguồn năng lượng và nhất là nhờ sử dụng kỹ thuật mô phỏng đã đưa ngành GCAL giải quyết công nghệ tạo hình không cần chế thử, một giai đoạn tốn phí tiền của để chế tạo khuôn thử nghiệm và chi phí nguyên vật liệu thử nghiệm.

Phương pháp *Công nghệ Gia công kim loại bằng áp lực, hay Công nghệ Biến dạng tạo hình* là một phương pháp công nghệ, vừa là công nghệ chuẩn bị - tạo phôi cho công nghệ cơ khí vừa là công nghệ tạo hình sản phẩm cuối cùng, không những cho phép tạo ra hình dáng, kích thước sản phẩm mà còn cho sản phẩm kim loại một chất lượng cao về các tính chất cơ - lý - hoá, tiết kiệm nguyên vật liệu, và cho năng suất lao động cao, từ đó hạ giá thành sản phẩm. Là dạng công nghệ duy nhất cùng một lúc biến đổi *Hình dáng Kích thước và Tổ chức kim loại*, nên chúng được ứng dụng khi yêu cầu chất lượng sản phẩm cao. Trong điều kiện biến dạng và xử lý nhiệt nhất định, tổ chức kim loại thay đổi: phá bỏ tổ chức đúc, tạo tổ chức thớ, làm nhỏ hạt tinh thể, tạo tectua, phá vỡ và làm phân tán các hạt tạp chất... nhờ đó làm tăng tính bền, độ dai va đập, khả năng chịu mài, chịu va đập, tăng tuổi thọ sản phẩm. Sản phẩm của Công nghệ áp lực rất đa dạng, gia công nhiều loại vật liệu. Có thể tạo ra trạng thái siêu dẻo, gia công với biến dạng lớn hoặc gia công các vật liệu khó biến dạng.

**Công nghệ gia công kim loại bằng áp lực** là thước đo trình độ phát triển của một nền công nghiệp quốc gia.

Các công nghệ gia công áp lực kinh điển, như Cán- Kéo-Ép-Rèn-Dập, chiếm trên 80% tổng sản lượng các sản phẩm kim loại và hợp kim, đang tiếp tục hoàn thiện công nghệ, bảo đảm năng suất chất lượng sản phẩm. Ngành gia công áp lực còn mở ra một số hướng nghiên cứu mới và phương pháp công nghệ mới:

1. **Phát triển lý thuyết biến dạng dẻo**, ứng dụng các thành tựu khoa học kỹ thuật mới vào giải bài toán lý thuyết gia công áp lực. Dựa các phương pháp toán mới, quan trọng nhất là đưa phương pháp số (như phương pháp phân tử hữu hạn, phương pháp biến phân, phương pháp phân tử biên) kết hợp sử dụng máy tính điện tử vào việc giải bài toán biến dạng dẻo. Từ đó có thể mô phỏng trạng thái ứng suất và biến dạng, mô phỏng quá trình chảy dẻo của vật liệu, quan sát được chiết sâu bên trong của quá trình biến dạng mà điều khiển chúng. Dựa tính toán tối ưu giải bài toán công nghệ tạo hình và khuôn, bảo đảm tận dụng hết tính năng thiết bị. Nhờ phương pháp số ứng dụng trong biến dạng tạo hình đã giải quyết bài toán biến dạng lớn, đưa nhiều yếu tố thực vào trong quá trình giải bài toán biến dạng. Xây dựng nhiều mô hình thuộc tính vật liệu và nhất là vật liệu độ bền cao, vật liệu composit, thích ứng các vật liệu mới được đưa vào sử dụng.

Kết hợp các yếu tố biến dạng tác động biến đổi tổ chức bên trong vật liệu với xử lý nhiệt để tạo ra vật liệu có tổ chức kim tương có độ bền cao, công nghệ này đã thành một công nghệ sản xuất hàng loạt lớn, nhờ đó tiết kiệm rất nhiều vật liệu, nhất là vật liệu xây dựng. Cũng bằng hướng công nghệ tác động bằng cơ nhiệt đã tạo hiệu ứng siêu dẻo hoặc tectua, làm vật liệu có tính dẻo đặc biệt, dùng biến dạng tạo hình các chi tiết có nhiều thành vách mỏng, hình dáng phức tạp.

## 2. **Ứng dụng CAD/CAM/CIM trong các khâu sản xuất**

Ứng dụng công nghệ thông tin tiến hành Thiết kế công nghệ, thiết bị, và khuôn, nhờ trợ giúp của các phần mềm cơ khí chế tạo máy và các phần mềm chuyên dùng về thiết kế biến dạng tạo hình đã thiết kế nhanh chóng các bộ khuôn dập phức tạp, có thể nhanh chóng thay đổi kết cấu, mẫu mã, năng suất tăng hàng trăm

lần. Trước đây, mỗi sản phẩm mới đều phải qua khâu sản xuất thử, phải thiết kế và chế tạo khuôn, gia công thử, sau dập thử và kiểm tra còn cần chỉnh sửa khuôn và chế tạo lại khuôn... Ứng dụng phần mềm thiết kế và kỹ thuật mô phỏng, có khả năng kiểm tra đánh giá độ chính xác về hình dáng kích thước, về độ bền, độ tin cậy của công nghệ và khuôn, thay cho việc sản xuất thử tốn kém.

Hiện nay, nhiều máy điều khiển theo chương trình số CNC đang được sử dụng để gia công các khuôn mẫu dùng trong GCAL, nhờ thiết bị này, công việc gia công các bề mặt phức tạp được xử lý nhanh chóng, chính xác. Đã có các chương trình liên kết sau khi thiết kế xong khuôn, có thể mã hoá, chuyển ngay sang điều khiển máy CNC gia công, không cần giai đoạn lập trình riêng. Vì vậy, đã liên kết khâu thiết kế và chế tạo khuôn làm một.

Mặt khác, đã ứng dụng hệ thống điều khiển tự động, các mạch công suất cao, tạo ra các khối mạch điều khiển các máy GCAL, đồng thời đã có nhiều dây chuyền sản xuất tự động với sự điều khiển của trung tâm máy tính.

**3. Tạo ra các phương pháp gia công đặc biệt:** ngoài các phương pháp công nghệ đã biết như gia công bằng năng lượng cao, gia công các vật liệu bột, bimêtan,... ngày nay đang phát triển công nghệ sản xuất chi tiết từ ép vật liệu hạt, ta có thể nhận được các sản phẩm với thành phần bất kỳ, phân bố thành phần tại các vùng khác nhau tuỳ theo điều kiện chịu tải của sản phẩm, đó là các vật liệu composit mới. Một phương pháp gia công các vật liệu khó biến dạng, cấu tạo bằng các thành phần (cấu tử đặc biệt) bằng công nghệ **ép bán lỏng**. Công nghệ này cần nung nóng chảy vật liệu nền, còn thành phần tăng bền, gia cố hoặc thành phần có thuộc tính đặc biệt khác vẫn ở trạng thái hạt rắn, sau đó đổ vào khuôn và đưa vào ép. Từ đó ta được vật liệu có tính năng đặc biệt theo yêu cầu.

Từ các vấn đề nêu trên, khoa học và kỹ thuật GCAL của thế giới đã có rất nhiều biến đổi, nhiều phương pháp tính toán mới, công nghệ hiện đại xuất hiện, đã giải quyết các nhiệm vụ sản xuất một cách nhanh chóng và hiệu quả kinh tế cao. Mặt khác, đòi hỏi con người có trình độ khoa học kỹ thuật cao, có hiểu biết sâu rộng về kiến thức cơ bản và kiến thức chuyên ngành, có trình độ tin học tốt.

## II. VAI TRÒ CỦA LÝ THUYẾT BIẾN DẠNG DẺO TRONG CÔNG NGHỆ GIA CÔNG ÁP LỰC

Môn khoa học biến dạng dẻo và gia công áp lực này có thể nghiên cứu từ nhiều mặt khác nhau:

**1. Về mặt cơ học biến dạng dẻo :** Bằng phương pháp toán học nghiên cứu trạng thái ứng suất và biến dạng trong vật thể biến dạng, xác định quan hệ giữa ứng suất và biến dạng. Từ đó, xác định điều kiện lực cần thiết chuyển từ trạng thái đàn hồi sang trạng thái dẻo. Kết quả nghiên cứu cho phương pháp tính toán lực và công biến dạng, làm cơ sở cho việc phân tích ứng suất và biến dạng.

**2. Về mặt vật lý quá trình biến dạng kim loại :** Nghiên cứu bằng thực nghiệm và lý thuyết cơ chế biến dạng tạo hình kim loại, xác định sự ảnh hưởng của các yếu tố đến quá trình biến dạng. Có nghĩa là nghiên cứu các đặc trưng vật lý của biến dạng dẻo kim loại, sự ảnh hưởng của nhiệt độ, mức độ biến dạng, tốc độ biến dạng và dạng của trạng thái ứng suất đối với quá trình biến dạng dẻo, xác định quan hệ vật lý của biến dạng dẻo, đồng thời nghiên cứu ảnh hưởng của ma sát và các yếu tố khác đến quá trình biến dạng. Kết quả nghiên cứu cho phép xác định điều kiện tối ưu phân bố ứng suất và biến dạng đồng đều.

**3. Về mặt vật lý - hóa học:** Nghiên cứu các vấn đề quan hệ giữa biến dạng dẻo kim loại với thành phần hoá học và trạng thái pha của vật liệu. Từ đó tìm ra sự ảnh hưởng của các yếu tố cơ nhiệt đến thuộc tính biến dạng, tạo điều kiện để đạt biến dạng dẻo nhiều nhất và xác định hợp lý chế độ biến dạng cho vật liệu khó biến dạng dẻo.

Nhưng do rất nhiều yếu tố tác động, lý thuyết toán học gia công áp lực kim loại không thể giải quyết hết mọi vấn đề sản xuất thực tế nêu ra. Chính vì vậy, môn khoa học này còn cần đến các thực nghiệm, các tổng kết kinh nghiệm sản xuất thực tế, từ đó tìm ra các quy luật sát thực.

Biết rằng, tính dẻo là yếu tố trạng thái của vật chất, chúng quan hệ với các điều kiện của biến dạng: sơ đồ cơ học của biến dạng, nhiệt độ, tốc độ, mức độ biến dạng và các điều kiện bên ngoài như ma sát, môi trường.

Vì vậy, trọng tâm nghiên cứu của Lý thuyết biến dạng dẻo vật lý là:

1. Nghiên cứu tác động **điều kiện nhiệt và cơ học** đến sự biến dạng tạo hình kim loại, nghiên cứu ảnh hưởng của điều kiện nhiệt độ, ma sát để xác lập một chế độ công nghệ biến dạng tối ưu.
2. Nghiên cứu sự ảnh hưởng của gia công biến dạng đến các **tính chất cơ học - vật lý - hóa học** của kim loại từ đó khai thác hết tiềm năng của vật liệu nhằm thu được sản phẩm có chất lượng cao về các tính năng.
3. Nghiên cứu các **phương pháp biến dạng tạo hình** để xác lập mối quan hệ tối ưu giữa kích thước hình dáng của phôi và sản phẩm, bảo đảm điều kiện kim loại biến dạng lớn nhất, hợp lý nhất, độ chính xác kích thước tốt nhất.
4. Nghiên cứu **trở lực biến dạng của vật liệu, lực và công biến dạng** để có thể sử dụng hết được công suất thiết bị. Bảo đảm trong điều kiện năng suất cao, chất lượng sản phẩm tốt, tiêu hao nguyên liệu và năng lượng ít.

### III. ÚNG DỤNG KỸ THUẬT BIẾN DẠNG TẠO HÌNH TRONG SẢN XUẤT QUỐC PHÒNG

Các sản phẩm vũ khí đạn là dạng sản phẩm yêu cầu cao về chất lượng. Chúng chịu tác dụng của áp lực xung nổ, chịu tác dụng nhiệt độ cao, chịu va đập mạnh..., nên đòi hỏi sử dụng công nghệ biến dạng tạo hình.

Công nghệ rèn: dùng trong sản xuất phôi các loại nòng pháo, nòng súng.

Công nghệ dập khối dùng trong sản xuất các chi tiết của pháo, dập đầu đạn, dập vỏ một số loại động cơ loa phut đạn phản lực.

Công nghệ dập vuốt dùng trong sản xuất các loại vỏ liều đạn các cỡ.

Công nghệ miết ép dùng chế tạo các ống thành mỏng chịu áp lực lớn làm vỏ động cơ tên lửa.

Công nghệ ép bán lồng dùng ép các thân cánh tên lửa.

Do vũ khí đạn sử dụng các vật liệu đặc thù, thường tính năng biến dạng dẻo kém, nên, cần xác định chính xác các chế độ công nghệ gia công. Như nòng pháo thường dùng thép hợp kim hóa tốt độ bền cao 38XH2M. Thép này có độ dẫn nhiệt kém, khi gia công đòi hỏi xác định chính xác chế độ biến dạng, đồng thời

bảo đảm chế độ nung và làm nguội. Xác định được chế độ công nghệ đúng và hợp lý phải trên cơ sở nghiên cứu giải bài toán tổng hợp về xác định tính năng vật liệu, giải bài toán ứng suất biến dạng, xác định điều kiện biến dạng, tốc độ biến dạng tối ưu, khai thác được tiềm năng biến dạng của vật liệu.

Trong sản xuất các loại tàu, uốn vỏ tàu, dập các chi tiết lắp trên tàu cũng cần sử dụng công nghệ gia công áp lực.

Trong sản xuất các loại xe quân sự, công nghệ dập tấm dùng trong dập vỏ xe, công nghệ dập khối dùng sản xuất các loại bánh răng, các trục xoắn trong xe tăng, xe thiết giáp.

Như vậy, nghiên cứu sản xuất quốc phòng, cần đặt trọng tâm vào nghiên cứu quá trình biến dạng tạo hình, có nghĩa là dựa trên các cơ sở lý thuyết về biến dạng dẻo kim loại.

#### IV. NGUYÊN TẮC THIẾT LẬP CHẾ ĐỘ CÔNG NGHỆ

Như trên đã nêu, nhờ biến dạng dẻo đã phá vỡ tổ chức đúc, hàn gắn các khuyết tật do đúc, tạo tổ chức kim loại mới tốt hơn. Có nghĩa là Biến dạng dẻo đã tác động vào bên trong vật liệu kim loại, làm thay đổi trạng thái tổ chức pha và cấu trúc hạt theo một chế độ cơ nhiệt. Như vậy, cần tác động một tỷ số rèn nhất định (trên 4~8).

Trong các phương pháp biến dạng dẻo, dòng chảy của kim loại là không đồng đều, phân bố ứng suất và biến dạng là không đều, từ đó ta được các tính năng cơ lý hóa không đều tại các vùng khác nhau. Đối với các sản phẩm thông dụng, ảnh hưởng của biến dạng không đều và tính năng không đều đó có thể bỏ qua. Nhưng đối với các sản phẩm quân sự, yêu cầu chất lượng cao và đồng đều hoặc yêu cầu bảo đảm chất lượng cao tại các vùng chỉ định, việc nghiên cứu phân bố ứng suất và biến dạng là quan trọng. Từ lý thuyết, nghiên cứu dòng chảy theo 3 chiều để xác định chế độ tạo hình và điều khiển tính năng của vật liệu.

Các thông số công nghệ chủ yếu cần xác định là: lực, tốc độ gia công và tốc độ biến dạng, ma sát tiếp xúc, độ biến dạng, nhiệt độ.

- Trước hết cần nhận dạng vật liệu. Để làm cơ sở tính toán, cần xác định được mô hình vật liệu trong điều kiện biến dạng. Công nghệ biến dạng dựa trên cơ sở khả năng biến dạng của vật liệu trong điều kiện nhiệt độ - tốc độ biến dạng. Như vậy, cần dựa trên giới hạn chảy của vật liệu và tính dẻo của chúng để có thể tăng độ biến dạng mà không gây ra phá huỷ vật liệu. Cần xác định thuộc tính biến dạng là đàn dẻo, đàn dẻo lý tưởng, đàn nhớt... với việc sử dụng mô hình tính toán cho phù hợp.

- Trên cơ sở lý thuyết biến dạng dẻo, xác định chế độ biến dạng cho từng bước hoặc từng nguyên công, để cho số bước là ít nhất và cho tỷ số rèn là tốt nhất. Mặt khác, ảnh hưởng của biến dạng dẻo đến tính chất vật lý và cơ học của vật liệu liên hệ chặt với các yếu tố công nghệ tại các nguyên công cuối cùng tạo ra sản phẩm. Như vậy cần xử lý đúng mối quan hệ về tính kế thừa và tính cải biến của tổ chức tính chất vật liệu.

- Nghiên cứu sự chảy dẻo của kim loại cần biết trước các đặc trưng cơ học của vật liệu, từ đó tính toán các thông số biến dạng; có nghĩa là, không thể thiết lập quy trình công nghệ biến dạng khi chưa biết khả năng chảy dẻo của chúng. Các thuộc tính cơ học được xác định bằng thử kéo đơn, trong điều kiện nhiệt độ, độ biến dạng và tốc độ biến dạng phù hợp với điều kiện gia công.

- Lý thuyết chảy dẻo 2 chiều cho phép phân tích sự phân bố ứng suất và biến dạng trong ổ biến dạng của phôi, nhưng chưa tích hợp được sự tác động đó, nên chỉ có thể xác định các thông số công nghệ trung bình. Biến dạng dẻo chỉ có thể xảy ra khi thoả mãn điều kiện dẻo nhất định. Tuỳ theo điều kiện biến dạng, cần chọn điều kiện dẻo Von Misses hay Treska-St.Vnant. Trên cơ sở trường phân bố cường độ ứng suất và điều kiện dẻo, ta có thể biết được sự biến dạng dẻo của các vùng khác nhau và phân tích được sự biến dạng không đều đó, tìm được lực biến dạng cần thiết. Trước đây phương pháp lưới đường trượt là phương pháp cho phép thấy được sự biến dạng không đều tại các vùng.

- Nay nhờ sự phát triển của toán học, có thể giải hệ phương trình vi phân đạo hàm riêng bằng phương pháp số, phương pháp phân tử hữu hạn, nên ta có thể phân tích được sự phân bố khá chính xác của trường ứng suất và biến dạng. Trước đây,

nghiên cứu trường tốc độ biến dạng cũng rất khó, nay nhờ phương pháp PTHH, giải bài toán Lagrange, cũng có thể phân tích trường phân bố tốc độ biến dạng, thấy được véc tơ biến dạng tại các điểm...

- Sự biến dạng trượt của trên bề mặt tiếp xúc chịu ảnh hưởng rất lớn của ma sát tiếp xúc, sự ảnh hưởng của ma sát tiếp xúc bị lan truyền vào bên trong ổ biến dạng, càng làm cho sự biến dạng không đều tăng. Mặt khác, ma sát tiếp xúc ngăn cản kim loại di chuyển lồng khuôn, làm tăng độ mài mòn mặt lồng khuôn, tăng trở lực biến dạng. Ngày nay để tìm lời giải chính xác cho bài toán biến dạng dẻo, quan hệ rất chặt với việc tìm đúng quy luật tác dụng của ma sát tiếp xúc. Hệ số ma sát có thể coi là tỷ lệ giữa ứng suất tiếp trên bề mặt tiếp xúc với ứng suất tiếp lớn nhất, hay là cosin của góc thoát của đường trượt trên mặt tiếp xúc.

- Sơ đồ cơ học biến dạng cũng có tác động rất lớn trong xác định chế độ công nghệ. Dòng chảy dẻo là sự chuyển dịch theo các hướng của kim loại. Dòng chảy dẻo kim loại được tạo ra do sự dịch chuyển của dụng cụ so với phôi và dòng chảy dẻo dịch chuyển do kim loại không nén được, do sơ đồ trạng thái ứng suất quyết định và hướng chảy còn theo định luật trở lực nhỏ nhất. Sử dụng phân tố biểu diễn trạng thái ứng suất đồng thời có thể dùng phân tố khối biểu diễn trạng thái biến dạng của một điểm.

- Biến dạng và hiệu ứng nhiệt độ: Khi biến dạng dẻo, một lượng công biến dạng chuyển thành nhiệt. Nhiệt lượng sinh ra phụ thuộc nhiều yếu tố, chủ yếu do nội ma sát, do tổ chức và cấu trúc kim loại. Do hiệu ứng nhiệt, làm kim loại chuyển trạng thái pha, làm thay đổi tính dẻo của vật liệu.

- Tốc độ biến dạng: Khi tốc độ biến dạng tăng, giới hạn chảy tăng và trở lực biến dạng tăng. Tính dẻo của vật liệu còn phụ thuộc tốc độ biến dạng, một số vật liệu nhạy cảm đối với tốc độ biến dạng, nên khi xác định công nghệ cần xác định thuộc tính dẻo của vật liệu trong điều kiện tốc độ biến dạng tương ứng.

# Chương 1

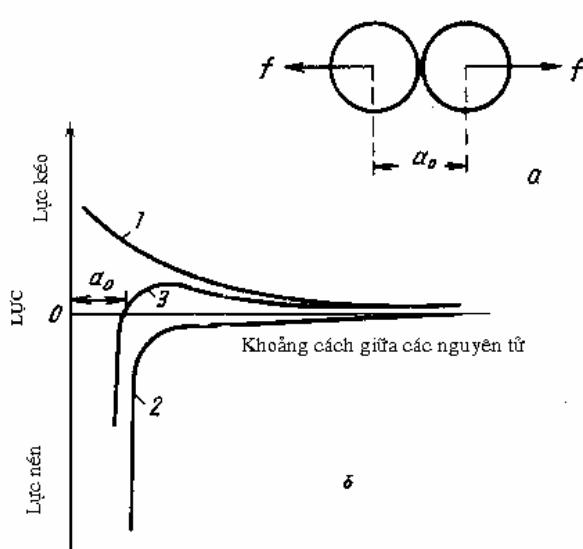
## CƠ CHẾ BIẾN DẠNG DẺO KIM LOẠI VÀ QUÁ TRÌNH VẬT LÝ - HOÁ HỌC KHI BIẾN DẠNG DẺO

### 1.1. KHÁI NIỆM VỀ BIẾN DẠNG DẺO

#### 1.1.1. Biến dạng dàn hồi và dẻo của kim loại

Trong kim loại, các nguyên tử (iôn) tồn tại lực tác dụng tương hỗ, gồm các lực đẩy và lực kéo. Tại một nhiệt độ nhất định chúng dao động quanh vị trí cân bằng. Nhờ vậy, vật thể tồn tại với một hình dáng kích thước nhất định. Theo quan điểm năng lượng, các nguyên tử tồn tại ở vị trí năng lượng tự do thấp nhất, tuy thuộc cấu trúc tinh thể. Các nguyên tử ở mạng tinh thể lập phương thể tâm (LPTT) có năng lượng tự do cao hơn, trong khi đó ở mạng lập phương diện tâm (LPDT), năng lượng tự do thấp hơn.

Dưới tác dụng của ngoại lực hoặc nhiệt độ, làm thay đổi thế năng của nguyên



Hình 1.1 Biểu đồ thế năng giữa các nguyên tử

tử, các nguyên tử rời khỏi vị trí cân bằng. Ta có thể nhận thấy thông qua sự thay đổi kích thước của vật thể. Lực càng lớn, nhiệt độ càng cao, thể năng càng tăng. Nếu năng lượng làm nguyên tử cách xa nhau, khi năng lượng không đủ vượt qua một giá trị nhất định, ngưỡng lớn nhất, sau khi thôi lực hoặc giảm nhiệt, các nguyên tử quay về vị trí ban đầu.

Sự dịch chuyển của các nguyên tử tạo ra sự biến dạng.

Người ta chia ra các kiểu biến dạng : **biến dạng đàn hồi, biến dạng dẻo, phá huỷ.**

Vật thể dưới tác dụng ngoại lực bị biến dạng. Nếu sau khi cất tải biến dạng bị mất đi, vật thể trở về hình dáng kích thước ban đầu, như khi chưa bị tác dụng lực, ta gọi biến dạng đó là **biến dạng đàn hồi**.

Biến dạng đàn hồi phụ thuộc hai yếu tố lực và nhiệt độ, ta có thể biểu diễn:

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{M_R} + \lambda \Delta t \quad (1.1)$$

trong đó:  $M_R$ - hệ số đàn hồi

$\lambda$ - hệ số dẫn nở nhiệt

$\Delta t$ - giá số biến đổi nhiệt

Giải phương trình trên không đơn giản, vì giá trị biến dạng đàn hồi còn chịu ảnh hưởng của nhiều yếu tố khác, như về tổ chức kim loại: dung dịch rắn hay hỗn hợp cơ học.

Khi tăng năng lượng tự do của nguyên tử vượt qua một giới hạn, nguyên tử kim loại chuyển dời sang một vị trí mới xa hơn và ổn định hơn, không trở về vị trí cân bằng cũ khi thôi lực tác dụng. Tổng sự dịch chuyển của các nguyên tử sang vị trí mới tạo nên một độ biến dạng dư, hay một sự thay đổi hình dáng và kích thước vật thể, **gọi là biến dạng dẻo, hay biến dạng dư.** Để tạo nên sự dịch chuyển sang vị trí mới không gây nên sự phá huỷ các mối liên kết, phải bảo đảm trong quá trình các nguyên tử dịch chuyển khoảng cách giữa các nguyên tử không được vượt quá kích thước vùng lực tác dụng tương hỗ kéo giãn các nguyên tử (hình 1.1). Khi cất tải, biến dạng sau khi biến dạng dẻo, các nguyên tử có xu thế chiếm vị trí cân

bằng mới, thiết lập lại mối quan hệ và liên kết giữa các nguyên tử. Nhưng biến dạng dẻo không làm thay đổi thể tích của vật thể biến dạng.

### 1.1.2. Phá huỷ

Phá huỷ là ngoài sự thay đổi hình dáng và kích thước của vật thể dưới tác dụng của ngoại lực, sau khi cất tải chúng không còn giữ nguyên liên kết ban đầu giữa các nguyên tử hoặc các phân. Phá huỷ là nứt, gãy, vỡ mối liên kết giữa các nguyên tử do ứng suất kéo gây nên.

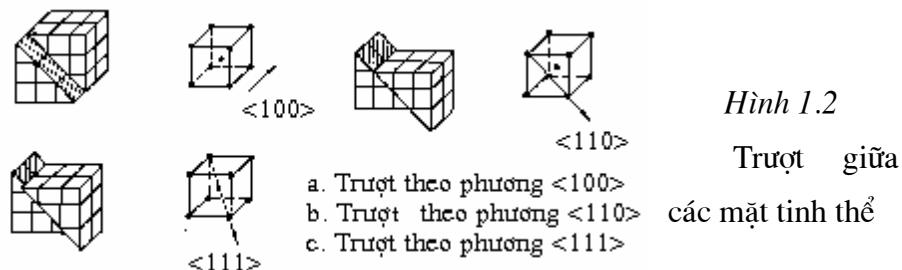
Cần phân biệt khái niệm biến dạng dẻo và phá huỷ.

## 1.2. CƠ CHẾ BIẾN DẠNG DẺO - Trượt và sự chuyển động của lạch

### 1.2.1. Biến dạng dẻo đơn tinh thể

#### a. Trượt và cơ chế biến dạng trượt.

Biến dạng dẻo kim loại được thực hiện bằng cách trượt hoặc song tinh, đó là một quá trình chuyển dịch song song tương đối, không đồng thời giữa hai phần (lớp) rất nhỏ của mạng tinh thể. Quá trình trượt xảy ra từ từ theo một mặt và phương nhất định và ưu tiên cho những mặt và phương có góc định hướng với ngoại lực thuận lợi, sao cho ứng suất tiếp lớn nhất trên mặt và phương đó lớn hơn một giá trị giới hạn.



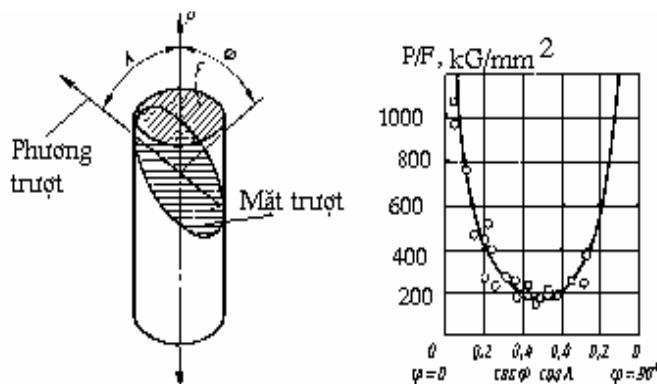
**Trượt** là một quá trình chuyển động tương đối giữa hai phân tinh thể, ở đây sự chuyển dịch tương đối bao hàm một loạt mặt hoặc lớp mỏng tạo thành dải trượt, ở những vùng trung gian giữa các mặt trượt không có biến dạng. Thực nghiệm cho thấy, khoảng cách giữa các mặt trượt có giá trị khoảng  $1\mu\text{m}$ , trong khi đó khoảng cách giữa các lớp nguyên tử khoảng  $1 - 10 \mu\text{m}$ . Trượt xảy ra trên

một vùng, tạo thành một mặt, chiều dày của mặt bằng đường kính nguyên tử. Mặt này được gọi là **mặt trượt**, mặt này luôn song song với mặt tinh thể. Trượt chỉ xảy ra trên một số mặt và phương tinh thể nhất định. Trên phương và mặt tinh thể này thường có mật độ nguyên tử dày đặc nhất hay ở trên đó có lực liên kết giữa các nguyên tử là lớn nhất, so với mặt và phương khác. Trượt phải khắc phục lực tác dụng tương hỗ giữa các mặt tinh thể (giữa các nguyên tử trên 2 mặt nguyên tử). Phương trượt là phương có khoảng cách giữa các nguyên tử là nhỏ nhất.

Trượt xảy ra dưới tác dụng của ứng suất tiếp, sao cho các dãy nguyên tử trong quá trình trượt vẫn giữ được mối liên kết. Nếu không còn mối liên kết đó, biến dạng dẻo sẽ dẫn đến phá huỷ. Bất kì một kiểu mạng tinh thể nào, trượt xảy ra trên một mặt trượt và theo một số phương trượt nhất định. Tổng hợp mặt trượt - phương trượt được gọi là **hệ trượt**.

Bảng 1.1

Mạng	Mặt trượt	Phương trượt	Vectơ BERGET	Số hệ trượt
LP tâm mặt	{111}	<110>	a/2<110>	4x3=12
LP tâm khối	{110}			6x2= 12
	{112}	<111>	a/2<111>	12x1=12
	{123}			24x1=24
Sáu phương xếp chật	{0001}	<112̄0>		1x3 =3
	{1011}	<1100>	a<110>	6x1 =6



Hình 1.3 Mặt trượt và phương trượt, biểu đồ Schmid

Kết quả của trượt làm xuất hiện sự biến đổi hình dáng tinh thể, xuất hiện các giải trượt trên bề mặt và làm thay đổi tính chất vật lý của vật liệu (nhất là tính chất cơ học). Một hệ trượt tham gia quá trình biến dạng khi ứng suất tiếp sinh ra do ngoại lực tác dụng trên mặt trượt và phương trượt đó vượt quá một giá trị ứng suất tiếp giới hạn phụ thuộc vào kết cấu vật liệu và nhiệt độ. Theo Schmid ứng suất tiếp tác dụng lên phương trượt trong một mặt trượt được tính theo công thức:

$$\tau = \frac{F}{S_0} \cos \varphi \cdot \cos \lambda \quad (1.2)$$

Hệ trượt được hoạt động khi:

$$\tau = \sigma \cdot \cos \varphi \cdot \cos \lambda = \tau_c \quad (1.3)$$

trong đó:

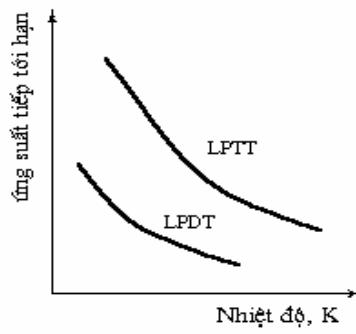
$$\sigma = F/S_0$$

$\varphi$  - góc giữa phương của lực và phương tinh thể;

$\lambda$  - góc giữa phương của lực và mặt tinh thể.

$S_0$ - diện tích mặt cắt ban đầu của mẫu.

Trong trường hợp chung, hệ trượt hoạt động khi ứng suất tiếp tác động lớn hơn giá trị ứng suất tiếp tới hạn phụ thuộc cấu trúc tinh thể, nhiệt độ và độ sạch của vật liệu. Vật liệu có dạng mạng lập phương diện tâm có  $\tau_c$  nhỏ hơn của vật liệu có mạng lập phương thể tâm. Vật liệu càng sạch, hạt càng nhỏ, giới hạn đàn hồi càng nhỏ, thì  $\tau_c$  càng nhỏ.



Hình 1.4. Ứng suất tiếp giới hạn phụ thuộc kiểu mạng và nhiệt độ

Bảng 1.2 cho số liệu về ứng suất trượt tối hạn phụ thuộc cấu trúc vật liệu, độ sạch của một số kim loại nguyên chất ở nhiệt độ thường.

*Bảng 1.2*

<b>Kim loại</b>	<b>Độ sạch %</b>	<b>Mặt trượt</b>	<b>Phương trượt</b>	<b>US <math>\tau_c</math>, MN/m<sup>2</sup></b>
Ag	99,999	{111}	<110>	0,38
Al	99,994	{111}	<110>	0,8
Cu	99,98	{111}	<110>	0,5
Fe	99,96	{110} {112}	<111>	28
Mo	Sạch	{110} {112}	<111>	73
Zn	99,96 99,999	{0001}	<1120> <1120>	0,96 0,18
Cd	99,96	{0001}	<1120>	0,58
Ti	99,9990	{1010}	<1120>	14

Giá trị ứng suất tối hạn biến đổi theo nhiệt độ và độ sạch của Niken được ghi ở bảng 1.3.

Với tinh thể bạc có độ sạch 99,999; 99,97 và 99,93% , các giá trị của ứng suất tiếp tối hạn ở nhiệt độ thường là 0,48; 0,73; và 1,9 MN/m<sup>2</sup>.

*Bảng 1.3*

<b>Nhiệt độ °K</b>	<b>US <math>\tau_c</math>, MN/m<sup>2</sup> với độ sạch, %</b>	
	<b>99,9</b>	<b>99,98</b>
20	-	9-11
180-195	13,6	7,5-8,5
290-300	10,4	3,3-7,5
508	9,7	-

Trong một số nghiên cứu, đã đưa ra công thức tính ứng suất trượt tối hạn phụ thuộc thành phần, với đơn tinh thể mạng lập phương diện tâm.

$$\frac{d\tau_c}{dC} = k \cdot \varepsilon^n. \quad (1.4)$$

trong đó :  $\tau_c$  - ứng suất trượt tối hạn, MN/m<sup>2</sup>; C - nồng độ nguyên tử; k - hằng số;  $\varepsilon = \frac{1}{a} \cdot \frac{da}{dC}$ ; a - hằng số mặng; n = 2, hệ số thực nghiệm.

Biến dạng dẻo trượt có thể xác định theo giá trị của vectơ Berget:

$$\gamma_p = \rho \cdot \bar{b} \cdot x \quad (1.5)$$

trong đó:  $\rho$  - mật độ lêch;

$\bar{b}$  - vectơ Berget;

x - độ dịch chuyển trung bình của lêch.

### b.Trượt do chuyển động của lêch

#### 1. Lực PAIER-NABARRO

Nếu có 2 mặt tinh thể (mặt trượt) khác nhau, h là khoảng cách giữa các mặt nguyên tử,  $\bar{b}$  là véc tơ BERGET. Khi lớp nguyên tử chuyển dịch một khoảng cách x cần tác dụng một ứng suất tiếp là :

$$\tau = \tau_c \cdot \sin \frac{2\pi x}{h} \approx \tau_c \cdot \frac{2\pi x}{h}; \quad (1.6)$$

trong đó :  $\tau_c$  - ứng suất cho phép trượt của vật liệu.

Thấy rằng, nếu nguyên tử biến dạng chuyển dịch một đoạn x, sẽ cho lượng biến dạng đàn hồi lớn nhất là  $\frac{x}{h}$ . Vậy, muốn nguyên tử dịch chuyển thì giá trị ứng suất trượt phải đạt tới giá trị là:

$$\tau = G \cdot \frac{x}{h}; \quad (1.7)$$

Tại nửa chu kỳ đầu của biến dạng với x << b :

$$\tau = G \cdot \frac{x}{h} = \tau_c \cdot \frac{2\pi x}{h} \quad (1.8)$$

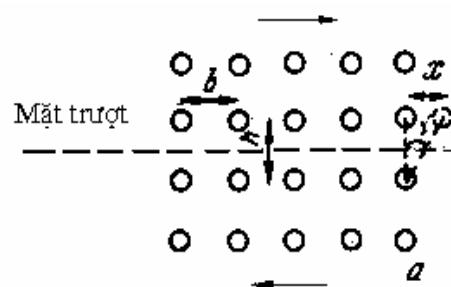
$$\text{Vậy } \tau_c = \frac{G\bar{b}}{2\pi h} \quad (1.9)$$

Do tính chất của hằng số mạng nên:

$$\bar{b} \approx h, \text{ vậy } \tau_c = G/2\pi \quad (1.10)$$

$$\text{Thay vào biểu thức đâu ta được: } \tau = \frac{G\bar{b}}{2\pi h} \cdot \sin \frac{2\pi x}{\bar{b}} \quad (1.11)$$

Đó là biểu thức tính ứng suất trượt PAIER-NABARRO. Ta có thể dùng biểu thức này để tính gần đúng sự xô lệch mạng tinh thể quanh trục lệch mạng.

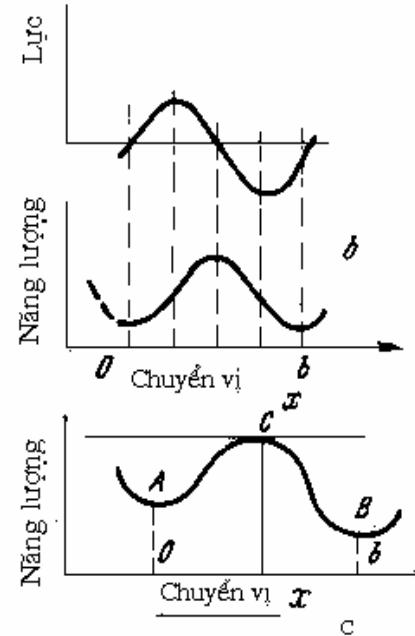


## 2. Tính chất biến dạng

Biến dạng dẻo sảy ra khi sự dịch chuyển không thuận nghịch của các khuyết tật mạng: đó là chuyển dịch của các lêch mạng.

Lượng dịch chuyển tương đối giữa 2 phần của mạng tinh thể  $\Delta$ , là kết quả của dịch chuyển tích luỹ  $\delta_i$  của 1 lêch khi lêch đó chuyển dịch qua hết tinh thể (hình 1.6). Có nghĩa nó chuyển dịch 1 khoảng cách bằng vectơ BERGET  $\bar{b}$ .

Độ chuyển vị  $\delta_i$  (đối với lêch trên đoạn  $x_i$ , tỷ lệ với khoảng cách tỷ đối  $x_i/L$ , trong đó  $L$  là chiều dài của mạng tinh thể).



Hình 1.5. Biểu đồ quan hệ lực, năng lượng và chuyển vị

Vậy

$$\frac{x_i}{L} < 1 ;$$

$$\delta_i = b \cdot \frac{x_i}{L} < b$$

do đó,

$$\Delta = \sum \delta_i = \frac{b}{L} \cdot \sum x_i ;$$

N : số lượng lẻch tham gia chuyển dịch

Biến dạng trượt vĩ mô

$$\lambda\gamma = \frac{\Delta}{h} = \frac{b}{h \cdot L} \cdot \sum x_i \quad (1.12)$$

Ta có thể thay giá trị chuyển dịch trung bình của 1 lẻch

$$\sum \frac{x_i}{N} = x_i$$

Với giá trị  $b = h = 1$

Vậy ta có biến dạng riêng là :

$$\gamma = b \cdot N \cdot x \quad (1.13)$$

N có thể đặc trưng cho mật độ lẻch, bằng hằng số đường lẻch, cắt trong một đơn vị diện tích trong một mặt tinh thể.

Vậy tốc độ biến dạng có thể tính bằng vi phân biến dạng góc :

$$\begin{aligned} \frac{d\gamma}{dt} &= \bar{b} \cdot N \cdot V \\ V &= V_0 e^{-\frac{A}{\tau T}} \end{aligned} \quad (1.14)$$

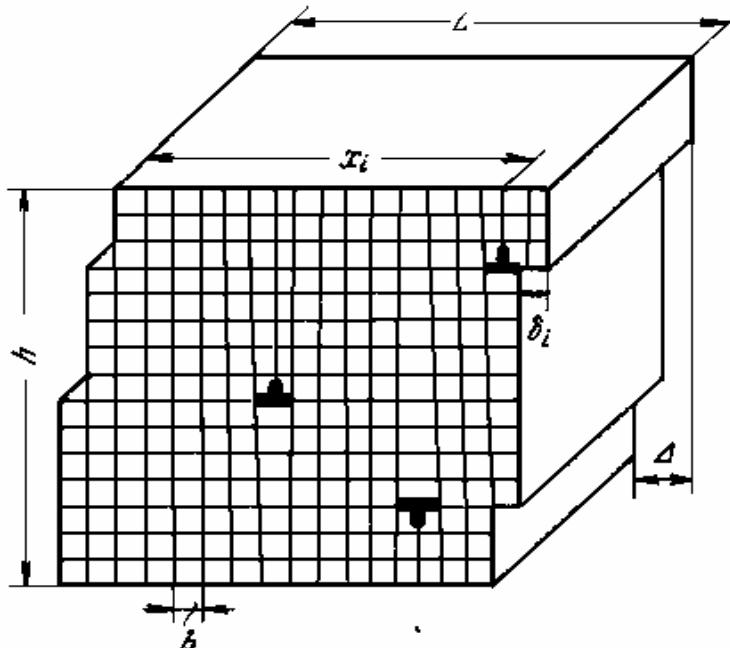
trong đó:  $V$  - tốc độ trung bình của chuyển động lẻch, không vượt quá tốc độ truyền âm;

$V_0$  - tốc độ truyền âm thanh trong vật liệu;

$A$  - hằng số;

$\tau$  - ứng suất tiếp do ngoại lực tác động;

$T$  - nhiệt độ (tuyệt đối) của vật liệu.



Hình 1.6. Lệch đường

Chú ý phân biệt chuyển động của lệch theo phương vuông góc với trục lệch và phương song song với trục lệch.

Trong thực tế có nhiều dạng xô lệch mạng. Sự trượt có thể xảy ra ở một phần mặt trượt này hay một phần của mặt trượt khác. Khi đó chúng tạo nên một bậc giữa chúng hay gọi là bước nhảy, nếu chúng có cùng một hướng, cùng một giá trị véc tơ BERGET.

Vậy, năng lượng của bậc đó được tính bằng  $G \cdot \bar{b}^2$ .

Sự trượt của lệch trong mặt trượt thường đi theo đường ziczac. Trong mạng LPDT phương dễ trượt nhất là  $<110>$  và véc tơ Berget bằng  $a/2<110>$ . Nếu cấu trúc như mô hình hình 1.7 thì mặt dày đặc là  $\{111\}$  và phương trượt là  $\bar{b}_1 = a/2[101]$ .

Như vậy lệch sẽ chuyển động theo 2 giai đoạn:

$$\bar{b}_2 = a/6 [211] \rightarrow \bar{b}_3 = [112] \rightarrow [211] \rightarrow [112]$$

### 3. Năng lượng và tính đàn hồi của lêch

Năng lượng lêch xoắn: Từ trực tâm lêch xoắn  $r_0$ , giả thử cách tâm một khoảng  $r$  với chiều rộng  $\bar{b}$  (vectơ BERGET  $\bar{b}$ ), biến dạng tạo nên do trường ứng suất của lêch xoắn dẫn đến làm xô lêch vòng xoắn ốc và làm dịch chuyển một khoảng  $\bar{b}/2$ . Biến dạng tại cự ly  $r$  của lêch xoắn AB bằng  $\frac{\bar{b}}{2\pi r}$ , ứng suất tạo ra biến dạng đó bằng  $G \cdot \frac{\bar{b}}{2\pi r}$ , độ

dịch chuyển tuyệt đối  $\Delta l$  do lực tác dụng từ 0 đến P.

$$\text{Năng lượng biến dạng bằng } \frac{1}{2}P \cdot \Delta l.$$

trong đó:  $\frac{1}{2}P$  - giá trị lực trung bình.

Mật độ năng lượng biến dạng (năng lượng trong 1 đơn vị thể tích):

$$\frac{1}{2}P \cdot \frac{\Delta l}{V} = \frac{1}{2}P \cdot \frac{\Delta l}{F \cdot l} = \frac{1}{2}\sigma \cdot \epsilon. \quad (1.15)$$

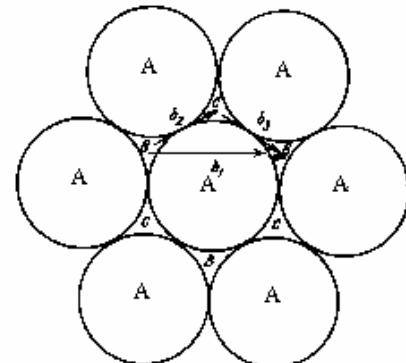
trong đó:  $\sigma$  - ứng suất tác dụng;

$\epsilon$  - biến dạng

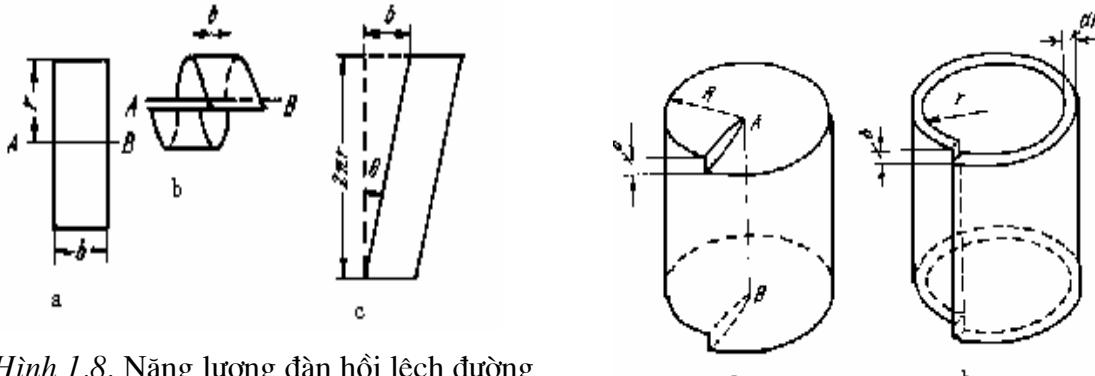
$V$  - thể tích  $V=F \cdot L$

Vậy mật độ năng lượng là

$$\frac{1}{2}G \cdot \frac{\bar{b}}{2\pi r} \cdot \frac{\bar{b}}{2\pi r} = \frac{1}{2}G \cdot \left(\frac{\bar{b}}{2\pi r}\right)^2. \quad (1.16)$$



Hình 1.7 Vectơ chuyển vị



Hình 1.8. Năng lượng đàn hồi lệch đường và xoắn

Ta có thể xác định năng lượng tại một vành khăn có chiều dày dr, với bán kính trong là r, bán kính ngoài  $r+dr$ , với lượng biến dạng của "xi lanh" đó là  $\frac{\bar{b}}{2\pi r}$ . Thể tích của "xi lanh" với 1 đơn vị chiều cao là  $2\pi r dr$ .

#### 4. Lực tác dụng giữa các lệch:

Năng lượng riêng của lệch thứ nhất là  $E_1$ ;

Năng lượng riêng của lệch thứ hai là  $E_2$ ;

Năng lượng tác động giữa 2 lệch là  $E_3$ ;  $E_3$  được tính như sau :

$$E_3 = \frac{1}{2} \int (T_1 U_2) dA \quad (1.17)$$

trong đó : A - diện tích bề mặt trượt;  $T_1$  - lực tác dụng;  $U_2$  - độ dịch chuyển của bề mặt trượt;  $E_3$  - công của ngoại lực.

$$W = - \int (T_1 U_2) dA \quad (1.18)$$

Giả thiết : lệch của 1 đơn vị chiều dài với phương trượt x, khi đó trên đơn vị chiều dài chịu lực tác dụng là :

$$F = \frac{\partial W}{\partial x} = - \frac{\partial W}{\partial A} = (T_1 \cdot U_2) \quad (1.19)$$

Nếu trong mặt trượt phương trượt tác dụng một lực  $\tau$  với công suất lệch  $b$ , ta sẽ được quan hệ MOTTA-NABARRO :

$$F = \tau \cdot \bar{b} \quad (1.20)$$

Trường hợp giữa các lệch biên song song với vectơ Berget  $\bar{b}$

$$E = E_1 + E_2 + E_3$$

Trong trường hợp  $T_1 = \tau_{xy}$ ;  $U_2 = \bar{b}$  thì :

$$E_3 = \int \tau_{xy} \cdot \bar{b} \cdot dA \quad (1.21)$$

$$F = \frac{\partial E_3}{\partial x} = \frac{\partial E_3}{\partial A} = \frac{\partial}{\partial x} \int \tau_{xy} \cdot \bar{b} \cdot dA = \tau_{xy} \cdot \bar{b}. \quad (1.22)$$

Nếu  $T_1 = \tau_{xx}$ ,  $U_2 = \bar{b}$  ;

$$\text{Vậy : } E_3 = \int \tau_{xx} \cdot \bar{b} \cdot dA \quad (1.23)$$

$$F_y = \tau_{xx} \cdot \bar{b} ; \quad (1.24)$$

trong đó :  $\tau_{xx}$ ,  $\tau_{xy}$  là ứng suất tiếp theo phương x và xy.

Vậy ta có thể xác định giá trị lực :

$$F_x = \frac{Gb^2}{2\pi(1-\nu)} \cdot \frac{x(x^2 - y^2)}{(x^2 + y^2)^2} \quad (1.25a)$$

$$F_y = \frac{Gb^2}{2\pi(1-\nu)} \cdot \frac{y(3x^2 + y^2)}{(x^2 + y^2)^2} \quad (1.25b)$$

Biểu diễn bằng tọa độ cực :

$$F_r = F_x \cdot \cos \theta + F_y \cdot \sin \theta = \frac{Gb^2}{2\pi(1-\nu)} \cdot \frac{1}{r} \cdot \quad (1.26a)$$

$$F_\theta = F_y \cdot \cos \theta + F_x \cdot \sin \theta = \frac{Gb^2}{2\pi(1-\nu)} \cdot \frac{\sin 2\theta}{r}. \quad (1.26b)$$

Năng lượng biến dạng được xác định bằng công thức :

$$\frac{1}{2} G \cdot \left( \frac{\bar{b}}{2\pi r} \right)^2 \cdot 2\pi r \cdot dr \quad (1.27)$$

Năng lượng toàn bộ của lêch xoắn được xác định :

$$\begin{aligned}
 E_{xoắn} &= \int \frac{1}{2} G \cdot \left( \frac{\bar{b}}{2\pi r} \right)^2 \cdot 2\pi r dr = \\
 &= \frac{G \cdot b^2}{4\pi} \int \frac{dr}{r} = \\
 &= \frac{G \cdot b^2}{4\pi} \cdot \ln \frac{R}{r_0}
 \end{aligned} \tag{1.28}$$

5. Năng lượng lêch đường (biên) :

Năng lượng của lêch đường cũng được tính như lêch xoắn. Đặc điểm riêng là chúng không đối xứng: 1/2 chịu lực nén, 1/2 chịu lực kéo.

Để tính toán ta sử dụng mô hình biến dạng phẳng.

$$W=0;$$

$$\frac{du}{dz} = \frac{dv}{dz} = 0.$$

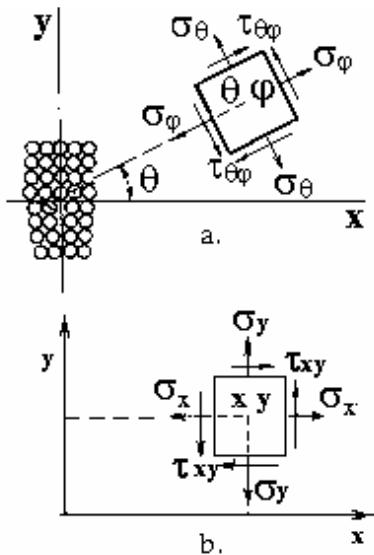
Giả thiết có ứng suất pháp tác dụng theo trục x và y, vậy ứng suất tiếp  $\tau_{xy}$  và  $\tau_{yx}$  tác dụng dọc theo trục x ở mặt phẳng vuông góc với trục y (hoặc ngược lại).

$$E_{biên} \approx \frac{Gb^2}{4\pi(1-\nu)} \ln \frac{R}{r} \tag{1.29}$$

Giá trị năng lượng lớn hơn lêch xoắn  $1/(1-\nu)=1.4$

$$\left. \begin{aligned}
 \sigma_x &= -D_y \frac{3x^2 + y}{(x^2 + y^2)^2} \\
 \sigma_y &= D_y \frac{x^2 - y^2}{(x^2 + y^2)^2}; \\
 \tau_{xy} &= D_x \frac{x^2 - y^2}{(x^2 + y^2)^2}; \\
 D &= \frac{Gb}{2\pi(1-\nu)}
 \end{aligned} \right\} \tag{1.30}$$

Ta thấy  $\sigma_{xy}$  đổi dấu tại vị trí giữa khi  $x < y$  và  $y < x$ .

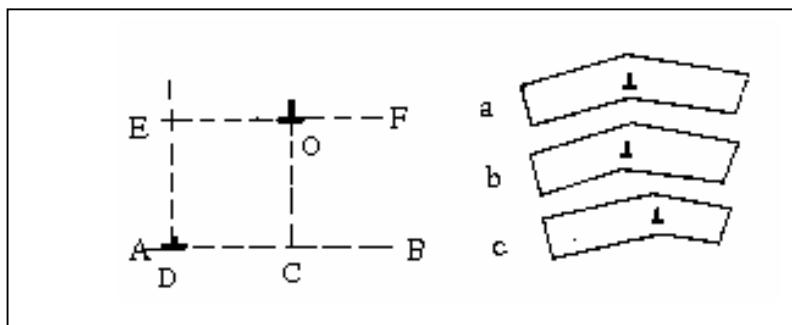


Hình 1.9 Ứng suất vùng lệch

#### 6. Tương tác giữa các lệch :

Trong trường hợp một loại lệch phân bố tại vị trí khác nhau theo phương của mặt trượt, chúng có thể đẩy hoặc kéo nhau, thí dụ tương tác giữa 2 lệch D và O trong mặt AB và EF.

Nếu  $OC \ll CD$ , vậy lệch O đẩy D; lúc này D và O có thể coi nằm trên cùng một mặt trượt.



Hình 1.10

Tương tác giữa các lệch

Nếu  $OC \gg CD$ , lệch O kéo lệch D; kết quả có thể làm cho D và O nằm trên một đường giữa 2 блоки hạt.

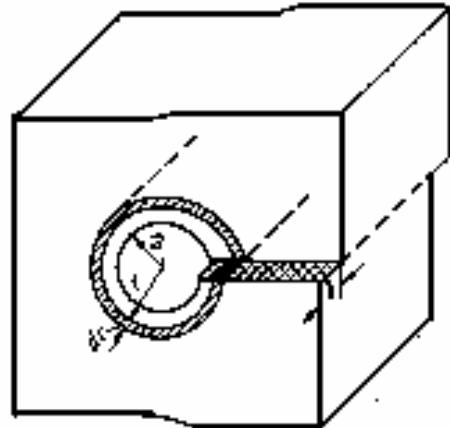
Lực tác dụng tương hỗ trong lêch biên là không đối xứng.

### 7. Sự co kéo của các đường lêch

Năng lượng của lêch xoắn phân bố như trong một vật hình ống dài L có bán kính ngoài R bán kính trong  $r_0$ :

$$\begin{aligned} E_{xoắn} &= Gb^2 \cdot \frac{L}{4\pi} \ln \frac{R}{r_0} \\ E_{biên} &= Gb^2 \cdot \frac{L}{4\pi(1-\nu)} \ln \frac{R}{r_0} \end{aligned} \quad (1.31)$$

Khi 2 lêch hoà trộn nhau chúng có thể nằm theo đường thẳng, các thành phần vuông góc với vectơ BERGET hoặc ở dạng bậc. Trong trường hợp hợp hồn hợp đường vectơ BERGET và các lêch thành phần vuông góc với nhau, nên giữa các lêch thành phần không có lực tác động đòn hồi. Năng lượng lêch hồn hợp bằng tổng năng lượng riêng của từng lêch thành phần.



Hình 1.11 Biến dạng đòn hồi quanh lêch xoắn

Công suất của lêch biên là  $b \cdot \sin \theta$ , của lêch xoắn là  $b \cdot \cos \theta$ :

$$\begin{aligned} E_{hỗn hợp} &= G \cdot \frac{L}{4\pi} \ln \frac{R}{r_0} \cdot [b^2 \cdot \sin^2 \frac{\theta}{1-\nu} + b^2 \cdot \cos^2 \theta] = \\ &= Gb^2 \cdot \frac{L}{4\pi(1-\nu)} \ln \frac{R}{r_0} [1 - \nu \cdot \cos^2 \theta]. \end{aligned} \quad (1.32)$$

$\theta$  là góc giữa vec tơ BERGET với trực của lêch hồn hợp.

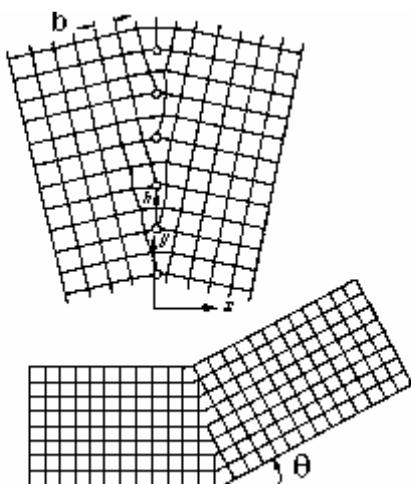
Tốc độ chuyển động của lêch

$$v = f(\sigma) \cdot e^{-\frac{E}{T}} \quad (1.33)$$

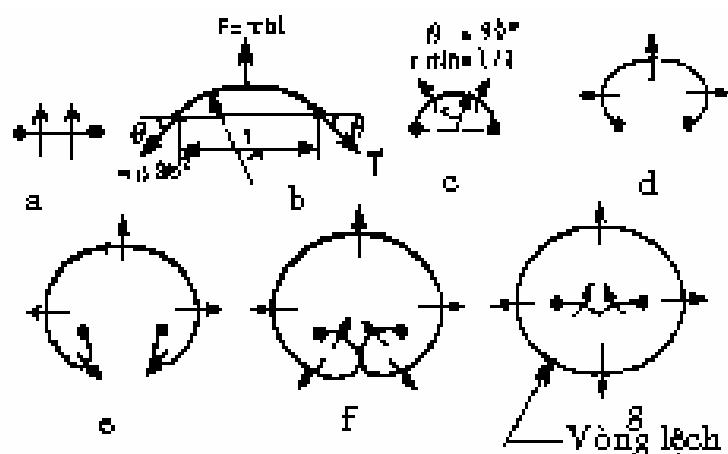
trong đó: E - năng lượng tích cực (của LiF :  $1,2 \cdot 10^{-19}$ J, 0,7 đtV).

### c. Sự hình thành lệch

Trong đơn tinh thể, lệch hình thành trong quá trình kết tinh và trong quá trình biến dạng dẻo. Trong quá trình kết tinh, có thể hình thành các phân tinh thể có định hướng khác nhau. Hình 1.12 biểu diễn 2 blôc tinh thể có định hướng khác nhau. Giữa chúng hình thành các lệch. Sự hình thành lệch có thể xảy ra trong quá trình lớn lên của tinh thể. Chúng lớn lên bằng cách xấp các khối phân tử theo mô hình xoắn và tạo lệch xoắn, do nguyên lý năng lượng nhỏ nhất.



Hình 1.12 Lệch hình  
thành giữa các blôc tinh  
thể



Hình 1.13 Nguồn lệch Prang-Rit và quá trình hình thành lệch

Khi một trục lệch bị ngầm 2 đầu, chịu tác dụng của ứng suất tiếp  $\tau$ , trục lệch bị uốn cong và thành hình trục lệch có dạng cung (h1.13). Sau khi chịu uốn, dưới tác dụng của ứng suất tiếp, cung lệch hình thành vòng lệch và trục lệch thẳng lại xuất hiện như lúc đầu. Như vậy, sau một quá trình chịu ứng suất tiếp, lệch chuyển động và hình thành các vòng lệch, cứ như vậy, các vòng lệch lần lượt hình thành và kết quả ta được các vòng lệch "đồng tâm".

Lệch chuyển động với tốc độ nhất định, giá trị của chúng phụ thuộc vào ứng suất tiếp tác dụng và nhiệt độ. Thực nghiệm kim loại nguyên chất cho biết, với tốc độ biến dạng nhỏ, ứng suất tiếp tác dụng nhỏ, sự chuyển động của lệch phụ thuộc sự gia động nhiệt của các nguyên tử. Khi tăng ứng suất, ảnh hưởng của giao động nhiệt đến sự chuyển động của lệch giảm.

Tốc độ chuyển động của lệch có thể xác định bằng công thức:

$$v_{l\acute{e}ch} = v_o e^{\frac{-A}{\tau T}} \quad (1.34)$$

Trong đó:  $v_{l\acute{e}ch}$  - tốc độ chuyển động của lệch;  $v_o$  - tốc độ âm trong vật liệu nghiên cứu;  $A$  - hằng số vật liệu;  $\tau$  - ứng suất tiếp tác dụng;  $T$  - nhiệt độ tuyệt đối.

Như vậy, ứng suất tiếp tác dụng tăng làm tăng cường độ tăng tốc độ chuyển động của lệch, tốc độ chuyển động của lệch lớn nhất có thể đạt đến tốc độ truyền âm trong vật thể.

## 2. Song tinh

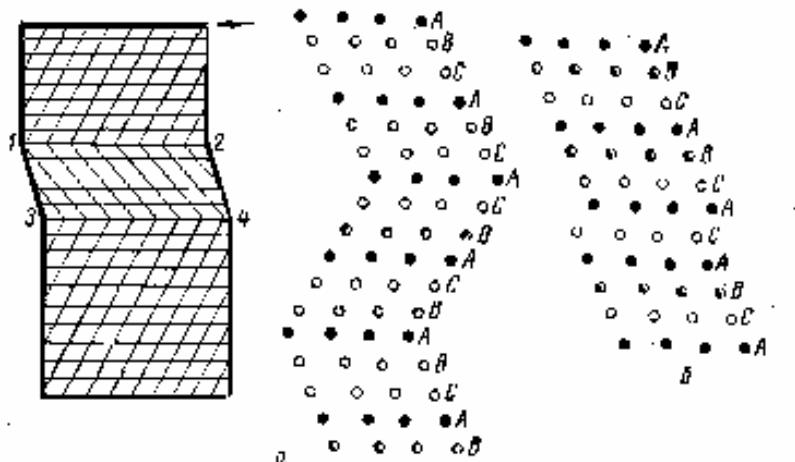
Song tinh cũng được thực hiện nhờ sự trượt theo một mặt và phương tinh thể nhất định, trong trường hợp ở nhiệt độ thấp, tốc độ biến dạng lớn. Sự trượt xảy ra song song nhờ tịnh tiến một lần của các mặt tinh thể với khoảng trượt tỷ lệ với khoảng cách giữa mặt tinh thể với với mặt song tinh, kết quả tinh thể biến dạng trở nên đối xứng gương với phần tinh thể không biến dạng, qua mặt song tinh. Đặc điểm biến dạng song tinh: Dịch chuyển các nguyên tử tỷ lệ với khoảng cách mặt song tinh, càng xa mặt song tinh, dịch chuyển càng lớn, nhưng, không quá 1 khoảng cách nguyên tử. Biến dạng dẻo do song tinh rất nhỏ.

Song tinh xảy ra với tốc độ lớn trên mặt và phương nhất định, đồng thời làm thay đổi định hướng của tinh thể. Song tinh xảy ra khi biến dạng trượt khó khăn.

Song tinh được xác định bằng mặt song tinh, phương song tinh và tỷ suất song tinh. Cũng như trượt, song tinh cũng tồn tại các hệ song tinh. Hệ này phụ thuộc cấu trúc vật liệu.

Bảng 1.1

Cấu trúc mạng	Mặt tinh thể	Phương song tinh	Tỷ suất song tinh
LP tâm mặt	{111}	<112>	0.707
LP tâm khối	{112}	<111>	0.707
Sáu phương xếp chật	{102}	<101>	<0.150

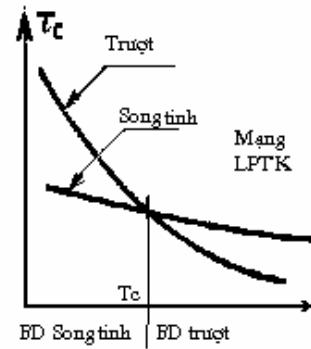


Hình 1.12. Song tinh

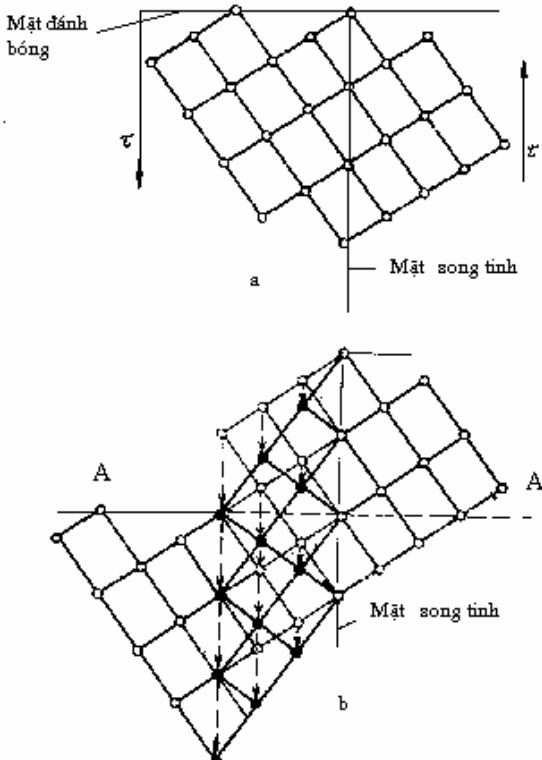
Khi biến dạng theo cơ chế song tinh, cũng như trường hợp trượt, song tinh xảy ra khi ứng suất tiếp đat đến một giá trị tối hạn, ứng suất này thay đổi theo cấu trúc tinh thể và nhiệt độ. Trong mạng lập phương thể tâm, song tinh là kiểu biến dạng chủ yếu ở nhiệt độ thấp. Trong hệ mạng lập phương diện tâm, của song tinh luôn lớn hơn của trượt, nên thường không thấy song tinh ở mạng này.

Trong hệ mạng sáu mặt xếp chặt, tỷ suất song tinh rất nhỏ. Song tinh là phương thức biến dạng dẻo chủ yếu của các kim loại theo hệ mạng này. Các mặt song tinh quan sát được là những mặt đơn, các mặt cắt nhau tại một phân giới của nền hay song tinh với bề mặt mẫu. Tại phân giới song tinh do sự hình thành nên kết kiểu pha cộng sinh giữa các nguyên tử nền và nguyên tử song tinh. Đặc trưng này ở phân giới song tinh dẫn đến ở đó năng lượng liên kết thấp hơn so với trường hợp không cộng sinh. Vì vậy song tinh trong cấu trúc kim loại mất đi rất khó khăn và phải nung lên ở nhiệt độ cao. Tỷ lệ năng lượng trên đơn vị bề mặt với biên pha cộng sinh có nghĩa là song tinh với năng lượng bề mặt đơn vị đối với bề mặt thông thường không pha cộng sinh càng nhỏ thì xác suất tạo nên song tinh càng lớn, và chúng càng ổn định.

Đối với đồng tỷ số đó là



Hình 1.13 Quan hệ  $\tau_c$  song tinh và nhiệt độ,  $T_c$  nhiệt độ chuyển từ song tinh sang trượt



Hình 1.14 Sự trượt của các nguyên tử khi song tinh

0,05; nhôm là 0,2. Như vậy có nghĩa là việc thấy song tinh ở đồng dẽ hơn ở nhôm. Cơ chế song tinh biến dạng rất hẹp vì chúng có dạng đường mà không ở dạng dài như trượt. Trong một số kim loại mạng lập phương thể tâm hoặc sáu mặt xếp chật song tinh thể hiện như những dài rất mảnh. Với đồng La tông, sự xuất hiện song tinh biến dạng thấy ngay khi mài và đánh bóng trước khi tẩm thực. Trong các hợp kim dẽ nóng chảy như thiếc, kẽm, cat mi, chì, nhiệt sinh ra trong quá trình mài và đánh bóng đủ để tạo song tinh và đủ để làm kết tinh lại song tinh.

Trong trường hợp cần quan sát, nghiên cứu song tinh của các kim loại này phải dùng phương pháp cắt, mài mẫu, đánh bóng hoá học và điện hoá. Song tinh không bao giờ cắt qua phân giới hạt, đôi khi kết thúc bên trong hạt, nó không đến được tới phân giới hạt. Lúc đó ứng suất tạo song tinh có thể lại tạo ra được song tinh thứ hai bên cạnh, bắt đầu ngay ở phần phân giới đó.

### **3. Trượt phúc tạp**

Trong kim loại lập phương diện tâm, có một số mặt trượt và phương trượt. Tuỳ mức độ biến dạng, phương vị giữa lực và mặt trượt thay đổi, rất có thể xảy ra sự trượt ở hệ trượt mới, mà không gây ra phá huỷ. Bắt đầu từ một mức độ biến dạng nào đó, xảy ra có hai hệ trượt tác dụng tương hỗ với nhau, mặt trượt mới cắt mặt trượt cũ. Đó là hiện tượng trượt song song. Trượt song song khiến làm tăng trở lực biến dạng. Ở điểm giao giữa hai mặt trượt là chỗ tạo nên lỗ hổng hay vết nứt tế vi và chính ở đó sinh ra và làm phá hoại vật liệu.

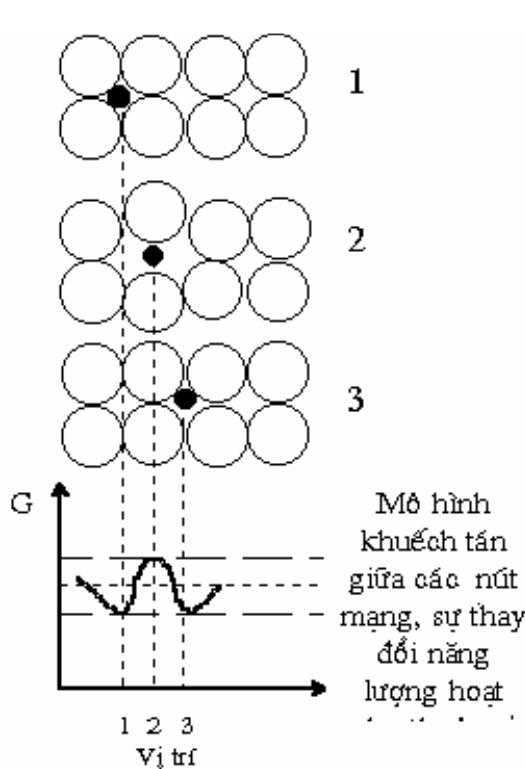
### **4. Cơ chế khuyếch tán:**

Biến dạng dẻo còn tuân theo cơ chế khuyếch tán. Cơ chế khuyếch tán bao gồm quá trình khuyếch tán và quá trình tự khuyếch tán. Sự dịch chuyển của các nguyên tử có thể thực hiện bằng cách dần dần thay điền vào những chỗ trống trong mạng tinh thể. Sự dịch chuyển này có tính lựa chọn, có nghĩa là dịch chuyển theo hướng có ứng suất tiếp lớn nhất, có cường độ lớn nhất. Khi nhiệt độ tăng, do

dao động nhiệt, nguyên tử rời vị trí cân bằng ban đầu đến một vị trí mới. Sự chuyển dời các nguyên tử có thể theo hai cơ chế cơ bản:

a. Cơ chế xen kẽ: Các nguyên tử nhỏ, dưới tác dụng của nhiệt và ứng suất, có thể dịch chuyển từ lỗ hổng này của mạng sang lỗ hổng khác (như C,H,O,M...).

b. Cơ chế thay thế: Đối với các nguyên tử còn lại, chúng có thể dịch chuyển bằng cách thay thế các nguyên tử trên nút mạng - Nếu trên mạng có nhiều nút khuyết, quá trình khuyếch tán theo cơ chế này càng thuận lợi. Khi ở nhiệt độ cao, dưới tác dụng của trạng thái ứng suất 3 chiều không đều, các nguyên tử sẽ dịch chuyển theo phương gradien ứng suất lớn nhất, từ vị trí cân bằng này sang vị trí cân bằng khác ổn định hơn. Sự chuyển dời định hướng không thuận nghịch các nguyên tử đó là sự biến dạng, đó là tính dẻo nhiệt của vật liệu.



Hình 1.15. Cơ chế biến dạng khuyếch tán

#### Cơ chế biến dạng

khuyếch tán là cơ chế biến dạng duy nhất đối với vật thể phi tinh thể, chất lỏng nhớt, như trong trường hợp ép kim loại bán lỏng, khi vật liệu ở nhiệt độ nóng chảy. Đối với vật thể kết tinh, cả hai cơ chế biến dạng cùng tồn tại và tương tác với nhau. Trong nội bộ tinh thể hợp kim dạng dung dịch rắn xen kẽ, nguyên tử các chất tan tạo ra những trường ứng suất quanh nó. Trường ứng suất này tác động với trường ứng suất của lêch và trạng thái ứng suất; kết quả làm các nguyên

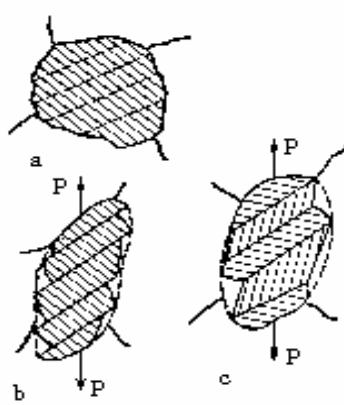
tử chất tan tập trung lại, hoặc đẩy khỏi trường lệch, sinh ra hiện tượng khuyếch tán và giảm số lượng lỗ khuyết trong mạng tinh thể. Khi biến dạng dẻo, dưới tác dụng của trường ứng suất, lệch chuyển dịch làm thay đổi nồng độ chất tan trong mạng. Trong một vi tinh thể của kim loại, tạo nên một sự cân bằng mới. Xung quanh lệch hình thành một nhóm nguyên tử, có thành phần khác thành phần của mạng. Khi lệch dịch chuyển, nhóm nguyên tử này có xu hướng dịch chuyển theo lệch, làm các nguyên tử chất tan khuyếch tán vào kim loại. Sự dịch chuyển này không thuận nghịch, nên làm năng lượng bên trong mất đi. Do có các nhóm nguyên tử này, tốc độ dịch chuyển của lệch giảm.

Lực cân để dịch chuyển lệch bị nhóm nguyên tử chất tan bao vây do tốc độ biến dạng dẻo quyết định. Nếu tốc độ chuyển của lệch nhỏ hơn tốc độ khuyếch tán của chất tan tạo thành nhóm nguyên tử, thì sự tồn tại của nhóm nguyên tử này không ảnh hưởng đến lực dịch chuyển lệch, nên cũng không ảnh hưởng đến lực tạo biến dạng. Nếu tốc độ dịch chuyển lệch lớn hơn tốc độ khuyếch tán của nhóm nguyên tử chất tan, do nhóm nguyên tử quanh lệch bám theo, nên cần phải có lực lớn hơn mới làm lệch chuyển động. Trong trường hợp mạng có nhiều lỗ hổng và bị xô lệch như trên mặt phân giới hạt, thì quá trình khuyếch tán càng mạnh. Thường ở phân giới các blôc và các hạt, có nhiều các lỗ hổng, nên ở đây rất khó tạo nên lệch để chuyển động. Do vậy, chỉ có thể do khuyếch tán dịch chuyển nguyên tử tạo nên biến dạng dẻo. Mặt khác, cơ chế khuyếch tán biến dạng dẻo chỉ có thể sinh ra ở phân giới hạt có tác dụng của ứng suất trượt. Nói chung, do ảnh hưởng của dao động nhiệt, nguyên tử khuyếch tán có thể theo phương bất kì. Nhưng dưới tác dụng của ứng suất, sự khuyếch tán của các nguyên tử có tính định hướng. Trong kim loại công nghiệp, hình dáng của hạt tinh thể không theo quy tắc. Do sự ảnh hưởng của mặt ghồ ghề của hạt bên cạnh làm ngưng quá trình khuyếch tán. Nhưng sau khi thôi biến dạng trượt, bề mặt ghồ ghề bị giảm bớt, dưới tác dụng của ứng suất dư, có thể làm khôi phục lại quá trình biến dạng dẻo khuyếch tán.

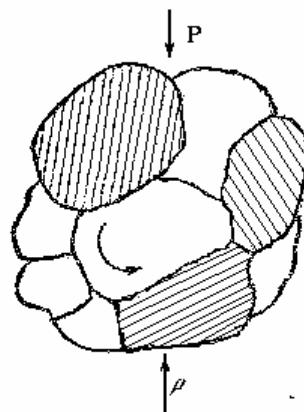
### 1.3. BIẾN DẠNG DẺO NGUỘI ĐA TINH THỂ:

"Đa tinh thể" là vật thể kết tinh, gồm nhiều hạt tinh thể đa cạnh, trong mỗi hạt có sự sắp xếp nguyên tử theo trật tự quy luật, bề mặt hạt hay còn gọi là phân giới hạt có cấu trúc phi tinh thể. Mỗi một hạt có một định hướng riêng. Do hạt tinh thể rất nhỏ, vật thể bao gồm rất nhiều hạt, nên theo xác suất vật liệu đa tinh thể có tính đồng hướng. Sự biến dạng dẻo trong đa tinh thể, trước hết là sự biến dạng trong nội bộ các hạt và sau đó là sự chuyển dịch tương đối giữa các hạt. Sự biến dạng trong một hạt cũng theo cơ chế nói trên: trượt - song tinh, như biến dạng dẻo đơn tinh thể (h.1.16a).

Nhưng vì tồn tại phân giới hạt, nên có một số đặc điểm biến dạng riêng. Do mặt trượt ở các hạt riêng lẻ của đa tinh thể có định hướng bất kì trong không gian, khi có tác dụng của ngoại lực, có thể có số mặt trượt ở số hạt này có định hướng thuận lợi cho sự trượt nên xảy ra trượt, còn mặt trượt có định hướng không thuận lợi cho sự trượt ở các hạt khác sẽ không trượt. Nói cách khác, dưới tác dụng của ngoại lực, không phải là tất cả các hạt đều có thể tham gia quá trình trượt biến dạng. Có hạt biến dạng dẻo, có hạt biến dạng đàn hồi, có hạt dịch chuyển. Khi kéo nén đơn, định hướng thuận lợi nhất cho các hạt biến dạng dẻo đầu tiên đó là các mặt trượt và phương trượt làm với lực một góc  $45^0$ . Do trượt tiến hành ở phương chịu tác dụng của ứng suất tiếp lớn nhất, nên ta có thể quan sát đường trượt xuất hiện trên bề mặt của vật liệu biến dạng được đánh bóng.



Hình 1.16a. Trượt trong hạt



Hình 1.16b Biến dạng quay trong đa tinh thể

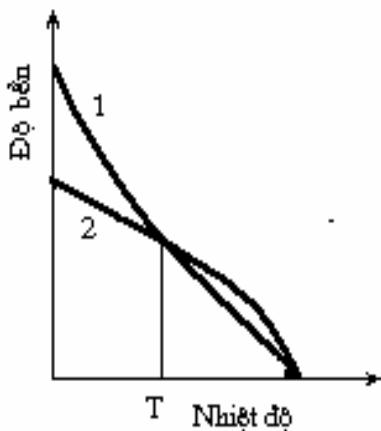
Ngoại lực biến dạng tăng, ứng suất tiếp tác động lên mặt trượt và phương trượt tăng. Khi chúng đạt giá trị cần thiết để biến dạng dẻo làm cho hạt tinh thể trượt. Sau đó lan truyền dần sang các hạt khác, làm tăng số hạt tham gia biến dạng. Tại thời điểm này tạo nên **giới hạn chảy** khi kéo nén. Sự định hướng khác nhau của các mặt trượt, phương trượt và hướng trượt khác nhau của các hạt cận kề dẫn đến sự tác động tương hỗ giữa các hạt. Như vậy, ở một phân cục bộ trên bề mặt của hạt, ứng suất tác dụng tăng lên, tạo nên tác động bổ trợ cho sự hình thành và chuyển động của lêch. Mặt khác, lực đó có thể tạo thành một ngẫu lực, làm quay hạt (h.1.16b). Kết quả là, định hướng của mặt và phương tinh thể thay đổi, có thể có lợi cho việc trượt của hạt tinh thể bị quay. Tăng biến dạng theo chiều kéo dưới tác dụng của ứng suất lớn hơn giới hạn chảy, khiến tinh thể bị kéo dài theo phương biến dạng mạnh nhất, đó là điều kiện để tạo nên **tổ chức thớ** trong kim loại.

Sự quay của hạt dẫn đến sự hình thành **tổ chức tectua**, phương kết tinh của kim loại có xu hướng quay sao cho chúng song song với nhau. Độ biến dạng dẻo tăng lên, sự khác biệt theo phương vị của hạt biến dạng giảm. Các mặt trượt có xu thế trùng với phương chảy lớn nhất của kim loại. Điều đó dẫn đến khi lượng biến dạng tăng lớn, xuất hiện sự định hướng của trực kết tinh của hạt đa tinh thể. Đó là tectua biến dạng. Tectua làm tăng tính dị hướng của tinh thể.

Biến dạng dẻo đa tinh thể cũng có thể tuân theo **cơ chế khuyếch tán** định hướng các nguyên tử tạp chất. Các nguyên tử tạp chất làm thay đổi cục bộ thông số mạng và như nêu trên, chúng tập trung quanh trường lêch, và tác động vào sự chuyển động của lêch. Các tạp chất khác có thể tạo khuyết tật điểm ngăn trở sự chuyển động của lêch, làm tăng quá trình hoà bền. Biến dạng dẻo do khuyếch tán cũng như trượt làm thay đổi hình dáng kích thước hạt. Nhất là ở vùng biên hạt. Ở biên giới hạt có một lớp quá độ, có chiều dày khoảng 4-5 khoảng cách nguyên tử, không có sắp xếp như trong tinh thể. Sự sắp xếp không trật tự ở phân giới hạt là do sự tác động tương hỗ của các nguyên tử giữa các hạt. Bề mặt đa cạnh ghồ ghề. Trên lớp nguyên tử phân giới hạt có nhiều tạp chất nên tính chất cơ lý hoá của

phân giới hạt khác với phần tinh thể bên trong hạt. Do không có sắp xếp trật tự, theo quy luật nên các nguyên tử không ở trạng thái nhiệt động học thấp nhất.

Chính vì vậy, tính di chuyển tốt hơn so với nguyên tử bên trong hạt. Sự chuyển động tương đối cần ít năng lượng hơn hay cần ứng suất tiếp nhỏ hơn. Khả năng dịch chuyển tương đối ở bề mặt hạt không lớn so với bên trong hạt (vì do chuyển động của lêch). Sự dịch chuyển của các nguyên tử trên phân giới hạt khó khăn hơn, vì sự tồn tại của tạp chất và sự sắp xếp không quy luật.



Hình 1.17 Độ bền bên trong hạt (2) và phân giới hạt (1)

Chủ yếu sự biến dạng ở phân giới hạt theo cơ chế khuyếch tán. Khi tăng nhiệt độ, độ bền phân giới hạt giảm, nhất là khi nhiệt độ gần nhiệt độ nóng chảy, lực liên kết tại phân giới hạt giảm, biến dạng trước hết do trượt tương đối giữa các hạt.

Khi biến dạng giữa các hạt tinh thể xảy ra ở phân giới hạn, thường gây ra vết nứt tế vi, sau đó phát triển thành vết nứt thô đại và dẫn đến phá huỷ đa tinh thể. Trong trường hợp có các nguyên tố hợp kim, làm tăng lực liên kết giữa các nguyên tử trên phân giới

hạt và giảm các khuyết tật mạng, độ bền phân giới hạt tăng. Muốn biến dạng ở phân giới hạt, cần tác dụng một ngoại lực lớn hơn.

Sự chuyển dịch tương đối giữa các hạt tinh thể có thể theo các dạng khác nhau. Khi hai hạt trượt tương đối có thể kèm theo sự phá vỡ liên kết giữa các hạt. Đa số sự phá vỡ này không hồi phục được. Tăng mức độ biến dạng tạo thành vết vỡ dòn. Do tồn tại quá trình kết tinh lại, cũng có thể hồi phục lại mối liên kết bị phá hoại giữa các hạt. Trong quá trình biến dạng do nhiệt độ cục bộ tăng, làm một số tạp chất tan vào nhau. Khi nguội chúng lại tiết ra ở phân giới hạt. Do tác dụng tương hỗ giữa các pha làm vết nứt tế vi cục bộ được hàn gắn lại. Hạt càng nhỏ, sự lan truyền biến dạng vào trong tinh thể dễ dàng hơn, sự quay của hạt tinh thể ít hơn. Nếu phân giới hạt được hoá bền bằng các nguyên tố hợp kim, biến dạng

cũng sẽ xảy ra nhiều bên trong tinh thể, biến dạng dẻo phân giới hạt không đáng kể. Nhưng nếu phân giới hạt có các hợp chất dễ nóng chảy, hoặc bị quá nhiệt, biến dạng dẻo ở phân giới hạt rất dễ dàng làm tăng nhanh quá trình phá huỷ.

Sự định hướng khác nhau của các mặt trượt trong hạt đa tinh thể và sự khác nhau về giá trị biến dạng đàn hồi và biến dạng dẻo của các hạt riêng biệt dẫn đến sự xuất hiện ứng suất dư loại 2 khi cất tải, ứng suất dư loại 2 là ứng suất tác động giữa các hạt. Cơ chế tạo ứng suất dư loại 2 như sau: Thành phần biến dạng đàn hồi trong các hạt theo hướng các mặt trượt ưu tiên nhỏ hơn so với các mặt trượt có định hướng không ưu tiên. Khi cất tải, sự thay đổi đàn hồi kích thước của các hạt có định hướng mặt trượt ưu tiên lớn hơn sự thay đổi đàn hồi kích thước của các hạt có định hướng mặt trượt không ưu tiên. Nhưng sau khi thôi lực tác dụng, biến dạng vật đa tinh thể là như nhau. Kết quả tạo nên ứng suất dư trên các hạt. Một số hạt giữ lại một phần ứng suất xuất hiện khi đặt tải, một số hạt khác chịu ứng suất có dấu ngược với dấu của ứng suất sinh ra khi đặt tải.

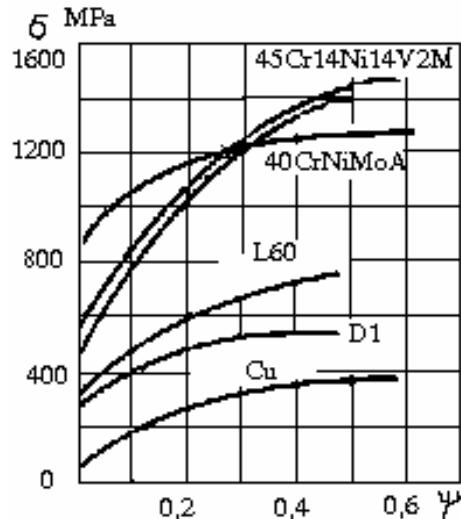
## 1.4. HOÁ BỀN KHI BIẾN DẠNG DẺO NGUỘI VÀ ĐƯỜNG CONG BIẾN DẠNG

### 1.4.1. Hiện tượng biến cứng nguội

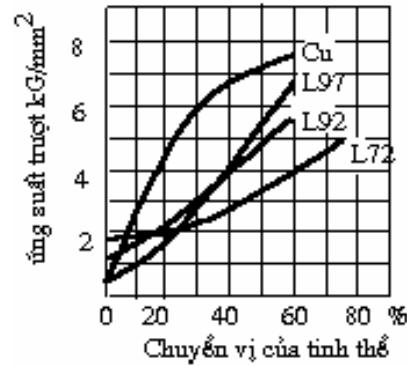
Biến dạng dẻo kim loại làm thay đổi tổ chức và tính chất cơ - lý - hoá của vật liệu. Khi tăng độ biến dạng làm tăng các chỉ tiêu cơ học chống biến dạng: tăng giới hạn đàn hồi, tăng giới hạn tỷ lệ, tăng giới hạn chảy và tăng giới hạn bền. Đồng thời biến dạng dẻo làm giảm các chỉ tiêu dẻo: độ dãn dài tỷ đối, độ co thắt tỷ đối, độ dai va chạm, tăng điện trở, giảm khả năng chống ăn mòn, giảm từ tính trong vật liệu từ. Tổng hợp tất cả các hiện tượng liên quan đến tính chất cơ lý hoá thay đổi trong quá trình biến dạng dẻo vật liệu gọi là **biến cứng**. Do biến cứng, làm ứng suất chảy tăng. Ứng suất chảy tăng theo độ tăng của biến dạng. Trên đồ thị đường cong biến cứng góc tiếp tuyến của đường cong với trực biến dạng được gọi là hệ số biến cứng. Hệ số biến cứng do tính chất của mạng, đặc tính sắp xếp của mạng, tổ chức của kim loại và tốc độ biến dạng quyết định.

### a. Ảnh hưởng của tính chất của mạng

Các đường cong biến cứng của các kim loại khác nhau biểu diễn ở hình dưới đây.



Hình 1.18. Quan hệ ứng suất và biến dạng của một số vật liệu



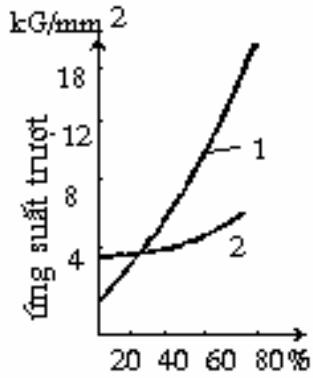
Hình 1.19 Đường cong biến cứng của Latôn

Biến cứng trong kim loại mạng lập phương diện tâm (LPDT) lớn hơn biến cứng của mạng sáu mặt. Do mạng tinh thể LPDM có một số nhóm mặt bát diện nên sinh ra song trượt, tăng động nhiệt năng của các nguyên tử, hơn nữa do có song trượt tác dụng cắt nhau, tạo khuyết tật, nên có hệ số biến cứng lớn hơn trường hợp trượt đơn giản. Tuỳ theo độ tăng của tạp chất (NTHK) hệ số biến cứng giảm. Nguyên nhân chủ yếu do tác dụng ngược, khử nhau giữa sự xô lệch mạng gây ra xung quanh mặt trượt và sự xô lệch do các nguyên tử tạp chất gây ra. Kết quả làm độ biến cứng giảm. Đối với mạng lập phương diện tâm, sự xô lệch mạng do các nguyên tử tạp chất gây ra làm tăng hệ số trượt có thể tham gia trượt, đồng thời làm quá trình song trượt giảm, vì vậy biến cứng giảm.

### b. Ảnh hưởng của đặc tính sắp xếp của các nguyên tử trong mạng

Đặc tính sắp xếp của các nguyên tử trong mạng thường quyết định nhiệt độ và điều kiện nhiệt luyện. Thí dụ, hợp chất hoá học xen kẽ ở  $400^{\circ}\text{C}$  thường có mạng lập phương diện tâm. Vì nguyên tử vàng và đồng tạo thành dung dịch rắn không trật tự, chúng nằm ở các vị trí khác nhau không theo một thứ tự quy luật. Khi tôi ở nhiệt độ cao chúng giữ nguyên cấu trúc.

Hình 1.20. chỉ rõ đường cong kéo của Au - Cu ở trạng thái sắp xếp có trật tự, đường 1, sau khi ủ ở  $325^{\circ}\text{C}$ , giữ nhiệt 240 giờ và ở trạng thái vô trật tự, đường 2, tôi ở  $800^{\circ}\text{C}$ . Trong trường hợp trạng thái sắp xếp không trật tự làm tăng giới hạn chảy, nhưng giảm hệ số biến cứng. Việc tăng giới hạn chảy có thể giải thích như sau: các nguyên tử cho vào trong mạng tinh thể làm mạng xô lệch.



Hình 1.20 Biểu đồ kéo

Mạng không trật tự bị xô lệch nhiều hơn mạng hợp kim Au-Cu trật tự. Đồng thời có thể giả định, khi dung dịch rắn không trật tự sinh ra xô lệch mạng lớn, sẽ ngăn cản sự chuyển dịch của các mặt trượt khả dĩ, có nghĩa ngăn cản song trượt. Song trượt bị hạn chế khiến hệ số biến cứng giảm.

### c. Ảnh hưởng của tổ chức kim loại đa tinh thể

Đa tinh thể là một vật thể bao gồm nhiều hạt tinh thể. Mỗi một hạt gồm các nguyên tử cùng loại hoặc các nguyên tử khác loại tạo dung dịch rắn. Giữa các hạt có phân giới hạt, cấu trúc và tính chất của phân giới hạt khác với cấu trúc và tính chất trong nội bộ hạt. Các chất ở phân giới hạt thường không tan vào trong hạt. Tất cả các tạp chất ở ngoài vào và các chất dễ nóng chảy thường kết tinh sau; sự phân bố các chất trên bề mặt của hạt đa tinh thể và thành phần tải các mặt khác nhau do điều kiện kết tinh, điều kiện gia công trước, độ lớn hạt quyết định. Tổ chức của đa tinh thể quyết định đến quá trình biến cứng nguội. Đặc điểm của tổ chức đa tinh thể là các hạt không đều, định hướng khác nhau, tính chất và cấu trúc

của hạt và phân giới hạt khác nhau. Độ không đồng đều hạt càng lớn, định hướng của các hạt càng sai khác, cấu trúc và tính chất giữa hạt và phân giới hạt càng khác nhau làm tăng sự phân bố ứng suất và biến dạng càng khác nhau nên biến cứng càng khác.

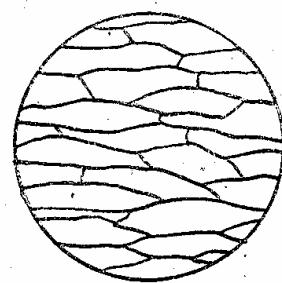
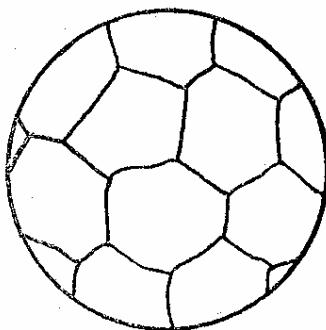
#### **d. Ảnh hưởng của tốc độ biến dạng**

Độ tăng của tốc độ biến dạng càng lớn, độ biến cứng càng tăng. Khi biến dạng ở tốc độ cao, có thể làm cho quá trình trượt xảy ra ở một số mặt trượt, làm độ xô lệch mạng tăng, nên độ biến cứng tăng. Nhưng trong điều kiện nhiệt độ khác nhau, tốc độ biến dạng vượt quá giá trị nhất định, lúc đó xảy ra một số hiện tượng mâu thuẫn nhau trong quá trình biến dạng: quá trình biến cứng và quá trình khử biến cứng. Kết quả là độ biến cứng thực sau khi biến dạng khác nhau.

#### **1.4.2. Đặc điểm biến cứng nguội**

Hiện tượng biến cứng nguội trong quá trình biến dạng dẻo có các đặc điểm sau:

##### **a. Thay đổi hình dáng của hạt tinh thể:**



*Hình 1.21. Tinh thể trước và sau biến dạng dẻo nguội*

Trong quá trình biến dạng độ biến dạng tăng, hạt càng bị kéo dài theo hướng biến dạng kéo chính. Ban đầu, hạt có dạng đa cạnh và kích thước ba chiều không sai khác lớn, biến dạng tăng lên, hạt phát triển thành dạng dài. Các hạt bị phâvõ thành các bloc nhỏ, các tạp chất cũng bị phâvõ và kéo dài. kết quả các tạp chất có hình giống dạng sợi. Đó là cơ sở cho việc hình thành tổ chức thô của kim loại sau này.

**b. Thay đổi định hướng của các hạt**

Đa tinh thể gồm các hạt có định hướng khác nhau tạo nên. Trong quá trình biến dạng, trực kết tinh của các hạt có xu hướng quay để trùng với phương biến dạng. Trong trường hợp biến dạng nguội lớn (cán, kéo) phối hợp quá trình nhiệt luyện ta có thể được vật liệu có tính định hướng tạo thành các tectua. Thí dụ, như trong chế tạo các tấm thép biến thế, người ta có thể tạo loại tectua theo ba chiều.

**c. Thể năn tăng lên và sinh ra ứng suất dư:**

Trong quá trình biến dạng, hạt tinh thể bị xô lệch, khiến thể năn tăng và ứng suất dư tăng.

**d. Phá vỡ hạt và phân giới hạt.**

Dưới tác dụng của ứng suất dư tiếp, các mặt trượt, dải trượt bị phá vỡ, biến dạng càng lớn, mức độ phá vỡ càng lớn. Sự phá vỡ của phân giới hạt làm thay đổi diện tích phân giới hạt. Do sự phá vỡ hạt và phân giới hạt cũ khiến độ bền và tính dẻo của kim loại giảm.

**e. Thay đổi tính chất cơ lý hóa của vật liệu**

Độ biến dạng tăng, làm các chỉ tiêu dẻo của vật liệu (như độ dãn dài, độ co thắt, độ dai, va đập) giảm, các chỉ tiêu bền tăng, độ biến dạng tăng, ứng suất thực tăng. Do sự phá huỷ bên trong hạt và phân giới hạt làm khả năng chống ăn mòn giảm và một số tính chất hoá học khác cũng thay đổi. Độ biến dạng tăng, do biến cứng nguội, kim loại dần mất đi tính dẻo. Khi tổng độ biến dạng đạt một giá trị nhất định, không thể tiếp tục gia công biến dạng cần phải dừng ở trung gian. Mặt khác, để vật liệu sau biến cứng nguội có một số tính chất nhất định cũng cần phải qua ủ.

**1.4.3. Đường cong biến cứng - Đường cong ứng suất biến dạng**

Đường cong biến cứng là đường biểu diễn quan hệ của ứng suất tác dụng lên vật biến dạng với biến dạng, trong điều kiện trạng thái ứng suất đơn.

Do ứng suất gây ra biến dạng phụ thuộc nhiều yếu tố, như nhiệt độ, tốc độ biến dạng, nên đường cong biến cứng được xác định cho từng kim loại và hợp kim

trong từng điều kiện nhiệt độ - tốc độ biến dạng cụ thể. Ứng suất gây biến dạng dẻo quan hệ với độ lớn và hướng tốc độ biến dạng trong trạng thái ứng suất đơn, khi biến dạng ở điều kiện nhiệt độ- tốc độ được gọi là ứng suất chảy, biểu diễn bằng  $\sigma_s$ .

Để xác định  $\sigma_s$  bằng thực nghiệm cần tạo ra điều kiện biến dạng bảo đảm biến dạng phân bố đều trên toàn thể tích vật biến dạng với trạng thái ứng suất đơn. Muốn vậy ta dùng thực nghiệm kéo hoặc nén để xác định đường cong biến cứng. Nếu thừa nhận trạng thái ứng suất trong trường hợp đó là trạng thái đơn, thì ứng suất chảy được xác định bằng tỷ số giữa lực biến dạng với diện tích mặt cắt ngang thực của mẫu thử tại thời điểm biến dạng.

Khi thực nghiệm kéo trạng thái ứng suất đường tồn tại chỉ đến thời điểm xuất hiện cổ thắt. Sau khi xuất hiện cổ thắt, không còn trạng thái ứng suất đường mà xuất hiện trạng thái ứng suất khối. Xây dựng đường cong biến cứng ở đoạn sau khi xuất hiện cổ thắt là rất khó, ta cần dùng cách gần đúng.

Khi dùng phương pháp nén trong giới hạn biến dạng dẻo không có hạn chế giá trị biến dạng khi xác định giới hạn chảy, nhưng cần phải tránh ảnh hưởng của ma sát tiếp súc, đó cũng là một việc khó khăn.

Như vậy, người ta thường dùng thí nghiệm kéo để xác định đường cong thực, thiết lập quan hệ ứng suất và biến dạng. Từ đó ta có thể xác định ứng suất theo biến dạng hoặc ngược lại. Theo quan hệ ứng suất và biến dạng khi biến dạng dẻo, ta có thể sử dụng quan hệ tuyến tính giữa cường độ ứng suất và cường độ biến dạng :

$$\sigma_i = E \cdot \epsilon_i \quad (1.35A)$$

trong đó:  $\sigma_i$  - cường độ ứng suất

$\epsilon_i$  - cường độ biến dạng.

Trong quan hệ giữa cường độ ứng suất và cường độ biến dạng có ý nghĩa lớn, chúng chỉ phụ thuộc vào vật liệu, không phụ thuộc vào trạng thái ứng suất. Như vậy, ta có thể dùng một trạng thái ứng suất với cách đặt tải giản đơn (kéo đơn, nén đơn, chịu cắt chịu xoắn thuần tuý...), tìm giá trị cường độ ứng suất  $\sigma_i$  và cường độ

biến dạng  $\varepsilon_i$ , từ đó xây dựng quan hệ hàm số giữa  $\sigma_i$  và  $\varepsilon_i$ . Nhờ quan hệ hàm số này, ta có thể sử dụng trong trường hợp trạng thái ứng suất phức tạp.

Khi kéo đơn :  $\sigma_1 = \sigma$ ;  $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$ ;

$$\varepsilon_1 = \varepsilon; \quad \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = -\varepsilon/2;$$

$$\text{Vậy : } \varepsilon_i = \varepsilon; \quad \sigma_i = \sigma; \quad (1.35B)$$

Do đó, khi thực nghiệm xác định được quan hệ giữa  $\sigma$  và  $\varepsilon$ , đó chính là quan hệ hàm số giữa  $\sigma_i$  và  $\varepsilon_i$ .

#### a. Đường cong ứng suất vật lý:

Khi kéo đơn, ta xây dựng quan hệ giữa ngoại lực  $P$  và độ dãn dài  $\Delta l$ .

Ta thấy đường cong gồm 4 đoạn.

- I. Giai đoạn biến dạng đàn hồi
- II. Giai đoạn chảy
- III. Giai đoạn biến dạng dẻo
- IV. Giai đoạn phá huỷ.

Các vật liệu dẻo có biểu đồ kéo đặc trưng như sau :

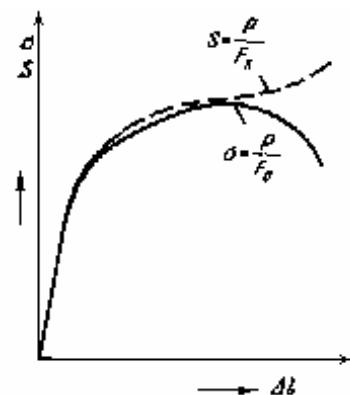
Giới hạn tỷ lệ  $\sigma_{ul}$  là giới hạn quan hệ US-BD hoàn toàn tỷ lệ thuận;

Giới hạn đàn hồi  $\sigma_{dh}$  là giới hạn bảo đảm phục hồi hoàn toàn kích thước mẫu ban đầu sau khi thôi lực tác dụng;

Giới hạn chảy là giới hạn vật liệu bắt đầu biến dạng dẻo;

Giới hạn bền là giới hạn vật liệu bắt đầu biến dạng không đều, trên mẫu xuất hiện cổ thắt, đó là giá trị được coi giới hạn vật liệu bắt đầu phá huỷ.

Biến dạng của mẫu kéo không đều. Cho chiều dài quy ước là  $l_0$ , diện tích tiết diện ngang là  $A_0$ , chiều dài mẫu thử tại thời điểm bắt kỳ là  $l$ , diện tích mặt cắt ngang là  $A$ .



Hình 1.22. Biểu đồ thử kéo

Vậy ứng suất và biến dạng quy ước tại thời điểm bất kỳ được xác định là:

$$\sigma = \frac{P}{A_0}; \quad \delta = \frac{\Delta l}{l_0}; \quad \psi = \frac{A_0 - A}{A_0}. \quad (1.36)$$

Từ đó ta có thể xây dựng đường cong quan hệ :  $\sigma = f(\delta)$  và  $\sigma = f(\psi)$ . Do  $l_0$  và  $A_0$  là giá trị chiều dài và diện tích tiết diện mẫu ban đầu, là hằng số, nên đường cong giống đường  $P = f(\Delta l)$ .

Nhưng, mẫu khi bị kéo ngoài sự biến dạng theo chiều trực, còn có biến dạng theo hướng kính, làm diện tích tiết diện co hẹp lại. Vì vậy, giá trị ứng suất  $\sigma = P/A_0$  không phản ánh đúng giá trị ứng suất thực tế tại thời điểm bất kỳ. Vì vậy ta gọi đường cong ứng suất trên gọi là đường cong quy ước. Đường cong đó được dùng trong sức bền vật liệu và kết cấu, do nó biểu diễn quan hệ ứng suất và biến dạng nhỏ.

### b. Biểu đồ kéo nén thực

Trong giải bài toán dẻo, ta dùng các phương trình vật lý, tính biến dạng qua ứng suất, hoặc từ ứng suất tìm biến dạng. Muốn vậy, trước hết phải dùng thực nghiệm tìm quan hệ hàm số giữa cường độ ứng suất  $\sigma_i$  với cường độ biến dạng  $\epsilon_i$ .

Thông thường để xác định các thuộc tính cơ học của vật liệu người ta dùng thí nghiệm kéo đơn hoặc nén đơn. Kết quả ta có thể thiết lập quan hệ giữa lực tác dụng  $P$  và độ dãn dài tương đối  $\Delta l = l_n - l_0$ ; đồng thời xác định được hệ số co thắt  $\psi = \frac{F_0 - F_n}{F_n}$ .

Ta cũng có thể xác định 1 biểu đồ tương ứng quan hệ giữa biến dạng và ứng suất:  $\sigma = f(\delta)$ ; trong đó,  $\sigma = P/F_0$  và  $\delta$  là hệ số dãn dài tương đối. Trong miền đàn hồi, vật liệu thực không có quan hệ tuyến tính tuyệt đối. Vì vậy, người ta đưa thêm các chỉ tiêu như:  $\sigma_{0.001}$ ;  $\sigma_{0.003}$ ;  $\sigma_{0.005}$ ; các chỉ số biểu diễn giới hạn đàn hồi được xác định tại độ dãn dài cho phép tương ứng. Cũng như vậy, các vật liệu có tính dẻo kém, không có thềm chảy nên giới hạn chảy không rõ nên cũng được

dùng giới hạn chảy quy ước:  $\sigma_{0,2}$ ; ở đây chỉ số cũng biểu diễn ứng suất tương ứng với độ biến dạng 0,2%.

Để có thể so sánh các số liệu thực nghiệm của vật liệu tại bất kỳ cơ sở thực nghiệm nào, ngoài phần bảo đảm độ chính xác của thiết bị, cần tuân thủ tiêu chuẩn về kích thước mẫu. Có 2 loại chiều dài mẫu theo yêu cầu :  $l_0=10d$  và  $l_0=5d$ ; tương ứng có tỷ lệ:

$$l_0=11,3\sqrt{F_0}; l_0=5,56\sqrt{F_0}. \quad (1.37)$$

Do hệ số biến dạng tương đối chịu ảnh hưởng của chiều dài mẫu, nên nhiều trường hợp phải xác định và so sánh 2 chỉ tiêu  $\delta_5$  và  $\delta_{10}$  tương ứng với  $l_0=5d$  và  $l_0=10d$ . Thông thường mẫu ngắn chịu ảnh hưởng của ứng suất kéo tại 2 đầu kẹp nhiều nên biến dạng lớn hơn, và có số biến dạng tương đối lớn hơn.

Biểu đồ ứng suất biến dạng nói trên, với  $\sigma=\frac{P}{F_0}$ , gọi là biểu đồ vật lý hay biểu đồ quy ước. Vì trong quá trình kéo tiết diện ngang  $F_0$  luôn thay đổi, do đó  $\sigma$  có giá trị không hoàn toàn như  $\sigma$  tính ở trên. Do đó, trong thực tế, người ta dùng biểu đồ kéo đơn thực với  $\sigma=\frac{P}{F}$ ; ở đây  $F$  là diện tích mặt cắt mẫu tại từng thời điểm biến dạng.

#### ***d. Biến dạng thực và biến dạng tương đối***

Trong bài toán Đàn - Dẻo người ta dùng 2 cách biểu diễn biến dạng:

Độ dãn dài tương đối  $\delta$  :

$$\delta=\frac{l-l_0}{l_0}100\%=\frac{\Delta(l)}{dl}100\% \quad (1.38)$$

trong đó :  $l_0$  - chiều dài ban đầu của mẫu thử;

$l$  - chiều dài mẫu sau biến dạng;

$dl$  - chiều dài đoạn mẫu

$\Delta(dl)$  - độ biến dạng của đoạn mẫu.

Biến dạng thực (loga)  $\epsilon$  :  $\epsilon = \ln \frac{l}{l_0}$ . (1.39)

Trong gia công áp lực, độ biến dạng lớn, cách biểu diễn trên không phản ảnh tình hình biến dạng thực của vật liệu. Thực tế, trong quá trình biến dạng, độ dài mẫu  $l_0$  luôn thay đổi tăng dần từ  $l_0, l_1, l_2, \dots, l_{n-1}, l_n$ . Như vậy, có thể coi tổng độ biến dạng từ  $l_0$  đến  $l_n$  là tập hợp của các giai đoạn biến dạng tương đối nhỏ:

$$\epsilon = \frac{l_1 - l_0}{l_0} + \frac{l_2 - l_1}{l_1} + \frac{l_3 - l_2}{l_2} + \dots + \frac{l_n - l_{n-1}}{l_{n-1}}. \quad (1.40)$$

Ta có thể thay độ tăng của chiều dài của mỗi đoạn là  $dl$ . Vậy tổng độ biến dạng là :

$$\epsilon = \int_{l_0}^{l_n} \frac{dl}{l} = \ln \frac{l_n}{l_0} \quad (1.41)$$

$\epsilon$  đã phản ánh tình trạng thực tế của biến dạng của vật thể, chính vì vậy, được gọi là *biến dạng thực hoặc biến dạng loga*.

Trong giải bài toán biến dạng dẻo lớn, sử dụng độ biến dạng thực  $\epsilon$  biểu diễn mới cho kết quả hợp lý, vì :

+ Biến dạng tương đối không biểu diễn chính xác sự biến dạng thực tế, mức độ biến dạng càng lớn sai số càng lớn.

Khai triển công thức biến dạng tương đối theo Taylo ta được:

$$\begin{aligned} \epsilon &= \ln \frac{l}{l_0} = \ln \frac{l_0 - l + l_0}{l_0} = \ln(1 + \delta) = \\ &= \delta - \frac{1}{2!} \delta^2 + \frac{1}{3!} \delta^3 - \frac{1}{4!} \delta^4 + \dots \end{aligned} \quad (1.42)$$

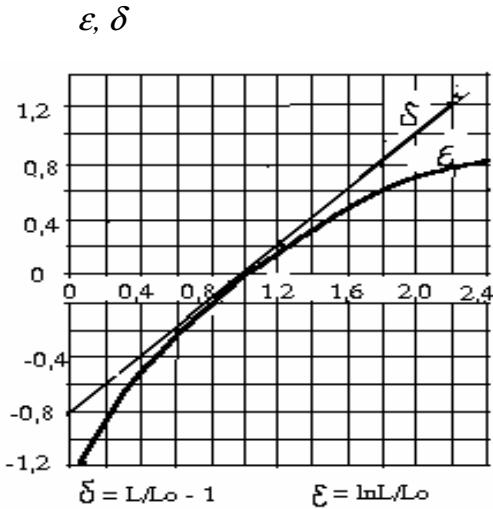
Ta thấy, khi biến dạng còn rất nhỏ,  $\epsilon$  gần bằng  $\delta$ ; biến dạng càng lớn, sai khác càng lớn. Nếu biến dạng nhỏ hơn 10%,  $\epsilon \approx \delta$ , sai số nhỏ. Cũng vì vậy, khi biến dạng tương đối nhỏ hơn 10%, gọi là bài toán biến dạng nhỏ, biến dạng tương đối  $> 10\%$  được gọi là bài toán biến dạng lớn.

Độ biến dạng thực có thể cộng

$$\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 + \dots \quad (1.43)$$

biến dạng tương đối không thể cộng :

$$\delta \neq \delta_1 + \delta_2 + \delta_3 + \dots \quad (1.44)$$



Hình 1.23 Biểu đồ so sánh  $\varepsilon$  và  $\delta$

dạng thực, giúp cho bài toán tìm thành phần biến dạng chính xác hơn, tính toán dễ dàng hơn.

Vì vậy, trong giải bài toán biến dạng lớn, người ta phải dùng biến dạng thực  $\varepsilon$ , kết quả bài toán chính xác hơn. Nhưng, nếu bài toán biến dạng không lớn,  $\delta < 10\%$ , có thể dùng biến dạng tỷ đối để tính toán đỡ phức tạp và dễ có lời giải.

Một biện pháp khác là sử dụng phương pháp giải gần đúng. Ở giai đoạn xác định thành phần ứng suất, có thể dùng giá trị của biến dạng tương đối. Khi xác định thành phần biến dạng, dùng biến

#### 4. Các dạng Đường cong US-BD hay đường cong biến cứng

Như trên đã nêu, trong biến dạng dẻo lớn, thông thường dùng chỉ tiêu biến dạng thực  $\varepsilon$  để đáng giá khả năng biến dạng dẻo của vật liệu. Như vậy không thể sử dụng trực tiếp biểu đồ kéo nén để xác định quan hệ giữa US-BD trong biến dạng dẻo. Chính vì vậy, người ta đã dựa trên số liệu của thí nghiệm kéo đơn để xây dựng các đường cong US-BD được gọi là đường cong biến cứng.

a. Đường cong  $\sigma = f_1(\delta)$

b. Đường cong  $\sigma = f_2(\varepsilon)$

c. Đường cong  $\sigma = f_2(\psi)$ .

Sau khi phân tích 3 đường cong ta thấy:

$\delta$  - Phản ảnh được biến dạng theo chiều trực, chiều tác dụng của ứng suất chính lớn nhất. Nhưng nó lại phụ thuộc vào chiều dài mẫu.

$\epsilon$  - Phản ảnh được biến dạng thực, trong điều kiện biến dạng lớn, nhưng đôi khi làm bài toán khó giải.

$\psi$  - Phản ảnh được biến dạng theo 2 chiều vuông góc với lực, nhưng không phụ thuộc vào chiều dài mẫu.

Như vậy, khi biến dạng nén, nên chọn đường cong biến dạng  $\sigma = f(\psi)$ .

Khi biến dạng nén ta có thể xác định

$$\delta' = \frac{l-l_0}{l_0} \cdot 100\% = \frac{\frac{1}{F} - \frac{1}{F_0}}{\frac{1}{F}} \cdot 100\% = \frac{F_0 - F}{F_0} \cdot 100\% = \psi \cdot 100\%. \quad (1.45)$$

Như vậy, hệ số biến dạng nén  $\delta'$  tương ứng với biến dạng nén  $\psi$ . Nên biểu đồ  $\sigma \sim \psi$  dùng trong biến dạng nén.

Trong thí nghiệm kéo đơn, điều kiện dẻo là  $\sigma_i = \sigma_s$ .

Nhưng trong biến dạng dẻo, " $\sigma_s$ " luôn biến đổi theo mức độ biến dạng. Do đó, đường cong biến dạng thực biểu diễn đúng quan hệ hàm số thực giữa trở lực biến dạng của vật liệu  $\sigma_i$  với độ biến dạng  $\epsilon_i$ .

Trong thí nghiệm kéo đơn vật liệu dẻo, khi xuất hiện cổ thắt, trạng thái ứng suất tại vùng này trở thành trạng thái US 3 chiều. Biến dạng không còn chịu US đơn hướng, làm tăng sai số tính toán. Người ta đã tìm nhiều phương pháp thí nghiệm vật liệu khác :

Thí nghiệm nén, không gây hiện tượng biến dạng cục bộ tại cổ thắt, nhưng bị ảnh hưởng của ma sát tiếp xúc.

Thí nghiệm xoắn lại gây ứng suất và biến dạng không đều trên mặt cắt.

Thí nghiệm xoắn ống mỏng lại có hiện tượng không ổn định vì thành mỏng.

Do đó, chọn phương pháp thực nghiệm xác định quan hệ US-BD trong biến dạng dẻo là rất quan trọng. Phương pháp kéo đơn vẫn là phương pháp thực nghiệm cơ bản, thông dụng, dùng để lấy số liệu xây dựng các đường cong biến dạng thực của vật liệu.

Có 3 dạng đường cong lý thuyết của đường cong ứng suất thực.

Để tiện trong việc đưa số liệu vào bài toán mô phỏng số, người ta đưa ra các đường cong lý thuyết của đường cong biến dạng thực. Dạng đường cong có thể như hàm số mũ .

$$\sigma_s = f_1(\delta) \text{ có dạng hàm } \sigma_s = K_1 \delta^{n^1};$$

$$\sigma_s = f_2(\psi) \text{ có dạng hàm } \sigma_s = K_2 \psi^{n^2};$$

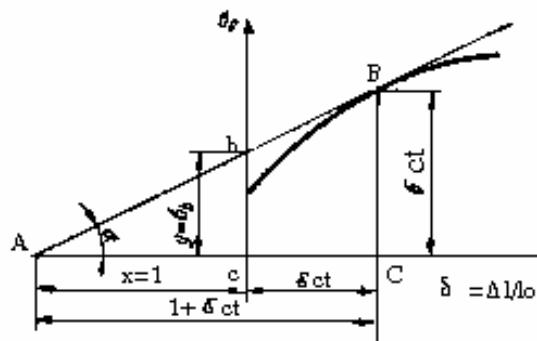
$$\sigma_s = f_3(\epsilon) \text{ có dạng hàm } \sigma_s = K_3 \epsilon^{n^3};$$

Các hàm trên đều là hàm số mũ bậc cao; trong đó K và n là các hệ số, có thể xác định qua biểu đồ thực nghiệm. Các thông số  $\delta$ ,  $\psi$ ,  $\epsilon$  biểu diễn tính dẻo của vật liệu. Từ các đường thực nghiệm và sau khi biến đổi các công thức nêu trên, có thể đưa ra các công thức tính sau:

$$\begin{aligned} \sigma &= \sigma_{ct} \cdot \left( \frac{\delta}{\delta_{ct}} \right) e^{\left( \frac{\delta_{ct}}{1 + \delta_{ct}} \right)}; \\ \sigma &= \sigma_{ct} \cdot \left( \frac{\psi}{\psi_{ct}} \right) e^{\left( \frac{\psi_{ct}}{1 + \psi_{ct}} \right)}; \\ \sigma &= \sigma_{ct} \cdot \left( \frac{\epsilon}{\epsilon_{ct}} \right) e^{\left( \frac{\epsilon_{ct}}{1 + \epsilon_{ct}} \right)}; \end{aligned} \quad (1.46)$$

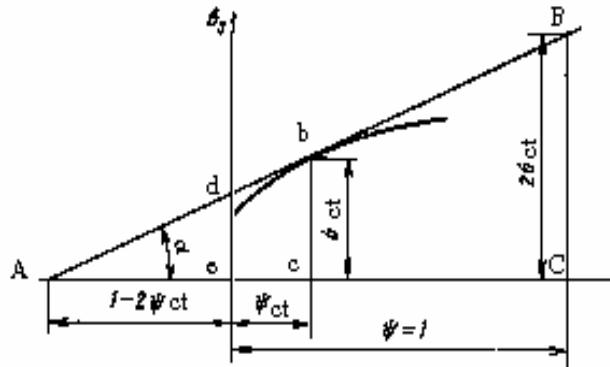
Trong đó các chỉ số "ct" là các chỉ tiêu bên tại điểm xuất hiện cổ thắt. Các quan hệ trên rất quan trọng khi giải bài toán biến dạng dẻo.

Khi xác định biểu đồ ứng suất - biến dạng bằng thực nghiệm kéo nén, đó là ta xác định quy luật quan hệ giữa  $\sigma_i$  và  $\epsilon_i$  trong điều kiện dẻo. Để ứng dụng được biểu đồ này, cần bảo đảm điều kiện đặt tải giản đơn. Nếu không bảo đảm điều kiện này số liệu trên không có ý nghĩa.



Hình 1.24 Đường cong biến cứng quan hệ ứng suất chảy và độ dãn dài tương đối  $\delta = \Delta l/l_0$

Cân bằng dẻo của vật thể là có điều kiện.  $\sigma_i$  có thể coi là một chỉ số so sánh sự mạnh yếu của ứng suất giữa các trạng thái ứng suất khác nhau của vật liệu, mặt khác còn biểu diễn trở lực biến dạng trong quá trình biến dạng dẻo của vật liệu.  $\sigma_i$  còn có thể coi như một giá trị giới hạn chảy "động", thay đổi từ lúc bắt đầu biến dạng dẻo đến lúc vật liệu phá huỷ.



Hình 1.25 Đường cong biến cứng quan hệ ứng suất chảy với độ co thắt  $\psi$

## Chương 2

### TÁC DỤNG CỦA CÁC YẾU TỐ CƠ NHIỆT VÀ CÁC HIỆN TƯỢNG TRONG BIẾN DẠNG DẺO KIM LOẠI

#### 2.1. BIẾN DẠNG DẺO Ở NHIỆT ĐỘ CAO- HỒI PHỤC VÀ KẾT TỊNH LẠI

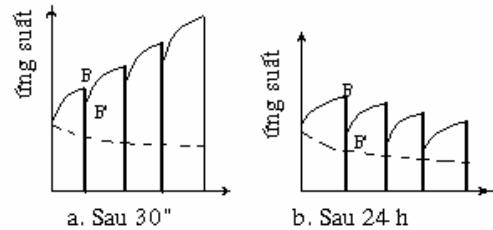
Như chương 1 đã nêu, trong quá trình biến dạng một bộ phận năng lượng được tích tụ trong vật liệu và khiến vật liệu ở trạng thái không ổn định nhiệt động. Để kim loại trở về trạng thái ổn định cần làm cho năng lượng giao động nhiệt vượt ngưỡng thế năng, có nghĩa là các nguyên tử cần một năng lượng nhất định để cho chúng trở về vị trí ổn định nhiệt động mới.

Khi nung kim loại đến một nhiệt độ nhất định, các nguyên tử ở trạng thái không ổn định chuyển thành trạng thái ổn định, hiện tượng biến cứng bị khử, mạng tinh thể trở về trạng thái sắp xếp trật tự - có quy luật, gọi là quá trình **hồi phục và kết tinh lại**.

##### 2.1.1. Hồi phục

Khi nhiệt độ chưa vượt quá ( $0,23 \approx 0,3)T_{nc}$  ( $T_{nc}$ : nhiệt độ nóng chảy tuyệt đối) sẽ xuất hiện hiện tượng hồi phục. Hiện tượng **hồi phục** là hiện tượng khi nung kim loại biến dạng, chuyển động nhiệt của các nguyên tử tăng, làm cho các nguyên tử trước đây bị dịch chuyển khỏi vị trí cân bằng, nay trở về vị trí có thế năng nhỏ hơn. Kết quả của hiện tượng hồi phục là các nguyên tử trở về trạng thái cân bằng, các ứng suất dư loại 2 bị khử,

giảm sự xô lệch mạng, khôi phục một phần tính chất cơ học, vật lí và hoá học, khôi phục một phần hình dáng của hạt không bị thay đổi và định hướng của hạt hình thành khi biến dạng. Nhưng chưa thể khôi phục sự phá vỡ của nội bộ hạt và sự của phân giới hạt. Khi trong kim



Hình 2.1. Biến cứng và hồi phục Zn

loại có lượng tạp chất nhất định, chúng làm tăng nhiệt độ hồi phục. Đồng thời mức độ hồi phục cũng có liên quan với thời gian gia nhiệt.

Hình 2.1. cho quan hệ ứng suất và biến dạng 50% sau mỗi lần biến dạng ở nhiệt độ thường. Hình 2.1a, biểu diễn quan hệ ứng suất - biến dạng sau mỗi khoảng 30 giây, kéo một lần; hình 2.1b, sau 24 giờ kéo 1 lần. Thấy rằng, sau mỗi lần nghỉ, vật liệu được hồi phục. Đoạn giáng là đoạn tương ứng với độ giảm của ứng suất cần thiết để biến dạng sau mỗi lần nghỉ. Sau 30 giây nghỉ, chỉ có một bộ phận biến cứng được khử. Sau 24 giờ, hầu hết biến cứng bị trừ khử, hiện tượng hoá mềm xảy ra hoàn toàn. Nhiệt độ càng cao, thời gian hoá mềm càng giảm.

### 2.1.2. Kết tinh lại (hình 2.2)

Quá trình hồi phục hoàn toàn các tính chất và tổ chức của kim loại bị biến cứng, đó là quá trình **kết tinh lại**. Quá trình kết tinh lại xảy ra ở nhiệt độ nhất định, thấp hơn nhiệt độ chuyển biến pha. Do nhiệt độ tăng, làm tăng năng lượng kích hoạt của các nguyên tử, tăng mức độ dịch chuyển của các nguyên tử, từ đó làm thay đổi hình dáng, kích thước của tinh thể sau biến dạng.

*Quá trình kết tinh lại qua hai giai đoạn:*

Giai đoạn I: Kết tinh lại lần I, trong giai đoạn này chủ yếu làm thay đổi nội bộ hạt tinh thể. Bao gồm quá trình sinh mầm và lớn lên của mầm. Kết quả các hạt tinh thể có cấu trúc hoàn chỉnh thay thế toàn bộ các hạt cũ bị phá vỡ. Do sự thay đổi cấu trúc đó mà hồi phục lại hoàn toàn tính năng ban đầu của kim loại.

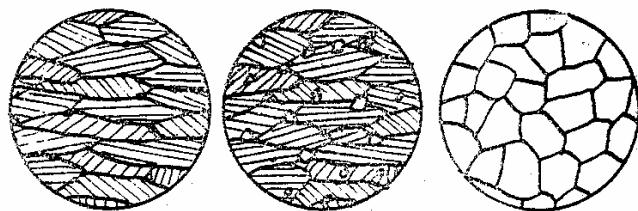
Giai đoạn II: Kết tinh lại tụ hợp, hay kết tinh lại lần II. Sau khi đã hoàn thành giai đoạn I, các hạt tinh thể mới ở nhiệt độ cao và thời gian dài, một số hạt có năng lượng phân giới hạt nhỏ lớn lên, đó là các hạt có kích thước lớn. Chúng "nuốt" các hạt nhỏ, bằng cơ chế mở rộng phân giới hạt. Kết quả tổng số hạt giảm. Đó gọi là kết tinh lại tụ hợp.

*Đặc điểm của kết tinh lại tụ hợp:*

- Kết tinh lại tập hợp do dịch chuyển phân giới hạn.
- Tốc độ lớn lên của các hạt nhỏ hơn tốc độ lớn lên ở giai đoạn I;

c. Tốc độ dài di động của phân giới hạt tại các vị trí khác nhau không giống nhau, các mặt lồi sẽ phát triển mở rộng;

d. Kích thước hạt nhỏ, tốc độ kết tinh tập hợp lớn, trong một đơn vị thể tích, số hạt càng giảm và tốc độ lớn lên của hạt dần giảm xuống không. Khi đạt đến một lượng hạt nhất định, sự lớn lên của hạt bị dừng lại. Nhiệt độ tăng lên tốc độ lớn lên của hạt tăng.

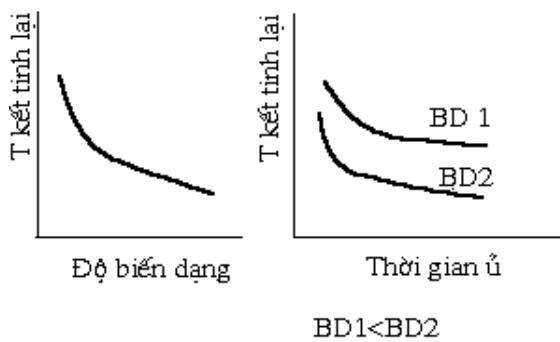


Hình 2.2. Quá trình kết tinh lại của các tinh thể sau biến dạng dẻo nguội

Sau khi kết tinh lại:

Các hạt tinh thể lại trở lại dạng hạt có kích thước ba chiều gần bằng nhau, trừ được các khuyết tật như làm hạt từ thô to, không đều trở thành hạt nhỏ và đều. Khả ứng suất dư loại 2 và 3, khôi phục mọi chỗ bị phá huỷ ở trong hạt và ở phân giới hạt, khử các vết nứt và lỗ rỗng sinh ra trong quá trình biến dạng. Do kết tinh lại làm tăng quá trình khuyếch tán, làm cho thành phần hoá học được đồng đều. Từ đó khôi phục được tính chất cơ học - vật lí - vật lí hoá học, làm tăng trở lực biến dạng và tính dẻo.

Kết tinh lại không xảy ra lập tức mà tiến hành với một nhiệt độ nhất định. Thường thường nhiệt độ càng cao, giao động nhiệt của các nguyên tử càng lớn, tốc độ kết tinh lại càng lớn. Độ biến dạng càng lớn, năng lượng tự do của kim loại càng cao, độ bất ổn định càng lớn, tốc độ kết tinh lại ở nhiệt độ nhất định càng lớn. Tốc độ biến dạng càng cao, nhiệt sinh ra do biến dạng càng lớn, nên nhiệt độ tăng càng cao, nên tốc độ kết tinh lại càng lớn.



Hình 2.3 Ảnh hưởng của độ biến dạng và thời gian ủ đến nhiệt độ bắt đầu kết tinh lại

Nhiệt độ thấp nhất ở đó xảy ra kết tinh gọi là nhiệt độ kết tinh lại.

Nhiệt độ bắt đầu kết tinh lại có thể xác định cho kim loại và hợp kim:

$$T_{ktl} = (0,23 \approx 0,3)T_{nc}, K \quad (2.1)$$

Nhiệt độ kết tinh lại của một số kim loại nguyên chất:

Bảng 2.1

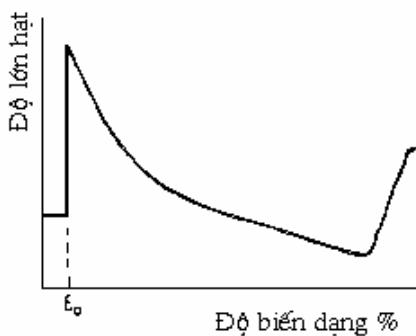
Kim loại	Pb, Sn, Zn	Al, Mg	Au	Cu	Fe	Ni	To	W
Nhiệt độ, $^{\circ}\text{C}$	0	150	200	270	450	620	1020	1210

Mức độ biến dạng càng lớn, nhiệt độ kết tinh lại càng thấp. Khi mức độ biến dạng nhỏ, mức độ biến dạng tăng, nhiệt độ kết tinh lại giảm nhanh, sau đó tốc độ giảm, nhiệt độ giảm dần.

Thời gian ủ kết tinh lại càng dài, nhiệt độ bắt đầu kết tinh lại giảm.

Trong kim loại nguyên chất cho thêm các nguyên tố tạo dung dịch rắn, làm tăng nhiệt độ kết tinh lại. Thí dụ, kết tinh lại của nhôm sạch (99,998%) ở nhiệt độ  $150^{\circ}\text{C}$ , sau 5 giây, nhưng với nhôm 99,993% nhiệt độ đó là  $240^{\circ}\text{C}$  sau 10 phút.

Kết tinh lại là một quá trình sinh mầm và lớn lên của hạt tinh thể mới, khử biến cứng gia công, chúng chỉ xảy ra khi kim loại chịu một biến dạng ngoại nhất định. Giá trị biến dạng đó gọi là giá trị tối hạn  $\varepsilon_{gh}$ . Nếu biến dạng  $\varepsilon < \varepsilon_{gh}$ , không có hiện tượng kết tinh lại. Độ biến dạng tối hạn khoảng 1,5 - 10%. Thí dụ Fe: 6 - 10%; Al: 2-3%; Cu: 5%.



Hình 2.4. Quan hệ độ lớn hạt sau kết tinh lại với độ biến dạng

Khi biến dạng lớn hơn hoặc bằng độ biến dạng giới hạn, sau khi kết tinh lại nhận được hạt thô to. Khi tăng độ biến dạng trên độ biến dạng tối hạn, độ lớn của hạt tinh thể sau kết tinh lại nhỏ dần, nếu biến dạng với  $\epsilon$  rất lớn trên 90%, sau khi kết tinh lại ta được hạt tinh thể thô to, đó là giai đoạn kết tinh lại lần 2.

Ta có thể giải thích độ

lớn của hạt sau kết tinh lại nhờ lí thuyết sinh mầm và lớn lên của mầm. Khi biến dạng nhỏ hơn biến dạng giới hạn, do độ biến dạng quá nhỏ, mới có biến dạng bên trong hạt, phân giới hạt chưa bị phá hoại, mầm tinh thể kết tinh lại chưa thể hình thành hoặc rất ít nên không thể cải biến được kích thước hạt cũ. Khi lượng biến dạng bằng hoặc lớn hơn lượng biến dạng giới hạn, do trượt dẻo tiến hành ở một số hạt, nên mầm kết tinh lại chỉ xuất hiện ở một số hạt, nên sau khi kết tinh lại, số mầm ít, nên hạt tinh thể thô to. Khi tăng lượng biến dạng, số hạt tinh thể tham gia biến dạng càng nhiều, khả năng tạo mầm tinh thể kết tinh lại càng nhiều, do đó sau kết tinh lại số hạt càng nhiều và tinh thể càng nhỏ. Nhưng nếu độ biến dạng rất lớn, các hạt tinh thể có xu hướng quay, làm định hướng của chúng gần giống nhau. Các phân tử chất tan ở phân giới hạt bị phá vỡ và kéo dài, khiến các phân giới của hạt cũ gần sát nhau. Khi ủ kết tinh lại, chúng dễ tạo thành các hạt thô to. Độ biến dạng tạo tinh thể thô to sau kết tinh lại thường ở phạm vi 85-95%.

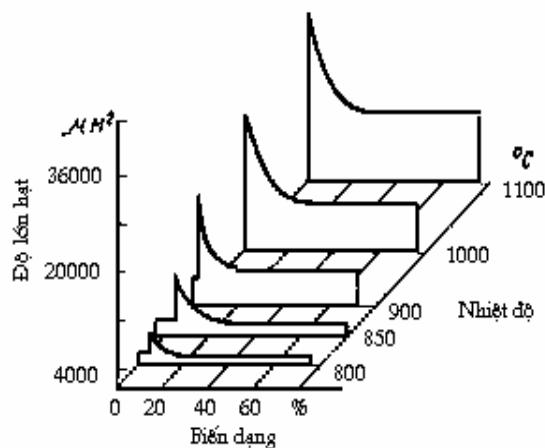
Quá trình kết tinh lại có thể phân chia: kết tinh lại sau khi biến dạng nguội và ủ; kết tinh lại trong quá trình gia công biến dạng nóng. Kim loại, sau khi gia công biến cứng nguội, do có biến cứng, trở lực biến dạng tăng lên, tính dẻo của vật liệu giảm. Chính vì vậy, trong nhiều trường hợp gia công vật liệu tấm, sau khi

dập nguội, người ta không ủ kết tinh lại để mềm hoá, mà để vật liệu ở trạng thái biến cứng để vật liệu giữ độ bền cao. Trong trường hợp sản xuất dây thép lò xo cuốn nguội, người ta cần dây có giới hạn đàn hồi, giới hạn bền lớn, nên sau lần chuốt cuối cùng, không tiến hành ủ kết tinh lại, mà chỉ dùng ram khử ứng suất dư.

Trong sản xuất dập các chi tiết dạng tấm, khi cần một lượng biến dạng lớn, người ta không thể dập 1 lần, mà phải chia dập ra sau nhiều lần, giữa các giai đoạn là nguyên công ủ kết tinh lại, để giảm trở lực biến dạng, khôi phục tính dẻo để tránh làm vật liệu nứt, gãy.

Ủ kết tinh lại và ủ trong nhiệt luyện rất khác nhau: ủ trong nhiệt luyện dựa trên cơ sở nhiệt độ chuyển biến pha, ủ kết tinh lại không căn cứ vào nhiệt độ đó, thường nhiệt độ ủ kết tinh lại nhỏ hơn AC3.

Ngoài ra, trong quá trình gia công nguội, khống chế độ lớn của hạt chủ yếu là khống chế nhiệt độ kết tinh lại sau gia công và tổng lượng biến dạng sau lần ủ kết tinh lại trung gian cuối cùng. Thường biểu đồ kết tinh lại được vẽ theo quan hệ giữa kích thước hạt, nhiệt độ và mức độ biến dạng. Dạng của biểu đồ kết tinh lại không thay đổi theo vật liệu.

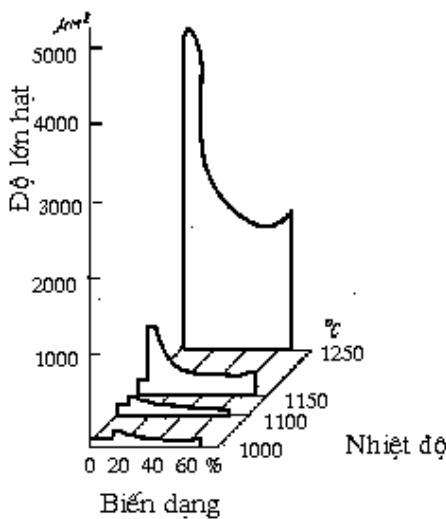


Hình 2.5. Biểu đồ KTL quan hệ độ lớn hạt - độ biến dạng - nhiệt độ của thép cacbon thấp

Khi nghiên cứu kết tinh lại, nhận thấy khi tăng nhiệt độ ủ, xuất hiện hiện tượng kết tinh lại lần 2, đối với thép cacbon thấp (0,03% C), ở  $850 - 950^{\circ}\text{C}$ . Hạt tinh thể sau kết tinh lại nhỏ hơn khi ủ ở nhiệt độ  $T_{\text{ủ}} < 850^{\circ}\text{C}$ . Có thể do ở nhiệt độ  $850 - 950^{\circ}\text{C}$  có quan hệ với chuyển biến pha.

Biểu đồ kết tinh lại chỉ

rõ mối quan hệ giữa nhiệt độ ủ kết tinh lại, độ lớn của hạt sau khi ủ kết tinh lại với độ biến dạng tổng, nên trong công nghệ gia công áp lực sử dụng biểu đồ này gặp khó khăn. Quá trình gia công nóng bao giờ cũng kèm theo kết tinh lại, mặt khác khi xác định quy trình công nghệ là xác định lượng biến dạng tương đối của từng lần ép, từng lần dập.. Biểu đồ kết tinh lại chưa xét ảnh hưởng của lượng biến dạng trước, vì kích thước của tinh thể sau kết tinh lại cũng có quan hệ với giai đoạn gia công trước đó, có nghĩa là cần xét tác dụng của biến dạng tích luỹ. Nói cách khác, khi dập, rèn hoặc cán cuối cùng kích thước hạt sẽ nhỏ hơn rất nhiều so với các lần gia công trước đó.



Hình 2.6 Biểu đồ kết tinh lại thép không gỉ

dạng lớn, nhiệt độ ủ kết tinh lại cao và thời gian nung dài. Trong trường hợp này, các hạt tinh thể có định hướng lớn lên, các hạt lớn hơn nuốt hạt nhỏ, để giảm bớt số năng lượng bề mặt, kết quả ta được hạt thô to. Có thể quan sát thấy độ hạt tăng lần 2 khi ủ kết tinh lại ở nhiệt độ cao (hình 2.4 và 2.6).

Ngoài ra, tổ chức kim loại và sự không đều của các điều kiện kết tinh lại cũng ảnh hưởng đến kích thước hạt sau ủ kết tinh lại. Các nguyên tố hợp kim hoặc các tạp chất tồn tại ở phân giới hạt tinh thể là các trở ngại cho quá trình kết tinh

Nhiều nhà nghiên cứu cho thấy, sự khác biệt về độ lớn hạt sau khi kết tinh lại. Trong hai trường hợp xét biến dạng thực và xét biến dạng tích luỹ có sự khác nhau khi nhiệt độ ủ kết tinh lại thấp và khi lượng biến dạng nhỏ. Sự khác nhau này do ảnh hưởng của ma sát. Ma sát càng lớn, sự sai khác càng lớn.

Hiện tượng kết tinh lại lần 2 xuất hiện khi độ biến

lại. Thí dụ, dây Vonfram bị nung nóng trong thời gian dài ở nhiệt độ trên nhiệt độ kết tinh lại, làm hạt thô to và làm dây dòn. Nếu cho vào trong vonfram một lượng rất nhỏ oxyt Thorium ( $\text{ThO}_2$ ) 0,7% dưới dạng hạt nhỏ mịn, phân tán, chúng ngăn cản các hạt lớn lên, trong quá trình kết tinh lại, nếu tại một điểm nào đó có điều kiện tạo mâm hạt tinh thể mới, so với chỗ khác kém hơn, như vậy kết tinh lại sẽ bắt đầu từ chỗ thuận lợi và phát triển nhanh, kết quả cho tinh thể rất thô to.

Trong gia công áp lực, độ lớn của hạt sau kết tinh lại ảnh hưởng đến chất lượng sản phẩm. Chính vì vậy, khi xác định chế độ công nghệ cần xét độ biến dạng, ở những lần gia công đầu cần dùng độ biến dạng lớn, nhưng lần dập và ép cuối cùng cần dùng lượng biến dạng nhỏ hơn tương đương độ biến dạng tối hạn, để thu được hạt nhỏ mịn sau khi kết tinh lại, từ đó ta có vật liệu với độ bền cao, tính dẻo tốt.

### 2.1.3. Phân loại dạng gia công áp lực

Trên cơ sở nhiệt độ kết tinh lại, người ta chia quá trình gia công áp lực thành các dạng khác nhau. Ta biết, hiện tượng biến cứng, hồi phục và kết tinh lại không những phụ thuộc điều kiện biến dạng, mà còn phụ thuộc các đặc tính của vật liệu. Trong gia công áp lực, tùy theo mức độ biến cứng nguội và quá trình hoá mềm, kết quả biến dạng khác nhau. Vì vậy, người ta chia thành các quá trình gia công khác nhau.

*a. Gia công nguội.* Trong quá trình gia công nguội, chỉ có thể xảy ra biến dạng trượt, đổi tinh, mạng tinh thể bị uốn và phá vỡ và các miếng tinh thể quay. Trong biến dạng nguội không có khuyếch tán tham gia. Tác dụng biến dạng phân giới hạt nhỏ, do nhiệt độ biến dạng thấp, độ bền phân giới hạt cao, cấu trúc phân giới hạt không có quy luật, giữa các hạt có lực ràng buộc lớn. Trong biến dạng nguội chỉ có hiện tượng biến cứng nguội, không có hiện tượng hồi phục và kết tinh lại. Gia công nguội được tiến hành ở nhiệt độ dưới nhiệt độ kết tinh lại.

*b. Gia công không hoàn toàn nguội.* Trong quá trình gia công có biến cứng nguội và hồi phục, chưa có quá trình kết tinh lại. Do có quá trình hồi phục nên có thể cải thiện một phân tích chất cơ học và vật lý của kim loại. Quá trình

hồi phục xảy ra do nhiệt độ gia công lớn hơn nhiệt độ thường hoặc do tốc độ biến dạng cao làm tăng nhiệt độ của vật gia công. Gia công không hoàn toàn nguội có thể tăng lượng biến dạng mà không cần ủ trung gian.

**c. Gia công nóng.** Gia công nóng là dạng gia công ở nhiệt độ lớn hơn nhiệt độ kết tinh lại và quá trình kết tinh lại được xảy ra hoàn toàn. Trong quá trình gia công nóng, kim loại biến dạng theo cơ chế như trong gia công nguội. Đồng thời do ở nhiệt độ cao, giao động nhiệt của các nguyên tử lớn, nên biến dạng còn theo cơ chế khuyếch tán. Trong quá trình gia công nóng, tốc độ kết tinh lại lớn hơn tốc độ biến cứng, nên sau biến dạng nóng, không có dấu vết của biến cứng nguội. Tổ chức kim loại sau biến dạng nóng là tổ chức sau kết tinh lại.

**d. Gia công nửa nóng.** Gia công nửa nóng là dạng gia công đồng thời xảy ra hiện tượng biến cứng và hiện tượng kết tinh lại, do lý do nào đó, quá trình kết tinh lại không xảy ra hoàn toàn. Nên có chỗ vật liệu kết tinh lại, có chỗ còn biến cứng, sau biến dạng, có vùng có tổ chức kết tinh lại, có vùng còn tổ chức biến cứng. Trong quá trình biến dạng, do có các hạt kết tinh lại, nên làm cho biến dạng không đều, kết quả làm tính dẻo của kim loại giảm, trở lực biến dạng tăng. Nếu độ bền kim loại không đủ, có thể xuất hiện vết nứt. Biến dạng nửa nóng xảy ra ở phạm vi nhiệt độ trên nhiệt độ bắt đầu kết tinh lại. Tốc độ biến dạng tăng làm tăng khả năng xảy ra biến dạng nửa nóng. Vật liệu có tốc độ kết tinh lại nhỏ cũng dễ xảy ra trạng thái

biến dạng nửa nóng. Trong thực tế, cần hết sức tránh dạng gia công này.

Như vậy, có thể dựa vào nhiệt độ gia công để phân loại dạng gia công.

Sau khi biến dạng dẻo nguội và kết tinh lại, tổ chức và tính chất cơ - lý của kim loại và hợp kim được cải thiện, nhất là trở lực biến dạng giảm và tính dẻo tăng. Nội dung này sẽ được nghiên cứu ở chương 7.

## 2.2. CHUYỂN BIẾN PHA KHI BIẾN DẠNG DẺO

Trong quá trình biến dạng có xảy ra chuyển biến pha. Thí dụ, cán thép ôstenit, có sự phân giải ôstenit, biến dạng dẻo nguội hợp kim nhôm cũng có thể xảy ra sự biến đổi pha. Mặt khác ta thấy, có hiện tượng tăng tốc quá trình chuyển

biến pha khi nhiệt luyện vật liệu sau biến dạng. Quá trình chuyển biến pha khi biến dạng dẻo xảy ra, có thể do sự thay đổi nhiệt độ tối hạn của các pha trong quá trình biến dạng, có thể liên quan đến độ lớn tổ chức hạt, đồng thời có thể do kết quả chuyển biến thù hình dưới tác động của khuyếch tán.

Các yếu tố ảnh hưởng đến chuyển biến pha khi biến dạng dẻo :

### 2.2.1. Đặc điểm lực tác dụng

Áp lực đơn hoặc áp lực không đều theo các hướng có thể làm tăng quá trình chuyển biến pha. Trong trường hợp này, khi ứng suất lớn nhất đạt tới một độ nhất định, sẽ xảy ra biến dạng dẻo. Do có biến dạng dẻo, cấu trúc tinh thể bị xô lệch, kết quả làm tăng quá trình khuyếch tán và tự khuếch tán; đồng thời trong quá trình biến dạng tạo ra phân bố ứng suất không đều và sự khuyếch tán của các nguyên tử cũng thúc đẩy quá trình phân bố đồng đều ứng suất. Giá trị ứng suất và mức độ không đều càng lớn, sự dịch chuyển của các nguyên tử để tạo sự phân bố ứng suất đồng đều càng mạnh. Trong dung dịch rắn, sự khuyếch tán lưu động của các nguyên tử có thể giảm do sự sắp xếp theo quy luật và phân ly nồng độ, cho đến khi pha mới tiết ra mới ngừng. Trong hệ nhiều pha, do khuyếch tán làm đều hoá phân bố ứng suất, không những tạo nên sự phân bố lại các nguyên tử của các pha, mà còn xảy ra hiện tượng trao đổi nguyên tử giữa các pha. Trong quá trình biến dạng dẻo, có thể làm thay đổi tỷ số giữa pha và thành phần hoá học. Kết quả sau khi biến dạng, tính chất của hợp kim có thể cải thiện, bao gồm biến đổi các chỉ tiêu trở lực biến dạng và chỉ tiêu dẻo; đồng thời do sự xuất hiện pha hoặc biến mất của pha làm thay đổi tính chất của vật liệu. Tính chất của tải trọng cũng ảnh hưởng đến quá trình chuyển biến pha.

Thí dụ, thép CrSi, ở  $20^{\circ}\text{C}$  chịu tác dụng lực nén ép 1 chiều, sau đó, tôi ở nhiệt độ  $1150^{\circ}\text{C}$ , khi áp lực nén tăng dần làm tăng số ôstenit dư bị phân huỷ và HRc tăng.

Bảng 2.2

Đặc tính lực, KG/mm <sup>2</sup>	Nhiệt độ, °C	Độ cứng HRC		Ôstenit %	
		Trước BD	Sau BD	Trước BD	Sau BD
Lực không đổi 50	20	53,5	54	60	53,4
Lực biến đổi từ 0 đến 50	20	53	54~55	60	44,6
Lực không đổi 125	200	52	54	60	43,7
Lực biến đổi từ 0 đến 125	200	52	55	60	30,1
Lực không đổi 50	500	52,5	53~54	60	42,7
Lực biến đổi từ 0 đến 50	500	52	56	60	15

Bảng 2.2 cho các giá trị độ rắn và lượng ôstenit dư khi vật liệu chịu tải tĩnh và tải chu kỳ trong điều kiện nhiệt độ khác nhau.

Từ bảng ta thấy, giá trị lực thay đổi ảnh hưởng đến sự phân giải pha lớn hơn lực tĩnh.

Nhưng, khi kim loại chịu áp lực phân bố đều, có thể ngăn cản sự chuyển pha. Thí dụ, khi tác dụng lực 3 chiều đều,  $p = 100.000 \text{ MN/m}^2$ , lên mẫu hợp kim nhôm cứng đã tôi ở nhiệt độ cao, ta thấy, sự tăng độ cứng do hoá già sảy ra chậm chạp hơn so với điều kiện áp suất không khí bình thường. Sự chậm trễ quá trình hoá già là do khi các tinh thể chịu áp lực 3 chiều đều làm sự dịch chuyển của các nguyên tử trong mạng, hay sự khuyếch tán của các nguyên tử gấp khó khăn.

## 2. Ảnh hưởng của mức độ biến dạng

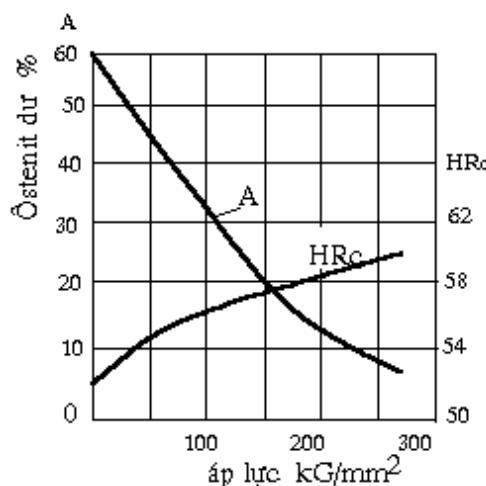
Lấy một sợi dây thép Crôm, có thành phần 1,0% C, 1,6% Cr, 0,30% Mn, đem biến dạng xoắn, để nghiên cứu quá trình chuyển biến pha từ ôstenit thành

peclit, ta thấy, biến dạng dẻo làm tăng tốc độ chuyển biến pha. Do biến dạng xoắn là biến dạng không đều, biến dạng tăng dần từ trung tâm dây ra ngoài, mức độ biến dạng càng lớn lượng ôstenit phân giải càng nhiều.

Một số nghiên cứu khác cho thấy, biến dạng dẻo thúc đẩy sự phân giải

dung dịch rắn, tạo nên các hạt pha mới, nhỏ, phân tán. Sự biến cứng hoàn toàn thúc đẩy quá trình phân giải pha dung dịch rắn và quá trình kết tinh lại sau biến dạng.

Nghiên cứu động lực học phân giải dung dịch rắn hợp kim nhôm-silic chỉ ra rằng: khi ram ở nhiệt độ  $218^{\circ}\text{C}$ , để đạt trạng thái hợp kim biến dạng phân giải hoàn toàn dung dịch rắn sau khi tôi, cần ram trong thời gian 8 phút. Đồng thời, khi ram cùng nhiệt độ, cùng đạt trạng thái phân giải hoàn toàn cùng một hợp



Hình 2.7 Ánh hưởng của áp lực biến dạng đến lượng Ôstenit dư và độ rắn của thép CrSi

kim, nhưng chưa qua biến dạng, cần ram trong thời gian 65 giờ (chậm hơn 2500 lần).

### 2.2.3. Ánh hưởng của tốc độ biến dạng

Tốc độ biến dạng ảnh hưởng đến chuyển biến pha không giống nhau. Trong một số trường hợp, tốc độ biến dạng lớn thúc đẩy chuyển biến pha, một số trường hợp khác hạn chế chuyển biến pha, có thể do trong trường hợp này chưa kịp chuyển biến pha. Thí dụ, dưới tác dụng của tải trọng tĩnh, biến dạng hợp kim đồng với 9%Al, 4%Fe, ở nhiệt độ  $350^{\circ}\text{C} \sim 450^{\circ}\text{C}$ , do có chuyển biến pha, nên gây ra dòn. Nhưng dưới tác dụng của tải trọng xung, kim loại không dòn, do lúc này chưa kịp xảy ra chuyển biến pha.

Như trên đã nói, trong quá trình biến dạng dẻo, do mạng tinh thể bị phá vỡ và xô lệch, tốc độ khuyếch tán tăng, nên nhiệt độ chuyển biến pha giảm. Thí dụ, tác dụng áp lực  $47.000\text{MN/m}^2$  lên thép các bon 0,9%C, xác định được nhiệt độ tối hạn chuyển biến pha là  $360^\circ\text{C}$ , nếu tác dụng lực  $10\text{MN/m}^2$  lên vật liệu ta được nhiệt độ tối hạn là  $690^\circ\text{C}$ .

Như vậy, trong thực tế sản xuất cần lưu ý, khi biến dạng dẻo, kim loại nguội dần, nếu biến dạng ở gần nhiệt độ chuyển biến pha, có thể vật liệu ở trạng thái phân giải pha, làm thay đổi tính dẻo, kim loại biến dòn và nứt.

### 2.3. HIỆU ÚNG NHIỆT KHI BIẾN DẠNG DẺO

#### 2.3.1. Khái niệm về hiệu ứng nhiệt

Trong quá trình biến dạng dẻo, kim loại hấp thụ nhiệt năng. Số nhiệt năng đó, một phần tích luỹ trong tinh thể làm tăng thế năng đàn hồi và một phần tạo thành nhiệt biến dạng dẻo.

a. Thế năng đàn hồi biến dạng bao gồm thế năng tự do và entropy. Khi cắt tải, một bộ phận năng lượng đàn hồi được giải phóng, điều đó có thể coi là phần năng lượng đàn hồi, một bộ phận còn tồn lại trong vật thể dưới dạng nhiệt.

b. Nhiệt năng biến dạng dẻo là phần năng lượng được chuyển từ năng lượng biến dạng dẻo thành nhiệt năng. **Hiệu suất sinh nhiệt  $\eta_n$**  được tính bằng tỷ số giữa phần năng lượng nhiệt được chuyển hoá  $A_m$  và tổng số năng lượng vật biến dạng hấp thụ  $A$ :

$$\eta_n = A_m/A \quad (2.2)$$

Hiệu ứng phát nhiệt biến dạng dẻo có thể tính như sau:

$$A_m = \eta_n X \cdot A \quad (2.3)$$

Trong cùng điều kiện, hiệu suất phát nhiệt càng lớn, trở lực biến dạng càng lớn, tính dẻo càng lớn thì hiệu ứng nhiệt càng lớn.

Một số thực nghiệm cho biết, nhôm cứng dưới tác dụng của lực đơn hướng có hiệu suất phát nhiệt là 77%, nhôm kỹ thuật là 93%, thép là 84~88%, đồng là 92%.

Trong quá trình biến dạng dẻo, căn cứ vào điều kiện biến dạng khác nhau, năng lượng nhiệt có thể bị tiêu tán ra môi trường xung quanh, đồng thời có thể lưu lại bên trong vật thể biến dạng. Nếu nhiệt lượng biến dạng được toả hết ra môi trường, ta gọi quá trình biến dạng là quá trình biến dạng đẳng nhiệt. Nếu chúng giữ lại toàn bộ trong vật biến dạng ta gọi là quá trình đoạn nhiệt. Nhưng đa số các trường hợp, chỉ có một phần năng lượng được lưu lại trong vật biến dạng. Phần năng lượng này làm tăng nhiệt độ của vật biến dạng, có thể dùng hiệu ứng nhiệt độ để biểu diễn.

**Hiệu ứng nhiệt (độ)** là tỷ số giữa hiệu nhiệt độ sau biến dạng và trước biến dạng với nhiệt độ trước biến dạng:

$$\alpha = \frac{t_s - t_i}{t_i} . \quad (2.4)$$

Trong đó :  $t_s$  - nhiệt độ vật liệu đạt được sau biến dạng

$t_i$  - nhiệt độ vật liệu trước biến dạng.

Khi nhiệt lượng phát ra trong một đơn vị thể tích càng lớn và lượng nhiệt lưu lại trong vật thể càng lớn, thì hiệu ứng nhiệt độ càng lớn. Hiệu ứng nhiệt độ của vật biến dạng do ảnh hưởng của lượng nhiệt phát ra khi biến dạng dẻo và nhiệt lượng sinh ra do ma sát tiếp súc. Nên trong quá trình biến dạng, thời gian biến dạng ngắn, thường nhiệt độ chưa kịp toả ra ngoài môi trường, nên hiệu ứng nhiệt độ có thể đạt giá trị rất lớn.

Trong cùng điều kiện, hiệu ứng nhiệt do nhiệt độ biến dạng, tốc độ biến dạng và mức độ biến dạng quyết định.

Nhiệt độ biến dạng càng thấp, hiệu ứng nhiệt càng lớn. Nhiệt độ biến dạng càng cao, hiệu ứng nhiệt càng thấp. Đó là do khi cùng một điều kiện biến dạng, nhiệt độ biến dạng càng cao trở lực biến dạng càng thấp, năng lượng cần cho một đơn vị thể tích biến dạng càng thấp.

Tốc độ biến dạng càng cao, hiệu ứng nhiệt càng cao. Vì khi tốc độ biến dạng cao, nhiệt năng không kịp thải ra ngoài môi trường, làm nhiệt độ tăng cao. Thí dụ, khi biến dạng dẻo hợp kim nhôm với các tốc độ biến dạng khác nhau, ta được các tổ chức khác nhau. Khi tốc độ biến dạng chậm, ta được tổ chức kết tinh lại, đó là

do quá trình kết tinh lại kịp sảy ra và hoàn thành. Khi tốc độ biến dạng lớn hơn 1550 mm/s quá trình kết tinh lại không kịp sảy ra. Nhưng khi tốc độ tăng lên trên 3550 mm/s ta lại được tổ chức kết tinh lại. Đó là do kết quả của hiệu ứng nhiệt ở điều kiện tốc độ biến dạng cao.

### **2.2.2. Tác dụng của hiệu ứng nhiệt**

Trong quá trình biến dạng, do sinh ra lượng nhiệt lớn, nên hiệu ứng nhiệt không thể tránh khỏi gây ra nhiều ảnh hưởng .

a. Thay đổi trở lực biến dạng

Nói chung, hiệu ứng nhiệt làm giảm trở lực biến dạng, có lúc làm giảm một cách rõ rệt. Trong một số trường hợp đặc biệt, hiệu ứng nhiệt làm tăng trở lực biến dạng. Đó là do hiệu ứng nhiệt làm vật liệu chuyển sang vùng có pha phân tán nhỏ, khó biến dạng.

b. Thay đổi phương thức của quá trình biến dạng. Trong quá trình biến dạng dẻo, do hiệu ứng nhiệt làm tăng nhiệt độ, có thể làm thay đổi phương thức biến dạng từ nguội sang biến dạng nửa nóng hoặc nóng.

c. Thay đổi trạng thái pha

Nếu nhiệt độ biến dạng nhỏ hơn nhiệt độ chuyển biến pha, do hiệu ứng nhiệt có thể làm vật liệu đạt nhiệt độ chuyển biến pha làm pha chuyển biến.

d. Thay đổi tính chất và tổ chức của kim loại biến dạng

Như trên đã nêu, do hiệu ứng nhiệt có thể thay đổi phương thức biến dạng và làm chuyển biến pha, nên thay đổi điều kiện biến dạng và từ đó kim loại có tính chất và tổ chức theo điều kiện biến dạng mới. Do hiệu ứng nhiệt không đều trên toàn vật thể biến dạng nên tính chất của vật liệu sau biến dạng cũng không đều. Đồng thời, tuỳ hiệu ứng nhiệt khác nhau gây ra sự biến đổi cũng khác nhau. Khi chôn, tại hướng làm với hướng trực  $45^0$  có độ biến dạng lớn, hiệu suất nhiệt cao. Ta cũng có thể quan sát thấy đai sáng khi ta chôn phôi ở nhiệt độ thấp. Dải sáng đó chính là nơi có ứng suất tiếp lớn nhất.

e. Thay đổi trạng thái dẻo

Thông thường ở nhiệt độ dưới nhiệt độ kết tinh lại  $<0,3T_{nc}$ , hiệu suất nhiệt có thể làm tăng tính dẻo:

- Khi nhiệt độ tăng, không có sự phân huỷ pha dòn;
- Khi nhiệt độ cao, nếu hiệu suất nhiệt làm pha hợp chất ở phân giới hạt có tính dòn chuyển thành trạng thái dẻo, trong trường hợp đó, nhiệt độ tăng hợp chất ở phân giới hạt trở thành dẻo nên vật liệu chuyển sang trạng thái dẻo.

Có trường hợp vật liệu chuyển sang trạng thái dòn :

- Nếu do tác dụng của hiệu ứng nhiệt làm tiết ra pha dòn;
- Do hiệu ứng nhiệt làm nóng chảy các hỗn hợp cùng tinh nhiệt độ thấp;
- Do hiệu ứng nhiệt, có thể làm nóng chảy phân giới hạt khi gia công ở nhiệt độ cao;
  - Có trường hợp, khi gia công ở nhiệt độ cao ( $0.9T_{nc}$ ) do tác dụng của hiệu ứng nhiệt một phần tinh thể nền có thể bị nóng chảy, đồng thời có thể hình thành dạng tinh thể hình tròn, hạt tinh thể này cùng với tinh thể nền tạo nên hỗn hợp cùng tinh nhiệt độ nóng chảy thấp. Vì vậy gây ra hiện tượng dòn.

### **2.2.3. Ứng dụng thực tế của hiệu ứng nhiệt**

Khi xây dựng quy trình công nghệ gia công áp lực, cần xét đến ảnh hưởng của hiệu ứng nhiệt. Hiệu ứng nhiệt có thể sử dụng như một tác nhân tích cực, như rèn dập tốc độ cao, cán tốc độ cao, dập nguội tốc độ cao đối với các vật liệu khó biến dạng.

Trong cán nóng tốc độ cao, cán nguội biến dạng lớn thép cacbon, thép hợp kim đen và màu, không cần ủ trung gian. Do biến dạng tốc độ cao, hiệu ứng nhiệt lớn, trong kim loại biến dạng xảy ra hiện tượng kết tinh lại, khử phần lớn biến cứng nguội, làm tăng tính dẻo của vật liệu, giảm trở lực biến dạng.

Khi dập sâu ống đồng dày 0,15mm, dùng tốc độ biến dạng chậm không thể sử dụng 1 bước dập; nhưng khi dùng tốc độ biến dạng cao, có thể dùng 1 bước nguyên công mà không gây nứt.

Các hợp kim chịu nhiệt, có Cr, Ni, rất khó biến dạng tạo hình. Nhưng nếu dùng biến dạng tốc độ cao biến dạng, do có hiệu ứng nhiệt, trở lực biến dạng giảm, tính dẻo tăng, nên rất dễ biến dạng.

## 2.4. BIẾN DẠNG DẺO KHI CÓ PHA LỎNG VÀ BIẾN DẠNG DẺO KIM LOAI BÁN LỎNG

Cùng sự phát triển của khoa học, xuất hiện nhiều công nghệ mới về tạo hình kim loại ở trạng thái lỏng và bán lỏng: đúc cán kim loại lỏng, đúc ép, ép bán lỏng. Như vậy, lý thuyết biến dạng dẻo kim loại ở thể rắn không đáp ứng yêu cầu phát triển của ngành GCAL. Biến dạng dẻo kim loại có tồn tại pha rắn và pha lỏng có rất nhiều ưu điểm. Công nghệ này cho phép gia công nhiều kim loại khó biến dạng, phạm vi nhiệt độ rèn hẹp, trở lực biến dạng lớn. Nó kết hợp các ưu điểm của công nghệ đúc và công nghệ GCAL. Chính vì vậy, công nghệ này đang được nghiên cứu và phát triển.

### 2.4.1. Pha lỏng xuất hiện trong khi biến dạng dẻo

Nguyên nhân tạo ra pha lỏng khi BDD là :

- Trong hợp kim, có sự nóng chảy của các nguyên tố có nhiệt độ nóng chảy thấp hoặc nóng chảy của các kim loại và tạp chất phi kim.
- Trong quá trình gia công, xuất hiện các hợp kim cùng tinh có nhiệt độ nóng chảy thấp hơn nhiệt độ nóng chảy của kim loại nền.
- Do kết quả của hiệu ứng nhiệt làm tan các pha thứ 2 vào pha nền.
- Do hiệu ứng nhiệt, làm cục bộ kim loại biến dạng nóng chảy.
- Tại các vùng tinh thể bị vỡ và xô lệch lớn, nhiệt độ nóng chảy hạ thấp, nhất là vùng có ứng suất tập trung và phân giới hạt.

Trạng thái phân bố của pha lỏng trong kim loại:

Trước đây nhận thấy rằng: nếu có pha lỏng thì biến dạng dẻo không tốt. Trong điều kiện kỹ thuật hiện nay, trong nhiều hợp kim có thành phần phức tạp thường gặp có pha lỏng trong hợp kim biến dạng. Như vậy không thể tránh hiện tượng này trong GCAL kim loại. Thông thường pha lỏng tồn tại dưới 2 trạng thái:

a. Tạo thành dột kim loại ở bên trong hạt tinh thể hoặc ở phân giới hạt. Khi giọt Kim loại ở bên trong hạt tinh thể gây ảnh hưởng ít đến tính dẻo của kim loại. Tuy có pha lỏng, nhưng biến dạng dẻo ở trạng thái đó là hợp lý. Khi trong hợp kim có nguyên tố dễ nóng chảy nên cho vào các nguyên tố tạo cầu hoá. Thí dụ, trong hợp kim Niken có lưu huỳnh, chúng tạo thành hợp chất  $Ni_3S_2$ . Hợp chất này và Ni tạo thành một hỗn hợp cùng tinh, có nhiệt độ nóng chảy  $625\sim650^{\circ}C$ . Khi hợp kim này kết tinh, hợp chất lưu huỳnh có xu hướng phân bố thành màng tại phân giới hạt. Khi gia công áp lực hợp kim này, nung hợp kim đến  $1100\sim1250^{\circ}C$ , lớp màng nóng chảy và khuếch tán vào trong hạt tinh thể, nên ít có hại. Nếu các dột kim loại lỏng ở phân giới hạt nằm tại phân giới, làm giảm độ bền phân giới hạt, nhưng nếu không có ứng suất kéo trên phân giới hạt, thì chúng cũng gây ít ảnh hưởng đến tính dẻo của kim loại.

b. Hình thành màng kim loại lỏng ở phân giới hạt: trường hợp này rất không lợi. Vì chúng làm giảm độ bền phân giới hạt, có thể gây nứt phân giới hạt. Nếu dùng sơ đồ cơ học 3 chiều nén (ép chảy) có thể giảm tác dụng xấu này.

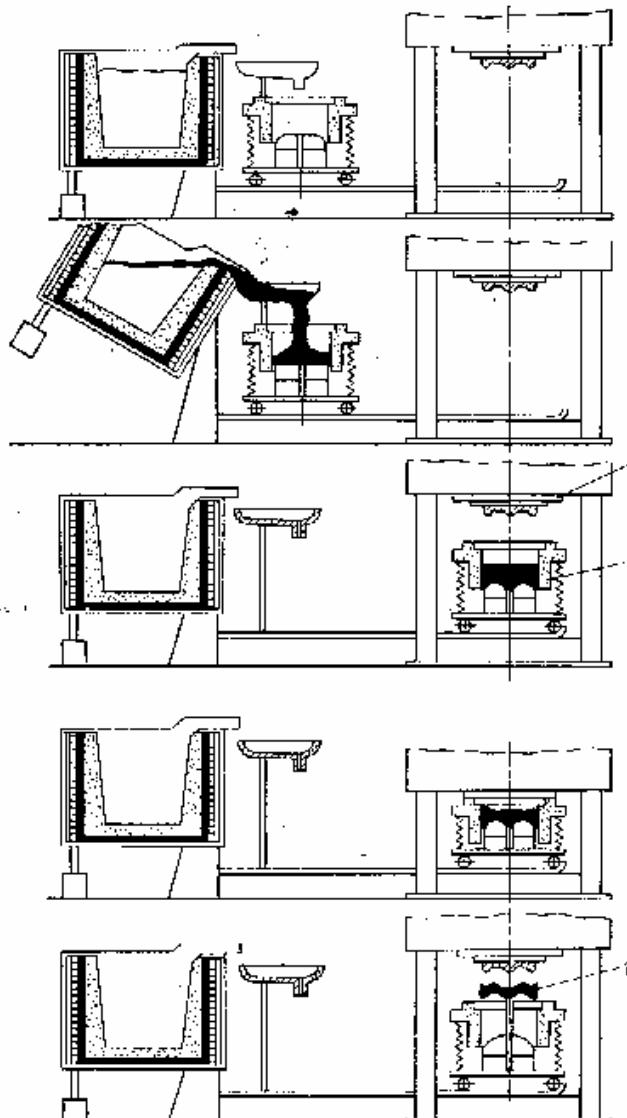
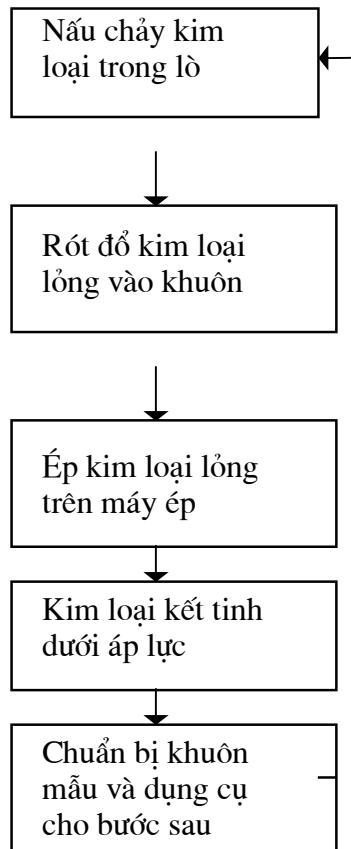
#### **2.4.2. Các biện pháp giảm ảnh hưởng xấu của pha lỏng đến biến dạng dẻo**

- a. Điều chỉnh thành phần hóa học của hợp kim, để hợp kim không tạo ra hỗn hợp cùng tinh và các tạp chất có nhiệt độ nóng chảy thấp.
- b. Cho thêm vào trong hợp kim một số nguyên tố nhằm khử pha lỏng, làm tăng tính dẻo của hợp kim.
- c. Khống chế điều kiện kết tinh và nhiệt độ biến dạng dẻo, bảo đảm pha lỏng khuếch tán vào pha nền.
- d. Dùng phương pháp gia công hợp lý, tạo sơ đồ biến dạng 3 chiều nén để tăng tính dẻo của kim loại.

#### **2.4. 3. Biến dạng dẻo kim loại bán lỏng**

Quá trình đúc cán liên tục, đúc ép, ép bán lỏng được ứng dụng rộng rãi trong công nghiệp.

Quá trình công nghệ ép bán lỏng:



Hình 2.8 Công nghệ ép bán lỏng

Quá trình đúc cán liên tục và đúc áp lực là quá trình nén ép kim loại lỏng để kim loại lỏng điền đầy lòng khuôn và kim loại kết tinh dưới áp lực nhỏ. Còn ép bán lỏng là phương pháp GCAL, nung kim loại hoặc làm nguội kim loại đến nhiệt độ bán lỏng: nằm giữa đường lỏng và đường đặc sau đó ép kim loại để kim loại kết tinh dưới một áp lực khá lớn. Nhờ đó, ta được sản phẩm có độ mịn đặc lớn và

tính chất cơ học cao do kim loại vừa kết tinh vừa bị biến dạng. Trong trường hợp này kim loại không có tổ chức đúc.

Người ta chia quá trình công nghệ ép bán lỏng kim loại theo các phương án:

a. Rót kim loại nóng chảy vào khuôn, sau đó đẽ kim loại lỏng kết tinh dưới áp lực cao.

b. Kim loại kết tinh ở áp lực cao và biến dạng ở trạng thái bán lỏng.

c. Kim loại kết tinh dưới áp lực cao, và biến dạng ở trạng thái lỏng.

Trong các phương án, khác với đúc áp lực, kim loại kết tinh ở trạng thái chịu áp lực và bị biến dạng dẻo.

Lực ép cao khi kết tinh kim loại làm cho kim loại không bị rỗ xốp, không có tổ chức thô to... Kết quả cải thiện tổ chức kim loại, từ đó cho chất lượng tốt, hiệu suất cao.

*Chuẩn bị kim loại cho ép bán lỏng:*

Bước công nghệ đầu tiên là nấu chảy kim loại, có 2 công nghệ nấu:

a. Nung kim loại lên nhiệt độ trên nhiệt độ nóng chảy hoàn toàn (đường lỏng), giữ nhiệt trong một thời gian nhất định sau rót vào khuôn và đưa vào máy đẽ ép.

b. Cho kim loại rắn vào khuôn, cho vào trong lò, nung kim loại lên nhiệt độ trên đường lỏng, dưới đường đặc, để kim loại nóng chảy ở trạng thái bán lỏng, kim loại điền đầy lòng khuôn, sau đó đưa ra ép.

Hai phương pháp chuẩn bị kim loại nêu trên có các ưu và nhược điểm :

Ưu điểm quan trọng của phương pháp thứ nhất là cấu trúc kim loại trong miềん bán lỏng được khống chế bởi các điều kiện kết tinh và có thể biến đổi được nhờ tác động bên ngoài, như khuấy. Làm cho cấu trúc pha và thành phần đồng đều hơn. Nhưng, dùng cách này phải sử dụng lượng kim loại nhiều hơn số lượng kim loại chi tiết cần, tính kinh tế giảm.

Ưu điểm cơ bản của phương pháp thứ 2 là thời gian kim loại giữ ở trạng thái lỏng ít, bảo đảm giữ thành phần kim loại đúng yêu cầu. Độ giãn nở của khuôn ít hơn, quá trình chuyển biến và kết tinh ngắn. Nếu dùng phương pháp nung cảm

ứng cho tốc độ nung nhanh, thích ứng với phương pháp ép bán lỏng các chi tiết nhỏ và sản xuất loạt nhỏ. Trong trường hợp ép bán lỏng vật liệu tổ hợp kim loại, cấu trúc bán lỏng của hợp kim phụ thuộc vào cấu trúc ban đầu, vào điều kiện nung và thời gian giữ nhiệt.

#### *Cơ sở lý thuyết của công nghệ ép bán lỏng*

Cơ sở lý thuyết của quá trình như sau:

Ta có thể phân biệt : đầu tiên kim loại được rót vào khuôn, sau đó trong quá trình kết tinh kim loại chịu áp lực cao. Lúc đó có sự ảnh hưởng của nhiệt độ trong thể tích kim loại lỏng khi kết tinh và ép. Nhiệt độ này quyết định bởi thời gian đúc rót kim loại lỏng vào khuôn ép, lực ép cần thiết và thời gian cần để kết tinh kim loại. Các tham số này phụ thuộc điều kiện truyền nhiệt và toả nhiệt không ổn định. Ta có thể dùng phương trình vi phân truyền nhiệt không ổn định trong vật thể kim loại: Phương trình Fourier.

Cần xác định thời gian lớn nhất cần thiết để rót kim loại lỏng điền đầy lòng khuôn và thời gian ép kim loại trong khuôn để kim loại kết tinh.

$$\frac{\partial v}{\partial \tau} = \frac{\lambda}{c\rho} \cdot \nabla^2 v \quad (2.5)$$

Trong đó:  $v$ - nhiệt độ;

$\tau$ - thời gian;

$\lambda$ - hệ số dẫn nhiệt;

$c$ - nhiệt dung;

$\rho$ - mật độ (tỷ trọng)

Thời gian bắt đầu kết tinh được xác định theo quan hệ:

$$\tau_d = f(v_e, v_i, v_f, \alpha, \lambda(c\rho), x)$$

trong đó : -  $v_e$  - nhiệt độ khuôn;

-  $v_i$  - nhiệt độ rót của kim loại lỏng;

-  $v_f$  - Nhiệt độ kết thúc kết tinh;

-  $\alpha$  - hệ số truyền nhiệt;

- $\lambda(c\rho)$ - hệ số dẫn nhiệt;
- $x$  - chiều dày thành khuôn.

Thời gian cần thiết để kết tinh hoàn toàn và hoá rắn chi tiết dập là một đặc trưng quan trọng của phương pháp ép lỏng. Khi xác định thời gian kết thúc kết tinh  $v_f$  cần xác định nhiệt kết tinh  $Q_o$ , chúng được hấp phụ khi nóng chảy và được toả ra khi kim loại chuyển từ thể lỏng sang thể rắn. Ta có thể dùng công thức tính toán sự chuyển dịch của mặt giới hạn 2 pha lỏng-rắn theo hướng vào tâm vật ép :

$$\xi = \varepsilon \cdot \sqrt{\tau} \quad (2.6)$$

Trong đó :  $\xi$  - Chiều dày lớp kim loại đã kết tinh;

$\varepsilon$  - Hệ số được xác định bằng công thức sau

$$Q_o \rho_2 \frac{\sqrt{\pi}}{2} \cdot \varepsilon = \sqrt{\lambda_1 \rho_1 c_1} (v_{m,l} - v_o) \cdot \frac{e^{-\frac{\varepsilon^2}{4\alpha_1}}}{1 - G\left(\frac{\varepsilon}{\sqrt{4\alpha_1}}\right)} + \\ + \sqrt{\lambda_2 \cdot \rho_2 \cdot c_2} (v_1 - v_{m,l}) \cdot \frac{e^{-\frac{\varepsilon^2}{4\alpha_2}}}{1 - G\left(\frac{\varepsilon}{\sqrt{4\alpha_2}}\right)} \quad (2.7)$$

Trong đó :  $v_{m,l}$  - nhiệt độ của kim loại lỏng.

Mặt khác trong quá trình kết tinh, kim loại chịu tác dụng của áp lực cao. Đa số các kim loại khi ép bán lỏng, nhiệt độ kim loại tăng theo áp lực. Tăng giới hạn nhiệt độ giữa các pha : pha rắn và pha lỏng, có thể sử dụng công thức của Clausius-Clapeyron theo biểu đồ áp lực- nhiệt độ:

$$\frac{dp}{dT} = \frac{Q}{T(V_2 - V_1)} \quad (2.8)$$

Thực nghiệm với nhôm thấy nhiệt độ tăng 30 độ dưới áp lực 500MPa.

Hệ số truyền nhiệt phụ thuộc đáng kể vào áp lực và nhiệt độ kim loại. Hệ số đó xác định lượng nhiệt  $Q$  của kim loại truyền qua bề mặt A, trong thời gian  $\tau$ .

$$\alpha = \frac{Q}{A(\nu_{m-1} - \nu_o)\tau}. \quad (2.9)$$

Ta thấy  $\alpha$  không phụ thuộc áp lực  $p$ , nó phụ thuộc vào tính chất của vật liệu làm khuôn, hình dáng kích thước khuôn.

Quá trình kết tinh và đông đặc của kim loại lỏng dưới áp lực có các đặc điểm so với trường hợp đúc thông thường:

- a. Cùng với tăng hệ số truyền nhiệt, tốc độ nguội cũng tăng, nên làm tổ chức mịn đặc, hạt nhỏ;
- b. Khi lực ép tăng, độ hoà tan hydro tăng, tạo nên các rỗ khí micro,
- c. Khi lực ép tăng, tạo nên các lỗ co ngót;
- d. Cùng với việc tăng lực ép, các vi lỗ xốp tổ chức nhánh cây bị hạn chế;
- e. Cải thiện việc điền đầy lồng khuôn và cải thiện chất lượng bề mặt chi tiết.

Các ưu điểm của ép bán lỏng là cải thiện chất lượng, tăng cơ tính của vật dập.

Điều kiện quan trọng và quyết định khi ép bán lỏng là :

$$\tau_i \geq \frac{S}{V_{tb}} + \tau_{pmin} \quad (2.10)$$

Trong đó :  $\tau_i$  - thời gian ép;

$S$  - hành trình của khuôn trên;

$v_{tb}$  - tốc độ trung bình của chày;

$\tau_{pmin}$  - thời gian cần thiết để ép kim loại trong khuôn.

Thời gian bắt đầu kết tinh  $\tau_p$  phụ thuộc sản phẩm dập, hình dáng hình học của khuôn và sự chọn các yếu tố công nghệ. Muốn xác định sản phẩm có thể được ép bán lỏng, cần xác định thời gian bắt đầu kết tinh  $\tau_d$ . Nhờ  $\tau_d$  ta có thể xác định các tham số tối thiểu của sản phẩm ép bán lỏng. Giới hạn trên của các kích thước của sản phẩm dập được thiết lập nhằm bảo đảm tác dụng lực nhỏ nhất, áp lực nhỏ nhất  $p_{min}$  được xác định theo :

$$P/A \leq p_{min} \quad (2.11)$$

trong đó : P - lực nén biến dạng;

A - diện tích hình chiếu nằm của chi tiết ép.

Do tăng nhiệt độ của kim loại lỏng do tăng áp lực, cần chọn nhiệt độ kết tinh lý thuyết sao cho giới hạn các pha chỉ dịch chuyển khi áp lực đạt giá trị  $p_{min}$ , dù giảm  $\Delta v_{pmin}$  của nhiệt độ khi làm nguội.

$$\text{Kết quả là: } v_d = v_{m,l} + \Delta v_l + \Delta v_{pmin} \quad (2.12)$$

Khi xác định  $\Delta v_{pmin}$  cân đo đạc nhiệt độ khuôn.

Khi dùng áp lực cao trong ép bán lỏng, cho phép chế tạo các chi tiết làm bằng các hợp kim có tính đúc kém. Tăng tốc độ kết tinh có lợi cho việc đúc một số hợp kim có khoảng nhiệt độ kết tinh rộng, làm giảm có hại của thiên tích vùng.

Tốc độ điền đầy lòng khuôn dập có thể được xác định nếu biết tốc độ dịch chuyển của chày ép và tỷ lệ giữa diện tích mặt cắt ngang của chày  $\pi r_1^2$  và của cối  $\pi r_o^2$ :

$$V_l = \frac{vr_1^2}{r_o^2 - r_1^2}. \quad (2.13)$$

Từ đó ta có thể xác định thời gian điền đầy lòng khuôn

$$\tau_{r,c} = h/v_1 \quad (2.14)$$

Trong đó h là giới hạn các pha trong kim loại lỏng.

Trong trường hợp thời gian bắt đầu kết tinh theo bất đẳng thức 2.10 có thể biểu diễn bằng biểu thức sau:

$$\begin{aligned} \tau_d &\geq \tau_{r,r} + \tau_{p\ min} \\ \text{hoặc} \quad \tau_d &\geq \frac{h(r_o^2 - r_1^2)}{vr^2} + \tau_{p\ min}. \end{aligned} \quad (2.15)$$

Để giải bài toán biến dạng, cần xác định mô hình thuộc tính vật liệu. Trong ép bán lỏng có thể sử dụng mô hình vật liệu:

- tương đương xốp bão hòa;
- có thuộc tính dẻo nhớt phi tuyến;
- theo qui luật phi Newton.

Có thể xây dựng mô hình cho hệ rắn-lỏng theo các thông số:

- hàm thể tích theo pha rắn  $f_m$ ;
- hàm thể tích theo pha gia lỏng  $f_l$ ;
- hàm thể tích pha gia cố hoà tan trong pha lỏng  $f_p$ .

Giải quyết bài toán cháy dẻo vật liệu để xây dựng các phương trình của trường ứng xuất và trường biến dạng.

## 2.5. HIỆN TƯỢNG TỪ BIẾN : BÒ - DÃO - TÁC DỤNG SAU ĐÀN HỒI - VÒNG TRỄ CỦA KIM LOẠI

Tổng biến dạng của vật thể có thể chia làm 2 phần: biến dạng đàn hồi và biến dạng dẻo. Quan hệ tương đối của chúng phụ thuộc nhiều yếu tố, trong đó có tốc độ biến dạng, biến dạng xảy ra càng nhanh, phần biến dạng đàn hồi càng lớn, phần biến dạng dẻo càng nhỏ. Có thể giải thích, do biến dạng đàn hồi truyền đi với tốc độ âm trong vật thể. Còn truyền lan biến dạng dẻo, do tốc độ chuyển động của lệch, chịu ảnh hưởng ngẫu nhiên của các tạp chất, nên chậm hơn so với tốc độ truyền lan biến dạng đàn hồi.

Mặt khác, sự không hoàn chỉnh trong cấu trúc tinh thể của hạt, sự biến dạng không giống nhau giữa các hạt, sự tạo thành ứng suất dư loại 2, làm thay đổi tính chất vật liệu vùng dưới giới hạn đàn hồi và ở vùng biến dạng dẻo.

Mọi hiện tượng không hoàn toàn theo quy luật đàn hồi, gọi là hiện tượng phi đàn hồi. Hiện tượng phi đàn hồi nói chung, liên quan đến hai nguyên nhân:

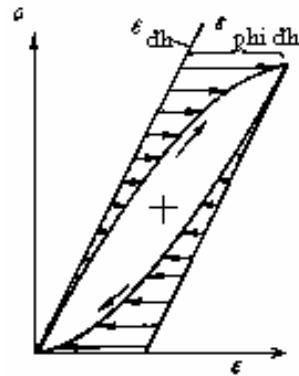
a. Năng lực của vật liệu phân tán năng lượng trong quá trình gia tải trong vùng đàn hồi, có nghĩa là chưa có biến dạng dẻo. Các chi tiết đều làm việc ở vùng dưới giới hạn đàn hồi. Có lúc cần vật liệu có tính chất giảm rung, giảm chấn - cần nội ma sát. Nhưng nhiều chi tiết như phân tử đàn hồi, dụng cụ đo lại cần vật liệu với độ phi đàn hồi nhỏ nhất và nội ma sát ít nhất.

b. Sự thay đổi nội ma sát có thể giúp xác định cấu trúc và tính chất của vật liệu. Do sự tiêu tan năng lượng trong quá trình dao động quan hệ với cấu trúc bên trong dưới tác động của ứng suất.

Dưới đây giới thiệu và giải thích tóm tắt một số hiện tượng thường gặp:

### 2.5.1. Quan hệ không tuyến tính giữa biến dạng và ứng suất

Khi gia tải vượt qua giới hạn tỉ lệ, mối quan hệ tuyến tính thực ra chỉ tồn tại khi tất cả các hạt còn ở trạng thái biến dạng đàn hồi. Quan hệ tuyến tính biến mất do sự xuất hiện biến dạng dẻo, vì để biến dạng dẻo với cùng một độ biến dạng cần một ứng suất lớn hơn so với biến dạng đàn hồi.

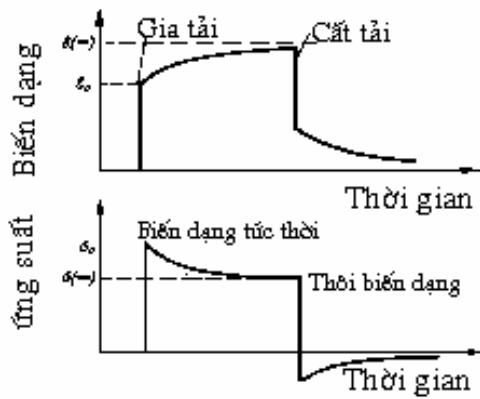


Hình 2.9 Hiệu tượng đàn hồi phi tuyến

### 2.5.2. Hiệu tượng sau tác dụng

Là hiệu tượng mẫu dưới tác dụng của một tải trọng nhỏ hơn giới hạn chảy sau một thời gian thấy xuất hiện biến dạng phụ thêm. Nếu cất tải vẫn còn lưu lại một lượng biến dạng nhỏ, sau một thời gian nữa mới mất đi, quan sát thấy khi chi tiết chịu lực ở nhiệt độ cao.

Hiệu tượng này có thể giải thích như sau: ở trạng thái với ứng suất không lớn, trong hạt tinh thể có một số mặt và phương tinh thể thuận lợi cho sự trượt xảy ra hiệu tượng lệch chuyển động (nhảy) theo sự tăng của thời gian.



Hình 2.10 Hiệu tượng sau đòn hồi, khi ứng suất không đổi (a), và khi biến dạng không đổi (b)

làm các hạt yếu biến dạng dẻo, ứng suất dư tạo ra có dấu ngược với ứng suất dư ban đầu. Dưới tác dụng của ứng suất dư trong hạt yếu lại xuất hiện sự dịch chuyển của lệch theo thời gian từ đó sinh ra biến dạng dẻo với dấu ngược lại. Điều đó làm giảm giá trị của ứng suất dư, và biến dạng đòn hồi ở hạt cứng, dẫn đến giảm biến dạng dư trên toàn đa tinh thể.

### 2.5.3. Hiện tượng dão

Dão là hiện tượng ứng suất giảm theo thời gian chịu lực cần để giữ cố định một lượng biến dạng của mẫu. Khi lượng biến dạng tổng cố định, thời gian chất tải càng tăng, một phần biến dạng đòn hồi chuyển thành biến dạng dẻo. Đó là do trong hạt biến dạng, nhất là trên mặt trượt thuận lợi, quan sát thấy sự chuyển động định hướng của lệch, khiến phần biến dạng đòn hồi trong toàn phần biến dạng của hạt giảm, do đó làm giảm giá trị ứng suất cần thiết để giữ cố định lượng biến dạng, phụ thuộc lượng biến dạng đòn hồi. Độ giảm ứng suất tỷ lệ với giá trị ứng suất.

$$-\frac{d\sigma}{dt} = k\sigma \quad (2.16)$$

Hiện tượng tăng dần biến dạng khi giữ tải và mất dần khi cắt tải gọi là hiện tượng sau tác dụng đòn hồi xuôi và ngược tạo ra biến dạng dẻo ở những hạt yếu đó, biến dạng đòn hồi ở các hạt cứng khác. Kết quả tạo ra một biến dạng phụ trên toàn mẫu. Khi cắt tải, mẫu muốn trở lại hình dáng ban đầu, các hạt biến dạng đòn hồi tác động

Trong đó:  $d\sigma$  - lượng giảm ứng suất trong thời gian  $dt$ ;

$k$  - hệ số tỷ lệ, xét ảnh hưởng của tốc độ dão;

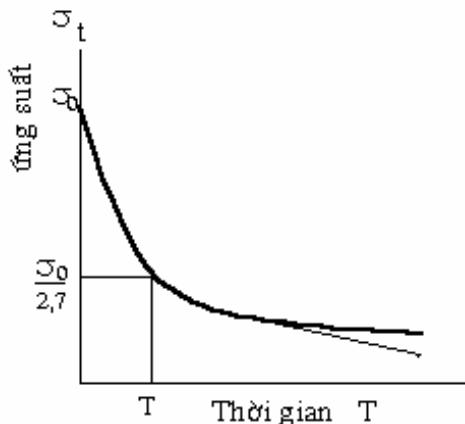
$\sigma$  - ứng suất trong vật thể.

Xét giá trị ứng suất tại thời điểm nghiêm cứu so với điều kiện ban đầu, ta có thể viết công thức dưới dạng:

$$\sigma_t = \sigma_0 e^{-kT} + \sigma_{min} \quad (2.17)$$

trong đó:  $\sigma_t$  - ứng suất tại thời điểm  $t$ ;  $\sigma_0$  - ứng suất tại thời điểm ban đầu;

$T$  - thời gian dão;  $\sigma_{min}$  - ứng suất nhỏ nhất cho phép.



Hình 2.11 Đường cong dão

Ta biết, dù tác dụng lực lâu đến bao nhiêu, kim loại đều giữ một lượng biến dạng đàn hồi nhất định, nên  $\sigma_t$  chỉ có thể giảm đến một giá trị nhất định.

Một số nhà nghiên cứu cho rằng, tốc độ dão của vật liệu không có giá trị cố định. Chúng phụ thuộc tính, tổ chức và điều kiện gia công trước của kim loại. Tốc độ biến dạng tương đối trong gia công áp lực có ảnh hưởng lớn: tốc độ biến dạng tương đối càng nhỏ, lực cần để biến

dạng càng nhỏ, biểu hiện đàn hồi của kim loại càng nhỏ. Biến dạng càng dễ. Hình trên cho thấy, tốc độ biến dạng tương đối ảnh hưởng trong giai đoạn đầu rất lớn, sau khi đạt đến một giá trị nhất định ảnh hưởng giảm, và dưới giới hạn, tốc độ biến dạng tương đối không còn có ảnh hưởng đến trở lực biến dạng, tốc độ đó gọi là tốc độ không. Ta biết thời gian gia công rất ngắn, nhưng biến dạng đàn hồi đã thực hiện hoàn toàn, tốc độ biến dạng tương đối chỉ ảnh hưởng đến biến dạng dẻo.

Hiện tượng dão phụ thuộc tổ chức kim loại và nhiệt độ. Do, biến dạng dão thực hiện theo cơ chế trượt và khuyếch tán, nên nếu trong kim loại có các thành phần hạn chế quá trình trượt và khuyếch tán thì cũng làm giảm quá trình dão.

#### 2.5.4. Hiện tượng bò

Vật thể dưới tác dụng của nhiệt độ cao và áp lực với ứng suất nhỏ hơn giới hạn chảy, ta thấy, vật liệu cũng bị biến dạng dẻo từ từ và có thể xảy ra phá huỷ, hiện tượng đó gọi là hiện tượng bò.

Kim loại bò dưới tác dụng của mọi dạng lực (kéo, nén, uốn xoắn) và dưới mọi tác dụng của nhiệt độ, nhưng bò ở nhiệt độ cao rất lớn. Nên kim loại làm việc ở nhiệt độ cao cần phải chú ý, như các lò hơi, động cơ nhiệt, cần đề phòng chống nổ hỏng. Quá trình bò có 3 giai đoạn: giai đoạn đầu, bò ổn định tốc độ bò nhỏ, giai đoạn 2 bò ổn định với giá trị cố định. Nếu nhiệt độ và ứng suất nhỏ, giai đoạn này chiếm thời gian chính. Giai đoạn 3, tăng tốc độ bò và đến phá huỷ.

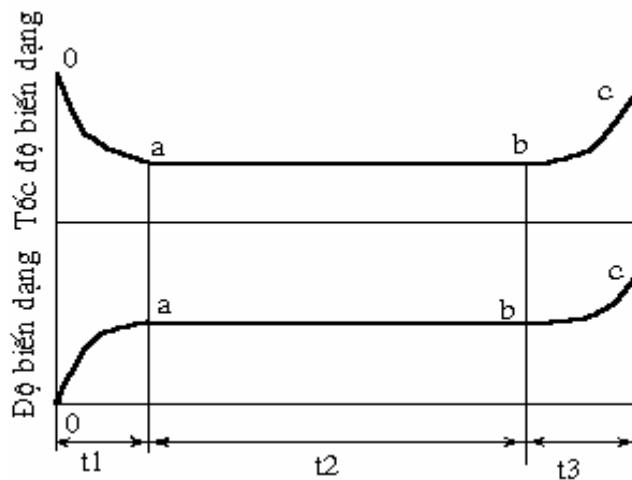
Bảng 2.3 cho thấy các giá trị giới hạn bền thay đổi theo tốc độ thực nghiệm:

Bảng 2.3

Kim loại	Tốc độ thí nghiệm thường			Thí nghiệm thời gian dài	
	$\sigma_b$ MPa	$\sigma_o$ MPa	$\delta_{10}$	$\sigma_b$ MPa	đến phá huỷ
Brônz	45	75	37	40	8 ngày
	51,5	16,5	14	40	1 ngày
	51,5	16,5	14	35~30	25 ngày
	51,5	16,5	14	25	45 ngày
	51,5	16,5	14	20	42 ngày
	51,5	16,5	14	16	110 ngày
Cu	33,4	9	7,5	30	<1 ngày
				25	9 tháng
Al	11,5	5,5	11,5	10	3 ngày
				8	8 tháng

Biến dạng bò có

thể thực hiện theo cơ chế khuyếch tán. Vật liệu không đồng đều, biến dạng bò cũng không đều. Có thể, ở một số hạt, có điều kiện tốt, xảy ra biến dạng bò. Trong khi đó, ở một số hạt khác lại không xảy ra. Có nghĩa là xảy ra biến dạng dẻo

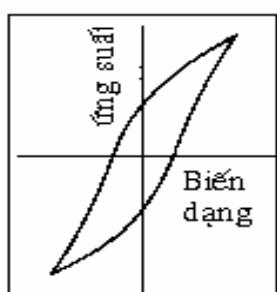


Hình 2.12 Đường cong biến dạng bò

cục bộ. Kết quả là, sinh ra vết nứt tế vi tại một chỗ nào đó bên trong hạt và tại phân giới hạt, từ đó dẫn đến phá huỷ vật liệu.

Nên trong thiết kế tạo các thiết bị nhiệt cần xác định biến dạng bò giới hạn. Thí dụ, khi thiết kế tuabin hơi và nồi hơi, thường sử dụng biến dạng bò giới hạn là 0,0001%/giờ hoặc 0,190%/năm. Ứng suất bò giới hạn còn phụ thuộc nhiệt độ làm việc, thí dụ, đối với thép các bon thấp, ở nhiệt độ  $450^{\circ}\text{C}$ , ứng suất bò giới hạn là 50MPa, còn khi nhiệt độ tăng lên  $600^{\circ}\text{C}$ , giá trị đó là 5 MPa.

### 2.5.5. Vòng trẽ đòn hồi

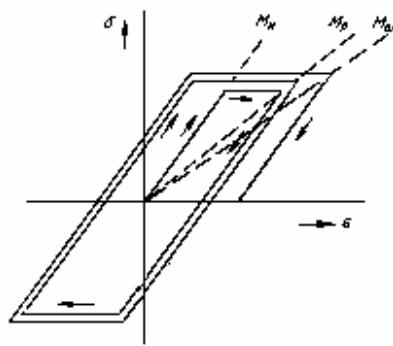


Hình 2.13 Vòng trẽ

Là hiện tượng được đặc trưng bằng các đường gia tải trên biểu đồ thay đổi lực quan hệ với biến dạng không trùng với các đường cắt tải, tạo nên vòng trẽ, xác định phần công sinh nhiệt trong quá trình biến dạng. Có thể giải thích quá trình đó như sau: Khi gia tải lớn hơn giới hạn tỉ lệ, trong hạt có định hướng thuận lợi, xuất hiện phân biến dạng dẻo, do đó tăng độ biến dạng của mẫu, đồng thời tăng

ứng suất so với quan hệ truyền tinh. Khi cất tải giảm biến dạng ở hạt cứng đầu tiên giảm biến dạng đàn hồi ở hạt mềm, sau đó tạo nên biến dạng đàn hồi đổi dấu, khi lực đủ lớn chúng lại chuyển sang biến dạng dẻo. Do đó, ở giai đoạn cuối khi cất tải cường độ biến dạng tăng theo quan hệ tuyến tính khi giảm lực biến dạng. Nếu do quá trình tác dụng sau biến dạng đàn hồi của hạt hoàn toàn cất bỏ thì vòng trẽ sẽ khép kín. Nếu cho rằng trong quá trình gia tải và cất tải xảy ra hiện tượng dão ứng suất trong hạt cứng, thì nhận được một lượng biến dạng dẻo sau mỗi chu kì quan sát thấy khi gia tải ở mẫu kéo đến ứng suất gần giới hạn chảy.

### 2.5.6. Hiệu ứng Baosinghe



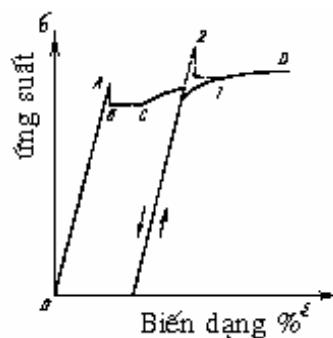
Hình 2.14 Quan hệ ứng suất biến dạng khi cộng hưởng

Đặc trưng: Mẫu lúc đầu biến dạng quá giới hạn chảy, giảm trở lực biến dạng (giới hạn đàn hồi, chảy khi biến dạng ở dấu ngược lại). Điều này được giải thích do hạt với mặt trượt có định hướng thuận lợi khi biến dạng mẫu, theo chiều ngược lại nhận một biến dạng dẻo với một ứng suất nhỏ hơn. Khi cất tải các hạt này do cất bỏ biến dạng đàn hồi ở hạt bên cạnh có một biến dạng đàn hồi dấu ngược lại, cho nên yêu cầu độ tăng ứng suất nhỏ hơn.

### 2.5.7 Diện tích chảy

Diện tích chảy trong biểu đồ kéo nén là một phần của biểu đồ, ở đó tăng biến dạng mẫu không cần tăng ứng suất tác dụng, tương ứng với giới hạn chảy  $\sigma_s$  ( $\sigma_{0.2}$ ). Nếu trong biểu đồ kéo nén có sự uốn đột ngột, tạo nên hình răng cưa, lúc này sẽ xuất hiện 2 giới hạn chảy: giới hạn chảy trên  $\sigma_s^T$  và giới hạn chảy dưới  $\sigma_s^D$ . Hiện tượng này tạo nên một diện tích, gọi là diện tích chảy, thường thấy ở các vật liệu như hợp kim màu và thép các bon thấp.

Ta có thể giải thích như sau, trong một số trường hợp ở phân giới hạt và phân giới các блок tạo nên mạng có độ bền lớn và dòn. Biến dạng dẻo xảy ra ở trong hạt và phân giới đó. Khi ứng suất đạt giá trị  $\sigma_s^T$ , những mạng dòn bị phá vỡ, nên biến dạng dẻo tiếp theo không cần ứng suất lớn. Giả thiết khác cho rằng, nếu lệch bị bao quanh bằng các nguyên tử tạp chất, làm tăng trở lực biến dạng ở giai đoạn đầu chuyển động của lệch. Khi tăng độ biến dạng dẻo, lệch thoát khỏi

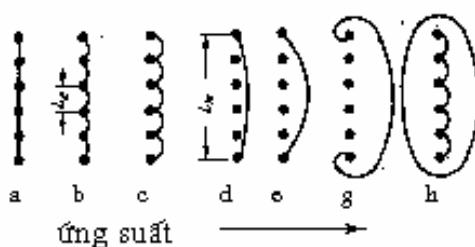


Hình 2.15 Giới hạn chảy  
và diện tích chảy

hiện diện tích trượt.

vùng bao vây của lệch, nên biến dạng dẻo tiếp theo dễ hơn, cần ít ứng suất hơn. Do sự giảm của trở lực biến dạng, nên dẫn đến biến dạng cục bộ. Các hạt có định hướng của mặt - phương trượt thuận lợi sẽ biến dạng. Gần những hạt này xuất hiện ứng suất tập trung, tạo thành vùng tập trung biến dạng dẻo. Dưới tác dụng của ứng suất này, thúc đẩy lan truyền biến dạng dẻo ra toàn vật biến dạng. Lượng biến dạng đó lớn hơn và dẫn đến xuất

### 2.5.8. Nội ma sát và vòng trễ hâm



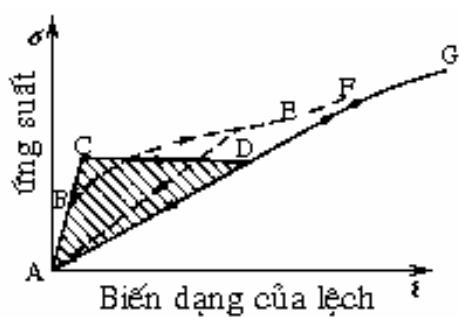
Hình 2.16 Các giai đoạn đoạn lệch bị uốn khi chịu ứng suất.  $L_c$  - chiều dài đoạn lệch giữa 2 nút tạp chất,  $L_N$  chiều dài đoạn lệch trong nguồn P-R

Nội ma sát là khả năng hấp thụ năng lượng giao động của vật liệu.

Vật liệu giảm rung và giao động cần một nội ma sát lớn, ngược lại các vật liệu làm nhạc cụ (chiêng, trống, dây đàn...) cần nội ma sát nhỏ. Sự tiêu tán, hấp thụ năng lượng dưới tác dụng ứng suất có thể gây ra sự biến đổi nhiệt độ, từ tính, và sự sắp xếp lại các nguyên tử.

Khi nghiên cứu sự phân tán năng lượng do chuyển động của lêch và tạo ra vòng trẽ chu kỳ ứng suất- biến dạng, nếu tăng ứng suất sẽ có sự dịch chuyển không thuận nghịch của lêch, sau đó giảm ứng suất đến không (trong quá trình gia tải theo chu kỳ), biến dạng không hoàn toàn mất đi. Để biến dạng trở về không cần đặt một tải ngược dấu. Nếu tiếp tục tăng tải ngược dấu, ta sẽ có biến dạng ngược giá trị, đến độ biến dạng bằng biến dạng nửa chu kỳ trước. Tiếp theo ta lại giảm tải, cho tải trọng về không, biến dạng về không. Ta sẽ có một vòng trẽ biến dạng hay vòng trẽ nội ma sát.

Khi gia tải, đầu tiên sẽ có một biến dạng đàn hồi và một phần biến dạng phi đàn hồi. Tiếp theo, dao động giảm dần theo thời gian và theo một chu kì nhất định. Cộng hưởng nội ma sát có thể xuất hiện do dao động của các đoạn lêch, giữa các điểm cố định, khi biên độ ứng suất nhỏ, và chúng không thể bứt khỏi các chỗ giữ (h2.16). Lúc đó đoạn lêch dao động trên mặt trượt như một dây bị rung.



Hình 2.17 Quan hệ giữa ứng suất và biến dạng của lêch (theo hình 2.16)

Hình 2.17 biểu diễn quan hệ giữa ứng suất và biến dạng của lêch, ta thấy có vòng trẽ (vùng gạch chéo), diện tích của chúng phụ thuộc vào lượng biến dạng. Sự phân tán năng lượng dao động quan hệ với sự tồn tại của трở lực của mạng với sự chuyển động của lêch. Giá trị của chúng phụ thuộc tốc độ dịch chuyển của đoạn lêch, và có nghĩa với tần số của lực kéo. Điều kiện xuất hiện cộng hưởng là tỉ lệ xác

định giữa lực hãm và tần số dao động riêng của đoạn lêch. Tần số dao động riêng cũng phụ thuộc chính vào dao động của lêch. Biến dạng phi đàn hồi trong điều kiện cộng hưởng tăng theo thời gian, và modun động có thể nhỏ hơn modun dão trong trường hợp dão đơn giản. Ta thấy, nội ma sát chính là phần năng lượng tiêu tán sau một chu kì giao động, và cũng chính là phần diện tích tạo bởi vòng trẽ.

### Chương 3

## MA SÁT TIẾP XÚC TRONG GIA CÔNG ÁP LỰC VÀ SỰ PHÂN BỐ KHÔNG ĐỀU CỦA ỨNG SUẤT VÀ BIẾN DẠNG

### 3.1 KHÁI NIỆM VỀ MA SÁT VÀ VAI TRÒ MA SÁT TRONG GIA CÔNG ÁP LỰC

Khi biến dạng dẻo, kim loại biến dạng luôn tiếp xúc với dụng cụ gia công, khiến một phần kim loại tại bề mặt tiếp xúc trượt trên bề mặt dụng cụ, giữa các mặt tiếp xúc có lực cản chống lại chuyển động trượt tương đối trên mặt tiếp xúc. Kết quả tạo ra cặp ma sát tiếp xúc cản trở quá trình chuyển vị của các phân tử kim loại.

Hai mặt có thể tiếp xúc trực tiếp, cũng có thể tiếp xúc một phần. Lực ma sát phụ thuộc chất lượng, đặc tính và trạng thái bề mặt, vào điều kiện bôi trơn. Bề mặt khuôn và vật dập có các chất lượng khác nhau, độ phẳng, độ nhấp nhô và biến dạng khác nhau do điều kiện gia công, do các khuyết tật dạng vi mô và vĩ mô khác nhau. Trên bề mặt còn có thể có các tính chất cơ lý hoá khác nhau, ứng suất trên bề mặt khác nhau. Bề mặt khuôn và vật dập luôn bị thay đổi do các tác động cơ học, như mặt khuôn bị biến dạng đàn hồi, bề mặt vật dập bị biến dạng dẻo. Bề mặt còn chịu ảnh hưởng của nhiệt độ, nhiệt độ vật dập và nhiệt độ sinh ra trong quá trình biến dạng dẻo. Trạng thái bề mặt còn phụ thuộc vật liệu làm khuôn và vật liệu dập, có vật liệu độ bền cao, vật liệu có hệ số ma sát thấp và ngược lại. Bề mặt có thể được bôi trơn bằng các vật liệu khác nhau: dầu, mỡ, nước, phốt phát hoá...cho các giá trị ma sát khác nhau.

#### 3.1.1. Tác dụng của ma sát



Hình 3.1 Profil bề mặt các chi tiết sau gia công

a. Ma sát tiếp xúc làm tăng trở lực biến dạng và công biến dạng vật liệu.

Ma sát kim loại trong gia công áp lực có ảnh hưởng

vừa tích cực vừa tiêu cực. Nhờ có ma sát khi cán kim loại có thể đi vào lỗ hình, khi dập giữ được phôi làm vật dập không bị nhăn. Nhưng, ma sát cản trở vật liệu biến dạng, trên bề mặt có tác dụng lớn, giảm dần ảnh hưởng khi đi vào bên trong. Khi có ma sát trên bề mặt xuất hiện một lực ma sát trên bề mặt có chiều ngược chiều chuyển động của kim loại trên bề mặt tiếp xúc kim loại - dụng cụ. Từ đó, làm thay đổi sơ đồ trạng thái ứng suất và gây biến dạng không đều. Thực vậy, khi chôn không có ma sát tiếp xúc, với trạng thái ứng suất đơn, chi tiết hình trụ, sau khi chôn chi tiết giữ nguyên hình dáng là hình trụ. Nhưng khi có ma sát tiếp xúc, ở biến dạng chia thành 3 vùng rõ rệt, với trạng thái ứng suất khối khác nhau. Nguyên nhân do tác dụng của ma sát bề mặt được lan truyền vào sâu bên trong vật thể biến dạng, tạo thành vùng khó biến dạng và sự biến dạng không đều tại các vùng. Sự biến dạng không đều phá huỷ tính đồng nhất của vật liệu về cấu trúc và tính chất, kể cả quá trình biến cứng và khử biến cứng.

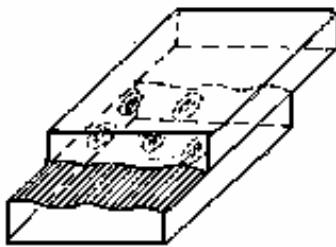
- b. Ma sát tiếp xúc làm tăng trở lực biến dạng, do phải thêm năng lượng để khắc phục ma sát, nên làm tăng trở lực biến dạng, có nghĩa là làm tăng áp lực đơn vị và tăng công tiêu hao.
- c. Ma sát tiếp xúc làm tăng sự mài mòn lòng khuôn, tăng nhiệt độ tiếp xúc từ đó giảm tuổi thọ khuôn, đồng thời tăng ứng suất liên quan đến tăng lực biến dạng.
- d. Ma sát ảnh hưởng đến trạng thái bề mặt vật dập và làm tăng tính không đều của tổ chức và tính chất vật dập.
- e. Do ma sát tiếp xúc, phải tiến hành bôi trơn làm tăng độ phức tạp của công nghệ và tăng chi phí sản xuất. Ngoài việc dùng các vật liệu bôi trơn thông thường như dầu mỡ, còn dùng phương pháp phốt phát hoá.

### 3.1.2. Phân loại ma sát

Theo ma sát học, có thể chia ma sát thành nhiều dạng khác nhau, ở đây giới thiệu một số dạng ma sát thường gặp trong gia công áp lực.

**Ma sát tĩnh:** Khi ngoại lực không đủ lớn để khắc phục lực ma sát giữa 2 vật để làm vật chuyển động, ma sát đó gọi là ma sát tĩnh.

**Ma sát trượt:** dưới tác dụng của ngoại lực làm chuyển vị tương đối giữa cặp ma sát.



**Ma sát lăn:** Dưới tác dụng của ngoại lực làm một vật chuyển động lăn trên vật khác. Trở lực lăn nhỏ hơn nhiều so với trở lực trượt.

### Đặc điểm ma sát trong biến dạng dẻo

Hình 2.2 Cặp ma sát giữa

2 vật tiếp xúc

a. Ma sát trong biến dạng dẻo khác ma sát trượt cơ học. Khi biến dạng dẻo, bề mặt dụng cụ biến dạng đàn hồi, bền mực vật dập thì biến dạng dẻo, bị nén bẹp, có xu thế lấy hình giáng của bề mặt dụng cụ. Do bề mặt tiếp xúc giữa phôi và dụng cụ tăng trong quá trình biến dạng dẻo, giá trị diện tích bề mặt tiếp xúc tỷ lệ với lượng biến dạng  $\epsilon$  và ứng suất pháp trung bình nén. Hệ số bề mặt tiếp xúc biểu diễn tỷ số giữa diện tích bề mặt được tiếp xúc của vật liệu biến dạng với diện tích được tiếp xúc trên bề mặt dụng cụ. Có các dạng: tiếp xúc mặt, tiếp xúc đường, tiếp xúc điểm. Thực tế, trong điều kiện không bôi trơn, bề mặt tiếp xúc có thể đạt 95% diện tích bề mặt toàn thể, khi có bôi trơn dầu khoáng, tỷ lệ đạt 55%, nhưng khi bôi trơn mỡ thực vật bề mặt tiếp xúc thực còn 25%. Trong quá trình biến dạng dẻo, bề mặt tiếp xúc tăng.

b. Ma sát gây ra mài mòn, do có sự cọ xát trượt giữa 2 bề mặt cơ khí, đồng thời, ma sát làm tăng nhiệt độ dụng cụ. Vẩy ôxyt trên bề mặt kim loại sau khi nung và trong quá trình gia công áp lực cũng có 2 tác dụng: làm tăng ma sát bề mặt. Trong biến dạng nguội, vẩy ôxyt cứng hơn kim loại, nên làm tăng khuyết tật bề mặt vật dập; nhưng trong biến dạng nóng, vẩy ôxyt mềm hơn so với kim loại biến dạng, chúng lại có tác dụng làm chất bôi trơn. Nhưng vẩy ôxyt cũng làm chất lượng bề mặt vật dập giảm.

c. Khi biến dạng dẻo, áp lực đơn vị rất lớn, trong biến dạng nguội khoảng 500~2500MPa, còn trong biến dạng nóng cũng đạt 100~500MPa, trong khi đó áp lực đơn vị cao nhất của ổ trục chỉ có 20~40MPa.

d. Trong biến dạng dẻo nhiệt độ bề mặt giữa khuôn và vật rèn rất cao, đạt  $1200^{\circ}\text{C}$ .

Sự hoà bén kim loại cũng làm thay đổi ma sát mặt tiếp xúc do độ rắn bề mặt vật biến dạng tăng, ngoài ra, khi 2 vật chuyển động tương đối, các hạt tinh thể của vật biến dạng bị kéo theo phương chuyển động, làm thay đổi điều kiện tiếp xúc.

Trong gia công áp lực, một bộ phận bề mặt kim loại, dưới tác dụng của điều kiện bên ngoài, có tác dụng hấp phụ các chất, có dính kết các chất như dầu mỡ. Nên ma sát không hoàn toàn là ma sát khô, thường là nửa khô hoặc có chất bôi trơn. Để khảo sát bản chất quá trình, ta nghiên cứu cơ chế sinh ma sát khô.

### 3.2. CƠ CHẾ SINH RA MA SÁT KHÔ

Bề mặt chi tiết sau gia công cơ khí bao giờ cũng có độ nhấp nhô nhất định (hình 3.1). Khi chúng tiếp xúc với nhau có thể xảy ra sự tiếp xúc theo các trường hợp: mặt lồi ăn vào mặt lõm hoặc các phần lồi tiếp xúc với nhau dạng điểm. Nhưng do profil nhấp nhô bề mặt không đồng nhất, nên bề mặt tiếp xúc thực không phải 100%. Dưới tác dụng của lực pháp tuyến, khi cắt ma sát dịch chuyển tương đối sẽ xảy ra các dạng:

- a. Phần lồi có độ cứng lớn sẽ cắt phần lồi có độ cứng nhỏ, làm thay đổi tốc độ trượt, làm trên bề mặt chi tiết cứng hơn sẽ bị chèn các hạt của chi tiết mềm hơn;
- b. Do nhiệt biến dạng và nhiệt cắt làm tăng nhiệt độ bề mặt, kết quả là nhiệt độ vật liệu của chi tiết cắt biến dạng có thể đạt nhiệt độ nóng chảy;
- c. Do biến dạng, hiện tượng cắt và nhiệt độ đã làm thay đổi tổ chức bề mặt tiếp xúc;
- d. Do lực tác dụng của các nguyên tử trên bề mặt tiếp xúc làm thay đổi trường lực.

Lực tác dụng tương hỗ của cặp ma sát gây ra quá trình thứ nhất, sau đó mới gây ra các quá trình tiếp theo. Độ bền phần nhô bề mặt do bản thân độ lớn của chúng quyết định. Chính vì vậy, nếu 2 bề mặt cặp ma sát đều cứng, thì 2 bề mặt đều bị biến dạng và bị cắt.

Trong quá trình liên tục gia công, bề mặt dụng cụ bị mài mòn. Do bề mặt tiếp xúc của công cụ tác dụng liên tục và trong thời gian dài với kim loại biến dạng, nhất là trong điều kiện nhiệt độ cao, càng làm tăng độ mài mòn của dụng cụ.

Mặt phân giới giữa cặp ma sát được gọi là trường ma sát. Khi hai mặt thực tiếp xúc với nhau, trường ma sát là bề mặt giới hạn bằng các đường giới hạn mặt tiếp xúc. Trong dập khối, trường ma sát là toàn bộ mặt tiếp xúc giữa lòng khuôn và kim loại biến dạng. Bề mặt trên đó tác dụng ứng suất tiếp do ma sát gây ra gọi là mặt tiếp. Nếu một vật thể tất cả mặt tiếp chiếu trên trường ma sát, tất nhiên tổng diện tích hình chiếu nhỏ hơn diện tích trường ma sát. Nếu gọi  $F_m$  là diện tích trường ma sát, diện tích  $F_t$  là tổng diện tích hình chiếu của mặt tiếp trên trường ma sát, vậy:

$$F_t < F_m$$

Mặt tiếp giữa 2 vật tiếp xúc, nói chung không bằng nhau. Vật có độ bền lớn mặt tiếp nhỏ, vật có độ bền nhỏ mặt tiếp lớn. Do khuôn có độ bền cao hơn kim loại biến dạng, nên chúng có mặt tiếp nhỏ hơn. Tổng diện tích hình chiếu của mặt tiếp của dụng cụ trên trường ma sát nhỏ hơn rất nhiều tổng diện tích hình chiếu của mặt tiếp xúc của kim loại biến dạng trên trường ma sát và nhỏ hơn diện tích trường ma sát  $F_m$ . Độ lớn của lực ma sát để cặp ma sát có thể chuyển dịch tương đối với nhau do độ lớn của  $F_t$  quyết định.

Các yếu tố quyết định  $F_t$  là:

Lực pháp tuyến  $P$ : lực  $P$  càng lớn, các phần nhấp nhô của 2 bề mặt càng dẽ ăn sâu vào nhau, nên  $F_t$  càng lớn.

Thời gian hình thành các tiếp điểm: Các điểm tiếp xúc giữa các phần nhấp nhô được hình thành trong một khoảng thời gian. Như vậy khi cặp ma sát trong trạng thái tĩnh, phần ăn sâu vào nhau giữa các mặt nhám nhiều hơn khi 2 bề mặt

dịch chuyển. Có nghĩa là diện tích hình chiếu của các mặt tiếp trên trường ma sát Ft trong trạng thái tĩnh lớn hơn trong trạng thái động. Điều đó ảnh hưởng đến tốc độ dịch chuyển của các vật.



Hình 3.3 Các dạng bề mặt tiếp xúc

Ảnh hưởng của nhiệt độ: Nhiệt độ tăng, độ bền của vật liệu giảm,  $F_t$  tăng.

Ảnh hưởng của độ nhám bề mặt: Độ nhám bề mặt tăng,  $F_t$  tăng, đó là do số lượng phân nhấp nhô trên đơn vị diện tích của trường ma sát tăng, làm tăng diện tích  $F_t$ .

Trong gia công áp lực, một phần bề mặt tiếp xúc bị biến dạng, một phần bị phá huỷ, lực khắc phục lực ma sát gồm lực đàn hồi của khuôn, lực biến dạng dẻo của vật liệu biến dạng và các lực cắt. Vì vậy, lực ma sát biến đổi theo các yếu tố sau:

- Do lực pháp tuyến tăng làm tăng lực ma sát. Nhưng lực ma sát tăng có giới hạn, sau khi ma sát ngoài chuyển thành ma sát trong, chúng đạt giá trị lớn nhất.
- Giảm tốc độ dịch chuyển tương đối của cặp ma sát, lực ma sát tăng.
- Tăng độ nhám của dụng cụ khuôn làm tăng ma sát. Nhưng khi tăng độ nhám đến một mức độ nhất định, lực ma sát tăng còn do tăng lực hấp dẫn của các nguyên tử trên bề mặt tiếp xúc.
- Tăng nhiệt độ của vật thể làm tăng hoặc giảm lực ma sát do làm tăng diện tích  $F_t$ , làm giảm độ bền phân nhấp nhô của bề mặt, làm quá trình ăn sâu và cắt dễ dàng, ma sát giảm.

Như vậy, cơ chế tạo thành ma sát khô chủ yếu do biến dạng và cắt các đỉnh nhấp nhô bề mặt gây ra.

Các quy luật ảnh hưởng của các yếu tố đến ma sát nửa khô cũng gần giống như trong ma sát khô. Nhưng, khi tốc độ trượt tăng hệ số ma sát giảm. Khi tốc độ trượt đủ lớn, làm giảm rất nhanh thời gian tiếp xúc giữa cặp tiếp xúc, ma sát nửa khô có thể chuyển thành ma sát ướt. Sau khi chuyển xong định luật chuyển động chất lỏng Newton có tác dụng. Lúc này, ứng suất ma sát đơn vị

$$t = \eta \frac{dy}{dh} \quad (3.1)$$

Khi áp lực pháp tuyến tăng đến một giới hạn, các chất bôi trơn bị nén khỏi mặt tiếp xúc, làm diện tích ma sát tiếp xúc  $F_m$  tăng, hệ số ma sát Coulomb tăng.

### 3.3. CÁC ĐỊNH LUẬT VỀ MA SÁT

#### 3.3.1. Các định luật ma sát chung

a. Định luật thứ nhất: Công của ma sát ngoài A bằng tổng công của nhiệt sinh ra Q và công các năng lượng được hấp thụ  $\Delta E$ :

$$A = Q + \Delta E \quad (3.2)$$

Thường công của ma sát ngoài không hoàn toàn biến thành nhiệt, nên nhỏ hơn A và  $\Delta E > 0$ . Tỷ số năng lượng hấp thụ và công của ma sát ngoài là một đại lượng thay đổi, phụ thuộc vào tính chất vật liệu và điều kiện ma sát ngoài:

$$\Delta E/A = \varphi(p, v, c) \quad (3.3)$$

trong đó: p - áp suất, v - tốc độ trượt, c - vectơ các thông số ma sát, tính chất vật liệu, môi trường, nhiệt độ...

b. Định luật thứ 2: Lực ma sát là tổng các lực thành phần được dùng để thúc đẩy các quá trình cơ-lý-hoa ứng với điều kiện tiếp xúc của cặp ma sát. Các lực ma sát gồm các dạng: ma sát bên trong các lớp thuỷ khí động; chế độ ma sát tựa thuỷ động; ma sát trượt trong các lớp giới hạn; tạo giải trong các lớp bề mặt kim loại; quá trình dao động đàn hồi trong lớp bề mặt; biến dạng của các thể tích bề mặt vĩ mô; phá hoại các liên kết khuyếch tán; tương tác của trường phân tử của các pha rắn- trường Vandecvan và trường bề mặt với các khuyết tật của cấu trúc tinh thể; cơ chế phá hoại sự tích luỹ các khuyết tật và sự tan rã các cấu trúc thứ cấp; các cơ chế phá hoại thể tích vĩ mô kim loại; tản mát năng lượng ra ngoài.

c. **Định luật thứ 3:** Với một tập hợp các thông số vật liệu, môi trường, nhất định có một vùng của tác dụng cơ học, trong đó tích phân của tỷ số năng lượng hấp phụ trên công của lực ma sát trong toàn thể tích bị biến dạng có giá trị cực tiểu.

### 3.3.2. Xác định ứng suất (lực ma sát) trên bề mặt tiếp xúc

Để tính toán ứng suất tiếp xúc giữa dụng cụ và mặt kim loại tiếp xúc, cần xác định ứng suất tiếp, do ma sát trên bề mặt tiếp xúc gây ra. Quan hệ giữa lực ma sát và áp lực tác dụng phụ thuộc thuộc tính và trạng thái của cặp ma sát. Nhiều nhà khoa học đã xây dựng thành các định luật để tính toán:

#### a. Mô hình lực pháp tuyến - Định luật ma sát Culông

Trong quá trình ma sát khô, trong điều kiện của bề mặt tiếp xúc của cặp ma sát như nhau (trạng thái bề mặt, nhiệt độ, trạng thái vật lý và thuộc tính kim loại) lực ma sát (lực tiếp tuyến  $T$ ) tỷ lệ thuận với lực pháp tuyến:

$$T = \mu \cdot P_N \quad (3.4)$$

trong đó:  $\mu$  - hệ số tỷ lệ, gọi là hệ số ma sát lực pháp tuyến hay hệ số ma sát Culông.

$P_N$  - áp lực pháp tuyến, tác dụng của dụng cụ lên mặt kim loại biến dạng.

$T$  - lực ma sát, tiếp tuyến với mặt tiếp xúc, có chiều ngược với chiều chuyển động của vật.

Trong quá trình biến dạng dẻo, do bề mặt nhấp nhô của kim loại biến dạng bị nén ép làm diện tích tiếp xúc thực tăng. Mặt khác, do hình thành mặt tiếp xúc mới, các diện tích này có điều kiện hoá lý khác làm thay đổi hệ số ma sát. Nếu phần kim loại bên trong vật thể chuyển ra bề mặt tạo thành mặt tiếp xúc mới, mặt này có hoạt tính bề mặt cao, có nghĩa có lực hấp dẫn giữa các phân tử trên diện tích tiếp xúc, làm hệ số ma sát tăng.

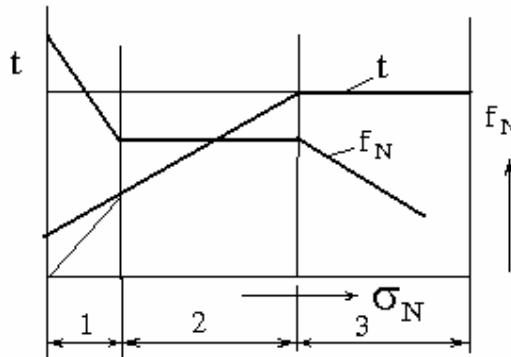
#### b. Định luật ứng suất ma sát trung bình

Lực ma sát trung bình  $t$  là lực ma sát gây ra lực tiếp tuyến tác dụng trên một đơn vị diện tích.

$$t = T / F_m = \mu \cdot \sigma_N \quad (3.5)$$

trong đó:  $\sigma_N$  - ứng suất pháp tác dụng lên trườn ma sát.

$\mu$  - hệ số ma sát.



Hình 3.4 Quan hệ giữa lực ma sát  $t$  với hệ số ma sát  $f_N$  và ứng suất pháp  $\sigma_N$  trong quá trình ma sát khô.

1. Giai đoạn hệ số ma sát cao; 2. Khu vực tác dụng của ma sát Coulomb; 3. Khu vực tác dụng của lực ma sát bằng hằng số.

Như vậy, trong điều kiện nhất định, ứng suất ma sát tỷ lệ với ứng suất pháp.

Ta biết, điều kiện dẻo

$$\tau_k = (0,5 \sim 0,578) \sigma_s$$

đó  $\sigma_s$  là giới hạn chảy kim loại được xác định trong thử kéo đơn. Xét 2 công thức trên ta thấy, khi lực ma sát đạt giá trị lớn nhất, sẽ tiếp tục tăng ứng suất pháp làm hệ số ma sát giảm. Tại thời điểm hệ số ma sát bắt đầu giảm có thể coi đó

là giới hạn tác dụng của định luật Coulomb. Nhưng thực tế, từ thời điểm đó hệ số ma sát  $\mu$  xuất hiện và tỷ lệ nghịch với ứng suất pháp.

$$t_{\max} = \tau_k = (0,5 \sim 0,578) \sigma_s \quad (3.5)$$

$$\mu_s = t_{\max} / \sigma_s = (0,5 \sim 0,578) \quad (3.6)$$

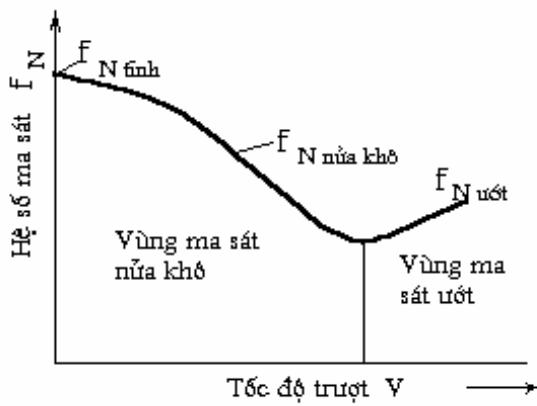
Trong điều kiện dẻo ứng suất tiếp lớn nhất Tressca  $\mu_s = 0,5$ ; trong điều kiện dẻo năng lượng Von Misses  $\mu_s = 0,578$ , lúc này ngoại ma sát sẽ chuyển thành nội ma sát. Hệ số ma sát lớn nhất  $\mu_s$  trở thành hệ số ma sát giới hạn chảy.

Trong công thức tính áp lực đơn vị của gia công áp lực, không phân biệt đưa trong công thức tính toán  $\mu$  hay  $\mu_s$ , mà chỉ nói chung về hệ số ma sát. Thực tế  $\mu$  và  $\mu_s$  có giá trị khác nhau:

$$t = \mu \sigma_N = \mu_s \sigma_s \quad (3.7)$$

vậy:  $\mu = \mu_s \sigma_s / \sigma_N$ , cho nên nếu  $\sigma_N > \sigma_s$  thì hệ số ma sát Coulomb nhỏ hơn hệ số ma sát Tresca và ngược lại.

Khi  $\sigma_N = \sigma_s$  thì 2 hệ số bằng nhau.



Hình 3.5 Quan hệ giữa hệ số ma sát nửa khô với tốc độ trượt và sự chuyển từ ma sát khô thành ma sát ướt

màng, với ứng suất tiếp:

$$T = \bar{m} \tau \quad (3.8)$$

trong đó:  $\bar{m}$  - hệ số ma sát của màng giới hạn,  $0 \leq \bar{m} \leq 1$ ;  $\bar{m} = 0$  đặc trưng cho tiếp xúc không ma sát;  $\bar{m} = 1$  đặc trưng cho tiếp xúc dính giữa 2 bề mặt vật liệu ở nhiệt độ cao.

$\tau$  ứng suất phá huỷ cắt của vật liệu mềm hơn.

### 3.3.3. Cách chọn hệ số ma sát trong tính toán ứng suất và biến dạng:

a. Trong quá trình gia công áp lực nguội, dầu bôi trơn không bị ép ra ngoài,  $t < t_{max}$ ,  $f_N$  có giá trị trung bình.

Bề mặt dụng cụ đánh bóng  $\mu_s = 0,04 \sim 0,08$

Bề mặt bị mòn  $\mu_s = 0,09 \sim 0,12$

### c. Định luật ma sát Mô hình màng giới hạn

Giữa mặt tiếp xúc của dụng cụ và vật biến dạng thường có một màng mỏng, đó là chất bôi trơn hoặc màng ôxyt, được bám dính chắc trên bề mặt. Vậy, ta có thể giả thiết, dịch chuyển tương đối giữa kim loại và dụng cụ chỉ có thể xảy ra khi có biến dạng của

Hệ số ma sát  $\mu$  và  $\bar{m}$  của một số kim loại

Bảng 3.1

Kim loại	Nhiệt độ $^{\circ}\text{C}$	Bôi trơn	$\mu$	$\bar{m}$
Thép cacbon thấp	20	Khô	0,25	0,5
Thép cacbon thấp	950	Khô	0,45	0,3~1,0
Thép cacbon thấp	20	Dầu	0,03	0,05
Các loại thép khác	20	Xà phòng	0,05	0,07
Nhôm	20	Dầu	0,05	0,15
Đồng	20	Khô	0,1	0,9
Đồng	850	Graphit	0,25	0,2

b. Trong quá trình gia công áp lực, dầu bị loãng, dễ bị nén ép ra ngoài,  $t < t_{\max}$ . Khi chuốt, vuốt, cán kim loại với trạng thái ứng suất 3 chiều khác dầu, do ứng suất pháp trên mặt tiếp xúc thường nhỏ hơn giới hạn chảy, nên không có khả năng lực ma sát đạt giá trị lớn nhất.

$$\text{Bề mặt dụng cụ đánh bóng tốt} \quad \mu_s = 0,08 \sim 0,12$$

$$\text{Bề mặt bị mòn} \quad \mu_s = 0,13 \sim 0,20$$

c. Trong quá trình biến dạng, ma sát của dụng cụ chế tạo bằng thép lớn hơn ma sát của dụng cụ chế tạo bằng hợp kim cứng:

$$\mu_{\text{Thép}} > \mu_{\text{HKcứng}} > \mu_{\text{dá xaphia}}$$

d. Trong quá trình biến dạng dẻo nóng  $t < t_{\max}$

$$\text{Nếu có chất bôi trơn} \quad \mu = 0,20 \sim 0,25$$

$$\text{Không bôi trơn} \quad \mu = 0,30 \sim 0,45$$

Trong điều kiện chôn nóng, nếu giới hạn chảy  $\sigma_s$  lớn hơn ứng suất pháp  $\sigma_N$ , do chọn  $\mu$  nên làm cho ứng suất tiếp trung bình  $t$  vượt quá giá trị lớn nhất  $0,5 \sim 0,578$ . Vì vậy thường chọn  $\mu_s = \text{const}$  là hợp lý. Do đó hệ số ma sát  $\mu_s$  thường dùng trong các công nghệ gia công nóng như: quá trình ép chảy, chôn chi tiết với H/D nhỏ và cán thô nóng.

Trong gia công áp lực nóng có thể dùng mô hình ma sát màng giới hạn.

### 3.4. BÔI TRƠN VÀ ẢNH HƯỞNG CỦA CHÚNG ĐẾN LỰC MA SÁT

#### 3.4.1. Tác dụng của chất bôi trơn

Nếu trên bề mặt ma sát có bôi một lớp bôi trơn có dính kết, có thể thấy:

a. Lớp bôi trơn giữ hoàn chỉnh, không bị phá hoại, trên trường ma sát không có tiếp xúc "khô". Như vậy, ta có điều kiện ma sát ướt. Trong trường hợp này ma sát do lực hấp dẫn giữa các phân tử các chất bôi trơn gây ra. Lực hấp dẫn này ngăn cản các chất điểm của chất bôi trơn chuyển dịch tương đối với nhau. Chúng theo định luật chuyển động của chất lỏng nhớt Newton. Theo định luật này, lực ma sát tỷ lệ thuận với độ nhớt và tốc độ chuyển động, tỷ lệ nghịch với chiều dày lớp bôi trơn.

$$T = \eta F v/h \quad (3.7)$$

trong đó:  $T$  - lực ma sát ướt, kG;  $\eta$  - độ nhớt,  $\text{kG.s/mm}^2$ ;  $F$  - diện tích bề mặt trượt,  $\text{mm}^2$ ;  $v$  - tốc độ trượt tương đối,  $\text{mm/s}$ ;  $h$  - chiều dày lớp bôi trơn, mm.

Định luật trên không thích hợp với trường hợp lớp bôi trơn dày. Theo công thức trên, lực ma sát không phụ thuộc áp lực trên bề mặt ma sát, mà phụ thuộc diện tích trượt (tiếp xúc). Như vậy chúng hoàn toàn khác với điều kiện ma sát khô.

Trường hợp nửa khô. Trong trường hợp trên mặt ma sát có vùng không có chất bôi trơn, được gọi là điều kiện ma sát nửa khô. Trong trường hợp ma sát nửa khô, màng bôi trơn không hoàn toàn đã làm giảm sự tiếp xúc trực tiếp giữa các phân nhấp nhô của 2 mặt tiếp xúc, dụng cụ và vật liệu. Diện tích  $F_m$  trong ma sát nửa khô nhỏ hơn trong trường hợp ma sát khô. Nếu trên bề mặt tiếp xúc rắc chất bột dẽ vỡ (graphit) cũng gây hiệu quả tương tự. Các hạt graphit điền vào các rãnh trên bề mặt, hoặc nằm xen giữa 2 mặt ma sát, do đó cũng làm giảm diện tích  $F_m$ . Khi trượt giữa 2 mặt, các hạt đó dẽ vỡ, diện tích  $F_m$  giảm, nên giảm lực ma sát. Chiều dày của lớp bôi trơn, độ phủ trên bề mặt phụ thuộc độ nhớt, hoạt tính của chất bôi trơn, áp lực tác dụng, độ nhám bề mặt tiếp xúc, phương pháp gia công. Hoạt tính của chất bôi trơn là khả năng tạo thành trên bề mặt lớp bảo vệ bằng các phân tử phân cực. Chúng quyết định tính bôi trơn của chất bôi trơn và cường độ

hấp phụ của mặt ma sát. Khi trong chất bôi trơn có các phân tử phân cực, làm thay đổi sức căng bề mặt của chất bôi trơn, làm tăng lực hấp phụ giữa dụng cụ (vật dập) với chất bôi trơn.

Trong gia công áp lực, mặt tiếp xúc tại ổ biến dạng chịu áp lực rất lớn đạt 100MPa, nên chất bôi trơn thường bị nén ép ra ngoài trường ma sát. Lực pháp tuyến càng lớn, độ nhót và hoạt tính của chất bôi trơn càng nhỏ thì chất bôi trơn bị nén ép ra ngoài càng nhiều. Như vậy, nếu cùng một điều kiện biến dạng, độ bền của kim loại biến dạng càng lớn, thì ứng suất pháp trên bề mặt tiếp xúc càng lớn, nên chọn chất bôi trơn có độ nhót lớn. Độ nhót tăng, chiều dày lớp bôi trơn càng tăng, nhưng độ nhót càng lớn làm cho hoạt tính các chất điểm của chất bôi trơn giảm, từ đó làm tăng lực ma sát. Như vậy, lực ma sát tăng làm chiều dày lớp bôi trơn tăng làm lực ma sát giảm; mặt khác, do giảm hoạt tính của các chất điểm của chất bôi trơn làm lực ma sát tăng.

Nếu bề mặt dụng cụ và vật biến dạng có độ nhám lớn, sẽ ngăn cản chất bôi trơn bị ép ra, nhưng mặt khác lại làm diện tích ma sát tăng làm lực ma sát tăng.

Phương pháp gia công cũng ảnh hưởng đến chiều dày lớp bôi trơn. Khi chuốt qua lỗ, kim loại biến dạng từ kích thước lớn thành kích nhỏ, đồng thời chất bôi trơn cũng dễ bị ép vào những rãnh tế vị và hấp phụ trên bề mặt kim loại, làm kim loại dễ biến dạng.

Như vậy, độ nhót và hoạt tính của chất bôi trơn càng nhỏ, càng dễ phá huỷ lớp bôi trơn, và ngược lại. Lực pháp tuyến càng lớn, chất bôi trơn bị ép khỏi mặt tiếp xúc càng dễ, nên chiều dày lớp bôi trơn càng nhỏ, càng dễ phá huỷ lớp bôi trơn. Độ nhám bề mặt tiếp xúc càng lớn, chất bôi trơn càng khó ép ra và chiều dày lớp bôi trơn càng lớn. Khi chiều biến dạng của kim loại ngược với chiều lực ma sát, chiều dày của lớp bôi trơn càng nhỏ, khả năng phá huỷ lớp bôi trơn càng lớn.

Chất bôi trơn có tác dụng giảm lực ma sát ngoài trong gia công áp lực, làm giảm nhiệt độ dụng cụ, khử hiện tượng dính giữa kim loại và dụng cụ, nâng cao chất lượng bề mặt chi tiết gia công. Khi lực ma sát giảm, có thể giảm trở lực biến dạng của kim loại, từ đó giảm tổng lực tác dụng của kim loại lên dụng cụ và giảm công tiêu hao, giảm độ mài mòn dụng cụ, nâng cao tuổi thọ dụng cụ.

### **3.4.2. Các yêu cầu đối với chất bôi trơn**

Để tăng hiệu quả của chất bôi trơn, trong gia công áp lực cần chọn chất bôi trơn phù hợp.

Chất bôi trơn phải có hoạt tính lớn;

Chất bôi trơn có đủ độ nhớt, để bảo đảm độ bám dính tốt trên bề mặt dụng cụ và chi tiết;

Có khả năng nhanh chóng phủ hết bề mặt tiếp xúc;

Chất bôi trơn có tính ổn định hoá học tốt trong điều kiện làm việc, có nhiệt độ nóng chảy cao, nhiệt độ bắt cháy cao, sản phẩm cháy có tính ổn định hoá học tốt.

### **3.4.3. Các chất bôi trơn thường dùng trong gia công áp lực**

Điều kiện gia công áp lực rất đa dạng, nên chất bôi trơn cũng khác nhau. Có thể dùng độ nhớt để phân loại chất bôi trơn.

a. Emunxi, thuộc loại chất nhũ tương gồm các chất dầu và nước hòa tan. Các hạt dầu tạo thành chất huyền phù nằm trong nước. Loại chất bôi trơn này vừa có tác dụng bôi trơn, vừa có tác dụng làm nguội và không có tác dụng ăn mòn vật liệu. Nhưng tính ổn định hoá học kém, không dùng trong gia công áp lực nhiệt độ cao. Có thể sử dụng emunxi 3 thành phần gồm nước, dầu khoáng và xà phòng. Nước có tác dụng làm nguội, dầu khoáng và xà phòng có tác dụng bôi trơn. Chất bôi trơn này dùng trong đập nguội, hoặc gia công nóng vật liệu nhôm.

b. Dầu mazut và hỗn hợp dầu. Trong trường hợp lực pháp tuyến lớn, cán, đập nguội, chuốt, để giảm thiểu khả năng chất bôi trơn bị nén ép khỏi bề mặt tiếp xúc, dùng hỗn hợp dầu, gồm dầu động vật, dầu thực vật và các loại mỡ. Trong thành phần của mỡ có chất hình thành với lớp ôxyt một hợp chất gần giống xà phòng có độ bền tốt và tính dẻo tốt, chịu được áp lực khi gia công.

c. Dầu pha các chất điều chỉnh độ nhớt. Để tăng độ nhớt cho các loại dầu kể trên, có thể cho thêm các chất như paraffin, xà phòng. Các chất này tăng độ nhớt, đồng thời không giảm chất lượng bôi trơn. Khi gia công hợp kim nhôm, có thể dùng hỗn hợp mỡ động vật, pha thêm 15% graphit

d. Dầu pha thêm các phụ gia. Để tăng hoạt tính của chất bôi trơn có thể cho vào trong dầu các chất có hoạt tính cao, như graphit, bột mica, hoặc hỗn hợp mỏ-graphit... Các chất này tạo nên một lớp bôi trơn hoặc hợp chất khá bền vững, ngăn cản bị nén ép ra ngoài mặt tiếp xúc. Dưới áp lực cao các chất pha thêm có thể chèn vào các rãnh trên bề mặt tiếp xúc, làm tăng tác dụng bôi trơn. Trong ép chảy nóng, sử dụng dầu khoáng pha graphit, sau khi bôi phủ vào cối ép, các chất bốc hơi dễ bị cháy, trên bề mặt còn lại graphit, có tác dụng bôi trơn và ở nhiệt độ cao cũng không bị phá huỷ. Chất này thường dùng khi ép chảy thép không gỉ, thép chịu nhiệt.

e. Nước thuỷ tinh. Khi gia công áp lực nóng ở nhiệt độ cao, như ép chảy thép hoặc chất khó nóng chảy, graphit có thể sinh ra hiện tượng thấm các bon., nên sử dụng nước thuỷ tinh. Nước thuỷ tinh bám trên dụng cụ vừa có tác dụng bôi trơn vừa có tác dụng bảo vệ lòng khuôn. Khi dập nóng các thép không gỉ, nhiệt độ gia công đến  $1000\text{--}1200^{\circ}\text{C}$ , nên dùng keo, sơn thuỷ tinh hoặc thuỷ tinh bột

f. Chất bôi trơn bột. Để tránh việc chất bôi trơn bị nén ép ra ngoài, thường dùng chất bôi trơn dạng bột: bột xà phòng, bột  $\text{MoS}_2$ .

g. Chất bôi trơn kim loại. Khi chuốt dây thép, có thể dùng chất bôi trơn kim loại, bằng cách phủ mạ trên bề mặt phôi lợp chì hoặc đồng, có tác dụng bôi trơn chịu áp lực cao.

h. Phốt phát hoá. Gần đây trong gia công áp lực sử dụng lớp phốt phát làm chất bôi trơn. Lớp này có độ bám dính trên bề mặt vật liệu tốt, bảo đảm bôi trơn tốt trong điều kiện bề mặt ma sát mới được hình thành trong quá trình biến dạng cũng được bôi trơn tốt.

### 3.5. CÁC YẾU TỐ ẢNH HƯỞNG ĐẾN GIÁ TRỊ LỰC MA SÁT TIẾP XÚC

Các yếu tố ảnh hưởng đến độ lớn của lực ma sát trên bề mặt tiếp xúc đơn vị khi biến dạng dẻo:

3.5.1. **Trạng thái bề mặt dụng cụ**, độ nhám bề mặt càng lớn, giá trị lực ma sát càng lớn. Lực ma sát khác nhau còn phụ thuộc quan hệ giữa phương trượt

và phương gia công bề mặt dụng cụ. Khi gia công bề mặt dụng cụ bằng phương pháp mài lực ma sát giảm đến 2 lần, khi có bôi trơn lực ma sát phương ngang gia công lớn hơn khoảng 20% so với phương dọc gia công. Trên bề mặt tiếp xúc kim loại không có bôi trơn và màng ôxyt hoá quan sát thấy có hiện tượng kim loại bị dính trên bề mặt dụng cụ, điều đó làm tăng lực ma sát.

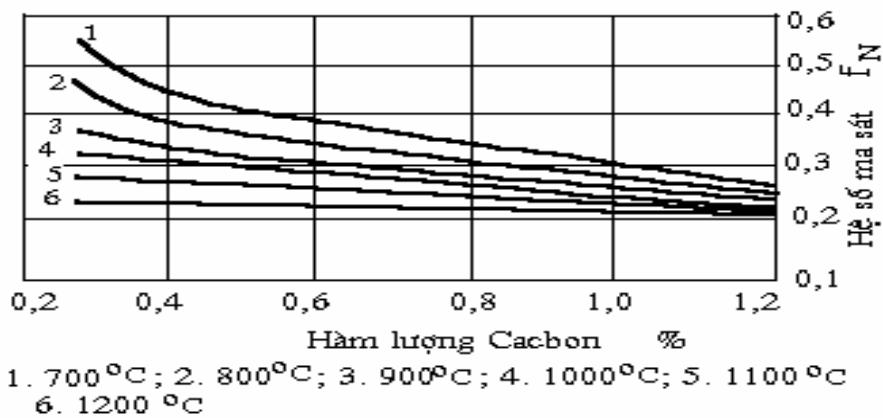
**3.5.2. Trạng thái bề mặt vật biến dạng:** trạng thái bề mặt vật biến dạng có ảnh hưởng lúc ban đầu. Sau đó kim loại biến dạng, tính không đồng đều biến dạng giảm, bề mặt vật biến dạng mang hình của dụng cụ, nên ảnh hưởng giảm. Thành phần hoá học vật liệu biến dạng, quá trình công nghệ gia công (đúc, xử lý bề mặt, nung, ủ..), trạng thái vẩy ôxyt, nhiệt độ... có ảnh hưởng lớn đến trạng thái bề mặt vật biến dạng.

Thí dụ, do thành phần hoá học khác nhau, tính chất của lớp vẩy ôxyt có độ cứng khác nhau, làm cho hệ số ma sát khác nhau, chúng thay đổi trong phạm vi 0,16~0,80. Mặt khác, hệ số ma sát còn phụ thuộc chiều dày lớp vẩy ôxyt, độ bền của lớp đó.

### **3.5.3.Thành phần hoá học của hợp kim biến dạng và dụng cụ**

Trong gia công áp lực, tính chất của lớp ôxyt trên bề mặt, lực liên kết giữa lớp ôxyt và kim loại, tốc độ ôxyt hoá, độ dẫn nhiệt, trở lực biến dạng... đều phụ thuộc thành phần hoá học của vật liệu. Trong gia công áp lực, có hiện tượng tương tác trên bề mặt giữa bề mặt kim loại và chất bôi trơn. Trong ma sát khô, sự cọ xát giữa các mặt tiếp xúc trực tiếp cũng liên quan đến thành phần hoá học. Vật liệu có độ bền cao, độ đàn hồi tốt, nhất là độ bền nhiệt, khả năng duy trì độ nhấp nhô trong thời gian dài, độ mài mòn ít, có hệ số ma sát nhỏ.

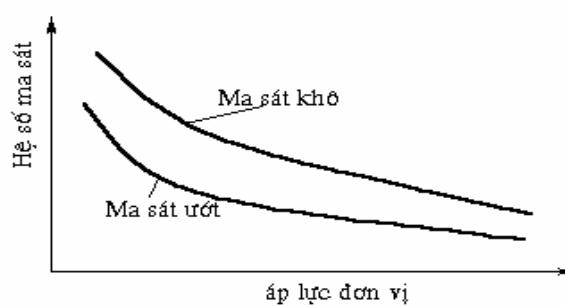
Thực nghiệm cho thấy, trong phạm vi nhiệt độ 1200~800<sup>0</sup>C, tăng hàm lượng các bon trong thép, hệ số ma sát giảm.



Hình 3.6 Quan hệ giữa hệ số ma sát và hàm lượng Cacbon

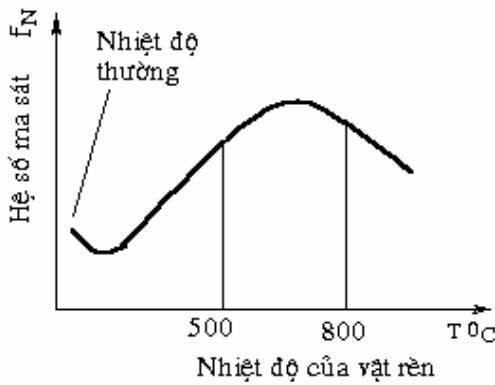
### 3.5.4. Lực pháp tuyến, hay áp lực đơn vị trên mặt tiếp xúc.

**Lực pháp tuyến, hay áp lực đơn vị trên mặt tiếp xúc** có ảnh hưởng đến hệ số ma sát, do liên quan đến việc thoát sản phẩm mài mòn. Nếu sản phẩm mài mòn được luôn khử khỏi bề mặt tiếp xúc, áp lực tăng lực ma sát giảm, nhưng sản phẩm còn lưu lại sẽ làm tăng lực ma sát. Khi có bôi trơn, áp lực đơn vị tăng, hệ số ma sát giảm.



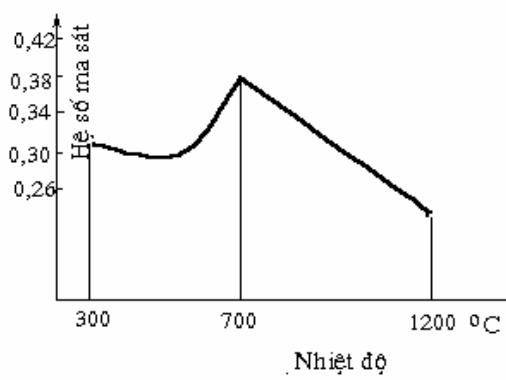
Hình 3.7 Quan hệ giữa áp lực đơn vị và hệ số ma sát

Như vậy trong trường hợp ma sát khô, không khử được sản phẩm mài mòn, nên các sản phẩm đó được coi là các chất bôi trơn, lúc này trở thành ma sát nửa khô. Sự ảnh hưởng của áp lực đơn vị đối với hệ số ma sát phụ thuộc sự hấp phụ các chất trên bề mặt, hấp phụ các chất bôi trơn, làm cho áp lực tăng làm giảm hệ số ma sát.



Hình 3.8 Quan hệ giữa hệ số ma sát và nhiệt độ vật rèn

loại dưới tác dụng của nhiệt tạo lớp ôxyt hoá làm tăng ma sát, đồng thời, tăng nhiệt độ, bề mặt thô giữa lớp ôxyt và kim loại trở nên nhẵn bóng, làm giảm hệ số ma sát. Thực nghiệm cho biết, ở nhiệt độ tiêu chuẩn, hệ số ma sát có giảm, tăng nhiệt độ lên, hệ số ma sát tăng, nhất là trong khoảng nhiệt độ  $500\text{--}800^{\circ}\text{C}$  hệ số ma sát lớn nhất, đạt giá trị max tại  $800^{\circ}\text{C}$ . Tiếp tục tăng nhiệt, hệ số ma sát giảm.



Hình 3.9 Quan hệ giữa hệ số ma sát và nhiệt độ của thép 0,5~0,8% C

càng cao, hệ số ma sát càng giảm.

### 3.5.5.Nhiệt độ dụng cụ và vật biến dạng.

Quan hệ điều kiện nhiệt độ đến hệ số ma sát rất phức tạp, do nhiệt độ ảnh hưởng đến trạng thái bề mặt của dụng cụ và vật biến dạng, đến trạng thái hấp phụ chất bôi trơn và tính chất chất bôi trơn.

Có 2 mặt đối lập: kim loại dưới tác dụng của nhiệt tạo lớp ôxyt hoá làm tăng ma sát, đồng thời, tăng nhiệt độ, bề mặt thô giữa lớp ôxyt và kim loại trở nên nhẵn bóng, làm giảm hệ số ma sát. Thực nghiệm cho biết, ở nhiệt độ tiêu chuẩn, hệ số ma sát có giảm, tăng nhiệt độ lên, hệ số ma sát tăng, nhất là trong khoảng nhiệt độ  $500\text{--}800^{\circ}\text{C}$  hệ số ma sát lớn nhất, đạt giá trị max tại  $800^{\circ}\text{C}$ . Tiếp tục tăng nhiệt, hệ số ma sát giảm.

Hệ số ma sát khi cán thép trên trực gang có thể tính:

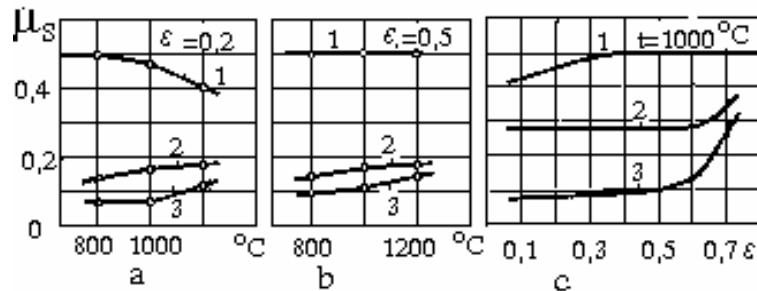
$$\mu = 1,05 - 0,0005T,$$

$T$ - nhiệt độ cán.

Thực nghiệm cho biết, khi cán nóng thép có hàm lượng  $0,5\text{--}0,8\%$  C hệ số ma sát đạt giá trị lớn nhất tại  $700^{\circ}\text{C}$ .

Nói chung, trong gia công áp lực, phạm vi nhiệt độ gia công từ  $1200\text{--}900^{\circ}\text{C}$ , nhiệt độ kim loại

Đối với hợp kim màu, nhiệt độ gia công dưới  $900^{\circ}\text{C}$ , đồng đỏ: dưới  $750^{\circ}\text{C}$ , đồng Brôn dưới  $850^{\circ}\text{C}$ , hợp kim nhôm dưới  $500^{\circ}\text{C}$ , nhận thấy, nhiệt độ càng giảm hệ số ma sát càng nhỏ.



*Hình 3.10 Quan hệ giữa hệ số ma sát và lượng biến dạng và nhiệt độ khi chôn.*

Trong hình 3.10, Đường 1 biểu diễn biến đổi của hệ số ma sát trong trường hợp không bôi trơn, đường 2 được bôi trơn bằng nitrit Bo, đường 3 bôi trơn bằng mõ graphit; hình a,b biểu diễn biến đổi của hệ số ma sát theo nhiệt độ; hình c biểu diễn biến đổi ma sát theo lượng biến dạng ở nhiệt độ  $t = 1000^{\circ}\text{C}$ .

### 3.5.6. Ảnh hưởng của chất bôi trơn

Chất bôi trơn có tác dụng giảm hệ số ma sát và giảm nhiệt độ dụng cụ. Bảng dưới đây cho các giá trị hệ số ma sát khi gia công đồng và nhôm với các chất bôi trơn khác nhau.

### 3.5.7. Ảnh hưởng của tốc độ gia công

Thực nghiệm cho thấy, khi tăng tốc độ biến dạng và tốc độ trượt giữa dụng cụ và kim loại, hệ số ma sát giảm.

Gupkin đã chỉ rõ, khi chôn kim loại nhôm cứng trên đầu búa nhẵn, tại  $400^{\circ}\text{C}$  hệ số ma sát tĩnh là 0,32, hệ số ma sát động là 0,22. Tại nhiệt độ  $450^{\circ}\text{C}$  hệ số ma sát tĩnh là 0,38 và hệ số ma sát động là 0,22. Có nghĩa là ở trạng thái tĩnh hệ số ma sát lớn hơn hệ số ma sát ở trạng thái động.

Hệ số ma sát của một số kim loại

Bảng 3.2

Chất bôi trơn	Hệ số ma sát	
	Nhôm	Đồng
Không bôi trơn	0,1	0,36
Dầu công nghiệp	0,30	0,26
Nước	0,14	0,19
Dầu biến thế	0,14	0,15
Glixérin	0,09	0,15
Dầu máy C	0,07	0,12
Dầu nặng số 9	0,04	0,11

Hệ số ma sát của một số kim loại hợp kim khi biến dạng Bảng 3.3

Điều kiện gia công		Hệ số ma sát									
Bôi trơn	Nhiệt độ °C	Thép C		HK Nhôm		HK Mg		Kim loại nặng		HK chịu nhiệt	
		V1	V2	V1	V2	V1	V2	V1	V2	V1	V2
Không bôi trơn	0,8~0,9 Tnc	0,4	0,35	0,50	0,48	0,4	0,35	0,32	0,30	0,28	0,25
Không bôi trơn	0,5~0,8 Tnc	0,45	0,40	0,48	0,45	0,38	0,32	0,34	0,32	0,26	0,22
Không bôi trơn	0,3~0,5 Tnc	0,43	0,30	0,35	0,30	0,32	0,24	0,26	0,24	0,24	0,20
Bôi trơn	T=25°C	0,12~0,06									

Ghi chú: V1 - Tốc độ  $< 1 \text{ m/s}$ ; V2 - Tốc độ  $> 1 \text{ m/s}$  và điều kiện va đập. Khi dùng chất bôi trơn cho gia công nóng, có thể dùng giá trị 85~75% số liệu trong bảng để chọn chất bôi trơn.

### 3.6 ĐỊNH LUẬT TRỎ LỰC NHỎ NHẤT

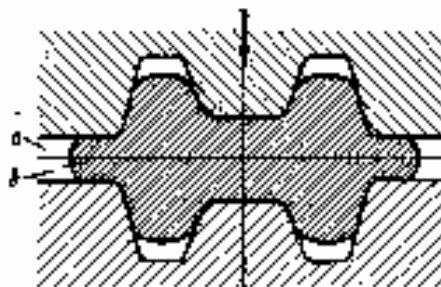
Các vấn đề nêu trên chưa chỉ ra phương biến dạng của các chất điểm của vật liệu. Ta biết, kim loại biến dạng theo phương chính. Nhưng trên một trực, kim loại có khả năng biến dạng theo hướng dương hoặc âm.

**Khi gia công áp lực, kim loại chảy theo hướng trở lực nhỏ nhất.**

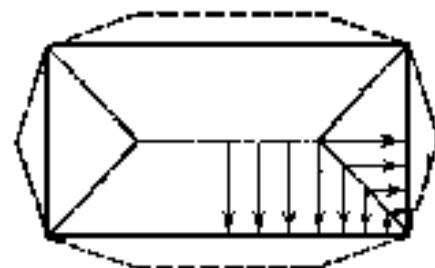
Hay nói cách khác, kim loại khi bị biến dạng, hướng nào ít ma sát hơn, chúng chảy theo hướng đó nhiều hơn, hướng nào có ít ma sát có nghĩa là trở lực trên bề mặt ít hơn. Định luật trở lực nhỏ nhất cho biết phương hướng biến dạng và dịch chuyển của các chất điểm khi chịu tác dụng của ngoại lực. Nếu không có ma sát, hoặc ma sát theo các chiều như nhau, các chất điểm kim loại trên bề mặt sẽ biến dạng đều theo 3 hướng.

Khi biết 2 hướng chính biến dạng của vật thể, hướng trực thứ 3 biến dạng chỉ có thể theo 1 hướng. Thí dụ, khi ép chảy, hình dáng kích thước của lõi cối quyết định giá trị biến dạng của 2 hướng chính  $\delta_2, \delta_3$ . Biến dạng của hướng thứ 3 được xác định bằng định luật thể tích không đổi  $\delta_1 = \delta_2 + \delta_3$ . Hướng chảy kim loại theo hướng ép, như vậy có thể xác định được hướng biến dạng.

Nếu cho biết hướng biến dạng của 1 phương chính, phương thứ 2 bị ngăn cản, thì phương thứ 3 cũng có thể xác định. Thí dụ, chôn trong khuôn dạng rãnh, kim loại chỉ có thể chảy theo 1 phương duy nhất- dọc theo hướng trái và phải của rãnh.



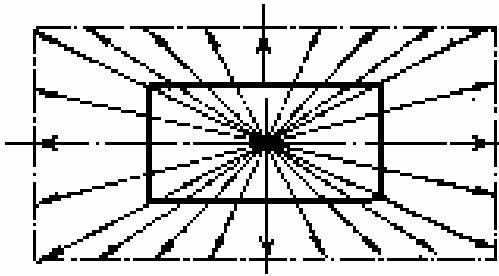
Hình 3.11 Kim loại trong khuôn



Hình 3.12 Hướng chuyển vị của các chất điểm kim loại khi chôn

Khi 1 phương trục chính biến dạng xác định, trên 2 phương trục chính kim loại có thể dịch chuyển tự do. Thí dụ, chồn trên đe phẳng.

Nếu tiết diện phôi là tròn, sau biến dạng chồn ta được tiết diện cũng tròn. Nhưng nếu tiết diện phôi hình vuông, do chiều dài tiếp xúc và biến dạng của các điểm theo các phương khác nhau là khác nhau, theo hướng trực ngắn hơn theo đường chéo. Nên khi chồn, ở các cạnh kim loại chảy ra nhiều hơn, dần dần tiết diện phôi trở nên tròn. Nếu tiết diện hình chữ nhật ta cũng thấy hiện tượng tương tự. Do ma sát trên các đường chéo lớn, trên trực dài lớn nên, đầu tiê hình thành hình ôvan, sau mới thành hình tròn.



Hình 3.13 Chuyển vị của các điểm theo hướng kính

### 3.7. SỰ PHÂN BỐ KHÔNG ĐỀU CỦA ỨNG SUẤT VÀ BIẾN DẠNG

Trong biến dạng dẻo kim loại, có hiện tượng biến dạng không đều, từ đó làm tổ chức kim loại không đều và tính năng vật liệu không đều.

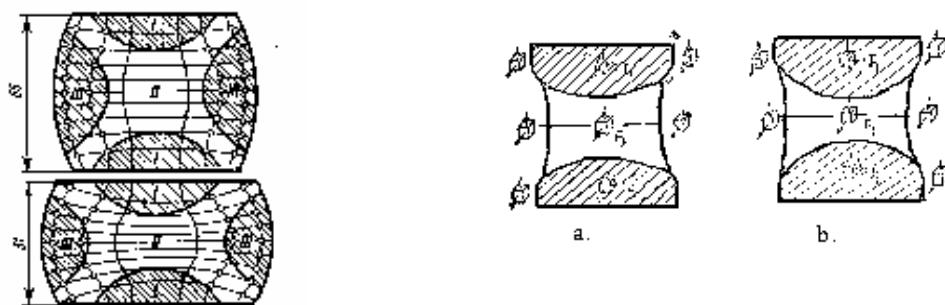
Biến dạng không đều do trạng thái ứng suất: Ta biết, trạng thái ứng suất tại một điểm có thể hoàn toàn xác định bằng 1 ten xơ ứng suất. Khi quá độ sang điểm khác, ta lại được một ten xơ ứng suất với các thành phần khác ten xơ trước, kể cả phương trục chính cũng thay đổi. Để được toàn cảnh trạng thái ứng suất của cả vật thể biến dạng, cần biết trạng thái ứng suất của tất cả các điểm, tập hợp của tất cả các trạng thái ứng suất gọi là trường ứng suất. Nếu thu được một trường ứng suất đồng nhất cùng một ten xơ ứng suất, ta được trạng thái biến dạng đồng nhất.

Trong gia công áp lực kim loại, không có sự biến dạng đồng nhất, dù các giả thiết khi tính toán có chỉ rõ vật liệu đồng nhất, đẳng hướng và liên tục.

Nguyên nhân cơ bản của biến dạng không đều - trạng thái ứng suất không đều:

a. *Ma sát tiếp xúc.*

Như nói ở trên, trong gia công áp lực, giữa dụng cụ và kim loại biến dạng có mặt tiếp xúc, mặt ma sát. Trên bề mặt tiếp xúc, lực ma sát ngăn cản kim loại dịch chuyển. Đó là lực ma sát ngoài. Do tác dụng của lực ma sát ngoài dần yếu đi khi đi vào sâu trong kim loại, nên tạo thành vùng khó biến dạng, có phân giới theo đường chéo  $45^0$  từ mép ngoài của dụng cụ. Do tác dụng của ma sát tiếp xúc, hình thành các vùng có trạng thái ứng suất khác nhau, nên biến dạng khác nhau.



*Hình 3.14 Biến dạng không đều khi chôn*

b. *Hình dạng vật rèn H/D và tỷ số nén  $\Delta h/H$  không đều.*

Vật rèn càng phức tạp, tỷ số nén càng sai khác, biến dạng càng không đều. Tại các mặt cắt khác nhau, do lượng nén khác nhau, điều kiện dẻo khác nhau, nên có chỗ biến dạng nhiều, có chỗ biến dạng ít, có chỗ chỉ có biến dạng đàn hồi. Việc các tiết diện khác nhau biến dạng khác nhau gây ra ứng suất phụ, làm trở lực biến dạng tăng.

b. *Hình dáng dụng cụ*

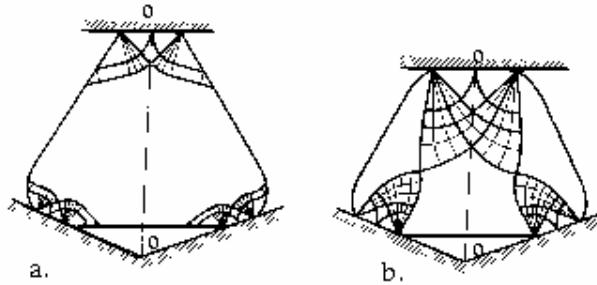
Hình dáng dụng cụ có thể khác nhau, phẳng, lõm chữ V hoặc hình ôvan, hình đa tuyến (profilin tiết diện phôi bánh răng) tạo nên lượng nén tại các tiết diện khác nhau và từ đó tỷ số nén tại các vị trí khác nhau là khác nhau.

Nếu như vậy, tại các vùng khác nhau, chúng có sơ đồ biến dạng gần như nhau, nhưng trị số biến dạng khác nhau.

d. *Nhiệt độ nung không đều hoặc do gia công tại các thời điểm khác nhau có nhiệt độ kết tinh lại khác nhau.*

Một chi tiết phức tạp, khi nung chúng truyền nhiệt trong điều kiện khác nhau, tạo nên nhiệt độ tại các vùng khác nhau là khác nhau. Một chi tiết dài cần vuốt, một đầu sẽ được vuốt ở nhiệt độ cao, đầu kia vuốt ở nhiệt độ thấp. Khi biến dạng dẻo ở nhiệt độ cao, tính dẻo tốt hơn dễ biến dạng hơn. Nhưng quan trọng là nhiệt độ rèn ở lần gia công cuối. Vùng dừng rèn ở nhiệt độ cao sẽ kết tinh lại ở nhiệt độ cao và hạt tinh thể lớn, tính chất vật liệu tại vùng đó thấp. Vùng dừng rèn ở nhiệt độ thấp, gần nhiệt độ  $Ac_3$  sẽ cho hạt nhỏ sau kết tinh lại. Từ đó tính chất cơ học sau biến dạng tốt hơn.

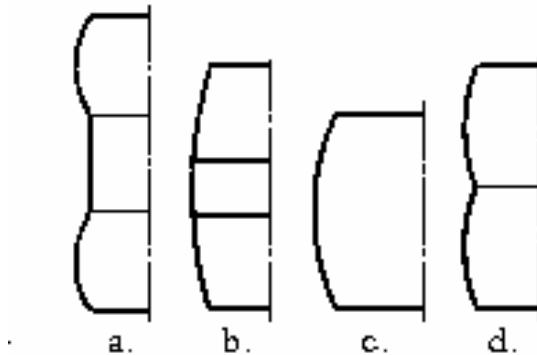
e. *Tính chất của vật liệu không đều.* Do kim loại gồm nhiều pha, mỗi pha có tính dẻo khác và do đó, dưới tác dụng của cùng một ngoại lực, chúng sẽ biểu hiện trạng thái biến dạng khác nhau.



Hình 1.15 Sự phân bố ứng suất trên vật rèn, chôn trên đe lõm

### 3.8. CÁC HIỆN TƯỢNG SINH RA KHI BIẾN DẠNG KHÔNG ĐỀU

a. *Sinh ra phình tang trống.* Theo điều kiện dẻo, kim loại biến dạng khi ứng suất tiếp lớn nhất hoặc cường độ ứng suất đạt giá trị giới hạn chảy. Xét mặt cắt ở biến dạng chồn, vùng kim loại theo đường chéo làm với bề mặt một góc  $45^\circ$  là vùng sớm đạt điều kiện dẻo,. Nên biến dạng sớm nhất, trong khi đó các vùng kia chưa kịp biến dạng.



Hình 3.16 Các dạng tang trống khi chôn

đều. Ta có thể lấy hệ số phình tang trống để đánh giá.

b. *Biến dạng không đều trên bề mặt.*

Do tỷ số H/D lớn, lượng biến dạng nhỏ sẽ gây biến dạng bề mặt, tầng giữa không biến dạng, tạo ra 2 tang trống nối nhau bằng 1 hình trụ.

c. *Hiện tượng một bộ phận điện tích mặt chuyển lên bề mặt tiếp xúc.*

Khi biến dạng không đều, bề mặt bị hạn chế không dịch chuyển do lực ma sát. Dưới tác dụng lực bề mặt bên bị gấp khúc lên mặt tiếp xúc và làm tăng mặt tiếp xúc.



Hình 3.17 Sự chuyển đổi để hình thành diện tích tiếp xúc mới

Hiện tượng tăng diện tích bề mặt và phình tang trống phụ thuộc tỷ số H/D và tỷ số nén  $\Delta h/H$ . Nếu tỷ số nén nhỏ hơn 50% chủ yếu do phình tang trống và kim loại chuyển dịch lên bề mặt tiếp xúc. Khi tỷ số nén vượt quá 50% chủ yếu là do diện tích mặt tiếp xúc dịch chuyển.

d. *Vùng dính và khó biến dạng.*

Trong trường hợp biến dạng không đều, diện tích tiếp xúc tăng chủ yếu do mặt bên dịch chuyển lên mặt tiếp xúc. Khi đó, không có sự trượt tương đối giữa kim loại biến dạng và dụng cụ. Đó là hiện tượng dính, vùng kim loại đó gọi là vùng dính.

Trường hợp không hoàn toàn dính, có vùng dính và vùng trượt. Hệ số ma sát càng lớn, tỷ lệ H/D càng lớn vùng dính càng lớn.

e. *Ảnh hưởng của vùng ngoài*. Trong trường hợp nén cụ bộ, có vùng biến dạng kề sát vùng không biến dạng. Vùng không chịu nén gọi là vùng ngoài. Do kim loại là một khối thống nhất, biến dạng sẽ lan truyền sang vùng không "bị nén" và vùng không bị nén sẽ tác động ngược lại làm thay đổi trạng thái ứng suất và biến dạng trong ổ biến dạng.

f. *Ứng suất phụ*.

Ứng suất phụ hay ứng suất dư, có 3 dạng. Ứng suất dư loại I là ứng suất tạo cân bằng giữa các phần các lớp của vật liệu. Ứng suất dư loại II là ứng suất cân bằng giữa các hạt tinh thể. Ứng suất dư loại III là ứng suất cân bằng giữa các phần của mạng tinh thể. Ứng suất dư bao giờ cũng còn lưu lại trong vật thể sau biến dạng, làm tăng trở lực biến dạng, làm giảm tính dẻo vật liệu, biến đổi phân bố ứng suất và giảm tính ổn định hình học. Do có ứng suất phụ, cùng với ứng suất tác dụng làm biến dạng dẻo tại các phần, các hạt tinh thể khác nhau. Mặt khác, ứng suất phụ có thể gây ứng suất tập trung, là nguyên nhân gây vết nứt tế vi, phá hoại tính hoàn chỉnh của tinh thể, tạo ra vết nứt.

Như vậy, để bảo đảm biến dạng đồng đều trong vùng biến dạng cần phải bảo đảm các nguyên tắc và dùng các biện pháp xử lý:

Bảo đảm tính đồng hướng của vật liệu;

Trạng thái vật lý của các chất điểm trong vật biến dạng đồng đều, nhất là giới hạn chảy;

Lượng biến dạng tương đối và tuyệt đối phái bằng nhau;

Tiếp xúc đồng đều giữa dụng cụ và vật biến dạng;

Ma sát tiếp xúc nhỏ hoặc ma sát không gây trở lực lớn.

Việc bảo đảm biến dạng đều là rất khó, do phải gia công các chi tiết có hình dáng phức tạp. Trong thiết kế công nghệ cần chủ động giải quyết và đưa ra các giải pháp nhằm giảm thiểu ảnh hưởng của biến dạng không đều.

Trước hết cần thiết kế chính các khuôn, tạo điều kiện phân bố biến dạng đều. Thông thường, cho lượng biến dạng không đều tập trung vào nguyên công gia công thô, tại nguyên công gia công tinh, cho biến dạng đều và ít để bảo đảm sau kết tinh lại được tổ chức hạt nhỏ.

Bề mặt khuôn cần được gia công có độ nhẵn cao, bề mặt được bôi trơn và làm nguội tốt, tránh ảnh hưởng xấu của ma sát;

Nung kim loại đều, giữ nhiệt đồng đều. Đối với vật liệu có độ dẫn nhiệt thấp, cần có quy trình gia nhiệt đúng, thời gian giữa nhiệt đồng đều đủ. Đối với vật rèn phức tạp, phải bảo đảm giữ nhiệt đồng đều tại tất cả các mặt cắt.

Trong thao tác quy trình công nghệ, cần thực hiện đầy đủ theo quy trình công nghệ, làm đúng các chế độ công nghệ.

## Chương 4

### ÚNG SUẤT VÀ TRẠNG THÁI ÚNG SUẤT

#### 4.1. KHÁI NIỆM CHUNG

##### 4.1.1. Các giả thiết cơ bản

Thuộc tính của vật rắn thực rất đa dạng, tuỳ theo mục đích nghiên cứu có thể chú trọng vào một số thuộc tính cần thiết và không xét đến các thuộc tính khác. Vì vậy, trong lý thuyết biến dạng dẻo cần đưa ra một số giả thiết, nhằm đơn giản hoá và đi vào một số thuộc tính cơ bản. Trong chương này nghiên cứu lý thuyết biến dạng dẻo toán học, sử dụng công cụ toán, nghiên cứu ứng xử của vật liệu dưới tác dụng ngoại lực - ứng suất - biến dạng.

**Cơ học vật rắn biến dạng** khác với cơ học vật rắn ở chỗ coi vật có tính biến dạng, có nghĩa là, có thể thay đổi hình dáng, kích thước dưới tác dụng của ngoại lực. Lý thuyết biến dạng dẻo toán học dựa trên các giả thuyết, khái niệm và các quy luật của cơ học vật rắn và cơ học môi trường liên tục. Khi nghiên cứu trạng thái ứng suất và trạng thái biến dạng của vật liệu, phải nghiên cứu trạng thái đặc trưng chung cho chúng. Vật liệu thực là không hoàn toàn đồng nhất, thí dụ, khối kim loại đúc có tổ chức đúc với cấu trúc khác nhau, nhưng khi nghiên cứu, có thể coi vật đó là đồng nhất - các thuộc tính vật lý giống nhau tại mọi điểm vật chất. Trong vật thể thực cũng còn có nhiều khuyết tật, như các rỗ khí khi đúc, các khuyết tật điểm trong mạng..., nhưng vẫn phải coi vật thể là liên tục. Có nghĩa là các thuộc tính vật lý như nhiệt độ, mật độ và các thuộc tính cơ học như ứng suất biến dạng liên tục từ điểm vật chất này sang điểm vật chất khác. Mặt khác cũng giả thiết, các thuộc tính cơ học và vật lý của vật thể kim loại cũng giống nhau theo mọi hướng.

Như vậy, đối tượng nghiên cứu của lý thuyết biến dạng dẻo (toán học) là **vật thể có tính liên tục, đồng nhất và đẳng hướng**.

Đối với vật thể biến dạng có cấu trúc phức tạp, cần sử dụng phương pháp mô hình, chọn kích thước đối tượng để thoả mãn các điều kiện trên.

#### 4.1.2. Lực khối. Lực mặt

Lực là đại lượng vectơ. Lực tác dụng lên mọi điểm vật chất trong toàn thể tích của đối tượng là **lực khối**, như lực hấp dẫn, lực quán tính. Các lực này tỷ lệ với khối lượng riêng.

Lực tác dụng lên mặt ngoài của đối tượng là **lực mặt**, hay **lực ngoài**. Chúng có thể là lực tập trung hoặc lực phân bố.

Theo nguyên lý vật rắn, khi **ngoại lực cân bằng**, hệ điểm vật chất luôn nằm trong trạng thái cân bằng, chúng không chuyển động và không biến dạng.

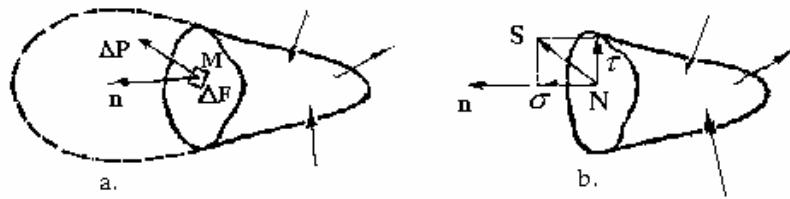
Ở trạng thái đàn hồi cân bằng có thể xảy ra trong mọi điều kiện lực tác dụng của ngoại lực khác nhau. Nhưng ở trạng thái dẻo, cân bằng chỉ xảy ra trong điều kiện giá trị ngoại lực nhất định.

Nhưng, khi giải bài toán đàn hồi, trong điều kiện biên nhất định, bài toán là duy nhất nghiệm. Nhưng giải bài toán dẻo, với cùng một điều kiện biên, bài toán là đa nghiệm.

#### 4.1.3. Ứng suất

Giả thiết nghiên cứu một vật thể chịu tác dụng các lực bề mặt  $P_i$ , ngoại lực tác dụng trên bề mặt và trong trạng thái cân bằng. Dưới tác dụng ngoại lực, trong vật thể xuất hiện lực tương tác giữa các phần của vật thể, được gọi là nội lực. Có thể dùng phương pháp mặt cắt để nghiên cứu. Nếu chia vật thể bằng một mặt cắt thành 2 phần, sau đó bỏ đi một nửa, thí dụ phần bên trái. Để cân bằng, phải xuất hiện nội lực  $P$ , tác dụng trên mặt cắt  $F$ , giá trị tổng hợp của nội lực đó phải cân bằng với tổng giá trị ngoại lực tác dụng lên diện tích mặt ngoài của nửa vật thể.

Xét một điểm  $M$  trên tiết diện nhỏ  $\Delta F$  của mặt cắt, mặt chia đôi vật thể, chịu tác dụng một nội lực  $\Delta P$  và có vec tơ pháp tuyến  $n$ . Như vậy, có thể coi trên diện tích  $\Delta F$  tác dụng nội lực phân bố đều, và tổng hợp lực bằng  $\Delta P$  tác dụng tại tâm diện tích con. Nói chung, phương của  $\Delta P$  không trùng với  $n$ .

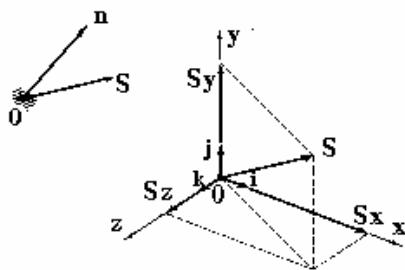


Hình 4.1 Ứng suất trung bình tại M (a) và véc tơ ứng suất (b)

**Ứng suất** tại một điểm M là **giới hạn của tỷ lệ nội lực  $\Delta P$  với diện tích  $\Delta F$**  khi  $\Delta F$  tiến đến không, và được ký hiệu là  $S$

$$S = \lim_{\Delta F \rightarrow 0} \frac{\Delta P}{\Delta F} \quad (4.1)$$

Giá trị trên còn được gọi là ứng suất Côsi. Ứng suất tại một điểm là đại lượng véc tơ. có thể phân véc tơ ứng suất thành 2 thành phần, thành phần vuông góc với mặt cắt gọi là ứng suất pháp, thành phần nằm trên mặt cắt gọi là ứng suất tiếp. Thường phân thành ứng suất pháp  $\sigma$  và ứng suất tiếp  $\tau$ . Đồng thời cũng có thể phân thành 3 ứng suất theo toạ độ Oxyz :  $S_x, S_y, S_z$ .



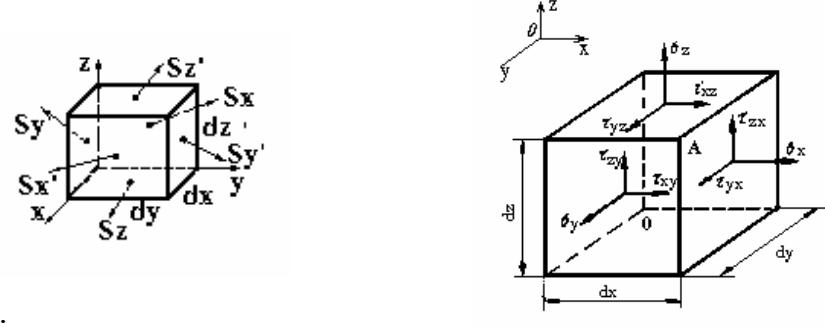
Hình 4.2 Các thành phần của vectơ ứng suất  $S$

## 4.2. TRẠNG THÁI ỨNG SUẤT TẠI MỘT ĐIỂM

Để xác định vec tơ ứng suất tại 1 điểm bất kỳ trong vật thể, cần dựng mặt cắt qua điểm đó. Nhưng, qua một điểm có thể dựng rất nhiều mặt cắt, trên mỗi mặt đó đều tác dụng một vectơ lực  $Pn$ . Từ định luật tác dụng và phản tác dụng, tại mặt có phương ngược với  $n$ , cũng có thể xác định ứng suất của phương đó.

Tập hợp mọi vectơ ứng suất, tác dụng trên mọi mặt cắt đi qua điểm cho trước, được gọi là trạng thái ứng suất tại điểm đó.

dựng một phân khối nhỏ, có 1 đỉnh đặt tại O, 3 mặt bên là 3 mặt toạ độ và song song với trục toạ độ x y z. Cạnh của khối đó là vô cùng nhỏ  $dx$ ,  $dy$ ,  $dz$ . Theo định nghĩa, nếu vứt bỏ phần vật chất ngoài khối vuông, thì lực tác dụng trên diện tích mặt bên của phân khối chính là nội lực (ứng suất).



Hình 4.3 Ứng suất toàn phần (a) và các b.  
thành phần của trạng thái ứng suất tại A (b)

Có thể biểu diễn véc tơ ứng suất tác dụng lên điểm A thông qua các véc tơ ứng suất thành phần tác dụng lên 3 mặt vuông góc với nhau (Hình 4.2). Mỗi ứng suất tác dụng lên một mặt được phân thành 3 thành phần có phương và chiều song song với 3 trục toạ độ. Kết quả là có 3 ứng suất pháp và 6 ứng suất tiếp.

Ứng suất pháp được biểu diễn  $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ .

Các ứng suất tiếp được biểu diễn  $\tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yx}, \tau_{yz}, \tau_{zx}, \tau_{zy}$ .

Các chỉ số được ghi như sau: Chỉ số thứ 1 chỉ chiều trục toạ độ mà véc tơ lực tác dụng hướng theo;

Chỉ số thứ 2 chỉ chiều trục toạ độ mà véc tơ pháp tuyến của mặt có ứng suất tác dụng.

Thí dụ:  $\tau_{xy}$  ứng suất tiếp có chiều theo trục X và nằm trên mặt có pháp tuyến chỉ theo trục Y.

Ứng suất pháp dương khi nếu trên tiết diện có pháp tuyến ngoài trùng với chiều dương của 1 trục toạ độ, lực tác động theo chiều dương của trục. Hay ứng suất pháp kéo là dương, nén là âm. Chiều của ứng suất tiếp là dương, khi ứng suất

tiếp có xu hướng làm phân tách quay theo chiều kim đồng hồ. Hình 4.3 biểu diễn các ứng suất với chiều dương.

Theo định luật cân bằng lực và mômen, có thể chứng minh các ứng suất tiếp trên các mặt bằng nhau từng đôi một:

$$\tau_{xy} = \tau_{yx}, \tau_{yz} = \tau_{zy}, \tau_{xz} = \tau_{zx} \quad (4.2)$$

Như vậy, 9 ứng suất thành phần chỉ có 6 ứng suất độc lập.

Ứng suất toàn phần có thể phân thành các ứng suất thành phần theo phương x, y, z, tương ứng  $S_x, S_y, S_z$ , viết dưới dạng vec tơ:

$$\begin{aligned} S_x &= \sigma_x \mathbf{i} + \tau_{xy} \mathbf{j} + \tau_{xz} \mathbf{k} \\ S_y &= \tau_{yz} \mathbf{i} + \sigma_y \mathbf{j} + \tau_{yz} \mathbf{k} \\ S_z &= \tau_{zx} \mathbf{i} + \tau_{zy} \mathbf{j} + \sigma_z \mathbf{k} \end{aligned} \quad (4.3)$$

Có thể viết các ứng suất thành phần dưới dạng ma trận và nhận thấy đây là ma trận đối xứng qua đường chéo.

$$\begin{vmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{vmatrix} \quad (4.4a)$$

$$\text{hay } \begin{vmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ . & \sigma_y & \tau_{yz} \\ . & . & \sigma_z \end{vmatrix} \quad (4.4b)$$

### 4.3. ỦNG SUẤT TRÊN MẶT NGHĨÊNG

Nếu biết các ứng suất thành phần tác dụng lên 3 mặt phẳng vuông góc đi qua điểm khảo sát, có thể xác định trạng thái ứng suất của điểm đó.

Qua điểm 0 tại gốc toạ độ, dựng mặt phẳng nghiêng so với hệ toạ độ đó, sẽ được một tứ diện vuông 0ABC. N là pháp tuyến của mặt nghiêng ABC. Như vậy, có thể xác định cosin chỉ phương của pháp tuyến N như sau:

$$\left. \begin{array}{l} \cos \alpha_x = \cos(N, x) = l \\ \cos \alpha_y = \cos(N, y) = m \\ \cos \alpha_z = \cos(N, z) = n \end{array} \right\} \quad (4.5)$$

Các diện tích của khối tứ

diện được tính theo công thức:

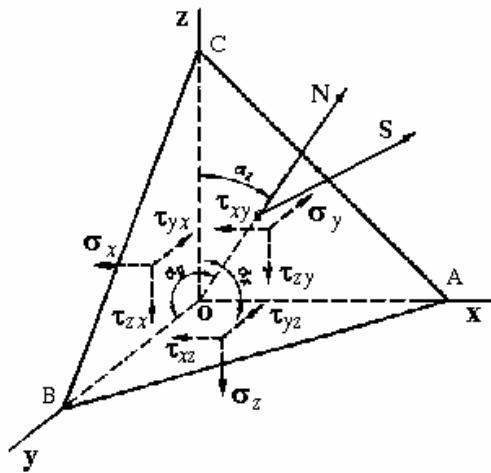
$\Delta ABC$  là  $\Delta F$ ,

$\Delta OBC$  là  $\Delta F_x$ ,

$\Delta OAC$  là  $\Delta F_y$

và  $\Delta OAB$  là  $\Delta F_z$ .

Giả thiết trên mặt nghiêng  
tác dụng một ứng suất  $S$ , và có  
chiều bất kỳ như hình 4.4. Đem  
chiều  $S$  trên các trục toạ độ  
được các ứng suất thành phần  
 $S_x, S_y, S_z$ . Điểm  $O$ , hay khối tứ



Hình 4.4 Ứng suất trên mặt nghiêng ABC

diện nằm trong trạng thái cân bằng. Có nghĩa là, hợp lực theo các phương bằng không. Vậy có thể viết:

$$\begin{aligned} \sum F_x &= S_x \Delta F - \sigma_x \Delta F_x - \tau_{xy} \Delta F_y - \tau_{xz} \Delta F_z = 0; \\ \sum F_y &= S_y \Delta F - \tau_{yx} \Delta F_x - \sigma_y \Delta F_y - \tau_{yz} \Delta F_z = 0; \\ \sum F_z &= S_z \Delta F - \tau_{zy} \Delta F_x - \tau_{zy} \Delta F_y - \sigma_z \Delta F_z = 0; \end{aligned} \quad (4.6)$$

Biết:  $\Delta F_x = \Delta F \cdot l$

$\Delta F_y = \Delta F \cdot m$

$\Delta F_z = \Delta F \cdot n$

Vì vậy

$$\begin{aligned} S_x &= \sigma_x \cdot l + \tau_{xy} \cdot m + \tau_{xz} \cdot n \\ S_y &= \tau_{yx} \cdot l + \sigma_y \cdot m + \tau_{yz} \cdot n \\ S_z &= \tau_{zy} \cdot l + \tau_{zy} \cdot m + \sigma_z \cdot n \end{aligned} \quad (4.7)$$

S xác định theo các vec tơ ứng suất thành phần :

$$S^2 = S_x^2 + S_y^2 + S_z^2 \quad (4.8)$$

Mặt khác, ứng suất pháp trên mặt nghiêng  $\sigma_N$  có thể xác định theo các ứng suất thành phần  $S_x, S_y, S_z$ :

$$\sigma_N = S_x \cdot l + S_y \cdot m + S_z \cdot n \quad (4.9)$$

Nếu biểu diễn ứng suất pháp theo các thành phần của trạng thái ứng suất được:

$$\sigma_N = \sigma_x \cdot l^2 + \sigma_y \cdot m^2 + \sigma_z \cdot n^2 + 2\tau_{xy} \cdot l \cdot m + 2\tau_{yz} \cdot m \cdot n + 2\tau_{zx} \cdot n \cdot l \quad (4.10)$$

Ứng suất tiếp tổng nằm trên mặt nghiêng có thể xác định như sau:

$$\tau^2 = S^2 - \sigma_N^2 \quad (4.11)$$

Như vậy, có thể xác định được các giá trị của ứng suất trên mặt nghiêng bất kỳ. Nói cách khác, nếu biết được 6 thành phần ứng suất tác dụng lên một điểm trên 3 mặt vuông góc với nhau, có thể xác định được trạng thái ứng suất của điểm đó. Trong đó, S là vec tơ ứng suất trên mặt nghiêng, 6 ứng suất thành phần là thành phần của tensor ứng suất, sẽ được nghiên cứu tiếp sau.

#### 4.4 ỦNG SUẤT PHÁP CHÍNH

Xét công thức tính  $\sigma_N$ , thấy đó là phương trình của một mặt cong. Nếu từ gốc toạ độ vẽ một vectơ  $r$  theo phương pháp tuyến N của mặt nghiêng. Bình phương của độ lớn vec tơ tỷ lệ nghịch với ứng suất pháp.

$$r^2 = \frac{c}{|\sigma_N|} \quad (4.12)$$

Vậy, cosin chỉ phương của vectơ đó có thể biểu diễn như sau:

$$l = \frac{x}{r}; \quad m = \frac{y}{r}; \quad n = \frac{z}{r}. \quad (4.13)$$

Thay các giá trị cosin chỉ phương vào công thức tính  $\sigma_N$ , được:

$$c = \sigma_x \cdot x^2 + \sigma_y \cdot y^2 + \sigma_z \cdot z^2 + 2(\tau_{xy} \cdot xy + \tau_{yz} \cdot yz + \tau_{zx} \cdot zx) \quad (4.14)$$

Đây là công thức biểu diễn phương trình đường cong bậc hai, đó là mặt cong ứng suất Côsi. Các hệ số của phương trình là:

$$c, \sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}$$

Nếu thay đổi phương và toạ độ x, y, z của vectơ  $r$  theo các vị trí của mặt nghiêng, nhận thấy, đầu mút của vec tơ  $r$  luôn nằm trên một mặt cong xác định bằng biểu thức trên. Bề mặt đó hoàn toàn xác định được trạng thái ứng suất của một điểm, mặt đó gọi là mặt ứng suất Côsi.

Nhận thấy, khi thay đổi vị trí của trục toạ độ, hệ số của phương trình thay đổi, có nghĩa là thay đổi các giá trị của ứng suất trên mặt ứng suất theo toạ độ khảo sát. Có nghĩa là, tùy theo việc chọn trục toạ độ, có thể được các phương trình đường cong bậc hai khác nhau. Như vậy, có thể chọn một hệ toạ độ trùng với phương của trục chính của mặt cong. *Trục chính là trục trên đó chỉ có giá trị của ứng suất pháp. Mật tác dụng của ứng suất pháp chính gọi là mặt chính.* Nếu trục toạ độ chọn song song với hướng chính thì trên mặt toạ độ tương ứng chỉ có một ứng suất pháp duy nhất. *Ứng suất pháp trên trục chính được gọi là ứng suất pháp chính, được ký hiệu bằng chỉ số 1, 2, 3, theo thứ tự độ lớn,  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ .* Góc chỉ phương của pháp tuyến của mặt nghiêng so với trục chính tương ứng là  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  tương ứng cosin chỉ phương l, m, n. Vậy ứng suất pháp trên mặt nghiêng có thể biểu diễn:

$$\sigma_N = \sigma_l^2 + \sigma_m^2 + \sigma_n^2, \quad (4.15)$$

Các thành phần vectơ ứng suất có thể viết theo trục chính:

$$S_1 = \sigma_l l ; S_2 = \sigma_m m ; S_3 = \sigma_n n \quad (4.16)$$

$$S^2 = \sigma_l^2 l^2 + \sigma_m^2 m^2 + \sigma_n^2 n^2, \quad (4.17)$$

Ứng suất tiếp được xác định :

$$\tau^2 = S^2 - \sigma_N^2 = \sigma_l^2 l^2 + \sigma_m^2 m^2 + \sigma_n^2 n^2 - (\sigma_l l^2 + \sigma_m m^2 + \sigma_n n^2)^2 \quad (4.18)$$

Biết, quan hệ giữa các cosin chỉ phương :

$$l^2 + m^2 + n^2 = 1 \quad (4.20)$$

Có thể suy ra :

$$\frac{S_1^2}{\sigma_1^2} + \frac{S_2^2}{\sigma_2^2} + \frac{S_3^2}{\sigma_3^2} = 1 \quad (4.21)$$

(4.21) là phương trình mặt elipxôit.

Trong một trạng thái ứng suất nhất định,  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  là các giá trị không đổi. Biểu thức trên biểu diễn một mặt elip với hệ trục toạ độ là các ứng suất pháp chính. Khảo sát một vectơ ứng suất  $S$ , thấy  $S_1, S_2, S_3$  là các hình chiếu của  $S$  trên các mặt toạ độ. Giá trị của vectơ không thay đổi khi thay đổi hệ trục toạ độ, chỉ thay đổi các giá trị hình chiếu thành phần. Trong hệ toạ độ  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  giá trị ứng suất là không đổi. Như vậy, một điểm trên mặt cầu elip biểu diễn một trạng thái ứng suất, trạng thái ứng suất này có đặc trưng của một tenxơ.

Nếu 3 ứng suất chính bằng nhau và cùng dấu, elíp cầu trở thành hình cầu ứng suất. Trong trường hợp đó, ứng suất tại bất kỳ phương nào đều bằng nhau và đều là ứng suất pháp chính.

Nếu một ứng suất pháp chính bằng không, elipxôit trở thành hình elip. Trạng thái ứng suất khôi trở thành trạng thái ứng suất phẳng. Nếu 2 ứng suất chính bằng không, hình elíp trở thành đường thẳng, tương ứng trạng thái ứng suất đường.

#### 4.5. TENXƠ ỦNG SUẤT

Cho một mặt nghiêng chịu tác dụng của ứng suất pháp chính  $\sigma$ , mặt đó gọi là mặt chính. Giả sử vị trí của mặt chính được xác định bằng các cosin chỉ phương  $l, m, n$  so với hệ trục toạ độ  $x y z$ , vậy công thức (4.7) có dạng:

$$\begin{aligned} S_x &= \sigma \cdot l = \sigma_x \cdot l + \tau_{xy} \cdot m + \tau_{xz} \cdot n \\ S_y &= \sigma \cdot m = \tau_{yx} \cdot l + \sigma_y \cdot m + \tau_{yz} \cdot n \\ S_z &= \sigma \cdot n = \tau_{zx} \cdot l + \tau_{zy} \cdot m + \sigma_z \cdot n \end{aligned} \quad (4.22)$$

Chuyển vế ta được:

$$\begin{aligned} (\sigma_x - \sigma) \cdot l + \tau_{xy} \cdot m + \tau_{xz} \cdot n &= 0 \\ \tau_{yx} \cdot l + (\sigma_y - \sigma) \cdot m + \tau_{yz} \cdot n &= 0 \\ \tau_{zx} \cdot l + \tau_{zy} \cdot m + (\sigma_z - \sigma) \cdot n &= 0 \end{aligned} \quad (4.23)$$

Để phương trình có nghiệm, định thức của các hệ số phải bằng không, có nghĩa là:

$$\begin{vmatrix} \sigma_x - \sigma & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y - \sigma & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z - \sigma \end{vmatrix} = 0 \quad (4.24)$$

Triển khai định thức được một phương trình bậc ba đối với  $\sigma$ .

$$\sigma^3 - I_1\sigma^2 - I_2\sigma - I_3 = 0 \quad (4.25)$$

trong đó:  $I_1, I_2, I_3$  - các bất biến thứ nhất, thứ 2 và thứ 3 của tensor ứng suất.

*Nghiệm của hệ phương trình trên chính là 3 giá trị của ứng suất pháp chính  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ .*

$$I_1 = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z = \text{const}$$

$$I_2 = \sigma_x \sigma_y + \sigma_y \sigma_z + \sigma_z \sigma_x - \tau_{zx}^2 - \tau_{yz}^2 - \tau_{zx}^2 = \text{const} \quad (4.26)$$

$$I_3 = \sigma_x \sigma_y \sigma_z + 2 \tau_{xy} \tau_{yz} \tau_{zx} - \sigma_x \tau_{yz}^2 - \sigma_y \tau_{zx}^2 - \sigma_z \tau_{xy}^2 = \text{const.}$$

Bất biến thứ 3 có thể viết :

$$I_3 = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix}$$

Bất biến thứ 2 có thể viết:

$$I_2 = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} \\ \tau_{yx} & \sigma_y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xz} \\ \tau_{zx} & \sigma_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix}$$

Các bất biến của tensor ứng suất có ý nghĩa lớn, chúng đặc trưng cho trạng thái ứng suất không phụ thuộc vào hệ toạ độ biểu diễn.

Các bất biến trên là đặc trưng của trạng thái ứng suất, nhưng cũng chứng minh trạng thái ứng suất mang thuộc tính của tensor.

Trên đã chứng minh, trạng thái ứng suất tại một điểm được biểu diễn bằng một mặt elip cầu, với các trục chính là  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ . Các giá trị ứng suất thay đổi theo sự thay đổi của cosin chỉ phương của ứng suất. Trong đó, ứng suất chính là không

đổi. Xét tính chất các thành phần của trạng ứng suất, chúng mang thuộc tính của một tenxơ, được gọi là tenxơ ứng suất.

Tenxơ ứng suất được viết dưới dạng sau:

$$T_\sigma = \begin{Bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{Bmatrix} \quad (4.27)$$

Đây là một tenxơ hạng hai.

Như vậy, trạng thái ứng suất  $T_\sigma$  của một điểm được coi là một tenxơ với các thành phần là thành phần của trạng thái ứng suất.

Cũng như ma trận, tenxơ ứng suất cũng là một tenxơ đối xứng qua đường chéo. Do đó có thể viết:

$$T_\sigma = \begin{Bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ . & \sigma_y & \tau_{yz} \\ . & . & \sigma_z \end{Bmatrix} \quad (4.28)$$

cũng có thể biến đổi và xác định được một tenxơ, ở đó chỉ có các giá trị trên đường chéo, có nghĩa là tương ứng biểu diễn trạng thái ứng suất chính. Trong đó, các thành phần ứng suất tiếp bằng không, chỉ có thành phần ứng suất pháp, ứng suất pháp đó là các **ứng suất pháp chính**. Tenxơ ứng suất có dạng:

$$T_\sigma = \begin{Bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ . & \sigma_2 & 0 \\ . & . & \sigma_3 \end{Bmatrix} \quad (4.29)$$

Có thể thực hiện các toán tử đối với các tenxơ ứng suất trong các nghiên cứu khác nhau.

Nếu các ứng suất pháp chính bằng nhau và cùng dấu, được một tenso cầu:

$$T_\sigma^0 = \begin{Bmatrix} \sigma & 0 & 0 \\ . & \sigma & 0 \\ . & . & \sigma \end{Bmatrix} \quad (4.30)$$

Có thể xác định giá trị của ứng suất chính và vị trí của mặt chính theo tenxơ ứng suất trong một hệ toạ độ bất kỳ.

Có thể đưa ra một khái niệm về ứng suất trung bình:

$$\sigma_{tb} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} = \frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{3} \quad (4.31)$$

$$\sigma_{tb} = I_1/3$$

Ứng suất trung bình là một tenxơ cầu, hay bằng  $1/3$  của bất biến thứ nhất của tenxơ ứng suất.

$$T_\sigma^0 = \begin{pmatrix} \sigma_{tb} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{tb} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{tb} \end{pmatrix} \quad (4.32)$$

$$\begin{aligned} T_\sigma - T_\sigma^0 &= \begin{pmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \sigma_{tb} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{tb} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{tb} \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} (\sigma_x - \sigma_{tb}) & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & (\sigma_y - \sigma_{tb}) & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & (\sigma_z - \sigma_{tb}) \end{pmatrix} = \\ &= D_\sigma \end{aligned} \quad (4.33)$$

Vậy

$$T_\sigma = T_\sigma^0 + D_\sigma \quad (4.34)$$

$D_\sigma$  được gọi là **tenxơ lệch ứng suất**.

$T_\sigma^0$  được gọi là tenxơ cầu.

Cũng có thể chứng minh, tổng các thành phần ứng suất theo đường chéo của tenxơ lệch ứng suất bằng không.

$$(\sigma_1 - \sigma_{tb}) + (\sigma_2 - \sigma_{tb}) + (\sigma_3 - \sigma_{tb}) = 0 \quad (4.35)$$

Như vậy một trạng thái ứng suất có thể dùng toán tử tenxơ biểu diễn và giá trị của chúng bằng tổng của tenxơ cầu và tenxơ lệch ứng suất.

**Tenxơ cầu ứng suất** : Tenxơ cầu đại diện cho trạng thái ứng suất có ứng suất bằng nhau ở mọi hướng. Sự thay đổi hình dáng là do ứng suất tiếp gãy ra, nên

dưới tác dụng của tenxơ ứng suất cầu, tại các điểm không có ứng suất tiếp, nên không thể có biến dạng.

Dưới tác dụng của tenxơ cầu ứng suất, trên tiết diện bất kỳ đi qua 1 điểm chỉ có ứng suất pháp tác dụng. Vật thể thay đổi kích thước như nhau tại mọi hướng, như dạng dãn nở, thể tích vật thể thay đổi. Sự thay đổi thể tích do nxơ cầu gây ra chính bằng sự thay đổi thể tích do cả trạng thái ứng suất gây ra.

**Tenxơ lệch ứng suất:** Trong tenxơ lệch ứng suất không còn thành phần ứng suất bằng nhau, ứng suất trung bình bằng không, nên tenxơ lệch ứng suất không gây thay đổi thể tích vật thể. Các thành phần ứng suất tiếp của tenxơ lệch hoàn toàn bằng thành phần ứng suất tiếp của tenxơ toàn thể. Trạng thái ứng suất được biểu diễn bằng tenxơ lệch, là trạng thái ứng suất gây biến đổi hình dáng của vật thể hay gây ra biến dạng dẻo.

Việc sử dụng tenxơ biểu diễn trạng thái ứng suất, đồng thời, chuyển tenxơ ứng suất thành 2 tenxơ thành phần (cầu và lệch), rất có ý nghĩa trong việc dùng công cụ khảo sát biến dạng vật thể. có thể sử dụng các phép biến đổi tenxơ để khảo sát trạng thái ứng suất, cho phép giải các bài toán biến dạng dẻo phức tạp bằng cách phân bài toán thành nhiều tenxơ thành phần. Tất nhiên, các thuộc tính biến dạng của vật thể (giới hạn chảy, giới hạn bền, phá huỷ...) còn phụ thuộc các yếu tố cơ nhiệt khác đã nghiên cứu trong phần biến dạng dẻo vật lý.

#### 4.6 ỦNG SUẤT TIẾP CỰC TRỊ

Như trên có:

$$\tau^2 = \sigma_1^2 l^2 + \sigma_2^2 m^2 + \sigma_3^2 n^2 - (\sigma_1 l^2 + \sigma_2 m^2 + \sigma_3 n^2)^2 \quad (4.36)$$

$$\text{và } l^2 + m^2 + n^2 = I \quad (4.37)$$

Vì vậy, có thể viết :

$$n^2 = I - l^2 - m^2$$

Thay vào công thức tính ứng suất tiếp:

$$\tau^2 = \sigma_1^2 l^2 + \sigma_2^2 m^2 + \sigma_3^2 (I - l^2 - m^2) - [\sigma_1 l^2 + \sigma_2 m^2 + \sigma_3 (I - l^2 - m^2)]^2 \quad (4.38)$$

Để xác định quan hệ giữa  $l, m$ , đem biểu thức tính  $\tau$  lần lượt lấy đạo hàm riêng ( $\frac{\partial \tau}{\partial \alpha_1}; \frac{\partial \tau}{\partial \alpha_2}$ ) đối với  $l, m$  và cho bằng không. Sau khi biến đổi được:

$$\{ \sigma_l - \sigma_3 - 2[(\sigma_l - \sigma_3) l^2 + (\sigma_2 - \sigma_3) m^2] \} l = 0; \quad (4.39a)$$

$$\{ \sigma_2 - \sigma_3 - 2[(\sigma_l - \sigma_3) l^2 + (\sigma_2 - \sigma_3) m^2] \} m = 0; \quad (4.39b)$$

Xét các trường hợp nghiệm của phương trình:

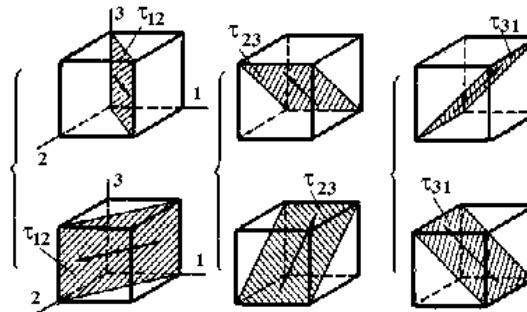
$l = m = 0$ , giải phương trình được kết quả: vậy  $n = \pm 1$ ; có nghĩa là phẳng tuyễn của mặt này trùng với phẳng của ứng suất  $\sigma_3$  và vuông góc với mặt  $\sigma_1\sigma_2$ , trên mặt này ứng suất tiếp bằng không.

a.  $l = 0$ , từ các phương trình trên tìm được:

$$m = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ và } n = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

b.  $m = 0$ , hệ phương trình trên trở thành:

$$(\sigma_l - \sigma_3)(1 - 2l^2) = 0.$$



Hình 4.5 Các mặt có ứng suất tiếp cực trị

Nếu  $\sigma_1 - \sigma_3 \neq 0$ , có

$$l = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}, \text{ đồng thời cũng}$$

$$\text{tìm được } n = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}. \text{ Kết quả}$$

thu được 6 bộ lời giải các trường hợp khác nhau của cosin chỉ phẳng của các mặt, trên đó có ứng suất tiếp là max, min (hình 4.5).

Các mặt phẳng này đều song song với một trục toạ độ và cắt 2 trục toạ độ kia một góc  $45^\circ$ . Kết quả được đưa vào trong bảng dưới đây.

Bảng các giá trị cosin chỉ phẳng

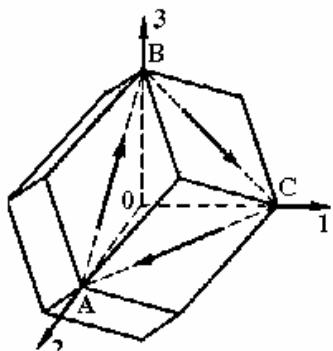
Bảng 4.1

Côsin Chỉ phương	Nhóm giá trị côsin chỉ phương					
	1	2	3	4	5	6
$l$	0	0	$\pm 1$	0	$\pm \frac{1}{\sqrt{2}}$	$\pm \frac{1}{\sqrt{2}}$
$m$	0	$\pm 1$	0	$\pm \frac{1}{\sqrt{2}}$	0	$\pm \frac{1}{\sqrt{2}}$
$n$	$\pm 1$	0	0	$\pm \frac{1}{\sqrt{2}}$	$\pm \frac{1}{\sqrt{2}}$	0
Úng suất tiếp	0	0	0	$(\sigma_2 - \sigma_3)/2$	$(\sigma_1 - \sigma_3)/2$	$(\sigma_1 - \sigma_2)/2$
Úng suất pháp	$\sigma_3$	$\sigma_2$	$\sigma_1$	$(\sigma_2 + \sigma_3)/2$	$(\sigma_1 + \sigma_3)/2$	$(\sigma_1 + \sigma_2)/2$

Đồng thời có thể biểu diễn bằng sơ đồ hình học các mặt phẳng có ứng suất tiếp lớn nhất, chúng tạo thành từng đôi vuông góc với nhau.

Sáu mặt kề trên và 6 mặt song song với chúng tạo thành một khối 12 mặt. Trên 1 trong các mặt đó tác dụng 1 ứng suất tiếp, nằm trên 1 mặt phẳng toạ độ và tạo với 2 trục toạ độ tạo thành mặt phẳng đó một góc  $45^\circ$ .

Bằng cách giải phương trình (4.38) tìm nghiệm của ứng suất tiếp  $\tau$ , có thể xác định được các giá trị của ứng suất tiếp:



$$\text{Khi } l = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}, m = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}, n = 0;$$

$$\tau_{12} = \pm 1/2 (\sigma_1 - \sigma_2) \quad (4.40a)$$

$$\text{Khi } l = 0, m = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}, n = \pm \frac{1}{\sqrt{2}};$$

$$\tau_{23} = \pm 1/2 (\sigma_2 - \sigma_3) \quad (4.40b)$$

Hình 4.6 Ứng suất tiếp cự trị  
nằm trên cạnh bát diện

$$\text{Khi } l = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}, m = 0, n = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

$$\tau_{31} = \pm 1/2 (\sigma_3 - \sigma_1) \quad (4.40c)$$

Các chỉ số của ứng suất tiếp cho biết các ứng suất pháp chính nào xác định ứng suất tiếp đó và chúng tạo với trục chính nào thành một góc nghiêng  $45^\circ$ .

Ứng suất tiếp nói trên được gọi là **ứng suất tiếp cực trị**.

**Ứng suất tiếp cực trị** có giá trị bằng **nửa hiệu ứng suất pháp lớn nhất với ứng suất pháp nhỏ nhất**. Nếu 3 ứng suất pháp bằng nhau và cùng dấu, như trạng thái ứng suất thuỷ tĩnh, hiệu của ứng suất pháp bằng không. Có nghĩa là trên mặt đó không có ứng suất tiếp. Tenxơ ứng suất là tenxơ cầu.

Từ hình 4.6 thấy, phương của ứng suất tiếp tạo thành cạnh của một bát diện.

Ở đây, tổng của 3 ứng suất tiếp chính bằng không.

$$\tau_{12} + \tau_{23} + \tau_{31} = 0. \quad (4.41)$$

Từ công thức thấy, ứng suất tiếp chính lớn nhất về giá trị tuyệt đối ngược dấu với 2 ứng suất tiếp chính khác.

Có thể xác định ứng suất pháp tác dụng trên mặt có ứng suất tiếp chính như sau:

Từ biểu thức  $\sigma_N = \sigma_1 l^2 + \sigma_2 m^2 + \sigma_3 n^2$ ,

có thể thay các giá trị cosin chỉ phương và xác định các giá trị của ứng suất pháp:

$$\sigma_{12} = 1/2(\sigma_1 + \sigma_2); \sigma_{23} = 1/2(\sigma_2 + \sigma_3); \sigma_{31} = 1/2(\sigma_3 + \sigma_1) \quad (4.42)$$

Như vậy, **ứng suất pháp tác dụng trên mặt có ứng suất tiếp cực trị bằng nửa tổng của 2 ứng suất pháp chính**.

Từ biểu thức tính ứng suất tiếp chính, có thể thấy, nếu cùng tăng hoặc cùng giảm ứng suất pháp chính một lượng như nhau, giá trị ứng suất tiếp chính không đổi. Nói cách khác, nếu cộng hoặc trừ vào trạng thái ứng suất cùng một giá trị ứng suất pháp, không làm thay đổi ứng suất tiếp chính.

#### 4.7. ỦNG SUẤT 8 MẶT (BÁT DIỆN)

Khảo sát thêm một số trường hợp đặc biệt của trạng thái ứng suất, trường hợp ứng suất tác dụng lên các mặt có cùng cosin chỉ phương.

Đã biết  $l^2 + m^2 + n^2 = 1$ ,

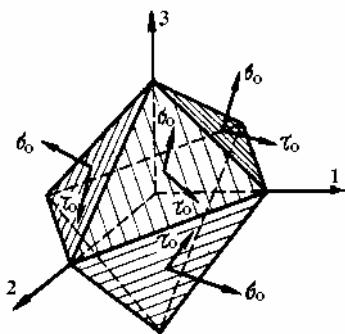
Cho cosin chỉ phương bằng nhau, ta được:

$$l=m=n=\pm \frac{1}{\sqrt{3}}. \quad (4.43)$$

Có thể tìm được trên mỗi góc của hệ toạ độ một mặt thoả mãn điều kiện như trên. Có nghĩa là có một hình 8 mặt, trên đó cosin chỉ phương của các mặt là bằng nhau.

Ứng suất pháp tác dụng trên các mặt của khối 8 mặt bằng:

$$\sigma_0 = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} = \frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{3} = \sigma_{tb} \quad (4.44)$$



Như vậy, ứng suất pháp 8 mặt bằng một phần ba tổng ứng suất pháp chính hay một phần ba tổng ứng suất pháp trong toạ độ bất kỳ hay bằng ứng suất trung bình.

Ứng suất tiếp trên khối 8 mặt là

Hình 4.7 Ứng suất trên khối 8 mặt

$$\tau_0 = \pm \frac{1}{3} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} \quad (4.45)$$

Viết dưới dạng triển khai:

$$\begin{aligned} \tau_0 &= \pm \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_2 - \sigma_2\sigma_3 - \sigma_3\sigma_1} = \\ &= \pm \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)^2 - 3(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1)} \end{aligned} \quad (4.46)$$

Viết trong toạ độ bất kỳ:

$$\tau_0 = \pm \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)} \quad (4.47)$$

Biểu diễn theo ứng suất tiếp cực trị:

$$\tau_0 = \pm \frac{2}{3} \sqrt{\tau_{12}^2 + \tau_{23}^2 + \tau_{31}^2} . \quad (4.48)$$

Như vậy, **ứng suất tiếp 8 mặt bằng một phần ba căn của tổng hiệu các ứng suất chính bình phương, hay bằng hai phần ba căn của tổng các ứng suất tiếp chính bình phương.**

Trên các mặt biên của khối 8 mặt, tác dụng ứng suất pháp như nhau, **bình phương ứng suất toàn thể 8 mặt**  $p_0$  **bằng trung bình tổng bình phương các ứng suất pháp chính:**

$$p_0^2 = \frac{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2}{3} \quad (4.49)$$

Biểu diễn ứng suất qua bất biến của tenxơ lệch được:

$$\tau_0 = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{I_1^2 - 3I_2} \quad (4.50)$$

$$\tau_0^2 = -\frac{2}{3} I'_2 \quad (4.51)$$

trong đó:  $I'_2$  là bất biến bậc 2 của tenxơ lệch ứng suất.

$$I'_2 = \frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2}{6} \quad (4.52)$$

Như vậy, **bình phương của ứng suất tiếp 8 mặt bằng hai phần ba bất biến thứ 2 của tenxơ lệch ứng suất.**

Giá trị  $\sqrt{I'_2}$  gọi là cường độ ứng suất tiếp,  $\tau_i = \sqrt{I'_2}$ . cũng có thể chứng minh :

$$1 \leq \frac{\tau_i}{\tau_{max}} \leq \frac{2}{\sqrt{3}}$$

Giá trị của cường độ ứng suất tiếp  $\tau_i$  thay đổi phụ thuộc dạng của trạng thái ứng suất và biến đổi trong phạm vi :

$$\tau_i = (1 \sim 1,155) \tau_{max}, \quad (4.53)$$

trong đó:  $\tau_{max}$  - ứng suất tiếp có giá trị tuyệt đối lớn nhất.

Trong khảo sát biến dạng dẻo, ứng suất tiếp 8 mặt là các biến của tensor ứng suất, có ý nghĩa cực kỳ quan trọng. Ứng suất pháp  $\sigma_0$  làm cho khối 8 mặt bị kéo (nén) đều theo các phương, nên chỉ làm thay đổi thể tích, không làm thay đổi hình dáng. Ngược lại, ứng suất tiếp 8 mặt  $\tau_0$  có tác dụng làm thay đổi hình dáng khối 8 mặt. Đem giá trị ứng suất tiếp 8 mặt  $\tau_0$  thay bằng giá trị ứng suất tiếp lớn nhất  $\tau_{\max} = \tau_{13}$ . Từ các biểu thức(4.44), (4.46), (4.48) có thể viết:

$$\left(\frac{\tau_0}{\tau_{\max}}\right)^2 = \frac{4}{9} \cdot \frac{\tau_{12}^2 + \tau_{23}^2 + \tau_{13}^2}{\tau_{13}^2} \quad (4.54)$$

Khi thay các giá trị ứng suất tiếp cực trị  $\tau_{\max}$ ,  $\tau_{\min}$  và  $\tau_{tb}$ , kết hợp điều kiện theo (4.41), có nghĩa là  $\tau_{tb} = -\tau_{\max} - \tau_{\min}$ , được:

$$\left(\frac{\tau_0}{\tau_{\max}}\right)^2 = \frac{8}{9} \left[ 1 + \frac{\tau_{\min}}{\tau_{\max}} + \left(\frac{\tau_{\min}}{\tau_{\max}}\right)^2 \right]$$

Biểu thức đạt giá trị nhỏ nhất khi  $\tau_{\min} = -\tau_{\max}/2$  và  $\tau_{\min}$  biến đổi từ 0 đến  $-\tau_{\max}$ . Vậy:

$$\frac{2}{3} \leq \left(\frac{\tau_0}{\tau_{\max}}\right)^2 \leq \frac{8}{9} \quad (4.55a)$$

Có nghĩa, ứng suất tiếp 8 mặt có giá trị gần bằng giá trị ứng suất tiếp lớn nhất của điểm đó và có giá trị nằm trong phạm vi:

$$0,941 > \frac{\tau_0}{\tau_{\max}} > 0,816 . \quad (4.55b)$$

Trong lý thuyết biến dạng dẻo người đưa ra khái niệm **Cường độ ứng suất**. Theo Rôsi và Âyxinghe cường độ ứng suất tiếp được tính bằng ứng suất tiếp 8 mặt:

$$\tau_0 = \pm \frac{1}{3} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} \quad (4.56)$$

Theo Henchy, cường độ ứng suất tiếp được tính bằng:

$$\tau_i = \frac{1}{\sqrt{6}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} \quad (4.57)$$

Như vậy, công thức Henchy chỉ khác công thức tính của Rôsi ở hệ số.

Nếu bình phương về phái của biểu thức này, được bất biến thứ 2 của tensor lêch ứng suất. Khác với ứng suất tiếp 8 mặt, cường độ ứng suất tiếp là đại lượng vô hướng.

Khác với cường độ ứng suất tiếp, cường độ ứng suất  $\sigma_i$  (hay ứng suất tương đương  $\sigma_{EQV}$ ) được định nghĩa như sau:

$$\sigma_i = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} \quad (4.58)$$

$$\sigma_i = \sqrt{3} \tau_i = \frac{3}{\sqrt{2}} \tau_0 = \sqrt{3 I'_2}$$

Cũng như cường độ ứng suất tiếp, cường độ ứng suất  $\sigma_i$  là đại lượng vô hướng. Khái niệm cường độ ứng suất có nghĩa như là một ứng suất tác dụng lên vật thể tương đương như vật thể chịu tác dụng 1 trạng thái ứng suất 3 chiều. Giá trị của cường độ ứng suất cũng phụ thuộc dạng của trạng thái ứng suất và thay đổi trong phạm vi:

$$\sigma_i = (1 - \frac{1}{1,155}) (\sigma_{max} - \sigma_{min}), \quad (4.59)$$

trong đó:  $\sigma_{max}$ ,  $\sigma_{min}$  - giá trị số học lớn nhất và nhỏ nhất của ứng suất pháp chính.

Trong trường hợp kéo nén đơn, cường độ ứng suất theo giá trị, nó bằng ứng suất pháp chính (kéo hay nén).

Khi nghiên cứu trạng thái ứng suất của một điểm, thấy có 13 mặt đặc thù:

- a. **3 mặt chính, trên đó tác dụng ứng suất pháp chính, không có ứng suất tiếp;**
- b. **6 mặt, trên đó tác dụng ứng suất tiếp chính, có ứng suất pháp;**
- c. **4 mặt, trên đó tác dụng ứng suất 8 mặt như nhau.**

## 4.8 VÒNG MO ỦNG SUẤT

Một phương pháp biểu diễn trạng thái ứng suất không gian tại một điểm bằng hình 2 chiều do Mo đưa ra có thể trực tiếp quan sát mối quan hệ giữa các ứng suất. Vòng tròn Mo cho phép tổ hợp các vectơ ứng suất pháp  $\sigma_N$  và ứng suất tiếp  $\tau$  tác dụng trên các mặt nghiêng khác nhau.

Ứng suất pháp trên mặt nghiêng được xác định bằng công thức:

$$\sigma_N = \sigma_l l^2 + \sigma_m m^2 + \sigma_n n^2$$

Vectơ ứng suất tại mặt nghiêng được tính:

$$\sigma_N^2 + \tau^2 = \sigma_l^2 l^2 + \sigma_m^2 m^2 + \sigma_n^2 n^2$$

Điều kiện của cosin chỉ phương :

$$l^2 + m^2 + n^2 = 1$$

Liên hợp các phương trình và giải các giá trị của cosin chỉ phương được:

$$\begin{aligned} l^2 &= \frac{(\sigma_N - \sigma_2)(\sigma_N - \sigma_3) + (\tau)^2}{(\sigma_1 - \sigma_2)(\sigma_1 - \sigma_3)} \\ m^2 &= \frac{(\sigma_N - \sigma_3)(\sigma_N - \sigma_1) + (\tau)^2}{(\sigma_2 - \sigma_3)(\sigma_2 - \sigma_1)} \\ n^2 &= \frac{(\sigma_N - \sigma_1)(\sigma_N - \sigma_2) + (\tau)^2}{(\sigma_3 - \sigma_1)(\sigma_3 - \sigma_2)} \end{aligned} \quad (4.60)$$

Dựa trên phương trình này, xây dựng các vòng tròn Mo trên mặt phẳng ứng suất với trục ứng suất pháp  $\sigma_N$  là trục hoành và ứng suất tiếp  $\tau$  là trục tung.

Theo điều kiện về ứng suất pháp chính: cho chúng có các giá trị khác nhau và xếp sao cho:

$$\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$$

Có thể suy ra  $\sigma_1 - \sigma_2 > 0$  và  $\sigma_1 - \sigma_3 > 0$ , đồng thời nhận thấy  $l^2$  cung luôn dương. Vì vậy, tử số của vế phải của biểu thức trên cũng thoả mãn điều kiện:

$$(\sigma_N - \sigma_2)(\sigma_N - \sigma_3) + \tau^2 \geq 0 \quad (4.61a)$$

Trong mặt phẳng ứng suất  $(\sigma_N, \tau)$  quan hệ này biểu diễn các điểm nằm ngoài và trên biên của vòng tròn  $C_1$ :

$$(\sigma_N - \frac{\sigma_2 + \sigma_3}{2})^2 + \tau^2 = (\frac{\sigma_2 - \sigma_3}{2})^2 \quad (4.61b)$$

Nhận thấy, đây là vòng tròn có tâm nằm trên trực hoành cách gốc một giá trị bằng  $1/2(\sigma_2 + \sigma_3)$  và có bán kính bằng  $1/2(\sigma_2 - \sigma_3)$ .

Cũng như vậy, xét biểu thức với  $m$ , có  $(\sigma_2 - \sigma_3) > 0$  và  $(\sigma_2 - \sigma_1) < 0$ , và  $m^2$  không âm. Tử số về phải của công thức  $m^2$  thoả mãn bất phương trình:

$$(\sigma_N - \sigma_3)(\sigma_N - \sigma_1) + \tau^2 \leq 0 \quad (4.62a)$$

Biểu diễn các điểm bên trong vòng tròn  $C_2$

$$(\sigma_N - \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2})^2 + \tau^2 = (\frac{\sigma_3 - \sigma_1}{2})^2 \quad (4.62b)$$

Đây là vòng tròn có tâm nằm trên trực hoành cách gốc một giá trị bằng  $1/2(\sigma_1 + \sigma_3)$  và có bán kính bằng  $1/2(\sigma_1 - \sigma_3)$ .

Xét biểu thức với  $n$ , có  $(\sigma_3 - \sigma_1) < 0$  và  $(\sigma_3 - \sigma_2) < 0$ , và  $n^2$  không âm. Tử số về phải của công thức  $n^2$  thoả mãn bất phương trình:

$$(\sigma_N - \sigma_1)(\sigma_N - \sigma_2) + \tau^2 \geq 0 \quad (4.63a)$$

biểu diễn các điểm bên ngoài vòng tròn  $C_3$

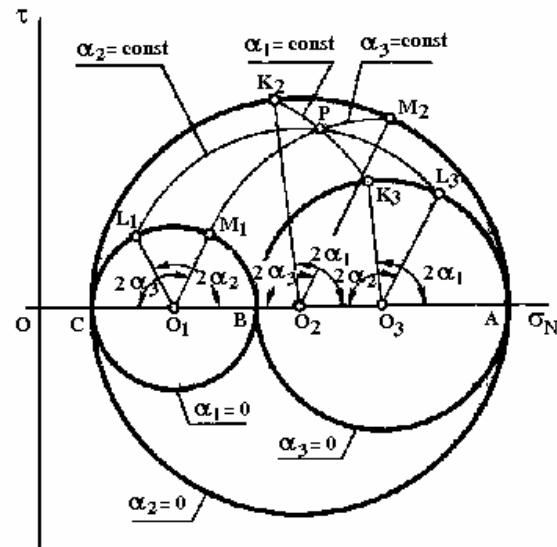
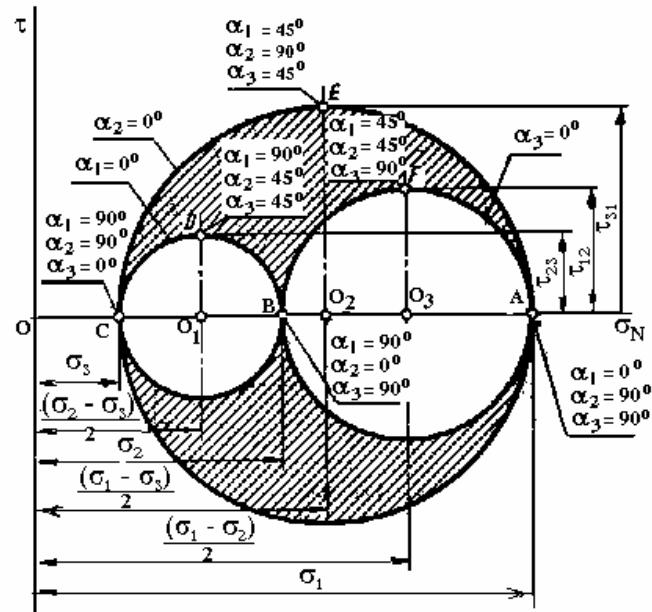
$$(\sigma_N - \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2})^2 + \tau^2 = (\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2})^2 \quad (4.63b)$$

Nhận thấy, đây là vòng tròn có tâm nằm trên trực hoành cách gốc một giá trị bằng  $1/2(\sigma_1 + \sigma_2)$  và có bán kính bằng  $1/2(\sigma_1 - \sigma_2)$ .

Như vậy, mỗi điểm ứng suất, tương ứng với cặp đại lượng  $(\sigma_N, \tau)$  trên mặt phẳng ứng suất  $(\sigma_N, \tau)$  có thể được biểu diễn trên hình, nằm trong phân giới hạn của 3 vòng tròn  $C_1, C_2, C_3$ .

Có thể xác định các điểm đặc trưng trên mặt phẳng ứng suất, tại các điểm có ghi các giá trị của  $l, m, n; \sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ ; đồng thời cũng có thể xác định được giá trị của 3 ứng suất tiếp chính, đúng bằng giá trị của 3 bán kính vòng tròn tương ứng:

$$\tau_{23} = 1/2(\sigma_2 - \sigma_3); \tau_{31} = 1/2(\sigma_1 - \sigma_3); \tau_{12} = 1/2(\sigma_1 - \sigma_2) \quad (4.64)$$



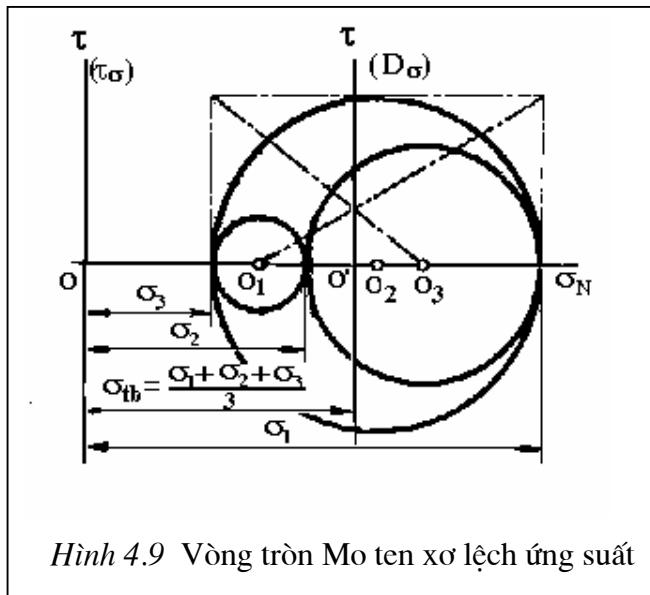
Hình 4.8 Vòng tròn Mo ứng suất

Các vòng tròn xác định bằng biểu thức trên tương ứng với các giá trị:

$$l = m = n = 0$$

Cách xác định trạng thái ứng suất tại một điểm P nằm trong vùng biểu diễn ứng suất của mặt phẳng ( $\sigma_N$ ,  $\tau$ ) như sau:

Khi đã biết cosin chỉ phương  $l, m, n$ , có thể xác định các giá trị ( $\sigma_N$ ,  $\tau$ ) trên mặt nghiêng.



Hình 4.9 Vòng tròn Moen xem xét ứng suất

Nhận xét, P là giao điểm của 3 vòng tròn: vòng tròn tâm  $O_1$  bán kính  $l$ ; vòng tròn tâm  $O_2 - m$ ; vòng tròn tâm  $O_3 - n$ .

Vậy, có thể xác định các thành phần ( $\sigma_N$ ,  $\tau$ ) của véc tơ ứng suất đối với điểm P bất kỳ. Cách làm như sau: vẽ lần lượt các vòng tròn đi qua P và có tâm là  $O_1$ ,  $O_2$ ,  $O_3$ . Vòng

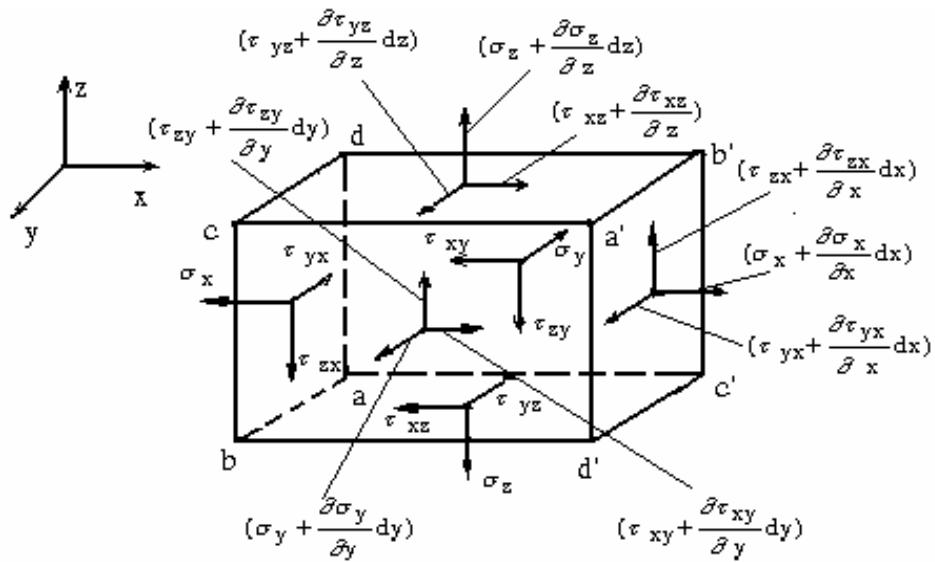
tròn  $O_1$  cắt vòng tròn  $C_2$  và  $C_3$  tại  $K_2$  và  $K_3$ . Nối  $K_2$  với  $O_2$  và  $K_3$  với  $O_3$ . Bán kính  $O_2K_2$  và  $O_3K_3$  cùng làm với trục toạ độ  $\tau$  một góc  $2l, 2m, 2n$ .

#### 4.9. PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN CÂN BẰNG TĨNH LỰC TRẠNG THÁI ỨNG SUẤT KHỐI

Xét phân tố hình hộp có các cạnh  $dx, dy, dz$  được tách ra từ một vật thể chịu tác dụng của hệ lực cân bằng và biến đổi liên tục từ điểm này đến điểm khác, có nghĩa ứng suất là một hàm liên tục đối với hệ toạ độ.

Giả thiết trạng thái ứng suất của điểm a được xác định bằng tensor ứng suất:

$$T_{\sigma a} = \begin{Bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{Bmatrix} \quad (4.65)$$



Hình 4.10 Cân bằng ứng suất của phân tố

Tổng ứng suất tại điểm  $a'$ :

$$T_{\sigma a'} = \begin{pmatrix} (\sigma_x + \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} dx) & (\tau_{xy} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} dy) & (\tau_{xz} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} dz) \\ (\tau_{yx} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} dx) & (\sigma_y + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} dy) & (\tau_{yz} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} dz) \\ (\tau_{zx} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} dx) & (\tau_{zy} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} dy) & (\sigma_z + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} dz) \end{pmatrix} \quad (4.66)$$

Hệ lực gồm các lực bề mặt trên biên vật thể và lực thể tích ở bên trong vật thể. Trên mặt phân tố song song với mặt phẳng  $yoz$ , tại điểm có toạ độ  $x$  có ứng suất pháp  $\sigma$  thì trên bề mặt song song cách mặt đó một khoảng  $dx$  sẽ có ứng suất pháp là  $\sigma(x+dx, y, z)$ .

Dùng phép biến đổi Taylor và bỏ qua vô cùng bé bậc cao, có nghĩa là xét trường hợp biến dạng bé, ta được:

$$\sigma_x(x+dx, y, z) = \sigma_x(x, y, z) + \frac{\partial \sigma_x(x, y, z)}{\partial x} dx \quad (4.67)$$

Làm tương tự với các ứng suất khác có các ứng suất trên các mặt của phân tố (Hình 4.10).

Ký hiệu X, Y, Z là các thành phần hình chiếu của cường độ lực thể tích lên các trục.

Phương trình hình chiếu theo phương x của các lực tác dụng lên phân tố là:

$$\left( \sigma_x + \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} \right) dx dy dz + \left( \tau_{xy} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} dx \right) dy dz + \left( \tau_{xz} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} dz \right) dy dz - \sigma_x dy dz - \tau_{xy} dy dz + \tau_{xz} dy dz + X dx dy dz = 0 \quad (4.68)$$

Các phương trình hình chiếu theo các phương y, z được viết tương tự sau khi rút gọn được ba phương trình vi phân cân bằng.

Trường hợp bỏ qua lực khôi:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (4.69)$$

Trường hợp xét lực thể tích:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + X &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + Y &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + Z &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (4.70)$$

Phương trình (4.70) được gọi là các phương trình cân bằng Naviê - Côsi (Navier - Cauchy). Dạng ma trận của các phương trình Naviê là:

$$CS = -P$$

trong đó: C - ma trận toán tử vi phân

$$C = \left[ \frac{\partial}{\partial x}; \quad \frac{\partial}{\partial y}; \quad \frac{\partial}{\partial z} \right]$$

S - - Ma trận ứng suất

$$S = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix}$$

P - Véc tơ lực thể tích.

$$P = [ X, Y, Z ]$$

Các phương trình cân bằng mômen đối với trục x, y, z dẫn đến biểu thức của định luật đối ứng của ứng suất tiếp:

$$|\tau_{xy}| = |\tau_{yx}|; |\tau_{xz}| = |\tau_{zx}|; |\tau_{yz}| = |\tau_{zy}| \quad (4.71)$$

Biểu thức trên là điều kiện cân bằng đối với trạng thái ứng suất khối dưới dạng phương trình vi phân đạo hàm riêng. Phương trình đúng với mọi điểm của vật thể biến dạng.

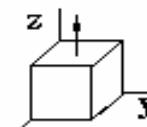
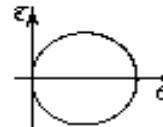
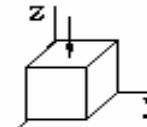
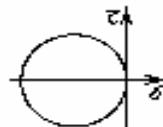
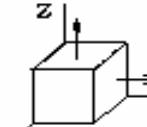
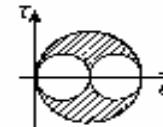
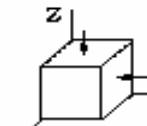
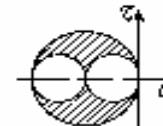
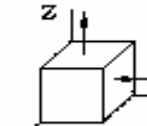
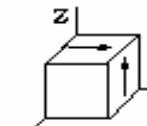
Ứng suất biến đổi bên trong vật thể, trong phần tử đến bên ngoài của chúng. Giá trị của ứng suất phải cân bằng với ngoại lực tác dụng lên biên của vật thể, thỏa mãn điều kiện biên. Để xác định quan hệ giữa ứng suất bên trong phân tố vô cùng nhỏ với ứng suất trên bề mặt - với ngoại lực, có thể sử dụng phương trình cân bằng giữa tensor ứng suất và vecto ứng suất, giống như khi nghiên cứu trạng thái ứng suất trên mặt nghiêng.

Hệ phương trình vi phân cân bằng có 6 ẩn số, nên chưa thể giải chúng. Muốn giải hệ phương trình trên cần sử dụng các phương trình phụ khác. Mặt khác, bài toán khôi với hệ phương trình nhiều ẩn số là bài toán phức tạp. Ngày nay, người có thể sử dụng phương pháp số kết hợp với MTĐT, cho phép nhanh chóng cho lời giải chính xác. Trong các bài toán thực tế, người thường đưa về các dạng đơn giản hơn: bài toán phẳng, đối xứng trực, ứng suất phẳng.

## 4.10 CÁC TRẠNG THÁI ÚNG SUẤT : ĐỔI XỨNG TRỤC VÀ TRẠNG THÁI ÚNG SUẤT PHẲNG

### 4.10.1. Phân loại trạng thái ứng suất

Bảng phân loại trạng thái ứng suất *Bảng 4.2*

Trạng thái ứng suất	Thuộc tính	Sơ đồ TTUS	US chính	Vòng Mo
<b>Đơn</b>	<b>Kéo</b>		$\sigma_1 = \sigma_z > 0$ $\sigma_2 = \sigma_y = 0$ $\sigma_3 = \sigma_x = 0$	
	<b>Nén</b>		$\sigma_1 = \sigma_z < 0$ $\sigma_2 = \sigma_y = 0$ $\sigma_3 = \sigma_x < 0$	
<b>Phẳng</b>	<b>Hai trục kéo</b>		$\sigma_1 = \sigma_z > 0$ $\sigma_2 = \sigma_y > 0$ $\sigma_3 = \sigma_x = 0$	
	<b>Hai trục nén</b>		$\sigma_1 = \sigma_z < 0$ $\sigma_2 = \sigma_y < 0$ $\sigma_3 = \sigma_x < 0$	
<b>Trạng thái chính khác dấu</b>	<b>Trạng thái chính</b>		$\sigma_1 = \sigma_z > 0$ $\sigma_2 = \sigma_y < 0$ $\sigma_3 = \sigma_x = 0$	
	<b>Trạng thái tròn</b>		$\sigma_1 = \sigma_z > 0$ $\sigma_2 = \sigma_y = 0$ $\sigma_3 = \sigma_x < 0$	

(Tiếp)

Trạng thái US	Thuộc tính	Sơ đồ TTUS	Ứng suất chính	Vòng Mo
Khối kay 3 trục	3 trục kéo		$\sigma_1 = \sigma_z > 0$ $\sigma_2 = \sigma_y > 0$ $\sigma_3 = \sigma_x > 0$	
	3 trục nén		$\sigma_1 = \sigma_z < 0$ $\sigma_2 = \sigma_y < 0$ $\sigma_3 = \sigma_x < 0$	
	3 trục khác dấu		$\sigma_1 = \sigma_z > 0$ $\sigma_2 = \sigma_y > 0$ $\sigma_3 = \sigma_x < 0$	

#### 4.10.2. Trạng thái ứng suất đơn

Trạng thái ứng suất đơn là trạng thái ứng suất có 1 ứng suất pháp chính không bằng không, còn 2 ứng suất pháp chính khác bằng không.

Ten xơ ứng suất:

$$T_\sigma = \begin{vmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \quad (4.72a)$$

Tenxơ cầu ứng suất:

$$T_0 = \begin{vmatrix} \frac{\sigma_1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\sigma_1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\sigma_1}{3} \end{vmatrix} \quad (4.72b)$$

Ten xơ lệch ứng suất:

$$D_\sigma = \begin{vmatrix} \frac{2\sigma_1}{3} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{\sigma_1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{\sigma_1}{3} \end{vmatrix} \quad (4.72c)$$

Các bất biến có giá trị:

$$I_1 = \frac{\sigma_1}{3} \quad (4.73a)$$

$$I_2 = I_3 = 0 \quad (4.73b)$$

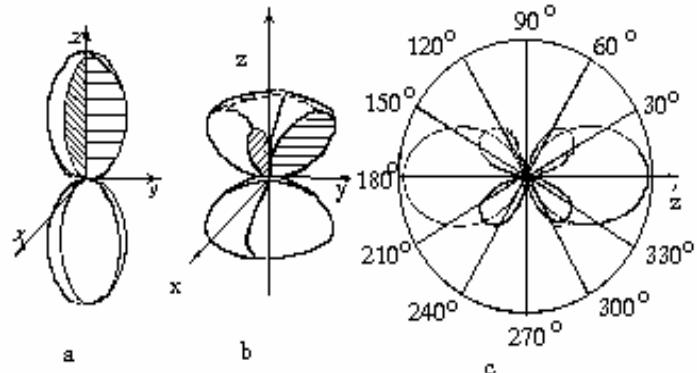
Ứng suất tám mặt:

$$\sigma_o = \frac{\sigma_1}{3},$$

$$\tau_o = \frac{\sqrt{2}}{3} \sigma_1.$$

(4.73c)

Mặt ứng suất pháp và ứng suất tiếp của trạng thái ứng suất đơn được biểu diễn ở hình 4.11.



Hình 4.11 Bề mặt trạng thái ứng suất đơn: ứng suất pháp (a), ứng suất tiếp (b) và mặt cắt đi qua z, đường thực là ứng suất pháp, đường chấm gạch là ứng suất tiếp (c)

#### 4.10.3. Trạng thái ứng suất đối xứng trực

Trong thực tế biến dạng tạo hình, thường gặp trường hợp vật thể biến dạng có hình tròn xoay. Trạng thái ứng suất của chúng là trạng thái đối xứng trực. Tải trọng tác dụng phân bố đều trên mặt ngoài, mặt tròn xoay, hay mặt đối xứng quanh trục toạ độ z.

Để nghiên cứu bài toán trạng thái đối xứng trực, thay hệ toạ độ Đề các bằng hệ toạ độ trụ. Toạ độ của các điểm được xác định bằng bán kính-vectơ  $\rho$ , góc cực  $\theta$ , toạ độ z.

Bằng phép biến đổi toạ độ, có thể chuyển biểu diễn phương trình vi phân cân bằng trong toạ độ Đề các thành phương trình vi phân cân bằng trong toạ độ trụ.

Xét trạng thái ứng suất của phân tố trong hệ toạ độ trụ.

Tenxơ ứng suất có thể viết:

$$T_\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_\rho & \tau_{\rho\theta} & \tau_{\rho z} \\ . & \sigma_\theta & \tau_{\theta z} \\ . & . & \sigma_z \end{pmatrix} \quad (4.74)$$

trong đó:  $\sigma_\rho$  - ứng suất hướng kính;  $\sigma_\theta$  - ứng suất hướng tiếp;  $\sigma_z$  - ứng suất hướng trực;

Trong trạng thái đối xứng trực, các thành phần của trạng thái ứng suất không phụ thuộc vào toạ độ góc  $\theta$ , như vậy, đạo hàm theo  $\theta$  đều bằng không. Mặt khác, trên mặt phẳng đi qua trục z không có ứng suất tiếp, vì bản thân vật thể đối xứng và ngoại lực cũng đối xứng qua trục z. Theo định luật ngẫu lực của ứng suất tiếp, được:

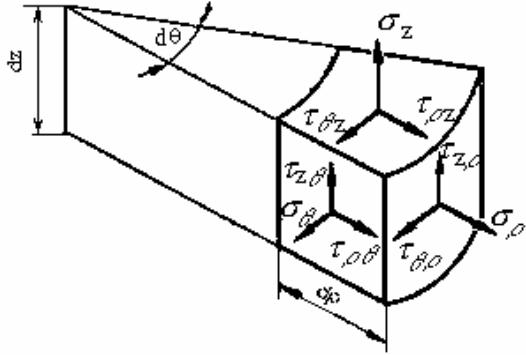
$$\tau_{\rho\theta} = \tau_{z\theta} = \tau_{\theta\rho} = \tau_{\theta z} = 0. \quad (4.75)$$

Như vậy, ứng suất  $\sigma_\theta$  luôn là ứng suất chính,  $\sigma_\theta = \sigma_2$ , trục  $\rho$  có thể có phương bất kỳ trên mặt z.

Cho nên, tenxơ ứng suất của trạng thái ứng suất đối xứng trực có dạng:

$$T_\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_\rho & 0 & \tau_{\rho z} \\ . & \sigma_\theta & 0 \\ . & . & \sigma_z \end{pmatrix} \quad (4.76)$$

trong đó có 3 ứng suất pháp và 1 ứng suất tiếp.



Hình 4.12 Các thành phần ứng suất tác dụng trên phân tố trong toạ độ trụ

Tenxơ ứng suất tại điểm a' :

$$T_\sigma = \begin{pmatrix} (\sigma_\rho + \frac{\partial \sigma_\rho}{\partial \rho} d\rho) & 0 & (\tau_{\rho z} + \frac{\partial \tau_{\rho z}}{\partial z} dz) \\ . & \sigma_\theta & 0 \\ . & . & (\sigma_z + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} dz) \end{pmatrix} \quad (4.77)$$

Chú ý, trục ρ có thể lấy bất kỳ phương nào trên mặt phẳng qua z, nhưng để bài toán đơn giản, thường chọn mặt ρz là mặt đối xứng của phân tố.

Có thể tính diện tích các mặt bên của phân tố:

$$F_\rho \text{ (mặt abcd)} = \rho d\theta dz;$$

$$F_{(\rho+d\rho)} \text{ (mặt a'b'c'd')} = (\rho + d\rho) d\theta dz;$$

$$F_\theta \text{ (mặt a'd'bc)} = d\rho dz;$$

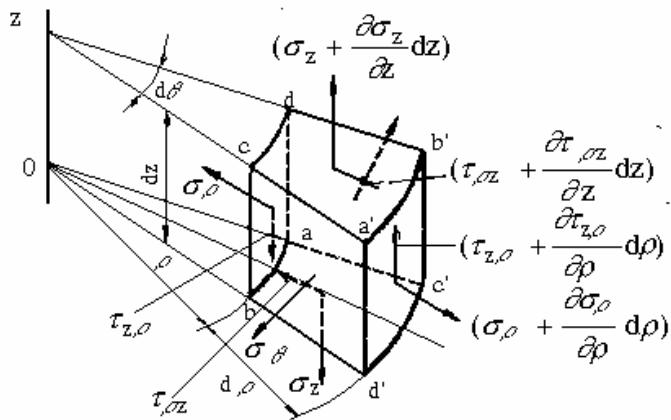
$$F_z \text{ (mặt a'cdb' hay ac'd'b)} = \rho d\theta d\rho.$$

Xét trạng thái cân bằng của phân tố.

Cũng như xét điều kiện cân bằng của phân tố trong hệ toạ độ Đề các, xét điều kiện cân bằng của trạng thái ứng suất của 2 điểm a và a'.

Sau khi xác định lực tác dụng trên từng mặt, chiếu chúng xuống các mặt toạ độ theo điều kiện cân bằng, đồng thời sử dụng điều kiện gần đúng  $\sin(d\theta/2) = d\theta/2$  và rút gọn các biểu thức, được hệ phương trình vi phân cân bằng:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \sigma_\rho}{\partial \rho} + \frac{\partial \tau_{\rho z}}{\partial z} + \frac{\sigma_\rho - \sigma_\theta}{\rho} &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{z\rho}}{\partial \rho} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\tau_{\rho z}}{\rho} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (4.78)$$



Hình 4.13 Cân bằng phân tố trong bài toán đối xứng trực

### Bài toán toạ độ cầu:

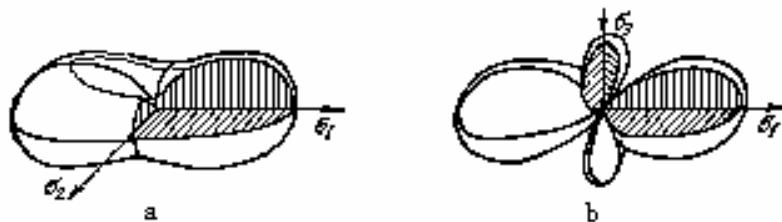
Thực tế biến dạng tạo hình còn gấp trường hợp bài toán đối xứng trực vật thể dạng cầu. Trong hệ toạ độ này, dùng bán kính  $\rho$ , góc  $\theta$  và  $\phi$  để biểu diễn toạ độ của một điểm trong không gian. Trong trạng thái đối xứng trực, ứng suất không phụ thuộc toạ độ  $\theta$ , ứng suất tiếp  $\tau_{\rho\theta} = \tau_{\theta\rho}$ ,  $\tau_{\phi\theta} = \tau_{\theta\phi}$  và bằng 0.

Sau khi chuyển đổi và chỉnh lý được phương trình vi phân cân bằng trong toạ độ cầu như sau:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \sigma_\rho}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_{\rho\varphi}}{\partial \varphi} + \frac{1}{\rho} [2\sigma_\rho - (\sigma_\varphi - \sigma_\theta) + \tau_{\rho\varphi} \operatorname{ctg} \varphi] &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{\rho\varphi}}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \sigma_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{1}{\rho} [3\tau_{\rho\varphi} + (\sigma_\varphi - \sigma_\theta) \operatorname{ctg} \varphi] &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (4.79)$$

#### 4.10.4. Bài toán phẳng

Trạng thái ứng suất phẳng là trạng thái có 2 ứng suất pháp chính không bằng không, 1 ứng suất pháp chính bằng không. Điều kiện trạng thái ứng suất phẳng là bất biến thứ 3 bằng không  $I_3 = 0$ , nhưng  $I_2$  không bằng không. Mặt ứng suất pháp của trạng thái ứng suất phẳng được biểu diễn ở hình 4.14b, trong trường hợp  $\sigma_1 > 0$  (a), nếu  $\sigma_1 < 0$  dấu của biểu đồ ngược lại.



Hình 4.14 Mặt ứng suất pháp trong trạng thái ứng suất phẳng ứng suất pháp cùng dấu (a), và khác dấu (b)

Trạng thái ứng suất phẳng và trạng thái biến dạng phẳng

Trạng thái ứng suất phẳng có đặc điểm:

- . Tất cả các thành phần ứng suất không phụ thuộc vào 1 trục toạ độ và các thành phần đó giữ nguyên khi toạ độ đó thay đổi.
- . Trong các mặt phẳng vuông góc với trục toạ độ:

Các thành phần ứng suất tiếp bằng không,

Ứng suất pháp bằng không trong trạng thái ứng suất phẳng, hoặc bằng nửa tổng 2 ứng suất pháp khác trong trạng thái biến dạng phẳng.

Thí dụ, trong trạng thái ứng suất phẳng với mặt vuông góc với trục y. Các ứng suất  $\sigma_x$ ,  $\sigma_z$  và  $\tau_{xz} = \tau_{zx}$  hoàn toàn không phụ thuộc vào trục y. Các ứng suất tiếp  $\tau_{xy}$  và  $\tau_{zy}$ ,  $\tau_{yx}$  và  $\tau_{xy}$  đều bằng không.

Trong trạng thái ứng suất phẳng ứng suất  $\sigma_y = 0$ .

Trong trạng thái biến dạng phẳng  $\sigma_y = 1/2(\sigma_x + \sigma_z)$ .

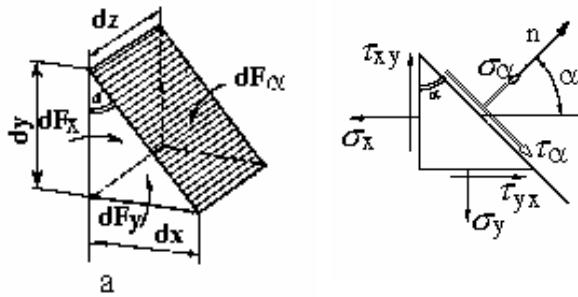
Cần phân biệt trạng thái ứng suất phẳng và trạng thái biến dạng phẳng.

- Trong trạng thái ứng suất phẳng, ở phương thứ 3 không có ứng suất pháp, nhưng có biến dạng;
- Trong trạng thái biến dạng phẳng, có ứng suất pháp nhưng không có biến dạng.

Trạng thái ứng suất phẳng thường gặp trong trường hợp dập vuốt chi tiết tấm.

Trạng thái biến dạng phẳng có trong trường hợp biến dạng ống dài, vuốt thanh dài.

Xét ứng suất trên phân khối



Hình 4.15 Ứng suất trên mặt nghiêng trong trạng thái ứng suất phẳng

Công thức tính ứng suất trong trạng thái ứng suất phẳng:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_\alpha &= \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\alpha - \tau_{xy} \sin 2\alpha \\ \tau_\alpha &= \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\alpha + \tau_{xy} \cos 2\alpha \end{aligned} \right\} \quad (4.80)$$

Ứng suất pháp chính:

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left( \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (4.81)$$

Phương của ứng suất chính bằng:

$$\tan 2\alpha_{1,2} = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_y - \sigma_x} \quad (4.82)$$

Ứng suất pháp lớn nhất tính theo giá trị  $\sigma_1$  và  $\sigma_2$ :

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (4.83)$$

Tính các ứng suất thành phần trên mặt nghiêng góc  $\alpha$ :

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \cos 2\alpha \\ \sigma_y &= \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} - \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \sin 2\alpha \\ \tau_{xy} &= \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \sin 2\alpha \end{aligned} \quad (4.84)$$

Phương trình vi phân cân bằng - biến dạng phẳng trong toạ độ Đécác:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} &= 0 \end{aligned} \quad (4.85)$$

Phương trình vi phân cân bằng - biến dạng phẳng trong toạ độ trục:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \sigma_\rho}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_{\rho\theta}}{\partial \theta} + \frac{\sigma_\rho - \sigma_\theta}{\rho} &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{\theta\rho}}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} + \frac{2\tau_{\rho\theta}}{\rho} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (4.86)$$

## Chương 5

### BIẾN DẠNG DẺO NHỎ VÀ TỐC ĐỘ BIẾN DẠNG

#### 5.1. KHÁI NIỆM BIẾN DẠNG DẺO NHỎ

Biến dạng là sự thay đổi hình dáng, kích thước của vật thể dưới tác dụng của ngoại lực và nhiệt, đó cũng là kết quả tích luỹ liên tục của chuyển vị vô cùng nhỏ của các chất điểm trong vật thể. Dưới tác dụng của ngoại lực, vật thể biến dạng từ đàn hồi sang dẻo rồi phá huỷ. Vật thể biến dạng đàn hồi chỉ làm thay đổi thể tích và rất nhỏ, trong khi biến dạng dẻo, lượng biến dạng rất lớn. Nếu lượng biến dạng nhỏ hơn 10%, ta có thể gọi đó là biến dạng dẻo nhỏ. Nếu lượng biến dạng trên 10% thuộc biến dạng dẻo lớn.

Trong khái niệm của Cơ học môi trường liên tục, phân biệt "điểm" và "hạt". Điểm được dùng để ký hiệu vị trí trong không gian bất động. Từ "hạt" là một phần tử thể tích rất nhỏ hay chất điểm trong môi trường liên tục. Các chất điểm chuyển động trong hệ toạ độ tương đối, nếu toạ độ của chúng thay đổi theo thời gian. Khi đó, các chất điểm di động theo thời gian nằm ở các không gian toạ độ khác nhau. Sự thay đổi vị trí trong không gian của chất điểm gọi là chuyển vị.

**Chuyển vị Lagrang.** Đối với vật thể nghiên cứu là các phần vật chất. Cần nghiên cứu các đại lượng vô hướng và đại lượng vectơ của chúng, như mật độ, nhiệt độ, tốc độ thay đổi vị trí của vật thể, và sự thay đổi các giá trị đó trong quá trình từ hạt này sang hạt khác. Các đại lượng này là các hàm của thời gian, chúng có thuộc tính riêng. Chuyển vị của các chất điểm trong hệ toạ độ để các có thể xác định, nếu biết 3 hàm số sau:

$$\begin{aligned}x &= x(X, Y, Z, t) \\y &= y(X, Y, Z, t) \\z &= z(X, Y, Z, t)\end{aligned}\tag{5.1a}$$

Biểu thức 5.1a biểu diễn chuyển vị tại từng thời điểm  $t$  trong hệ toạ độ di động  $x, y, z$ . Tại thời điểm  $t = t_0$ , các toạ độ của điểm vật chất của điểm  $M_0$  là  $M_0(X, Y, Z)$ . Nếu toạ độ ban đầu của điểm  $X, Y, Z$  cố định, thời gian thay đổi, biểu thức (5.1a) biểu diễn quy luật chuyển động của điểm nghiên cứu. Nếu  $X, Y,$

$Z$  thay đổi,  $t$  cố định, biểu thức biểu diễn quỹ đạo các điểm trong không gian tại thời điểm đã cho.

Biến chuyển vị viết theo Lagrand:

$$\left. \begin{array}{l} u(X, Y, Z, t) = x(X, Y, Z, t) - X \\ v(X, Y, Z, t) = y(X, Y, Z, t) - Y \\ w(X, Y, Z, t) = z(X, Y, Z, t) - Z \end{array} \right\} \quad (5.1b)$$

**Chuyển vị Euler.** Chuyển vị và biến dạng được biểu diễn trong không gian quan sát cố định, hay hệ toạ độ cố định được chứa đầy vật chất chuyển động:

$$\left. \begin{array}{l} X = X(x, y, z, t) \\ Y = Y(x, y, z, t) \\ Z = Z(x, y, z, t) \end{array} \right\} \quad (5.2.a)$$

Có nghĩa là, các toạ độ  $X, Y, Z$  là hàm của  $x, y, z$  và  $t$ . Như vậy, toạ độ  $x, y, z$  và thời gian  $t$  là các biến độc lập, biến Euler. Các biểu diễn Euler cho phép theo dõi sự chuyển vị của các chất điểm đến vị trí ban đầu mà nó chiếm vị trí.

Biến chuyển vị viết theo Euler:

$$\left. \begin{array}{l} u(x, y, z, t) = x - X(x, y, z, t) \\ v(x, y, z, t) = y - X(x, y, z, t) \\ w(x, y, z, t) = z - X(x, y, z, t) \end{array} \right\} \quad (5.2.b)$$

Lagrand được dùng trong nghiên cứu quy luật biến đổi của các đại lượng của các chất điểm riêng biệt, như áp lực, tốc độ, nhiệt độ và các đại lượng khác. Còn Euler dùng nghiên cứu sự thay đổi của các đại lượng đó tại một điểm trong không gian. Ta cũng có thể chuyển đổi giữa 2 cách biểu diễn.

Trong tài liệu này đặt trọng tâm sử dụng biểu diễn Euler, nghiên cứu quá trình biến dạng dẻo nhỏ. Bài toán biến dạng dẻo lớn, sử dụng biểu diễn Lagrand, mô tả quá trình chảy dẻo của vật liệu, sẽ được trình bày ở giáo trình tiếp sau.

Bài toán *biến dạng dẻo nhỏ* yêu cầu *gradien chuyển vị phải nhỏ hơn nhiều lần so với đơn vị*, như vậy các vi phân bậc cao và tích của chúng có thể bỏ qua. Nếu các gradien chuyển vị nhỏ thì các tensor biến dạng vô cùng nhỏ. Cách biểu diễn Euler trùng với cách biểu diễn Lagrand. Ta có thể dùng các khái niệm và các

quy luật, định luật của biến dạng đàn hồi để khảo sát bài toán dẻo. Trong nghiên cứu biến dạng dẻo nhỏ, chỉ nghiên cứu cấu hình ban đầu và cấu hình đang xét, không xét các cấu hình biến dạng đi qua. Nhưng khi xét bài toán biến dạng lớn, không thể sử dụng được các quan hệ chuyển vị và biến dạng trong biến dạng đàn hồi, mà phải đi từ bài toán tốc độ dòng chảy với phương pháp tiếp cận Lagrand, hoặc kết hợp Euler-Lagrand. Thí dụ, khi nghiên cứu chuyển vị của thanh có kẻ lưới song song với trục toạ độ, trong biểu diễn Lagrand, sau biến dạng, các đường kẻ không bị biến dạng; nhưng trong biểu diễn Euler, các đường kẻ bị biến dạng.

## 5.2. CHUYỂN VỊ VÀ BIẾN DẠNG CỦA PHÂN TỐ

Theo lý thuyết biến dạng, người ta cũng đưa vào khái niệm *biến dạng tuyến tính hay độ dãn dài tương đối* và *biến dạng trượt (góc)*. Cũng như ứng suất, các giá trị dãn dài tương đối và biến dạng trượt phụ thuộc vào góc phương vị của phân tố. Ta cũng có thể xét sự biến dạng tuyến tính và trượt của tất cả các phương của phân khối, đi qua điểm khảo sát, để nghiên cứu đặc trưng của biến dạng. Như chương trước đã phân tích, để nghiên cứu trạng thái ứng suất của phân tử khối, cần xác định các đặc trưng của quá trình thay đổi các thành phần của tenxơ biến dạng, tốc độ biến dạng và các tham số vật lý khác, không phụ thuộc vào các giá trị hiện tại.

Để giải quyết bài toán biến dạng, có nhiều lý thuyết về biến dạng: lý thuyết biến dạng dẻo nhỏ, lý thuyết biến dạng dẻo lớn, lý thuyết chảy dẻo, lý thuyết biến dạng dẻo hữu hạn... Cần xuất phát từ lý thuyết biến dạng dẻo chung giải cho trường hợp sự biến dạng tại mỗi thời điểm của quá trình, trong biến dạng dẻo kim loại, một trong lý thuyết thường dùng là **lý thuyết biến dạng dẻo nhỏ**.

Giả sử vật thể chịu tác dụng của ngoại lực, mỗi chất điểm chuyển dịch từ vị trí ban đầu sang vị trí khác. Nhưng, vật thể biến dạng luôn nằm ở trạng thái cân bằng, không có chuyển vị của vật rắn. Như vậy, sự chuyển vị của các chất điểm trong vật thể được coi là biến dạng của vật thể, từ đó có thể nghiên cứu quan hệ

ứng suất, biến dạng và tốc độ biến dạng của chúng dưới dạng phương trình vi phân.

### Vec tơ chuyển vị

Trong bài toán phẳng, điểm P có tọa độ x,y, chuyển đến điểm P' có tọa độ. Vectơ chuyển vị  $\mathbf{u}(x,y)$  có thể viết:

$$\mathbf{u}(x,y) = u(x, y) \mathbf{i} + v(x, y) \mathbf{j} \quad (5.3a)$$

Trong đó:  $u(x, y)$  và  $v(x, y)$  là hình chiếu của vectơ chuyển vị trong hệ tọa độ.

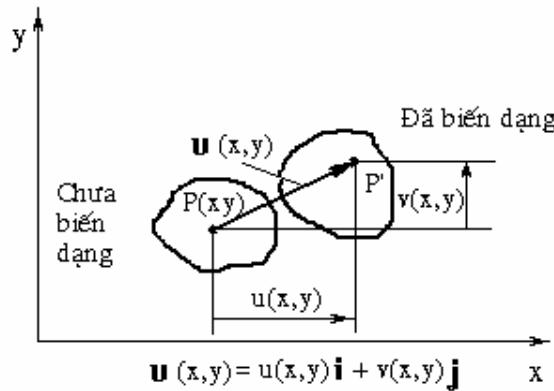
Trong không gian 3 chiều, vectơ chuyển vị của  $P(x, y, z)$

$$\mathbf{u}(x,y,z) = u(x, y, z) \mathbf{i} + v(x, y, z) \mathbf{j} + w(x, y, z) \mathbf{k}. \quad (5.3b)$$

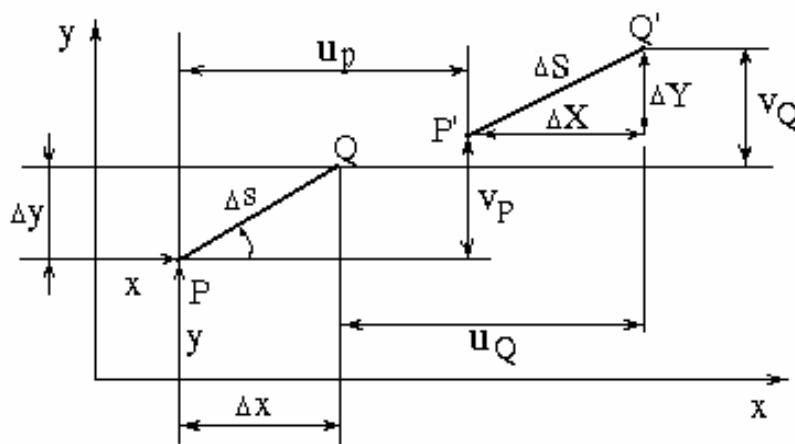
Ta có thể xác định các thành phần chuyển vị của điểm P theo 3 trục tọa độ u, v, w.  $u(x, y, z)$ ,  $v(x, y, z)$ ,  $w(x, y, z)$  - là các hình chiếu của chuyển vị trên các trục tọa độ.

Chuyển vị là dạng ma trận cột:

$$\begin{vmatrix} u \\ v \\ w \end{vmatrix}$$



Hình 5.1 Vec tơ chuyển vị của chất điểm P trong mặt phẳng



Hình 5.2 Biến dạng của phần tử PQ dài  $\Delta s$

**Xét trường hợp toạ độ 2 chiều - bài toán phẳng (hình 5.2).**

Để xác định biến dạng của một đoạn thẳng nhỏ PQ, nằm trên vật thể, nghiêng với trục toạ độ x một góc  $\varphi$ , có chiều dài  $\Delta s$ , trong hệ toạ độ phẳng.

Điểm P có toạ độ  $(x, y)$ , điểm Q có toạ độ  $(x + \Delta x, y + \Delta y)$ .

Theo quan hệ hình học ta được:

$$\cos \varphi = \Delta x / \Delta s ; \quad \sin \varphi = \Delta y / \Delta s \quad (5.4)$$

Trong đó  $\varphi$  thay đổi từ 0 đến  $2\pi$ .

Giả thiết sau khi biến dạng, đoạn PQ chuyển đến vị trí P'Q', chiều dài PQ bị biến dạng và có chiều dài mới là  $\Delta S$ .

Vậy **biến dạng tương đối  $\varepsilon$**  của PQ được tính bằng biểu thức sau (theo cách biểu diễn Lagrand):

$$\varepsilon = \frac{P'Q' - PQ}{PQ} = \frac{\Delta S - \Delta s}{\Delta s} = \frac{\Delta S}{\Delta s} - 1 \quad (5.5)$$

$$\text{Hay} \quad \Delta S = \Delta s (1 + \varepsilon) \quad (5.6)$$

Xét trong điều kiện  $\varepsilon$  rất nhỏ so với đơn vị  $\varepsilon \ll 1$ , các kết quả tương ứng lý thuyết biến dạng nhỏ. Từ hình (5.2) ta được:

$$(\Delta S)^2 = (\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 \quad \text{hay} \quad (\Delta s)^2 = (\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 \quad (5.7)$$

Các thành phần chuyển vị song song với trục toạ độ của điểm PQ

$$\Delta X = \Delta x + u_Q - u_P ; \quad \Delta Y = \Delta y + v_Q - v_P \quad (5.8)$$

trong đó  $u_P = u(x, y) ;$

$$\left. \begin{array}{l} u_p = u(x, y) \\ v_P = v(x, y) ; \\ u_Q = u(x + \Delta x, y + \Delta y) \\ v_Q = v(x + \Delta x, y + \Delta y) \end{array} \right\} \quad (5.9)$$

Như vậy, nếu  $\Delta x \rightarrow 0, \Delta y \rightarrow 0$ , ta có thể thay các giá trị của  $u_Q, u_P, v_Q, v_P$  vào biểu thức (5.8) và cho xấp xỉ vi phân chuyển vị bằng chuỗi Taylor và đơn giản ta được:

$$\left. \begin{array}{l} \Delta X = \Delta x + \frac{\partial u}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial u}{\partial y} \Delta y = \Delta x \left( 1 + \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \Delta y \frac{\partial u}{\partial y} \\ \Delta Y = \Delta y + \frac{\partial v}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial v}{\partial y} \Delta y = \Delta x \frac{\partial v}{\partial x} + \Delta y \left( 1 + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \end{array} \right\} \quad (5.10)$$

Từ biểu thức tìm ứng suất, ta có thể viết:

$$(\Delta s)^2 = (\Delta s)^2 (1 + \varepsilon)^2 = (\Delta X)^2 + (\Delta Y)^2 \quad (5.11)$$

Thay (5.10) vào (5.11) và bỏ qua các hạng thức bậc cao, có giá trị thành phần chuyển vị nhỏ, và rút gọn ta được:

$$\begin{aligned} (\Delta s)^2 (1 + \varepsilon)^2 &= (\Delta s)^2 (1 + 2\varepsilon) = (\Delta x)^2 \left( 1 + 2 \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \\ &+ 2\Delta x \Delta y \frac{\partial u}{\partial y} + 2\Delta x \Delta y \frac{\partial v}{\partial y} + (\Delta y)^2 \left( 1 + 2 \frac{\partial v}{\partial y} \right) \end{aligned} \quad (5.12)$$

Nếu dùng biểu thức (5.7) đem chia cho  $(\Delta s)^2$  và kết hợp với (5.4) ta có thể tìm được biểu thức để xác định biến dạng  $\varepsilon$ .

$$\left. \begin{array}{l} \varepsilon = \frac{\partial u}{\partial x} \left( \frac{\Delta x}{\Delta s} \right)^2 + \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \frac{\Delta x}{\Delta s} \frac{\Delta y}{\Delta s} + \frac{\partial v}{\partial y} \left( \frac{\Delta y}{\Delta s} \right)^2 \\ \varepsilon = \frac{\partial u}{\partial x} \cos^2 \varphi + \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \sin \varphi \cos \varphi + \frac{\partial v}{\partial y} \sin^2 \varphi \end{array} \right\} \quad (5.13)$$

Phương trình (5.13) dùng để xác định biến dạng của đoạn thẳng vô cùng nhỏ PQ, nằm nghiêng một góc  $\varphi$  so với trục x. Trong (5.13) có đạo hàm riêng của chuyển vị theo x và y. Ta có thể định nghĩa:

$$\left. \begin{array}{l} \text{các biến dạng thẳng} \\ \quad \varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \\ \quad \varepsilon_y = \frac{\partial u}{\partial y} \\ \text{biến dạng góc} \\ \quad \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \end{array} \right\} \quad (5.14)$$

Các phương trình (5.14) là các *thành phần biến dạng* hay *quan hệ giữa biến dạng và chuyển vị*.

Vậy, biểu thức (5.13) có thể viết:

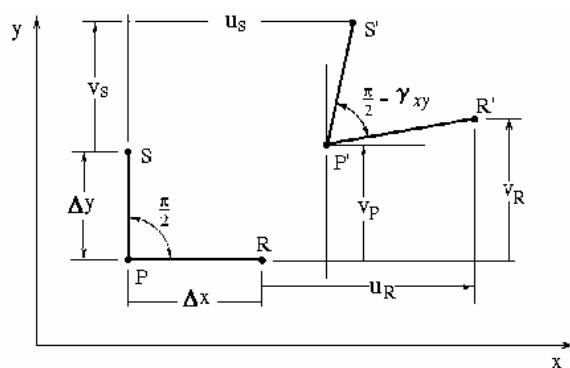
$$\varepsilon = \varepsilon_x \cos^2 \varphi + \gamma_{xy} \sin \varphi \cos \varphi + \varepsilon_y \sin^2 \varphi \quad (5.15)$$

Xét các trường hợp:

Nếu góc  $\varphi = 0$  có nghĩa PQ song song với x, ta được biến dạng theo x:  $\varepsilon_x$

$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}$ ; Nếu góc  $\varphi = 90^\circ$  có nghĩa PQ song song với y, ta được biến dạng

theo y:  $\varepsilon_y = \frac{\partial u}{\partial y}$ ; các biến dạng này do ứng suất pháp gây nên.



Hình 5.3 Góc vuông SPR sau biến dạng góc (trượt)  $\gamma_{xy}$

Biến dạng  $\gamma_{xy}$  là biến dạng trượt, do ứng suất tiếp gây nên, biểu diễn sự thay đổi góc giữa hai đoạn thẳng vô cùng nhỏ. Xét 2 đoạn thẳng PR và PS, vuông góc với nhau và song song với toạ độ x,y. Có nghĩa góc giữa PR và x là  $\phi = 0$ , còn góc giữa PS và x là  $\phi = 90^\circ$ .

Xét các thành phần biến dạng của các điểm P, R và S hình (5.3 ).

Ta có:

$$u_P = u(x, y)$$

$$v_P = v(x, y)$$

$$u_R = u(x + \Delta x, y)$$

$$v_R = v(x + \Delta x, y)$$

$$u_S = u(x, y + \Delta y)$$

$$v_S = v(x, y + \Delta y)$$

Vec tơ PR' có thể biểu diễn dưới dạng:

$$P'R' = (\Delta x + u_R - u_P)\mathbf{i} + (v_R - v_P)\mathbf{j} \quad (5.16)$$

trong đó, khi  $\Delta x \rightarrow 0$ , có thể viết dưới dạng:

$$P'R' = \Delta x \left(1 + \frac{\partial u}{\partial x}\right) \mathbf{i} + \Delta x \frac{\partial v}{\partial x} \mathbf{j} \quad (5.17)$$

cũng như vậy, ta được:

$$P'S' = \Delta y \frac{\partial u}{\partial y} \mathbf{i} + \Delta y \left(1 + \frac{\partial v}{\partial y}\right) \mathbf{j} \quad (5.18)$$

Các đoạn PR và PS còn có biến dạng xoay, góc giữa 2 đoạn sau biến dạng là  $\pi/2 - \gamma_{xy}$ . Biết rằng, nhân vô hướng 2 vectơ đơn vị sẽ cho cosin của góc giữa 2 vectơ đó. Vậy, ta có thể viết:

$$\frac{P'R'}{|P'R'|} \cdot \frac{P'S'}{|P'S'|} = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \gamma_{xy}\right) = \sin \gamma_{xy} \approx \gamma_{xy} \quad (5.19)$$

Trong đó,  $\gamma_{xy}$  có giá trị rất nhỏ, sao cho  $\sin \gamma = \gamma$ . Nếu ta đem vé phái của tích vô hướng trên đem chia cho các thành phần chuyển vị và bỏ đi các giá trị biến dạng nhỏ so với đơn vị (1):

$$|P'R'| = \Delta x (1 + \varepsilon_x) \quad |P'S'| = \Delta y (1 + \varepsilon_y)$$

Từ đó ta được:

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \quad (5.20)$$

Như vậy, giá trị biến dạng  $\gamma_{xy}$  dùng để xác định biến dạng trượt của một góc vuông có cạnh song song với các trục toạ độ x và y, đó là biến dạng trượt trong mặt phẳng x,y.

### Xét trong hệ toạ độ 3 chiều:

Xét chuyển vị của MN trong không gian 3 chiều, sau khi chuyển vị, M chuyển đến M' và N chuyển đến N'. Cho u, v, w là các thành phần chuyển vị của M và  $u', v', w'$  là các thành phần chuyển vị của N theo 3 trục toạ độ x, y, z.

Cũng như trên, cho vật thể biến dạng đẳng hướng, đồng đều và liên tục, và N rất gần M, nên, có thể dùng chuyển vị của M để biểu diễn chuyển vị của N, trong hệ toạ độ 3 chiều:

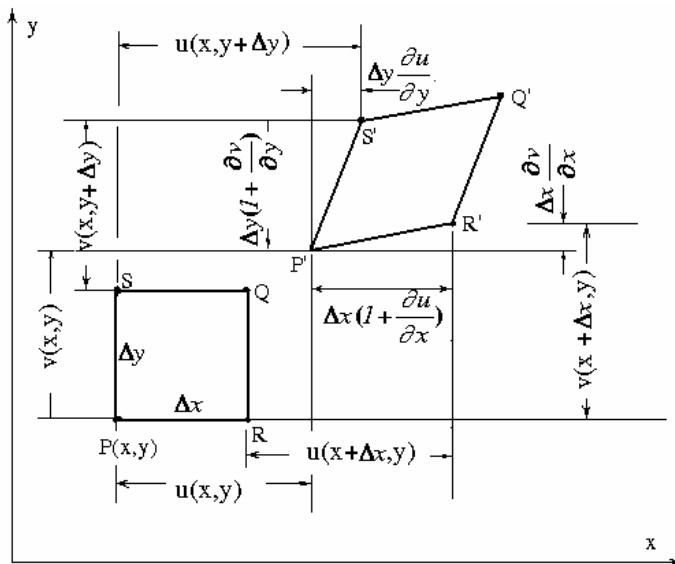
$$\left. \begin{array}{l} u' = u + \frac{\partial u}{\partial x} dx + \frac{\partial u}{\partial y} dy + \frac{\partial u}{\partial z} dz \\ v' = v + \frac{\partial v}{\partial x} dx + \frac{\partial v}{\partial y} dy + \frac{\partial v}{\partial z} dz \\ w' = w + \frac{\partial w}{\partial x} dx + \frac{\partial w}{\partial y} dy + \frac{\partial w}{\partial z} dz \end{array} \right\} \quad (5.21)$$

Nếu MN song song với x, vậy  $dy = dz = 0$ .

Cho nên:

$$\left. \begin{array}{l} u' = u + \frac{\partial u}{\partial x} dx \\ v' = v + \frac{\partial v}{\partial x} dx \\ w' = w + \frac{\partial w}{\partial x} dx \end{array} \right\} \quad (5.22)$$

Để nghiên cứu trạng thái biến dạng của điểm M, ta xét một phân tố khối vuông, có đỉnh tại M, có các cạnh  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ,  $\Delta z$ , nằm trong hệ trục tọa độ 0xyz.



Hình 5.4 Biến dạng của phần tử tại M

Dưới tác dụng ngoại lực, mỗi điểm biến dạng, phân tố chuyển từ khối vuông thành khối thoi.

Trước hết, xét hình chiếu của phân tố trước và sau biến dạng trên mặt tọa độ x0y. Như hình 5.4 ta thấy, PRQS là hình chiếu của phần tử khói hộp song song với trục tọa độ trước biến dạng; P' R' Q' S' là hình chiếu của khói sau biến dạng. Điểm P chuyển vị đến P', R đến R', S đến S', Q đến Q'.

Điểm P có tọa độ  $u, v$ :

$$u = u(x, y); \quad v = v(x, y); \quad (5.23)$$

Điểm R có tọa độ  $(x + \Delta x, y)$  chuyển vị đến R', có hình chiếu chuyển vị  $u_R, v_R$  theo phương x, y:

$$\left. \begin{array}{l} u_R = u + \frac{\partial u}{\partial x} dx \\ v_R = v + \frac{\partial v}{\partial x} dx \end{array} \right\} \quad (5.24)$$

Điểm S(x, y + Δy) thành phần chuyển vị theo phương x, y:

$$\left. \begin{array}{l} u_S = u + \frac{\partial u}{\partial y} dy \\ v_S = v + \frac{\partial v}{\partial y} dy \end{array} \right\} \quad (5.25)$$

Biến dạng dài tương đối của cạnh PR dài Δx theo phương x:

$$\varepsilon_x = \frac{P' R' - PR}{PR} = \frac{(u + \frac{\partial u}{\partial x} \Delta x + \Delta x - u) - \Delta x}{\Delta x} = \frac{\partial u}{\partial x} \quad (5.26)$$

Biến dạng dài tương đối của cạnh PS dài Δy theo phương y:

$$\varepsilon_y = \frac{P' S' - PS}{PS} = \frac{(v + \frac{\partial v}{\partial y} \Delta y + \Delta y - v) - \Delta y}{\Delta y} = \frac{\partial v}{\partial y} \quad (5.27)$$

Như vậy, biến dạng của đoạn thẳng không những chỉ có biến dạng theo chiều dài, mà còn có chuyển động quay. Biến dạng góc (góc quay) từ trực x sang trực y - góc của PS so với phương của trực thay đổi, biến dạng góc được ký hiệu bằng α với 2 chỉ số xy:  $\alpha_{xy}$ . Nếu góc quay từ trực y sang trực x, biến dạng góc được ký hiệu bằng α với 2 chỉ số xy:  $\alpha_{yx}$ .

Góc quay của đoạn PR trong mặt phẳng x0y được tính bằng:

$$tg \alpha_{xy} = \frac{\frac{\partial v}{\partial x} \Delta x}{u + \frac{\partial u}{\partial x} \Delta x + \Delta x - u} = \frac{\frac{\partial v}{\partial x}}{1 + \frac{\partial u}{\partial x}}. \quad (5.28)$$

Do biến dạng rất nhỏ,  $\frac{\partial u}{\partial x} \ll 1$ ; và ta cũng thấy  $\operatorname{tg}\alpha_{xy} = \alpha_{xy}$ ;

Vậy

$$\alpha_{xy} = \operatorname{tg}\alpha_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y}; \quad (5.29)$$

Cũng như vậy, ta được góc quay của PS trong mặt x0y  $\alpha_{yx}$ :

$$\alpha_{yx} = \operatorname{tg}\alpha_{yx} = \frac{\partial v}{\partial y}; \quad (5.30)$$

Vậy, nghiên cứu hình chiếu của khối hộp trên mặt toạ độ x0y có thể rút ra các biểu thức:

Thành phần trên mặt x0y:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}; \quad \alpha_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y}; \quad \alpha_{yx} = \frac{\partial v}{\partial y}. \quad (5.31)$$

Thành phần trên mặt yoz:

$$\varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}; \quad \alpha_{yz} = \frac{\partial w}{\partial y}; \quad \alpha_{zy} = \frac{\partial v}{\partial z}. \quad (5.32)$$

Thành phần trên mặt z0x:

$$\varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z}; \quad \alpha_{zx} = \frac{\partial u}{\partial z}; \quad \alpha_{xz} = \frac{\partial w}{\partial z}. \quad (5.33)$$

Như vậy, ta có 9 thành phần biến dạng: 3 biến dạng dài tương đối và 6 biến dạng trượt tương đối.

$$\begin{vmatrix} \varepsilon_x & \alpha_{xy} & \alpha_{xz} \\ \alpha_{yx} & \varepsilon_y & \alpha_{yz} \\ \alpha_{zx} & \alpha_{zy} & \varepsilon_z \end{vmatrix} \quad (5.34)$$

Thực tế, không như các thành phần của trạng thái ứng suất, các thành phần trạng thái biến dạng góc là không bằng nhau từng đôi một. Có thể là do trong quá trình vật thể biến dạng để đến trạng thái cân bằng, vật thể chuyển vị và mất tính đối xứng.

$$\alpha_{xy} \neq \alpha_{yx}, \alpha_{yz} \neq \alpha_{zy}, \alpha_{zx} \neq \alpha_{xz}. \quad (5.35)$$

Gọi  $\gamma$  là tổng biến dạng trượt trên các mặt phẳng toạ độ:

Trên mặt x0y:

$$\gamma_{xy} = \gamma_{yx} = \alpha_{xy} + \alpha_{yx} = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}. \quad (5.36)$$

Trên mặt yoz

$$\gamma_{yz} = \gamma_{zy} = \alpha_{yz} + \alpha_{zy} = \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z}. \quad (5.37)$$

Trên mặt z0x

$$\gamma_{zx} = \gamma_{xz} = \alpha_{zx} + \alpha_{xz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}. \quad (5.38)$$

Để tương ứng với trạng thái ứng suất, ta biểu diễn trạng thái biến dạng bằng tenxơ, các thành phần biến dạng trượt cần phải đối xứng. Vậy, các thành phần biến dạng trượt được giả thiết chúng bằng nhau, điều đó không ảnh hưởng đến việc xác định trị số biến dạng và được xác định như sau:

$$\left. \begin{array}{l} \alpha_{xy} = \alpha_{yx} = \frac{1}{2} \gamma_{xy} \\ \alpha_{yz} = \alpha_{zy} = \frac{1}{2} \gamma_{yz} \\ \alpha_{zx} = \alpha_{xz} = \frac{1}{2} \gamma_{zx} \end{array} \right\} \quad (5.39)$$

Như vậy, khi tính toán, giá trị biến dạng không có gì thay đổi, vì tổng biến dạng góc không thay đổi. Ta có thể biểu diễn *trạng thái biến dạng dẻo* dưới dạng tenxơ:

$$T_{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon_x & \frac{1}{2} \gamma_{xy} & \frac{1}{2} \gamma_{xz} \\ . & \varepsilon_y & \frac{1}{2} \gamma_{yz} \\ . & . & \varepsilon_z \end{pmatrix} \quad (5.40)$$

Như vậy ta có:

$$\left. \begin{array}{l} \varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \\ \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} \\ \varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z} \\ \gamma_{xy} = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \\ \gamma_{yz} = \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \\ \gamma_{zx} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \end{array} \right\} \quad (5.41)$$

6 phương trình trên được gọi là các phương trình hình học của biến dạng. Đây là các phương trình cơ bản để giải các bài toán biến dạng của vật thể. Hình thức của tensor ứng suất và tensor biến dạng như nhau, chúng cùng có các đặc trưng của tensor. Các thành phần theo đường chéo là các giá trị biến dạng dài hay tuyến tính, các thành phần không nằm theo đường chéo là các thành phần biến dạng trượt.

Vì vậy, ta có thể suy ra các tính chất của tensor biến dạng:

a. *Tensor biến dạng cũng có thể phân làm 2 tensor: tensor cầu biến dạng và tensor lệch biến dạng:*

$$T_\varepsilon = \begin{pmatrix} \varepsilon_x & \frac{1}{2}\gamma_{xy} & \frac{1}{2}\gamma_{xz} \\ . & \varepsilon_y & \frac{1}{2}\gamma_{yz} \\ . & . & \varepsilon_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varepsilon_0 & 0 & 0 \\ . & \varepsilon_0 & 0 \\ . & . & \varepsilon_0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_x - \varepsilon_0 & \frac{1}{2}\gamma_{xy} & \frac{1}{2}\gamma_{xz} \\ . & \varepsilon_y - \varepsilon_0 & \frac{1}{2}\gamma_{yz} \\ . & . & \varepsilon_z - \varepsilon_0 \end{pmatrix}$$

hay:  $T_\varepsilon = T_\varepsilon^0 + D_\varepsilon \quad (5.42)$

Trong đó :

$$\text{Tenxơ cầu biến dạng: } T_{\varepsilon}^0 = \begin{pmatrix} \varepsilon_0 & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_0 & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_0 \end{pmatrix} \quad (5.43)$$

$$\text{Biến dạng trung bình : } \varepsilon_0 = \frac{1}{3}(\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z) \quad (5.44)$$

$$\text{Tenxơ lệch biến dạng: } D_{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon_x - \varepsilon_0 & \frac{1}{2}\gamma_{xy} & \frac{1}{2}\gamma_{xz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{xy} & \varepsilon_y - \varepsilon_0 & \frac{1}{2}\gamma_{yz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{xz} & \frac{1}{2}\gamma_{yz} & \varepsilon_z - \varepsilon_0 \end{pmatrix} \quad (5.45)$$

Tenxơ cầu biến dạng, gây biến dạng đàn hồi thể tính, còn tenxơ lệch biến dạng biểu diễn biến dạng dẻo, do tenxơ lệch ứng suất gây ra.

b. Khi cùng một trạng thái ứng suất, các giá trị bất biến không thay đổi theo hệ toạ độ tùy chọn.

$$\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z = E_1 \quad (5.46)$$

$$\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z - \frac{1}{4}(\gamma_{xy}^2 + \gamma_{yz}^2 + \gamma_{zx}^2) = E_2 \quad (5.47)$$

$$\varepsilon_x \varepsilon_y \varepsilon_z + \frac{1}{4} \gamma_{xy} \gamma_{yz} \gamma_{zx} - \frac{1}{4} (\varepsilon_x \gamma_{yz}^2 + \varepsilon_y \gamma_{zx}^2 + \varepsilon_z \gamma_{xy}^2) = E_3 \quad (5.48)$$

$E_1, E_2, E_3$ , là các *bất biến biến dạng*.

Các bất biến biến dạng cũng có ý nghĩa như các bất biến ứng suất.

c. Đối với trạng thái biến dạng, ta cũng có thể tìm được 3 trực chính, trực giao với nhau. Mặt vuông góc với trực chính gọi là *mặt chính*. Trên mặt chính không có biến dạng trượt, chỉ có biến dạng dài. Biến dạng theo phương trực chính gọi là *biến dạng chính*, biểu diễn bằng:  $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ .

Các bất biến biến dạng:

$$E_1 = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3$$

$$E_2 = \varepsilon_1 \varepsilon_2 + \varepsilon_2 \varepsilon_3 + \varepsilon_1 \varepsilon_3$$

$$E_3 = \varepsilon_1 \cdot \varepsilon_2 \cdot \varepsilon_3$$

Trong một trạng thái biến dạng, chỉ có một nhóm biến dạng chính. Nói chung, trong quá trình biến dạng, phương của biến dạng chính trùng với phương của ứng suất chính, từng đôi một.

$$\text{Nếu ứng suất chính: } \sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3 \quad \text{thì} \quad \varepsilon_1 > \varepsilon_2 > \varepsilon_3. \quad (5.49)$$

d. Biến dạng trượt lớn nhất là biến dạng trên mặt song song với một trục và cắt 2 trục khác cùng một góc  $45^\circ$ . Biến dạng trượt lớn nhất được biểu diễn:  $\gamma_{12}$ ,  $\gamma_{23}$ ,  $\gamma_{31}$  và được xác định qua giá trị của biến dạng dài chính

$$\gamma_{12} = \pm (\varepsilon_1 + \varepsilon_2); \quad \gamma_{23} = \pm (\varepsilon_2 + \varepsilon_3); \quad \gamma_{31} = \pm (\varepsilon_3 + \varepsilon_1). \quad (5.50)$$

Quan hệ giữa các biến dạng trượt chính:

$$\gamma_{12} + \gamma_{23} + \gamma_{31} = 0. \quad (5.51)$$

e. Trên mặt có cùng góc nghiêng với trục toạ độ - mặt khói bát diện, cũng có biến dạng 8 mặt:

Biến dạng dài 8 mặt:

$$\varepsilon_0 = \varepsilon_{tb} = 1/3(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3); \quad (5.52)$$

Khi biến dạng dẻo, ta coi thể tích của vật thể không đổi - định lý thể tích không đổi:

$$\varepsilon_0 = \varepsilon_{tb} = 1/3(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3) = 0; \quad (5.53)$$

Biến dạng trượt 8 mặt:

$$\gamma_0 = \frac{2}{3} \sqrt{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_3 - \varepsilon_1)^2} \quad (5.54)$$

(ta cũng có thể viết các biểu thức trên theo hệ toạ độ bất kỳ, giống như trong trạng thái ứng suất).

f. Cường độ biến dạng hay biến dạng tương đương được tính như sau:

Cường độ biến dạng trượt:

$$\gamma_i = 2\sqrt{E_2} = \sqrt{\frac{2}{3}} \sqrt{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_3 - \varepsilon_1)^2} \quad (5.55)$$

Cường độ biến dạng dài:

$$\begin{aligned}\varepsilon_i &= \frac{1}{\sqrt{3}}\gamma_i = \frac{2}{\sqrt{3}}\sqrt{E_2} = \frac{\sqrt{2}}{3}\sqrt{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_3 - \varepsilon_1)^2} \\ &= \frac{\sqrt{2}}{3}\sqrt{(\varepsilon_x - \varepsilon_y)^2 + (\varepsilon_y - \varepsilon_z)^2 + (\varepsilon_z - \varepsilon_x)^2 + \frac{3}{2}(\gamma_{xy}^2 + \gamma_{yz}^2 + \gamma_{zx}^2)}\end{aligned}\quad (5.56)$$

g. Trong công thức tính giá trị biến dạng 8 mặt, cường độ biến dạng dài, cường độ biến dạng trượt, ta thấy hạng thức trong căn giống nhau, chỉ khác nhau phần hệ số.

Biến dạng chính dài có quan hệ với nhau:

Trong trạng thái biến dạng phẳng:  $\varepsilon_3 = -\varepsilon_1$  và  $\varepsilon_2 = 0$ . (5.57)

Trong kéo nén đơn  $\varepsilon_2 = \varepsilon_3 = -0,5\varepsilon_1$ . (5.58)

$\varepsilon_1$  là biến dạng dài lớn nhất về giá trị tuyệt đối. Nếu thay số trên vào công thức tính biến dạng 8 mặt, ta cũng thấy: giá trị của biến dạng trượt 8 mặt cũng giao động trong khoảng 0,816~0,941 của biến dạng trượt lớn nhất.

h. Trạng thái biến dạng phẳng, cũng như trạng thái ứng suất phẳng: Tất cả các thành phần biến dạng không phụ thuộc vào 1 trực toạ độ, chúng giữ nguyên không đổi. Trong mặt vuông góc với trực toạ độ, các biến dạng trượt bằng không và ứng suất pháp bằng nửa tổng 2 ứng suất pháp khác:  $\sigma_2 = 1/2(\sigma_1 + \sigma_3)$ .

Trong trạng thái biến dạng phẳng:

cường độ biến dạng trượt  $\gamma_i$  bằng biến dạng trượt chính lớn nhất

$$\gamma_i = \gamma_1 \quad (5.59a)$$

$$\text{cường độ biến dạng dài} \quad \varepsilon_i = 1,155\varepsilon_1. \quad (5.59b)$$

Trong trường hợp kéo nén đơn:

$$\text{cường độ biến dạng trượt} \quad \gamma_i = 1,155 |\gamma|_{\max}. \quad (5.60a)$$

$$\text{cường độ biến dạng dài} \quad \varepsilon_i = |\varepsilon|_{\max}. \quad (5.60b)$$

Trong trượt thuần tuý:

$$\text{cường độ biến dạng trượt} \quad \gamma_i = \gamma \quad (5.61)$$

cường độ biến dạng dài

$$\varepsilon_i = \frac{\gamma}{\sqrt{3}} \quad (5.62)$$

Trong các trạng thái biến dạng khác, các giá trị nằm trong khoảng giữa của các giá trị kể trên. Như vậy ta có thể viết:

$$\gamma_0 = (0,816 \sim 0,914) |\gamma|_{\max}; \quad (5.63a)$$

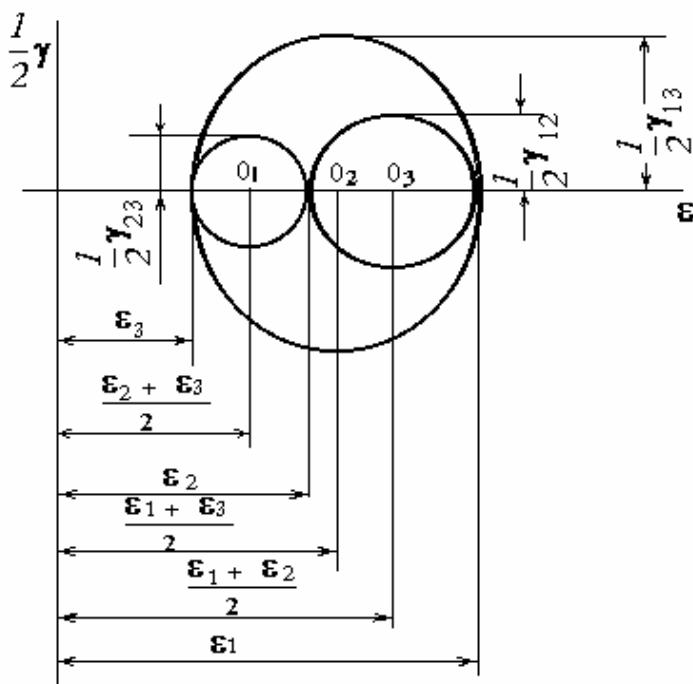
$$\gamma_i = (1 \sim 1,155) |\gamma|_{\max}; \quad (5.63b)$$

$$\varepsilon_i = (1 \sim 1,155) |\varepsilon|_{\max}. \quad (5.63c)$$

$|\gamma|_{\max}$ ,  $|\varepsilon|_{\max}$  là giá trị tuyệt đối lớn nhất của biến dạng trượt và biến dạng dài.

i. Ta cũng có thể dùng vòng tròn Mo biến dạng để biểu diễn mối quan hệ giữa các biến dạng, với các tọa độ là  $\varepsilon$  và  $1/2\gamma$ . Từ vòng tròn Mo có thể xác định các biến dạng chính  $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ , và các biến dạng trượt lớn nhất.

$$\gamma_{\max} = \gamma_{13} = \varepsilon_1 - \varepsilon_3, \gamma_{23} = \varepsilon_2 - \varepsilon_3, \gamma_{12} = \varepsilon_1 - \varepsilon_2$$



Hình 5.5 Vòng Mo biến dạng

Khi biến dạng dẻo, thể tích vật biến dạng không đổi, tenxơ biến dạng là tenxơ lệch, vì vậy trục  $\gamma$  luôn cắt vòng tròn Mo. Khi nghiên cứu biến dạng và tốc độ biến dạng trong biến dạng dẻo, cần thấy rõ các thành phần biến dạng đều thuộc biến dạng dẻo nhỏ.

Trong khi xác định biến dạng ta đã bỏ qua thành phần đạo hàm bậc 2. Giá trị chính xác của  $\varepsilon_x$  phải là:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right] \quad (5.64)$$

Nếu  $\varepsilon_x = 1\%$ , sai số tính toán là  $0,5\%$ , nếu  $\varepsilon_x = 10\%$ , sai số là  $5\%$ . Vì vậy, trong tính toán kỹ thuật, với biến dạng dẻo nhỏ hơn  $10\%$  ta có thể coi là biến dạng dẻo nhỏ. Từ đó ta có thể sử dụng các khái niệm và các phương trình tính biến dạng đã nêu ở trên.

j. Trong trạng thái biến dạng phẳng, có thể xác định các biến dạng chính theo các giá trị biến dạng theo trục toạ độ:

$$\varepsilon_{1,2} = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} \pm \sqrt{\left( \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2} \right)^2 + \left( \frac{\gamma_{xy}}{2} \right)^2} \quad (5.65)$$

$$\frac{\gamma_{max}}{2} = \sqrt{\left( \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2} \right)^2 + \left( \frac{\gamma_{xy}}{2} \right)^2} \quad (5.66)$$

Cũng như trạng thái ứng suất, trạng thái biến dạng có thể biểu diễn bằng vòng Mo, với các trục biến dạng tuyến tính  $\varepsilon$  và biến dạng trượt với giá trị  $1/2 \gamma$ .

Với tâm vòng tròn cách gốc toạ độ là  $\frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2}$ ; bán kính bằng  $\gamma_{max}/2$ . Đồng thời, nếu ta biết các giá trị biến dạng tại một điểm bất kỳ, ta cũng có thể xác định các giá trị biến dạng tại một điểm khác bất kỳ trên vòng Mo.

### 5.3 TÍNH LIÊN TỤC CỦA BIẾN DẠNG

Từ biểu thức (5.66), ta thấy, các thành phần biến dạng được tính qua 3 thành phần chuyển vị  $u, v, w$ . Phương trình trên phải có nghiệm. Các thành phần biến dạng không phải tuỳ ý, mà giữa chúng phải có mối quan hệ. Nghĩa là để tồn tại, các thành phần chuyển vị đơn trị và liên tục cần phải thoả mãn điều kiện nhất định. Điều kiện đó được gọi là điều kiện liên tục của biến dạng. Xét trường hợp

trạng thái ứng suất và trạng thái biến dạng phẳng. Thí dụ, các biến dạng không phụ thuộc trực y, chuyển vị u không quan hệ với trực x và z, và nằm trong mặt vuông góc với y, nên không có biến dạng trượt. Vậy, hệ phương trình biểu diễn biến dạng là:

$$\left. \begin{array}{l} \varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \\ \varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z} \\ \gamma_{zx} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \end{array} \right\} \quad (5.67)$$

Đạo hàm 2 lần các phương trình trên đối với z và x , ta được:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial z^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x \cdot \partial z^2} \\ \frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 w}{\partial z \cdot \partial x^2} \end{array} \right\} \quad (5.68)$$

Cộng 2 phương trình trên :

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x \cdot \partial z^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z \cdot \partial x^2} = \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \quad (5.69)$$

Hạng thức trong ngoặc là biến dạng trượt, vậy:

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \gamma_{xz}}{\partial x \partial z}; \quad (5.70)$$

Cũng bằng cách trên ta có thể thu được các biểu thức sau:

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y}; \quad (5.71)$$

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 \gamma_{yz}}{\partial y \partial z}; \quad (5.72)$$

và:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} + \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial y} - \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} \right) &= 2 \frac{\partial^2 \epsilon_z}{\partial x \partial y} \\ \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial \gamma_{xz}}{\partial y} + \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} - \frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} \right) &= 2 \frac{\partial^2 \epsilon_x}{\partial y \partial z} \\ \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} + \frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} - \frac{\partial \gamma_{xz}}{\partial y} \right) &= 2 \frac{\partial^2 \epsilon_y}{\partial x \partial z} \end{aligned} \right\} \quad (5.72a)$$

Như vậy, biểu thức (5.70), (5.71), (5.72), (5.72a) biểu diễn quan hệ giữa biến dạng dài tuyến tính và biến dạng trượt. Nếu biết biến dạng dài ta có thể tính được biến dạng trượt và ngược lại.

#### 5.4. TỐC ĐỘ CHUYỂN VỊ VÀ TỐC ĐỘ BIẾN DẠNG

Trong quá trình biến dạng các điểm vật chất của vật thể biến dạng luôn chuyển động sao cho khoảng cách giữa chúng thay đổi và kèm theo sự biến dạng. Khoảng cách giữa các điểm vật chất thay đổi càng nhanh tốc độ biến dạng càng nhanh.

Tốc độ chuyển vị của điểm, là đạo hàm của chuyển vị đối với thời gian, được biểu diễn bằng ký hiệu chữ có chấm trên đầu, thí dụ:  $\dot{u}$ , thường kèm theo các chỉ số chỉ phương hướng. Chuyển vị và tốc độ chuyển vị là hàm của toạ độ và thời gian.

Tốc độ chuyển vị đường có thể xác định bằng phương trình:

$$\left. \begin{aligned} \dot{u} &= \varphi_x(x, y, z, t) \\ \dot{v} &= \varphi_y(x, y, z, t) \\ \dot{w} &= \varphi_z(x, y, z, t) \end{aligned} \right\} \quad (5.73)$$

Nếu biến dạng nhỏ, các thành phần của tốc độ chuyển vị có thể biểu diễn bằng đạo hàm riêng của chuyển vị theo thời gian :

$$\dot{u} = \frac{\partial u}{\partial t}; \dot{v} = \frac{\partial v}{\partial t}; \dot{w} = \frac{\partial w}{\partial t}. \quad (5.75)$$

Xét 2 điểm rất gần nhau, có biến dạng cùng phương, vậy có thể xác định giới hạn của tỷ số giữa hiệu của 2 tốc độ đó với khoảng cách giữa chúng khi khoảng cách đến 0. Giới hạn đó được gọi là tốc độ biến dạng.

$$\dot{\varepsilon}_x = \frac{\partial \dot{u}}{\partial x}; \quad \gamma_{xy} = \frac{\partial \dot{u}}{\partial y} + \frac{\partial \dot{v}}{\partial x} \quad (5.76)$$

Thay giá trị của tốc độ chuyển vị vào, ta được:

$$\left. \begin{aligned} \dot{\varepsilon}_x &= \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right) = \frac{\partial \varepsilon_x}{\partial t} \\ \dot{\gamma}_{xy} &= \frac{\partial u}{\partial y \partial t} + \frac{\partial v}{\partial x \partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) = \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial t} \end{aligned} \right\} \quad (5.77)$$

Tương tự, ta có thể xác định các giá trị tốc độ biến dạng khác.

Tốc độ biến dạng dài:

$$\left. \begin{aligned} \dot{\varepsilon}_x &= \frac{\partial \dot{u}}{\partial x} = \frac{\partial \varepsilon_x}{\partial t}; \\ \dot{\varepsilon}_y &= \frac{\partial \dot{v}}{\partial y} = \frac{\partial \varepsilon_y}{\partial t}; \\ \dot{\varepsilon}_z &= \frac{\partial \dot{w}}{\partial z} = \frac{\partial \varepsilon_z}{\partial t}. \end{aligned} \right\} \quad (5.78)$$

Tốc độ biến dạng trượt:

$$\left. \begin{aligned} \dot{\gamma}_{xy} &= \frac{\partial \dot{u}}{\partial y} + \frac{\partial \dot{v}}{\partial x} = \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial t} \\ \dot{\gamma}_{yz} &= \frac{\partial \dot{v}}{\partial z} + \frac{\partial \dot{w}}{\partial y} = \frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial t} \\ \dot{\gamma}_{zx} &= \frac{\partial \dot{w}}{\partial x} + \frac{\partial \dot{v}}{\partial z} = \frac{\partial \gamma_{zx}}{\partial t} \end{aligned} \right\} \quad (5.79)$$

Như vậy, *thành phần của tốc độ biến dạng bằng đạo hàm của tốc độ chuyển vị theo toạ độ tương ứng hoặc bằng đạo hàm của tốc độ biến dạng theo thời gian.*

Cần phân biệt tốc độ biến dạng với tốc độ chuyển vị (hay tốc độ chuyển động của dụng cụ biến dạng), đó là tốc độ của các chất điểm trong quá trình biến dạng. Tốc độ chuyển vị bằng giới hạn của số gia chuyển vị trên số gia thời gian khi số gia tiến đến không. Theo phương tác dụng của dụng cụ, chuyển vị của đầu dụng cụ bằng chuyển vị của các chất điểm trên mặt tiếp xúc. Ta cũng có thể xác định trường tốc độ chuyển vị, từ đó ta xác định được đường dòng của chuyển vị các chất điểm.

Tốc độ biến dạng được xác định như đạo hàm của biến dạng  $\varepsilon$  theo thời gian.

Thứ nguyên của tốc độ chuyển vị là m/s (mm/s), còn thứ nguyên của tốc độ biến dạng là 1/s ( $s^{-1}$ ).

Các thành phần của tốc độ biến dạng cũng có thể biểu diễn bằng một tensor tốc độ biến dạng.

$$T\dot{\varepsilon} = \begin{Bmatrix} \dot{\varepsilon}_x & \frac{1}{2}\dot{\gamma}_{xy} & \frac{1}{2}\dot{\gamma}_{xz} \\ . & \dot{\varepsilon}_y & \frac{1}{2}\dot{\gamma}_{yz} \\ . & . & \dot{\varepsilon}_z \end{Bmatrix} \quad (5.80)$$

Khi biến dạng dẻo, thể tích vật thể biến dạng không đổi, tensor tốc độ biến dạng là tensor lệch, tổng tốc độ biến dạng theo các hướng bằng không.

$$\dot{\varepsilon}_x + \dot{\varepsilon}_y + \dot{\varepsilon}_z = 0; \quad (5.81)$$

Ta cũng có thể tìm được trục chính của tốc độ biến dạng trên đó chỉ có tốc độ biến dạng đường, không có biến dạng trượt; tốc độ biến dạng trượt chính  $\dot{\gamma}_{12}, \dot{\gamma}_{23}, \dot{\gamma}_{31}$ , tốc độ biến dạng 8 mặt  $\dot{\gamma}_0$ ; cường độ tốc độ biến dạng trượt  $\dot{\gamma}_i$ , cường độ tốc độ biến dạng  $\dot{\varepsilon}_i$ .

## 5.5. BIẾN DẠNG ĐỒNG NHẤT

Trong các phương trình (5.41) các thành phần biến dạng dẻo nhỏ của một phân tố khối song song với trục toạ độ là hàm tuyến tính với đạo hàm của chuyển vị theo toạ độ. Nếu ta xét một vùng rất nhỏ quanh 1 điểm, chuyển vị đó cũng coi là hàm tuyến tính của toạ độ. Như vậy, đạo hàm của chúng là hằng số.

**Biến dạng được đặc trưng bằng chuyển vị là hàm tuyến tính của toạ độ và có giá trị không đổi gọi là biến dạng đồng nhất.**

Biến dạng dẻo nhỏ của thể tích phân tố được coi là đồng nhất. Trong một thể tích hữu hạn, ta cũng có thể coi biến dạng là đồng nhất, như kéo đều. Nhiều trường hợp cũng phải giả thuyết là biến dạng đồng nhất, để bài toán đơn giản và áp dụng được trong thực tế kỹ thuật.

## 5.6 ĐỊNH LUẬT BIẾN DẠNG THỂ TÍCH KHÔNG ĐỔI

Khi biến dạng đàn hồi, vật thể thay đổi hình dáng và kích thước. Nhưng, đối với vật liệu kim loại, biến dạng đàn hồi của thể tích vật thể có giá trị rất nhỏ. Như đối với thép, dưới tác dụng của ứng suất 200MPa, thay đổi của thể tích chỉ khoảng 0,04%.

Thể tích của phân khối trước biến dạng có thể tính:

$$V_0 = dx dy dz$$

sau biến dạng:

$$V = (dx + \Delta dx)(dy + \Delta dy)(dz + \Delta dz) = V_0 (1 + \varepsilon_x)(1 + \varepsilon_y)(1 + \Delta_z)$$

$$\Delta V = V - V_0 \approx V_0(\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z)$$

Biến dạng thể tích tương đối:

$$\theta = \Delta V/V = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 = 3 \varepsilon_0.$$

$\varepsilon_0$  là biến dạng dài tương đối trung bình.

Trong quá trình biến dạng dẻo kim loại, thể tích thay đổi cũng rất nhỏ. Thực tế cho biết, khi biến dạng dẻo kim loại, vật liệu đúc, tổ chức kim loại có thay đổi, các rỗ xốp được hàn gắn, các khuyết tật dạng bọt khí được khử bỏ, nên làm cho mật độ kim loại được tăng lên. Ngược lại, trong biến dạng nguội kim

loại, có thể dẫn đến làm giảm mật độ, do phá vỡ cấu trúc kim loại, tăng các khuyết tật tinh thể dạng lỗ rỗng. Nếu so sánh về lượng, sự thay đổi thể tích vật thể kim loại khi biến dạng dẻo rất nhỏ, có thể bỏ qua.

Khi biến dạng dẻo kim loại, *ta coi thể tích của vật thể không đổi - thể tích vật thể trước biến dạng bằng thể tích sau biến dạng:*

$$\epsilon_1 + \epsilon_2 + \epsilon_3 = 0;$$

Có nghĩa, khi biến dạng dẻo, tổng giá trị của 3 biến dạng chính bằng không.

Như vậy:

- a. Khi biến dạng dẻo, tenxơ cầu biến dạng bằng không, nên ten xơ biến dạng chính là ten xơ lệch biến dạng.
- b. Dù trạng thái biến dạng như thế nào, dấu của một trong các biến dạng chính phải ngược với dấu của 2 biến dạng chính khác. Trong đó, hai biến dạng chính có dấu ngược nhau có giá trị tuyệt đối lớn nhất, gọi là biến dạng chính lớn nhất.
- c. Nếu biết 2 giá trị biến dạng chính, có thể xác định biến dạng thứ 3 dễ dàng.

## Chương 6

### ĐIỀU KIỆN DẺO VÀ QUÁ TRÌNH BIẾN DẠNG DẺO

Một trong những nhiệm vụ quan trọng của lý thuyết dẻo là xác định quan hệ ứng suất và biến dạng khi vật liệu chuyển từ trạng thái đàn hồi sang trạng thái dẻo.

$$f(\sigma_{ij}) = C_T \quad (6.1)$$

trong đó:  $C_T$  - hằng số.

#### 6.1. ĐIỀU KIỆN TRESKA-SAINT-VINCENT HAY ĐIỀU KIỆN ỦNG SUẤT TIẾP LỚN NHẤT

Khi vật liệu kim loại quá độ từ trạng thái đàn hồi sang trạng thái dẻo, ứng suất tiếp lớn nhất trên mặt nghiêng với trục x và z (vuông góc với mặt xz), đối với một số vật liệu nhất định, bằng giá trị lớn nhất của trở lực biến dạng, chúng không phụ thuộc trạng thái ứng suất.

"*Trạng thái dẻo bắt đầu và được duy trì nếu một trong hiệu của 2 ứng suất pháp chính bằng giới hạn chảy và không phụ thuộc giá trị của ứng suất pháp kia*". Đó là điều kiện dẻo ứng suất tiếp lớn nhất.

Trong điều kiện trạng thái ứng suất phức tạp tenxơ ứng suất pháp:

$$T = \begin{vmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ . & \sigma_2 & 0 \\ . & . & \sigma_3 \end{vmatrix} \quad (6.2)$$

Ứng suất tiếp lớn nhất có các giá trị như sau:

$$\left. \begin{aligned} \tau_1 &= \pm \frac{1}{2} (\sigma_1 - \sigma_3) \\ \tau_2 &= \pm \frac{1}{2} (\sigma_3 - \sigma_1) \\ \tau_3 &= \pm \frac{1}{2} (\sigma_1 - \sigma_2) \end{aligned} \right\} \quad (6.3)$$

Trong 3 cặp ứng suất tiếp lớn nhất, nhất định có một cặp đạt giá trị lớn nhất trước. Lúc đó vật liệu sẽ chuyển từ đàn hồi sang trạng thái dẻo, hay vật liệu

biến dạng dẻo. (Giá trị ứng suất tiếp lớn nhất trong tài liệu tiếng Anh còn được gọi là  $\sigma_{INT}$ ).

Trong điều kiện quá độ từ đàn hồi sang dẻo khi trạng thái ứng suất đơn:

$$T = \begin{vmatrix} \sigma & 0 & 0 \\ . & 0 & 0 \\ . & . & 0 \end{vmatrix}$$

điều kiện quá độ từ đàn hồi sang dẻo là :  $\sigma = \sigma_s$ . (6.4)

Vậy ứng suất tiếp lớn nhất :

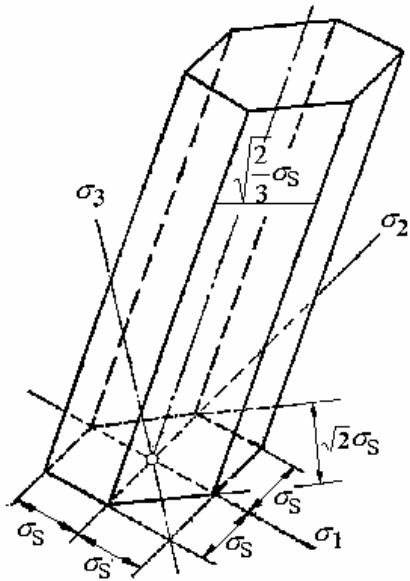
$$\tau_{max} = \frac{1}{2}(\sigma - 0) = \frac{1}{2}\sigma_s . \quad (6.5)$$

Cho nên, trong điều kiện trạng thái ứng suất phức tạp, chỉ cần một trong 3 ứng suất tiếp lớn nhất đạt giá trị  $1/2 \sigma_s$ , thì kim loại bắt đầu biến dạng dẻo (chảy).

$$\left. \begin{array}{l} 2|\tau_1| = |\sigma_2 - \sigma_3| = \sigma_s \\ 2|\tau_2| = |\sigma_3 - \sigma_1| = \sigma_s \\ 2|\tau_3| = |\sigma_1 - \sigma_2| = \sigma_s \end{array} \right\} \quad (6.6)$$

### Ý nghĩa hình học

Nếu  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  là các trục chính của tọa độ vuông góc, 3 biểu thức trên có thể tạo thành một mặt dẻo không gian. Mỗi biểu thức biểu diễn một cặp mặt phẳng song song với một trục tọa độ. Các mặt phẳng này cắt 2 trục tọa độ một khác 1 khoảng cách bằng  $\sigma_s$ . Do có 3 biểu thức nên được 6 mặt, tạo thành một lăng trụ lục giác nghiêng với trục tọa độ chính  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  một góc. Tất cả các trạng thái ứng suất phức tạp, một điểm tọa độ tạo bởi 3 thành phần ứng suất chính, nằm trên bề mặt của hình lăng trụ nghiêng đó, vật liệu sẽ biến dạng dẻo. Các điểm tọa độ nằm trong lăng trụ, vật liệu còn ở trạng thái biến dạng đàn hồi. Các điểm ngoài lăng trụ không có ý nghĩa (hình 6.1).



*Hình 6.1 Lăng trụ tạo thành từ 6 mặt theo điều kiện dẻo Treska-St.Vnent (6.6), góc nghiêng của trực trục lăng trụ đều với các trực toạ độ*

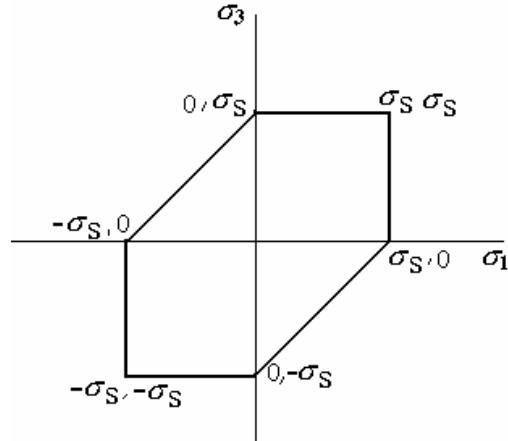
*Như vậy, điều kiện cân bằng dẻo là các thành phần ứng suất phải thỏa mãn một quan hệ nhất định; còn trong cân bằng đàn hồi là vô định.*

*Chú ý: Trong điều kiện biến dạng dẻo thực của kim loại và hợp kim, giá trị giới hạn chảy σₛ được thay bằng trở lực biến dạng trong điều kiện nhiệt độ, tốc độ biến dạng và biến cứng.*

Trong trạng thái ứng suất phẳng:

$$T_\sigma = \begin{vmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{vmatrix} \quad (6.7)$$

do σ₃ = 0 nên các biểu thức còn lại :



*Hình 6.2 Lục giác theo điều kiện dẻo Treska- St.Vnent (trong trạng thái ứng suất phẳng)*

$$\left. \begin{array}{l} |\sigma_1 - \sigma_2| = \sigma_s \\ |\sigma_2| = \sigma_s \\ |\sigma_1| = \sigma_s \end{array} \right\} \quad (6.8)$$

Các biểu thức trên biểu diễn một lục giác với trục toạ độ là  $\sigma_1$  và  $\sigma_2$ .

Có thể xảy ra 2 trường hợp:

a.  $\sigma_3 = 0$ ,  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  cùng dấu, lúc này  $\sigma_3$  không phải là ứng suất trung gian, nên

ứng suất lớn nhất là  $\left| \frac{\sigma_1}{2} \right|$  hoặc  $\left| \frac{\sigma_2}{2} \right|$ . Vậy điều kiện dẽo là:

$$|\sigma_1| = \sigma_s \text{ hoặc } |\sigma_2| = \sigma_s. \quad (6.9)$$

nằm trên đường AB, DE, BC, EF của lục giác.

b.  $\sigma_3 = 0$ ,  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  khác dấu. Như vậy  $\sigma_3$  là ứng suất trung gian; ứng suất tiếp

lớn nhất sẽ là  $\left| \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \right|$ ; điều kiện dẽo là:

$$|\sigma_1 - \sigma_2| = \sigma_s \quad (6.10)$$

nằm trên đường CD và EF của lục giác.

Trong điều kiện trạng thái ứng suất phẳng:

$$T_S = \begin{vmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & 0 \\ . & \sigma_y & 0 \\ . & . & 0 \end{vmatrix} \quad (6.11)$$

ứng suất chính theo cách biểu diễn vòng tròn Mo:

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_1 \\ \sigma_2 \end{array} \right\} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left( \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (6.12)$$

Theo bất biến II của ten xơ ứng suất

$$\sigma_1 \sigma_2 = \sigma_x \sigma_y - \tau_{xy}^2 \quad (6.13)$$

a. Nếu  $\sigma_x \sigma_y > \tau_{xy}^2$   $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  cùng dấu, điều kiện dẽo là  $\sigma_1 = \sigma_s$ , cách biểu diễn thông thường:

$$\left. \begin{aligned} & \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \sqrt{\left( \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2 + \tau_{xy}^2} = \sigma_s \\ & (\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2 = 4 \left( \sigma_s - \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \right)^2 \end{aligned} \right\} \quad (6.14)$$

b. Nếu  $\sigma_x \sigma_y < \tau_{xy}^2$   $\sigma_1, \sigma_2$  khác dấu, điều kiện dẻo là  $\sigma_1 - \sigma_2 = \sigma_s$ , cách biểu diễn thông thường:

$$\left. \begin{aligned} & 2 \sqrt{\left( \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2 + \tau_{xy}^2} = \sigma_s \\ & (\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2 = \sigma_s^2 \end{aligned} \right\} \quad (6.15)$$

Điều kiện này đơn giản nhưng không chính xác vì chưa xét ảnh hưởng của ứng suất trung gian.

Điều kiện dẻo ứng suất tiếp lớn nhất có thể tương thích với điều kiện dẻo cường độ ứng suất tiếp lớn nhất :

Khi trạng thái ứng suất đơn;

Khi trạng thái ứng suất khối, có ứng suất trung gian bằng một trong ứng suất cực trị, hoặc 3 ứng suất pháp chính bằng nhau;

Khi trạng thái ứng suất phẳng có 2 ứng suất khác không và bằng nhau (về trị số và dấu).

Trong điều kiện trạng thái ứng suất phẳng, ứng suất pháp chính trung gian bằng nửa tổng 2 ứng suất cực trị, 2 điều kiện dẻo kể trên có sự khác nhau lớn nhất.

## 6.2. ĐIỀU KIỆN DẺO NĂNG LUỢNG BIẾN DẠNG KHÔNG ĐỔI

Theo lý thuyết ứng suất tiếp lớn nhất, xác định điều kiện dẻo rất đơn giản và dễ dàng. Nhưng, thực tế các ứng suất thành phần thường là không biết, nên không thể phân biệt ngay thứ tự theo độ lớn của ứng suất, rất khó ứng dụng chính xác phương trình dẻo, do đó gây nhiều khó khăn trong tính toán.

R. Misses (1913) và sau đó H.Henchy, Huber(1914) đưa ra lý thuyết dẻo năng lượng.

"*Bất kỳ phân tử kim loại nào đều có thể chuyển từ trạng thái biến dàn hồi sang trạng thái biến dạng dẻo khi cường độ ứng suất đạt đến 1 giá trị bằng giới hạn chảy  $\sigma_s$ , trong trạng thái ứng suất kéo đơn, tương ứng với điều kiện nhiệt độ - tốc độ biến dạng và mức độ biến dạng*". Có nghĩa là khi chuyển sang trạng thái dẻo, cường độ ứng suất bằng giới hạn chảy.

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 = 2 \sigma_s^2$$

$$\text{hay } \sigma_i = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} = \sigma_s \quad (6.16)$$

Trong тоạ độ bất kỳ, điều kiện dẻo có dạng:

$$(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2) = 2 \sigma_s^2 \quad (6.17)$$

Do cường độ ứng suất tiếp:

$$T = \sqrt{\frac{1}{6} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]}$$

Vậy có thể viết:

$$T = \frac{\sigma_s}{\sqrt{3}} = \text{const} \quad (6.18)$$

Biểu thức trên là điều kiện **cường độ ứng suất tiếp** không đổi.

Có thể phát biểu điều kiện dẻo như sau:

1. *Khi biến dạng dẻo, tổng bình phương của hiệu ứng suất pháp chính là một đại lượng không đổi, bằng 2 lần bình phương giới hạn chảy của vật liệu.*

**2. Khi biến dạng dẻo, tổng bình phương của ứng suất tiếp chính là một đại lượng không đổi, bằng một nửa bình phương giới hạn chảy của vật liệu.**

Trong các phương trình dẻo,  $\sigma_s$  không phải là giới hạn chảy điều kiện mà phải là ứng suất chảy thực khi biến dạng dẻo ở trạng thái kéo đơn, trong thực tế,  $\sigma_s$  được xác định trong điều kiện nhiệt độ, tốc độ biến dạng và độ biến dạng.

Trong trường hợp biến dạng dẻo nguội, khi không xác định được giới hạn chảy mà phải dùng giới hạn quy ước  $\sigma_{0,2}$ ; có nghĩa là coi ứng suất thực ngoài giới hạn chảy và điều kiện dẻo :

$$\sigma_i = \sigma_{0,2}$$

khi tiếp tục tăng mức độ biến dạng, ứng suất chảy  $\sigma_s$  tăng do có hoá bền, vì thế, tăng giá trị cường độ ứng suất  $\sigma_i$  để duy trì trạng thái dẻo. Trong trường hợp biến dạng dẻo nóng, vật liệu khi biến dạng luôn ở trạng thái kết tinh lại, nên ứng suất chảy có thể thay thế bằng giới hạn bền  $\sigma_B$ , được xác định bằng thí nghiệm kéo. Vì ở nhiệt độ cao giá trị của giới hạn chảy và giới hạn bền không khác nhau nhiều.

Để xác định  $\sigma_s$  cũng có thể dùng kết quả thí nghiệm nén mẫu cao ( $H/D > 1$ ), với điều kiện gần trạng thái ứng suất đơn (bôi trơn tốt, bàn ép đặc biệt), và các điều kiện tốc độ biến dạng gần tốc độ biến dạng thực.

Trong trường hợp thay giới hạn chảy  $\sigma_s$  khi kéo bằng giới hạn chảy  $\tau_s$  khi biến dạng trượt :

$$\tau_i = \tau_s$$

$$\tau_s = \frac{\sigma_s}{\sqrt{3}} = 0,577\sigma_s \quad (6.19)$$

Với ứng suất tiếp 8 mặt điều kiện dẻo là:

$$\tau_0 = \frac{\sqrt{2}}{3}\sigma_s \quad (6.20)$$

Trong trạng thái dẻo, ứng suất tiếp 8 mặt, cường độ ứng suất tiếp, cũng như cường độ ứng suất, có giá trị nhất định.

Có thể biểu diễn:

$$\tau_i = k$$

$$k = \frac{\sigma_s}{\sqrt{3}} = 0,577\sigma_s \quad (6.21)$$

k được gọi là hằng số dẻo.

Có thể viết điều kiện dẻo theo ứng suất tiếp chính:

$$\tau_{12}^2 + \tau_{23}^2 + \tau_{31}^2 = \frac{1}{2}\sigma_s^2 \quad (6.22)$$

Khi dùng điều kiện năng lượng có liên quan đến cường độ ứng suất tiếp hay ten xơ lệch ứng suất và giới hạn chảy vật liệu. Chính vì vậy cần thảo luận các thuộc tính vật liệu.

### 6.3. Ý NGHĨA VẬT LÝ CỦA CỦA ĐIỀU KIỆN DẺO NĂNG LUỢNG

Thể năng biến dạng tổng  $A_T$  bằng tổng thể năng thay đổi thể tích  $A_u$  và thể năng thay đổi hình dáng  $A_{hd}$ .

$$A_T = A_u + A_{hd} \quad (6.23)$$

Vậy thể năng thay đổi hình dáng là :

$$A_{hd} = A_T - A_u \quad (6.24)$$

Từ lý thuyết đàn hồi, thể năng biến dạng riêng được tính bằng nửa tích vô hướng giữa ten xơ ứng suất với ten xơ biến dạng. Tích này bằng tổng tích các thành phần ứng suất và các thành phần biến dạng tương ứng.

$$T_\sigma = \begin{Bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ . & \sigma_2 & 0 \\ . & . & \sigma_3 \end{Bmatrix} \quad T_\varepsilon = \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 & 0 & 0 \\ . & \varepsilon_2 & 0 \\ . & . & \varepsilon_3 \end{Bmatrix} \quad (6.25)$$

Vậy

$$A_T = \frac{1}{2}(\sigma_1\varepsilon_1 + \sigma_2\varepsilon_2 + \sigma_3\varepsilon_3) \quad (6.26)$$

Các biến dạng chính được xác định :

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{1}{E} [\sigma_1 - \nu(\sigma_2 + \sigma_3)] \\ \varepsilon_2 &= \frac{1}{E} [\sigma_2 - \nu(\sigma_3 + \sigma_1)] \\ \varepsilon_3 &= \frac{1}{E} [\sigma_3 - \nu(\sigma_1 + \sigma_2)] \end{aligned} \right\} \quad (6.27)$$

Trong đó:  $\nu$  - Hệ số Poisson.

$$\begin{aligned} A_T &= \frac{1}{2E} \{ \sigma_1 [\sigma_1 - \nu(\sigma_2 + \sigma_3)] + \sigma_2 [\sigma_2 - \nu(\sigma_3 + \sigma_1)] + \\ &\quad + \sigma_3 [\sigma_3 - \nu(\sigma_1 + \sigma_2)] \} = \\ &= \frac{1}{2E} [(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2) - 2\nu(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1)] \end{aligned} \quad (6.28)$$

Thể năng đơn vị biến dạng thể tích cũng được tính thông qua tensor cầu ứng suất và tensor cầu biến dạng.

$$T_{\sigma}^0 = \begin{Bmatrix} \sigma_{tb} & 0 & 0 \\ . & \sigma_{tb} & 0 \\ . & . & \sigma_{tb} \end{Bmatrix} \quad T_{\varepsilon}^0 = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{tb} & 0 & 0 \\ . & \varepsilon_{tb} & 0 \\ . & . & \varepsilon_{tb} \end{Bmatrix}$$

Vậy

$$A_{tt} = \frac{1}{2} (\sigma_{tb}\varepsilon_{tb} + \sigma_{tb}\varepsilon_{tb} + \sigma_{tb}\varepsilon_{tb}) = \frac{3}{2} \sigma_{tb}\varepsilon_{tb} \quad (6.29)$$

Ta có  $\sigma_{tb} = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)$

và  $\varepsilon_{tb} = \frac{1}{3}(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3)$  nên

$$\begin{aligned} \varepsilon_{tb} &= \frac{1}{3E} \{ [\sigma_1 - \nu(\sigma_2 + \sigma_3)] + [\sigma_2 - \nu(\sigma_3 + \sigma_1)] + \\ &\quad + [\sigma_3 - \nu(\sigma_1 + \sigma_2)] \} = \\ &= \frac{1}{3E} [(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2) - 2\nu(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1)] \end{aligned} \quad (6.30)$$

và

$$\begin{aligned}
A_{tt} &= \frac{1}{2} \sigma_{tb} \cdot \epsilon_{tb} = \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{3} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) J \cdot \frac{1}{3E} I (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) - \right. \\
&\quad \left. - 2\nu (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \right] = \\
&= \frac{1}{6E} I (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)^2 - 2\nu (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)^2 J
\end{aligned} \tag{6.31}$$

Thể năng thay đổi hình dáng vật thể:

$$\begin{aligned}
A_{bd} &= A_T - A_{tt} = \frac{1}{2E} I (\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2) - 2\nu (\sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2 \sigma_3 + \sigma_3 \sigma_1) J - \\
&\quad - \frac{1}{6E} I (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)^2 - 2\nu (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)^2 J = \\
&= \frac{1+\nu}{6E} (2\sigma_1^2 + 2\sigma_2^2 + 2\sigma_3^2 - 2\sigma_1 \sigma_2 - 2\sigma_2 \sigma_3 - 2\sigma_3 \sigma_1) = \\
&= \frac{1+\nu}{6E} I ((\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 J
\end{aligned} \tag{6.32}$$

Thay vào điều kiện dẻo ta được:

$$A_{bd} = \frac{1+\nu}{6E} \cdot 2\sigma_s^2 = \frac{1+\nu}{3E} \cdot \sigma_s^2 = const \tag{6.33}$$

Như vậy ta đã chứng minh được điều kiện dẻo, *lượng thế năng biến dạng đàn hồi hình dáng của phân tử vật liệu kim loại khi biến dạng dẻo trong cùng một điều kiện biến (mức độ, tốc độ và nhiệt độ biến dạng) bằng một hằng số không phụ thuộc trạng thái ứng suất.*

Trong trường hợp trạng thái ứng suất đơn-kéo hoặc nén  $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$ , vật liệu bắt đầu biến dạng dẻo, nếu  $\sigma_1$  có giá trị bằng giới hạn chảy  $\sigma_s$ . Vậy, thể năng biến dạng đàn hồi hình dáng tại thời điểm biến dạng dẻo trong trường hợp kéo đơn:

$$A_{bd} = \frac{1+\nu}{3E} \cdot \sigma_s^2 = const$$

Như trên đã nêu, giá trị thể năng biến dạng không phụ thuộc vào trạng thái ứng suất, như vậy, vế phải của biểu thức trên phải bằng vế phải của biểu thức. Có nghĩa là:

$$\frac{1+\nu}{6E} \sigma_s^2 = \frac{1+\nu}{6E} I ((\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 J \tag{6.34}$$

từ đó ta được điều kiện dẻo:

$$[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] = 2\sigma_s^2 \quad (6.35)$$

Điều kiện dẻo Huber-Mises có các dạng :

- . Điều kiện dẻo **năng lượng riêng biến đổi hình dáng không đổi** hay điều kiện dẻo năng lượng ; Định luật Henchy

$$A_{bd} = \frac{1+\nu}{3E} \cdot \sigma_s^2 = \text{const};$$

- . Điều kiện dẻo **ứng suất 8 mặt không đổi**, Định luật Nadai

$$\tau_0 = \frac{\sqrt{2}}{3} \sigma_s; \quad$$

- . Điều kiện dẻo **cường độ ứng suất tiếp không đổi**, Định luật Iliusin

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 = 2 \sigma_s^2.$$

#### 6.4. Ý NGHĨA HÌNH HỌC CỦA ĐIỀU KIỆN DẺO

Nếu điều kiện dẻo biểu diễn dưới dạng

$$[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] = 2\sigma_s^2 \quad (6.36)$$

ta có thể nhận xét: Biểu thức trên là một biểu thức biểu diễn một mặt trụ có chiều dài vô hạn, nằm trong toạ độ trục  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  với bán kính  $r = \sqrt{\frac{2}{3}} \sigma_s$ . Trục của mặt trụ đi qua gốc toạ độ, nghiêng đều so với các trục và có cosin chỉ phương bằng  $\frac{1}{\sqrt{3}}$ .

Như vậy, nếu ứng suất pháp chính của trạng thái ứng suất của phần tử nào đó của vật thể được xác định bằng một điểm nằm trên mặt trụ, thì phần tử đó nằm trong trạng thái dẻo. Do đó bề mặt theo biểu thức trên là bề mặt giới hạn của biến dạng dẻo theo điều kiện năng lượng.

Nếu trạng thái ứng suất của phân tử được xác định bằng một điểm nằm bên trong hình trụ, thì chất điểm đó nằm ở trạng thái dài hồi. Còn các điểm nằm ngoài hình trụ không có nghĩa.

Bán kính của hình trụ tỷ lệ thuận với giới hạn chảy. Nếu biến dạng dẻo có biến cứng, thì trong quá trình biến dạng ứng suất chảy tăng và bán kính vòng tròn tăng.

Chu vi mặt cắt ngang của hình trụ, giao tuyến giữa hình trụ và mặt vuông góc với trục hình trụ, trạng thái ứng suất trong đó tổng các ứng suất pháp chính bằng hằng số. Trạng thái ứng suất của các điểm đó tương ứng với tenxơ cầu ứng suất, trạng thái ứng suất áp lực thuỷ tĩnh. Vòng tròn có tâm trùng với tâm trục toạ độ là tập hợp các điểm không có trạng thái ứng suất áp lực thuỷ tĩnh, hay chỉ tồn tại trạng thái ứng suất tương ứng tenxơ lệch. Đường sinh của hình trụ, là giao tuyến của mặt trụ với mặt phẳng qua trục hình trụ, là tập hợp các điểm hình học có hiệu 3 ứng suất pháp chính bằng hằng số, có trạng thái ứng suất tương ứng với tenxơ lệch ứng suất.

Khi một trong 3 ứng suất chính bằng không, thí dụ  $\sigma_3 = 0$ , ta được:

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^3 = 2\sigma_s^2$$

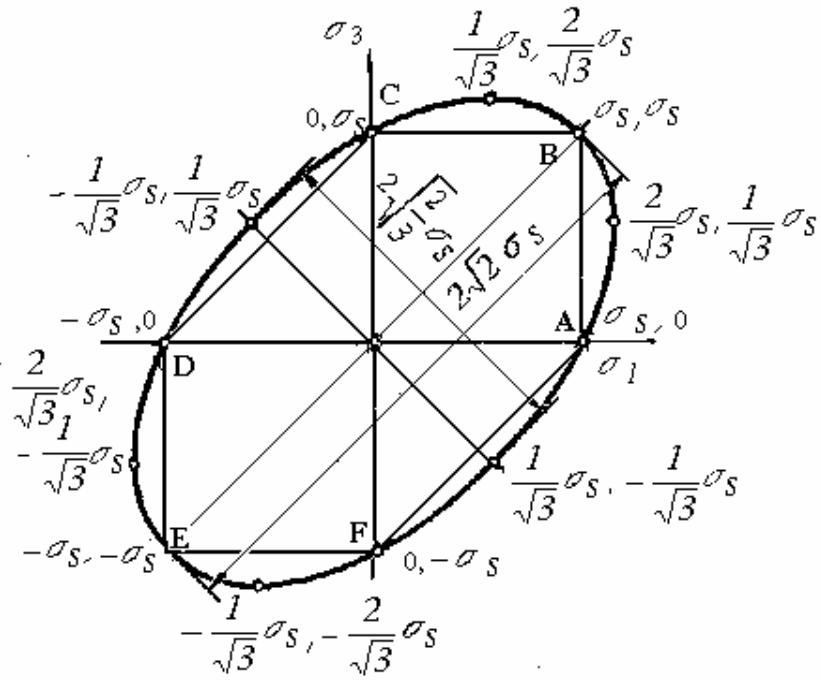
hay:  $\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1\sigma_2 = \sigma_s^2$  (6.37a)

Khi  $\sigma_2 = 0$  hoặc  $\sigma_1 = 0$  ta tìm được các biểu thức biểu diễn các elip tương tự:

$$\sigma_1^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_3 = \sigma_s^2$$
 (6.37b)

$$\sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_2\sigma_3 = \sigma_s^2$$
 (6.37c)

Ba biểu thức trên xác định một hình elíp có tâm là gốc trục toạ độ nghiêng một góc  $45^\circ$  so với các trục toạ độ tương ứng.



Hình 6.3 Điều kiện dẻo năng lượng và ứng suất tiếp lớn nhất trong trạng thái ứng suất phẳng

Xét trường hợp  $\sigma_2 = 0$ , ta được elip biểu diễn như hình 6.3. Các điểm ABCDEF là các điểm chung của lục giác nội tiếp - đặc trưng điều kiện dẻo ứng suất tiếp lớn nhất, với elip - đặc trưng điều kiện dẻo năng lượng không đổi.

Điểm A, C tương đương trạng thái ứng suất kéo 1 hướng;

$$\sigma_1 = \sigma_s \text{ hoặc } \sigma_3 = \sigma_s,$$

Điểm D, F tương đương trạng thái ứng suất nén 1 hướng;

$$\sigma_1 = -\sigma_s \text{ hoặc } \sigma_3 = -\sigma_s,$$

Điểm B tương đương trạng thái ứng suất kéo 2 hướng;

$$\sigma_1 = \sigma_3 = \sigma_s,$$

Điểm E tương đương trạng thái ứng suất nén 2 hướng;

$$\sigma_1 = \sigma_3 = -\sigma_s.$$

Bốn điểm có toạ độ:

$$(\frac{1}{\sqrt{3}}\sigma_s, \frac{2}{\sqrt{3}}\sigma_s); (\frac{2}{\sqrt{3}}\sigma_s, \frac{1}{\sqrt{3}}\sigma_s); (-\frac{1}{\sqrt{3}}\sigma_s, -\frac{2}{\sqrt{3}}\sigma_s); (-\frac{2}{\sqrt{3}}\sigma_s, -\frac{1}{\sqrt{3}}\sigma_s)$$

là các điểm có trạng thái ứng suất phẳng và trạng thái biến dạng phẳng, vì một trong các ứng suất bằng nửa tổng 2 ứng suất khác.

Hai điểm:  $(\frac{1}{\sqrt{3}}\sigma_s, -\frac{1}{\sqrt{3}}\sigma_s), (-\frac{1}{\sqrt{3}}\sigma_s, \frac{1}{\sqrt{3}}\sigma_s)$  tương ứng với biến dạng trượt thuần tuý, do 2 ứng suất bằng nhau về giá trị tuyệt đối.

Nhận thấy, trạng thái ứng suất của 6 điểm trên khác biệt nhau lớn nhất. Lý thuyết năng lượng không đổi có giá trị lớn hơn lý thuyết ứng suất tiếp lớn nhất :

$$\frac{2}{\sqrt{3}}\sigma_s = 1,155 \sigma_s. \quad (6.38)$$

Từ các phân tích trên ta thấy, trong trạng thái ứng suất phẳng, một trong các ứng suất biến đổi không vượt quá  $1,155 \sigma_s$ .

## 6.5. ĐIỀU KIỆN DỄO TRONG CÁC TRẠNG THÁI ỨNG SUẤT

a. *Trạng thái ứng suất phẳng:*

$$\sigma_y = \tau_{xy} = \tau_{zy} = 0.$$

Vậy thay vào điều kiện dẻo ta được :

$$\sigma_1^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_3 = \sigma_s^2 \quad (6.39a)$$

Trong toạ độ bất kỳ:

$$\sigma_x^2 + \sigma_z^2 - \sigma_x\sigma_z + 3\tau_{xz}^2 = \sigma_s^2 \quad (6.39b)$$

b. *Trạng thái biến dạng phẳng:*

$$\sigma_y = \frac{\sigma_x + \sigma_z}{2}; \tau_{xy} = \tau_{zy} = 0$$

$$(\sigma_x - \sigma_z)^2 + [\sigma_z - \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_z)]^2 + [\frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_z) - \sigma_x]^2 + 6\tau_{xz}^2 = 2\sigma_s^2$$

mở ngoặc ta có:

$$(\sigma_x - \sigma_z)^2 + 4\tau_{xz}^2 = \frac{4}{3}\sigma_s^2 \quad (6.40a)$$

Trước đây đã biểu diễn :

$$\begin{aligned} k &= \frac{1}{\sqrt{3}}\sigma_s, \\ \text{ta đặt } &\frac{2}{\sqrt{3}}\sigma_s = \sigma^* \\ \text{vậy, } &\sigma^* = 2k, \text{ hoặc } k = 1/2\sigma^*. \end{aligned}$$

$$\text{Nên } (\sigma_x - \sigma_z)^2 + 4\tau_{xz}^2 = \frac{4}{3}\sigma_s^2 = (\sigma_s^*)^2 = 4k^2. \quad (6.40b)$$

Trong toạ độ trực chính với trạng thái biến dạng phẳng:

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \pm \frac{2}{\sqrt{3}}\sigma_s = \pm \sigma_s^* = \pm 2k. \quad (6.40c)$$

Trong đó  $\sigma_1 - \sigma_3$  chính bằng 2 lần giá trị ứng suất tiếp lớn nhất.

$$\tau_{13} = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}\sigma_s = \pm \frac{1}{2}\sigma_s^* = \pm k \quad (6.40d)$$

Như vậy, ứng suất tiếp lớn nhất chỉ có thể đạt được bằng

$$k = \frac{1}{\sqrt{3}}\sigma_s = \pm \frac{1}{2}\sigma_s^* \quad (6.41)$$

### c. Trạng thái ứng suất đối xứng trực

Trong trạng thái ứng suất đối xứng trực  $\tau_{\rho\theta} = \tau_{z\theta} = 0$

$$(\sigma_\rho - \sigma_\theta)^2 + (\sigma_\theta - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_\rho)^2 + 6\tau_{\rho z}^2 = 2\sigma_s^2$$

Trong trạng thái ứng suất pháp chính:

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 = 2\sigma_s^2$$

Nếu  $\sigma_\theta = \sigma_\rho$  ta được:

$$(\sigma_\rho - \sigma_z)^2 + 3\tau_{\rho z}^2 = 2\sigma_s^2 = 3k^2. \quad (6.42)$$

## 6.6. ẢNH HƯỞNG CỦA ỦNG SUẤT TRUNG GIAN

Quy định, ứng suất pháp chính được xếp theo thứ tự độ lớn đại số :

$$\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3 \text{ hoặc } \sigma_1 < \sigma_2 < \sigma_3. \quad (6.43)$$

Như vậy,  $\sigma_2$  có giá trị nằm giữa ứng suất pháp  $\sigma_1$  và  $\sigma_3$ , ứng suất này được gọi là **ứng suất chính trung gian** và được biểu diễn bằng  $\sigma_{TG}$  (ứng suất này không phải là ứng suất trung bình  $\sigma_{TB}=1/3(\sigma_1+\sigma_2+\sigma_3)$ ).

Trong đó  $\sigma_1, \sigma_3$  là các ứng suất lớn nhất và nhỏ nhất.

Để xác định ứng suất nào là ứng suất trung gian, cần xét dấu ứng suất và độ lớn. Các ứng suất dương, giá trị tuyệt đối nào lớn hơn là ứng suất lớn nhất, nếu ứng suất âm, giá trị tuyệt đối nhỏ là ứng suất lớn hơn.

Trường hợp  $\sigma_2 = \sigma_{TG} = \sigma_1$  : điều kiện dẽo sẽ là

$$[(\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] = 2\sigma_s^2$$

Như vậy,  $\sigma_1 - \sigma_3 = \pm \sigma_s$  hoặc  $\tau_{13} = \pm 1/2\sigma_s$ .

**Khi ứng suất pháp chính trung gian bằng một trong 2 ứng suất biên, biến dạng dẽo bắt đầu khi hiệu của 2 ứng suất biên bằng ứng suất chẵy hoặc ứng suất tiếp chính tương ứng bằng nửa ứng suất chẵy.**

Ứng suất pháp chính  $\sigma_2 = \sigma_{TG}$  chỉ có thể thay đổi trong phạm vi  $\sigma_1$  và  $\sigma_2$ , trường hợp ngược lại, một ứng suất trở thành ứng suất trung gian, ứng suất khác thành ứng suất biên.

Trường hợp  $\sigma_2 = \sigma_{TG} = 1/2(\sigma_1+\sigma_3)$ , ứng suất  $\sigma_2$  không những là ứng suất trung gian mà còn là ứng suất trung bình.

$$\sigma_2 = \sigma_{TG} = \sigma_{TB} = 1/3(\sigma_1+\sigma_2+\sigma_3) = 1/2(\sigma_1 + \sigma_3), \quad (6.44)$$

trạng thái biến dạng là trạng thái biến dạng phẳng.

Vậy, ta có:

$$[(\sigma_1 - \frac{\sigma_1+\sigma_3}{2})^2 + (\frac{\sigma_1+\sigma_3}{2} - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] = 2\sigma_s^2$$

$$\frac{3}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) = 2\sigma_s^2$$

$$(\sigma_1 - \sigma_3) = \pm \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_s \quad (6.45)$$

Đối với trường hợp bất kỳ  $\sigma_2 = \sigma_{TG}$  có thể biểu diễn:

$$\begin{aligned} \sigma_1 - \sigma_2 &= \pm \beta \sigma_s \\ \sigma_{max} - \sigma_{min} &= \beta \sigma_s \end{aligned} \quad (6.46a)$$

$\beta$  - Hệ số biến đổi trong phạm vi từ 1 đến  $\frac{2}{\sqrt{3}} = 1,155$ , chúng đạt giá trị

lớn nhất khi trạng thái biến dạng phẳng.

Biểu thức trên cũng là **biểu thức của điều kiện dẻo ứng suất tiếp lớn nhất**.

Chúng có thể dùng để xét một cách gàng đúng điều kiện dẻo trong trạng thái ứng suất khối. Hiệu ứng suất pháp chính được thay bằng ứng suất tiếp chính, ta được:

$$\tau_{12} = \pm 1/2 \beta \sigma_s \quad (6.46b)$$

Điều kiện về dấu: *khi giải các bài toán thực, cần chọn các chỉ số phù hợp với điều kiện bài toán, bảo đảm xác định đúng ứng suất pháp trung gian và ứng suất pháp lớn nhất và nhỏ nhất.*

Trường hợp  $\sigma_2 = 0$ , và chúng có thể là ứng suất trung gian hay ứng suất biên. Nếu  $\sigma_1, \sigma_3$  khác dấu,  $\sigma_1 \cdot \sigma_3 < 0$ , vậy  $\sigma_2$  là ứng suất trung gian. Nếu  $\sigma_1, \sigma_3$  cùng dấu dương,  $\sigma_1 \cdot \sigma_3 > 0$ , vậy  $\sigma_2$  là ứng suất nhỏ nhất. Nếu  $\sigma_1, \sigma_3$  cùng dấu âm,  $\sigma_1 \cdot \sigma_3 > 0$ , vậy  $\sigma_2$  là ứng suất lớn nhất, cũng là ứng suất biên.

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \pm \beta \sigma_s, \text{ khi } \sigma_1 \cdot \sigma_3 < 0;$$

$$\sigma_1 = \pm \beta \sigma_s, \text{ khi } \sigma_1 \cdot \sigma_3 > 0, \text{ và } |\sigma_1| > |\sigma_3|$$

$$\sigma_3 = \pm \beta \sigma_s, \text{ khi } \sigma_1 \cdot \sigma_3 > 0, \text{ và } |\sigma_3| > |\sigma_1|$$

Hệ số  $\beta$  là hàm của các ứng suất pháp chính.

Xét quan hệ ứng suất trung gian chính với các ứng suất pháp chính lớn nhất và nhỏ nhất, người ta định nghĩa hệ số ảnh hưởng ứng suất trung gian:  $v_\sigma$ .

Từ khảo sát vòng tròn Mo ứng suất (hình 4.6) ta thấy, điểm B, toạ độ ứng suất  $\sigma_2$ , phụ thuộc giá trị của ứng suất chính trung gian  $\sigma_{TG} = \sigma_2$ . Giá trị của ứng suất này có thể biến đổi từ  $\sigma_3$  (điểm A) đến  $\sigma_1$  (điểm C). Vậy ta có thể viết:

$$v_\sigma = \frac{\overline{O_2B}}{\overline{AC}} \cdot \frac{2}{2}$$

Khi đó,  $O_2B$  dương, nếu nằm bên phải gốc  $O_2$ .

$$v_\sigma = \frac{\frac{\sigma_2 - \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}}{2}}{\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}} = \frac{2\sigma_2 - \sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_2}$$

hay có thể viết dưới dạng ứng suất trung gian và ứng suất biên:

$$v_\sigma = \frac{\frac{\sigma_{TG} - \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2}}{2}}{\frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2}} = \frac{2\sigma_{TG} - \sigma_{max} - \sigma_{min}}{\sigma_{max} - \sigma_{min}} \quad (6.47)$$

Ta thấy, khi  $\sigma_{TG} = \sigma_{max}$  hay  $\sigma_1 = \sigma_{TG}$ ,  $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$ , thì  $v_\sigma = 1$ ,  $\beta = 1$ ; (trường hợp kéo đơn) khi  $\sigma_{TG} = \sigma_{min}$  thì  $v_\sigma = -1$ ; khi  $\sigma_{TG} = \frac{(\sigma_{max} + \sigma_{min})}{2}$  hay  $\sigma_1 = \sigma$ ,  $\sigma_2 = 0$ ,  $\sigma_3 = -\sigma_{TG}$ , thì  $v_\sigma = 0$ ,  $\beta = 1,155$ ; tương ứng trường hợp cắt thuần tuý.

Như vậy,  $v_\sigma$  biến thiên từ -1 đến 1 và xác định quan hệ giữa các ứng suất chính. Vì thế, nó đặc trưng cho trạng thái ứng suất dẻo của điểm - hay đặc trưng cho tenxơ lệch. Do đó,  $v_\sigma$  không phụ thuộc tenxơ cầu.

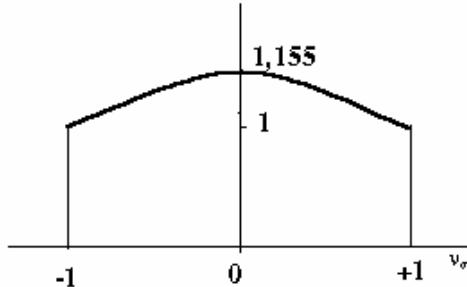
Ta có thể xác định :

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \frac{2}{\sqrt{3 + v_\sigma^2}} \sigma_s \quad (6.48)$$

$$\text{đặt} \quad \beta = \frac{2}{\sqrt{3 + v_\sigma^2}} \quad (6.49)$$

Ta có thể biểu diễn quan hệ giữa  $\beta$  và  $v_\sigma$  bằng hình 6.4.

Giá trị của  $v_\sigma$  xác định quan hệ giữa các ứng suất pháp chính, đặc trưng cho trạng thái ứng suất dẻo của điểm, nó không phụ thuộc tenxơ cầu ứng suất mà chỉ phụ thuộc tenxơ lệch ứng suất.



Hình 6.4 Biểu đồ hysteresis số Lôđê

Hai giá trị biên (-1, 1) tương ứng  $\beta = 1$ . Lúc này không có ảnh hưởng của ứng suất pháp trung gian, *điều kiện dẻo lúc đó tương ứng điều kiện dẻo Treska-St.Venant*.

Khi  $v_\sigma = 0$  thì  $\beta = 1,155$ .

Ta cũng có thể dựng vòng tròn Mo biến dạng, tương tự xét ảnh hưởng của biến dạng trung gian thông qua hệ số:

$$v_\epsilon = \frac{\frac{\epsilon_2 - \frac{\epsilon_1 + \epsilon_2}{2}}{\epsilon_1 - \epsilon_2}}{2}$$

Theo điều kiện thể tích không đổi:

$$v_\epsilon = -3 \frac{\epsilon_1 + \epsilon_3}{\epsilon_1 - \epsilon_3} \quad (6.50)$$

Đồng thời cũng có thể chứng minh:  $v_\epsilon = v_\sigma$ .

## 6.7. QUAN HỆ GIỮA ỨNG SUẤT VÀ BIẾN DẠNG KHI BIẾN DẠNG DẺO

Để giải các bài toán biến dạng tạo hình, khảo sát trạng thái ứng suất và trạng thái biến dạng dưới tác dụng của ngoại lực, đã thiết lập các quan hệ tĩnh lực của ứng suất và quan hệ biến dạng và chuyển vị. Tiếp sau đã nghiên cứu điều kiện vật liệu chuyển từ biến dạng đàn hồi sang biến dạng dẻo và thiết lập điều kiện dẻo. Nhưng, để giải bài toán tìm ứng suất hoặc biến dạng còn cần phải thiết lập quan hệ giữa ứng suất và biến dạng.

### 6.7.1. Khi biến dạng đàn hồi

Trong sức bền vật liệu, khi biến dạng đàn hồi, ứng suất tỷ lệ với biến dạng - được xác định bằng định luật Hook.

$$\text{Trong trường hợp kéo nén đơn: } \sigma = E \cdot \epsilon$$

$$\text{Trường hợp trượt thuần tuý } \tau = G \cdot \gamma$$

Trong đó: E - Môđun Young; G - Môđun trượt.

Trong biến dạng đàn hồi, E và G luôn không thay đổi. Nên quan hệ giữa ứng suất và biến dạng là quan hệ đơn trị thống nhất. Quan hệ này không phụ thuộc vào quá trình đặt tải. Quá trình biến dạng là thuận nghịch, ứng suất và biến dạng có thể sử dụng luật chồng chất đơn giản.

Ta có thể viết các quan hệ ứng suất và biến dạng theo :

$$\left. \begin{array}{l} \epsilon_x = \frac{1}{E} [\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)] \\ \epsilon_y = \frac{1}{E} [\sigma_y - \nu(\sigma_z + \sigma_x)] \\ \epsilon_z = \frac{1}{E} [\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)] \\ \gamma_{xy} = \frac{1}{G} \tau_{xy} \\ \gamma_{yz} = \frac{1}{G} \tau_{yz} \\ \gamma_{zx} = \frac{1}{G} \tau_{zx} \end{array} \right\} \quad (6.51)$$

$$\text{Quan hệ giữa } \nu, E, G : \quad G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

Từ các phương trình trên ta có thể thu được các biểu thức:

$$\begin{aligned} \epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z &= \frac{1-2\nu}{E} (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) \\ \epsilon_{tb} &= \frac{1-2\nu}{E} \sigma_{tb} \end{aligned} \quad (6.52)$$

Ta biết  $\epsilon_{tb} = \epsilon_0$  là thành phần của tensor cầu biến dạng,  $\sigma_{tb} = \sigma_0$  là thành phần

Tenxơ cầu ứng suất. Ngoài ra,  $\varepsilon_0$  còn biểu diễn sự thay đổi thể tích của một điểm vật thể ( $\frac{\Delta V}{V} = 3\varepsilon_0$ ). Vì vậy,

$$\left\{ \begin{array}{ccc} \sigma_0 & 0 & 0 \\ . & \sigma_0 & 0 \\ . & . & \sigma_0 \end{array} \right\} = \frac{E}{1-2\nu} \left\{ \begin{array}{ccc} \varepsilon_0 & 0 & 0 \\ . & \varepsilon_0 & 0 \\ . & . & \varepsilon_0 \end{array} \right\}$$

$$T_\sigma^0 = \frac{E}{1-2\nu} T_\varepsilon^0. \quad (6.53)$$

Tenxơ cầu ứng suất tỷ lệ thuận với tenxơ cầu biến dạng, và chỉ gây ra biến dạng thể tích.

Từ biểu thức (6.51) và (6.53) ta được:

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_x - \sigma_0 = 2G(\varepsilon_x - \varepsilon_0) \\ \sigma_y - \sigma_0 = 2G(\varepsilon_y - \varepsilon_0) \\ \sigma_z - \sigma_0 = 2G(\varepsilon_z - \varepsilon_0) \\ \tau_{xy} = 2G \frac{\gamma_{xy}}{2} \\ \tau_{yz} = 2G \frac{\gamma_{yz}}{2} \\ \tau_{zx} = 2G \frac{\gamma_{zx}}{2} \end{array} \right\} \quad (6.54)$$

Các thành phần trên cũng là thành phần của 2 tenxơ lệch biến dạng và tenxơ lệch ứng suất. Vậy ta có thể viết:

$$\left\{ \begin{array}{ccc} \sigma_x - \sigma_0 & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ . & \sigma_y - \sigma_0 & \tau_{yz} \\ . & . & \sigma_z - \sigma_0 \end{array} \right\} = 2G \left\{ \begin{array}{ccc} \varepsilon_x - \varepsilon_0 & \frac{1}{2}\gamma_{xy} & \frac{1}{2}\gamma_{xz} \\ . & \varepsilon_y - \varepsilon_0 & \frac{1}{2}\gamma_{yz} \\ . & . & \varepsilon_z - \varepsilon_0 \end{array} \right\} \quad (6.55)$$

$$D_\sigma = 2GD_\varepsilon$$

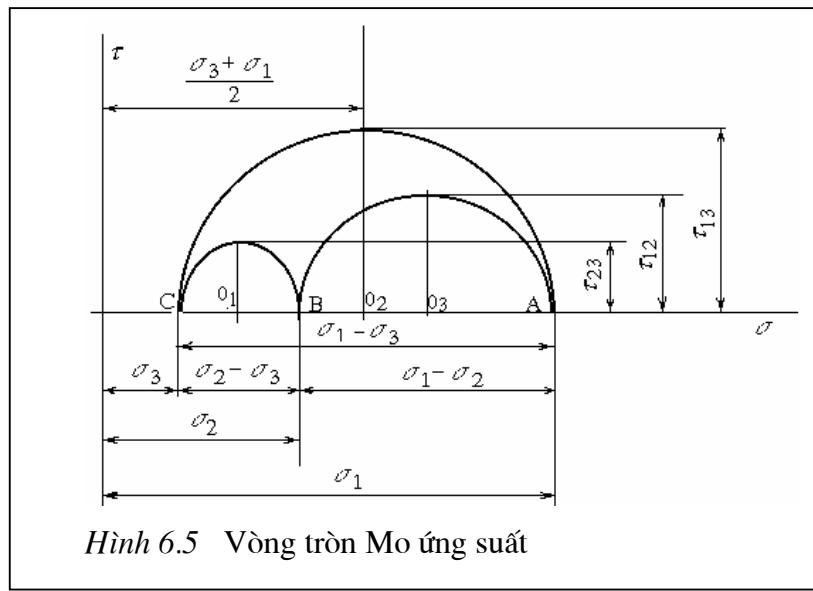
Như vậy, **tenxơ lệch ứng suất cũng tỷ lệ thuận với tenxơ lệch biến dạng**.  
**Tenxơ lệch ứng suất chỉ gây thay đổi hình dáng vật thể**.

Ta cũng có thể xác định tỷ số:

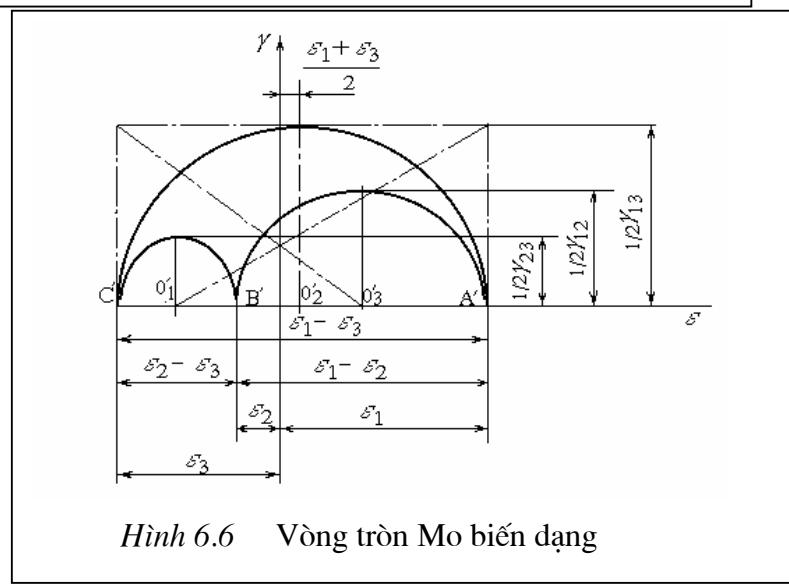
$$\frac{\sigma_x - \sigma_y}{\epsilon_x - \epsilon_y} = \frac{\sigma_y - \sigma_z}{\epsilon_y - \epsilon_z} = \frac{\sigma_z - \sigma_x}{\epsilon_z - \epsilon_x} = \frac{\tau_{xy}}{\frac{\gamma_{xy}}{2}} = \frac{\tau_{yx}}{\frac{\gamma_{yz}}{2}} = \frac{\tau_{zx}}{\frac{\gamma_{zx}}{2}} = 2G \quad (6.56)$$

Viết trong trực chính:

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{\epsilon_1 - \epsilon_2} = \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{\epsilon_2 - \epsilon_3} = \frac{\sigma_3 - \sigma_1}{\epsilon_3 - \epsilon_1} = 2G \quad (6.57)$$



Hình 6.5 Vòng tròn Mo ứng suất



Hình 6.6 Vòng tròn Mo biến dạng

Như vậy, trong giai đoạn biến dạng đàn hồi, vòng tròn Mo ứng suất và vòng tròn Mo biến dạng là như nhau.

Từ công thức trên, ta có thể chứng minh quan hệ giữa cường độ ứng suất và cường độ biến dạng trong trạng thái ứng suất phức tạp.

$$\sigma_i = E \cdot \epsilon_i \quad (6.58)$$

Biết rằng  $E = 2G(1+\nu)$

Vậy:

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{\epsilon_1 - \epsilon_2} = \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{\epsilon_2 - \epsilon_3} = \frac{\sigma_3 - \sigma_1}{\epsilon_3 - \epsilon_1} = \frac{\sigma_i}{(1+\nu) \cdot \epsilon_i} \quad (6.59)$$

Trong trường hợp biến dạng đàn hồi, cường độ ứng suất tỷ lệ với cường độ biến dạng dài, các thành phần của tensor lệch ứng suất tỷ lệ thuận với các thành phần tensor lệch biến dạng tương ứng.

Khi biến dạng đàn hồi, sau khi dỡ tải, vật thể hoàn toàn khôi phục hình dáng kích thước ban đầu. Quá trình biến dạng đàn hồi là quá trình thuận nghịch. Hình dáng và kích thước (biến dạng) của vật thể chỉ phụ thuộc và tải trọng chính tại thời điểm tác dụng, không phụ thuộc và thời gian trước đó. Như vậy, ứng suất và biến dạng có quan hệ đơn trị, không phụ thuộc quá trình đặt hay cất tải. Nhưng nếu ứng suất vượt qua giới hạn chảy, quan hệ giữa ứng suất và biến dạng hoàn toàn khác nhau khi đặt tải và cất tải.

### 6.7.2. Khi biến dạng dẻo

Các đặc điểm ứng suất biến dạng trong biến dạng dẻo:

- a. Sau khi vật liệu chảy, ứng suất và biến dạng khi đặt tải biến đổi theo một quy luật khác với biến dạng đàn hồi, lúc này  $D = \frac{d\sigma}{d\epsilon} > 0$ .
- b. Sau khi biến dạng chảy, quá trình biến dạng không thuận nghịch. Khi cất tải quá trình biến dạng theo một đường khác.

c. Tiếp sau khi cất tải, ta lại đặt tải quá trình biến dạng đi theo đường vừa cất tải, lúc này vật liệu bị biến cứng, môđun đàn hồi không thay đổi, nhưng ứng suất chảy lấy giá trị mới, tương đương giá trị tại điểm cất tải.

d. Nếu sau khi cất tải, ta đặt tải theo chiều ngược với chiều ban đầu, vật liệu biến dạng, quan hệ ứng suất và biến dạng có cùng một môđun đàn hồi, nhưng ứng suất chảy ở nửa chu kỳ sau thấp hơn. Đó là hiệu ứng Baoshinghe, biến mềm khi đặt tải ngược dấu.

Để có mối quan hệ đơn trị giữa ứng suất và biến dạng, cần thiết khống chế quá trình đặt tải.

Theo I-liu-sin, để bảo đảm sử dụng lý thuyết biến dạng dẻo nhỏ, trong quá trình đặt tải, tất cả ngoại lực ngay từ lúc bắt đầu đặt lực, phải tuân theo **quy luật**

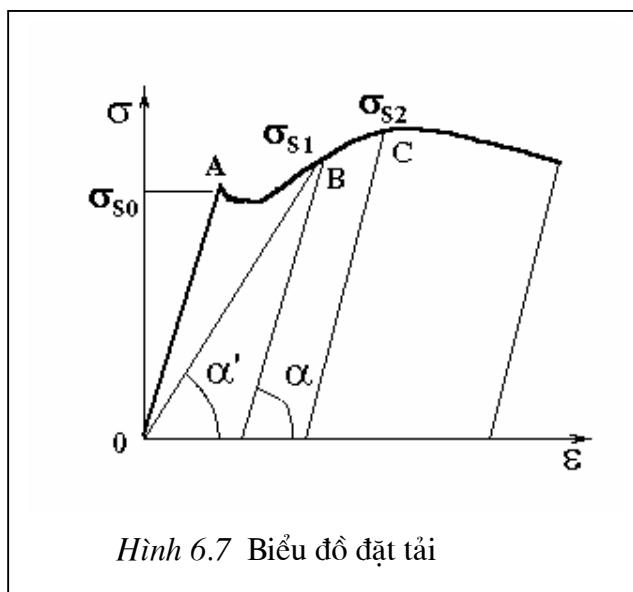
**đặt tải giản đơn**, quan hệ giữa ứng suất và biến dạng cùng theo một quy luật.

Điều kiện đặt tải giản đơn:

a. Trong quá trình **chỉ có đặt tải không có cất tải**. Vật thể biến dạng luôn ở trạng thái ứng suất phức tạp. Nếu tại mỗi thời điểm biến dạng, cường độ ứng suất của bất kỳ 1 điểm vật chất nào  $\sigma_i$ ,

đều lớn hơn cường độ ứng suất của các điểm đó tại thời điểm trước, đó là quá trình đặt tải. Biến dạng khi đặt tải gọi là biến dạng dẻo chủ động, biến dạng khi cất tải gọi là biến dạng dẻo bị động.

b. Trong quá trình đặt tải, **trục chính của ứng suất- biến dạng luôn không đổi**. Có nghĩa là: Trục chính không quay, trục chính có tên theo thứ tự 1, 2, 3 :



$\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$  và  $\varepsilon_1 > \varepsilon_2 > \varepsilon_3$  không thay đổi. Như vậy, biến dạng dẻo trên mặt ứng suất tiếp lớn nhất là kết quả tích tụ của biến dạng trượt. Trục chính ứng suất biến dạng không đổi, có nghĩa là lượng và số gia ứng suất và biến dạng xảy ra cùng một phương. Hay **phương của biến dạng dài chính trùng với phương ứng suất pháp chính. Vòng tròn Mo biến dạng tương tự về hình học với vòng tròn Mo ứng suất.** Ta có thể xác định kết quả biến dạng cuối cùng tại thời điểm đặt tải và có thể xây dựng mối quan hệ thống nhất giữa ứng suất và biến dạng. Điều kiện cần thiết nữa là thể tích vật thể biến dạng không đổi.

$$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z = 0 \quad (6.60)$$

c. Trong quá trình đặt tải các thành phần ứng suất tăng tỷ lệ với nhau:

$$\sigma_1 : \sigma_2 : \sigma_3 = C_1 : C_2 : C_3$$

nên đặt tải bắt đầu từ gốc. Điều kiện này hạn chế lịch sử đặt tải. Vì chỉ thoả mãn điều kiện a, b mới đáp ứng điều kiện c. Ngược lại thoả mãn điều kiện c thì 2 điều kiện a và b tất nhiên sẽ thoả mãn.

Hình 6.7 biểu diễn biến đồ kéo vật liệu.  $\sigma_{s0}$  là điểm bắt đầu chảy,  $\sigma_{s1}, \sigma_{s2} \dots$  là các điểm chảy tại các thời điểm tiếp theo. Do có biến cứng  $\sigma_{s0} < \sigma_{s1} < \sigma_{s2} \dots$  Ta thấy, từ gốc 0, qua rất nhiều đường đặt tải khác nhau, đi qua các điểm A đến B. Nhưng chỉ có một đường thẳng đặt tải 0AB mới thoả mãn điều kiện đặt tải giản đơn.

Giả thiết đặt tải thoả mãn điều kiện đặt tải giản đơn, khi biến dạng dẻo, ứng suất và biến dạng có quan hệ đơn trị. Trong một điều kiện nhất định, dù vật thể ở trạng thái ứng suất nào các thành phần của tensor lệch ứng suất tỷ lệ với các thành phần của tensor lệch biến dạng. Ta cũng có thể rút ra từ 2 vòng tròn Mo.

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{\varepsilon_1 - \varepsilon_2} = \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{\varepsilon_2 - \varepsilon_3} = \frac{\sigma_3 - \sigma_1}{\varepsilon_3 - \varepsilon_1} = 2G' \quad (6.61)$$

Trong đó  $G'$  là một hệ số tỷ lệ tại một thời điểm biến dạng.  $G'$  chỉ phụ thuộc vật liệu và mức độ biến dạng không phụ thuộc trạng thái ứng suất.

Từ biểu thức trên đa được:

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_x - \sigma_0 = 2G'(\varepsilon_x - \varepsilon_0) \\ \sigma_y - \sigma_0 = 2G'(\varepsilon_y - \varepsilon_0) \\ \sigma_z - \sigma_0 = 2G'(\varepsilon_z - \varepsilon_0) \\ \tau_{xy} = 2G \frac{\gamma_{xy}}{2} \\ \tau_{yz} = 2G \frac{\gamma_{yz}}{2} \\ \tau_{zx} = 2G \frac{\gamma_{zx}}{2} \end{array} \right\} \quad (6.62)$$

Khi biến dạng dẻo, hai vòng tròn Mo ứng suất và vòng tròn Mo biến dạng như nhau  $v_\sigma = v_\varepsilon$ . Do  $\sigma_0 = \sigma_{TB} = 1/3 (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)$  và điều kiện thể tích không đổi:  $\varepsilon_0 = 1/3 (\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z)$  nên phương trình quan hệ vật lý giữa biến dạng và ứng suất khi biến dạng dẻo có thể viết dưới dạng sau.

Khi biến dạng dẻo, thể tích vật thể biến dạng không đổi, nên hệ số 1/2 trong biểu thức trên chính là hệ số Poisson ( $v_p = 1/2$ ). Như vậy, Biểu thức tính biến dạng dẻo  $\varepsilon$  hoàn toàn tương tự với biểu thức tính biến dạng đàn hồi. Thay mô đun đàn hồi  $E$  bằng một hệ số  $E'$  và gọi là môđun biến dạng dẻo loại I.

$$\left. \begin{array}{l} \varepsilon_x = \frac{1}{3G'} [\sigma_x - \frac{1}{2}(\sigma_y + \sigma_z)] \\ \varepsilon_y = \frac{1}{3G'} [\sigma_y - \frac{1}{2}(\sigma_z + \sigma_x)] \\ \varepsilon_z = \frac{1}{3G'} [\sigma_z - \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y)] \\ \gamma_{xy} = \frac{1}{G'} \tau_{xy} \\ \gamma_{yz} = \frac{1}{G'} \tau_{yz} \\ \gamma_{zx} = \frac{1}{G'} \tau_{zx} \end{array} \right\} \quad (6.63)$$

Mặt khác, khi biến dạng dẻo:

$$G = \frac{1}{2(1+\nu_p)} E.$$

nếu trên  $\nu_p = \frac{1}{2}$ . Ta được:  $G = 1/3.E$ . (6.64)

Trong điều kiện biến dạng dẻo:  $G' = 1/3E'$ .

Biểu thức tính biến dạng có thể viết lại:

$$\left. \begin{array}{l} \varepsilon_x = \frac{1}{E'} [\sigma_x - \frac{1}{2}(\sigma_y + \sigma_z)] \\ \varepsilon_y = \frac{1}{E'} [\sigma_y - \frac{1}{2}(\sigma_z + \sigma_x)] \\ \varepsilon_z = \frac{1}{E'} [\sigma_z - \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y)] \\ \gamma_{xy} = \frac{1}{G'} \tau_{xy} \\ \gamma_{yz} = \frac{1}{G'} \tau_{yz} \\ \gamma_{zx} = \frac{1}{G'} \tau_{zx} \end{array} \right\} \quad (6.65)$$

$G'$  có thể gọi là môđun dẻo thứ 2.

Viết biểu thức trong hệ toạ độ chính:

$$\left. \begin{array}{l} \varepsilon_1 = \frac{1}{3G'} [\sigma_1 - \frac{1}{2}(\sigma_2 + \sigma_3)] \\ \varepsilon_2 = \frac{1}{3G'} [\sigma_2 - \frac{1}{2}(\sigma_3 + \sigma_1)] \\ \varepsilon_3 = \frac{1}{3G'} [\sigma_3 - \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_2)] \end{array} \right\} \quad (6.66)$$

Ta có thể kết luận: **Trong điều kiện đặt tải giản đơn, quan hệ giữa ứng suất và biến dạng khi biến dạng dẻo cũng giống như trong biến dạng đàn hồi. Chỉ cần thay các môđun  $E$ ,  $G$ ,  $v$  trong biểu thức quan hệ ứng suất và biến**

*dạng của dàn hồi bằng các môđun dẻo E', G' b và 1/2, ta được biểu thức biểu diễn quan hệ ứng suất biến dạng trong biến dạng dẻo.*

Ta có thể viết mối quan hệ giữa các tenxơ lêch ứng suất và tenxơ lêch biến dạng khi biến dạng dẻo:

$$D_\sigma = 2G' D_\varepsilon, \quad (6.67)$$

trong điều kiện biến dạng dẻo, thể tích vật thể không đổi  $\varepsilon_0 = 0$ ,  $D_\varepsilon = T_\varepsilon$ .

$$\text{Vậy } D_\sigma = 2G' T_\varepsilon. \quad (6.68)$$

Có nghĩa là khi biến dạng dẻo, tenxơ biến dạng tỷ lệ với tenxơ lêch ứng suất.

**Trạng thái biến dạng khi biến dạng dẻo chỉ phụ thuộc tenxơ lêch ứng suất và không phụ thuộc tenxơ cầu ứng suất.**

Ta cũng có thể xác định cường độ ứng suất khi biến dạng dẻo thông qua cường độ biến dạng:

$$\sigma_i = E' \cdot \varepsilon_i \quad (6.69)$$

trong đó  $\varepsilon_i$  là cường độ biến dạng khi biến dạng dẻo:

$$\varepsilon_i = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_3 - \varepsilon_1)^2} \quad (6.70)$$

Cường độ biến dạng dẻo  $\varepsilon_i$  đặc trưng cho mức độ hoá bén của vật liệu. Trong điều kiện đặt tải giản đơn, cường độ ứng suất là hàm của cường độ biến dạng,  $\sigma_i = f(\varepsilon_i)$ , ta có thể xác định được qua các thực nghiệm kéo (nén). Quan hệ này phụ thuộc vật liệu, không phụ thuộc trạng thái ứng suất khi vật thể biến dạng. Như vậy, ta có thể dùng bất kỳ trạng thái ứng suất nào, qua biện pháp đặt tải giản đơn, xác định giá trị của  $\sigma_i$  và  $\varepsilon_i$  tại từng thời điểm biến dạng, từ đó ta có thể thiết lập quan hệ hàm số  $\sigma_i = f(\varepsilon_i)$ . Nhờ đó ta xác định các thành phần ứng suất hoặc thành phần biến dạng.

Giả thiết, nhờ thực nghiệm kéo ta xác định được đường cong US-BD của vật liệu. Tại mỗi điểm, xác định được môđun  $E'$ :

$$E' = \frac{\sigma_i}{\varepsilon_i} \quad (6.71)$$

Thay vào biểu thức quan hệ ứng suất biến dạng ta được:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{\varepsilon_i}{\sigma_i} [\sigma_x - \frac{1}{2}(\sigma_y + \sigma_z)] \\ \varepsilon_y &= \frac{\varepsilon_i}{\sigma_i} [\sigma_y - \frac{1}{2}(\sigma_z + \sigma_x)] \\ \varepsilon_z &= \frac{\varepsilon_i}{\sigma_i} [\sigma_z - \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y)] \\ \gamma_{xy} &= \frac{3\varepsilon_i}{\sigma_i} \tau_{xy} \\ \gamma_{yz} &= \frac{3\varepsilon_i}{\sigma_i} \tau_{yz} \\ \gamma_{zx} &= \frac{3\varepsilon_i}{\sigma_i} \tau_{zx} \end{aligned} \right\} \quad (6.72)$$

hay

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{\varepsilon_i}{\sigma_i} [\sigma_1 - \frac{1}{2}(\sigma_2 + \sigma_3)] \\ \varepsilon_2 &= \frac{\varepsilon_i}{\sigma_i} [\sigma_2 - \frac{1}{2}(\sigma_3 + \sigma_1)] \\ \varepsilon_3 &= \frac{\varepsilon_i}{\sigma_i} [\sigma_3 - \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_2)] \end{aligned} \right\} \quad (6.73)$$

Tỷ lệ hiệu các ứng suất và hiệu các biến dạng có thể viết:

$$\frac{\sigma_x - \sigma_y}{\varepsilon_x - \varepsilon_y} = \frac{\sigma_y - \sigma_z}{\varepsilon_y - \varepsilon_z} = \frac{\sigma_z - \sigma_x}{\varepsilon_z - \varepsilon_x} = \frac{\tau_{xy}}{\frac{\gamma_{xy}}{2}} = \frac{\tau_{yx}}{\frac{\gamma_{yx}}{2}} = \frac{\tau_{zx}}{\frac{\gamma_{zx}}{2}} = \frac{\sigma_i}{\frac{3}{2}\varepsilon_i} \quad (6.74)$$

Viết trong hệ trực chính:

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{\varepsilon_1 - \varepsilon_2} = \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{\varepsilon_2 - \varepsilon_3} = \frac{\sigma_3 - \sigma_1}{\varepsilon_3 - \varepsilon_1} = \frac{\sigma_i}{\frac{3}{2}\varepsilon_i}. \quad (6.75)$$

Viết với ứng suất trung bình:

$$\sigma_{TB} = \frac{2}{3} \cdot \frac{\sigma_i}{\varepsilon_i} \cdot \varepsilon_i; \quad \sigma_1 - \sigma_{TB} = \frac{2}{3} \cdot \frac{\sigma_i}{\varepsilon_i} \cdot \varepsilon_1; \quad \sigma_2 - \sigma_{TB} = \frac{2}{3} \cdot \frac{\sigma_i}{\varepsilon_i} \cdot \varepsilon_2; \quad \sigma_3 - \sigma_{TB} = \frac{2}{3} \cdot \frac{\sigma_i}{\varepsilon_i} \cdot \varepsilon_3 \quad (6.76)$$

Biểu thức trên cũng có thể dùng để xác định ứng suất và biến dạng tại các toạ độ x, y, z bất kỳ; nhưng cần sử dụng thêm các biểu thức:

$$\tau_{xy} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sigma_i}{\varepsilon_i} \cdot \gamma_{xy}; \tau_{yz} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sigma_i}{\varepsilon_i} \cdot \gamma_{yz}; \tau_{zx} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sigma_i}{\varepsilon_i} \cdot \gamma_{zx}; \quad (6.77)$$

Khi dùng các phương trình vật lý biến dạng dẻo nói trên cần chú ý:

a. Các phương trình vật lý biến dạng dẻo được xây dựng trên điều kiện đặt tải giản đơn. Nếu đặt tải không thoả mãn điều kiện giản đơn, thì các biểu thức trên không thể thiết lập được. Có nghĩa là, trong điều kiện gia tải phức tạp, không được sử dụng các biểu thức kể trên để xác định ứng suất- biến dạng khi biến dạng dẻo. Thực tế tính toán cho thấy, thoả mãn điều kiện đặt tải giản đơn rất khó, nhất là điều kiện thứ 3 (c). Đường đặt tải thực và đặt tải giản đơn có sự khác biệt. Nếu muốn sử dụng đặt tải giản đơn, cần phải sử dụng điều kiện gần đúng. Nhưng phải bảo đảm các điều kiện: ***quá trình biến dạng chỉ có đặt tải, trục chính không quay, thứ tự trục chính không đổi.***

b. Ta thấy có sự khác biệt giữa các mô đun đàn hồi E và G với môđun dẻo E' và G'. Môđun đàn hồi là hằng số của vật liệu, ta có thể xác định được bằng các thực nghiệm vật liệu trong điều kiện nhiệt độ và tốc độ gia tải. Các giá trị này phụ thuộc điều kiện cơ nhiệt không phụ thuộc trạng thái. Các môđun dẻo E' và G' không phải là hằng số. Chúng biến đổi ngay trong quá trình biến dạng dẻo. Mỗi thời điểm biến dạng có một giá trị. Trong vùng biến dạng đàn hồi  $E = \tan \alpha$ , còn trong vùng biến dạng dẻo  $E' = \tan \alpha'$ , trong đó  $\alpha'$  luôn thay đổi. Vậy, tại thời điểm bắt đầu biến dạng dẻo, ta có thể coi  $E \approx E'$  và  $\alpha \approx \alpha'$ . Có nghĩa là, ta có thể xác định giá trị biến dạng dẻo thông qua trạng thái ứng suất đàn hồi, và có thể sử dụng các quan hệ thức của đàn hồi để tính gần đúng cho trường hợp biến dạng dẻo. Các phương trình quan hệ ứng suất và biến dạng phải dựa trên cơ sở biến dạng dẻo nhỏ. Hệ số tỷ lệ còn phụ thuộc vào biến cứng của vật liệu và là hàm của biến dạng.

Lý thuyết chảy dẻo được dựa trên cơ sở xác lập quan hệ giữa ứng suất và tốc độ biến dạng. Các giả thiết để thiết lập các quan hệ đó như các giả thiết sử dụng khi lập các quan hệ giữa ứng suất và biến dạng.

- a. Phương của tốc độ biến dạng dài chính trùng với phương ứng suất pháp chính.
- b. Vòng tròn Mo tốc độ biến dạng có dạng hình học như vòng tròn Mo ứng suất.
- c. Thể tích vật thể khi biến dạng không đổi.

$$\dot{\varepsilon}_1 + \dot{\varepsilon}_2 + \dot{\varepsilon}_3 = \dot{\varepsilon}_x + \dot{\varepsilon}_y + \dot{\varepsilon}_z = 0.$$

Hệ số tỷ lệ trong các phương trình cần thay ký hiệu  $G'$  và  $E'$  bằng  $G''$  và  $E''$ .

$$E'' = \frac{\sigma_i}{\dot{\varepsilon}_i}.$$

Vậy, theo lý thuyết chảy dẻo, cường độ ứng suất (ứng suất chảy) đối với mỗi vật liệu là hàm số của tốc độ biến dạng.

$$\sigma_i = \varphi(\dot{\varepsilon}_i) = E''.\dot{\varepsilon}_i$$

Các phương trình quan hệ ứng suất và tốc độ biến dạng cũng giống như các phương trình ứng suất -biến dạng. Khi sử dụng, cần thay ký hiệu biến dạng bằng tốc độ biến dạng, thay hệ số tỷ lệ tương ứng.

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{\dot{\varepsilon}_1 - \dot{\varepsilon}_2} = \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{\dot{\varepsilon}_2 - \dot{\varepsilon}_3} = \frac{\sigma_3 - \sigma_1}{\dot{\varepsilon}_3 - \dot{\varepsilon}_1} = \frac{\sigma_i}{\frac{3}{2}\dot{\varepsilon}_i} = 2G'' \quad (6.78)$$

Lý thuyết chảy dẻo khi sử dụng phương trình cân bằng động cho phép giải các bài toán động khi biến dạng dẻo, đồng thời tính toán sức bền theo tốc độ biến dạng, từ phương pháp này ta có thể giải các bài toán chảy dẻo và từ biến, nội dung cụ thể được trình bày ở tài liệu khác.

## Chương 7

### TÍNH DẺO VÀ TRỞ LỰC BIẾN DẠNG CỦA VẬT LIỆU KIM LOẠI

#### 7.1. MỘT SỐ THUỘC TÍNH BIẾN DẠNG CỦA VẬT LIỆU

##### 7.1.1. Khái niệm chung

Xuất hiện và phát triển biến dạng dẻo là một quá trình phức tạp, quá trình biến dạng dẻo thường kèm theo các hiện tượng vật lý-hóa học, hiện tượng tạo thành lêch mạng, song tinh, trượt giữa các phần mạng, tạo ra các vết nứt tế vi và thô đại. Như vậy, biến dạng dẻo còn phụ thuộc vào trạng thái vật lý của vật liệu.

Biến dạng dẻo là quá trình biến đổi các yếu tố *thuộc tính và trạng thái* của vật liệu. Lý thuyết dẻo vật lý nghiên cứu các tác động của các yếu tố cơ - nhiệt: tác động của *thành phần - tổ chức* vật liệu, *nhiệt độ và tốc độ biến dạng* đến các thuộc tính dẻo và biến dạng của vật liệu. Để giải các bài toán về biến dạng dẻo, người ta dùng đến 1 số giả thiết như vật thể biến dạng *đẳng hướng, đồng nhất, liên tục* để có thể mô hình hóa và giải bài toán được dễ dàng.

Ngoài ra, còn cần sử dụng một số quy luật trong biến dạng dẻo:

-Sự thay đổi thể tích tương đối do biến dạng đàn hồi và tỷ lệ với ứng suất trung bình;

-Ten xơ lêch biến dạng tỷ lệ với ten xơ lêch ứng suất, hay hướng của các ten xơ lêch biến dạng đồng hướng với ten xơ ứng suất; các thành phần của 2 ten xơ đó cũng tỷ lệ với nhau;

-Không có định luật duy nhất giữa ứng suất và biến dạng, do quan hệ đó không chỉ phụ thuộc tính chất vật liệu, mà còn phụ thuộc trạng thái chịu lực, tính phi tuyến là đặc trưng của biến dạng dẻo.

-Bài toán biến dạng dẻo cần liên kết chặt với các thực nghiệm. Biến dạng dẻo phụ thuộc tốc độ biến dạng, nên khi giải bài toán có bài toán biến dạng tĩnh, có bài toán biến dạng tốc độ cao, đồng thời có bài toán tốc độ biến dạng chậm (từ biến). Khi xác định nghiệm của các bài toán cần phải sử dụng các giá trị thực nghiệm để bổ xung và kiểm nghiệm các kết quả tính toán.

### 7.1.2. Các loại mô hình vật liệu

Trong cơ học vật rắn biến dạng, sự chảy của vật liệu được xây dựng dựa trên quan hệ giữa 2 tenxơ đối xứng với tham số thời gian. Hai ten xơ ứng suất và ten xơ biến dạng mô tả các thuộc tính cơ nhiệt của vật liệu như sau:

$$T_\sigma = T_\sigma [T_\varepsilon(\tau)]_{t_0}^t \quad (7.1)$$

$$T_\varepsilon = T_\varepsilon [T_\sigma(\tau)]_{t_0}^t \quad (7.2)$$

Để giải các bài toán trên cần tiến hành một loạt các thực nghiệm và xây dựng các mô hình cho phép mô tả các thuộc tính khác nhau của vật chất. Các tính chất cơ bản của vật liệu có thể rút ra từ thực nghiệm thử kéo đơn mẫu trụ, do tạo được trạng thái ứng suất và biến dạng đồng nhất tại phần giữa mẫu mâu tròn đường kính  $d_0$ , với chiều dài  $l_0$  gấp 5 hoặc 10 lần đường kính. Kết quả ta được biểu đồ P-Δl. Dạng của biểu đồ phụ thuộc tính chất vật liệu, kích thước mẫu. Để được biểu đồ chỉ phản ảnh đặc trưng cơ học vật liệu, cần chuyển toạ độ thành  $\sigma - \delta$ .

Trong giai đoạn đàn hồi, quan hệ ứng suất và biến dạng tuân theo định luật Hooke tổng quát:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1+\nu}{E} \sigma_{ij} - \frac{\nu}{E} \delta_{ij} \sigma_{kk} \quad (7.3)$$

Nhưng trong công áp lực, trạng thái ứng suất nhiều chiều, như vậy, cần xây dựng một quan hệ  $\sigma - \delta$  có thể đặc trưng cho ứng suất 3 chiều. Cho nên, người ta tìm quan hệ ứng suất thực và biến dạng, thông qua quan hệ cường độ ứng suất và cường độ biến dạng:  $\sigma_i = f(\varepsilon_i)$ . Vấn đề này đã được nghiên cứu ở mục đường cong biến cứng. Trong biến dạng dẻo, trong các điều kiện nhiệt độ và tốc độ biến dạng khác nhau, ứng xử của vật liệu khác nhau. Vì vậy, cần mô hình hóa thuộc tính của chúng để từ đó định ra mối quan hệ toán học giữa ứng suất và biến dạng, có thể sử dụng trong tính toán.

#### *Mô hình vật liệu đàn hồi tuyến tính*

Mô hình bài toán đàn hồi, ứng suất hoàn toàn tỷ lệ với biến dạng :

$$\sigma = E \cdot \varepsilon, \quad (7.4)$$



Đây là mô hình dạng lò xo.

### Mô hình vật liệu đàn nhót tuyến tính :

$$\sigma = \mu' d\epsilon/dt \quad (7.5)$$

Theo định luật nhót Newton,

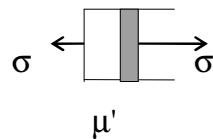
mô hình có dạng một pitton dịch chuyển  
trong xilanh chứa đầy vật liệu lỏng nhớt.  
Lúc đó chất lỏng chảy qua lỗ nhỏ giữa xilanh-pitton.

### Mô hình vật liệu dẻo lý tưởng $\sigma = \sigma_s$ (7.6)

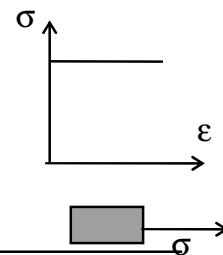
Khi vật liệu chịu lực dưới giới hạn chảy, không  
có biến dạng, kể cả biến dạng đàn hồi.

Mô hình như vật dịch chuyển trên mặt  
có ma sát khô.

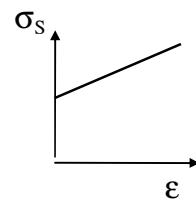
Hình 7.1a.



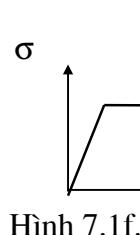
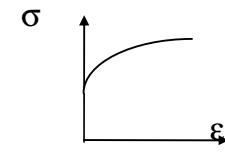
Hình 7.1b.



Hình 7.1c.



Hình 7.1e.



Hình 7.1f.

### Mô hình biến dạng dẻo cứng

Mô hình vật liệu biến dạng dẻo có  
hoá bền tuyến tính hoặc phi tuyến.

$$\sigma = E \cdot \epsilon^n \quad (7.7)$$

Trong đó: n - hệ số biến cứng.

Mô hình giống như mắc song song hoặc  
nối tiếp một lò xo và một vật trượt trên sàn.

### Mô hình vật liệu đàn dẻo

Vật liệu biến dạng đàn hồi  $\epsilon_{dh}$  và biến dạng dẻo  $\epsilon_{deo}$ .

$$\text{Tổng biến dạng } \epsilon = \epsilon_{dh} + \epsilon_{deo}. \quad (7.8)$$

Có thể có các trường hợp như sau:

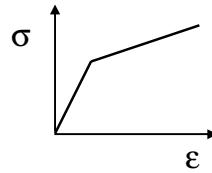
Vật liệu đàn dẻo lý tưởng.

Có nghĩa là khi biến dạng dẻo không kèm theo biến cứng.

Vật liệu đàn dẻo biến cứng tuyến tính

$$\sigma = E\epsilon \text{ khi } 0 < \epsilon < \epsilon_T \quad (7.9)$$

$$\sigma = \sigma_T \text{ khi } \epsilon > \epsilon_T \quad (7.10)$$

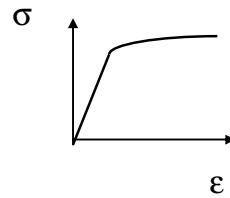


Vật liệu đàn dẻo biến cứng phi tuyến

Hình 7.1g.

là dạng vật liệu thường gấp như thép.

Chúng có biến dạng đàn hồi và biến dạng dẻo có biến cứng. Có thể biểu diễn bằng công thức quan hệ ứng suất và biến dạng.



### Mô hình vật liệu đàn nhót

Hình 7.1h.

Trong trường hợp biến dạng nóng, một số vật liệu có thuộc tính đàn nhót hoặc dẻo nhót.

Trường hợp mô hình ghép nối tiếp phần tử đàn hồi và phần tử nhót, tốc độ biến dạng :  $\xi = d\epsilon/dt$  là tổng của tốc độ biến dạng đàn hồi

$$\xi^{\text{dh}} = 1/E \cdot d\sigma/dt \text{ và biến dạng nhót } \epsilon^{\text{đeo}} = \sigma/\mu'.$$

$$\text{Vậy ta có: } \frac{d\epsilon}{dt} = \frac{1}{E} \cdot \frac{d\sigma}{dt} + \frac{\sigma}{\mu'} \quad (7.11)$$

Biểu thức trên tương ứng mô hình đàn nhót MAXWELL. Mô hình biểu diễn hiện tượng dão.

Nếu mắc song song phần tử đàn hồi và phần tử nhót, ta được một mô hình biểu diễn ứng suất tác dụng bằng tổng các ứng suất thành phần.

$$\text{Ứng suất biến dạng đàn hồi: } \sigma^{\text{dh}} = E\epsilon \quad (7.12)$$

$$\text{và ứng suất biến dạng nhót: } \sigma^{\text{nh}} = \mu' \cdot d\epsilon/dt \quad (7.13)$$

$$\text{ta được } \sigma = E\epsilon + \mu' d\epsilon/dt \quad (7.14)$$

Biểu thức trên không biểu diễn quá trình dão, vì khi  $\epsilon = \text{const}$  ứng suất cũng const, vật liệu có tính chất của môi trường đàn hồi. Nhưng nếu ứng suất  $\sigma = \text{const}$ , biến dạng thay đổi theo quy luật:

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} (1 - e^{-\frac{E}{\mu'} t}). \quad (7.15)$$

tiến dần đến  $\sigma/E$  và xảy ra bò.

Xét tổng hợp tính nhớt và dẻo. Liên kết 2 phần tử nhớt và dẻo ta được mô hình dẻo-nhớt. Chúng có đặc tính môi trường nhớt tuyếng tính khi  $\sigma < \sigma_s$  và có tính dẻo lý tưởng khi  $\sigma = \sigma_s$ . Môi trường dẻo nhớt đó còn gọi là môi trường Svedov-Binghem.

$$\sigma = \sigma_s + \mu' \frac{d\varepsilon}{dt} \quad \text{khi } \sigma \geq \sigma_s \quad (7.16)$$

Khi  $\sigma < \sigma_s$  không có biến dạng.

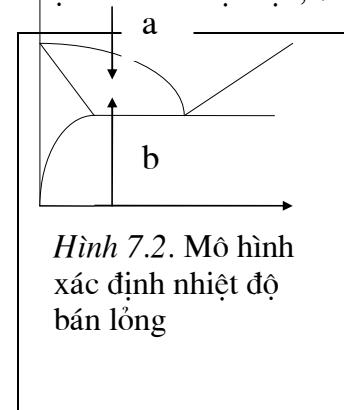
### **Mô hình các thuộc tính vật liệu composit và vật liệu khác**

Khi giải các bài toán thiết kế tự động, có thể gấp các bài toán với các vật liệu lỏng, vật liệu từ, vật liệu bán lỏng. Khi giải bài toán truyền nhiệt, cần dùng các thuộc tính nhiệt của vật liệu.

Khi giải bài toán với vật liệu lỏng, hoặc giả lỏng cần định nghĩa và sử dụng các bài toán biến dạng của vật liệu lỏng: bài toán dòng chảy.

Khi ép vật liệu bán lỏng, cần xác định lại mô hình thuộc tính của vật liệu, để giải bài toán chất lỏng.

Do nhiệt độ ép nằm giữa đường lỏng và đường đặc, nên cấu trúc vật liệu gồm 2 pha chính: pha rắn và pha lỏng với các thành phần và cấu trúc khác nhau. Ta có thể mô hình hóa vật liệu tổ hợp đó như sau: Từ giản đồ ta xác định hàm lượng theo khối lượng của pha lỏng và pha rắn, sau đó xác định hàm lượng theo thể tích, quan hệ với mật độ.



Hình 7.2. Mô hình xác định nhiệt độ bán lỏng

$$f_l = 1 - \frac{\rho_l (1 - g^l)}{\rho_l + g^l (\rho_R - \rho_l)} \quad (7.17)$$

Trong đó :  $g^1$ - hàm lượng khối lượng pha lỏng;

$\rho_l, \rho_R$  - mật độ pha lỏng và pha rắn.

Cũng có thể xác định hàm lượng của pha rắn  $f_R$ .

Trên cơ sở thực nghiệm, xác định quan hệ giữa tỷ trọng hàm lượng các pha  $f_l/f$  và  $f_R/f$  đến các tính chất của vật liệu. Trên cơ sở kết quả thực nghiệm, xác định vật liệu thuộc mô hình chất lỏng Newton hay phi Newton, có thuộc tính dẻo - nhớt hay thuộc tính giả dẻo. Từ đó xác định các hệ số cho các biểu thức tính toán, để đưa vào cho máy tính.

### 7.1.3. Các thuộc tính khác

Quan hệ giữa các hệ số đó được liệt kê theo bảng sau:

Bảng 7.1

Đại lượng	K	E	G	v
<b>K,E</b>	-	-	$\frac{3KE}{(9K - E)}$	$\frac{1}{2} - \frac{E}{6K}$
<b>K,G</b>		$\frac{9KG}{(3K - G)}$		$\frac{1}{2} \left( \frac{3K - 2G}{3K + 2G} \right)$
<b>K,v</b>		$3K(1 - 2v)$	$\frac{3}{2} \cdot K \cdot \left( \frac{1 - 2v}{1 + v} \right)$	-
<b>E,G</b>	$\frac{E}{3(3G - E)}$			$\frac{E}{2G} - 1$
<b>E,v</b>	$\frac{E}{3(1 - 2v)}$		$\frac{E}{2(1 + v)}$	
<b>G,v</b>	$\frac{3}{2}G\left(\frac{1+v}{1-2v}\right)$			

Trong bài toán dẻo sử dụng các thuộc tính cơ học :

- Mô đun đàn hồi pháp tuyến E, hoặc Ex, Ey, Ez;
- Mô đun trượt G, hoặc Gxy, Gyz, Gxz;

- Hỗn số Poisson  $\nu$ ;
- Hỗn số biến dạng thể tích K.

Mô đun đàn hồi, hỗn số  $\nu$  và hỗn số dãn nở nhiệt của một số vật liệu:

Bảng 7.2

Vật liệu	Mô đun đàn hồi E, GPa	Hỗn số Poisson $\nu$	$\alpha$ , $\times 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$
Tungsten	340~380	0,2	4,3
Niken	210	0,31	13
Thép	194~205	0,33	17
Hợp kim đồng	96~110	0,34	19,1~21,2
Nhôm	70	0,33	23
Gang xám	83~170	0,2~0,3	9,9~12

## 7.2. KHÁI NIỆM VỀ TRỎ LỰC BIẾN DẠNG VÀ TÍNH DẺO CỦA VẬT LIỆU

### 7.2.1. Tính dẻo của vật liệu:

Tính dẻo của vật liệu là khả năng chịu tác dụng của ngoại lực để biến dạng dẻo mà không bị phá huỷ.

Tính dẻo không đồng nghĩa với độ dẻo. Độ dẻo của vật liệu là mức độ biến dạng dẻo dưới tác dụng của ngoại lực trong điều kiện nhiệt độ, tốc độ biến dạng và trạng thái ứng suất nhất định mà không được phá huỷ. Độ dẻo được đo bằng các chỉ số dẻo như độ dãn dài tỷ đối, độ co thắt tỷ đối, độ dai va đập... Tính dẻo của vật liệu khác tính mềm dẻo của vật liệu. Tính mềm dẻo là tính chống lại biến dạng của kim loại. Thí dụ, chì là kim loại có tính dẻo tốt và tính mềm dẻo tốt. Trong thực tế, rất ít kim loại có đồng thời 2 thuộc tính đều tốt như vậy. Thép không gỉ ôstenit ở trạng thái nguội có thể chịu được biến dạng lớn không bị phá huỷ, có nghĩa trong điều kiện đó kim loại có tính dẻo tốt. Nhưng, thép đó lại có tính mềm dẻo kém.

Tính dẻo của vật liệu là hàm số của các thuộc tính của vật liệu: thành phần, tổ chức hợp kim, cấu trúc tinh thể; đồng thời còn là hàm của trạng thái biến dạng vật

liệu: trạng thái ứng cơ học, sự đồng đều của trạng thái ứng suất và biến dạng; nhiệt độ và sự đồng đều nhiệt độ; tốc độ biến dạng. Cao su, nhựa đường có tính dẻo kém nhưng có độ dẻo cao, thép không gỉ có tính dẻo tốt ở nhiệt độ thấp, chịu lực lớn để biến dạng dẻo nhưng không bị phá huỷ, độ dẻo thấp. Thạch anh dưới áp suất thuỷ tĩnh không bị phá vỡ, chịu áp lực rất lớn và độ dẻo rất nhỏ. Kim loại có tính dẻo ở nhiệt độ cao, thép có tính dẻo cao khi tổ chức nằm ở vùng tổ chức ôstenit, có tính dẻo kém khi ở vùng tổ chức 2 pha, hoặc quá nhiệt. Chì có tính dẻo tốt, độ dẻo cao ở nhiệt độ thường, nhưng dưới áp lực thuỷ tĩnh chì không biến dạng, nếu ứng suất bằng giới hạn bền, chì bị vỡ vụn.

Nghiên cứu tính dẻo và xác định định độ dẻo của vật liệu khi gia công áp lực là một việc rất cần thiết, trước khi xác định chế độ biến dạng tạo hình.

### 7.2.2. Trở lực biến dạng.

Trở lực biến dạng là đại lượng đánh giá thuộc tính chịu lực của vật liệu, là một đại lượng dùng để xác định lực cần thiết để vật liệu biến dạng. Tuỳ theo điều kiện biến dạng, trở lực biến dạng tỷ lệ thuận với giới hạn chảy hoặc giới hạn bền vật liệu.

Trở lực biến dạng không hoàn toàn đồng nhất với tính dẻo của vật liệu. Trong *cùng một trạng thái và điều kiện biến dạng nhất định, trở lực biến dạng tỷ lệ thuận với tính dẻo của vật liệu*. Trở lực biến dạng được xác định bằng áp lực đơn vị của vật liệu tác dụng lên dụng cụ gia công.

Trở lực biến dạng được xác định bằng áp lực đơn vị

$$P = p_{TB}F$$

$$p_{TB} = n \sigma_s \quad (7.18)$$

trong đó:  $p_{TB}$  - áp lực đơn vị trung bình lên dụng cụ;

$$n = n_\sigma n_v n_{bc}$$

$n_\sigma$  - hệ số xét ảnh hưởng của trạng thái ứng suất, hệ số này ảnh hưởng lớn đến áp lực đơn vị, thường khoảng 0,7~0,8.

$n_v$  - hệ số xét ảnh hưởng tốc độ biến dạng

$n_{bc}$  - hệ số xét ảnh hưởng của biến cứng

$\sigma_s$  - giới hạn chảy.

### 7.3. ẢNH HƯỞNG CỦA THÀNH PHẦN HOÁ HỌC ĐẾN TRỞ LỰC BIẾN DẠNG VÀ TÍNH DẺO KIM LOẠI

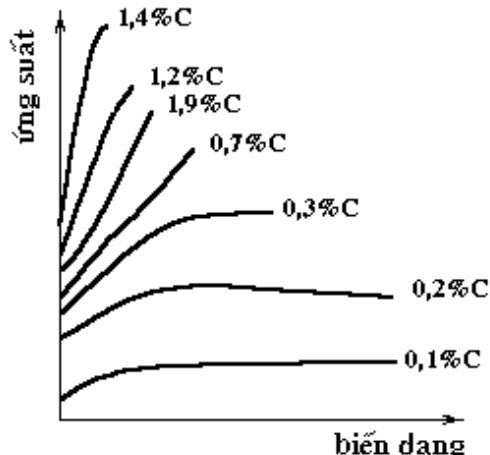
Các kim loại khác nhau, trở lực biến dạng khác nhau, kim loại nguyên chất có trở lực biến dạng nhỏ hơn hợp kim. Nói chung, kim loại nguyên chất và các dung dịch rắn của chúng có tính dẻo tốt, các hợp chất hoá học có tính dẻo kém. Xét tính dẻo và trở lực biến dạng của thép các bon ta thấy:

Fe. Kim loại nguyên chất Fe có tính dẻo tốt, trở lực biến dạng nhỏ, độ dẻo lớn.

C%. Khi hàm lượng các bon C% tăng, Fe từ tổ chức 1 pha dung dịch rắn, thành vật liệu có tổ chức 2 pha: dung dịch rắn và hợp chất  $Fe_3C$ , làm trở lực biến dạng tăng và tính dẻo giảm, các chỉ tiêu dẻo giảm, đến khi hàm lượng C% đạt 0,8% (tổ chức thép Peclit). Nhưng khi hàm lượng C% vượt quá 0,8%, tính dẻo tiếp tục giảm, chỉ tiêu dẻo giảm, và trở lực biến dạng cũng giảm.

Mn%. Mangan là nguyên tố hoà tan có hạn trong Ferit  $Fe\alpha$ , Khi

$Mn\% < 2\%$  làm tăng chỉ tiêu dẻo, khi  $Mn\% > 4\%$  chúng làm giảm chỉ tiêu dẻo.  $Mn\%$  tăng đến 6%, trở lực biến dạng tăng, nếu  $Mn\% > 6\%$ , thép trở nên dòn. Mn có thể nằm ở phân giới hạt, lúc này tạo với S thành hợp chất  $MnS_2$ , có độ nóng



Hình 7.3 Ảnh hưởng thành phần cacbon đến tính chất của thép

chảy thấp, làm giảm độ bền phân giới hạt, làm tính dẻo kém. Nên thường hàm lượng Mn trong thép không dùng quá 4%.

Si%. Silic cũng gần như Mn%. Si% làm tăng độ bền, tăng trở lực biến dạng, khi Si% tăng đến 2%, độ dẻo có tăng chút ít, sau đó tăng Si% làm độ dẻo giảm. Si là nguyên tố làm giảm độ dai và đập. Si% tăng làm tăng trở lực biến dạng.

Cr%. Crôm là nguyên tố làm tăng tính dẻo và độ dẻo, với hàm lượng Cr% < 2%, độ dai và đập tăng, sau đó tăng hàm lượng Cr trong thép làm độ dai và đập giảm, Crôm không làm tăng độ bền - trở lực biến dạng.

Ni%. Niken là nguyên tố tăng tính dẻo, nhưng độ dẻo tăng không nhiều, giữ và làm tăng độ dai và đập, trở lực biến dạng tăng ít. Niken tăng làm nhiệt độ hoá dòn của thép tăng.

Tác dụng của Cr/Ni theo một tỷ lệ nhất định, từ 1/2 đến 1/3 làm độ bền tăng, tăng tính dẻo và độ dai và đập, tăng độ thẩm tôi.

Mo% và W% với hàm lượng ít có tác dụng cải thiện độ lớn của hạt, từ đó làm tăng tính dẻo. Nếu hàm lượng cao, chúng tác dụng với Cacbon thành Cácbít, làm tăng độ cứng, tăng tính dòn, tăng trở lực biến dạng, giảm độ dẻo.

P%. Hàm lượng P% ít ảnh hưởng đến tính dẻo của thép khi gia công nóng, nhưng làm tăng tính dòn khi gia công nguội. Hàm lượng P>0,1~0,2% làm mất hết tính dẻo.

S% trong thép có lưu huỳnh, sẽ tạo thành sunfua sắt, sunfua mangan, lưu huỳnh không tạo dung dịch rắn với sắt. Các sunfua này có nhiệt độ nóng chảy thấp, khoảng 950°C. Nếu hàm lượng S cao, sẽ tạo thành dạng lưỡi trên phân giới hạt. Khi nung lên nhiệt độ cao, các chất này nóng chảy và làm giảm liên kết của phân giới hạt, dẫn đến làm kim loại phá huỷ. Sunfua lưu huỳnh có dạng tạp chất hình cầu, chúng có nhiệt độ nóng chảy cao, 1450°C, nếu sunfua mangan thay cho sunfua sắt, sẽ làm tăng tính dẻo của thép.

Các nguyên tố khác như Pb, Sn, Ti, Bi...không hòa tan trong sắt, thường phân bố ở phân giới hạt. Khi nung chúng bị nóng chảy làm giảm độ bền phân giới hạt.

Các chất khí như hydro, ôxy và các tạp chất phi kim khác cũng thường phân bố ở phân giới hạt và làm giảm tính dẻo vật liệu.

Có thể dùng công thức kinh nghiệm để tính trở lực biến dạng:

$$Re=265+(480+1,95Mn).C+20,6Mn+(0,17+0,008.C\%).Mn+700P+235Si(MPa)$$

Các giá trị hàm lượng nguyên tố hoá học tính bằng phần trăm.

#### 7.4 ẢNH HƯỞNG CỦA TỔ CHỨC KIM LOẠI

Tổ chức kim loại, do thành phần kim loại và điều kiện cơ nhiệt quyết định, có ảnh hưởng lớn đến tính dẻo và trở lực biến dạng của vật liệu. Nói đến tổ chức kim loại là nói mạng tinh thể của kim loại gốc, tính chất, số lượng, độ lớn và sự phân bố của các chất hợp kim và tạp chất; độ lớn, hình dáng phương kết tinh của hạt tinh thể, mức độ phân bố đồng đều của chúng. Độ bền của phân giới hạt và mật độ kim loại càng lớn, độ lớn hạt càng nhỏ, hình dáng và thành phần càng đồng đều, tạp chất nhỏ mịn và phân bố đều, khả năng trượt trên các mặt và phương trượt càng lớn, thì vật liệu có tính dẻo cao.

Độ lớn hạt có tác dụng rất lớn đến tính dẻo và trở lực biến dạng kim loại và hợp kim. Khi hạt nhỏ, lực bề mặt tác dụng càng lớn, giữa các hạt hạn chế biến dạng nên trở lực biến dạng tăng. Độ lớn hạt càng nhỏ, giới hạn bền tăng, trở lực biến dạng tăng, tính dẻo tăng. Nếu ta dùng các biện pháp cơ nhiệt, có thể tạo nên hiệu ứng siêu dẻo, độ dẻo của thép có thể tăng đến hàng trăm %.

Độ lớn hạt càng nhỏ nhiệt độ hoá dòn của vật liệu càng thấp.

Hạt không đồng đều, trở lực giữa chúng khác nhau, làm trở lực biến dạng tăng, tính dẻo giảm.

Tổ chức đúc có đặc điểm là tổ chức hạt thô to, không đồng đều, tạo thành 3 vùng tinh thể. Giữa các hạt phân bố tạp chất. Tổ chức đúc có đặc trưng là thiên tích nhánh cây: thiên tích theo hạt và theo thành phần. Biến dạng dẻo trong điều kiện đó rất khó khăn, do tính dẻo của kim loại có tổ chức rất kém. Chính vì vậy, khi rèn chúng cần chọn chế độ biến dạng đúng, tránh gây phá huỷ vật liệu. Biến dạng nóng có tác dụng phá vỡ các hạt tinh thể đúc, phá vỡ các tạp chất phi kim

thô to, kéo dài hạt theo hướng biến dạng lớn. Sau khi biến dạng dẻo nóng, do tác dụng của kết tinh lại, các hạt trở nên nhỏ mịn hơn, các tạp chất bị phá vỡ và phân tán trên nền các hạt, có thể tạo thành tổ chức dạng thớ. Thiên tích thành phần giảm do được trộn đều và khuyếch tán. Do đó kim loại đã qua biến dạng dẻo có tính dẻo cao hơn.

Tổ chức thớ cho tính dẻo tốt theo chiều thớ và tính dẻo kém theo chiều vuông góc thớ. Ngược lại, làm tăng trở lực biến dạng kéo theo dọc thớ, làm tăng trở lực cắt theo chiều ngang thớ. Các chỉ tiêu dẻo và chỉ tiêu bền của vật liệu tăng theo tỷ số rèn  $F_0/F_1$ . Khi tỷ số này tăng trên 4 chỉ tiêu dẻo và bền tăng nhanh, và khi tỷ số rèn trên 10, các chỉ tiêu bền và dẻo tăng không đáng kể nữa.

Tổ chức sợi cho phép tăng độ bền và tăng độ dẻo.

Tổ chức tectua có tác dụng tăng tính dẻo. Người ta có thể tạo nên thép có tổ chức tectua 3D, nhờ đó ta có thể tiến hành cán mỏng và đập sâu (dùng làm lon bia).

Tổ chức 1 pha, dung dịch rắn như  $\text{Fe}\alpha(\text{C})$  và  $\text{Fe}\beta(\text{C})$  có tính dẻo tốt, trong đó, tổ chức mạng lập phương diện tâm có tính dẻo cao hơn, do có hệ số trượt lớn hơn tổ chức mạng lập phương thể tâm.

Tổ chức hợp chất  $\text{Fe}_3\text{C}$  có tính dẻo kém. Hỗn hợp cơ học Peclit có tính dẻo kém, khi hàm lượng C% trong thép tăng, hàm lượng  $\text{Fe}_3\text{C}$  tăng (Hàm lượng Peclit tăng) làm độ bền tăng, độ dẻo giảm. Giới hạn bền đạt giá trị max khi 100% là tổ chức Peclit. Nếu hàm lượng các bon tiếp tục tăng, cacbon dưới dạng  $\text{Fe}_3\text{C}$ , nằm ở phân giới hạt, làm giảm tính dẻo tăng tính dòn.

Các pha thứ hình thành dưới dạng các hạt nhỏ, phân bố trên nền các hạt tinh thể làm cho kim loại có tính dẻo tốt. Nhưng nếu chúng là các tổ chức cùng tinh, lại phân bố trên phân giới hạt, sẽ làm giảm tính dẻo.

Có thể dùng công thức kinh nghiệm để xác định giới hạn chảy vật liệu:

Với thép C% < 0,25%

$$\sigma_s = 88 + 37Mn + *3Si + 2918Ns + 15,1d^{1/2} \quad \text{MPa} \quad (7.20)$$

Ns là hàm lượng Nitơ tan trong dung dịch rắn.

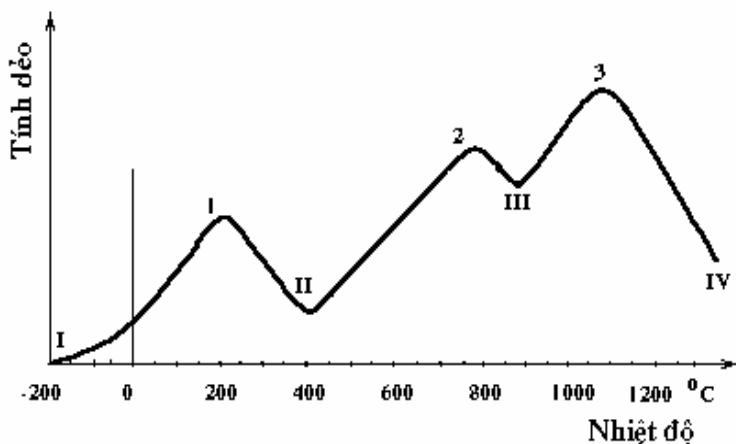
Với thép <0,8%

$$\sigma_s = 52,3 + 2,18 \Delta^{1/2} - 0,4P^{-1/2} - 2,88d_A^{-1/2} \quad \text{MPa} \quad (7.21)$$

$\Delta$  khoảng cách giữa các phiến Xêmentit trong tổ chức Peclit.

## 7.5 ẢNH HƯỞNG CỦA NHIỆT ĐỘ ĐẾN TÍNH DẺO VÀ TRỎ LỰC BIẾN DẠNG

Trở lực biến dạng là giá trị áp lực đơn vị gây biến dạng dẻo trong điều kiện nhiệt độ và tốc độ biến dạng nhất định. Trong biến dạng kéo đơn, trở lực biến dạng bằng giới hạn chảy. Tăng nhiệt độ, cơ tính vật liệu thay đổi. Trở lực biến dạng (độ bền vật liệu) giảm, tính dẻo vật liệu (độ dãn dài tỷ đối) tăng. Khi nhiệt độ đạt  $1000^{\circ}\text{C}$  giới hạn bền vật liệu giảm 10 lần.



Hình 7.4 Ảnh hưởng nhiệt độ đến tính dẻo của thép

Quan hệ giữa giá trị giới hạn chảy và nhiệt độ có thể biểu diễn bằng công thức sau:

$$p_{t_1} = p_{t_2} e^{\alpha(t_1 - t_2)} \quad (7.22)$$

Trong đó:  $p_{t_1}$  - giá trị giới hạn chảy ở nhiệt độ  $t_1$

$p_{t_2}$  - giá trị giới hạn chảy ở nhiệt độ  $t_2$ ;

$\alpha$  - hệ số nhiệt độ, là hằng số đối với vật liệu nghiên cứu, nếu trong khoảng nhiệt độ đó không có biến đổi hoá lý.

Nói chung, nhiệt độ tăng, tính dẻo của thép tăng và trở lực biến dạng giảm. Đối với sắt có 4 vùng tính dẻo thấp, khi nhiệt độ tăng:

1.  $t < -200^{\circ}\text{C}$  kim loại dòn, độ dai và đập nhỏ. Đối với vật liệu làm việc ở nhiệt độ thấp cần xác định vùng chuyển biến dòn.
2.  $t = 300 \sim 400^{\circ}\text{C}$  vùng dòn xanh, do kim loại tiết ra  $\text{Fe}_3\text{O}$ ;
3.  $t = 800 \sim 950^{\circ}\text{C}$  vùng dòn nóng, đối với thép các bon, tại đây có chuyển biến pha,  $\alpha \rightarrow \beta$  Peclit chuyển thành Ôstenit, hai pha có tính dẻo khác nhau, làm biến dạng không đều và tính dẻo giảm; đồng thời có ảnh hưởng của lưu huỳnh S, tạo ra hợp chất  $\text{MnS}_2$ , làm giảm độ bền phân giới hạt tạo thành vùng dòn nóng;
4.  $t > 1250^{\circ}\text{C}$  vùng quá nhiệt, quá nung, tính dẻo giảm.

Các vùng có tính dẻo tốt là vùng nhiệt độ  $100 \sim 200^{\circ}\text{C}$ , do tăng động năng của các nguyên tử kim loại. Vùng thứ 2 ở  $700 \sim 800^{\circ}\text{C}$ , tại đây có tác dụng của kết tinh lại và khuyếch tán làm tăng tính dẻo. Vùng thứ 3 tại  $950 \sim 1250^{\circ}\text{C}$ , kim loại nằm trong vùng 1 pha, có tính dẻo tốt.

Khi tăng nhiệt độ, động năng nhiệt của các phân tử tăng và tăng tính dẻo của phân giới hạt, nơi có nhiều tạp chất, tính ổn định nhiệt của chúng kém hơn hạt tinh thể. Nên phân biến dạng của phân giới hạt tăng. Mặt khác khi gia công ở nhiệt độ cao, các vết nứt tế vi được gắn kết, việc hình thành vết nứt chậm lại, nên tính dẻo tăng và cần lực biến dạng nhỏ. Nói chung khi nhiệt độ gia công trên nhiệt độ kết tinh lại, vật liệu có tính dẻo tốt. Tính dẻo của các thép khác nhau thể hiện khác nhau.

Trong gia công áp lực, có thể xác định biểu đồ tính dẻo của vật liệu theo nhiệt độ. Từ đó xác định độ biến dạng cần thiết tuỳ theo nhiệt độ của vật rèn.

Hình 7.5 ta thấy:

Đường I biểu diễn đường dẻo đối với các loại thép và hợp kim. Khi nhiệt độ tăng, tính dẻo tăng, đến nhiệt độ  $1250^{\circ}\text{C}$ , tính dẻo giảm.

Đường II biểu diễn tính dẻo của thép không gỉ, nhiệt độ tăng làm tính dẻo của kim loại và hợp kim giảm.

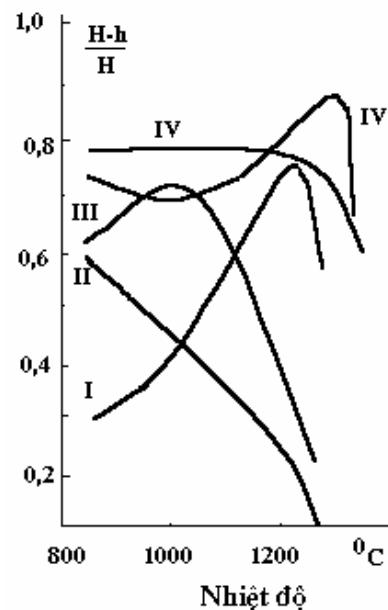
Đường III, nhiệt độ tăng đến  $1000^{\circ}\text{C}$  tính dẻo tăng, sau đó tính dẻo giảm.

Đường IV, tại nhiệt độ trung gian  $1000^{\circ}\text{C}$  tính dẻo giảm, sau đó tăng nhiệt độ tính dẻo tăng, điển hình là sắt nguyên chất.

Đường V, nhiệt độ tăng, tính dẻo không thay đổi, đến nhiệt độ  $1250^{\circ}\text{C}$  tính dẻo giảm hẳn, thép hợp kim chất lượng cao như thép ống bì có dạng này.

Nhiều loại kim loại và hợp kim gia công áp lực ở nhiệt độ cao, dễ hình thành lớp vẩy ôxyt, làm giảm kích thước và chất lượng bề mặt sản phẩm. Vì vậy, với chi tiết nhỏ và mỏng, phải tiến hành gia công ở nhiệt độ thấp. Một số chi tiết cần có độ bền bề mặt, gia công ở nhiệt độ cao dễ gây thoát cacbon. Trong trường hợp này có thể gia công nguội hoặc nửa nóng. Nếu phải gia công ở nhiệt độ cao cần nung trong khí bảo vệ hoặc nung nhanh.

Như vậy, biến dạng dẻo ở nhiệt độ cao đòi hỏi áp lực đơn vị nhỏ hơn, cho độ biến dạng lớn hơn.

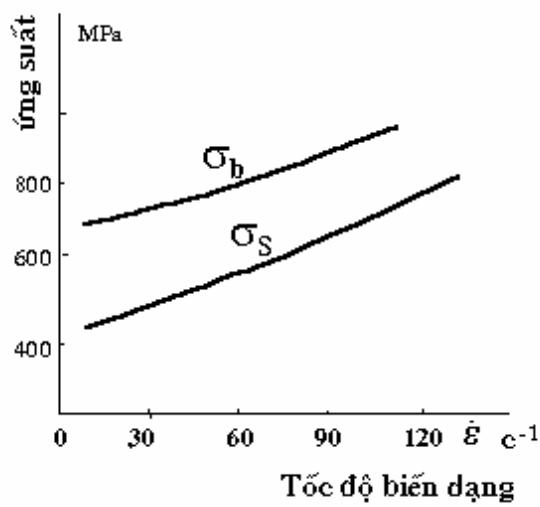


Hình 7.5 Quan hệ giữa tính dẻo và nhiệt độ của một số vật liệu

## 7.6. ẢNH HƯỞNG CỦA TỐC ĐỘ BIẾN DẠNG

Trong gia công áp lực, tùy các dạng công nghệ và thiết bị, kim loại biến dạng với các tốc độ khác nhau: Gia công trên các loại máy ép với tốc độ dụng cụ 0,1~0,5m/s; gia công trên máy búa với tốc độ 5~10m/s; trên máy búa tốc độ cao 20~30m/s; gia công bằng năng lượng nổ, năng lượng xung điện từ, tốc độ gia công cao hơn. Chính vì vậy cần nghiên cứu ảnh hưởng của tốc độ biến dạng đến tính dẻo và trở lực biến dạng của vật liệu.

Tốc độ biến dạng kim loại tăng, trở lực biến dạng tăng và tính dẻo giảm. Tốc độ biến dạng làm giảm tính dẻo của nhiều vật liệu như thép biến thế, thép hợp kim cao và các hợp kim đồng. Các hợp kim nhôm, thép kết cấu cacbo và kết cấu hợp kim ít nhạy cảm với tốc độ biến dạng. Đối với vật liệu có tính dẻo lớn, có thể gia công ở trạng thái nóng với bất kỳ giải tốc độ biến dạng nào. Ảnh hưởng của tốc độ biến dạng khi gia công nguội ít hơn trong gia công nóng. Phạm vi tốc độ thấp có sự ảnh hưởng mạnh hơn ở phạm vi tốc độ cao.



Hình 7.6. Quan hệ giới hạn bền và giới hạn chảy với tốc độ biến dạng

Tốc độ biến dạng tăng, một phần năng lượng chuyển thành nhiệt và làm tăng nhiệt độ của vật liệu và làm giảm tính dẻo. Như vậy, hiệu ứng của tốc độ biến dạng phụ thuộc điều kiện biến dạng. Nếu tốc độ biến dạng gây tốc độ biến cứng nhanh hơn tốc độ khử biến cứng, chúng sẽ làm giảm tính dẻo. Ngược lại, tác dụng của hiệu ứng nhiệt làm nhiệt độ tăng, khiến nhiệt độ kim loại rơi vào vùng dòn, làm kim loại giảm tính dẻo.

Nếu khi biến dạng, do hiệu ứng tốc độ làm tăng dẻo nhanh hơn biến cứng, sẽ làm cho trở lực biến dạng giảm. Nếu tăng tốc độ biến dạng, hiệu ứng nhiệt làm vật liệu nằm ở vùng dòn chuyển sang vùng dẻo, kim loại sẽ tăng tính dẻo. Hiệu ứng nhiệt tác dụng khi gia công ở nhiệt độ cao, tăng nhiệt độ, giới hạn chảy vật liệu giảm, và giảm năng lượng cần cho biến dạng.

Khi gia công ở nhiệt độ dưới nhiệt độ kết tinh lại, do kim loại bị biến cứng và không có quá trình khử biến cứng. Giới hạn chảy tăng, ảnh hưởng của tốc độ biến dạng ít, ngược lại trong điều kiện gia công nguội với tốc độ cao, ảnh hưởng tốc độ

biến dạng tăng, xuất hiện hiện tượng hồi phục, làm giảm trở lực biến dạng, tính dẻo tăng.

Khi gia công ở nhiệt độ trên nhiệt độ kết tinh lại, tốc độ biến dạng tăng, tốc độ kết tinh lại giảm, như vậy ứng suất chảy càng lớn tính dẻo càng nhỏ.

Tác dụng của hiệu ứng nhiệt khi thay đổi tốc độ biến dạng thấy rõ trong vùng gần dẻo và dòn. Thí dụ: L59 có tính dẻo thấp ở nhiệt độ 600~700<sup>0</sup>C, nhưng nếu hiệu ứng nhiệt làm nhiệt độ tăng và rơi vào vùng nhiệt độ 700~800<sup>0</sup>C, vật liệu có tính dẻo tốt. Như vậy, tại vùng giáp ranh, chỉ cần thay đổi nhiệt độ 40~50<sup>0</sup>C, vật liệu có thể chuyển từ trạng thái có tính dẻo cao thành vật liệu có tính dẻo thấp và ngược lại. Gia công sắt kỹ thuật ở nhiệt độ gần 825<sup>0</sup>C, với tốc độ cao, có thể chuyển chúng sang vùng dòn ở phạm vi nhiệt độ 825~1000<sup>0</sup>C.

Thép ở nhiệt độ nung thấp và hợp kim từ khi rèn ở phạm vi nhiệt độ thường có tốc độ kết tinh lại chậm, nên tăng tốc độ biến dạng có thể thay đổi đặc trưng biến dạng: từ biến dạng nóng thành biến dạng nửa nóng, từ đó làm giảm tính dẻo, tăng giới hạn chảy.

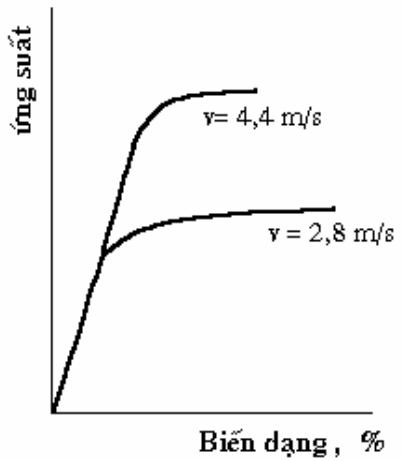
Ảnh hưởng tốc độ biến dạng phụ thuộc mác vật liệu. Hệ số động tính bằng giới hạn chảy dưới tốc độ biến dạng cao trên giới hạn chảy khi biến dạng tĩnh của một số vật liệu:

CT3: 4,1; 40Cr ở trạng thái ủ: 2,9; ở trạng thái tői: 2,03; thép 30CrMnSi trạng thái ủ: 2,81, trạng thái tői: 1,3.

$$\sigma_s = \sigma_{s0} + n \cdot \ln \frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_0} \quad (7.23)$$

Trong đó:  $\sigma_s$ ,  $\sigma_{s0}$  - ứng suất chảy tương ứng với tốc độ biến dạng  $\dot{\epsilon}$  &  $\dot{\epsilon}_0$ ; n - hằng số được xác định bằng thực nghiệm.

Thép không gỉ ostenit 1Cr18Ni9Ti tốc độ gia công tăng đến 4,8 m/s giới hạn bền tăng 17,5%, giới hạn chảy tăng đến 2 lần. Đối với thép 40Cr tốc độ biến dạng tăng đến 146 c<sup>-1</sup> (tốc độ gia công 4,4m/s), ở trạng thái ủ, giới hạn bền tăng 22%, giới hạn chảy tăng 35%, (hình 7.7).



Hình 7.7 Ảnh hưởng của tốc độ gia công (biến dạng) đến tính chất cơ học của thép các bon

Trong thực tế tính toán ảnh hưởng tốc độ biến dạng đến trở lực biến dạng, có thể dùng hệ số tốc độ  $\psi_c$ , Gupkin đã đưa ra số liệu sau:

Bảng 7.3

Tỷ lệ $\frac{\dot{\epsilon}_2}{\dot{\epsilon}_1}$ tốc độ biến dạng	Nhiệt độ biến dạng			
	T/Tnc < 0,3	T/Tnc = 0,3~0,5	T/Tnc = 0,5~0,7	T/Tnc > 0,7
10	1,05~1,10	1,10~1,15	1,15~1,30	1,30~1,50
100	1,10~1,22	1,22~1,32	1,32~1,70	1,70~2,25
1000	1,16~1,34	1,34~1,52	1,52~2,20	2,20~3,40
$\epsilon$ Từ $1 \cdot 10^{-1} / s$ đến tốc độ va đập	1,10~1,25	1,25~1,75	1,75~2,50	2,50~3,50

Ghi chú: T và Tnc Nhiệt độ gia công và nhiệt độ nóng chảy của vật liệu tính bằng nhiệt độ tuyệt đối.

Ảnh hưởng của tốc độ biến dạng đến tính dẻo được nghiên cứu và ứng dụng trong gia công áp lực tốc độ cao và nghiên cứu phá huỷ của vật liệu dưới tác dụng xung nổ. Theo các kết quả thực nghiệm, tác dụng của tốc độ biến dạng làm giảm tính dẻo của vật liệu. Mỗi vật liệu có một tốc độ biến dạng tối hạn, đối với thép trong khoảng 50~100m/s, nhôm - 11 m/s.

## Ảnh hưởng tốc độ biến dạng đến đặc trưng dẻo

Bảng 7.4

Vật liệu	Tốc độ Gia công, m/s	Đặc trưng dẻo %		
		$\delta_{tổng}$	$\delta_{BD\ đều}$	$\Psi$
Thép 1Cr18Ni9Ti	$10^{-4}$	58	37	73
	0,1	60	46	70
	10	69	59	71
	200	74	63	75
	500	21	18	24
Thép 40Cr, ủ	$10^{-4}$	26	16	52
	0,2	27	18	57
	10	31	22	60
	140	21	10	69
	250	11	7,5	56
Thép 40CrNiMoA hoá tốt	$10^{-4}$	19,5	9,6	64
	10	21	12	64
	80	23	18	64
	250	11	7	42
D16 hoá già	$10^{-4}$	15	12	20
	4	18	15	26
	50	22	13	31
	100	16	9	28

### 7.7. ẢNH HƯỞNG CỦA SƠ ĐỒ CƠ HỌC BIẾN DẠNG ĐẾN TÍNH DẺO VẬT LIỆU

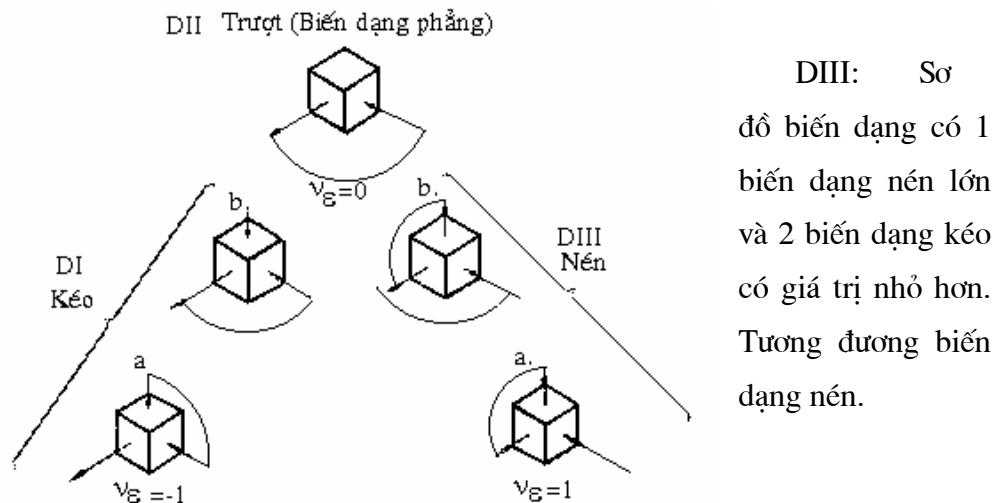
Để nghiên cứu ảnh hưởng các dạng trạng thái ứng suất và biến dạng đến quá trình biến dạng vật liệu người ta dùng sơ đồ cơ học.

Trạng thái ứng suất và biến dạng được biểu diễn bằng sơ đồ gồm một khối hộp vuông với các vectơ vuông góc với 3 mặt chính chỉ có ứng suất chính và biến dạng chính, được gọi là sơ đồ cơ học. Chúng là sơ đồ phối hợp ứng suất chính và biến dạng chính. Theo điều kiện thể tích không đổi, giá trị của 1 biến dạng chính sẽ bằng tổng 2 biến dạng chính khác, với dấu ngược lại. Như vậy, một trong các biến dạng có giá trị tuyệt đối lớn nhất, luôn có dấu ngược với dấu của các biến dạng khác. Điều kiện biến dạng của biến dạng dẻo phụ thuộc sơ đồ biến dạng, quá trình biến dạng tại ổ biến dạng và vùng ngoài ổ biến dạng.

Có 3 dạng sơ đồ cơ học biến dạng chính:

DI: Sơ đồ biến dạng tương ứng sơ đồ kéo đơn, có 1 biến dạng dương và 2 biến dạng âm;

DII: Sơ đồ biến dạng có 1 biến dạng bằng 0 và 2 biến dạng cùng giá trị tuyệt đối nhưng khác dấu, tương đương trạng thái trượt của biến dạng phẳng.



Hình 7.8 Sơ đồ cơ học biến dạng chính

#### Ảnh hưởng tốc độ biến dạng đến đặc trưng dẻo của vật liệu

Bảng 7.4

Vật liệu	Tốc độ Gia công, m/s	Đặc trưng dẻo %		
		$\delta_{tổng}$	$\delta_{BD\text{ đêu}}$	$\Psi$

		$10^{-4}$	58	37	73
		0,1	60	46	70
Thép 1Cr18Ni9Ti		10	69	59	71
		200	74	63	75
		500	21	18	24
		$10^{-4}$	26	16	52
		0,2	27	18	57
Thép 40Cr , ủ		10	31	22	60
		140	21	10	69
		250	11	7,5	56
		$10^{-4}$	19,5	9,6	64
Thép 40CrNiMoA		10	21	12	64
Hoá tốt		80	23	18	64
		250	11	7	42
		$10^{-4}$	15	12	20
D16		4	18	15	26
hoá già		50	22	13	31
		100	16	9	28

Trong biến dạng kéo, còn có thể phân thành 2 trường hợp con: kéo đơn với 2 biến dạng nén bằng nhau, kéo không đơn khi 2 biến dạng nén không bằng nhau. Trong biến dạng nén cũng vậy, nén đơn khi 2 biến dạng kéo bằng nhau, nén không đơn khi 2 biến dạng kéo không bằng nhau. Sơ đồ biến dạng DI và DIII thuộc biến dạng khối. Sơ đồ DII là sơ đồ biến dạng phẳng.

Trong tất cả các sơ đồ biến dạng, dấu khác nhau, do dấu biến dạng khác nhau.

Như vậy, có 5 trường hợp biến dạng thuộc 3 trạng thái khác nhau.

Để khảo sát ảnh hưởng của các phương biến dạng chính, sử dụng hệ số biến dạng  $v_\varepsilon$ :

$$v_{\epsilon} = \frac{\epsilon_2 - \frac{\epsilon_1 + \epsilon_3}{2}}{\frac{\epsilon_1 - \epsilon_3}{2}} \quad (7.24)$$

Theo định luật thể tích không đổi:

$$\epsilon_2 = -(\epsilon_1 + \epsilon_3)$$

vậy:  $v_{\epsilon} = -3 \frac{\epsilon_1 + \epsilon_3}{\epsilon_1 - \epsilon_3}$  (7.25)

Trạng thái biến dạng phẳng  $\epsilon_1 = -\epsilon_3$ , nên  $v_{\epsilon} = 0$ .

Khi kéo đơn  $\epsilon_1 > 0$ ,  $\epsilon_2 = \epsilon_3 = -1/2 \epsilon_1$ , nên  $v_{\epsilon} = -1$ ;

Khi nén đơn  $\epsilon_3 < 0$ ,  $\epsilon_1 = \epsilon_2 = -1/2 \epsilon_3$ , nên  $v_{\epsilon} = +1$

Như vậy,  $v_{\epsilon}$  biến đổi từ -1 đến +1.

$v_{\epsilon} > 0$  biểu diễn trạng thái có 2 chiều kéo 1 chiều nén;

$v_{\epsilon} < 0$  biểu diễn trạng thái có 2 chiều nén 1 chiều kéo.

Trong gia công áp lực khối, trạng thái biến dạng còn phụ thuộc tỷ lệ  $H/h$ .

Theo định luật thể tích không đổi, ta có:

$$H.B.L = h.b.l$$

Ta còn dùng các hệ số sau:

$H/h$  Hệ số nén

$B/b$  Hệ số dãn rộng

$L/l$  Hệ số dãn dài.

Khi vật liệu ở trạng thái biến dạng DI, biến dạng có dãn rộng;

DII - biến dạng có dãn dài không có dãn rộng;

DIII - Biến dạng thu hẹp 2 chiều ngang.

Ta cũng có thể sử dụng biểu đồ hình 7.14 để xét mối quan hệ của các hệ số biến dạng D với các hệ số biến dạng theo các phương.

Giả sử  $H/h = \text{const}$ ,  $l/L.b/B = \text{const}$ , xét biểu đồ quan hệ  $H/h$ ,  $L/l$ ,  $B/b$ , ta thấy:

$$H/h = l/L.b/B$$

Quan hệ giữa các hệ số có dạng parabol.

Tại đỉnh parabol ta có  $l/L = b/B$ .

$$\text{Vậy } H/h = (l/L)^2 = (b/B)^2$$

Có nghĩa là, tại đây khi có 1 biến dạng nén sẽ có 2 biến dạng kéo đều nhau, trường hợp chôn.

$$\mu = \beta = l/L = b/B = (H/h)^{1/2};$$

Nếu  $l/L = 1$  và  $b/B =$

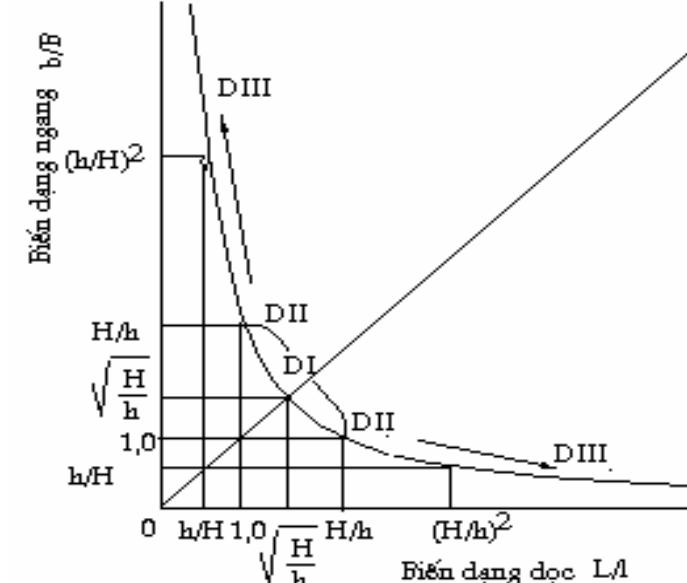
1 ta có:

- Ứng với điều kiện biến dạng  $H/h$ , trạng thái biến dạng DI, DII, DIII chiếm toàn bộ đường cong đến vô cùng;

- Sơ đồ cơ học sẽ chuyển trạng thái;

- DII là điểm quá độ chuyển từ DI sang DIII;

- Trạng thái DIII là chính.



Hình 7.9 Quan hệ hệ số biến dạng và sơ đồ biến dạng D

Ta cũng có thể dùng sơ đồ trạng thái ứng suất chính:

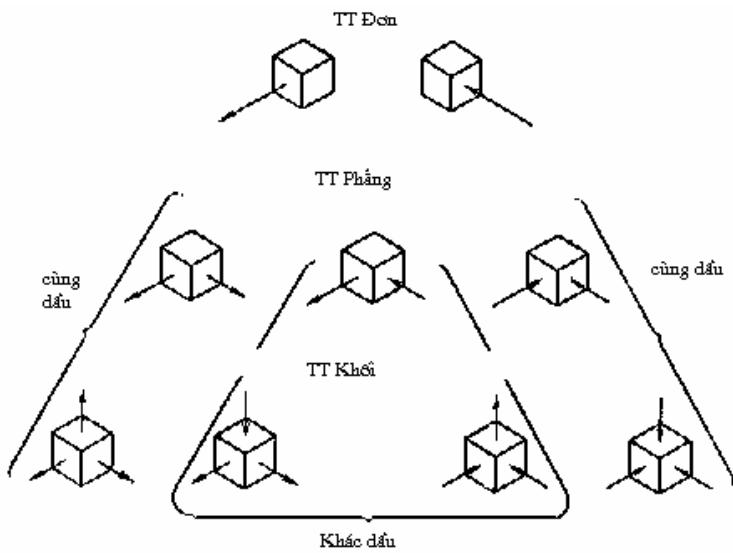
Ứng suất đơn : ứng suất kéo đơn, ứng suất nén đơn;

Ứng suất phẳng: ứng suất 2 chiều kéo, ứng suất 2 chiều nén, ứng suất 1 chiều kéo 1 chiều nén

Ứng suất khối : ứng suất 3 chiều kéo, ứng suất 3 chiều nén, ứng suất 2 chiều kéo 1 chiều nén, ứng suất 2 chiều nén 1 chiều kéo.

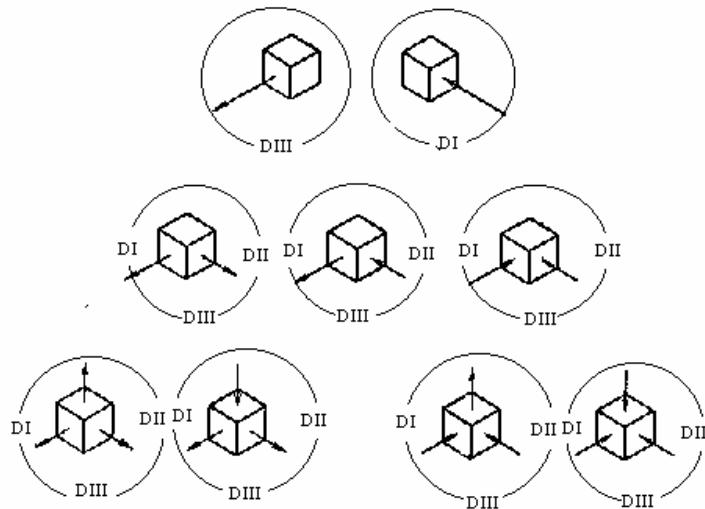
Sơ đồ phẳng và khối có thể cùng tên và khác tên. Trong sơ đồ cùng tên, mọi ứng suất cùng dấu. Nên, có thể có 2 dạng sơ đồ phẳng cùng tên: 2 ứng suất nén hoặc 2 ứng suất kéo, 2 dạng sơ đồ khối cùng tên: 3 ứng suất kéo hoặc 3 ứng suất

nén. Lưu ý trong biến dạng dẻo, không có trường hợp 3 ứng suất kéo (nén) bằng nhau, vì đó là trạng thái ứng suất thuỷ tĩnh, chỉ gây biến dạng thể tích.



Hình 7.10 Sơ đồ ứng suất

Các sơ đồ khác tên gồm: sơ đồ phẳng 1 kéo 1 nén, sơ đồ khối có 2 dạng: 2 ứng suất dương 1 ứng suất âm và 2 ứng suất âm 1 ứng suất dương. Sơ đồ ứng suất đơn có 2 dạng. Như vậy, tồn tại 9 dạng sơ đồ ứng suất.



Hình 7.11 Phối hợp sơ đồ ứng suất và sơ đồ biến dạng

Bảy sơ đồ ứng suất chính phẳng và khói có thể phối hợp với 3 sơ đồ biến dạng chính, cho 21 trường hợp sơ đồ cơ học biến dạng. Sơ đồ đơn với ứng suất chính kéo chỉ kết hợp với sơ đồ khói biến dạng chính, gồm 1 biến dạng dương và 2 biến dạng bằng nhau cùng dấu âm (dương). Sơ đồ đơn với ứng suất chính nén chỉ kết hợp với sơ đồ biến dạng có 1 biến dạng âm và 2 biến dạng bằng nhau cùng dấu dương (âm). Tổng cộng có 23 sơ đồ cơ biến dạng.

Một số thí dụ về sơ đồ cơ học biến dạng trong một số nguyên công:

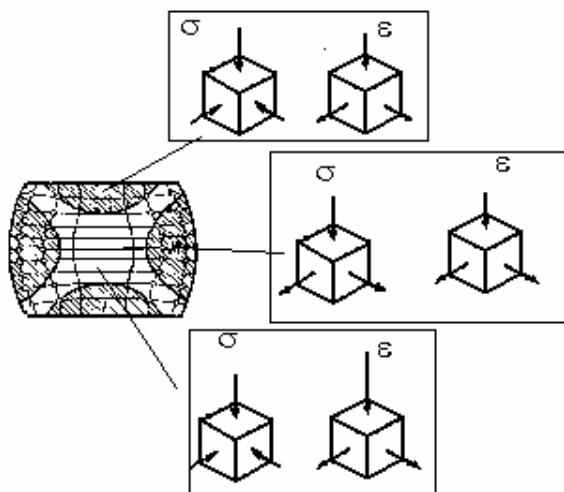
Chôn không ma sát trên mặt tiếp xúc: ứng suất 1 chiều nén 2, biến dạng 1 chiều nén 2 chiều kéo.

Khi chôn có ma sát trên mặt tiếp xúc:

Ứng suất 3 chiều nén: vùng tâm ổ biến dạng chôn;

Ứng suất 1 nén 2 kéo: vùng biên,

Sơ đồ biến dạng là 1 nén 2 kéo.



Hình 7.12 Sơ đồ biến dạng chôn

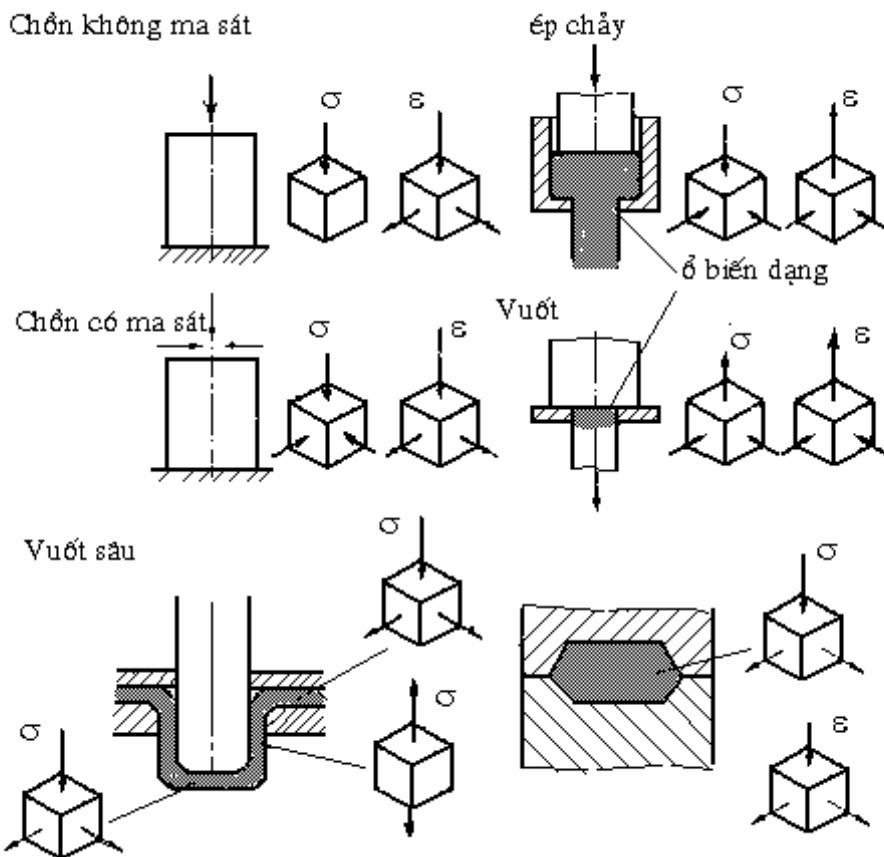
Dập thể tích, tại giai đoạn điền đầy lòng khuôn: Sơ đồ ứng suất: 1 chiều nén 2 chiều kéo, sơ đồ biến dạng 1 nén 2 kéo;

Ép chảy, giai đoạn đã điền đầy khuôn: Sơ đồ ứng suất 3 chiều nén, biến dạng 1 nén 2 kéo hoặc biến dạng 2 nén 1 kéo.

Sơ đồ cơ học biến dạng phản ánh sơ đồ tác dụng lực và xác định đặc trưng biến dạng. Quá trình biến dạng có thể so sánh với nhau nếu cùng một sơ đồ cơ học. Như vậy, mỗi sơ đồ cơ học biến dạng đặc trưng cho một quá trình biến dạng. Khi nghiên cứu các nguyên công công nghệ gia công áp lực, có thể dùng sơ đồ cơ học để phân biệt và khảo sát. Trong một nguyên công, tùy theo giai đoạn biến dạng, sơ đồ cơ học thay đổi.

Thí dụ, khi chồn, từ sơ đồ ứng suất đơn, đến sơ đồ biến dạng 1 nén 2 kéo chuyển thành sơ đồ ứng suất khối. Nhưng, khi có ma sát, trạng thái ứng suất thay đổi và phân thành 3 vùng, làm sơ đồ biến dạng thay đổi.

Sơ đồ cơ học biến dạng xác định đặc trưng thay đổi tính chất cơ lý hóa của vật liệu khi biến dạng.



Hình 7.13 Sơ đồ ứng suất và biến dạng tại ổ biến dạng trong một số nguyên công gia công áp lực

Khi chuốt có thể cho sơ đồ biến dạng chính với 1 biến dạng dương và 2 biến dạng âm đều nhau. Trường hợp này rất dễ tạo ra tectua và có độ hoà bền cao.

Theo sơ đồ biến dạng chính, không kết hợp sơ đồ ứng suất chính, không thể đánh giá trở lực biến dạng và tính dẻo của vật liệu trong quá trình biến dạng. Như sơ đồ có 2 biến dạng kéo và khi sơ đồ 2 biến dạng nén, tính dẻo của vật liệu có thể như nhau.

Nhận thấy, tính dẻo và trở lực biến dạng phụ thuộc sơ đồ ứng suất pháp chính.

Khi quá độ từ sơ đồ ứng suất phẳng khác dấu qua kéo đơn, sang các sơ đồ cùng dấu với ứng suất kéo, tính dẻo của vật liệu bị giảm, trong quá trình biến dạng. Ngược lại, khi quá độ nén đơn sang sơ đồ với ứng suất nén cùng dấu, tính dẻo của vật liệu tăng. Như vậy, khi biến dạng trong điều kiện tương ứng với sơ đồ cùng tên với ứng suất nén, tính dẻo kim loại luôn lớn hơn khi sơ đồ cùng dấu với ứng suất kéo.

Ta biết, ten xơ ứng suất có thể phân làm 2, ten xơ cầu và ten xơ lệch. Khi ứng suất trung bình bằng không, trạng thái ứng suất chỉ có ten xơ lệch - ten xơ quyết định biến dạng dẻo. Khi đặt vào ten xơ lệch một ten xơ cầu dương có các ứng suất chính thành phần dương, ta thấy, giá trị ứng suất trung bình càng tăng, tính dẻo vật liệu càng giảm. Khi đặt vào ten xơ lệch một ten xơ cầu âm, với các thành phần của ứng suất nén 3 chiều, tính dẻo tăng khi giá trị tuyệt đối của các thành phần ten xơ cầu tăng. Nói cách khác, vai trò của ứng suất pháp càng ít, vai trò của ứng suất tiếp càng lớn trong biến dạng, vật liệu biến dạng dẻo càng tốt.

Sơ đồ ứng suất chính trong các nguyên công công nghệ gia công áp lực khác nhau, tính dẻo của vật liệu kim loại trong các nguyên công đó cũng khác nhau. Như vậy, đối với vật liệu khó biến dạng, có thể tìm một sơ đồ biến dạng cho tính dẻo cao để gia công, như dùng dập khối, ép chảy hơn là vuốt. Vật liệu có tính dẻo càng kém, cần chọn quá trình biến dạng với sơ đồ cơ học cho khả năng biến dạng dẻo cao nhất.

Phương pháp để gây trạng thái dòn:

- rèn tự do trên đe phẳng,
- chôn trên diện tích chôn trong dập khối.

Phương pháp làm tăng tính dẻo:

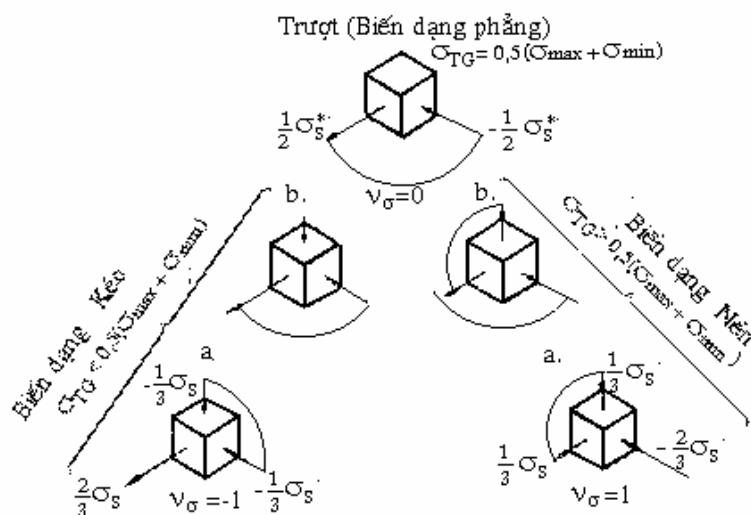
- rèn trong khuôn đơn giản,
- dập khối trong các lồng khuôn hở.

Phương pháp tăng tính dẻo nhất:

- dập trong khuôn hở có hạn chế dẫn ngang,
- dập trong khuôn kín, trên máy rèn ngang,
- dập trong khuôn kín, ép chảy...

Vật liệu trong điều kiện biến dạng với sơ đồ ứng suất pháp cùng dấu có trở lực biến dạng lớn. Trong điều kiện biến dạng với trạng thái ứng suất phẳng hoặc khói với ứng suất khác dấu, trở lực biến dạng giảm. Do mỗi dạng sơ đồ ứng suất phẳng hoặc khói đều liên hợp với 3 sơ đồ biến dạng chính, nên, nếu không xét đến sơ đồ biến dạng, không thể cho kết luận trạng thái ứng suất pháp chính nào gây ra biến dạng (biến dạng kéo, nén hay trượt).

Xét tensor lêch ứng suất chính. Các thành phần của tensor lêch ứng suất chính có cùng tính chất với tensor lêch biến dạng chính là tổng các thành phần bằng không. Có nghĩa là, giá trị tuyệt đối ứng suất pháp chính lớn nhất bằng tổng giá trị 2 ứng suất pháp còn lại, lấy dấu ngược. Ứng suất pháp chính là thành phần của tensor lêch ứng suất, chỉ có thể tạo ra 3 dạng sơ đồ thành phần chính tensor lêch ứng suất xác định các sơ đồ biến dạng chính. Có thể dụng chỉ số ứng suất  $v_\sigma$  để đánh giá. Khi  $v_\sigma = 0$ , tương ứng biến dạng trượt. Khi quá độ sang sơ đồ kéo,  $v_\sigma$  giảm và đạt giá trị nhỏ nhất khi  $v_\sigma = -1$ , khi chuyển sang sơ đồ nén  $v_\sigma$  tăng, đạt giá trị max khi  $v_\sigma=1$ .



Hình 7.14 Sơ đồ biến dạng và hệ số ứng suất

Ứng suất trung gian cũng có thể dùng để đánh giá đặc trưng sơ đồ thành phần chính của tenxơ lệch.

$$\sigma_{TG} = v_\sigma \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2} + \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2} \quad (7.21)$$

Khi  $v_\sigma = 0$ , biến dạng trượt:  $\sigma_{TG} = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2}$

Khi  $v_\sigma > 0$ , biến dạng nén:  $\sigma_{TG} > \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2}$

Khi  $v_\sigma < 0$ , biến dạng kéo  $\sigma_{TG} < \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2}$

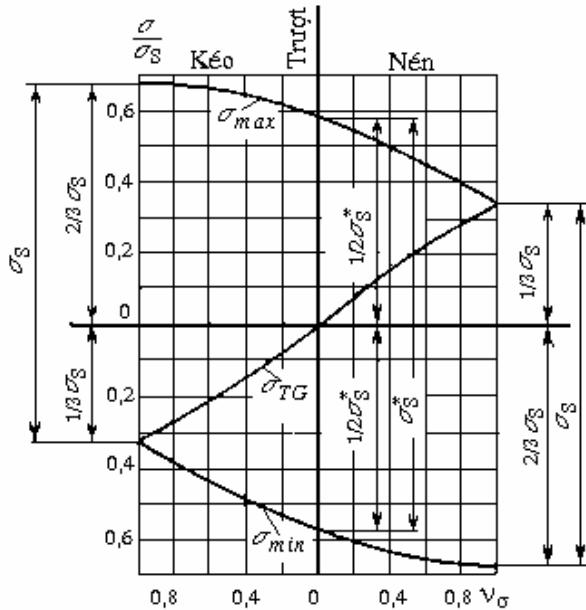
$v_\sigma$  còn có thể đánh giá các giá trị có thể của ứng suất chính khi biến dạng dẻo, kết hợp giải  $v_\sigma$  với điều kiện dẻo và biểu thức  $\sigma_{max} + \sigma_{min} + \sigma_{TG} = 3\sigma_{tb}$ :

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_{max} = \sigma_S \frac{3 - v_\sigma}{3\sqrt{3 + v_\sigma^2}} + \sigma_{tb}; \\ \sigma_{min} = -\sigma_S \frac{3 + v_\sigma}{3\sqrt{3 + v_\sigma^2}} + \sigma_{tb}; \\ \sigma_{TG} = \sigma_S \frac{3v_\sigma}{3\sqrt{3 + v_\sigma^2}} + \sigma_{tb} \end{array} \right\} \quad (7.22)$$

Trong trường hợp tenxơ lệch ứng suất  $\sigma_{tb} = 0$ , mỗi giá trị  $v_\sigma$  tương ứng với các giá trị thành phần của tenxơ lệch ứng suất chính, biểu diễn trong biểu đồ hình 7.20.

Ta biết, sơ đồ các thành phần của tenxơ lệch ứng suất chính hoàn toàn tương thích với các sơ đồ biến dạng chính. Một thành phần của tenxơ lệch ứng suất chỉ liên kết với 1 sơ đồ biến dạng. Thí dụ, trong sơ đồ ứng suất có 1 ứng suất kéo và 2 ứng suất nén, vậy, sơ đồ biến dạng cũng đúng có 1 biến dạng kéo và 2 biến dạng nén. Tại phương có thành phần ứng suất chính dương sẽ xuất hiện biến

dạng dương, ở phương có giá trị tuyệt đối lớn nhất của thành phần ứng suất chính âm sẽ dẫn đến một biến dạng âm với giá trị tuyệt đối lớn nhất.



Hình 7.15 Biểu đồ chữ Z

### 7.8. TRẠNG THÁI SIÊU DẺO CỦA VẬT LIỆU

Hiện tượng siêu dẻo được đặc trưng bằng sự tăng vọt độ dãn dài khi thí nghiệm kéo, trong khi đó, trở lực biến dạng giảm rõ rệt so với điều kiện biến dạng thường. Khi biến dạng siêu dẻo, đặc điểm biến dạng kéo là tăng nhanh biến dạng ở giai đoạn biến dạng đều (chưa hình thành cổ thắt). Hiện tượng siêu dẻo thường gặp ở các hợp kim cùng tinh. Thí dụ, hợp kim 78% Zn và 22% Al. Một số hợp kim có chuyển biến thù hình như thép, chuyển biến Peclit thành Ôstenit, cũng quan sát thấy hiện tượng siêu dẻo.

Hiệu ứng siêu dẻo xảy ra trong điều kiện cơ nhiệt nhất định, phụ thuộc tổ chức kim loại (kích thước hạt tinh thể), nhiệt độ và tốc độ biến dạng.

Để có hiệu ứng siêu dẻo, hạt tinh thể phải đồng đều, kích thước hạt khoảng 1~2  $\mu\text{m}$ . Tuỳ theo các vật liệu khác nhau, có thể nhận được các hiệu ứng siêu dẻo khác nhau, độ biến dạng dài có hợp kim đạt 1000%.

Nhiều nghiên cứu chỉ rõ, hiệu ứng siêu dẻo xảy ra gần giữa các pha và phân giới hạt, biến dạng dẻo chủ yếu là biến dạng giữa các hạt tinh thể và do sự bò của các lỗ trống và lệch. Đối với cơ chế biến dạng dẻo của biến dạng dão, cần tăng thế năng của đa tinh thể do năng lượng ở phân giới hạt và năng lượng khuyết tật mạng. Khi biến dạng dẻo nguội, có thể phá vỡ làm hạt nhỏ, khi lượng biến dạng trên 50%. Đồng thời có biến dạng phân giới hạt, hạt bị kéo dài, lệch mạng có mật độ lớn tại phân giới hạt, đồng thời hình thành các siêu hạt, các bloc... Việc tăng thế năng giữa các hạt và giảm kích thước hạt với việc tăng khả năng chuyển động nhiệt của các nguyên tử, làm cho biến dạng phân giới hạt dễ dàng. Mặt khác, do biến dạng dẻo nguội, làm tăng hoạt tính của hạt, nên cũng làm tăng quá trình khuyếch tán. Đối với vật liệu gồm nhiều pha, tăng tính linh hoạt của phân giới hạt, làm giảm nhẹ quá trình biến dạng dẻo phân giới hạt, khi tăng nhiệt độ.

Yếu tố nhiệt độ cũng là yếu tố quan trọng gây hiệu ứng siêu dẻo, khi nhiệt độ gần nhiệt độ chuyển biến pha. Để bảo đảm giữ được kích thước hạt nhỏ, khi nung vật liệu đến nhiệt độ siêu dẻo, cần phải nung nhanh, thường tốc độ trên 200~300 $^{\circ}\text{C}/\text{s}$ . Khi đó, kết tinh lại chưa kịp xảy ra, kích thước hạt có thể vẫn giữ nguyên như trước khi nung.

Tốc độ biến dạng cũng là yếu tố gây hiệu ứng siêu dẻo. Tốc độ biến dạng tối ưu để tạo siêu dẻo là tại điểm tốc độ quá trình biến cứng bằng tốc độ khử biến cứng. Khi tốc độ biến dạng lớn, độ biến dạng giới hạn giảm do quá trình hoà bén vật liệu.

Khi tốc độ biến dạng nhỏ, làm sự tăng thế năng của cấu trúc kim loại ít, có thể lúc đó quá trình kết tinh lại tăng, và vì vậy độ biến dạng giới hạn giảm.

Ta có thể xác định độ biến dạng dài đều  $\varepsilon_{\text{Akp}}$  quan hệ với hệ số biến dạng không đều  $v$  và tỷ số  $m$ :

$$\bar{\epsilon}_{A_{kp}} = -m \ln(1 - v^{\frac{1}{m}}) \quad (7.23)$$

$$m = d\ln\sigma/d\ln\dot{\epsilon}$$

**Hiệu ứng siêu dẻo của một số hợp kim** *Bảng 7.5*

Hợp kim	$\epsilon_{max}$ %	T, K	d, $\mu m$	Chỉ số m
Al + 33% Cu	1000	680~800	1-7	0,5~0,8
Al+12%Si	117	800	-	0,5
Al+12%Si+4%Cu	100	770	-	0,4
Cu+10%Mg	262	950	-	
Cu+10%Al+4%Fe	720	1070	10	0,6
Cu+38~50%Zn	300	720~1260	-	0,5
Thép Cacbon	350	970	2	0,6
Thép hợp kim thấp	400	1070~ 1170	2	0,65
Thép không gỉ 26-6		1096~ 1200	4~5	0,5
Mg+6%Zn+0,6%Zr	1000	540~580	0,5	0,6
Mg+33%Al	2100	670~720	0,5	0,8
Zn+22%Al	1500	470~570	0,8~4	0,5~0,7

Trạng thái siêu dẻo tạo ra tích tụ phát triển biến dạng vùng hình thành cỗ thắt, từ đó làm tăng nhanh trở lực biến dạng khi tăng tốc độ biến dạng. Biết rằng cường độ hoá bền giảm khi tăng biến dạng, nên gây ra hạn chế giá trị biến dạng đều trong điều kiện thí nghiệm kéo thông thường. Trong điều kiện siêu dẻo, quan hệ ứng suất chảy với tốc độ biến dạng hầu như không phụ thuộc vào giá trị biến dạng, nên độ biến dạng đều tăng nhanh. Ta cũng thấy, khi biến dạng siêu dẻo, trở lực biến dạng nhỏ hơn 2~3 lần so với điều kiện biến dạng bình thường.

Vậy ta có thể tạo ra hiệu ứng siêu dẻo để gia công các vật liệu thành mỏng, ống, vật liệu khó biến dạng với trạng thái ứng suất thuỷ tĩnh.

## CÂU HỎI ÔN TẬP

### Phân I ÔN TẬP VỀ TOÁN- CƠ HỌC MÔI TRƯỜNG LIÊN TỤC- LÝ THUYẾT ĐÀN HỒI:

a. **Toán véc tơ**: Không gian véc tơ. Cơ sở trực chuẩn, chiêu véc tơ?

Các phép toán vec tơ. Véc tơ đơn vị; nguyên lý tổng; Trường vô hướng và trường véc tơ?

Toạ độ: Phép chuyển đổi toạ độ; toạ độ cong?

Các toán tử thường dùng tính véc tơ: Đạo hàm, Đive, Rôta. Công thức Gaus-Ôstrogratski?

b. **Ma trận**: Định nghĩa; các phép toán ; Định thức và cách tính ?

Ma trận đối xứng; Ma trận nghịch đảo. Phương pháp Gaus?

c. **Tenxơ** : Định nghĩa; Toạ độ và biến đổi;

Các phép toán đại số tenxơ; Dấu hiệu tenxơ; Đạo hàm tenxơ?

Tenxơ đối xứng và tenxơ nghịch đảo; tenxơ cầu-texnơ lệch;

Giá trị chính và hướng chính của tenxơ hạng 2 đối xứng?

Bất biến tenxơ; bất biến tenxơ lệch?

Định lý Haminton-Kely; Công thức Stoc và Gaoxơ-Ôstrogatski

Vi phân véc tơ theo vectơ; Trường tenxơ; Dạng hàm quan hệ giữa 2 tenxơ đối xứng hạng hai, các dạng phụ thuộc?

Tenxơ vec tơ;

### Phân thứ II : LÝ THUYẾT BIẾN DẠNG DẺO VẬT LÝ

#### I. Quá trình vật lý- vật lý hóa học xảy ra khi biến dạng dẻo

1. Cơ chế biến dạng dẻo đơn tinh thể? Các yếu tố ảnh hưởng đến giá trị của ứng suất tiếp tối hạn? Mối liên hệ giữa ứng suất tối hạn với điều kiện dẻo Tresca? Ý nghĩa của hệ số Shmid?

So sánh tính dẻo và trở lực biến dạng của 2 mạng lập phương diện tâm và lập phương thể tâm? Giả thử lực tác dụng song song với một cạnh của mạng, tìm mặt trượt và phương trượt của 2 mạng đó?

**2. Biến cứng.** Hiện tượng biến cứng và hoá bền; các yếu tố ảnh hưởng đến biến cứng nguội của kim loại; ý nghĩa thực tiễn và các ứng dụng trong thực tiễn gia công áp lực?

Biến dạng nóng có biến cứng không? Dùng khái niệm biến cứng phân tích hiện tượng hoá bền biến dạng khi dập tạo gân mui ôtô? Có thể dùng biến cứng nguội để làm tăng độ cứng bề mặt, tăng độ chống mài mòn và tăng tuổi thọ cho tiết máy không ? tại sao?

**3.Hồi phục-kết tinh lại.** Khái niệm, sự thay đổi tổ chức và tính năng của vật liệu sau biến cứng nguội dưới tác dụng của nhiệt độ; Tổ chức vật liệu sau gia công nguội và ủ kết tinh lại , ảnh hưởng của nhiệt độ và thời gian ủ đến độ hạt, ý nghĩa thực tiễn trong công nghệ rèn và dập kim loại? Tổ chức của vật liệu kim loại sau khi gia công áp lực nóng: cho một phôi dài, cần biến dạng tạo hình thành trực bậc, khi gia công phải tiến hành vuốt, nhiệt độ vuốt và thời điểm vuốt của 2 đầu phôi khác nhau, làm thế nào để giảm tối đa sự sai lệch về tổ chức của vật liệu ở 2 phần của trực?

**4. Chuyển biến pha khi gia công áp lực.** Hiện tượng chuyển biến pha khi gia công áp lực ; các yếu tố ảnh hưởng đến quá trình chuyển biến pha; cách xử lý khi vật liệu có chuyển biến pha khi GCAL?

**5. Biến dạng dẻo khi có pha lỏng.** Hiện tượng xuất hiện pha lỏng trong GCAL, các yếu tố ảnh hưởng; khái niệm ép bán lỏng, ứng dụng?

**6. Hiệu ứng nhiệt.** Khái niệm hiệu suất sinh nhiệt và hiệu ứng nhiệt độ; Các yếu tố ảnh hưởng đến hiệu ứng nhiệt; ứng dụng của hiệu ứng nhiệt?

**7. Ảnh hưởng của sơ đồ cơ học.** Sơ đồ cơ học ứng suất và sơ đồ cơ học biến dạng, cách biểu diễn; về các sơ đồ cơ học đó trong ổ biến dạng khi chôn - vuốt và ép chảy? ảnh hưởng của biến dạng trung gian; ý nghĩa của chỉ số biến dạng  $v_\epsilon$  ; ảnh hưởng của ứng suất trung gian?, ý nghĩa của chỉ số ứng suất  $v_\sigma$ ; quan hệ của 2 chỉ số nói trên trong phân tích sơ đồ cơ học biến dạng và ứng suất; ý nghĩa của sơ đồ cơ học trong chọn công nghệ biến dạng? Sơ đồ chữ Z , ý nghĩa của sơ đồ trong bài toán biến dạng dẻo?

Phân tích sơ đồ cơ học biến dạng và sơ đồ cơ học ứng suất, mối quan hệ giữa chúng theo bảng (đã phát cho HV); chứng minh hiện tượng thay đổi sơ đồ cơ học biến dạng và ứng suất trong quá trình gia công biến dạng tạo hình GCAL, thí dụ?

**8. Biến dạng không đều.** Các yếu tố ảnh hưởng đến biến dạng không đều của kim loại khi BDD, hậu quả đối với tổ chức và tính chất của vật liệu sau BDD, biện pháp giảm độ không đều của biến dạng;

**9. Hiện tượng từ biến.** Giải thích các hiện tượng đàn hồi sau tác dụng, hiệu ứng Baoshinger, bò dão, nội ma sát theo quan điểm biến dạng dẻo kim loại?

**II. Ma sát.** **1.** Khái niệm ma sát trong GCAL, sự giống nhau và khác nhau của ma sát trong cơ học và trong BDD?

**2.** Ảnh hưởng của ma sát trong biến dạng dẻo kim loại? Các yếu tố ảnh hưởng đến ma sát trong BDD, các xác định lực ma sát trong BDD?

**3.** Định luật trở lực nhỏ nhất, ý nghĩa thực tiễn?

### **III. Tính dẻo và trở lực biến dạng**

**1.** Khái niệm tính dẻo. Phân biệt tính dẻo, độ dẻo, biến dạng dẻo; khái niệm về trở lực biến dạng, phân biệt với độ bền và giới hạn bền, giới hạn chảy?

**2.** Các yếu tố ảnh hưởng đến tính dẻo của vật liệu;

Ảnh hưởng của thành phần hoá học và tổ chức vật liệu, tác dụng của các nguyên tố hợp kim đối với tính dẻo, các tạp chất và các pha phân tán nhỏ mịn nằm trong tổ chức dung dịch rắn ảnh hưởng tốt hay xấu đến tính dẻo của vật liệu?

Ảnh hưởng của nhiệt độ và tốc độ biến dạng đến tính dẻo của vật liệu?

Ảnh hưởng của sơ đồ biến dạng đến tính dẻo, tại sao dưới tác dụng của áp lực thuỷ tĩnh vật liệu có tính dẻo cao?

Biến dạng không đều, nguyên nhân, hậu quả, biện pháp khắc phục để tăng tính dẻo vật liệu?

**3.** Các yếu tố ảnh hưởng đến trở lực biến dạng của vật liệu? Tại sao nói trở lực biến dạng là tham số thuộc tính và tham số trạng thái?

4. Giải thích quan hệ giữa tính dẻo và trở lực biến dạng? Tại sao 2 thuộc tính đó không đồng nhất nhau hoặc biến đổi tuyến tính với nhau, trong khi tính toán lý thuyết cho ứng suất tỷ lệ với biến dạng?

### Phần thứ III LÝ THUYẾT BIẾN DẠNG DẺO TOÁN HỌC

#### I. Trạng thái ứng suất:

Nội lực; ngoại lực?

Ứng suất, ứng suất trên mặt nghiêng và các thành phần;

Tenxơ ứng suất; Tính đối xứng và ý nghĩa cơ học của các thành phần tenxơ ứng suất? Ten xơ cầu và ten xơ lệch; ý nghĩa tác dụng đối với biến dạng dẻo?

Mặt cong ứng suất Côsi, Phương trình mặt cong và olíp cầu ứng suất, ý nghĩa hình học;

Hướng chính và ứng suất pháp chính; cách xác định;

Ứng suất tiếp lớn nhất-cách xác định; ứng suất 8 mặt và cách xác định?

Cường độ ứng suất? Ứng suất tương đương, ý nghĩa của chúng?

So sánh các đặc trị các ứng suất? Ứng suất trung bình, ý nghĩa?

Vòng tròn Mo ứng suất?

Trạng thái ứng suất phẳng?

Trạng thái ứng suất trong các hệ toạ độ?

#### Bài tập về Trạng thái ứng suất

1. Cho trạng thái ứng suất viết dưới dạng tenxơ sau:

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{bmatrix}$$

a. Xác định ứng suất pháp tác dụng lên mặt có cosin chỉ phương

$\frac{1}{\sqrt{3}}$ ,  $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ,  $\frac{1}{\sqrt{3}}$  so với trực toạ độ. So sánh các giá trị đó với bất biến tuyến

tính?

b. Xác định ứng suất tiếp trên mặt nói trên và so với bình phương bất biến của ten xơ lệch biến dạng?

- c. Tìm cosin chỉ phương của ứng suất tiếp chung?
2. Trạng thái ứng suất của nầm trong toạ độ đề các viết dưới dạng ten xơ như sau:

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} 10 & -5 & 0 \\ -5 & 20 & 0 \\ 0 & 0 & 30 \end{bmatrix}$$

Các giá trị có thứ nguyên N/mm<sup>2</sup>; Tìm giá trị ứng suất chính?

Tính các bất biến ; Xác định sơ đồ trạng thái ứng suất?

3. Ten xơ ứng suất có dạng (N/mm<sup>2</sup>) :

$$\tau_{ij} = \begin{bmatrix} 30 & 10 & 0 \\ 10 & 20 & 0 \\ 0 & 0 & 25 \end{bmatrix}$$

Tìm 3 ứng suất pháp chính? Tìm giá trị gần đúng của ứng suất tiếp?

4. Ten xơ ứng suất (N/mm<sup>2</sup>) có dạng:

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} 5 & 5 & 15 \\ 5 & 10 & 10 \\ 15 & 10 & 15 \end{bmatrix}$$

- a. Tính vectơ ứng suất; ứng suất pháp, ứng suất tiếp trên mặt có cosin chỉ phương :  $\frac{1}{\sqrt{6}}$ ;  $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ;  $\frac{1}{\sqrt{2}}$ .
- b. Tính ứng suất trung bình;
- c. Tính ứng suất chính;
- d. Tính ứng suất lớn nhất và ứng suất nhỏ nhất?
- e. Tính ứng suất trên khối 8 mặt;
- f. Tính cường độ ứng suất pháp và cường độ ứng suất tiếp;
- g. Tính năng lượng biến dạng;
- h. Tính giá trị các bất biến;
- i. Tính ten xơ cầu ; ten xơ lệch ứng suất;
- j. Biểu diễn trạng thái ứng suất trên bằng vòng tròn Mo;
- k. Chuyển đổi trạng thái ứng suất trên sang hệ toạ độ trụ và hệ toạ độ cầu?

5. \* Xây dựng chương trình-thuật toán bằng ngôn ngữ PASCAL:

-Xác định trạng thái ứng suất của một điểm, vẽ elipxôit biểu diễn trạng thái ứng suất, xoay hình cầu và tìm các giá trị ứng suất tương ứng với các phương vị khác nhau? Biểu diễn bằng hình học trạng thái ứng suất cầu và trụ?

- Tính toán, vẽ biểu diễn :

+ phân tố có ứng suất tiếp lớn nhất, và các véc tơ ứng suất;

+ phân tố có ứng suất 8 mặt, các véc tơ ứng suất?

+ Vòng tròn Mo ứng suất và vòng tròn Mo biến dạng?

6. Chứng minh và Viết phương trình vi phân cân bằng theo các dạng khác nhau :

+ Phương trình dạng vi phân ;

+ Dạng ma trận; dạng chỉ số?

+ Viết trong toạ độ trụ, toạ độ cầu, bài toán phẳng, đối xứng trực,?..

ý nghĩa của phương trình?

ý nghĩa và tác dụng của phương trình vi phân cân bằng?

## II. Trạng thái biến dạng

Trạng thái biến dạng của một điểm; tenxơ biến dạng; tenxocầu-tenxơ lệch biến dạng; Phương đặc trưng; các bất biến?

Cường độ biến dạng; Tenxơ chỉ phương biến dạng; Tenxơ tốc độ biến dạng; Cường độ tốc độ biến dạng?

Định luật Hook tổng quát; Các hệ số đàn hồi, hệ số độ cứng?

Thể năng biến dạng?

Các phương pháp giải bài toán đàn hồi, các bước giải theo chuyển vị, theo ứng suất? Định lý duy nhất nghiệm?

Phương pháp giải bài toán phẳng, trong hệ toạ độ đê các?

Phương pháp giải bài toán đối xứng trực, hệ toạ độ cực?

### Bài tập về Trạng thái biến dạng

1. Tenxơ biến dạng không lớn có dạng:

$$e_{ij} = \begin{vmatrix} 0,001 & 0,00075 & 0 \\ 0,00075 & 0,002 & 0 \\ 0 & 0 & 0,003 \end{vmatrix}$$

Tính giá trị và phương của biến dạng đàn hồi chính?

Viết tenxơ chỉ phương biến dạng?

2. Trạng thái biến dạng đàn hồi của một điểm được biểu diễn bằng tenxơ biến dạng nhỏ như sau:

$$e_{ij} = \begin{bmatrix} e_1 & 0 & 0 \\ 0 & e_2 & 0 \\ 0 & 0 & e_3 \end{bmatrix}$$

Tính biến dạng theo phương pháp tuyến và tiếp tuyến trên mặt phẳng vuông góc với mặt làm với trục chính các góc bằng nhau?

3. Một tấm dài 1200mm, rộng 360mm dày 5mm, chịu lực kéo đều dọc trục đến độ dài 1440mm, không thay đổi chiều rộng. Tìm:

Ứng suất chính cuối cùng;

Kích thước cuối cùng của tấm;

Cường độ biến dạng trung bình?

4. Chứng minh phương chính của tenxơ ứng suất và phương chính của tenxơ lệch biến dạng trùng nhau?

5. Chứng minh : từ quan hệ  $D_\epsilon = \psi D_\sigma$  có thể rút kết luận  $D_\epsilon$ ,  $D_\sigma$  là giống nhau và cùng có chung một phương chính.  $\psi$  là một số vô hướng?

6. Chứng minh khi chuyển từ toạ độ vuông góc x,y,z sang  $\xi, \eta, \zeta$  ứng suất trung bình và bất biến của cường độ ứng suất :

$$\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z = \sigma_\xi + \sigma_\eta + \sigma_\zeta$$

$$(\sigma_x - \sigma_y)^2 + \dots 6(\tau_{xy}^2 + \dots) = (\sigma_\xi - \sigma_\eta)^2 + \dots 6(\tau_{\xi\eta}^2 + \dots).$$

7. Một chuyển vị theo hướng kính , trong điều kiện vật liệu không nén được, biến dạng nhỏ đối xứng trục ; Tính biến dạng?

Cũng như trên, nếu chuyển vị theo hướng trục  $u_z=0$ , nhưng nếu  $u_z$  là hằng số, thì kết quả như thế nào?

8. Tổng kết viết các phương trình cơ bản của lý thuyết đàn dẻo bằng 3 hình thức khác nhau?

9. Viết ma trận đàn hồi  $[D]$  ( $\sigma = D\varepsilon$ ) trong các trường hợp : toạ độ đê các, toạ độ trụ, toạ độ cầu; trong các bài toán phẳng, bài toán đối xứng trực?

10. Các giả thuyết và nguyên lý cơ bản của lý thuyết đàn hồi - lý thuyết dẻo và lý thuyết biến dạng dẻo?

11. So sánh biến dạng tý đối và biến dạng log, phạm vi ứng dụng?

12. Đường cong biến cứng, ý nghĩa? Đường cong biến dạng thực, cách xây dựng?

13. Chứng minh và viết phương trình chuyển vị và biến dạng theo các dạng khác nhau (dạng thường và dạng ma trận)? Chứng minh và viết các phương trình tương thích và phương trình liên tục?

14. Định luật Húc cho bài toán đàn hồi ?

Viết các biểu thức biểu diễn định luật Húc trong các điều kiện khác nhau?

15. Ý nghĩa của ten xơ cầu (ứng suất và biến dạng) và ten xơ lệch (ứng suất và biến dạng) đối với quá trình biến dạng dẻo?

### **III. Điều kiện dẻo**

1. Các thuộc tính vật liệu và ảnh hưởng của chúng đến phương pháp giải các bài toán dẻo?

2. Điều kiện dẻo Tresca-St.Venant: Phát biểu, giải thích, phạm vi ứng dụng?

3. Điều kiện dẻo von Misses: Phát biểu, giải thích, phạm vi ứng dụng? Các điều kiện dẻo tương tự? Chứng minh công thức điều kiện dẻo hằng số năng lượng?

4. Tại sao khi xác định điều kiện dẻo (trạng thái phẳng hoặc 3 chiều), có thể sử dụng giá trị giới hạn chảy thu được nhờ kéo đơn (1 chiều)?

5. Ý nghĩa hình học của các điều kiện dẻo, vẽ biểu diễn mặt dẻo, các điểm đặc trưng, chỉ rõ sơ đồ cơ học cho các điểm đặc trưng?

6. Viết điều kiện dẻo cho các trường hợp : ứng suất trong toạ độ cầu, toạ độ trụ, ứng suất phẳng, đối xứng trực?

7. Chứng minh ảnh hưởng của ứng suất trung gian đến giá trị của điều kiện dẻo Tresca và điều kiện Misses? Quan hệ các ứng suất chính với ứng suất lớn nhất, nhỏ nhất?

8. Quan hệ giữa ứng suất và biến dạng, điều kiện giàn giản đơn, định luật Húc cho bài toán dẻo, điều kiện ứng dụng?

9. Đường cong ứng suất và biến dạng thực, các loại đường cong ứng suất-biến dạng, ý nghĩa và cách sử dụng, phân biệt ứng suất chảy với giới hạn chảy của vật liệu?

6. Quan hệ giữa ứng suất và biến dạng khi biến dạng dẻo?

#### IV. Phương pháp giải bài toán dẻo

1. Tổng kết các phương trình và các biểu thức dùng để giải bài toán dẻo?

2. Phương pháp giải các bài toán Đàn-Dẻo trong hệ toạ độ đêcác, hệ toạ độ cực, hệ toạ độ trục;

3. Phân biệt và ứng dụng cách giải bài toán đòn-dẻo biến dạng phẳng và ứng suất phẳng trong 3 hệ toạ độ? Phạm vi ứng dụng?

4. Tìm biểu thức biểu diễn quan hệ giữa ứng suất  $\sigma_y$  với toạ độ trong bài toán chồn để phẳng một vật dài, chiều rộng b, chiều cao h, giả thử ảnh hưởng của ma sát theo quy luật tuyến tính theo trục tâm,  $\tau_{max} = \tau_K$ .