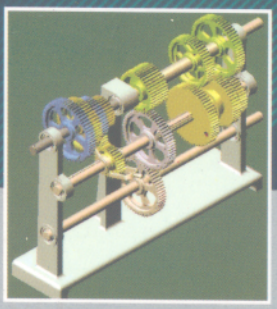
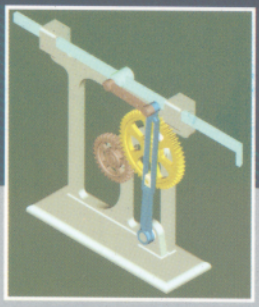
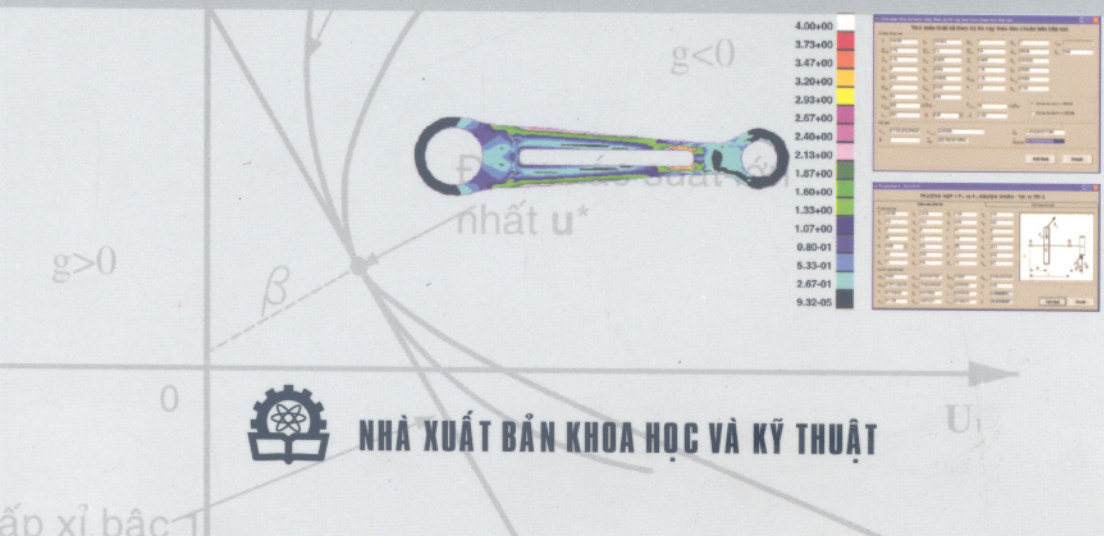
TS. NGUYỄN HỮU LỘC

THIẾT KẾ & PHÂN TÍCH hệ thống cơ khí





THEO ĐỘ TIN CẬY



NHÀ XUẤT BẢN KHOA HỌC VÀ KỸ THUẬT

TS. NGUYỄN HỮU LỘC

THIẾT KẾ VÀ PHÂN TÍCH HỆ THỐNG CƠ KHÍ THEO ĐỘ TIN CẬY

NHÀ XUẤT BẢN KHOA HỌC VÀ KỸ THUẬT

LỜI NÓI ĐẦU

Trong giai đoạn hiện nay các kỹ sư thiết kế đối mặt với những thử thách mới: yêu cầu sử dụng mô phỏng tính toán, đòi hỏi rút ngắn thời gian thiết kế sản phẩm – từ ý tưởng ban đầu đến thị trường, độ tin cậy, an toàn và chất lượng cao, ít ảnh hưởng đến môi trường. Do cần thiết sản phẩm phải có tính cạnh tranh cao, độ phức tạp thiết kế kỹ thuật gia tăng và bản chất thay đổi các đại lượng trong kỹ thuật, đòi hỏi người kỹ sư có các kiến thức cần thiết để ứng dụng xác suất và thống kê toán vào phân tích và thiết kế kỹ thuật. Tính thay đổi có mặt khắp nơi trong mọi giai đoạn của quá trình thiết kế và phát triển sản phẩm hoặc hệ thống kỹ thuật nào đó bất kỳ. Do đó cùng với các kiến thức về thiết kế thì các kiến thức xác suất thống kê toán rất cần thiết cho người cán bộ nghiên cứu và kỹ sư thiết kế giải quyết các bài toán thiết kế phức tạp. Thiết kế theo phương pháp xác suất ngày càng được ứng dụng rộng rãi và phần quan trọng là phân tích và thiết kế theo độ tin cậy.

Qua kinh nghiệm gần 10 năm giảng dạy môn học này cho sinh viên ngành cơ khí, hướng dẫn các đề tài học viên cao học và thực hiện một số đề tài nghiên cứu theo hướng đề tài này, chúng tôi đã biên soạn và ngày càng hoàn thiện hơn cuốn sách này để phục vụ cho công tác đào tạo và nghiên cứu cho sinh viên các ngành kỹ thuật, cán bộ giảng dạy và nghiên cứu.

Cuốn sách được Nhà xuất bản Khoa học và Kỹ thuật xuất bản năm 2005 với mục đích giúp cho các bạn đọc có thêm tài liệu tham khảo về lãnh vực này.

Chúng tôi xin chân thành cảm ơn các ý kiến đóng góp, phê bình những thiếu sót của sách để chúng tôi có thể nâng cao chất lượng tài liệu trong các lần xuất bản sau. Mọi ý kiến đóng góp, phê bình và thắc mắc xin gửi về địa chỉ :

Nguyễn Hữu Lộc, bộ môn Thiết kế máy, khoa Cơ Khí. 268 Lý Thường Kiệt, quận 10, trường Đại học Bách Khoa TP Hồ Chí Minh.

hoặc email: **nhlcad@yahoo.com**

TP Hồ Chí Minh, 10/2005

TS NGUYỄN HỮU LỘC

MỤC LỤC

Mục lục

Mục lục

CHƯƠNG 1

TỔNG QUAN

Hiện tại các kỹ sư thiết kế đối mặt với những thử thách mới: yêu cầu sử dụng mô phỏng tính toán, đòi hỏi rút ngắn thời gian thiết kế sản phẩm – từ ý tưởng ban đầu đến thị trường, độ tin cậy và chất lượng cao, ít ảnh hưởng đến môi trường. Do cần thiết sản phẩm phải có tính cạnh tranh cao, tăng độ phức tạp thiết kế kỹ thuật và bản chất thay đổi các đại lượng trong kỹ thuật, đòi hỏi người kỹ sư có kiến thức cần thiết để ứng dụng xác suất và thống kê toán vào phân tích và thiết kế kỹ thuật. Tính thay đổi có mặt khắp nơi trong mọi giai đoạn của quá trình thiết kế sản phẩm và hệ thống kỹ thuật bất kỳ. Hiện nay trong thiết kế sản phẩm mới thì việc ứng dụng các phương pháp xác suất thống kê là phần không thể tách rời trong thiết kế và phân tích. Do đó cùng với các kiến thức về thiết kế thì các kiến thức xác suất thống kê toán rất cần thiết cho người kỹ sư để giải quyết các bài toán thiết kế phức tạp. Thiết kế theo phương pháp xác suất ngày càng được ứng dụng rộng rãi và một phần quan trọng là phân tích và thiết kế theo độ tin cậy.

1.1. KHÁI NIỆM

Độ tin cậy là tính chất của đối tượng (chi tiết máy, máy, công trình...) thực hiện được chức năng, nhiệm vụ đã định, duy trì trong một thời gian các chỉ tiêu sử dụng, các thông số làm việc trong giới hạn quy định tương ứng với chế độ, điều kiện vận hành, chăm sóc và sửa chữa cụ thể.

Độ tin cậy là một trong các thành phần chất lượng của bất kỳ hệ thống kỹ thuật nào. Mức độ của độ tin cậy chủ yếu là xác định sự phát triển của kỹ thuật theo các hướng chính: tự động hóa sản xuất, tăng cường quá trình sản xuất và giao thông, tiết kiệm nguyên và nhiên liệu. Các phương tiện kỹ thuật hiện đại hiện nay gồm nhiều cơ cấu, thiết bị và dụng cụ có quan hệ mật thiết với nhau. Ví dụ: mỗi tổ hợp cán kéo tự động bao gồm hơn 1 triệu chi tiết. Một hệ thống thiết bị điều khiển tên lửa bằng điện tử bao gồm vài chục triệu phần tử trong khi đó các thiết bị điện tử đầu tiên chỉ khoảng vài chục đến vài trăm phần tử. Sự hư hỏng của bất cứ phần tử nào trong hệ thống (nếu không có dự trữ) kéo theo sự hư hỏng hoàn toàn hệ thống.

Độ tin cậy không đủ của máy dẫn đến: Chi phí sửa chữa lớn, ngừng máy, làm ngưng trệ việc cung cấp cho các khu dân cư điện, nước, khí đốt, phương tiện giao thông. Trong vài trường hợp dẫn đến tai nạn làm cho thiệt hại kinh tế lớn, phá hủy các công trình, thiệt hại về con người.

Sự phát triển nhanh chóng khoa học về độ tin cậy trong hiện nay liên quan đến:

- Tự động hóa, sắp xếp máy móc trong các dây chuyền sản xuất lớn.
- Giải quyết các vấn đề liên quan đến công nghệ không sử dụng sức con người (sử dụng người máy).
- Không ngừng tăng cường sự làm việc của máy, giảm lượng tiêu hao kim loại của máy, tăng cường cường độ sử dụng của máy.

1.2. NỘI DUNG ĐỘ TIN CẬY MÁY

Phân tích lý thuyết một hiện tượng, qui trình công nghệ, chức năng và kết cấu máy dựa trên cơ sở chọn các mô hình xác định hoặc sơ đồ tính. Khi đó chú ý đến các nhân tố ảnh hưởng và bỏ qua các nhân tố ít bị ảnh hưởng. Hiện tồn tại hai phương pháp phân tích: đơn định và xác suất (thống kê). Theo phương pháp đầu tiên tất cả các nhân tố ảnh hưởng đến mô hình được xem như là đơn định. Các bài toán đơn định chỉ có một nghiệm duy nhất. Trong thực tế thì các kết luận rút ra từ các mô hình đơn định khác xa với kết quả quan sát thực nghiệm. Một trong các nguyên nhân chủ yếu là do một số lượng lớn các nhân tố không kiểm soát được, tương quan phức tạp ảnh hưởng đến trạng thái của hệ thống thực. Do đó, trạng thái hệ thống thực mang tính ngẫu nhiên.

Ứng dụng các phương pháp xác suất để giải các bài toán độ tin cậy gặp rất nhiều khó khăn về tâm lý và kỹ thuật, đặc biệt với các hệ thống phức tạp, sản xuất đơn chiếc và các thiết bị cần có độ an toàn cao. Các mô hình xác suất thường rất phức tạp, cách duy nhất thu được kết quả số chính xác là mô hình hoá thống kê, còn gọi là phương pháp Monte Carlo.

Trong lý thuyết độ tin cậy tồn tại hai hướng, chúng có nội dung và hệ thống khái niệm chung nhưng cách tiến hành khác nhau. Hướng thứ nhất là lý thuyết toán (hệ thống) độ tin cậy, hướng thứ hai gọi là lý thuyết vật lý độ tin cậy. Đối tượng của lý thuyết toán (hệ thống) độ tin cậy là các phần tử tác dụng lẫn nhau đảm bảo khả năng làm việc theo sơ đồ logic: sơ đồ, cây hỏng hóc... Các dữ liệu ban đầu của lý thuyết toán (hệ thống) độ tin cậy thu được bằng con đường xử lý thống kê các kết quả thực nghiệm và các dữ liệu quá trình vận hành. Các bài toán lý thuyết toán (hệ thống) độ tin cậy được giải trong khuôn khổ lý thuyết xác suất và thống

kê toán, nghĩa là không chú ý đến các mô hình vật lý hỏng hóc hoặc các hiện tượng vật lý liên quan đến hỏng hóc.

Dữ liệu lý thuyết vật lý độ tin cậy có thể tìm trong các công trình liên quan đến hệ số an toàn khi tính toán các kết cấu kỹ thuật. Đặc tính nổi bật của lý thuyết vật lý độ tin cậy là để duy trì khả năng làm việc hệ thống và hỏng hóc xuất hiện là kết quả của sự tác dụng lẫn nhau của hệ thống và tác động từ bên ngoài (tải trọng vận hành, điều kiện môi trường làm việc...) và các quá trình cơ học, vật lý và hoá học xảy ra trong các phần tử hệ thống trong quá trình vận hành. Ngoại trừ lý thuyết toán xác suất thống kê, lý thuyết vật lý độ tin cậy còn sử dụng các mô hình và phương pháp của khoa học tự nhiên và kỹ thuật khác nhau.

Lãnh vực ứng dụng chủ yếu của lý thuyết toán (hệ thống) độ tin cậy: tự động hóa, kỹ thuật điện, kỹ thuật máy tính, thông tin... Lãnh vực ứng dụng chủ yếu của lý thuyết vật lý độ tin cậy: ngành xây dựng, ít hơn là trong ngành hàng không và tàu thủy, trong những năm gần đây được ứng dụng rộng rãi trong ngành chế tạo máy.

Hai hướng lý thuyết bổ sung cho nhau: các khái niệm lý thuyết toán (hệ thống) độ tin cậy được đưa vào trong lý thuyết vật lý bằng các thuật ngữ mô hình vật lý tương ứng. Lý thuyết vật lý độ tin cậy xem như là phần mở rộng của lý thuyết toán và thêm vào các mô hình vật lý. Theo những kiến thức tích lũy về bản chất vật lý hỏng hóc trong các hệ thống không cơ khí phạm vi ứng dụng của lý thuyết vật lý độ tin cậy ngày càng phổ biến hơn trong các lãnh vực tự động hóa, kỹ thuật máy tính...

Trong các máy và hệ thống máy hiện đại bao gồm nhiều phần tử không cơ khí (điện, điện tử, công nghệ thông tin...). Khi đó cần phải sử dụng cả lý thuyết toán (hệ thống) và vật lý độ tin cậy. Các chỉ tiêu đánh giá độ tin cậy các chi tiết cơ khí và hệ thống cơ khí dựa trên cơ sở các mô hình vật lý, tuy nhiên để đánh giá độ tin cậy máy và hệ thống máy ta sử dụng các mô hình lý thuyết toán (hệ thống) độ tin cậy thường xuyên hơn.

Mô hình độ tin cậy

Mô hình toán của lý thuyết độ tin cậy chia ra hai nhóm:

- Nhóm đầu tiên là mô hình cấu trúc, nó dựa trên sơ đồ logic tác dụng lẫn nhau của các phần tử hệ thống với mục đích đảm bảo khả năng làm việc hệ thống. Khi đó sử dụng thông tin thống kê về độ tin cậy các phần tử không chú ý đến tính chất vật lý của vật liệu, chi tiết và mối ghép, đến tải trọng ngoài và tác động lẫn nhau giữa chúng và đến cơ chế tác dụng lẫn nhau giữa các phần tử. Mô hình cấu trúc biểu diễn dạng sơ đồ khối và biểu đồ (ví dụ cây sự cố), thông tin ban đầu được cho biết dưới dạng giá trị xác suất làm việc không hỏng các phần tử, cường độ hỏng...

- Nhóm mô hình toán khác của lý thuyết độ tin cậy là các quá trình cơ học, vật lý và các quá trình thực tế khác dẫn đến thay đổi tính chất đối tượng và các thành phần của chúng. Các mô hình như thế của cơ học kết cấu được ứng dụng rộng rãi khi thiết kế máy và kết cấu. Tác dụng qua lại động học và tải trọng của các chi tiết máy và kết cấu mang đặc tính phức tạp. Trạng thái các đối tượng này phụ thuộc đáng kể vào môi trường chung quanh, đặc tính và cường độ các quá trình vận hành. Để dự đoán được trạng thái chi tiết máy và các phần tử cần phải khảo sát các quá trình biến dạng, mài mòn, tích lũy hỏng hóc và phá hủy khi tải trọng thay đổi, ảnh hưởng nhiệt độ và các tác động khác. Hướng chủ yếu để đánh giá các chỉ tiêu độ tin cậy của hệ thống cơ khí: các công thức tính toán lý thuyết, dựa trên các mô hình vật lý và các dữ liệu thống kê tương ứng với cơ tính vật liệu, tải trọng và sự tương tác lẫn nhau.

Máy và kết cấu như là hệ thống cơ khí

Máy và kết cấu máy được xem như là một hệ thống cơ khí. Các bài toán độ tin cậy lần đầu tiên được lập khi tính toán hệ thống cơ khí là giải thích thống kê hệ số an toàn và ứng suất cho phép. Trạng thái các đối tượng này phụ thuộc đáng kể vào môi trường chung quanh, đặc tính và cường độ các quá trình vận hành. Để dự đoán được trạng thái chi tiết máy và các phần tử cần phải khảo sát các quá trình biến dạng, mài mòn, tích lũy hỏng hóc và phá hủy khi tải trọng thay đổi, ảnh hưởng nhiệt độ và các tác động khác. Hướng chủ yếu để đánh giá các chỉ tiêu độ tin cậy của hệ thống cơ khí: các công thức tính toán lý thuyết, dựa trên các mô hình vật lý và các dữ liệu thống kê tương ứng với cơ tính vật liệu, tải trọng và sự tương tác lẫn nhau. Để bàn luận về các chỉ tiêu không hỏng và độ bền lâu của đối tượng cần thiết phải biết các chỉ tiêu các phần tử riêng biệt. Máy và hệ thống máy được sản xuất đơn chiếc, các block và cụm máy rất to lớn và đắt tiền, do đó rất khó khăn để tích lũy các thông tin thống kê đáng tin cậy dựa trên thực nghiệm. Hướng chủ yếu để đánh giá các chỉ tiêu độ tin cậy của hệ thống cơ khí: các công thức tính toán lý thuyết, dựa trên các mô hình vật lý và các dữ liệu thống kê tương ứng với cơ tính vật liệu, tải trọng và sự tương tác lẫn nhau.

Tình trạng hiện tại của cơ học vật liệu và kết cấu (lý thuyết đàn hồi và dẻo, cơ kết cấu, cơ học phá hủy...) và thậm chí các phương pháp ứng dụng để tính toán máy và kết cấu cho phép dự đoán tình trạng hệ thống cơ khí với mức độ tin cậy cao nếu như biết trước cơ tính vật liệu và tải trọng tác dụng. Trong tính toán độ tin cậy của hệ thống cơ khí thì cơ tính vật liệu và tải trọng ngoài tác dụng được xem là các đại lượng ngẫu nhiên, do đó trạng thái (tình trạng) của đối tượng cũng mang tính ngẫu nhiên.

Tổng quan

Yêu cầu tiêu chuẩn và điều kiện kỹ thuật vận hành làm hạn chế xác định các đại lượng này. Bài toán chủ yếu độ tin cậy – đánh giá xác suất làm việc không hỏng trong một khoảng thời gian nào đó dẫn đến bài toán quá trình ngẫu nhiên.

Nếu loại bỏ các nguyên nhân gây nên các hỏng hóc của máy và kết cấu do quá tải đột ngột, tác động thiên nhiên mà không kiểm soát được, lỗi nghiêm trọng khi thiết kế và vận hành thì tất cả các trường hợp khác đạt đến trạng thái giới hạn có thể phân thành 2 nhóm chính:

- Nhóm đầu tiên các trạng thái giới hạn đạt được là do tích lũy dần dần trong vật liệu các vết rạn nứt, dẫn đến sinh ra và phát triển các hỏng hóc lớn. Thông thường các vết nứt này sinh ra là do quá trình chế tạo không hoàn thiện, có sẵn trong chi tiết trước khi thực hiện chức năng. Nguyên nhân các đối tượng bị hỏng là do các vết hỏng này phát triển đến kích thước nguy hiểm (kích thước không mong muốn) và trong một số trường hợp dẫn đến tai nạn.
- Nhóm thứ hai: trạng thái giới hạn là do mòn bề mặt làm việc: bề mặt tiếp xúc giữa hai chi tiết hoặc với môi trường chung quanh.

Cơ sở lý thuyết để dự đoán các chỉ tiêu độ tin cậy do tích lũy và phát triển các vết hỏng là **cơ học phá hủy**. Các nghiên cứu về cơ học phá hủy tiến hành từ những năm 20 của thế kỷ trước, nhưng vài năm gần đây mới được quan tâm đặc biệt do các nguyên nhân:

- Trong thời gian dài các nhà thực nghiệm không hệ thống hoá và giải thích được các kết quả thực nghiệm vật liệu và kết cấu khi tác dụng tải trọng, nhiệt... Do đó cần thiết phải có cơ sở lý thuyết vững chắc để mô tả cơ học phá hủy.
- Mức độ kỹ thuật quan sát và đánh giá tình trạng làm việc khi vận hành và khi hỏng hóc được nâng cao.

Tóm lại, lý thuyết độ tin cậy là một môn học tổng hợp bao gồm các phần sau: Cơ sở toán của độ tin cậy, độ tin cậy theo các tiêu chuẩn hỏng hóc, tính toán và dự đoán độ tin cậy, các biện pháp để nâng cao độ tin cậy, tối ưu hóa, thử nghiệm độ tin cậy (thí nghiệm, kiểm tra thống kê, tổ chức quan sát ...) và chẩn đoán kỹ thuật độ tin cậy, nguyên lý phục hồi, kinh tế độ tin cậy... Lý thuyết độ tin cậy là môn cơ sở, kết hợp giữa các phương pháp cơ học vật liệu và kết cấu với lý thuyết quá trình ngẫu nhiên tạo nên cơ sở của lý thuyết hiện đại: **độ tin cậy các hệ thống cơ khí hoặc lý thuyết độ tin cậy máy**.

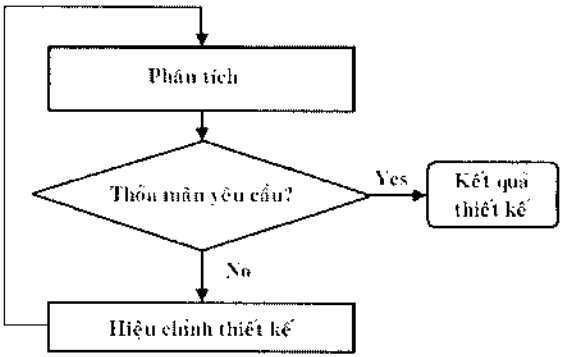
1.3 PHÂN TÍCH VÀ THIẾT KẾ THEO ĐỘ TIN CẬY

Trong tính toán ta phân biệt tính toán thiết kế và phân tích. Phân tích độ tin cậy là một quá trình tìm hiểu và ước lượng sự ảnh hưởng tác động của độ không tin cậy của các biến đầu vào đối với các biến đầu ra. Chỉ khi hiểu rõ về vấn đề này thì người kỹ sư mới có thể xoay sở và làm giảm sự liên kết của những tác động về độ không tin cậy giữa các biến thiết kế đối với các biến đầu ra, bằng cách chọn lựa một cách phù hợp các biến thiết kế trong quá trình thiết kế. Theo một cách khác, thông qua quá trình phân tích độ tin cậy đối với một thiết kế nhất định nào đó người kỹ sư có thể ước lượng về mức độ thỏa mãn của thiết kế đó đối với tất cả các yêu cầu về độ tin cậy được đặt ra. Ví dụ người kỹ sư biết được rằng thiết kế đó có an toàn, có bền vững hay không và mức độ an toàn của thiết kế đó. Do vậy việc phân tích độ tin cậy là cần thiết và cấp bách trong quá trình thiết kế theo độ tin cậy.

Giữa tính toán thiết kế và phân tích có sự khác nhau:

Phân tích	Thiết kế
Quá trình giải quyết vấn đề	Quá trình ra quyết định
Lời giải cho vấn đề sẵn có	Lời giải cho vấn đề mới hoặc nhiều lời giải mới cho vấn đề sẵn có
Chỉ duy nhất một lời giải	Nhiều hơn một lời giải

Trong quá trình thiết kế gồm nhiều bước phân tích (hình 1.1). Ví dụ giải phương trình toán học là bài toán phân tích, nhưng xác định phương pháp để giải bài toán là bài toán thiết kế.



Hình 1.1 Thiết kế bao gồm phân tích

Do sự phát triển công nghệ thông tin làm nâng cao khả năng tính toán và yêu cầu rút ngắn thời gian thiết kế sản phẩm, người kỹ sư thiết kế dựa vào các mô hình toán và mô phỏng ngày càng nhiều để đánh giá

sản phẩm trước khi thực hiện mô hình vật lý cho sản phẩm đó. Các quyết định cho quá trình phát triển và chế tạo sản phẩm ngày càng dựa vào các mô hình mô phỏng thay vì sử dụng các thử nghiệm thực.

1.4 ĐỐI TƯỢNG ĐỘ TIN CẬY

Trong lý thuyết độ tin cậy ta khảo sát các đối tượng sau:

- **Sản phẩm**: Được sản xuất bởi xưởng hay nhà máy. Ví dụ: Ổ lăn, đai, bánh răng, máy công cụ, ôtô ...
- **Phần tử**: Là thành phần tạo nên sản phẩm, phần tử bao gồm nhiều chi tiết.
- **Hệ thống**: Tập hợp các phần tử hoạt động có ích dùng để thực hiện độc lập các chức năng đã cho.

Khái niệm phần tử và hệ thống chỉ là tương đối và phụ thuộc vào nhiệm vụ mà nó thực hiện. Ví dụ một máy bất kỳ khi đứng riêng có thể khảo sát như là một hệ thống bao gồm nhiều phần tử riêng biệt như: Các cơ cấu, các chi tiết ... nhưng nó có thể xem như là một phần tử nếu như khảo sát nó trong một dây chuyền tự động. Ví dụ kỹ sư ô tô xem động cơ, hộp số , là các phần tử của một ô tô, tuy nhiên nhà sản xuất động cơ lại xem động cơ là một hệ thống bao gồm nhiều phần tử như: piston, xéc măng, xi lanh, trục khuỷu...

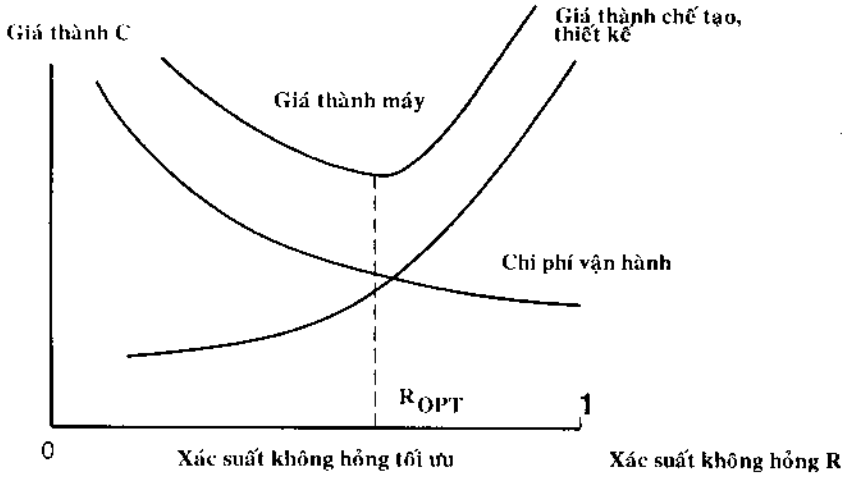
Các sản phẩm được chia ra: ***sản phẩm không phục hồi được*** là những sản phẩm không thể phục hồi được bởi người sử dụng và cần phải thay thế, ví dụ như bóng đèn điện và điện tử, ổ lăn ... ***Sản phẩm phục hồi được*** là sản phẩm có thể phục hồi được bởi người sử dụng ví dụ như: máy công cụ, ôtô, máy hát ...

Hàng loạt các chi tiết không phục hồi được bởi người sử dụng như ổ lăn, nhưng có thể phục hồi được ở các nhà máy đặc biệt. Các sản phẩm phức tạp là phục hồi được bởi vì nó tạo thành từ nhiều phần tử, bởi vì chỉ vài chi tiết trong phần tử bị hỏng còn các chi tiết còn lại vẫn còn khả năng làm việc. Các sản phẩm đơn giản được chế tạo hàng loạt thông thường là các sản phẩm không phục hồi được.

Trong trường hợp các sản phẩm tiêu dùng như quạt điện, máy giặt, máy sấy quần áo, ti vi, ôtô.... Tuổi thọ sản phẩm được định trong thời gian kiểm tra sản phẩm. Sau thời gian kiểm tra sản phẩm sẽ được phân phối đến người tiêu dùng. Độ tin cậy sản phẩm liên quan đến giá thành sản phẩm. Người tiêu dùng mua các sản phẩm đồng thời họ cũng biết rằng các sản phẩm này sẽ hư hỏng theo thời gian. Mặc dù nhà sản xuất

có đưa ra thời gian bảo hành cho sản phẩm trong giai đoạn sử dụng ban đầu, tuy nhiên nếu có nhiều sự hỏng hóc sẽ gây ra sự bất tiện cho người sử dụng và giá thành cao để sửa chữa cho các nhà sản xuất. Ngoài ra, nếu sản phẩm có nhiều hỏng hóc trong hoặc sau thời gian bảo hành sẽ làm giảm uy tín và ảnh hưởng đến việc kinh doanh của nhà sản xuất trong tương lai.

Mặt khác giá thành thiết kế và chế tạo tăng theo sự nâng cao độ tin cậy và chi phí vận hành của thiết bị có độ tin cậy cao giảm xuống, do đó ta phải tìm giá trị nhỏ nhất của chi phí tổng cộng (đồ thị hình 1.2).



Hình 1.2 Phụ thuộc giá thành vào độ tin cậy

1.5 LỊCH SỬ KỸ THUẬT ĐỘ TIN CẬY

Kỹ thuật độ tin cậy được tách ra thành môn học riêng tại Mỹ vào đầu những năm 1950. Sự phức tạp của các vấn đề phát sinh trong chiến tranh thế giới thứ II vào những năm 1940 đã dẫn đến sự phát triển của **lý thuyết độ tin cậy**. Trong thời gian này khoảng 60% thiết bị bay vận chuyển đến vùng Viễn Đông bị hỏng khi đến nơi. Khoảng 50% chi tiết dự trữ và thiết bị trong kho bị hỏng trước khi được sử dụng. Vào năm 1949 khoảng 70% các thiết bị điện tử thuộc hải quân không hoạt động tốt.

Vào năm 1950 lực lượng không quân Mỹ thành lập nhóm nghiên cứu về độ tin cậy các thiết bị điện tử. Vào tháng 8 năm 1952 nhóm tư vấn về độ tin cậy các thiết bị điện tử (AGREE – Advisory Group on Reliability of Electronic Equipment) được thành lập và nhóm này đã đưa ra các tiêu chuẩn đầu tiên về độ tin cậy, trong đó việc kiểm tra độ tin cậy là bộ phận không thể tách rời khi phát triển sản phẩm mới. Thiết bị mới được đòi

hỏi kiểm tra trong vòng nhiều giờ đồng hồ trên môi trường ứng suất cao, nhiệt độ thấp và cao, trong điều kiện được đỡ hoặc rung động. Ý tưởng này được sử dụng để phát hiện các thiếu sót thiết kế trong giai đoạn mà ta có thể sửa đổi chúng trước khi sản xuất sản phẩm hàng loạt.

Kết cấu cơ khí ngày càng trở nên phức tạp hơn và bắt đầu đặt ra những vấn đề khó khăn hơn đặc biệt trong các ứng dụng không gian và quân đội. Không giống như các thiết bị điện tử được sản xuất hàng loạt và các dữ liệu về hỏng hóc có thể biết trước được, các dữ liệu về độ tin cậy của các kết cấu cơ khí và công trình là rất hiếm hoi. Hướng nghiên cứu kết cấu theo độ an toàn được nghiên cứu vào năm 1929. Tương tự nghiên cứu về tuổi thọ mỏi của vật liệu và vấn đề liên quan về lý thuyết giá trị cực trị ứng dụng được đối với sức bền vật liệu và tải trọng bắt đầu vào giữa các năm 1930. Đóng góp vào bắt đầu giải quyết độ tin cậy các kết cấu tĩnh được thực hiện bởi Freudenthal và Pugsley. Sau đó khi nghiên cứu dao động các máy bay phản lực Birnbaum và Saunders đưa ra mô hình thống kê cho tuổi thọ của các kết cấu dưới tác dụng tải trọng động.

Trong khi nghiên cứu thiết kế máy và kết cấu trên cơ sở độ tin cậy ta tìm hiểu sự liên quan giữa các hỏng hóc cơ khí và kết cấu với số người thiệt mạng do các tai nạn này gây nên.

Bảng 1.1

Nguyên nhân	Số người thiệt mạng trên 1 triệu dân
Máy bay	9
Tàu hỏa	4
Giao thông trên nước	9
Giao thông trên bộ	300
Ngộ độc	20
Chiếu sáng	0,5
Hỏa hoạn	40
Máy móc, thiết bị	10
Hỏng hóc kết cấu	0,2

Các hỏng hóc máy và công trình gây ra thiệt hại không đáng kể về người, tuy nhiên gây thiệt hại lớn về kinh tế. Cho nên các nhà thiết kế cố gắng đạt được độ tin cậy cao đối với thiết bị và kết cấu công trình. Thí dụ điển hình là vào mùa mưa bão năm 2000 giao thông đường bộ Nam Bắc nước ta bị gián đoạn hàng tháng do một đoạn đường trên đèo Hải Vân bị lở mà không có con đường dự trữ nào thay thế. Cầu Bình Điền hoặc cầu Bến Lức bị sự cố làm giao thông giữa các tỉnh miền Tây đến thành phố Hồ Chí Minh bị gián đoạn gây thiệt hại lớn về kinh tế. Sự cố nhà máy ga

Dinh Cố không có đủ nguyên liệu do tàu Ba Vì bị nhổ neo làm đời sống hàng ngày dân chúng cả nước ảnh hưởng do thiếu ga sinh hoạt... Nhiều tai nạn thương tâm xảy ra chỉ do một vài chi tiết trong máy không đảm bảo độ tin cậy.

1.6 QUẢN LÝ ĐỘ TIN CẬY

Độ tin cậy của hệ thống hoặc chi tiết không thể đạt được một cách ngẫu nhiên. Nó tích tụ được dần dần trong hệ thống hoặc chi tiết. Độ tin cậy thừa hưởng đặc tính của hệ thống, tương tự khả năng tải của hệ thống hoặc công suất danh nghĩa. Độ tin cậy cần xác định trong mỗi giai đoạn để phát triển sản phẩm hoặc hệ thống bao gồm: thiết kế, chế tạo, kiểm tra và vận hành. Trong giai đoạn thiết kế, phương pháp thiết kế đúng đắn liên quan đến các chi tiết, vật liệu, quá trình, dung sai.... được lựa chọn đầy đủ. Các mục tiêu của giai đoạn này được đảm bảo rằng các trình tự thiết kế đã có từ lâu được ứng dụng, các vật liệu và quá trình đã biết được sử dụng và các lãnh vực không chắc chắn được đánh dấu để thực hiện sau đó. Sau khi các thiết bị chế tạo đã chuẩn bị sẵn sàng, kiểm tra cẩn thận một lần nữa kế hoạch, trình tự thực hiện và các dữ liệu đã chọn trong giai đoạn thiết kế. Trong quá trình chế tạo ta phải sử dụng các kỹ thuật kiểm tra chất lượng để đảm bảo chất lượng sản phẩm theo thiết kế. Ta tiến hành thêm các bước kiểm tra để loại trừ các chi tiết có chất lượng thấp. Các dữ liệu lựa chọn, phân tích và bảo dưỡng phòng ngừa và hiệu chỉnh được thực hiện trong suốt thời gian làm việc của sản phẩm. Độ tin cậy thực tế được so sánh với độ tin cậy dự đoán và nếu cần thiết ta tiến hành các bước hiệu chỉnh. Các dữ liệu này sẽ được sử dụng để phát triển các sản phẩm mới trong tương lai.

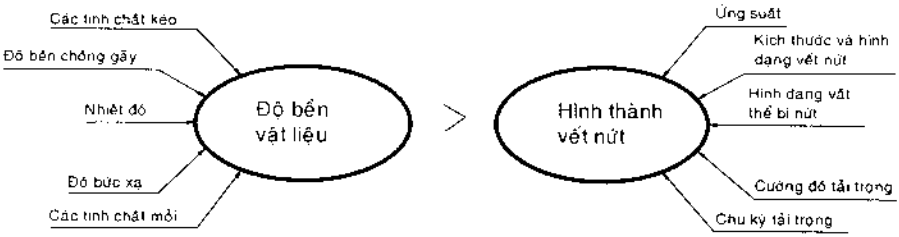
Trong nhiều trường hợp hệ thống được kiểm tra và bảo dưỡng bởi con người. Trong các trường hợp này độ tin cậy của người vận hành cần phải được xem xét khi đánh giá độ tin cậy của toàn bộ hệ thống. Nói chung, độ tin cậy của người vận hành cần phải hoàn thiện bằng việc thiết kế sự lắp ráp, thao tác, vận hành càng đơn giản càng tốt. Các nhân tố khác ảnh hưởng đến độ tin cậy của người vận hành là công tác đào tạo tốt, mức độ căng thẳng làm việc thấp và các vị trí các thiết bị đo và điều khiển hợp lý. Khi phát triển, thiết kế và chế tạo sản phẩm cần đảm bảo tính pháp lý của sản phẩm để làm tăng trách nhiệm của nhà sản xuất khi có những sự vi phạm hoặc thiệt hại do sử dụng sản phẩm.

Độ tin cậy có thể dự đoán khi thử nghiệm sản phẩm trước khi hỏng hóc. Khi thử nghiệm càng nhiều thì độ tin cậy dự đoán càng chính xác. Do thử nghiệm đòi hỏi nhiều thời gian và chi phí, nên cần phải có sự

dung hòa giữa thử nghiệm, độ tin cậy và giá thành sản phẩm. Do đó, để thực hiện và quản lý chương trình độ tin cậy toàn bộ cho sản phẩm cần phải có các kiến thức về phương pháp thiết kế, kinh tế, vấn đề giao diện hệ thống, kiểm tra chất lượng và kỹ thuật thử nghiệm và các nhân tố con người.

1.7 CÁC DẠNG HỎNG CHI TIẾT CƠ KHÍ VÀ KẾT CẤU

Đánh giá khả năng làm việc và độ tin cậy của các chi tiết máy và hệ thống dựa theo các dạng hỏng hóc (hình 1.3).



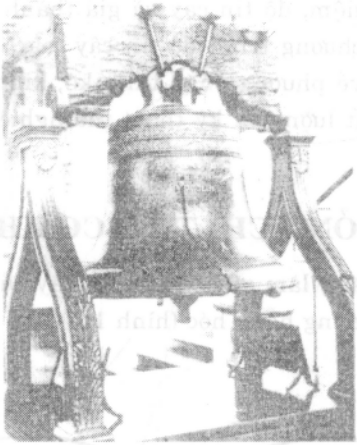
Độ tin cậy = Xác suất (Độ bền vật liệu > Tải trọng tạo các vết nứt)
Hình 1.3 Xác định độ tin cậy theo sự hình thành dạng hỏng

Tất cả các chi tiết cơ khí và kết cấu được gọi là hỏng khi nó không còn thực hiện được các chức năng theo yêu cầu. Một trong những nguyên nhân của hỏng hóc của chi tiết là cường độ và dạng của tải trọng tác dụng. Có các dạng tải trọng: tải trọng tĩnh, tải trọng động, tải trọng va đập (hình 1.4) và tải trọng thay đổi theo chu kỳ. Dưới tác dụng của các dạng tải trọng này ta có các dạng hỏng sau: uốn dọc, rão, nứt, nghiền, rách, nứt vỡ, trầy và mài mòn, tróc rỗ bề mặt... [17, 20, 29, 30, 32, 44, 45, 46, 51].

Một trong các nguyên nhân hỏng hóc khác là do rỉ hoặc ăn mòn hóa học bởi môi trường. Làm loảng, vết rỗ, lỗ hỏng, giòn do hydro và ăn mòn giữa các tinh thể là các dạng hỏng do rỉ (ăn mòn) gây nên. Thông thường các dạng hỏng thường xuất hiện đồng thời.

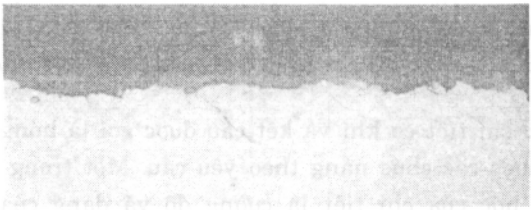
Nguyên nhân hỏng hóc được chia ra: nguyên nhân ngẫu nhiên và nguyên nhân hệ thống.

Nguyên nhân ngẫu nhiên: Quá tải không lường trước được, các vết hỏng của vật liệu và sai số chế tạo mà không được phát hiện khi kiểm tra sai sót của người điều hành hay là sự hỏng hóc hệ thống điều khiển.



Hình 1.4 Chuông bị nứt do tải trọng va đập gây nên

Nguyên nhân hệ thống: Theo các hiện tượng định sẵn, gây nên sự tích lũy từ các vết hỏng: sự ảnh hưởng của môi trường, thời gian, nhiệt độ, rỉ sét, lão hóa, mỏi, từ biến, mài mòn...



a) Vận tốc trượt lớn

b) Vận tốc trượt nhỏ

Hình 1.5 Các vết nứt tế vi trên bề mặt răng do ứng suất tiếp xúc

Tương ứng với các nguyên nhân trên, với tính chất phát triển và sự xuất hiện các hỏng hóc được chia ra: ***bất thường*** (hỏng do quá tải, va đập, dính), ***phát triển từ từ và xuất hiện bất ngờ*** (phá hủy do mỏi, cháy bóng đèn, chập mạch do lão hóa vật cách điện) và ***từ từ*** (mài mòn, lão hóa, rỉ sét ...). Hỏng hóc bất ngờ nguy hiểm hơn hỏng hóc từ từ. Hỏng

hóc từ từ là do các thông số vượt quá giới hạn cho phép trong quá trình vận hành.

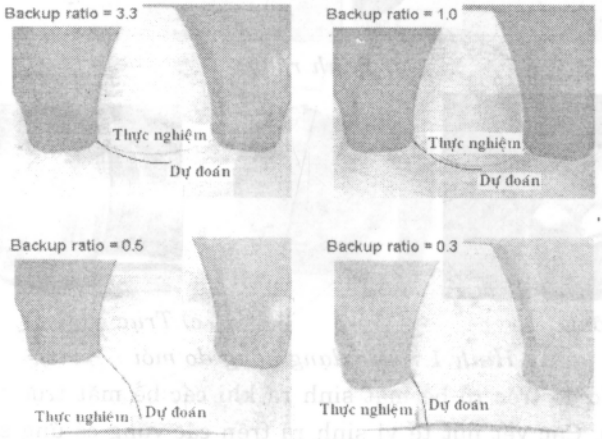
Theo nguyên nhân sinh ra hỏng hóc có thể chia ra: ***kết cấu*** (do thiếu sót kết cấu khi thiết kế), ***công nghệ*** (do vi phạm công nghệ gia công hoặc không hoàn thiện công nghệ) và ***vận hành*** (do vận hành không đúng).

Các hỏng hóc tương ứng với bản chất vật lý chia ra: phá hủy chi tiết hoặc là bề mặt của chúng (vỡ, tróc rỗ, mòn, gỉ, hóa già) hoặc không liên quan đến phá hủy (làm tắc ống dẫn nguyên liệu, làm tắc dầu bôi trơn trong các hệ thống thủy lực, làm yếu mối ghép, làm bẩn công tắc điện....). Với các chi tiết này ta phải thay thế hoặc điều chỉnh hoặc làm sạch chúng.

Để phân tích máy thành hệ thống ta sử dụng cấu trúc cây dạng hỏng (chương 9), do đó việc xác định các dạng hỏng chi tiết máy và từ đó suy ra chỉ tiêu tính thích hợp đóng vai trò quan trọng trong phân tích và thiết kế máy theo độ tin cậy.

Các dạng hỏng quan trọng được liệt kê dưới đây:

1. Hỏng hóc do tải trọng tĩnh gây nên. Khi ứng suất do tải trọng tĩnh gây nên vượt quá giới hạn bền thì các vật liệu bị nứt.

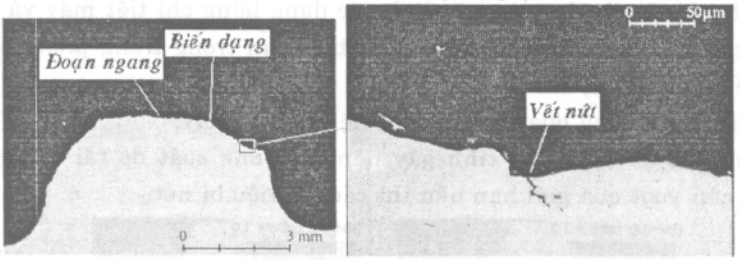


Hình 1.6 Gãy chân răng theo dự đoán và thực nghiệm

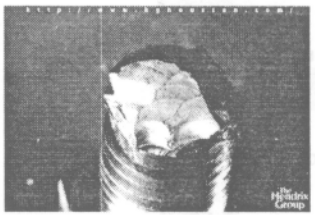
2. Hỏng hóc mỏi - Khi chịu tác dụng của tải trọng theo chu kỳ, vật liệu chi tiết bị nứt khi mà độ lớn của ứng suất thay đổi nhỏ hơn rất nhiều so với giá trị giới hạn chảy (hình 1.6).

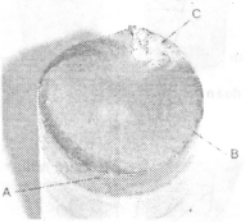
   Các vết hỏng bắt đầu bằng các vết nứt nhỏ xuất hiện tại những nơi có sự tập trung ứng suất và chúng phát triển thành các vết nứt lớn phá hỏng các chi tiết. Hỏng hóc do mỏi chia làm hai giai đoạn: giai đoạn 1 được gọi là giai đoạn *hình thành các vết nứt*. Giai đoạn thứ hai được

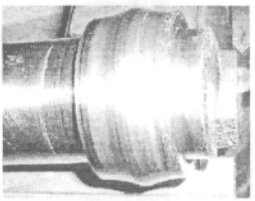
gọi là giai đoạn *phát triển khe nứt*. Nếu N được coi là số chu kỳ làm việc cho đến lúc hỏng thì 60 đến 90% chu kỳ là nguyên nhân bắt đầu các vết nứt và 10 đến 40% chu kỳ phát triển các khe nứt. Các vết nứt do mỏi thông thường xuất hiện trên bề mặt của chi tiết khi mà ứng suất là lớn nhất. Nơi có khuyết tật vật liệu và các thớ được chống đỡ yếu nhất. Các vết xước bề mặt, các tạp chất, bọt khí, độ nhấp nhô bề mặt gia công, sự thay đổi tiết diện ngang, góc lượn, rãnh then và các lỗ là các vị trí tạo nên các vết nứt. Các vết nứt ban đầu quá nhỏ và rất khó khăn cho việc phát hiện bằng mắt thường hoặc bằng các phương pháp kiểm tra tiêu chuẩn. Một khi các vết nứt xuất hiện, tập trung ứng suất cục bộ trên bề mặt sẽ tác động đến sự phát triển của chúng. Đến một lúc nào đó tiết diện mặt cắt ngang giảm xuống đáng kể, ứng suất tăng lên và sự hỏng hóc tức thời xuất hiện sẽ làm chi tiết bị hỏng hoàn toàn. Hình 1.7 là các chi tiết máy bị gãy do mỏi.



a) Bánh răng



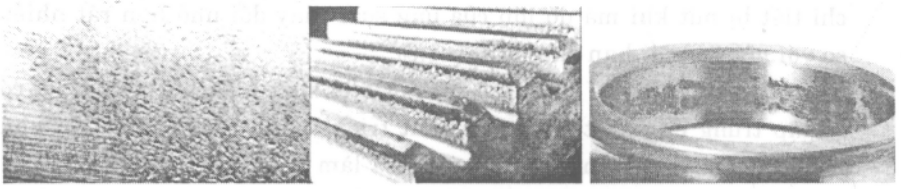




b) Bulông *c) Trục*

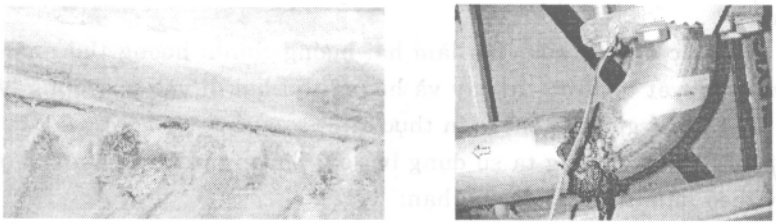
Hình 1.7 Các dạng hỏng do mỏi

3. Hỏng hóc do tróc rỗ bề mặt sinh ra khi các bề mặt trực tiếp tiếp xúc với nhau. Các vết nứt tế vi sinh ra trên các vùng có ứng suất tiếp xúc lớn hơn ứng suất tiếp xúc giới hạn. Lâu ngày các vết nứt này phát triển thành tróc (hình 1.8).



Hình 1.8 Hình thành dạng tróc rỗ bề mặt

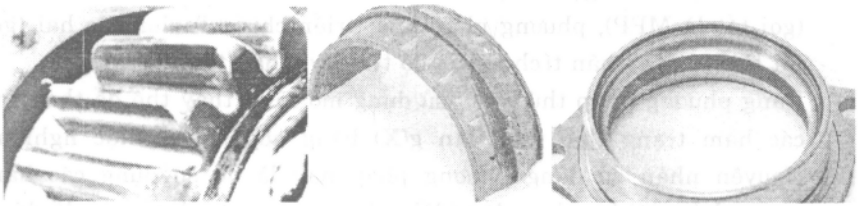
4. Hỏng hóc do rão. Rão thường xuất hiện trên những dòng ổn định kim loại dưới tác dụng của tải trọng lâu dài. Các vết hỏng do rão tiếp tục phát triển nếu như các biến dạng vượt quá mức cho phép hoặc xuất hiện các vết đứt.
5. Hỏng hóc do rỉ. Rỉ là sự hủy hoại bề mặt kim loại trong thời gian lưu kho hoặc vận hành dưới tác dụng của các phản ứng hóa học và điện hóa của vật liệu với môi trường ngoài.



Hình 1.9

Hỏng hóc do rỉ sẽ tăng tốc khi bề mặt có tải trọng tác dụng. Sự giòn do hydro, tính dẻo của kim loại được tăng lên là do sự hấp thụ hydro. Khi đó chi tiết bị gãy giòn dưới tác dụng của tải trọng tĩnh khi biến dạng nhỏ hoặc bị nứt dưới tác dụng của tải trọng va đập khi biến dạng lớn.

6. Hỏng hóc do mài mòn. Mòn xảy ra khi hai bề mặt làm việc tiếp xúc với nhau và trượt lên nhau. Mòn xuất hiện trên tất cả các dạng tiếp xúc: trượt, lăn và va đập (hình 1.10).



a) b) c)

Hình 1.10 Các dạng hỏng do mòn

7. Độ không ổn định. Khi tải trọng ngoài tác dụng lên chi tiết vượt quá giá trị năng lượng biến dạng thì hệ thống sẽ bị mất ổn định và sinh ra các hiện tượng uốn dọc.

Trong thực tế trên một chi tiết có thể xuất hiện cùng một lúc nhiều dạng hỏng khác nhau.

1.8 TÌNH HÌNH NGHIÊN CỨU

Trong những năm gần đây phương pháp thiết kế xác suất được đặc biệt quan tâm. Phương pháp thiết kế xác suất bao gồm: thiết kế theo độ tin cậy, thiết kế bền vững và thiết kế 6 sigma. Trong phương pháp này ta nghiên cứu tính toán theo sự phân phối xác suất các đại lượng thiết kế, thay vì chỉ sử dụng các giá trị đơn định. Phương pháp thiết kế xác suất này đảm bảo độ tin cậy cho trước, an toàn, chất lượng và tính kinh tế sản phẩm.

Các nghiên cứu chia làm hai hướng chính: hướng thứ nhất nghiên cứu lý thuyết toán độ tin cậy và hướng thứ hai đi vào ứng dụng lý thuyết độ tin cậy để giải các bài toán thực tế.

Thông thường ta sử dụng ba loại phương pháp để tính toán độ tin cậy theo hàm trạng thái giới hạn:

- Phương pháp thứ nhất dựa trên cơ sở lấy mẫu thử ngẫu nhiên hay gọi là phương pháp mô phỏng Monte Carlo [8, 25, 31]. Khi mô phỏng số ta phải sử dụng một số lượng lớn các mẫu thử để đánh giá hàm trạng thái giới hạn và sau đó sử dụng các phương pháp thống kê thu được các đặc tính xác suất để phân tích độ tin cậy.
- Phương pháp dựa trên mô hình giải tích độ tin cậy kết cấu. Khi đó hàm trạng thái giới hạn g(**X**) được xác định và sử dụng các phương pháp xấp xỉ để đánh giá độ tin cậy: phương pháp mômen thích hợp, phân tích trường hợp xấu nhất, phương pháp khai triển chuỗi Taylor bậc nhất (gọi tắt là FORM), tìm kiếm điểm xác suất lớn nhất (gọi tắt là MPP), phương pháp khai triển chuỗi Taylor bậc hai (gọi tắt là SORM), phân tích ngược độ tin cậy, phân tích độ nhạy...
- Dạng phương pháp thứ ba là sử dụng mô hình thay thế để thay thế các hàm trạng thái giới hạn g(**X**) bằng quy hoạch thực nghiệm. Nguyên nhân sử dụng phương pháp này là do sử dụng các hàm trạng thái giới hạn ban đầu (đối với các mô hình phức tạp) để đánh giá độ tin cậy tốn rất nhiều thời gian và công sức, do đó phải tìm mô hình khác đơn giản hơn để thay thế.

Phân tích và thiết kế máy và chi tiết máy trên cơ sở độ tin cậy chỉ được chú ý vào những năm gần đây.

CHƯƠNG 2

HÀM PHÂN PHỐI CÁC ĐẠI LƯỢNG NGẪU NHIÊN

Trong tính toán độ tin cậy các đại lượng được khảo sát như là các đại lượng ngẫu nhiên. Các sự hỏng hóc bất ngờ được xác định bằng các sự kết hợp không thuận lợi ngẫu nhiên của nhiều nhân tố. Tính ngẫu nhiên liên quan đến các nguyên nhân của các sự kiện, mà các sự kiện này là bí mật đối với chúng ta. Phân tán tuổi thọ, theo tiêu chuẩn bền mỏi (đánh giá theo tỉ số giữa tuổi thọ cao nhất và thấp nhất) đối với ổ lăn 40, đối với bộ truyền bánh răng 10÷15. Phân tán tuổi thọ theo độ bền mòn cũng rất lớn.

Có nhiều dạng hàm ngẫu nhiên để diễn tả sự phân phối của các đại lượng ngẫu nhiên độc lập hoặc phân tán. Chúng ta chọn dạng hàm phân phối ngẫu nhiên phụ thuộc vào:

1. Bản chất của vấn đề.
2. Các giả thuyết cơ bản liên quan đến phân phối.
3. Hình dáng đồ thị giữa hàm phân phối F(x), hàm mật độ phân phối f(x) theo x thu được sau khi vẽ đồ thị dựa vào các dữ liệu sẵn có.
4. Sự thuận tiện và đơn giản được tạo bởi sự phân phối cho các lần tính toán sau đó.

Sau đây chúng tôi xin giới thiệu các đại lượng ngẫu nhiên và vài dạng phân phối điển hình được sử dụng trong tính toán thiết kế kỹ thuật.

Trong tài liệu này chúng tôi giới thiệu các mô hình toán để mô tả độ tin cậy của các phần tử và hệ thống. Các mô hình toán bao gồm 4 hàm xác suất liên quan: hàm độ tin cậy R(x), hàm phân phối tích lũy F(x), hàm mật độ phân phối f(x) và hàm cường độ hỏng h(x) với x là đại lượng ngẫu nhiên. Ta có thể sử dụng chúng để tính toán độ tin cậy. Ngoài các hàm trên ta còn sử dụng các đại lượng khác nhau như: thời gian làm việc trung bình cho đến lúc hỏng, điểm phân vị của phân phối hỏng...

2.1 CÁC ĐẠI LƯỢNG NGẪU NHIÊN

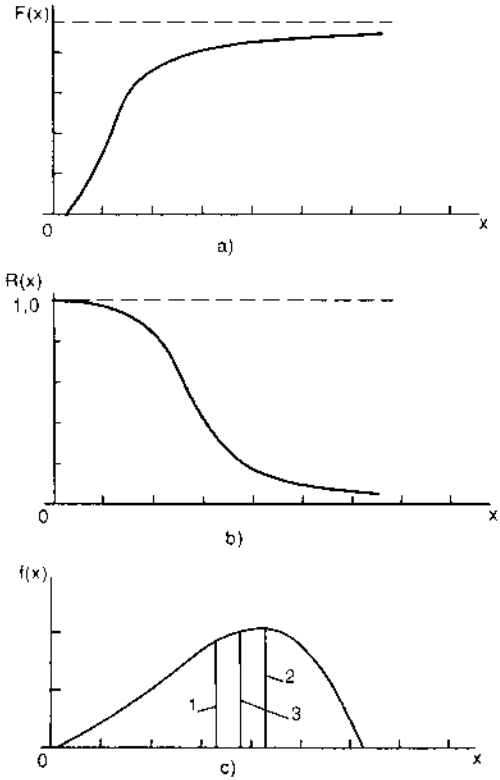
Sự phân tán đáng kể của các đại lượng trong tính toán thiết kế theo các chỉ tiêu về khả năng làm việc bao gồm:

- Tải trọng tác động.
- Các đặc tính cơ của vật liệu và chi tiết.

- Dung sai kích thước nhận được trong quá trình chế tạo các chi tiết lắp ghép (lắp có khe hở và độ dôi)...

Do đó trong tính toán độ tin cậy các tham số được khảo sát như là các đại lượng ngẫu nhiên, giá trị của chúng có thể thay đổi trong một miền mà ta không thể biết trước cụ thể được. Các đại lượng này có thể là *rời rạc* hoặc *liên tục*.

Đối với mỗi số hạng x trong miền thay đổi của đại lượng ngẫu nhiên X tồn tại một xác suất xác định P(X<x) sao cho X không vượt quá x. Sự phụ thuộc P(X<x) = F(x) được gọi là **hàm phân phối** hoặc **hàm xác suất tích lũy** của đại lượng ngẫu nhiên X (hình 2.1a).



Hình 2.1 a) Hàm phân phối tích lũy F(x); b) Hàm độ tin cậy; c) Hàm mật độ xác suất f(x) và các đặc trưng số của tâm nhóm đại lượng ngẫu nhiên: 1- Điểm trung vị, 2- Mốt; 3- Kỳ vọng toán.

Hàm số F(x) là hàm số không giảm (tăng đơn điệu đối với quá trình liên tục và tăng theo bậc đối với quá trình rời rạc). Trong giới hạn của đại lượng ngẫu nhiên X nó thay đổi từ 0 đến 1.

Hàm phân phối...

Đạo hàm của hàm phân phối theo x: $f(x)=\frac{dF(x)}{dx}$ được gọi là **mật độ phân phối** (hình 2.1c). Nó đặc trưng tần số lặp lại của giá trị cho trước của đại lượng ngẫu nhiên. Trong các bài toán độ tin cậy nó được sử dụng rộng rãi như là mật độ xác suất.

Đặc trưng một cách tương đối đầy đủ phân phối đại lượng ngẫu nhiên bằng các đại lượng số (hình 2.1c). Kỳ vọng toán (giá trị trung bình), mốt và điểm trung vị, đặc trưng bởi vị trí các điểm tâm nhóm các đại lượng ngẫu nhiên theo trục số. Phương sai, sai lệch bình phương trung bình, hệ số biến phân, đặc trưng sự phân phối đại lượng ngẫu nhiên.

Các đặc trưng được sử dụng trong luận thuyết thống kê (để xử lý các kết quả quan sát) và trong luận thuyết xác suất (để lý giải dự đoán độ tin cậy).

Kỳ vọng toán (giá trị trung bình) m_x - là đặc tính chủ yếu và đơn giản nhất của đại lượng ngẫu nhiên X. Giá trị kỳ vọng toán theo kết quả quan sát đối với các đại lượng rời rạc cũng như liên tục được gọi là ***ước lượng*** kỳ vọng toán hoặc ***ước lượng*** giá trị trung bình $\bar{x}$.

$$\bar{x} = \sum \frac{x_i}{N} \text{ hoặc } \sum \frac{p_i x_i}{N} \qquad (2.1)$$

trong đó: N - tổng số các quan sát; x_i - giá trị đại lượng ngẫu nhiên; p_i - số các giá trị x_i giống nhau.

Trong công thức đầu tiên ta xác định tổng của phần tử, trong trường hợp thứ hai p_i các phần tử với các giá trị x_i giống nhau. Khi số quan sát (thử nghiệm) đủ lớn ta có $m_x = \bar{x}$.

Trong các bài toán xác suất người ta xác định ***kỳ vọng toán*** theo sự phụ thuộc vào mật độ phân phối f(x) (đối với các giá trị liên tục) hoặc xác suất p_i xuất hiện giá trị x_i (đối với các đại lượng phân tán).

$$m_x = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx \; ; \qquad m_x = \Sigma p_i x_i \qquad (2.2)$$

Phương sai đại lượng ngẫu nhiên - kỳ vọng toán của bình phương các sai lệch đại lượng ngẫu nhiên này so với kỳ vọng toán của nó.

Ước lượng phương sai đại lượng ngẫu nhiên - giá trị trung bình bình phương hiệu số giữa giá trị đại lượng ngẫu nhiên và giá trị trung bình của chúng:

$$D_x^* = \frac{1}{N-1}\sum(x_i - \bar{x})^2 \text{ hoặc } \frac{1}{N-1}\sum g_i(x_i - \bar{x})^2 \qquad (2.3)$$

Thuật ngữ "phương sai" có nghĩa là độ phân tán và đặc trưng bởi độ tán mạn (phân tán) đại lượng ngẫu nhiên.

Đối với các đại lượng ngẫu nhiên liên tục:

$$D_x = \int_{-\infty}^{\infty}(x - m_x)^2 f(x)dx \qquad (2.4)$$

Đối với các đại lượng ngẫu nhiên phân tán:

$$D_x = \Sigma(x_i - m_x)^2 p_i \qquad (2.5)$$

Phương sai có thứ nguyên bằng bình phương đại lượng ngẫu nhiên. Để sử dụng thuận tiện hơn đặc trưng độ phân tán có cùng thứ nguyên với đại lượng ngẫu nhiên, người ta thường sử dụng đặc trưng là ***sai lệch bình phương trung bình*** là căn bậc hai của phương sai:

$$S_x = \sqrt{D_x} \qquad (2.6)$$

Để đánh giá độ phân tán nhờ vào một đại lượng không thứ nguyên người ta sử dụng ***hệ số biến phân*** bằng tỉ số giữa sai lệch bình phương trung bình và kỳ vọng toán, tức là:

$$v_x = \frac{S_x}{m_x} \qquad (2.7)$$

Phương sai và sai lệch bình phương trung bình đặc trưng độ phân tán điển hình hơn các đại lượng khác như giá trị trung bình các đại lượng ngẫu nhiên.

Điểm phân vị được gọi là giá trị của đại lượng ngẫu nhiên tương ứng với xác suất cho trước.

Điểm phân vị tương ứng với xác suất 0,5 được gọi là điểm ***trung vị.*** Điểm trung vị đặc trưng cho vị trí của tâm nhóm đại lượng ngẫu nhiên. Diện tích đồ thị hàm mật độ phân phối được chia bởi trung vị thành hai phần bằng nhau (hình 2.1).

Để đặc trưng cho độ phân tán đại lượng ngẫu nhiên người ta sử dụng thêm sai lệch xác suất, bằng một nửa hiệu các điểm phân vị $x_{0,75}$ và $x_{0,25}$ tức là giá trị đại lượng ngẫu nhiên tương ứng với xác suất 0,75 và 0,25.

Mốt đại lượng ngẫu nhiên được gọi là giá trị khi mà mật độ xác suất lớn nhất.

Các đại lượng điểm trung vị và mốt, tương tự như các đại lượng vừa kể, được chuyển thành các thuật ngữ trong luận thuyết thống kê. Đối với các phân phối đối xứng (phân phối chuẩn) thì kỳ vọng toán, mốt và điểm trung vị trùng nhau.

2.2 CÁC SỰ PHỤ THUỘC CHỦ YẾU

Độ phân tán đáng kể các thông số chủ yếu độ tin cậy định trước sự cần thiết phải khảo sát chúng theo quan điểm xác suất.

Như đã trình bày trong phần ví dụ các đặc trưng phân phối, các thông số độ tin cậy được sử dụng trong ***luận thuyết thống kê để ước lượng trạng thái*** và trong luận thuyết ***xác suất để dự đoán***. Các thông số thứ nhất biểu diễn bởi các số rời rạc, trong lý thuyết thống kê và lý thuyết dự đoán độ tin cậy gọi là **ước lượng**. Khi số lượng các thử nghiệm lớn thì chúng được xem như là các ***đặc trưng thật*** của độ tin cậy.

Ta khảo sát số lượng lớn N các chi tiết trong thời gian thử nghiệm hoặc vận hành t để đánh giá độ tin cậy. Giả sử đến cuối thời gian t thử nghiệm hoặc vận hành còn lại $N_s(t)$ chi tiết còn khả năng làm việc và $N_f(t)$ chi tiết hỏng. Khi đó số lượng tương đối các chi tiết hỏng:

$$F(t) = \frac{N_f(t)}{N} \tag{2.8}$$

Nếu thử nghiệm được tiến hành một cách có chọn lọc thì F(t) có thể được khảo sát như là ***ước lượng thống kê các xác suất hỏng*** hoặc nếu N tương đối lớn là ***xác suất hỏng***.

Nếu trong trường hợp khi cần thiết nhấn mạnh sự khác nhau của ước lượng xác suất với giá trị xác suất thật thì ước lượng sẽ được ký hiệu thêm một dấu *, có nghĩa là F*(t).

Xác suất làm việc không hỏng hoặc gọi là hàm độ tin cậy (hình 2.1b) được đánh giá bằng số lượng tương đối các chi tiết còn khả năng làm việc:

$$R(t) = \frac{N_s(t)}{N} = 1 - \frac{N_f(t)}{N} \tag{2.9}$$

Vì hỏng và không hỏng là hai hiện tượng đối nghịch nhau, do đó tổng xác suất của chúng bằng 1:

$$R(t) + F(t) = 1 \tag{2.10}$$

Từ sự phụ thuộc trên ta suy ra:

Khi t = 0; n = 0; F(t) = 0 và R(t) = 1

Khi t = ∞; n = N; F(t) = 1 và R(t) = 0

Phần tử hỏng theo thời gian được đặc trưng bởi hàm mật độ phân phối hỏng f(t).

Theo luận thuyết thống kê:

$$f(t) = \frac{\Delta N_f}{N\Delta t} = \frac{\Delta F(t)}{\Delta(t)} \tag{2.11}$$

Theo luận thuyết xác suất:

$$f(t) = \frac{dF(t)}{dt} \qquad (2.12)$$

trong đó: ΔN_f và $\Delta F(t)$ - số gia các chi tiết hỏng và tương ứng là xác suất hỏng trong thời gian Δt.

Xác suất hỏng và làm việc không hỏng theo hàm phân phối f(t) được biểu diễn bằng sự phụ thuộc sau:

$$F(t) = \int_0^t f(t)dt \text{ khi } t = \infty \text{ thì } F(t) = \int_0^\infty f(t)dt = 1 \qquad (2.13)$$

$$R(t) = 1 - F(t) = 1 - \int_0^t f(t)dt = \int_t^\infty f(t)dt \text{, khi } t = \infty \text{ thì } R(t) = 0 \qquad (2.14)$$

Bảng 2.1 Quan hệ giữa các hàm đánh giá độ tin cậy

Hàm	R(t)	F(t)	f(t)	h(t)
R(t)	-	1 - F(t)	$1-\int_0^t f(t)dt = \int_t^\infty f(t)dt$	$e^{-\int_0^t h(t)dt}$
F(t)	1 - R(t)	-	$\int_0^t f(t)dt$	$1-e^{-\int_0^t h(t)dt}$
f(t)	$-\frac{dR(t)}{dt}$	$\frac{dF(t)}{dt}$	-	$h(t)e^{-\int_0^t h(t)dt}$
h(t)	$-\frac{1}{R(t)}\frac{dR(t)}{dt}$	$\frac{1}{1-F(t)}\frac{dF(t)}{dt}$	$\frac{f(t)}{\int_t^\infty f(t)dt}$	-

Ví dụ 2.1

Hàm mật độ phân phối của đại lượng ngẫu nhiên T là thời gian cho đến lúc hỏng (tính bằng giờ) của máy nén có dạng:

$$f(t) = \begin{cases} \dfrac{0,001}{(0,001t+1)^2} & t \geq 0 \\ 0 \quad \text{khi} & t < 0 \end{cases}$$

Hãy tìm độ tin cậy sau 100 h làm việc.

Giải:

$$R(t) = \int_t^\infty \frac{0,001}{(0,001t'+1)^2}dt' = \frac{-1}{(0,001t'+1)}\Bigg|_t^\infty = \frac{1}{(0,001t+1)}$$

Và $$F(t) = 1 - R(t) = 1 - \frac{1}{(0,001t+1)} = \frac{0,001t}{(0,001t+1)}$$

Độ tin cậy sau 100h làm việc:

$$R(100) = \frac{1}{(0,001.100+1)} = 0,909$$

Thời gian thiết kế là thời gian làm việc cho đến lúc hỏng t_R tương ứng với xác suất làm việc không hỏng R được xác định theo điều kiện $R(t_R)=R$. Ví dụ xác định thời gian làm việc cho đến lúc hỏng để độ tin cậy đạt được giá trị R = 0,95.

$$R(t_R) = \frac{1}{(0{,}001t_R + 1)} = 0.95$$

Từ đây suy ra:

$$t_R = 1000\left(\frac{1}{0{,}95} - 1\right) = 52.6\,h$$

Xác suất hỏng trong khoảng thời gian (t_1, t_2) có thể xác định theo công thức sau:

$$P(t_1 \le T \le t_2) = F(t_2) - F(t_1) = R(t_1) - R(t_2) = \int_a^b f(t)dt \qquad (2.15)$$

Theo ví dụ 2.1 ta tính xác suất hỏng trong khoảng thời gian từ 30 đến 120 h theo công thức sau:

$$P(30 \le T \le 120) = F(120) - F(30) = R(30) - R(120)$$

$$= \frac{1}{(0{,}001.30 + 1)} - \frac{1}{(0{,}001.120 + 1)} = 0{,}077075$$

2.3 HÀM CƯỜNG ĐỘ HỎNG

Tiến hành thử nghiệm các phần tử giống nhau với cùng điều kiện làm việc như nhau. Giả sử gọi N là tổng số phần tử giống nhau được thử nghiệm, $N_s(t)$ số các phần tử còn khả năng làm việc tại thời điểm t, và $N_f(t)$ là số các phần tử bị hỏng trong thời gian t. Nếu tiếp tục thử nghiệm thì số các phần tử còn khả năng làm việc sẽ ngày càng ít đi và số phần tử hỏng hóc sẽ tăng lên. Khi đó độ tin cậy của phần tử tại thời điểm t được xác định theo công thức:

$$R(t) = \frac{N_s(t)}{N} = \frac{N - N_f(t)}{N} = 1 - \frac{N_f(t)}{N} \qquad (2.16)$$

Khi N không đổi thì:

$$\frac{dR(t)}{dt} = -\frac{1}{N}\frac{dN_f(t)}{dt} = -f(t) \qquad (2.17)$$

Cường độ hỏng hoặc còn gọi là **hàm may rủi** hoặc **cường độ may rủi**, ký hiệu là h(t). Khác với mật độ phân phối, cường độ hỏng h(t) được so sánh với số các chi tiết N_s còn khả năng làm việc mà không phải với tổng số các chi tiết. Tương ứng trong luận thuyết thống kê:

$$h(t) = \frac{\Delta N_f}{N_s \Delta t}$$

và trong luận thuyết xác suất tính đến $R(t) = \frac{N_s}{N}$ ta có:

$$h(t) = \frac{1}{N_s}\frac{dN_f(t)}{dt} = \frac{N}{N_s}\frac{dN_f(t)}{Ndt} = -\frac{1}{R(t)}\frac{dR(t)}{dt} = \frac{f(t)}{R(t)} \qquad (2.18)$$

Từ đây suy ra sự liên hệ giữa xác suất làm việc không hỏng và cường độ hỏng h(t):

$$\frac{dR(t)}{R(t)} = -h(t)dt \text{ , suy ra } \ln R(t) = -\int_0^t h(t)dt$$

hoặc: $$R(t) = e^{-\int_0^t h(t)dt} \qquad (2.19)$$

Biểu thức này là một trong các **phương trình chủ yếu của lý thuyết độ tin cậy**.

Cường độ hỏng còn có thể biểu diễn theo quan điểm hàm phân phối xác suất của tuổi thọ của phần tử. Hàm phân phối của tuổi thọ hoặc thời gian hỏng T của phần tử được xác định bởi:

$$F_T(t) = \int_0^t f_T(x)dx \qquad (2.20)$$

Độ tin cậy của phần tử được xác định theo công thức:

$$R(t) = P(T > t) = 1 - P(T \le t) = 1 - F_T(t) = e^{-\int_0^t h(x)dx} \qquad (2.21)$$

Hoặc $$\ln[1 - F_T(t)] = -\int_0^t h(x)dx$$

Bảng 2.2 Cường độ hỏng của một số chi tiết máy và sản phẩm

Chi tiết	Cường độ hỏng trên 1 giờ	Hệ thống	Cường độ hỏng trên 1000 h
Bulông, trục	2.10^{-10}	Máy nén ly tâm	$1,5.10^{-4}$
Vòng đệm	5.10^{-7}	Máy phát điêzen	$1,2\text{-}5.10^{-3}$
Mối hàn ống	5.10^{-7}	Tủ lạnh gia đình	$4\text{-}6.10^{-5}$
Ống nhựa	4.10^{-5}	Máy tính lớn	$4\text{-}8.10^{-3}$
Van	2.10^{-6}	Máy tính cá nhân	$2\text{-}5.10^{-5}$
		Tấm mạch in	$7\text{-}10.10^{-8}$

Lấy đạo hàm hai vế, ta thu được:

$$-\frac{f_T(t)}{1 - F_T(t)} = -h(t)$$

nghĩa là: $$h(t) = \frac{f_T(t)}{R(t)} = \frac{f_T(t)}{1 - F_T(t)} \qquad (2.22)$$

Trong công thức trên để đơn giản ta thay thế $f_T(t)$ và $F_T(t)$ bằng f(t) và F(t) tương ứng là hàm mật độ xác suất và hàm phân phối của T.

Trên bảng 2.2 trình bày cường độ hỏng trung bình của các chi tiết và hệ thống khác nhau.

2.4 HÀM PHÂN PHỐI ĐỀU

Với đại lượng ngẫu nhiên được phân phối đều thì mật độ phân phối có giá trị không đổi trên đoạn (a,b). Hàm mật độ phân phối có dạng sau:

$$f(t) = \begin{cases} \dfrac{1}{b-a} & a \le t \le b \\ 0 \quad \text{khi} & t < a; t > b \end{cases} \qquad (2.23)$$

với a và b xác định giới hạn trên và dưới đại lượng ngẫu nhiên.

Giá trị trung bình và sai lệch bình phương trung bình xác định theo công thức sau:

$$\bar{t} = \frac{a+b}{2}$$
$$S_t^2 = \frac{(b-a)^2}{12} \qquad (2.24)$$

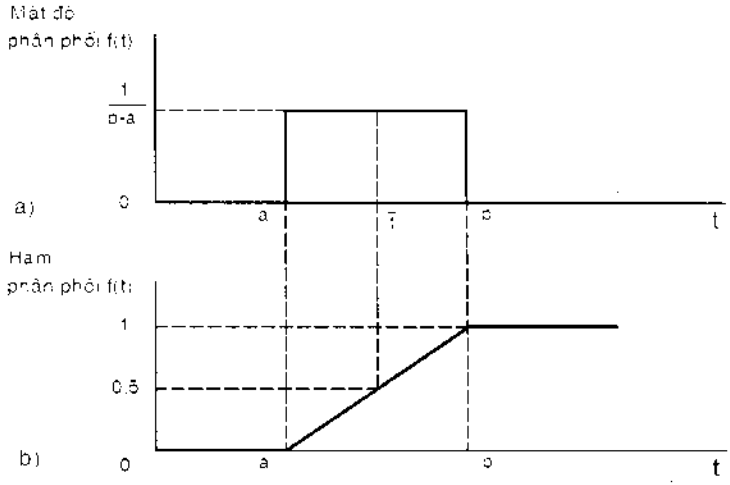
Ví dụ 2.2

Giới hạn bền của gang liên hệ với độ rắn bề mặt đo bằng phương pháp Brinell như sau:

$$\sigma_b = 1{,}6HB - 86{,}18 \quad (MPa)$$

Nếu HB phân phối đều với giá trị nằm trong khoảng 140 ÷ 150, xác định hàm mật độ xác suất của σ_b.

Giải:



Hình 2.2 Phân phối đều

Vì HB phân phối đều trên khoảng 140÷150, do đó σ_b sẽ phân phối đều trên khoảng 137,82÷153,82.

Khi đó hàm mật độ xác suất:

$$f(\sigma_b) = \begin{cases} 0{,}0625 & 137{,}82\text{MPa} \le \sigma_b \le 153{,}82\text{MPa} \\ 0 & \text{khi} \quad \sigma_b < 137{,}82; \sigma_b > 153{,}82 \end{cases}$$

2.5 HÀM PHÂN PHỐI MŨ

Trong giai đoạn vận hành bình thường (làm việc ổn định) của thiết bị thì các hỏng hóc dần dần chưa xảy ra và độ tin cậy được đặc trưng bởi các hỏng hóc bất ngờ. Các hỏng hóc này được gây nên bởi sự kết hợp nhiều yếu tố không thuận lợi do đó có cường độ không đổi:

$$h(t) = \lambda = \text{const} \tag{2.25}$$

trong đó $\lambda = \dfrac{1}{m_t}$ với m_t - thời gian làm việc trung bình cho đến lúc hỏng (thông thường tính bằng giờ).

Giá trị λ biểu diễn số hỏng hóc trong 1 giờ và có giá trị rất nhỏ.

Hàm độ tin cậy (xác suất làm việc không hỏng):

$$R(t) = e^{-\int_0^t \lambda dt} = e^{-\lambda t} \tag{2.26}$$

Chúng tuân theo quy luật phân phối mũ thời gian làm việc không hỏng và giống nhau trong mỗi đoạn thời gian trong giai đoạn vận hành bình thường.

Hàm số phân phối dạng mũ có thể xấp xỉ thời gian làm việc không hỏng cho đa số các chi tiết: các máy móc quan trọng làm việc trong thời gian làm việc ổn định, các chi tiết thiết bị điện tử, các máy với sự thay thế liên tục các chi tiết hỏng, máy móc với các hệ thống truyền động thủy lực và điện và các hệ thống điều khiển, các đối tượng phức tạp, cấu tạo từ nhiều chi tiết (khi mà hỏng hóc mỗi chi tiết không ảnh hưởng đến toàn bộ hệ thống).

Ta dẫn ra các ví dụ sự kết hợp điều kiện làm việc không thuận lợi của các chi tiết máy gây nên hiện tượng hỏng hóc bất ngờ (gãy). Với bộ truyền bánh răng có thể xảy ra khi chịu tác dụng tải trọng quá tải tác dụng trên răng yếu nhất khi đang ăn khớp tại đỉnh răng, cùng lúc đó do sai số chế tạo trên vòng ăn khớp chỉ có một đôi răng ăn khớp. Trường hợp này chỉ có thể xảy ra trong thời gian nhiều năm vận hành hoặc hoàn toàn không xảy ra.

Hàm phân phối...

Ví dụ kết hợp các điều kiện làm việc không thuận lợi gây nên hiện tượng gãy trục có thể xảy ra khi tác dụng của tải trọng "lớn nhất" tại vị trí mà trục chịu tải trọng có tiết diện bé nhất trong mặt phẳng tải trọng.

Nếu $\lambda t \leq 0,1$ thì công thức đối với xác suất làm việc không hỏng được rút gọn bằng kết quả của việc phân tích chúng ra dạng dãy:

$$R(t) = 1 - \lambda t + \frac{(\lambda t)^2}{2!} - \frac{(\lambda t)^3}{3!} + ... \approx 1 - \lambda t \qquad (2.27)$$

Mật độ phân phối:

$$f(t) = -\frac{dR(t)}{dt} = \lambda e^{-\lambda t} \qquad (2.28)$$

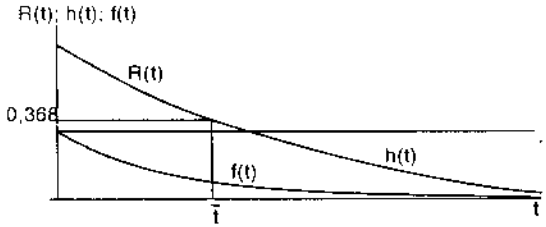
Giá trị xác suất làm việc không hỏng (hình 2.3) phụ thuộc vào:

$$\lambda(t)t \approx \frac{t}{m_t}$$

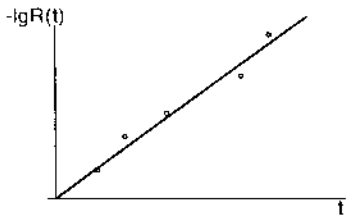
Sự quan hệ giữa $\lambda(t)t$ và $R(t)$ cho trong bảng sau:

$\lambda(t)t$	1	0,1	0,01	0,001	0,0001
R(t)	0,368	0,9	0,99	0,999	0,9999

Khi $\frac{1}{m_t} = 1$ xác suất $R(t) = 0,368$, tức là 63,3% hỏng hóc xuất hiện trong thời gian $t<m_t$ và chỉ 36,7% xuất hiện sau đó. Do đó, từ bảng số liệu trên để đảm bảo xác suất làm việc không hỏng 0,9 hoặc 0,99 thì ta sử dụng chỉ một tỉ số nhỏ thời gian phục vụ trung bình (tương ứng 0,1 và 0,01).



Hình 2.3 Hàm xác suất không hỏng R(t), mật độ xác suất f(t) và cường độ hỏng λ(t)



Hình 2.4 Xác định xác suất không hỏng theo kết quả thực nghiệm bằng đồ thị

Nếu sự làm việc các chi tiết xảy ra ở các chế độ khác nhau và do cường độ hỏng λ_1 (theo thời gian t_1) và λ_2 (theo thời gian t_2) thì:

$$R(t) = e^{-(\lambda_1 t_1 + \lambda_2 t_2)} \qquad (2.29)$$

Sự phụ thuộc này nhận được bằng phép nhân xác suất. Để xác định trên cơ sở các thực nghiệm cường độ hỏng người ta ước lượng thời gian làm việc trung bình cho đến lúc hỏng:

$$m_t \approx \lambda \bar{t} = \frac{1}{N}\sum t_i \qquad (2.30)$$

trong đó N - tổng số các quan sát.

Khi đó: $$\lambda = \frac{1}{\bar{t}} \qquad (2.31)$$

Có thể sử dụng phương pháp đồ thị (hình 2.4) để đưa ra điểm thực nghiệm theo tọa độ t và -lgR(t). Dấu trừ được chọn vì R(t)<1, do đó lgR(t) là đại lượng âm.

Khi đó lấy logarit biểu thức đối với xác suất làm việc không hỏng.

$$\lg R(t) = -\lambda t \lg e = -0{,}4343\lambda t \qquad (2.32)$$

Do đó góc nghiêng đường thẳng đi qua các điểm thực nghiệm:

$$\mathrm{tg}\alpha = 0{,}4343\lambda \text{ từ đó } \lambda = 2{,}3\mathrm{tg}\alpha \qquad (2.33)$$

Theo phương pháp này ta không cần thiết phải tiến hành đến cuối thử nghiệm tất cả các mẫu thử (chỉ cần hai điểm)

Sử dụng quy luật phân phối theo hàm mũ ta có thể dễ dàng xác định trung bình các chi tiết bị hỏng trong một thời gian đã cho và trung bình các chi tiết N_k còn khả năng làm việc. Khi $\lambda t \le 0{,}1$:

$$n \approx N\lambda t; \quad N_k \approx N(1-\lambda t) \qquad (2.34)$$

Ví dụ 2.3

Xác định xác suất R(t) không xảy ra các hỏng hóc bất thường của cơ cấu trong thời gian t = 10000h nếu cường độ hỏng $\lambda = \frac{1}{m_t} = \frac{1}{10^8 h}$.

Giải:

Bởi vì $\lambda t = 10^{-8}.10^4 = 10^{-4} < 0{,}1$ ta sử dụng sự phụ thuộc gần đúng:

$$R(t) = 1 - \lambda t = 1 - 10^{-4} = 0{,}9999$$

Tính toán theo sự phụ thuộc chính xác $R(t) = e^{-\lambda t}$ trong giới hạn bốn số thập phân có kết quả tương tự.

2.6 HÀM PHÂN PHỐI CHUẨN

Đối với giai đoạn hỏng hóc dần dần cần thiết phải có các quy luật phân phối thời gian làm việc không hỏng, theo quy luật này đầu tiên có

mật độ phân phối thấp, sau đó đạt đến giá trị lớn nhất và tiếp tục là giảm dần liên quan đến sự giảm số các phần tử còn khả năng làm việc.

Liên quan đến sự đa dạng của các nguyên nhân và điều kiện phát sinh các hỏng hóc, trong giai đoạn này để mô tả độ tin cậy người ta sử dụng một vài quy luật phân phối thu được bằng con đường xấp xỉ các kết quả thử nghiệm hay quan sát trong quá trình vận hành.

Quy luật phân phối chuẩn là quy luật phổ biến và thuận tiện nhất và được sử dụng phổ biến nhất trong tính toán (xem hình 2.5, 2.6).

Phân phối luôn luôn tuân theo quy luật chuẩn nếu như ảnh hưởng đến sự thay đổi đại lượng ngẫu nhiên là các nhân tố gần như cùng giá trị. Thời gian cho đến lúc hỏng của nhiều chi tiết phục hồi hoặc không phục hồi được tuân theo quy luật phân phối chuẩn. Ngoài ra, kích thước và độ bền của các chi tiết cũng tuân theo quy luật này.

Hàm mật độ phân phối:

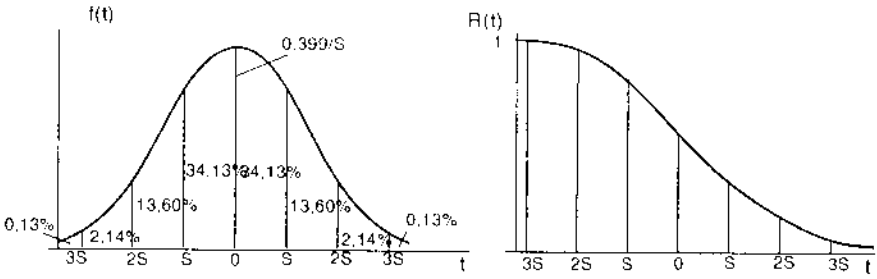
$$f(t) = \frac{1}{S\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(t-m_t)^2}{2S^2}} \qquad (2.35)$$

Phân phối có hai tham số độc lập: kỳ vọng toán m_t và sai lệch bình phương trung bình S. Người ta ước lượng giá trị các tham số m_t và S theo kết quả thực nghiệm theo công thức:

$$m_t \approx \bar{t} = \frac{\sum t_i}{N} \qquad (2.36)$$

$$S \approx s = \sqrt{\frac{1}{N-1}\sum\left(t_i - \bar{t}\right)^2} \qquad (2.37)$$

trong đó: $\bar{t}$ và S - ước lượng kỳ vọng toán và sai lệch bình phương trung bình.



Hình 2.5 Hàm mật độ phân phối và hàm độ tin cậy phân phối chuẩn

Sự xấp xỉ giữa các tham số và các ước lượng của chúng được tăng lên với việc tăng số mẫu thực nghiệm. Đôi khi thuận tiện hơn khi dựa trên phương sai $D = S^2$.

Kỳ vọng toán xác định trên đồ thị (hình 2.5) vị trí đường cong và sai lệch bình phương trung bình - chiều rộng đường cong. Khi S càng nhỏ thì đường cong mật độ phân phối càng nhọn và cao hơn. Nó thay đổi từ $t = -\infty$ đến $t = +\infty$. Tuy nhiên nó không đáng kể khi nằm ngoài khoảng (m_t -3S, m_t+3S), bởi vì xác suất hỏng khoảng thời gian đến m_t -3S chỉ bằng 0,14% và thông thường được bỏ qua khi tính toán. Xác suất hỏng đến m_t -2S bằng 2,175%. Giá trị lớn nhất của tung độ đường cong mật độ phân phối bằng 0,399/S.

Hàm tích phân của phân phối là hàm xác suất hỏng:

$$F(t) = \int_{-\infty}^{t} f(t)dt \qquad (2.38)$$

Xác suất làm việc không hỏng được xác định tương ứng:

$$R(t) = 1 - F(t) \qquad (2.39)$$

Người ta thay thế việc tính tích phân bằng cách sử dụng bảng tra. Các bảng tra đối với phân phối chuẩn của hàm số theo $(\bar{t} - m_t)$ và S rất phức tạp vì có hai tham số độc lập. Có thể thay thế bằng các bảng tra phân phối chuẩn, mà khi đó $m_x = 0$ và $S_x = 1$. Đối với phân phối này hàm mật độ phân phối:

$$f_0(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} \qquad (2.40)$$

chỉ có một biến số x. Đại lượng x là đại lượng trung tâm bởi vì $m_x = 0$ và chuẩn hóa $S_x = 1$. Hàm mật độ phân phối được viết trong tọa độ tương đối với gốc tọa độ trên trục đối xứng đường cong.

Hàm phân phối - tích phân của mật độ phân phối.

$$F_0(x) = \int_{-\infty}^{x} f_0(x)dx \qquad (2.41)$$

Suy ra: $$F_0(-x) = -\int_{\infty}^{x} f_0(x)dx = \int_{x}^{\infty} f_0(x)dx \qquad (2.42)$$

Từ phương trình này ta suy ra rằng:

$$F_0(x) + F_0(-x) = 1, \text{ từ đây } F_0(-x) = 1 - F_0(x) \qquad (2.43)$$

Để sử dụng bảng ta sử dụng sự thay thế $x = \frac{t - m_t}{S}$; khi đó x được gọi là điểm phân vị của phân phối chuẩn hóa và được ký hiệu là z_1.

Mật độ phân phối và xác suất làm việc không hỏng tương ứng:

Hàm phân phối..

$$f(t) = \frac{f_0(x)}{S} \tag{2.44}$$

$$F(t) = F_0(x);\ R(t) = 1 - F_0(x) \tag{2.45}$$

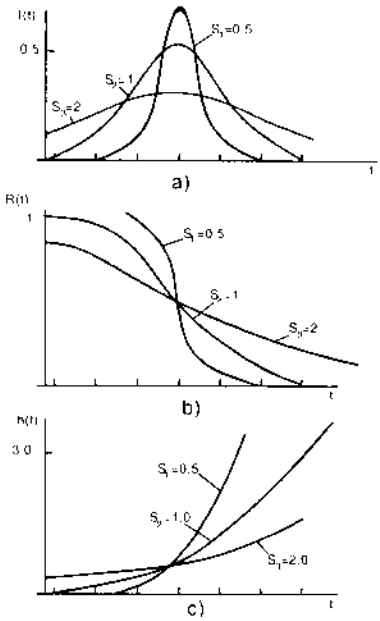
Trong đó một số giá trị $f_0(x)$ và $F_0(x)$ được lấy từ bảng 2.3.

Bảng 2.3

X	0	1	2	3	4
$f_0(x)$	0,3989	0,2420	0,0540	0,0044	0,0001
$F_0(x)$	0,5000	0,8413	0,9772	0,9986	0,9999

Thông thường sử dụng hàm số Laplace thay cho hàm số tích phân phân phối.

$$\Phi(x) = \int_{-\infty}^{x} f_0(x)dx = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{0}^{x} e^{-\frac{x^2}{2}}dx \tag{2.46}$$



Hình 2.6 Các đặc trưng chủ yếu phân phối chuẩn khi các giá trị khác nhau của các sai lệch bình phương trung bình: a) Mật độ xác suất f(t); b) Xác suất làm việc không hỏng R(t); c) Cường độ hỏng h(t)

So sánh các chi tiết với cùng thời gian làm việc cho đến lúc hỏng với các giá trị sai lệch bình phương trung bình S khác nhau, cần thiết phải nhấn mạnh rằng mặc dầu giá trị S lớn vẫn có các chi tiết có tuổi thọ cao, nhưng giá trị S càng nhỏ thì chi tiết có chất lượng càng cao.

Ngoài bài toán ước lượng xác suất làm việc không hỏng trong thời gian làm việc cho trước, tồn tại bài toán ngược - xác định thời gian làm việc tương ứng với xác suất làm việc không hỏng cho trước.

Người ta xác định giá trị của thời gian làm việc nhờ vào điểm phân vị của phân phối chuẩn chuẩn hóa $t=m_t+z_1S$.

Giá trị điểm phân vị được đưa ra trong bảng 2.4 phụ thuộc vào xác suất theo yêu cầu, cụ thể là xác suất làm việc không hỏng.

Bảng 2.4

R(t)	0,50	0,90	0,95	0,99	0,999	0,9999
z_1	0,000	1,282	1,645	2,326	3,090	3,719

Các phép toán với phân phối chuẩn đơn giản hơn các phân phối khác, do đó người ta thường thay thế các phân phối khác bởi phân phối chuẩn. Khi giá trị biến phân $v = \frac{S}{m_t}$ nhỏ thì phân phối chuẩn thay thế tốt bởi các phân phối đa thức Poisson và phân phối logarit chuẩn.

Ví dụ 2.4

Ước lượng xác suất làm việc không hỏng R(t) trong thời gian $t=1,5.10^4$ h của mối ghép bị mòn nếu tuổi thọ theo độ mòn tuân theo quy luật phân phối chuẩn với các tham số $m_t=4.10^4$ h và $S=10^4$h.

Giải:

Ta tìm điểm phân vị:

$$z_1 = \frac{1,5.10^4 - 4.10^4}{10^4} = -2,5$$

Từ đó suy ra R(t) = 0,9938.

Ví dụ 2.5

Thử nghiệm tiến hành khảo sát tuổi thọ 100 bộ thắng xe ô tô khác nhau thu được giá trị m_t= 56669,5 km và sai lệch chuẩn S = 12393,5 km. Giả sử tuổi thọ tuân theo qui luật phân phối chuẩn. Tìm xác suất hỏng thắng xe khi $t \leq 50000$ km.

Giải:

Điểm phân vị: $z_1 = \frac{t - m_t}{S} = \frac{50000 - 56667,5}{12393,64} = -0,5381$

Theo phụ lục 1:

$$F(t) = P(z < -0,5181) = 1 - P(z < 0,5391)$$
$$= 1 - 0,7054 = 0,2946$$

Ví dụ 2.6

Ước lượng tuổi thọ $t_{0,8}$ xác suất không hỏng 80% của bánh xích xe kéo. Biết rằng tuổi thọ bánh xích được giới hạn theo độ mòn, tuân theo quy luật phân phối chuẩn với các tham số $m_t = 10^4$h, $S=6.10^4$h.

Giải:

Khi R(t) = 0,8; z_1=-0,84

$t_{0,8}=m_t+z_1S=10^4-0,84.6.10^4=5.10^3$h.

Ví dụ 2.7

Một nhà máy tự động sản xuất ổ bi. Đường kính trung bình con lăn là $\bar{d}$ = 6,38048 mm. Sai lệch bình phương trung bình đường kính con lăn S_d= 0,3175 mm. Kích thước phân phối theo qui luật chuẩn. Xác định:

a) Xác suất đường kính con lăn d ≤ 6,35 mm.

b) Xác suất đường kính nằm trong khoảng 6,53796 và 6,38048 mm.

Giải:

a) Xác định điểm phân vị chuẩn:

$$z=\frac{x-m_x}{S_x}\approx\frac{6,35-6,38048}{0,3175}=-0,096$$

Tra phụ lục 1 ta có P(z < -0,09)= 0,4641 và P(z < -0,10)= 0,4602. Nội suy khi z = -0,096 ta có R = 0,4618. Do đó 46,18% đường kính con lăn nhỏ hơn 6, 35 mm.

b) Khi d = 6,38048 mm ta có $z=\frac{x-m_x}{S_x}\approx\frac{6,38048-6,38048}{0,3175}=0$ tương ứng R = 0,50000.

Khi d = 6,53796 mm ta có $z=\frac{x-m_x}{S_x}\approx\frac{6,53796-6,38048}{0,3175}=0,50$ tương ứng R = 0,6915.

Do đó xác suất kích thước đường kính nằm trong khoảng 6,53796 và 6,38048 là 0,6915 – 0,5000 = 0,1915 hoặc 19,15%.

2.7 HÀM PHÂN PHỐI LOGARIT CHUẨN

Nếu logarit của đại lượng ngẫu nhiên phân phối theo quy luật chuẩn thì đại lượng ngẫu nhiên đó được phân phối logarit chuẩn. Do phân phối các đại lượng dương, chúng chính xác hơn quy luật phân phối chuẩn khi mô tả thời gian làm việc cho đến lúc hỏng các chi tiết theo độ bền mỏi. Ngoài ra, chúng có thể được sử dụng để mô tả thời gian làm việc cho đến lúc hỏng của ổ lăn, đèn điện tử và các chi tiết khác.

Quy luật phân phối logarit chuẩn thuận tiện sử dụng cho các đại lượng ngẫu nhiên, là tích của số lượng đáng kể các đại lượng ngẫu nhiên. Tương tự như phân phối chuẩn sử dụng thuận tiện cho tổng các đại lượng ngẫu nhiên.

Nếu x = lnt tuân theo qui luật phân phối chuẩn:

$$f(x) = \frac{1}{S_x\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-m_x)^2}{2S_x^2}} \quad (2.47)$$

thì mật độ phân phối (hình 2.7) của t là phân phối logarit chuẩn và được mô tả theo sự phụ thuộc sau:

$$f(t) = \frac{1}{tS_x\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\ln t-m_x)^2}{2S_x^2}} \quad (2.48)$$

trong đó: m_x và S_x - các tham số được ước lượng theo kết quả thực nghiệm.

Khi thử nghiệm N chi tiết cho đến lúc hỏng:

$$m_x \approx \mu^* = \frac{\sum \ln t_i}{N}\ ;\ S_x \approx s = \sqrt{\frac{1}{N-1}\sum(\ln t_i - \mu^*)^2} \quad (2.49)$$

trong đó: μ^* và s - ước lượng các tham số m_x và S_x.

Xác suất làm việc không hỏng có thể xác định theo bảng đối với phân phối chuẩn (bảng 2.1) phụ thuộc vào giá trị điểm phân vị.

$$z_t = \frac{(\ln t - m_x)}{S_x} \quad (2.50)$$

Giá trị trung bình thời gian làm việc cho đến lúc hỏng:

$$m_t = e^{m_x + S_x^2/2} \quad (2.51)$$

Sai lệch bình phương trung bình:

$$S_t = \sqrt{e^{2m_x + S_x^2}\left(e^{S_x^2} - 1\right)} \quad (2.52)$$

Từ hai công thức trên suy ra:

$$S_x^2 = \ln\left[\left(\frac{S_t}{m_t}\right)^2 + 1\right] \text{ và } m_x = \ln m_t - \frac{1}{2}S_x^2 \quad (2.53)$$

Hệ số biến phân:

$$v_x = \frac{S_t}{m_t} = \sqrt{e^{S_x^2} - 1} \quad (2.54)$$

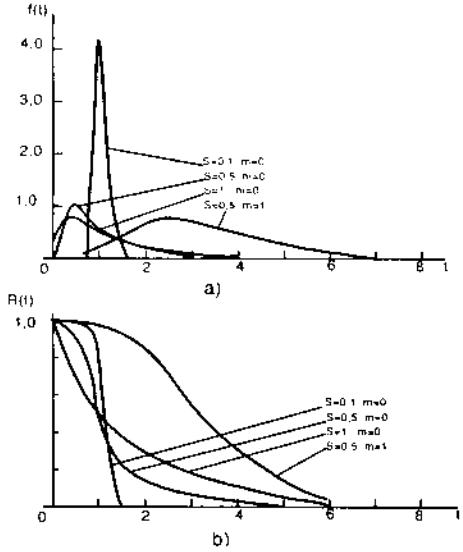
Khi $v_t \le 0{,}3$ người ta đặt $v_t \approx S_x$, khi đó sai số $\le 1\%$.

Thông thường người ta biểu diễn sự phụ thuộc phân phối logarit chuẩn theo logarit cơ số 10 ($x = \lg(t)$).

$$f(t) = \frac{0{,}4343}{tS_x\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\lg t-\lg t_0)^2}{2S_x^2}} \quad (2.55)$$

Với các tham số $\lg t_0$ và S xác định theo kết quả thực nghiệm:

$$\lg t_0 \approx \lg t_0^* = \frac{\sum \lg t_i}{N} \; ; \; S_x \approx s = \sqrt{\frac{1}{N-1}\sum\left(\lg t_i - \lg t_0^*\right)^2} \qquad (2.56)$$



Hình 2.7 Đặc trưng chủ yếu của phân phối logarit chuẩn với các tham số khác nhau: a) Mật độ phân f(t); b) Xác suất làm việc không hỏng R(t)

Kỳ vọng toán m_t, sai lệch bình phương trung bình S_t và hệ số biến phân v_t thời gian làm việc cho đến lúc hỏng tương ứng sẽ bằng:

$$m_t = t_0 \; e^{2.6518S_x^2} \qquad (2.57)$$

$$S_t = m_t\sqrt{\left(\frac{m_t}{t_0}\right)^2 - 1} \qquad (2.58)$$

$$v_t = \sqrt{\left(\frac{m_t}{t_0}\right)^2 - 1} \qquad (2.59)$$

Khi $v_t \le 0,3$ chọn $v_t \approx 2,3S$.

Ví dụ 2.8

Thử nghiệm tiến hành khảo sát tuổi thọ 100 bộ phanh xe ô tô khác nhau (như ví dụ 4) thu được giá trị m_t= 56669,5 km và sai lệch chuẩn S = 12393,5 km. Giả sử tuổi thọ tuân theo qui luật phân phối logarit chuẩn. Tìm xác suất hỏng của phanh xe khi t ≤ 50000 km.

Giải:

Đầu tiên ta xác định các gia trị S_x và m_x:

$$S_x^2 = \ln\left[\left(\frac{S_t}{m_t}\right)^2 + 1\right] = \ln\left[\left(\frac{12393,64}{56669,5}\right)^2 + 1\right] = 0,0467$$

và $m_x = \ln m_t - \frac{1}{2}S_x^2 = \ln(56668,5) - \frac{0,0467}{2} = 10,9450 - 0,0234 = 10,9216$

Điểm phân vị z_1 được xác định theo công thức:

$$z_1 = \frac{(\ln t - m_x)}{S_x} = \frac{(\ln 50000 - 10,9216)}{0,2162} = -0,4710$$

Xác suất hỏng F(t) theo phụ lục 1:

$$F(t) = P(t < 50000) = P(z < -0,4710) = 1 - P(z < -0,4710)$$
$$= 1 - 0,6808 = 0,3192$$

Ví dụ 2.9

Đánh giá xác suất R(t) không xuất hiện các vết hỏng do mỏi của trục trong thời gian $t = 10^4$h, nếu tuổi thọ phân phối theo quy luật logarit chuẩn với các tham số $\lg t_0 = 4,5$; $S_x = 0,25$.

Giải:

$$R(t) = F_0\left(\frac{\lg t - \lg t_0}{S_x}\right) = F_0\left(\frac{\lg 10^4 - 4,5}{0,25}\right) = 0,9772$$

2.8 HÀM PHÂN PHỐI WEIBULL

Cùng với quy luật phân phối logarit chuẩn, hàm phân bố Weibull thỏa mãn hoàn toàn việc mô tả thời gian làm việc cho đến lúc hỏng của chi tiết theo phá hủy mỏi, thời gian làm việc cho đến lúc hỏng của ổ lăn, đèn điện tử... Hàm phân phối Weibull được sử dụng để ước lượng độ tin cậy các chi tiết và cụm chi tiết, cụ thể là ôtô, thiết bị nâng chuyển và các máy móc khác. Ngoài ra nó còn được sử dụng để ước lượng độ tin cậy theo các hỏng hóc trong quá trình chạy rà.

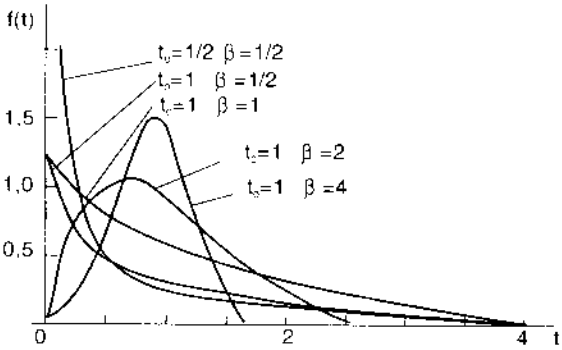
Hàm phân phối Weibull ba tham số cho thời gian hỏng t có dạng:

$$F(t) = 1 - e^{-\left(\frac{t - t_0}{\theta - t_0}\right)^{\beta}}; \qquad t \geq t_0 \tag{2.60}$$

trong đó: t_0 là giá trị có thể có nhỏ nhất của t ($t \geq 0$); θ là tham số tỉ lệ ($\theta \geq t_0$) và β là tham số hình dạng (b>0) là ba tham số của phân phối.

Nếu tuổi thọ nhỏ nhất t_0 ta lấy bằng 0 thì phương trình (2.60) trở thành hàm phân phối Weibull hai tham số:

$$F(t) = 1 - e^{-\left(\frac{t}{\theta}\right)^{\beta}} \tag{2.61}$$



Hình 2.8 Hàm mật độ phân phối Weibull

Phương trình (2.60) có thể viết dưới dạng:

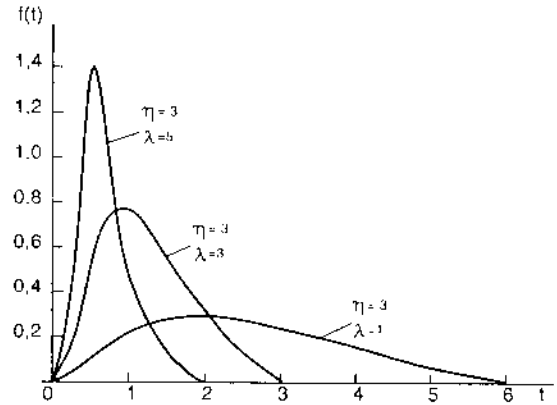
$$1 - F(t) = e^{-\left(\frac{t-t_0}{\theta-t_0}\right)^{\beta}} \qquad (2.62)$$

Hàm mật độ phân phối hỏng (hình 2.8):

$$f(t) = \frac{\beta}{\theta - t_0}\left(\frac{t-t_0}{\theta-t_0}\right)^{\beta-1} e^{-\left(\frac{t-t_0}{\theta-t_0}\right)^{\beta}}; \qquad t \geq t_0 \qquad (2.63)$$

2.9 HÀM PHÂN PHỐI GAMMA

Hàm phân phối Gamma hai tham số sử dụng để mô tả các biến ngẫu nhiên được giới hạn ở một đầu.



Hình 2.9 Hàm mật độ phân phối Gamma

Hàm phân phối có dạng:

$$f(t) = \frac{\lambda^{\eta} t^{\eta-1} e^{-\lambda t}}{\Gamma(\eta)}; \qquad t \geq 0; \quad \lambda > 0; \quad \eta > 0 \qquad (2.64)$$

trong đó: $\Gamma(\eta)$ - hàm Gamma $\Gamma(\eta) = \int_0^\infty t^{\eta-1}e^{-t}dt$; η - tham số hình dạng; λ - tham số tỉ lệ.

Tùy thuộc vào các giá trị của hệ số hình dạng η và hệ số tỉ lệ λ ta có các đường cong phân bố khác nhau như hình 2.9. Phân phối χ^2 và phân phối mũ là các trường hợp đặc biệt của phân phối Gamma.

2.10 BÀI TẬP

2.1 Hàm số mật độ phân phối f(x) tuổi thọ mỏi của mối ghép ren được xác định bởi:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x-600}{10000} & \text{với } 600 \le x \le 700 \\ \dfrac{800-x}{10000} & \text{với } 700 < x < 800 \end{cases}$$

Tìm hàm phân phối (xác suất phân phối) $F(x_n)$ và hàm mật độ phân phối $f(x_n)$ tương ứng với độ bền mỏi lớn nhất của n mối ghép ren. Vẽ đồ thị hàm $F(x_n)$ và $f(x_n)$ với n=1, 10 và 20.

2.2 Giới hạn bền của gang liên hệ với độ rắn bề mặt đo bằng phương pháp Brinell như sau:

$$\sigma_b = 1{,}6HB - 8{,}6 \qquad \text{(MPa)}$$

Nếu HB phân phối đều với giá trị nằm trong khoảng 140 đến 150, xác định hàm mật độ phân phối của σ_b.

2.3 Tỉ số lực căng trên bộ truyền đai $r = e^{f\alpha}$ với f là hệ số ma sát và α là góc ôm giữa đai và bánh đai. Tìm hàm mật độ phân phối của r khi f được phân phối đều trong khoảng 0,2 đến 0,3 và $\alpha = 3$ rad.

2.4 Tìm hàm mật độ phân phối của $x = \sin\theta$ với θ phân phối đều trên khoảng $-\pi$ đến $+\pi$.

2.5 Tìm hàm mật độ phân phối của $y = \sqrt{x}$ khi hàm mật độ phân phối của x được xác định:

$$f_X(x) = e^{-x} \text{ với } x \ge 0$$

2.6 Mật độ phân phối của hai đại lượng ngẫu nhiên độc lập được xác định:

$$f_{X_i}(x_i) = \begin{cases} \lambda_i e^{-\lambda_i x_i} & \text{khi } x_i \ge 0 \\ 0 & \text{khi } x_i < 0 \end{cases}$$

với i = 1, 2. Tìm hàm mật độ phân phối của đại lượng:

$$Y = 3x_1 + 5x_2$$

CHƯƠNG 3

CÁC ĐẠI LƯỢNG NGẪU NHIÊN TRONG TÍNH TOÁN

Khi phân tích và thiết kế các kết cấu cơ khí và xây dựng theo độ bền thì ba đại lượng ảnh hưởng chủ yếu: kích thước hoặc hình dạng hình học của chi tiết, độ bền vật liệu và tải trọng tác dụng.

Kích thước chi tiết phụ thuộc vào độ chính xác máy công cụ, phụ thuộc vào tay nghề gia công của công nhân, nên luôn luôn có sai số và chúng ta gọi là dung sai.

Sự phân tán có tính vật liệu (ứng suất giới hạn chi tiết) là do: không đồng nhất về thành phần hóa học trong vật liệu, hình dạng hình học chi tiết và do vật liệu chế tạo từ các quá trình khác nhau hoặc trong các thiết bị khác nhau (gọi chung là điều kiện gia công)

Ngoài ra, ***tải trọng tác dụng*** ảnh hưởng đến độ bền chi tiết. Như ta đã biết tải trọng bao gồm tải trọng tĩnh và tải trọng động, tải trọng va đập, tải trọng do môi trường: gió, động đất, tuyết ... Thành phần tải trọng tác dụng chia làm tải trọng không đổi và tải trọng thay đổi tác động lên chi tiết.

Trong chương này lần lượt ta khảo sát các đại lượng ngẫu nhiên kể trên.

3.1 KÍCH THƯỚC HÌNH HỌC CHI TIẾT

3.1.1 Sai lệch kích thước các chi tiết

Trong thiết kế có khi các thông số hình học như đường kính trục, đường kính mũi khoan, biên dạng bánh răng và cam, khoảng cách giữa các trục ... có vai trò rất quan trọng. Trong quá trình gia công các chi tiết thì các kích thước này luôn luôn thay đổi chung quanh một giá trị mà ta gọi là danh nghĩa (kích thước dựa theo chức năng). Khi đó, ta đo kích thước thực của chi tiết và giá trị này luôn nằm trong một khoảng giá trị nào đó và được giới hạn bởi kích thước giới hạn.

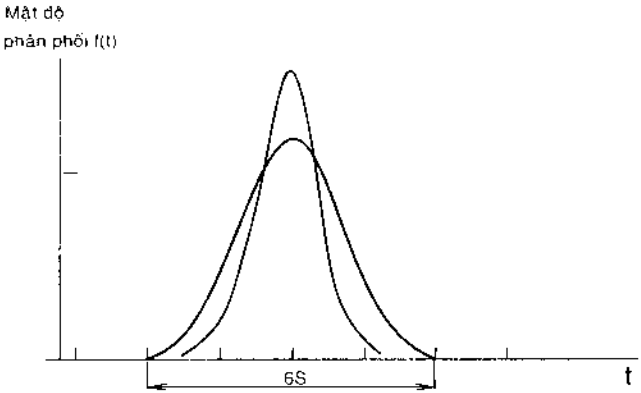
Tùy vào phương pháp gia công ta có các khoảng sai lệch khác nhau:

Phương pháp	Phay	Khoan	Mài bóng
Sai lệch	± 0,025 mm	± 0,050 mm	± 0,0051 mm

Thông thường ta khảo sát kích thước hình học chi tiết là một đại lượng ngẫu nhiên và phân phối theo quy luật chuẩn (hình 3.1):

$$f(t) = \frac{1}{S\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(t - m_t)^2}{2S^2}} \qquad (3.1)$$

Khi $t = m_t$, suy ra $f(t) = \frac{1}{S\sqrt{2\pi}} = 0{,}339/S$

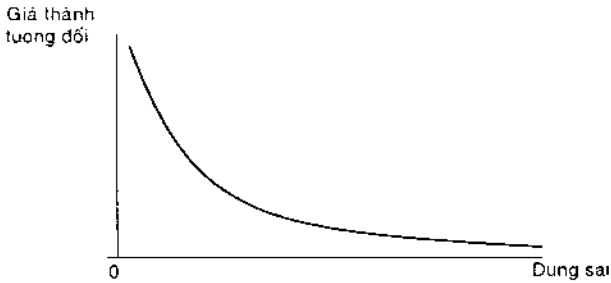


Hình 3.1 Hàm mật độ phân phối kích thước

Khi S càng nhỏ thì f(t) càng lớn: kích thước có sai lệch nhỏ. Khi S càng lớn thì f(t) càng nhỏ: kích thước có sai lệch lớn.

Giá thành gia công chi tiết phụ thuộc vào dung sai (hình 3.2).

	Gia công thô	Mài thô	Mài tinh
Dung sai	± 0,75mm	± 0,025mm	0,00125mm
Giá thành	100-150	300-500	2000-4000



Hình 3.2 Giá thành gia công phụ thuộc vào dung sai

3.1.2 Sai số chuỗi kích thước

Khi một số chi tiết được lắp trong bản vẽ lắp thì sự thay đổi kích thước và các thông số hình học của chúng được xác định. Nếu Z là hàm tổng bậc nhất của các đại lượng X_i:

$$Z = \sum_{i=1}^{n} X_i$$

Hoặc $Z = \pm X_1 \pm X_2 \pm \ldots \pm X_n$ (3.2)

Khi đó giá trị trung bình:

$$\overline{Z} = \sum_{i=1}^{n} \overline{X}_i \quad (3.3)$$

Hoặc $\overline{Z} = \pm \overline{X}_1 \pm \overline{X}_2 \pm \ldots \pm \overline{X}_n$

Sai lệch bình phương trung bình:

$$S_Z = \sqrt{\sum S_{X_i}^2} \quad (3.4)$$

Nếu $X_i = \overline{X_i} \pm t_i = m_i \pm t_i$ (3.5)

thì $S_z = \frac{1}{3}\sqrt{\sum t_i^2}$ (3.6)

Ví dụ 3.1

Một chuỗi kích thước gồm 4 kích thước giống nhau có giá trị $l_i = 12 \pm 0,2$. Tính chiều dài chuỗi kích thước này.

Giải:

Chiều dài của chuỗi kích thước:

$$l = l_1 + l_2 + l_3 + l_4$$

với $l_i = 12 \pm 0,2$ $(i = 1, 2, 3, 4)$

Khi đó giá trị trung bình:

$$\overline{l} = \Sigma \overline{l_i} = 4\overline{l_1} = 48$$

Sai lệch bình phương trung bình:

$$S_l = \sqrt{\sum S_i^2} = \frac{1}{3}\sqrt{\Sigma t_i^2}$$

Vì $t_1 = t_2 = t_3 = t_4 = 0,2$

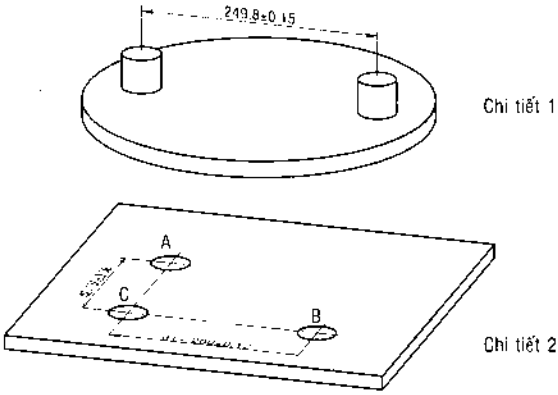
Suy ra $S_l = \frac{1}{3}\sqrt{4.0,2^2} = \frac{0,4}{3}$

Chiều dài của chuỗi kích thước:

$$l = \overline{l} \pm 3S_l = 48 \pm 0,4$$

Ví dụ 3.2

Một tấm tròn có 2 chốt (hình 3.3) để lắp vào 2 lỗ A và B. Các kích thước cho trên hình 3.3. Xác định xác suất sao cho khoảng cách giữa hai tâm chốt dài hơn khoảng cách giữa hai tâm lỗ.



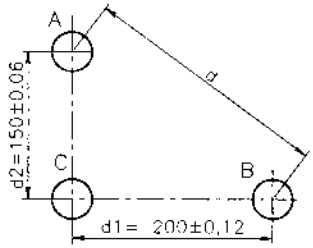
Hình 3.3

Giải:

Khoảng cách giữa hai lỗ A và B (hình 3.4) được xác định theo biểu thức sau:

$$d = \sqrt{d_1^2 + d_2^2}$$

trong đó: $d_1 = 200 \pm 0{,}12$ mm và $d_2 = 150 \pm 0{,}06$ mm.



Hình 3.4

Giá trị trung bình được xác định theo công thức (4.8):

$$\bar{d} = \sqrt{\bar{d}_1^2 + \bar{d}_2^2}$$

Sai lệch bình phương trung bình được xác định theo công thức (4.9):

$$S_d = \sqrt{\frac{\bar{d}_1^2 S_1^2 + \bar{d}_2^2 S_2^2}{\bar{d}_1^2 + \bar{d}_2^2}}$$

Vì kích thước tuân theo quy luật phân phối chuẩn, do đó sai lệch bình phương trung bình có thể xác định bằng 1/6 miền thay đổi kích thước:

$$S_1 = \frac{0{,}12}{3} = 0{,}04 \ ; \ S_2 = \frac{0{,}06}{3} = 0{,}02$$

Do đó giá trị trung bình và sai lệch bình phương trung bình được xác định:

$$\bar{d} = \sqrt{200^2 + 150^2} = 250$$

$$S_d = \sqrt{\frac{200^2\ 0.04^2 + 150^2\ 0.02^2}{200^2 + 150^2}} = 0.034$$

Xác suất mà khoảng cách giữa các chốt l lớn hơn khoảng cách giữa các lỗ AB (d) là:

$$P(l \geq d) = P(l - d \geq 0)$$

Đặt $X = l - d$ và $z = \frac{(X - \overline{X})}{S_X}$ ta có:

$$P(l \geq d) = P(X \geq 0) = P\left[z = \frac{(X - \overline{X})}{S_X} \geq -\frac{\overline{X}}{S_X}\right]$$

trong đó: $-\frac{\overline{X}}{S_X} = -\frac{\overline{l} - \overline{d}}{\sqrt{S_l^2 + S_d^2}}$

Vì $\overline{l} = 249{,}8$ và $S_l = \frac{0{,}15}{3} = 0{,}05$,

Suy ra:

$$-\frac{\overline{X}}{S_X} = -\frac{249{,}8 - 250}{\sqrt{0{,}05^2 + 0{,}034^2}} = \frac{0{,}2}{0{,}0604} = 3{,}308$$

$$P(l \geq d) = P(z \geq 3{,}308) = 1 - 0{,}998965 = 0{,}1035\%$$

3.2 TẢI TRỌNG TÁC DỤNG

Việc phân tích và thiết kế các chi tiết máy cũng như kết cấu cần phải kể đến các yếu tố của môi trường chung quanh, đó là **tải trọng**. Có các loại tải trong ảnh hưởng đến việc thiết kế máy và chi tiết máy: tải trọng không đổi, tải trọng động, tải trọng do môi trường: gió, động đất, tuyết rơi...

Tải trọng không đổi

Tải trọng không đổi hay là trọng lượng của máy và kết cấu. Tải trọng này tồn tại trong suốt thời gian làm việc (tuổi thọ) của máy và được xác định bằng trọng lượng của chi tiết. Tải trọng này thường được mô tả bằng hàm phân phối chuẩn.

Tải trọng thay đổi

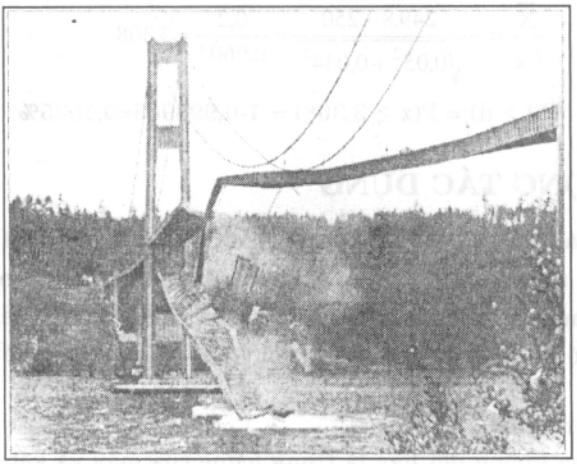
Tải trọng có giá trị thay đổi theo thời gian và không gian. Nó là một đại lượng thay đổi một cách ngẫu nhiên. Tải trọng tác động lên chi tiết máy lúc khởi động, lúc chạy bình ổn và khi có tải là khác nhau. Tải trọng tác động lên thang máy (hình 3.5), tải trọng tác động lên các chi tiết của ôtô là các tải trọng động.

a) 2400 N/m^2 *b) 4800 N/m^2* *c) 7200 N/m^2*

Hình 3.5 Tải trọng tác động lên thang máy tùy thuộc vào số lượng người

Tải trọng gió

Vận tốc gió cũng có ảnh hưởng đến khả năng làm việc của máy và các công trình. Nó là một đại lượng thay đổi ngẫu nhiên một cách liên tục. Do đó, khi thiết kế máy và công trình chịu ảnh hưởng của gió thì phải kể đến tải trọng do gió gây nên.



Hình 3.6 Cầu Tacoma Narrows bị sập do tải trọng gió

Thảm họa sập cầu Tacoma Narrows xảy ra do tải trọng gió gây nên vào ngày 7 tháng 11 năm 1940 (hình 3.6). Hỏng hóc này là một trong những hỏng hóc điển hình của cầu và nó gây sự tập trung chú ý của mọi người nhất. Đây là chiếc cầu dài thứ ba trên thế giới tại thời điểm xảy ra thảm họa. Nhịp cầu chính được treo có chiều dài 853,44 m. Ngay buổi sáng xảy ra thảm họa vận tốc gió đạt đến 67,6 km/h. Cầu bị hỏng là do dao động nhịp cầu chính vượt quá mức cho phép. Dầm cầu được gia cố cứng, nó bị uốn dọc mặc dù có những rãnh xẻ khi nối với các nhịp cầu trước và sau. Các nhà thiết kế đã không tính đến đầy đủ nhân tố môi trường này.

Tải trọng do động đất

Động đất sinh ra dao động. Dao động này ảnh hưởng đến máy, chi tiết máy đang làm việc và các công trình đang sử dụng. Hiện tượng động đất có thể sinh ra cộng hưởng trong máy, làm hư hỏng chi tiết và thiết bị. Do đó, ta phải tính đến tần số riêng của máy để tránh xảy ra hiện tượng cộng hưởng khi có động đất. Ở Việt Nam từ năm1964 các nhà khoa học đã nghiên cứu về động đất. Hướng nghiên cứu chủ yếu là tập trung đánh giá mức độ nguy hiểm của động đất, thiết lập tiêu chuẩn qui phạm xây dựng kháng chấn đối với các công trình xây dựng thủy điện tại vùng có khả năng xảy ra động đất. Vào năm 1976 các chuyên gia Liên Xô và Việt Nam sau một thời gian nghiên cứu đã kết luận nguy cơ động đất ở thủy điện Hòa Bình đến cấp 7, cấp 8 (theo thang Châu Âu gồm 12 cấp). Khi đó các nhà thiết kế chống động đất cấp 8 cho công trình. Đồng thời các chuyên gia cũng dự báo vị trí động đất ở khu vực đập là đứt gãy chợ Bờ với 5,3 độ Richter. Sau khi đập hoàn thành thì vào năm 1989 một trận động đất 4,9 độ Richter đã xuất hiện đúng vào vị trí dự báo. Đối với thủy điện Sơn La kết quả đánh giá nguy cơ động đất mạnh cấp 8 đã được đưa vào dự án khả thi công trình. Ngày 8/11/2005 hai cơn động đất vào lúc 1 h với 5,1 độ Richter và 14h55' với 5,5 độ Richter làm rung chuyển các công trình trên các thành phố Hồ Chí Minh, Vũng Tàu, Phan Thiết... Do đó các công trình xây dựng phải tính đến tải trọng do động đất gây nên.

Tải trọng do tuyết

Tuyết rơi và bám trên mái nhà làm tăng tải trọng tác dụng. Ngày 15/02/2004 tại Moscow (Nga), do lớp tuyết rơi quá dày nên mái che bằng kính của một công viên nước sập xuống làm 24 người chết và hàng trăm người bị thương, kết luận sơ bộ cho thấy nguyên nhân là khi thiết kế chưa kể đến tải trọng do tuyết gây nên.

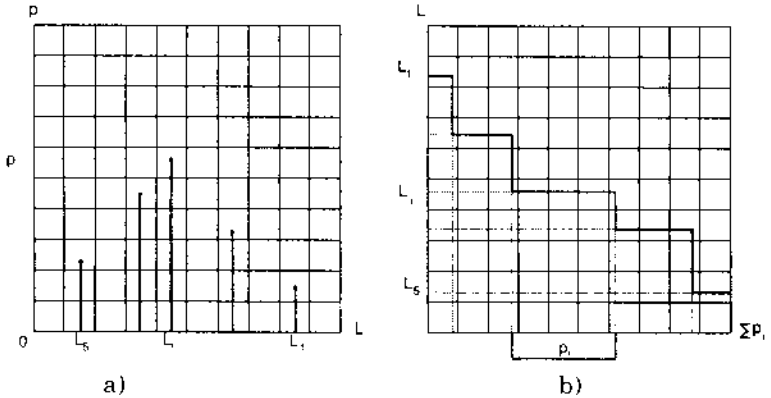
Ngoài ra còn có tải trọng do sóng thần, lũ lụt gây nên...

3.2.1 Đặc trưng tải trọng của máy theo quan điểm xác suất

Khả năng tải của máy và các chi tiết riêng biệt khi tính toán độ bền mỏi được đặc trưng bởi các phổ tải trọng tương ứng, nghĩa là tập hợp các giá trị mà tải trọng có thể nhận được. Phổ tải trọng có thể là **rời rạc** hoặc **liên tục**.

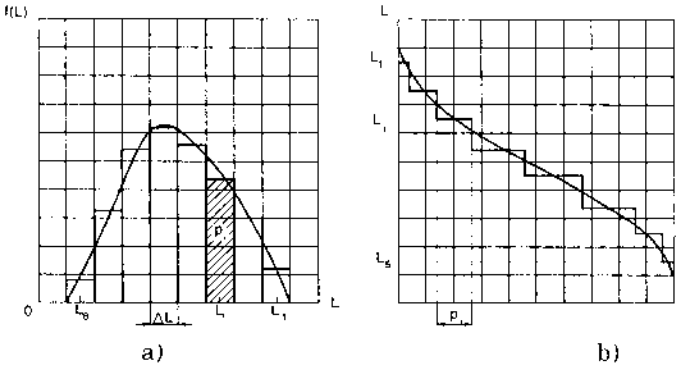
Thông thường các phổ rời rạc (hình 3.7) được biểu diễn theo các trục tọa độ: tải trọng L, khoảng thời gian p tương đối duy trì tác dụng tải trọng (hình 3.7a) hoặc là theo trục tọa độ: tổng thời gian tương đối Σp_i tương đối duy trì tác dụng tải trọng và tải trọng L theo mức độ giảm dần (hình 3.7b). Dạng thứ nhất là dạng khả vi, dạng thứ hai là dạng khả tích.

Đối với các phổ liên tục của tải trọng người ta đưa ra hàm số mật độ phân phối f(L) (hình 3.8a) và hàm số khả tích $P(L)=\int_0^L f(L)dL$. Hàm số P(L) ký hiệu cho khoảng thời gian tác dụng của tải trọng nhỏ hơn một đại lượng cho trước hay là tương ứng với xác suất mà khi đó tải trọng nhỏ hơn một đại lượng cho trước.



Hình 3.7 Hình dạng vi phân (a) và tích phân (b) của phổ tải trọng phân tán

Trên thực tế thường hay sử dụng đồ thị khả tích của sự phân phối liên tục (hình 3.8b), khi đó tải trọng phân phối theo trục toạ độ và theo hoành độ là hàm số 1 - P(L), tương ứng với thời gian tác dụng của tải trọng lớn hơn đại lượng đã cho hoặc là xác suất tải trọng lớn hơn đại lượng đã cho.



Hình 3.8 Hình dạng vi phân (a) và tích phân (b) của phổ tải trọng liên tục

Trong nhiều trường hợp tính toán sử dụng phổ tải trọng liên tục không được thuận tiện, cho nên để đơn giản các hàm số f(L) và 1 - P(L) được thay thế bằng các đường cong bậc (hình 3.8). Khi đó, người ta chia khoảng thay đổi có thể có của tải trọng thành nhiều đoạn bằng nhau ΔL, Giá trị

trung bình của tải trọng trên đoạn thứ i được ký hiệu L_i. Khi đó khoảng thời gian tương đối tác dụng của tải trọng L_i sẽ bằng $p_i = f(L_i)\Delta L$.

Phân tích thống kê tải trọng tác động lên nhiều loại máy khác nhau thì trường hợp tải trọng thay đổi liên tục có thể quy về các chế độ điển hình.

Hàm số mật độ $f(L/L_{max})$ và hàm số khả tích $1-P(L/L_{max})$ được trình bày trên hình 3.9. Các trường hợp chế độ tải nặng (đường cong 1 hình 3.9), chế độ tải nhẹ (đường cong 4) và đặc biệt nhẹ (đường cong 5) ta sử dụng hàm phân phối γ, đối với chế độ trung bình đồng xác suất (đường cong 2) là hàm số phân phối đều. Còn trường hợp trung bình chuẩn (đường cong 3) là hàm số phân phối chuẩn.

Tương ứng với các công thức tính toán độ bền mỏi, nếu biên độ tải trọng thay đổi thì các phổ tải trọng thuận tiện được xác định bằng các mômen ban đầu μ_K. Chỉ số k = 1, 2, 3,... ký hiệu tương ứng với bậc của mômen ban đầu.

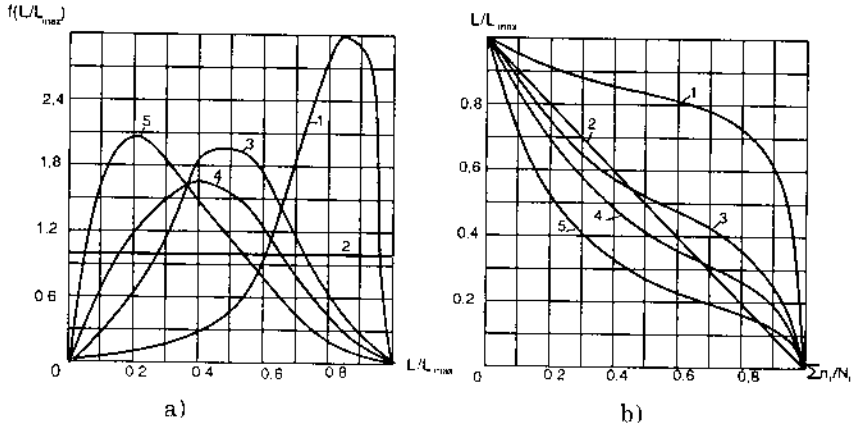
Mômen ban đầu bậc k được xác định theo công thức:

- Đối với phổ tải trọng rời rạc:

$$\mu = \Sigma (L_i/L_{max})^k p_i \qquad (3.7)$$

- Đối với phổ tải trọng liên tục:

$$\mu = \int_{-\infty}^{\infty} (L/L_{max})^k f(L/L_{max}) d(L/L_{max}) \qquad (3.8)$$



Hình 3.9 Hàm mật độ phân phối (a) và hàm phân phối (b) các phổ tải trọng tương ứng với các chế độ tải điển hình

Các mômen ban đầu đặc trưng cho các tính chất chủ yếu của phổ: mômen ban đầu bậc nhất bằng với giá trị trung bình và đặc trưng cho tâm nhóm tải trọng của phổ; mômen thứ hai - tương ứng với độ phân tán (phương

sai) của tải trọng đối với tâm nhóm; mômen thứ ba - độ không đối xứng của phân phối tải trọng ...

Trong tính toán chi tiết máy theo độ bền mỏi ta dựa trên giả thuyết tổng tuyến tính các vết hỏng (chi tiết bị hỏng khi $\sum \frac{n_i}{N_i} = 1$). Khi xác định số chu kỳ ứng suất tương đương người ta sử dụng hệ số chu kỳ tương đương $K_{EN} = \mu_K$. Khi xác định tải trọng tương đương người ta sử dụng hệ số chế độ tải trọng tương đương $K_{ed} = \sqrt[k]{\mu_k}$ với bậc của mômen ban đầu là k được chọn phụ thuộc vào bậc của đường cong mỏi trên trục tọa độ σ - N. Đối với ứng suất uốn tỉ lệ thuận với tải trọng $k = m_F$, còn với ứng suất tiếp xúc $k = m_H/2$ (do tỉ lệ với căn bậc hai của tải trọng).

Giá trị mômen ban đầu bậc k đối với phổ tải trọng tương ứng với các chế độ tải trọng điển hình cho trong bảng 3.1.

Bảng 3.1 Các chế độ tải trọng

Chế độ	Bậc của mômen ban đầu μ_K					
	1	2	3	6	9	12
Nặng	0,772	0,615	0,501	0,300	0,200	0,142
Trung bình đồng xác suất	0,50	0,333	0,250	0,143	0,100	0,0769
Trung bình chuẩn	0,50	0,288	0,179	0,0651	0,0358	0,0266
Nhẹ	0,423	0,218	0,127	0,0384	0,0164	0,00845
Đặc biệt nhẹ	0,310	0,128	0,0622	0,0126	0,00408	0,00169

Để tính toán theo độ bền, tải trọng được cho trước dưới dạng tải trọng lớn nhất L_{max} và μ_K tương ứng. Trong khi xét đến tính chất ngẫu nhiên của tải trọng cả hai đại lượng độ bền và tải trọng được khảo sát theo quan điểm xác suất.

3.2.2 Bản chất ngẫu nhiên của tải trọng

Bản chất ngẫu nhiên của tải trọng thông thường liên quan đến nhiều nhân tố. Sau đây giới thiệu các nhân tố ảnh hưởng đến độ phân tán của tải trọng đối với một số máy thông dụng.

Máy công nghiệp: Phân tán các đối tượng sản xuất trong giới hạn của tính vạn năng của máy và thông thường cần phải mở rộng phạm vi sử dụng máy:

- Sử dụng máy trong các dạng sản xuất với quy mô khác nhau: nhỏ, vừa, trung bình, hàng loạt.
- Phân tán tính chất của phôi: lượng dư gia công, hình dạng chi tiết gia công, độ rắn.
- Phân tán trạng thái của dụng cụ cắt: góc cắt, độ tù ...

Các đại lượng ngẫu nhiên...

- Sự thay đổi của quy trình công nghệ.
- Sử dụng không đúng: tăng cường chế độ làm việc quá giới hạn cho phép, gây dụng cụ cắt, cắt sâu vào phôi, làm nguội phôi khi gia công máy.

Máy vận chuyển: Phân tán của chế độ vận hành theo tải trọng và vận tốc.

- Sử dụng máy trong các lãnh vực khác nhau: sử dụng cá nhân, trong xây dựng, khai thác mỏ, lãnh vực nông nghiệp ...
- Phân tán trạng thái đường xá: bêtông, nhựa, đất, đường miền núi, đồng bằng, thời tiết, gió, sóng ...
- Ảnh hưởng của tần số thắng và mở máy, tay nghề của lái xe.
- Sử dụng không đúng tiêu chuẩn: đi đường không bằng phẳng, thắng gấp, khi tải có va đập ...

Giá trị bằng số của hệ số biến phân tải trọng $v_L = \frac{S_L}{\bar{L}}$ cho các loại máy khác nhau bằng các chuyên gia hay là cơ quan nghiên cứu. Hệ số biến phân trung bình nằm trong khoảng $v_L = 0,1...0,15$.

Trong tính toán độ bền mỏi thì hệ số biến phân của tải trọng tương ứng với hệ số biến phân của tải trọng tương đương L, tức là chế độ tải trọng tính tương đương:

$$L = L_{max} K_{cd} \sqrt[k]{\frac{N_\Sigma}{N_0}} \le L_{max} \qquad (3.9)$$

trong đó: L_{max} - tải trọng lớn nhất của phổ tải trọng; N_Σ - tổng số chu kỳ ứng suất thay đổi trong suốt thời gian phục vụ; N_0 - số chu kỳ cơ sở đường cong mỏi; $K_{cd} = \sqrt[k]{\mu_k}$ - hệ số tương đương chế độ tải trọng; k - chỉ số mũ (k = m, với m - chỉ số mũ đường cong mỏi nếu ứng suất tỉ lệ thuận với tải trọng, k= m/2 khi tính toán ứng suất tiếp xúc vì ứng suất tỉ lệ căn bậc hai của tải trọng).

Hệ số biến phân của tải trọng tương đương L như là tính toán của hai đại lượng ngẫu nhiên độc lập L_{max} và K_{cd} được xác định bằng căn bậc hai của tổng các hệ số biến phân của tải trọng lớn nhất L_{max} của phổ tải trọng và hệ số biến phân của chế độ tải trọng v_{cd}:

$$v_L = \sqrt{v_{max}^2 + v_{cd}^2} \qquad (3.10)$$

Miền phân tán của hệ số tương đương các chế độ tải trọng có thể đánh giá như là tỉ số của các tải trọng tương đương của hai dạng tải trọng gần nhau hay là hai chế độ tải trọng không kề nhau nhưng gần nhau. Trường hợp tính toán thứ hai là đối với máy vạn năng và máy công nghiệp.

Tương ứng với các trường hợp trên ta có hệ số biến phân v_{cd} của hệ số tương đương chế độ tải trọng là 0,04÷0,06 hoặc 0,01÷0,1. Đối với trường hợp số chu kỳ tương đương lớn hơn số chu kỳ cơ sở $N_{\Sigma} > N_0$ thì miền phân tán của hệ số tương đương chế độ tải trọng K_{cd} sẽ nhỏ hơn đáng kể và có thể đánh giá bằng tỉ số các hệ số tăng giới hạn mỏi dài hạn của hai chế độ kề nhau hoặc hai chế độ không kề nhưng gần nhau. Khi đó hệ số biến phân v_{cd} có thể chọn trong giới hạn 0,03÷0,04 hay là 0,05÷0,07.

Đặc tính của tải trọng các chi tiết máy có thể được xác định bằng con đường qui đổi các phổ tải trọng tương ứng thu được theo kết quả đo tải trọng trên các bộ phận công tác hay là trên trục của động cơ. Độ chính xác quy đổi không phải lúc nào cũng đạt được (vì do tính không xác định của động lực học các bộ truyền dẫn), do đó trong các trường hợp quan trọng cần phải đo trực tiếp ứng suất thực trên các chi tiết khảo sát.

Biểu đồ dao động với quá trình mô tả của sự thay đổi ứng suất theo thời gian được xử lý thống kê với mục đích sơ đồ hóa quá trình. Tức là thay thế quá trình chịu tải thực tế bằng chế độ ứng suất thay đổi theo đường sin tương đương.

3.3 ĐỘ BỀN VẬT LIỆU

3.3.1 Thống kê tính chất đàn hồi vật liệu

Tất cả các kim loại và các loại vật liệu kỹ thuật khác có các tính chất khác nhau do sự khác nhau ngẫu nhiên về thành phần hóa học, nhiệt luyện và quá trình gia công chi tiết. Độ bền tĩnh được xác định khi tải trọng tác dụng là không đổi. Các loại thép kết cấu đều được tiêu chuẩn theo mã số riêng biệt và các đặc điểm kỹ thuật sau: Môđun đàn hồi Young khi kéo và khi nén (E): $2{,}1.10^5$ MPa; hệ số Poisson: $\mu = 0{,}3$; môđun đàn hồi trượt: $G = \frac{E}{2(1+\mu)} = 0{,}385E$.

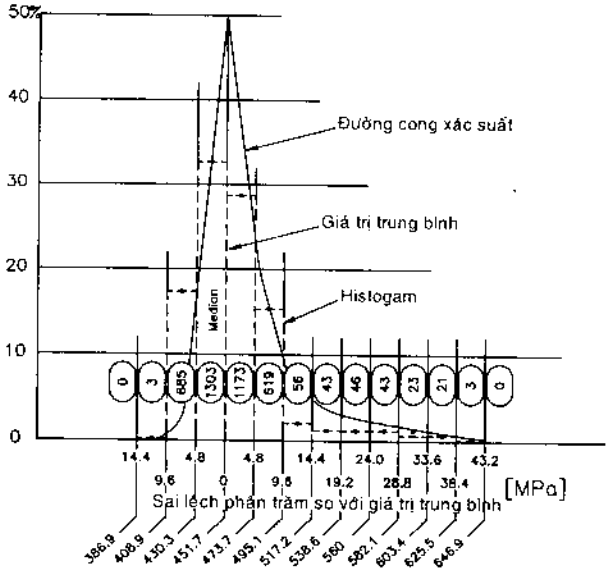
Các đặc tính thống kê của cơ tính vật liệu được quan sát theo thực nghiệm và cho trong bảng 3.2 [42].

Bảng 3.2 Các đặc tính cơ của vật liệu dẻo

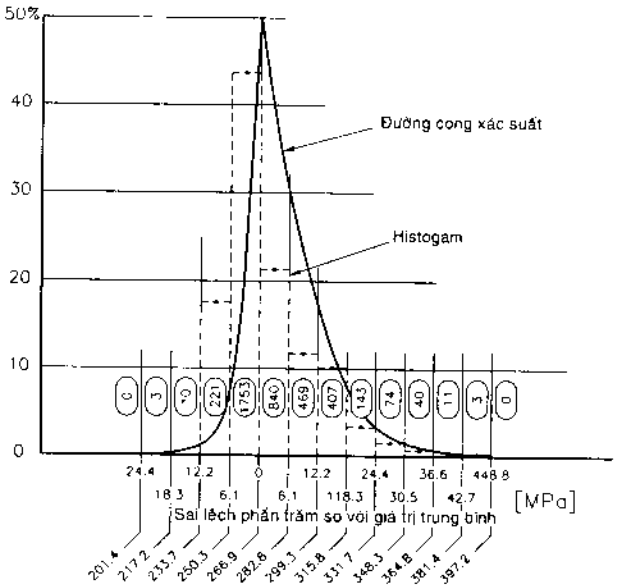
Các hệ số	Giá trị	Hệ số biến phân v	Số mẫu thử nghiệm
E (kéo)	$2{,}078.10^5$ MPa	0,01	67
E (nén)	$2{,}079.10^5$ MPa	0,01	67
μ (xoắn)	0,296	0,026	57
μ (nén)	0,298	0,021	41
G	$8{,}44312.10^4$ MPa	0,042	81

Các đại lượng ngẫu nhiên...

Ứng suất giới hạn là tính chất chủ yếu ảnh hưởng đến thiết kế kết cấu xây dựng và cơ khí. Người thiết kế chọn loại vật liệu sử dụng trong thiết kế theo giá trị giới hạn chảy. Giới hạn chảy của thép phụ thuộc vào thành phần hóa học của các hợp kim và phương pháp chế tạo.



Hình 3.10 Giới hạn bền σ_b



Hình 3.11 Giới hạn chảy σ_{ch}

Các giới hạn chảy, giới hạn bền của vật liệu là các đại lượng ngẫu nhiên. Trên hình 3.10 và 3.11 là biểu đồ mật độ phân phối giới hạn bền và giới hạn chảy.

Trên bảng 3.3 là kết quả quan sát được trong suốt thời gian khoảng 40 năm từ năm 1957 đối với loại thép tròn xây dựng ASTM A7 và A36 từ các nhà máy luyện thép khác nhau của Mỹ [42].

Bảng 3.3 Giới hạn chảy các loại thép tròn của Mỹ

Nguồn tham khảo	Giá trị trung bình nhà máy σ_{ch}^*,MPa	Giá trị lý thuyết σ_{ch}, MPa	Tỉ số $\sigma_{ch}^*/\sigma_{ch}$	Hệ số biến phân	Số mẫu quan sát
Theo Julian	280	231	1,21	0,09	3,794
Theo Tall và Alpsten	275,8	231	1,21	0,08	3,124

Trên bảng 3.4 giới thiệu giới hạn bền và chảy của một số vật liệu phổ biến trong thiết kế [42].

Bảng 3.4 Giới hạn bền và chảy của các loại vật liệu sử dụng phổ biến

Loại thép	Giới hạn chảy 10^{-3} (MPa)		Giới hạn bền 10^{-3} (MPa)	
	Giá trị trung bình	Sai lệch bình phương trung bình	Giá trị trung bình	Sai lệch bình phương trung bình
Hợp kim nhôm 2014	443,27	15,69	492,52	13,30
2024-T6 hợp kim nhôm	352,5	20,05	447,49	17,66
Hợp kim Tiban Ti-6Al-4V	918,9	50,66	953,38	47,14
Thép carbon C10006	251,185	5,63	339,84	3,66
Thép carbon C1035	348,282	37,7	606,5	27,58
Thép kết cấu độ bền cao	306,77	25,54	541,07	14,82
Thép gió 202	351,1	9,29	687,42	18,99
Thép gió 301	1173,6	65,93	1345,28	40,95
Thép đúc	245,56	10,34	375,72	18,86

3.3.2 Các mô hình thống kê cho độ bền vật liệu

Ba dạng mô hình thống kê được sử dụng để mô tả độ bền của các vật liệu khác nhau: mô hình vật liệu giòn, mô hình vật liệu dẻo và mô hình chùm sợi. Vật liệu giòn bị hỏng khi một điểm riêng lẻ bị hỏng. Đối với vật liệu dẻo, biến dạng bắt đầu khi tải trọng trên điểm đạt đến khả năng chảy. Điểm tiếp tục mang tải trọng biến dạng và bất cứ tải trọng thêm vào nào được chuyển sang các điểm khác trên mặt cắt. Mặt cắt mang tải trọng lớn nhất khi tất cả các điểm đều biến dạng. Trên mô hình chùm sợi, hỏng hóc

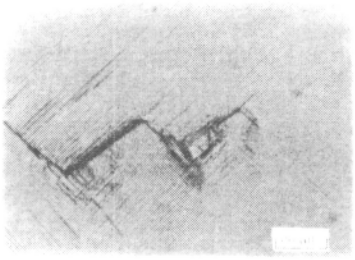
của điểm có nghĩa là khả năng tải của điểm đó không còn nửa. Kể từ đó tải trọng sẽ phân phối lại cho các điểm khác. Quá trình này tiếp tục đến khi tất cả các điểm đều bị hỏng.

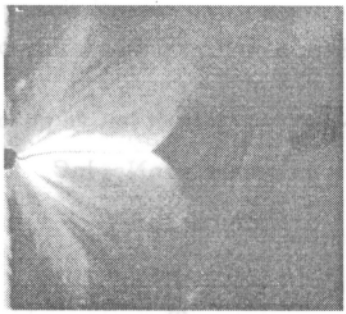
3.4 GIỚI HẠN MỎI

3.4.1 Giới thiệu

Hỏng hóc do mỏi sinh ra là do ứng suất thay đổi. Khi giá trị ứng suất thay đổi lớn hơn giá trị giới hạn mỏi thì bắt đầu là hình thành vết nứt tế vi, sau đó các vết nứt này phát triển lớn dần và xuất hiện hỏng hóc do mỏi. Những chỗ bắt đầu hỏng hóc do mỏi là những chỗ có sự tập trung ứng suất cao.

Như ta đã biết các chi tiết cơ khí và các công trình bị hỏng dưới tác dụng tải trọng thay đổi, lặp lại, dao động và ngẫu nhiên, tuy nhiên ứng suất lớn nhất khi hỏng đều nhỏ hơn giới hạn bền hoặc giới hạn chảy của vật liệu. Các dạng hỏng này được gọi là các dạng hỏng do mỏi.





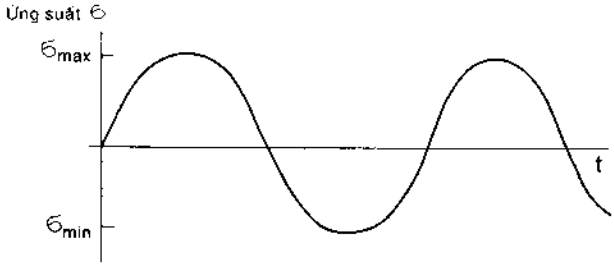
a) Giai đoạn hình thành vết nứt *b) Giai đoạn phát triển vết nứt*

Hình 3.12 Phát triển các vết hỏng do mỏi

Hỏng hóc do mỏi chia làm hai giai đoạn: giai đoạn 1 được gọi là giai đoạn *hình thành các vết nứt* (hình 3.12a). Giai đoạn thứ hai được gọi là giai đoạn *phát triển khe nứt* (hình 3.12b). Nếu N được coi là số chu kỳ làm việc cho đến lúc hỏng thì 60 đến 90% chu kỳ là nguyên nhân bắt đầu các vết nứt và 10 đến 40% chu kỳ phát triển các khe nứt. Các vết nứt do mỏi thông thường xuất hiện trên bề mặt của chi tiết khi mà ứng suất là lớn nhất. Nơi có khuyết tật vật liệu và các thớ được chống đỡ yếu nhất. Các vết xước bề mặt, các tạp chất, bọt khí, độ nhấp nhô bề mặt gia công, sự thay đổi tiết diện ngang, góc lượn, rãnh then và các lỗ là các vị trí tạo nên các vết nứt. Các vết nứt ban đầu quá nhỏ và rất khó khăn cho việc phát hiện bằng mắt

thường hoặc bằng các phương pháp kiểm tra tiêu chuẩn. Một khi các vết nứt xuất hiện, tập trung ứng suất cục bộ trên bề mặt sẽ tác động đến sự phát triển của chúng. Đến một lúc nào đó tiết diện mặt cắt ngang giảm xuống đáng kể, ứng suất tăng lên và sự hỏng hóc tức thời xuất hiện sẽ làm chi tiết bị hỏng hoàn toàn.

Khi thử nghiệm mỏi trục quay chịu uốn, chi tiết dưới mômen uốn không đổi, ứng suất sinh ra thay đổi theo chu kỳ đối xứng và chu kỳ này không thay đổi theo thời gian (hình 3.13).



Hình 3.13 Ứng suất thay đổi theo chu kỳ

Khi đó phương trình đường cong mỏi:

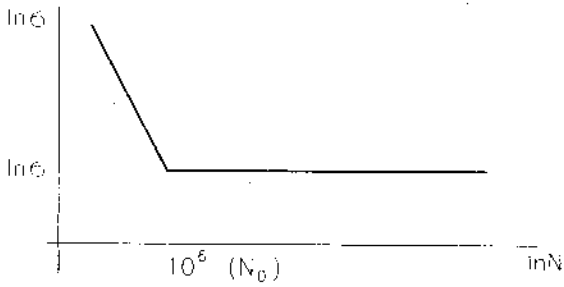
$$\sigma^m N = const = C$$

Nếu ta lấy logarit hai vế phương trình:

$$m\ln\sigma + \ln N = \ln C$$

$$m\ln\sigma = \ln\left(\frac{C}{N}\right)$$

$$\ln\sigma = \frac{1}{m}(\ln C - \ln N)$$



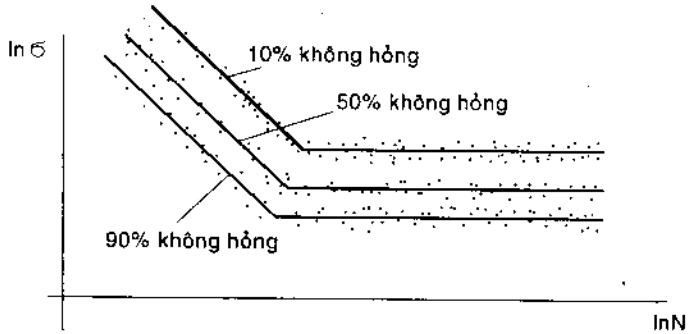
Hình 3.14 Đường cong mỏi theo logarit

Tương ứng với mỗi xác suất không hỏng khác nhau đường cong mỏi này cũng cho các giá trị khác nhau. Đường cong mỏi theo logarit biểu diễn như trên hình 3.14. Theo đường cong này chi tiết sẽ không bị hỏng khi ứng suất sinh ra nằm dưới đường nằm ngang, bất kể số chu kỳ làm việc là bao

nhiêu. Ứng suất tương ứng với đường thẳng nằm ngang gọi là giới hạn mỏi σ_r. Với các dữ liệu thực nghiệm, độ phân tán của các điểm dữ liệu thực nghiệm nằm chung quanh đường cong σ - N đang quan sát (đường cong σ -N còn gọi là biểu đồ Wohler sau khi mà kỹ sư người Đức August Wohler công bố nghiên cứu về độ bền mỏi vào năm 1870). Các dữ liệu mỏi thống kê cần thiết cho thiết kế xác suất được tập hợp theo hai hướng sau đây:

1. Đường bao dữ liệu thống kê σ -N có thể khai triển cho vật liệu bằng cách vẽ sự phân phối của chu kỳ làm việc cho đến lúc hỏng theo biên độ ứng suất. Theo kết quả thực nghiệm các điểm phân phối cho trên hình 3.15. Sự phân phối xác suất chu kỳ làm việc cho đến lúc hỏng theo một giá trị biên độ ứng suất gần với qui luật phân phối logarit chuẩn. Ngoài ra người ta còn xây dựng đường cong phân phối các dữ liệu thử nghiệm mỏi theo đường cong Weibull ba tham số:

$$f(t) = \frac{\beta}{\theta - t_0}\left(\frac{t - t_0}{\theta - t_0}\right)^{\beta-1} e^{-\left(\frac{t-t_0}{\theta-t_0}\right)^{\beta}} \qquad (3.12)$$



Hình 3.15 Đường cong mỏi theo logarit với các xác suất hỏng khác nhau.

Thông thường sử dụng các giá trị trung bình $\bar{\sigma}_{lim}$ và $S_{\sigma lim}$ giữa các đại lượng này có sự liên hệ sau:

$$\bar{\sigma}_{lim} = t_0 + (\theta - t_0)\Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right) \qquad (3.13)$$

$$S_{\sigma lim} = \frac{\bar{\sigma}_{lim} - t_0}{b^{0,926}} \text{ với } 0,7 < \beta < 10,0 \qquad 3.14)$$

Γ - hàm số gamma

$$\Gamma(x) = \int_0^{\infty} y^{x-1} e^{-y} dy \qquad (3.15)$$

Nếu x là số nguyên:

$$\Gamma(x) = (x-1)! \qquad (3.16)$$

trong đó: θ, t_0, β là các tham số hàm số Weibull.

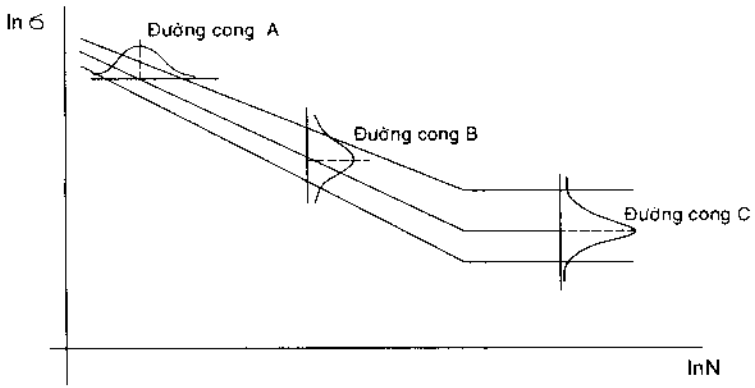
Các tham số θ, t_0, β đối với một số loại thép và nhôm có giá trị như bảng 3.5 [42].

Bảng 3.5 Các dữ liệu độ bền mỏi từ thử nghiệm uốn xoắn

Giới hạn mỏi vật liệu (lb/in²)	n=10^4			n=10^5			n=10^6		
	$t_0.10^6$ (lb/in²)	β	θ .10^6 (lb/in²)	t_0	β	θ	t_0	β	θ
Thép AISI 1045 σ_t= 105.10^6	79	2,60	86,2	67	2,75	73	56,7	2,85	61,65
M10 thép dụng cụ σ_t = 330.10^6	152	2,67	185,7	133	2,70	163,7	117,0	2,73	144
AISI 2340 σ_t = 122.10^6	87	4,4	99,4	76	4,4	81,85	64,0	4,9	70,5
Nhôm 2014 σ_t = 68-78.10^6	57,85	1,78	63,92	48,94	1,636	53,81	41,34	1,522	45,31
Nhôm 1100 σ_t = 10.10^6	3,077	3,47	7,318	2,006	3,46	4,757	1,304	3,46	3,092

2. Đường bao dữ liệu thống kê σ -N có thể khai triển cho vật liệu bằng cách vẽ sự phân phối của ứng suất khi hỏng theo số các mức độ chu kỳ cố định. Điển hình là thực nghiệm các điểm phân phối cho trên hình 3.16. Giới hạn mỏi tại các chu kỳ cố định được phân phối gần với qui luật phân phối chuẩn.

Trên hình 3.16 ta có ba đường phân phối. Phân phối giới hạn mỏi theo đường cong C sử dụng khi thiết kế các chi tiết cơ khí và kết cấu xây dựng theo chế độ mỏi dài hạn (lớn hơn 10^6 vòng quay). Phân phối tuổi thọ mỏi theo đường cong A ứng dụng khi thiết kế các chi tiết như ổ lăn. Đường cong B được ứng dụng khi thiết kế chi tiết theo giới hạn mỏi ngắn hạn.



Hình 3.16 Các đường cong mỏi ứng dụng trong thiết kế

3.4.2 Sử dụng các phương pháp thống kê đồng dạng để xác định đặc tính mỏi của chi tiết máy

Vì thử nghiệm mỏi các chi tiết máy đòi hỏi nhiều thời gian và giá thành cao cho nên người ta chỉ tiến hành các mẫu thử nhỏ. Do đó vấn đề quan trọng là từ các kết quả thử nghiệm các mẫu thử nhỏ này ta tìm được đặc tính mỏi của chi tiết máy. Một trong những phương pháp này là phương pháp thống kê đồng dạng các hỏng hóc do mỏi của Seresen-Kagaev.

Các nhân tố có ảnh hưởng đến độ bền mỏi và độ bền giòn là: kích thước chi tiết, dạng tải trọng và sự tập trung ứng suất, rãnh đá mài, góc lượng, rãnh then... Đối với các kim loại khác nhau thì sự ảnh hưởng cũng khác nhau. Để giải thích điều này người ta đưa ra lý thuyết xác suất, dựa trên hai giả thuyết:

- Khả năng tải của các phần tử cơ bản của chi tiết độc lập với nhau.
- Sự hỏng của chi tiết xuất hiện khi hỏng hóc ít nhất một phần tử cơ bản.
- Các giả thuyết trên đúng với các vết hỏng do mỏi (đến sự xuất hiện vết hỏng thứ nhất). Do đó lý thuyết thống kê sử dụng rộng rãi để biểu diễn qui luật của sự hỏng hóc do mỏi. Tuy nhiên giả thuyết không được thỏa mãn khi phân tích độ bền của vật liệu dẻo nếu như khi tính toán xét đến biến dạng dẻo cục bộ.

Lý thuyết đồng dạng phá hủy mỏi Seresen – Kogaev

Tiêu chuẩn chủ yếu đồng dạng là tỉ số $\frac{L}{\overline{G}}$ với L – chu vi tiết diện nguy hiểm hay là phần có ứng suất lớn nhất, $\overline{G} = \frac{1}{\sigma_{1max}} \frac{d\sigma_1}{dx}$ là gradient của ứng suất chính thứ nhất ở mặt cắt này, trong đó σ_{1max} ứng suất chính thứ nhất của điểm có ứng suất lớn nhất theo chu vi của tiết diện nguy hiểm. Tỉ số $\frac{L}{\overline{G}}$ tỉ lệ với thể tích chịu ứng suất trong đó có thể sinh ra các vết hỏng.

Đối với các chi tiết có tiết diện ngang khi uốn và khi kéo thì theo chu vi có ứng suất bằng nhau và L=πd. Đối với chi tiết có tiết diện ngang hình chữ nhật (răng của bánh răng) khi uốn phẳng thì phần có ứng suất lớn nhất (theo chiều rộng vành răng) L=b nếu quay 1 chiều, L=2b nếu quay hai chiều.

Đối với trục bậc với các đường kính d, D và góc lượn ρ thì gradient khi uốn theo lý thuyết đàn hồi sẽ bằng:

$$\overline{G} = \frac{2,3}{\rho}(1 + \psi) + \frac{2}{d}, \qquad (3.17)$$

trong đó: khi $\frac{D}{d} \geq 1,5$, $\psi = 0$, khi $\frac{D}{d} < 1,5$ thì $\psi = \frac{1}{2}\frac{1}{2\sqrt{t/\rho}+1}$; $t = \frac{D-d}{2}$.

Đối với các mẫu thử của các rãnh dạng đường hyperpol khi uốn:

$$\overline{G} = \frac{2}{\rho} + \frac{2}{d} \qquad (3.18)$$

Đối với các mẫu thử của các rãnh dạng đường hyperpol khi kéo và nén:

$$\overline{G} = \frac{2}{\rho}. \qquad (3.19)$$

Công thức để xác định giá trị trung bình giới hạn mỏi của chi tiết σ_{lim} và hệ số biến phân v_{lim} biểu diễn dưới dạng lớn nhất chi tiết được chế tạo từ vật liệu của một mẻ nấu có dạng:

$$\overline{\sigma}_{lim} = \varepsilon_{\sigma}\,\overline{\sigma}_{-1}(1+l) \qquad (3.20)$$

$$v_{lim} = \frac{(1-10^{-2S})l}{2(1+l)}, \qquad (3.21)$$

trong đó: $$l = \frac{1-\varepsilon_{\sigma}}{\varepsilon_{\sigma}}\left(\frac{1}{88,3}\frac{L}{\overline{G}}\right)^{-v_{\sigma}} \qquad (3.22)$$

Trong công thức trên đưa vào 4 thông số:

$\overline{\sigma}_{-1}$ - Giá trị trung bình của giới hạn mỏi mẫu thử khi uốn có đường kính 7,5m.

v_{σ} - Hệ số thực nghiệm.

ε_{σ} - Hệ số xét đến ảnh hưởng kích thước.

S - Sai lệch bình phương trung bình logarit của đại lượng (σ_{gh}- u) với u là giá trị nhỏ nhất của σ_{lim}.

88,3 - là tỉ số $\frac{L}{\overline{G}}$ đối với mẫu thử đường kính 7,5mm:

$$\frac{L}{\overline{G}} = \frac{7,5^2\pi}{2}$$

Khi tính toán sơ bộ có thể lấy: $v_{\sigma} \approx 0,1$; $\varepsilon_{\sigma} = 0,5$ - đối với thép, hợp kim màu và gang; S = 0,045... 0,06 - đối với thép; S = 0,05...0,06 - đối với hợp kim nhôm và magie.

Công thức (3.20) và (3.21) làm xấp xỉ các giá trị theo qui luật phân phối chuẩn của giới hạn mỏi tương ứng với 2 điểm – khi điểm phân vị z_1=0 (ứng với xác suất 50%) và z_1 = -2 (ứng với xác suất 99,7%) với phân phối chuẩn logarit của đại lượng ngẫu nhiên σ_{max} - u.

Công thức (3.20) và (3.21) bảo đảm chính xác mô tả các qui luật của các vết hỏng do mỏi của chi tiết có các kích thước hình học khác nhau và dạng tải trọng dựa trên việc lựa chọn các giá trị của 4 tham số $\overline{\sigma}_{-1}$, v_{σ}, ε_{σ}, S.

Ví dụ 3.3

Xác định giá trị trung bình và hệ số biến phân giới hạn mỏi của chi tiết hình trụ có rãnh ρ = 0,169 mm và đường kính ở tiết diện nguy hiểm d=15mm chế tạo từ thép 40Mn và chịu ứng suất uốn xoắn nếu giá trị trung bình của giới hạn mỏi mẫu thử với đường kính d= 7,5mm là $\bar{\sigma}_{-1}$ = 850 MPa.

Giải:

Tìm chu vi tiết diện nguy hiểm:

$$L = \pi d = \pi.15 = 47,12 \text{ mm}$$

Gradient: $\bar{G} = \frac{2}{\rho} + \frac{2}{d} = \frac{2}{0,169} + \frac{2}{15} = 11,97/\text{mm}$

Đồng thời ta chọn: $v_\sigma = 0,1$; $\varepsilon_\chi = 0,5$; S = 0,047

Khi đó ta có:

$$l = \frac{1-\varepsilon_\chi}{\varepsilon_\chi}\left(\frac{1}{88,3}\frac{L}{\bar{G}}\right)^{-v_\sigma} = \frac{1-0,5}{0,5}\left(\frac{1}{88,3}\frac{47,12}{11,97}\right)^{-0,1} = 1,36$$

Do đó giá trị trung bình và hệ số biến phân của giới hạn mỏi chi tiết xác định theo công thức:

$$\sigma_{lim\,ct} = \varepsilon_\chi \sigma_{-1}(1+l) = 0,5.850(1+1,36) = 1003 \quad \text{MPa}$$

$$v_{lim\,ct} = \frac{(1-10^{-2S})l}{2(1+l)} = \frac{(1-10^{-2.0,047})1,36}{2(1+1,36)} = 0,056$$

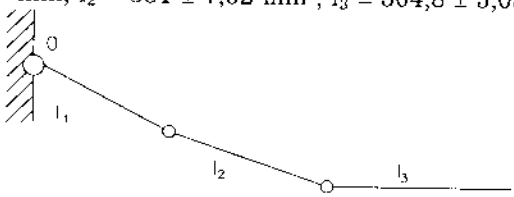
và nếu so sánh với các kết quả thực nghiệm trực tiếp các chi tiết này thì $\bar{\sigma}_{lim} = 1000\text{MPa}$ và v_{lim} = 0,05, có nghĩa là kết quả thực nghiệm và tính toán gần bằng nhau.

Phương pháp đồng dạng Seresen-Kagaev được sử dụng rộng rãi khi đánh giá giới hạn mỏi của các chi tiết máy bay, máy cán kim loại, các máy tàu... Tuy nhiên sử dụng phương pháp này chưa xét đến ảnh hưởng của một số nhân tố đến ảnh hưởng độ bền mỏi.

3.5 BÀI TẬP

3.1 Chiều dài cánh tay máy (hình 3.17) có giá trị:

l_1 = 254± 2,54 mm; l_2 = 381 ± 7,62 mm ; l_3 = 304,8 ± 5,08 mm.

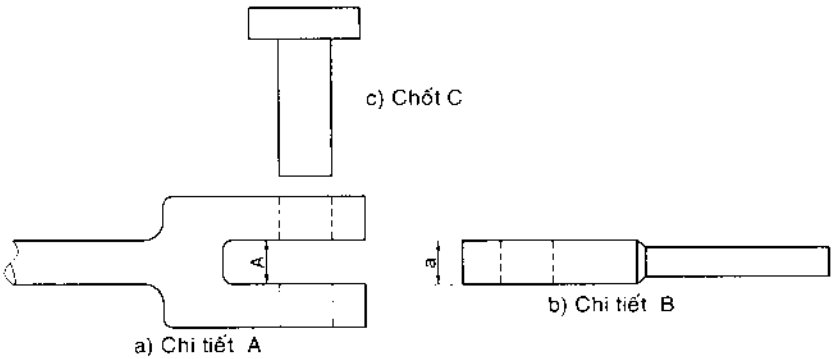


Hình 3.17

Tìm xác suất để điểm cuối P đạt được vị trí có khoảng cách 942mm từ điểm O.

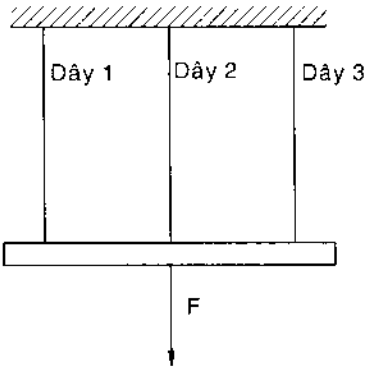
3.2 Thùng hộp giấy có chiều dài 500 ± 5 mm. Nếu sử dụng hộp để chứa các chi tiết có kích thước 100 ± 1,25 mm thì hãy xác định xác suất để chứa 5 chi tiết trong hộp.

3.3 Trên mối ghép giữa hai chi tiết a và b (hình 3.18) ta chèn một chốt c. Nếu như kích thước A và a được cho tương ứng là 30,48 ± 2,5mm và 27,94 ± 1,274mm. Xác định xác suất chạm nhau giữa chi tiết A và B. Giả sử rằng dung sai tương ứng với giá trị 3S (3 lần sai lệch bình phương trung bình).



Hình 3.18

3.4 Lực tác dụng F lên 3 dây có giá trị như nhau theo hình 3.19. Nếu ứng suất và độ bền của mỗi dây tuân theo phân phối chuẩn với các thông số $\overline{\sigma}$ = 200 N; S_σ = 50 MPa; $\overline{\sigma}_b$ = 90 MPa; $S_{\sigma b}$ = 10 MPa. Xác định xác suất hỏng của hệ thống.



Hình 3.19

CHƯƠNG 4

HÀM SỐ CỦA CÁC ĐẠI LƯỢNG NGẪU NHIÊN

Trong kỹ thuật đa số các hiện tượng liên quan hàm số mà trong đó một biến phụ thuộc được biểu diễn dưới dạng một hoặc nhiều biến độc lập. Ví dụ ứng suất sinh ra trong chi tiết máy là hàm số của tải trọng và tiết diện mặt cắt ngang. Nếu bất kỳ một biến độc lập là đại lượng ngẫu nhiên thì biến phụ thuộc cũng là một đại lượng ngẫu nhiên. Trong chương này chúng ta khảo sát sự phụ thuộc hàm số giữa các đại lượng ngẫu nhiên.

Nghiên cứu quy luật phân phối và tích lũy các giá trị số của các tham số phân phối các biến số trong lý thuyết độ tin cậy cũng như trong các lãnh vực kỹ thuật khác đơn giản hơn rất nhiều so với sự quan hệ hàm số. Tuy nhiên, sự quan hệ hàm số giữa các tham số là rất cần thiết trong việc giải quyết các bài toán độ tin cậy. Sự phụ thuộc hàm số trong lý thuyết độ tin cậy cần thiết để ước lượng độ tin cậy của hệ thống theo các tham số độ tin cậy các phần tử.

4.1 HÀM SỐ CỦA MỘT BIẾN SỐ

Một trong các ví dụ điển hình của tính toán theo tiêu chuẩn bền là xác định quy luật phân phối ứng suất tại tiết diện nguy hiểm của chi tiết theo quy luật phân phối của tải trọng.

Giả sử cho trước mật độ phân phối $f_1(x)$ của đại lượng ngẫu nhiên X và yêu cầu xác định mật độ phân phối $f_2(y)$ của đại lượng ngẫu nhiên Y, là hàm số φ của đại lượng X, tức là $y = \varphi(x)$.

Rõ ràng rằng xác suất rơi của đại lượng ngẫu nhiên Y trên phân đoạn dy bằng xác suất rơi trên đoạn dx của đại lượng X, tức là:

$$P(y<Y<y+dy) = P(x<X<x+dx) \tag{4.1}$$

Hoặc là:

$$f_2(y)dy = f_1(x)dx \tag{4.2}$$

Khi đó mật độ phân phối đại lượng ngẫu nhiên Y nhận các giá trị dương, được xác định theo công thức:

$$f_2(y) = f_1(x)\left|\frac{dx}{dy}\right| = f_1[\psi(y)]\left|\frac{d[\psi(y)]}{dy}\right| \tag{4.3}$$

trong đó: $\psi(y)$ - hàm ngược của hàm số $\varphi(x)$ cho trước.

Ta khảo sát hàm số tuyến tính y = a + bx với a và b là các hằng số cho trước.

Ta tìm hàm ngược $x = \frac{(y-a)}{b}$ và đạo hàm của chúng $\frac{dx}{dy} = \frac{1}{b}$. Khi đó hàm số cần tìm là hàm mật độ phân phối đại lượng ngẫu nhiên Y được xác định theo biểu thức:

$$f_2(y) = \frac{1}{b} f_1\left(\frac{y-a}{b}\right)$$

Trong trường hợp phân phối chuẩn đại lượng ngẫu nhiên X, mật độ phân phối $f_1(x)$ bằng:

$$f_1(x) = \frac{1}{S_x\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-m_x)^2}{2S_x^2}}$$

trong đó: m_x và S_x - các tham số phân phối.

Mật độ phân phối đại lượng ngẫu nhiên Y:

$$f_2(y) = \frac{1}{bS_x\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{[y-(a+bm_x)]^2}{2(bS_x)^2}}$$

Biểu thức cuối cùng chứng tỏ rằng đại lượng ngẫu nhiên Y được phân phối theo quy luật chuẩn với các tham số m_y và S_y:

$$m_y = a + bm_x \quad \text{và} \quad S_y = bS_x$$

Ví dụ 4.1

Ứng suất tiếp xúc σ_H trên bề mặt tiếp xúc cặp bánh răng tỉ lệ với căn bậc hai của mômen xoắn T, nghĩa là $\sigma_H = b\sqrt{T}$ với b là hệ số tỉ lệ. Xác định mật độ phân phối ứng suất tiếp xúc, nếu mômen xoắn là một đại lượng ngẫu nhiên phân phối theo quy luật chuẩn với các tham số m_T và S_T.

Giải:

Mật độ phân phối mômen xoắn như là một đại lượng ngẫu nhiên, phân phối theo quy luật chuẩn được xác định theo biểu thức:

$$f_1(T) = \frac{1}{S_T\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(T-m_T)^2}{2S_T^2}}$$

Ta tìm hàm số ngược với $\sigma_H = b\sqrt{T}$:

$$T = \frac{\sigma_H^2}{b^2} \text{ suy ra } dT = \frac{2d\sigma_H}{b^2}$$

Khi đó mật độ phân phối ứng suất tiếp xúc:

$$f_2(\sigma_H) = f_1\frac{\sigma_H^2}{b^2}\left|\frac{dT}{d\sigma_H}\right| = \frac{2\sigma_H}{b^2 S_T\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\sigma_H^2 - b^2 m_T)^2}{2b^4 S_T^2}}$$

Như thế, phân phối ứng suất tiếp xúc khác với quy luật phân phối chuẩn, mặc dù phân phối tải trọng là phân phối chuẩn.

4.2 HÀM SỐ PHỤ THUỘC VÀO NHIỀU BIẾN SỐ

4.2.1 Phụ thuộc tuyến tính

Phương pháp phân tích trực tiếp bằng con đường lấy tích phân để xác định trực tiếp (theo các sự phụ thuộc tổng quát của lý thuyết xác suất) mật độ phân phối theo hàm mật độ phân phối theo các biến số. Tuy nhiên, kết quả cuối cùng có thể nhận được chỉ trong vài trường hợp riêng lẻ.

Ta khảo sát trường hợp đơn giản nhất - kết hợp hai quy luật phân phối, tức là quy luật phân phối tổng Z của các đại lượng ngẫu nhiên độc lập X và Y khi đã biết mật độ phân phối của chúng là $f_1(x)$ và $f_2(y)$.

$$z = x + y$$

$$g(z) = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(x) f_2(z - x) dx \qquad (4.4)$$

Hoặc: $$g(z) = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(z - y) f_2(y) dy \qquad (4.5)$$

Kết hợp các phân phối chuẩn là một quy luật phân phối chuẩn.

Phân phối tổng các đại lượng ngẫu nhiên độc lập

Nếu u = x + y + z là tổ hợp các phân phối, khi các đại lượng thành phần X, Y, Z được phân phối chuẩn, thì U cũng là một phân phối chuẩn.

Kỳ vọng toán và phương sai của đại lượng ngẫu nhiên U:

$$m_u = m_x + m_y + m_z \qquad (4.6)$$

$$S_u^2 = S_x^2 + S_y^2 + S_z^2 \qquad (4.7)$$

trong đó: m_x, m_y, m_z - kỳ vọng toán các đại lượng ngẫu nhiên X, Y, Z; S_x^2, S_y^2, S_z^2 - phương sai của các giá trị này.

Thiết lập quy luật phân phối của hàm số có thể bằng các phương pháp thông thường của thống kê toán theo các giá trị số riêng lẻ của hàm số, được tính khi giá trị của các biến số từ dãy số ngẫu nhiên, ví dụ theo phương pháp Monte-Carlo (chương 6).

Ví dụ 4.2

Tìm hàm mật độ xác suất của tổng hai đại lượng nhẫu nhiên độc lập phân phối chuẩn z = x+y với x, y là các đại lượng ngẫu nhiên phân phối theo quy luật chuẩn.

Giải:

Giả sử X và Y là các đại lượng ngẫu nhiên phân phối chuẩn, khi đó:

$$f_1(x) = \frac{1}{S_x\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-m_x)^2}{2S_x^2}}$$

$$f_2(y) = \frac{1}{S_y\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(y-m_y)^2}{2S_y^2}}$$

Thay thế hai hàm phân phối trên vào công thức (4.5) ta có:

$$f(z) = \frac{1}{S_x S_y 2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{1}{2}\left[\frac{(z-y-m_x)^2}{S_x^2} + \frac{(y-m_y)^2}{2S_y^2}\right]} dy$$

Biểu thức trên có thể viết lại ở dạng sau:

$$f(z) = \frac{1}{S_x S_y 2\pi} e^{-\frac{1}{2}\left[\frac{(z-m_x)^2}{S_x^2} + \frac{m_y^2}{S_y^2}\right]} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{1}{2}\left[\frac{y^2}{S_x^2} - 2y\left(\frac{z-m_x}{S_x^2}\right) + \frac{y^2}{S_y^2} - 2y\left(\frac{m_y}{S_y^2}\right)\right]} dy \qquad \text{(vd2-1)}$$

Nếu ta đặt:

$$c_1 = \left(\frac{1}{S_x^2} + \frac{1}{S_y^2}\right)$$

và

$$c_2 = \left(\frac{m_y}{S_y^2} + \frac{z-m_x}{S_x^2}\right)$$

Khi đó biểu thức dưới dấu tích phân của công thức (vd2-1) có thể viết dưới dạng sau:

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{1}{2}\left[c_1 y^2 - 2c_2 y\right]} dy = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{1}{2}c_1\left[y^2 - 2\frac{c_2}{c_1}y + \left(\frac{c_2}{c_1}\right)^2 - \left(\frac{c_2}{c_1}\right)^2\right]} dy \qquad \text{(vd2-2)}$$

Định biến ngẫu nhiên mới w:

$$w = y - \frac{c_2}{c_1}$$

Biểu thức dưới dấu tích phân (vd2-2) có dạng:

$$e^{\left(\frac{c_2^2}{2c_1}\right)} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{1}{2}c_1 w^2} dw = \sqrt{\frac{2\pi}{c_1}} e^{\left(\frac{c_2^2}{2c_1}\right)} \text{ bởi vì } \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{1}{2}c_1 w^2} dw = \sqrt{\frac{2\pi}{c_1}} \qquad \text{(vd2-3)}$$

Từ công thức (vd2-1) và (vd2-3) ta suy ra:

$$f(z) = \frac{1}{S_x S_y 2\pi} e^{-\frac{1}{2}\left[\frac{(z-m_x)^2}{S_x^2} + \frac{m_y^2}{S_y^2}\right]} \sqrt{\frac{2\pi S_x^2 S_y^2}{(S_x^2 + S_y^2)}} e^{\frac{1}{2}\left[\frac{m_y S_x^2 + (z-m_x)S_y^2}{S_x^2 S_y^2}\right]^2 \left(\frac{S_x^2 S_y^2}{S_x^2 + S_y^2}\right)} \qquad \text{(vd2-4)}$$

Sau các phép đơn giản ta thu được:

$$f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi(S_x^2 + S_y^2)}} e^{-\frac{1}{2}\left[\frac{z-(m_x+m_y)}{\sqrt{(S_x^2+S_y^2)}}\right]^2} \qquad \text{(vd2-5)}$$

Từ phương trình này ta suy ra z là biến ngẫu nhiên phân phối theo qui luật chuẩn với:

$$m_z = m_x + m_y$$
$$S_z^2 = S_x^2 + S_y^2$$

Ví dụ 4.3

Khả năng tải S của chi tiết máy và tải trọng tác dụng L được phân phối theo quy luật chuẩn. Xác định quy luật phân phối hàm số Z = S - L. Tính xác suất P (Z>0) được gọi là xác suất không hỏng hoặc xác suất làm việc không hỏng nếu như giá trị trung bình (kỳ vọng toán) của khả năng tải và tải trọng tương ứng sẽ bằng $m_S=3.10^3$ N, $m_L=1,6.10^3$N; sai lệch bình phương trung bình S và L tương ứng sẽ bằng $S_S= 0,5.10^3$N và $S_L=0,3.10^3$N.

Giải:

Phân phối của hiệu Z được mô tả bằng các quy luật chuẩn với các tham số:

$$m_Z = m_S - m_L = 3.10^3 - 1,6.10^3 = 1,4.10^3\text{N}$$

$$S_z = \sqrt{S_S^2 + S_L^2} = \sqrt{(0.5.10^3)^2 + (0.3.10^3)^2} = 0.583.10^3\text{N}$$

Mật độ phân phối của hiệu Z.

$$f(z) = \frac{1}{S_Z\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(z-m_z)^2}{2S_z^2}}$$

Hàm phân phối:

$$F(z) = \int_{-\infty}^{z} f(z)dz = F_0(z_1)$$

trong đó: $F_0(z_1)$ - hàm phân phối chuẩn tra bảng (khi z_1 = -2,4 thì $F_0(-2,4)$ = 0,0082); z_1 - điểm phân vị phân phối chuẩn chuẩn hóa.

Điểm phân vị:

$$z_1 = \frac{z - m_z}{S_z}$$

Khi z = 0 thì điểm phân vị $z_1 = -\frac{m_z}{S_z} = -\frac{1,4.10^3}{0.583.10^3} = -2,40$

Trong khi tính P(Z < z) = F(z) ta thu được.

$$P(Z < 0) = F_0(-2,4) = 0,0082$$

Suy ra xác suất làm việc không hỏng (tra phụ lục 1).

$$P(Z > 0) = 1 - P(Z < 0) = 1 - 0{,}0082 = 0{,}9918$$

Ví dụ 4.4

Thời gian làm việc cho đến lúc hỏng t là hàm số của ứng suất σ và được biểu diễn bằng sự phụ thuộc (phương trình đường cong theo quan điểm xác suất):

$$\lg t = b\lg\sigma + US_0 + A$$

trong đó: b, S_0, A - các hằng số được xác định theo kết quả thử nghiệm mỏi; U - đại lượng ngẫu nhiên chuẩn hóa, phân phối theo quy luật chuẩn với $m_u = 0$ và $S_u = 1$.

Xác định mật độ phân phối thời gian làm việc cho đến lúc hỏng nếu logarit ứng suất lgσ là đại lượng ngẫu nhiên, phân phối theo quy luật chuẩn với các tham số $m_{\lg\sigma}$ và $S_{\lg\sigma}$.

Giải:

Logarit thời gian làm việc cho đến lúc hỏng là hàm tuyến tính của hai đại lượng ngẫu nhiên của các đại lượng phân phối chuẩn lgσ và U là phân phối chuẩn với các tham số:

$$m_{\lg t} = bm_{\lg\sigma} + m_u S_0 + A = bm_{\lg\sigma} + A$$

và

$$S_{\lg t} = \sqrt{b^2 S^2_{\lg\sigma} + S_0^2 S_u^2} = \sqrt{b^2 S^2_{\lg\sigma} + S_0^2}$$

Mật độ phân phối chuẩn logarit thời gian làm việc cho đến lúc hỏng:

$$f_1(\lg t) = \frac{1}{S_{\lg t}\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\lg t - m_{\lg t})^2}{2S^2_{\lg t}}}$$

Mật độ phân phối thời gian làm việc cho đến lúc hỏng:

$$f(t) = \frac{0{,}4343}{tS_{\lg t}\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\lg t - m_{\lg t})^2}{2S^2_{\lg t}}}$$

4.2.2 Phụ thuộc phi tuyến

Trong thực tế, các đại lượng ngẫu nhiên S và L lại phụ thuộc phi tuyến vào nhiều yếu tố khác nhau nên để xác định giá trị trung bình và sai lệch bình phương trung bình ta sử dụng nhiều phương pháp. Ví dụ mô phỏng Monte Carlo (chương 6), phân tích chuỗi Taylor (chương 5), ..., các đại lượng ngẫu nhiên S và L phụ thuộc vào nhiều biến số $z = g(X_1, X_2, ..., X_n)$ ta sử dụng xấp xỉ bậc nhất hoặc bậc hai của dãy Taylor để xác định giá trị trung bình m_z và sai lệch bình phương trung bình S_z^2 của hàm khả vi $z = g(X_1, X_2,..., X_n)$ của các biến ngẫu nhiên độc $X_1, X_2,..., X_n$. Nếu hàm $g(X_1, X_2,...,$

X_n) xấp xỉ bậc nhất trên miền nào đó trong phạm vi vài sai lệch bình phương trung bình với giá trị trung bình (m_{x1}, m_{x2},..., m_{xn}) của (X_1, X_2,..., X_n), sau đó xấp xỉ bậc nhất sẽ được ước lượng thỏa. Để ước lượng chính xác hơn ta có thể sử dụng xấp xỉ bậc 2.

Xấp xỉ bậc nhất

Giá trị trung bình:

$$m_z = g(m_{X1}, m_{X2}, ..., m_{Xn}) \tag{4.8}$$

Phương sai:

$$S_z^2 = \left[\frac{\partial g}{\partial X_1}\right]_m^2 S_{X1}^2 + \left[\frac{\partial g}{\partial X_2}\right]_m^2 S_{X2}^2 + ... + \left[\frac{\partial g}{\partial X_n}\right]_m^2 S_{Xn}^2 \tag{4.9}$$

Xấp xỉ bậc hai

Giá trị trung bình:

$$m_z = g(m_{X1}, m_{X2}, ..., m_{Xn}) + \frac{1}{2}\left\{\left[\frac{\partial^2 g}{\partial X_1^2}\right]_m S_{X1}^2 + \left[\frac{\partial^2 g}{\partial X_2^2}\right]_m S_{X2}^2 + ... + \left[\frac{\partial^2 g}{\partial X_n^2}\right]_m S_{Xn}^2\right\} \tag{4.10}$$

Phương sai:

$$S_z^2 = \left\{\left[\frac{\partial g}{\partial X_1}\right]_m^2 S_{X1}^2 + \left[\frac{\partial g}{\partial X_2}\right]_m^2 S_{X2}^2 + ... + \left[\frac{\partial g}{\partial X_n}\right]_m^2 S_{Xn}^2\right\} \tag{4.11}$$

$$+ \frac{1}{4}\left\{\left[\frac{\partial^2 g}{\partial X_1^2}\right]_m S_{X1}^2 + \left[\frac{\partial^2 g}{\partial X_2^2}\right]_m S_{X2}^2 + ... + \left[\frac{\partial^2 g}{\partial X_n^2}\right]_m S_{Xn}^2\right\}^2$$

trong đó: X_1, X_2,..., X_n - các đại lượng ngẫu nhiên độc lập; m_{x1}, m_{x2},..., m_{xn} - các kỳ vọng toán của chúng; S_{X1}, S_{X2}, ..., S_{Xn} - các phương sai của chúng. Chỉ số m_{xi} tại đạo hàm $\left(\frac{\partial Y}{\partial X_i}\right)_{m_{xi}}$ có nghĩa là người ta xác định giá trị số của chúng với $X_i = m_{xi}$.

Khi đó tỉ số:

$$\beta = \frac{m_z}{S_z} = \frac{g(m_{x1}, m_{x2}, ..., m_{xn})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial g}{\partial x_i}\right)_{m_{xi}}^2 S_{xi}}} \tag{4.12}$$

được gọi là *chỉ số độ tin cậy theo giá trị trung bình mômen thứ hai bậc nhất*:

- *Bậc nhất* vì ta sử dụng khai triển chuỗi Taylor bậc nhất
- *Mômen thứ hai* vì ta sử dụng chỉ có giá trị trung bình và phương sai
- *Giá trị trung bình* là do ta khai triển chuỗi Taylor chung quanh giá trị trung bình.

Nếu các kỳ vọng toán của các biến số không trùng với các giá trị danh nghĩa của chúng, được chỉ ra trong các tài liệu kỹ thuật, thì các tham số phân phối của hàm số có thể xác định qua các giá trị danh nghĩa của hàm số y_n, các biến số x_{1n}, x_{2n}, ...x_{nn} và các giá trị đạo hàm riêng của hàm số với các giá trị danh nghĩa của biến số.

Khi đó:

$$m_y = y_n + \sum\left(\frac{\partial Y}{\partial X_i}\right)_{x_{in}} S^2_{xi}(x_{in} - m_{xi}) \qquad (4.13)$$

$$S^2_y = \sum\left(\frac{\partial Y}{\partial X_i}\right)^2_{x_{in}} S^2_{x_i} \qquad (4.14)$$

Ví dụ 4.5

Ước lượng bằng phương pháp tuyến tính hóa các đặc tính số của hệ số an toàn độ bền n, bằng tỉ số khả năng tải S và tải trọng tác dụng L. Các giá trị trung bình S và L tương ứng bằng $m_S = 4.10^3$ N và $m_L = 2.10^3$ N, hệ số biến phân $v_S = 0,12$ và $v_L = 0,15$.

Giải:

Giá trị trung bình (kỳ vọng toán) của hệ số an toàn độ bền được gọi là hệ số an toàn theo tải trọng trung bình

$$\bar{n} = \frac{m_S}{m_L} = \frac{4.10^3}{2.10^3} = 2$$

Sai lệch bình phương trung bình của hàm số $n = \frac{S}{L}$:

$$S_n = \sqrt{\left(\frac{\partial n}{\partial S}\right)^2_{m_S} S^2_S + \left(\frac{\partial n}{\partial L}\right)^2_{m_L} S^2_L} = \sqrt{\frac{S^2_S}{m^2_L} + \frac{S^2_L m^2_S}{m^4_L}}$$

Nếu thay giá trị hệ số biến phân $v_S = \frac{S_S}{m_S}$ và $v_L = \frac{S_L}{m_L}$ thì ta nhận được biểu thức đối với sai lệch bình phương trung bình của hệ số an toàn:

$$S_n = \bar{n}\sqrt{v^2_R + v^2_F} = 2\sqrt{0,12^2 + 0,15^2} = 0,384$$

4.3 PHÂN TÍCH TƯƠNG QUAN TRONG CÁC PHỤ THUỘC ĐỘ TIN CẬY

Vì lý thuyết xác suất dựa trên các đại lượng ngẫu nhiên cho nên trong lý thuyết này người ta sử dụng các phụ thuộc xác suất ngẫu nhiên thay cho các phụ thuộc hàm số.

Hai đại lượng ngẫu nhiên, như đã biết là **độc lập** với nhau, nếu như mỗi quy luật phân phối của đại lượng này không phụ thuộc vào giá trị của đại lượng ngẫu nhiên khác. Các đại lượng ngẫu nhiên này có thể là giới hạn mỏi vật liệu chi tiết và hệ số tập trung ứng suất lý thuyết tại tiết diện nguy hiểm của chi tiết.

Các đại lượng được gọi là **phụ thuộc hàm số** nếu như ta biết được giá trị của một đại lượng thì suy ra một giá trị cụ thể đã biết của đại lượng kia. Ví dụ cho sự phụ thuộc này là ứng suất và biến dạng trong các chi tiết biến dạng đàn hồi.

Cuối cùng, các đại lượng gọi là quan hệ theo sự **phụ thuộc xác suất** hoặc **ngẫu nhiên** nếu như theo giá trị đã biết của một đại lượng không tương ứng với một giá trị cụ thể mà tương ứng với quy luật phân phối của đại lượng khác.

Các sự phụ thuộc xác suất không chỉ phụ thuộc vào các yếu tố tổng quát mà còn vào các yếu tố ngẫu nhiên khác nhau. Các sự phụ thuộc xác suất đặc trưng bởi xu hướng thay đổi của một đại lượng ngẫu nhiên trong sự phụ thuộc vào sự thay đổi của đại lượng khác. Chúng có thể chặt chẽ nhiều hơn hoặc ít hơn trong giới hạn không có sự phụ thuộc và có sự phụ thuộc hàm số. Thí dụ điển hình của mối quan hệ xác suất có thể là sự phụ thuộc giữa khối lượng và chiều cao con người.

Trong kỹ thuật các mối quan hệ xác suất rất phổ biến (ví dụ liên hệ giữa các đặc tính vật liệu và giữa các tham số cụm máy riêng biệt).

Nghiên cứu sự phụ thuộc xác suất giữa các đại lượng ngẫu nhiên là đối tượng của phân tích tương quan.

Thông tin đầy đủ về sự liên hệ xác suất của hai đại lượng ngẫu nhiên là mật độ phân phối chung f(x, y) hoặc mật độ phân phối (có điều kiện) f(x/y), f(y/x) tức là mật độ phân phối các đại lượng ngẫu nhiên X và Y khi cho trước các giá trị cụ thể x và y tương ứng.

Mật độ chung và mật độ phân phối có điều kiện liên hệ bởi các biểu thức dưới đây:

$$f(x,y) = f\left(\frac{y}{x}\right)\int_{-\infty}^{\infty} f(x,y)dy \qquad (4.15)$$

$$f(x,y) = f\left(\frac{x}{y}\right)\int_{-\infty}^{\infty} f(x,y)dx \qquad (4.16)$$

Đối với các đại lượng ngẫu nhiên độc lập mật độ phân phối chung f(x,y) bằng tích các mật độ phân phối các đại lượng ngẫu nhiên X và Y:

$$f(x,y) = f_x(x)f_y(y) \tag{4.17}$$

Các đặc tính chủ yếu của các sự phụ thuộc xác suất là covarian và hệ số tương quan.

Covarian: Covarian của hai đại lượng ngẫu nhiên X và Y xác định theo các công thức sau:

Đối với các đại lượng ngẫu nhiên rời rạc:

$$\mathrm{cov}(X, Y) = \sum_i \sum_j (x_i - m_x)(y_j - m_y)p_{ij} \tag{4.18}$$

Đối với trường hợp liên tục:

$$\mathrm{cov}(X, Y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (x - m_x)(y - m_y)dxdy \tag{4.19}$$

trong đó: m_x và m_y - kỳ vọng toán của các đại lượng ngẫu nhiên X và Y; p_{ij} - xác suất có giá trị riêng lẻ x_i và y_j.

Covarian đặc trưng đồng thời sự liên quan giữa các đại lượng ngẫu nhiên và độ phân tán của chúng. Theo thứ nguyên chúng tương ứng với phương sai các đại lượng ngẫu nhiên độc lập.

Nếu các đại lượng ngẫu nhiên là độc lập thì covarian bằng không bởi vì chúng có thể biểu diễn như là tích các mômen trung tâm của các đại lượng X và Y, mà các đại lượng này có giá trị bằng 0.

Nếu một trong các đại lượng ngẫu nhiên có độ phân tán nhỏ thì covarian sẽ nhỏ mặc dầu có sự quan hệ chặt chẽ giữa các đại lượng ngẫu nhiên cho nên để rút ra các đặc tính quan hệ giữa các đại lượng ngẫu nhiên ta chuyển sang **hệ số tương quan**:

$$\rho(X, Y) = \mathrm{cov}(X, Y)\frac{1}{S_x S_y} \tag{4.20}$$

trong đó: S_x và S_y - sai lệch bình phương trung bình các đại lượng ngẫu nhiên X và Y.

Hệ số tương quan đặc trưng cho mức độ chặt chẽ sự phụ thuộc và có thể thay đổi trong miền giới hạn $-1 \le \rho \le 1$. Giá trị $\rho = 1$ và $\rho = -1$ tương ứng sự phụ thuộc hàm số, giá trị $\rho = 0$ tương ứng sự không tương quan các đại lượng ngẫu nhiên. Đối với các đại lượng ngẫu nhiên độc lập ta có $\rho = 0$. Tuy nhiên $\rho = 0$ không thể kết luận chúng độc lập.

Ta khảo sát sự tương quan giữa các đại lượng ngẫu nhiên cũng như giữa các sự kiện và tương quan tập hợp. Đặc trưng của mối quan hệ giữa nhiều sự kiện và đại lượng ngẫu nhiên.

Bằng cách phân tích tương tự sự liên hệ xác suất người ta xác định kỳ vọng toán có điều kiện các đại lượng ngẫu nhiên $m_{y/x}$, $m_{x/y}$ tức là kỳ vọng

toán các đại lượng ngẫu nhiên Y và X tương ứng với các giá trị cụ thể x và y cho trước.

Sự phụ thuộc kỳ vọng toán có điều kiện $m_{y/x}$ vào x gọi là ***phép hồi quy*** Y theo X. Sự phụ thuộc $m_{x/y}$ vào y tương ứng được gọi là phép hồi quy X theo Y.

Đối với các đại lượng ngẫu nhiên phân phối chuẩn Y và X, phương trình hồi quy có dạng:

$$m_{y/x} = m_y + \rho\frac{S_y}{S_x}(x - m_x) \qquad (4.21)$$

Đối với phép hồi quy X theo Y:

$$m_{x/y} = m_x + \rho\frac{S_x}{S_y}(y - m_y) \qquad (4.22)$$

trong đó: ρ - hệ số tương quan; m_x, m_y và S_x, S_y - kỳ vọng toán và sai lệch bình phương trung bình các đại lượng ngẫu nhiên tương ứng.

Lãnh vực ứng dụng quan trọng phân tích tương quan trong các bài toán độ tin cậy là xử lý và tổng kết các kết quả quan sát khi làm việc (vận hành).

Kết quả quan sát các đại lượng ngẫu nhiên Y và X được biểu diễn bằng các cặp giá trị y_i, x_i của lần quan sát thứ i, trong đó i=1, 2, ..., n, với n là số các quan sát.

Ước lượng r của hệ số tương quan ρ xác định theo công thức:

$$r = \frac{\sum(x_i - \mu_x)(y_i - \mu_y)}{(n-1)s_x s_y} \qquad (4.23)$$

trong đó: μ_x, μ_y - tương ứng ước lượng kỳ vọng toán m_x, m_y, tức là giá trị trung bình từ n quan sát: $\mu_x = \frac{1}{n}\sum x_i$; $\mu_y = \frac{1}{n}\sum y_i$; s_x, s_y - tương ứng ước lượng các sai lệch bình phương trung bình S_x và S_y:

$$s_x = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum(x_i - \mu_x)^2} \qquad (4.24)$$

$$s_y = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum(y_i - \mu_y)^2} \qquad (4.25)$$

Đặt ước lượng các kỳ vọng toán có điều kiện $m_{y/x}$, $m_{x/y}$ tương ứng là μ_Y và μ_X , phương trình hồi quy thực nghiệm Y theo X và X theo Y được viết dưới dạng sau:

$$Y = \mu_y + r\frac{s_y}{s_x}(x - \mu_x) \quad (4.26)$$

$$X = \mu_x + r\frac{s_x}{s_y}(y - \mu_y) \quad (4.27)$$

Tuy nhiên chỉ có một trong hai phương trình hồi quy kể trên có ý nghĩa thực tế.

Nhận xét rằng khi hệ số tương quan r = 1 các phương trình hồi quy là đồng nhất.

4.4 BÀI TẬP

4.1 Hiệu suất η của bộ truyền vít me – đai ốc (ren hình thang cân) được xác định bởi công thức:

$$\eta = \frac{tg\gamma}{tg(\gamma + \rho')}$$

trong đó: γ - góc nâng của ren; $\rho' = arctgf' = arctg\left(\frac{f}{\cos\beta}\right)$ - góc ma sát với f - hệ số ma sát và β - nửa góc đỉnh ren.

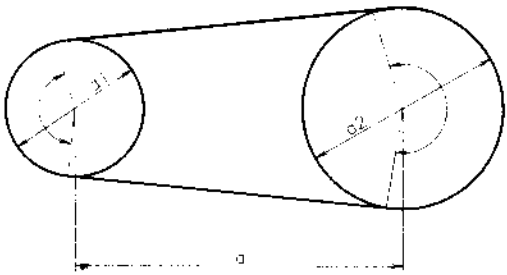
Nếu γ, β và f là các đại lượng ngẫu nhiên với giá trị trung bình và hệ số biến phân: β = 30^0; $\bar{\gamma} = 10^0; \bar{f} = 0,1; v_\gamma = 0,05; v_\beta = 0,05; v_f = 0,1$. Xác định giá trị trung bình và sai lệch bình phương trung bình của η.

4.2 Chiều dài đai l của bộ truyền đai dẹt (hình 4.1) xác định theo công thức.

$$l = 2a + \frac{\pi(d_1 + d_2)}{2} + \frac{(d_2 - d_1)^2}{4a}$$

trong đó: a - khoảng cách trục; d_1, d_2 - đường kính bánh dẫn và bị dẫn.

Nếu a, d_1, d_2 là các đại lượng ngẫu nhiên với $\bar{d}_1$ = 100 mm, $\bar{d}_2$ = 200 mm; S_{d1} = 1 mm; S_{d2} = 2,5 mm; $\bar{a}$ = 1000mm S_a = 50mm. Xác định giá trị trung bình và sai lệch bình phương trung bình của chiều dài đai.



Hình 4.1

4.3 Ứng suất tiếp xúc lớn nhất giữa hai hình trụ bằng thép dưới tác dụng của lực F được xác định bởi:

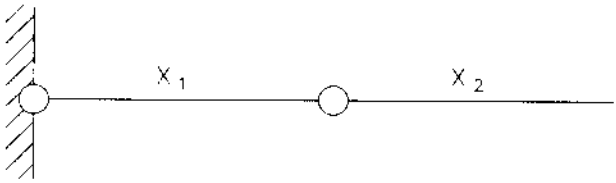
$$\sigma_H = \sqrt{\frac{FE(d_1 + d_2)}{\pi l(1-\mu^2)d_1 d_2}}$$

trong đó: E - môđun đàn hồi; l - chiều dài tiếp xúc dọc trục.

Nếu $(\bar{F}, S_F) = (10000, 2000)$N; $(\bar{l}, S_l) = (0,2, 0,002)$m; $(\bar{E}, S_E) = (2,06, 1,03)10^5$MPa; $(\bar{\mu}, S_\mu) = (0,3, 0,015)$; $(\bar{d}_1, S_{d_1}) = (0,1; 0,01)$m và $(\bar{d}_2, S_{d_2}) = (0,25; 0,025)$m. Xác định giá trị trung bình và sai lệch bình phương trung bình của ứng suất tiếp xúc.

4.4 Hai thanh có chiều dài X_1 và X_2 được nối như hình 4.2. Nếu X_1 và X_2 phân phối đều trong khoảng tương ứng (0,2) và (0,3). Xác định hàm phân phối xác suất của tổng chiều dài $X_1 + X_2$.

Tìm xác suất để tổng $X_1 + X_2 \geq 3,5$.

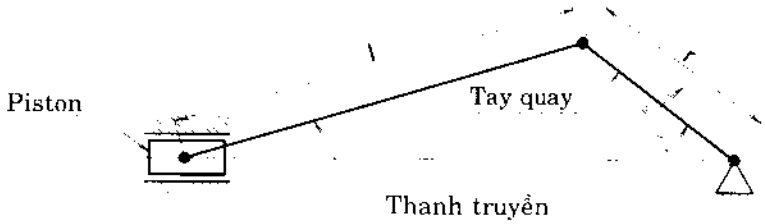


Hình 4.2

4.5 Lực quán tính F trên động cơ piston (hình 4.3) được xác định theo công thức:

$$F = mr\omega^2 \cos\omega t + m\frac{r^2\omega^2}{l}\cos 2\omega t$$

trong đó: m- khối lượng piston; r – chiều dài tay quay; l- chiều dài thanh truyền; ω- vận tốc góc của tay quay và t là thời gian.

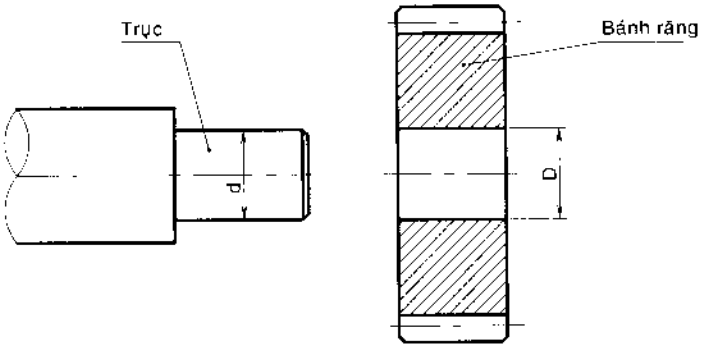


Hình 4.3

Tìm giá trị trung bình và sai lệch bình phương trung bình của F khi t = 0,003333 s. Biết rằng các m, r, ω và l là các đại lượng ngẫu nhiên

độc lập với giá trị trung bình và hệ số biến phân có các giá trị sau: $\overline{m} = 1kg$; $v_m = 0,1$; $\overline{r} = 7,5cm$; $v_r = 0,05$; $l = 30cm$; $v_l = 0,05$; $\omega = 1500vg/ph$; $v_\omega = 0,10$.

4.6 Bánh răng được lắp vào trục với mối ghép có độ dôi như hình 4.4. Nếu như đường kính trục d = N(50,254, 0,127) mm và đường kính lỗ D = N(49,53, 0,127) mm. Xác định hàm mật độ phân phối của mối lắp có độ dôi giữa hai chi tiết.



Hình 4.4

CHƯƠNG 5

THIẾT KẾ VÀ PHÂN TÍCH THEO ĐỘ TIN CẬY BẰNG CÁC PHƯƠNG PHÁP PHÂN TÍCH XẤP XỈ

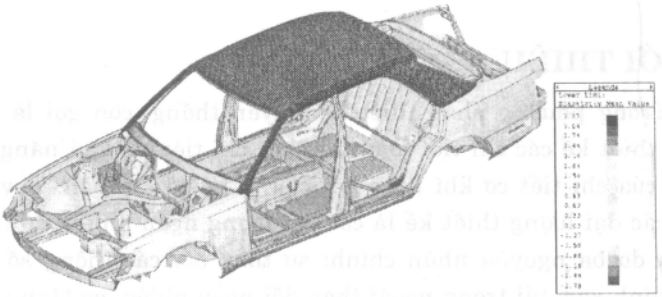
5.1 GIỚI THIỆU

Trong phương pháp thiết kế truyền thống, còn gọi là thiết kế đơn định, ta thiết kế các chi tiết máy theo các chỉ tiêu về khả năng làm việc, độ an toàn của chi tiết cơ khí hoặc kết cấu là hệ số an toàn. Tuy nhiên trong thực tế các đại lượng thiết kế là các đại lượng ngẫu nhiên, sự thay đổi ngẫu nhiên là do ba nguyên nhân chính: sự thay đổi các thông số (sự gia công không chính xác, tải trọng ngoài thay đổi ngẫu nhiên, cơ tính vật liệu...), sai số mô hình tính toán (ví dụ công thức xác định ứng suất thu được theo nhiều giả thuyết khác nhau...), sai số do phương pháp tính (sai số giữa phương pháp số và phương pháp giải tích...). Trong thiết kế các hệ thống phức tạp sự thay đổi nhỏ các thông số đầu vào là nguyên nhân dẫn đến mất mát chất lượng hoặc không đảm bảo độ tin cậy, an toàn (gây nên các sự kiện hỏng hóc nghiêm trọng) cho sản phẩm.

Một cách đơn giản chúng ta có thể chia các phương pháp phân tích theo độ tin cậy ra là 2 nhóm: phân tích độ tin cậy theo toán học và phân tích độ tin cậy theo vật lý. Phân tích độ tin cậy theo toán học thì độ tin cậy của một hệ thống hay một thành phần sẽ được xác định bằng cách thử nghiệm. Hệ thống và các thành phần đặc biệt thông thường sẽ được thử nghiệm đến hỏng hóc. Thời gian hỏng hóc, loại hỏng hóc và thời gian sửa chữa được lưu lại. Các thông tin về thời gian dừng sử dụng thông thường cũng sẽ được lưu lại và đưa vào cơ sở dữ liệu. Sau đó quá trình phân tích thống kê sẽ được sử dụng để xác định độ tin cậy của hệ thống, ước lượng rủi ro và nâng cao độ tin cậy. "Kiểm nghiệm" và "thử" là công cụ việc phân tích độ tin cậy theo toán học và nó đã được ứng dụng trong các lĩnh vực kỹ thuật hiện hành trong nhiều năm qua.

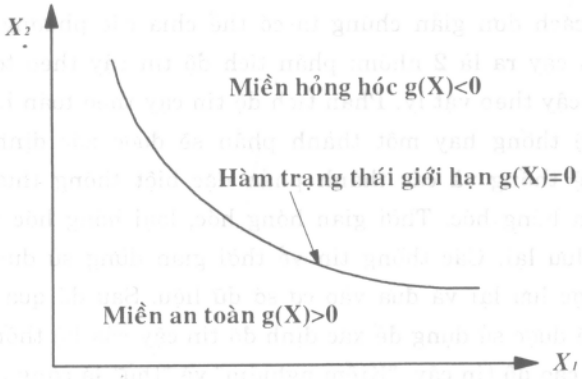
Thực tế thì thiết kế kỹ thuật đã có những bước phát triển đáng kể và chúng ta đã có một phương pháp thiết kế mới tiến bộ hơn đó là phương pháp thiết kế theo độ tin cậy trên cơ sở vật lý với sự hỗ trợ bởi các phương pháp mô phỏng và tổng hợp hiện đại. Theo phương pháp này độ tin cậy có thể được tính toán thông qua các công thức vật lý và quá trình mô phỏng

bằng máy tính để xác định trạng thái hỏng hóc. Ví dụ ở hình 5.1 là hình ảnh của ôtô, quá trình mô phỏng thông qua các mô hình phần tử hữu hạn tuyến tính hay phi tuyến sẽ được tạo ra để ước đoán các hành vi (bao gồm cả các trường hợp hỏng hóc và tai nạn) và độ tin cậy có thể được tính toán một cách chính xác dựa trên các mô hình mô phỏng.



Hình 5.1 Mô hình tính toán phương pháp phần tử hữu hạn

Chú ý rằng các đặc tính xác suất được nêu ra ở đây không phải lúc nào cũng giống nhau đối với tất cả các bài toán phân tích độ tin cậy. Phụ thuộc vào các ứng dụng khác nhau các đặc tính xác suất khác nhau sẽ được sử dụng.

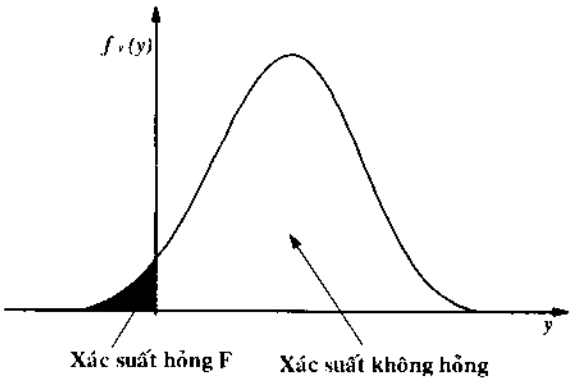


Hình 5.2 Khái niệm hàm trạng thái giới hạn

Trong một số trường hợp chúng ta không thể có các thông tin về hàm phân phối của các biến đầu vào mà chỉ biết các các giá trị mômen (ví dụ như: giá trị trung bình, sai lệch chuẩn...). Khi đó bài toán phân tích độ tin cậy: tìm kiếm các giá trị mômen các biến đáp ứng (biến đầu ra) $Y = g(X_1, X_2, ..., X_n)$ khi chúng ta đã biết trước giá trị mômen của các biến đầu vào $\mathbf{X} = (X_1, X_2 .., X_n)$.

Hàm trạng thái giới hạn Y = g(**X**) là một hàm biểu diễn mối quan hệ giữa đặc tính Y và các biến ngẫu nhiên đầu vào X. Khi giá trị của hàm trạng thái giới hạn vượt quá một ngưỡng nào đó thì trạng thái của thiết bị sẽ thay đổi từ trạng thái an toàn sang trạng thái hư hỏng. Nếu chúng ta lấy mức 0 như là ngưỡng của hàm trạng thái thì hàm Y = g(**X**) = 0 sẽ chia không gian của biến thiết kế ra làm hai vùng: vùng an toàn và vùng hỏng hóc. Vì lý do trên nên hàm đặc tính Y = g(**X**) còn được coi là hàm trạng thái giới hạn trong quá trình phân tích và thiết kế theo độ tin cậy. Hình 5.2 chỉ ra hàm trạng thái giới hạn đối với các bài toán 2 chiều.

Ví dụ, nếu hàm trạng thái giới hạn Y = g(**X**) = S – L với S và L tương ứng là độ bền và ứng suất thì ta có Y = g(**X**) = S – L = 0 là hàm trạng thái giới hạn và vùng Y = g(**X**) = S – L > 0 được gọi là vùng an toàn, còn vùng Y = g(**X**) = S – L < 0 được gọi là vùng không an toàn.



Hình 5.3 Khái niệm độ tin cậy

Trong tính toán theo độ tin cậy trên cơ sở vật lý, công thức xác định độ tin cậy được trình bày như sau:

$$R = P(g(\mathbf{X}) > 0) \tag{5.1}$$

Xác suất hỏng là:

$$F = 1 - R = P(g(\mathbf{X}) < 0) \tag{5.2}$$

Như ta đã nêu hàm trạng thái giới hạn là Y = g(**X**) = S – L và độ tin cậy là:

$$R = P(g(\mathbf{X}) > 0) = P(S - L > 0) \tag{5.3}$$

đó chính là xác suất của ứng suất giới hạn lớn hơn ứng suất tính toán thực tế.

5.2 TỔNG QUAN QUÁ TRÌNH PHÂN TÍCH ĐỘ TIN CẬY

Mục đích của việc phân tích độ tin cậy là để tìm ra đặc tính xác suất của hàm trạng thái giới hạn Y = g(**X**) được cho bởi phân phối của các biến ngẫu nhiên X. Kế tiếp nếu không yêu cầu thì chúng ta xem tất cả các biến thiết kế là độc lập tuyến tính.

Hàm phân phối tích lũy được xác định theo công thức:

$$F_y(y) = P\,(g(\mathbf{X}) < y) \tag{5.4}$$

Từ công thức (5.1) ta có xác suất hỏng hóc là giá trị của hàm phân phối tích lũy tại giá trị y=0.

$$F = P(g(\mathbf{X}) < 0) = F_y(0) \tag{5.5}$$

Theo lý thuyết thì chúng ta có thể tính toán giá trị của hàm $F_y(y)$ theo công thức sau:

$$F_y(y) = \int \cdots \int_{g(\mathbf{X}) \le y} f_{X_1, X_2, \ldots, X_n}(x_1, x_2, \ldots, x_n)\, dx_1 dx_2, \ldots dx_n \tag{5.6}$$

Hàm dưới dấu tích phân $f_{X1,X2,\ldots Xn}$ là hàm hợp của hàm mật độ phân phối của biến X và được cho bởi công thức:

$$f_{X_1, X_2, \ldots, X_n} = \prod_{i=1}^{n} f_{X_i}(x_i) \tag{5.7}$$

với f_{Xi} là hàm mật độ phân phối của biến X_i.

Nếu giá trị của hàm phân phối tích lũy Y = g(**X**) là liên tục thì dựa vào hàm phân phối tích lũy này chúng ta sẽ dễ dàng xác định được các đặc tính xác xuất của hàm này.

Trong thực tế thì việc ước lượng công thức tích phân (5.6) gặp rất nhiều khó khăn. Vì thường thì các hàm trạng thái giới hạn Y = g(**X**) là các hàm phi tuyến của biến **X**, do vậy điều kiện biên của tích phân cũng phi tuyến. Vì số biến ngẫu nhiên trong các ứng dụng thực tế thường lớn, cho nên phải sử dụng tích phân nhiều lớp. Khi đó việc tính toán trực tiếp giá trị của hàm trạng thái giới hạn từ các công thức tích phân trên gặp nhiều khó khăn và đòi hỏi mất nhiều thời gian. Tùy thuộc vào mức độ phức tạp, chúng ta rất hiếm khi tìm thấy giải pháp tổng thể có thể sử dụng để tính toán các công thức trên ở các trường hợp khác nhau. Và việc sử dụng các công cụ tích phân số để giải quyết các vấn đề này cũng thường gặp phải các

vấn đề rất khó khăn. Để giải quyết vấn đề này người ta đã phải sử dụng các phương pháp xấp xỉ để tính toán.

Như đã giới thiệu ở mục 5.1 độ tin cậy được định nghĩa là xác suất của hàm đặc tính (hàm trạng thái giới hạn) $g(\mathbf{X}) > 0$, tương ứng với giá trị xác suất của các biến ngẫu nhiên $\mathbf{X} = (X_1, X_2,..., X_n)$ nằm trong vùng an toàn và được xác định bởi $g(\mathbf{X}) > 0$. Xác suất hỏng là xác suất của hàm đặc tính (hàm trạng thái giới hạn) $g(\mathbf{X}) < 0$, tương ứng với giá trị xác suất của các biến ngẫu nhiên $\mathbf{X} = (X_1, X_2, ..., \mathbf{X}_n)$ nằm trong vùng không an toàn và được xác định bởi $g(\mathbf{X}) < 0$. Xác suất hỏng được tính từ công thức (5.6) với y = 0:

$$F = P(g(\mathbf{X}) < 0) = \int_{g(\mathbf{X})<0} f_X(\mathbf{x})d\mathbf{x} \tag{5.8}$$

Và độ tin cậy được xác định theo công thức:

$$R = 1 - F = P(g(\mathbf{X}) > 0) = \int_{g(\mathbf{X})>0} f_X(\mathbf{x})d\mathbf{x} \tag{5.9}$$

Phương pháp mô phỏng Monte Carlo có thể được sử dụng để ước lượng các công thức tích phân trên, tuy nhiên việc sử dụng công cụ này đòi hỏi tốn nhiều thời gian và nó cũng bị hạn chế bởi tốc độ xử lý của máy tính và khi đó chi phí cho việc tính toán các công thức tích phân này sẽ rất cao. Từ những thập niên gần đây các phương pháp xấp xỉ đã được nghiên cứu, ứng dụng cho việc tính toán các công thức này cũng như ứng dụng trong việc trong việc tính toán độ tin cậy của kết cấu và các lãnh vực kỹ thuật khác.

Các phương pháp phổ biến thường được sử dụng trong việc phân tích độ tin cậy là phương pháp mômen thích hợp, phương pháp xấp xỉ bậc nhất và phương pháp xấp xỉ bậc hai ... Nội dung chính của các phương pháp này đó chính là làm đơn giản quá trình tính toán các công thức trên thông qua việc làm đơn giản hoá các công thức dưới dấu tích phân $f_x(\mathbf{x})$ và xấp xỉ hàm trạng thái giới hạn $g(\mathbf{X})$. Thông qua các kỹ thuật là đơn giản hóa và xấp xỉ thì việc tính toán các công thức tích phân trên sẽ dễ dàng thực hiện được.

Tất cả các biến ngẫu nhiên X trong các phương pháp này được giả định là độc lập. Các phương pháp này cũng có thể được dũng để giải quyết các bài toán với các biến thiết kế có quan hệ tương quan, sau khi các biến này được chuyển đổi thành các biến độc lập.

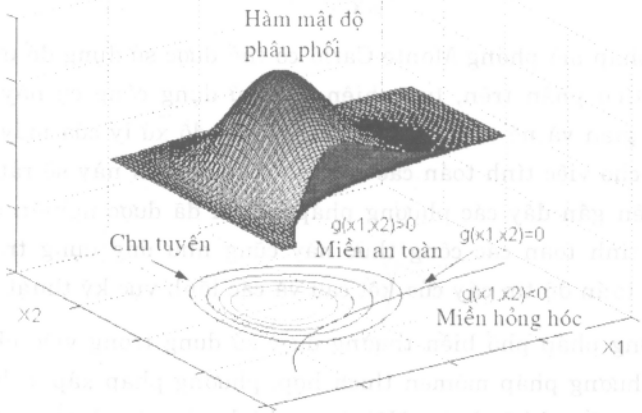
5.3 PHƯƠNG PHÁP XẤP XỈ BẬC NHẤT

Tên gọi của phương pháp này xuất phát từ việc sử dụng dạng xấp xỉ trong quá trình tính toán: hàm trạng thái giới hạn g(**X**) được xấp xỉ bởi kỹ thuật khai triển chuỗi Tailor bậc nhất.

Để dễ hình dung công thức tích phân (5.8) và (5.9) ở trên có thể được biểu diễn trong không gian ba chiều như hình 5.4. Hình trên là hình biểu diễn hàm mật độ phân phối $f_x(\mathbf{x})$ và các chu tuyến – hình chiếu của $f_x(\mathbf{x})$ trên mặt phẳng $X_1 - X_2$.

Độ tin cậy được định nghĩa là xác suất của hàm trạng thái giới hạn g(**X**) > 0, tương ứng với giá trị xác suất các biến ngẫu nhiên $\mathbf{X} = (X_1, X_2 .., X_n)$ nằm trong vùng an toàn, được xác định theo công thức:

$$R = P(g(\mathbf{X}) > 0) = \int_{g(\mathbf{X})>0} f_x(\mathbf{x})d\mathbf{x} \qquad (5.10)$$



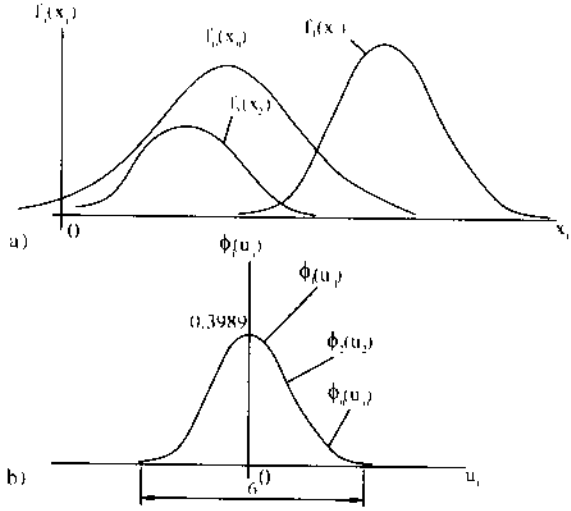
Hình 5.4 Tích phân xác suất

Phương pháp xấp xỉ bậc nhất gồm hai bước: đầu tiên chuyển các biến ngẫu nhiên ban đầu sang không gian chuẩn, tiếp theo là xấp xỉ hàm trạng thái giới hạn [21, 22, 11].

Để chuyển các biến ngẫu nhiên từ không gian ngẫu nhiên ban đầu sang không gian chuẩn thì đầu tiên hàm dưới dấu tích phân $f_x(\mathbf{x})$ được đơn giản hóa bằng cách biến đổi các biến ngẫu nhiên. Không gian của các biến ngẫu nhiên ban đầu $\mathbf{X} = (X_1, X_2, ..., X_n)$ được gọi là không gian X (hình 5.5a). Chuyển tất cả các biến ngẫu nhiên thiết kế từ không gian X sang

không gian chuẩn U với giá trị trung bình của các biến này bằng 0 và sai lệch chuẩn bằng 1 (hình 5.5b).

$$F_{x_i}(x_i) = \Phi(u_i) \text{ với } X_i = m_{xi} + U_i S_{xi} \tag{5.11}$$



Hình 5.5

Sau khi biến đổi hàm trạng thái giới hạn này có dạng Y = g(**U**).

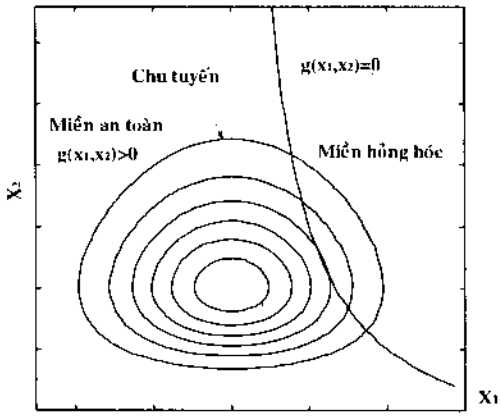
Khi đó độ tin cậy được xác định theo công thức:

$$R = P(g(\mathbf{U}) > 0) = \int_{g(\mathbf{U})>0} \phi_{\mathbf{U}}(\mathbf{u})d\mathbf{u} \tag{5.12}$$

Vì các biến u_i là độc lập, nên hàm $\phi_U(\mathbf{u})$ được xác định:

$$\phi_{\mathbf{U}}(\mathbf{u}) = \prod_{i=1}^{n} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{u_i^2}{2}} \tag{5.13}$$

Chú ý rằng sau khi chuyển đổi thì hàm dưới dấu tích phân (5.12) trong không gian U là tương tự như hàm dưới dấu thức tích phân ở công thức (5.9) trong không gian X và quá trình biến đổi đó không làm giảm độ chính xác của kết quả tính toán, tuy nhiên các đường chu tuyến của hàm $f_u(U)$ sẽ được chuyển đổi thành các đường tròn đồng tâm (hay là các đường siêu cầu đối với các bài toán đa chiều) và được biểu diễn ở hình 5.6 trang sau.



Hình 5.6 Tích phân xác suất trong không gian thiết kế

Để việc tính toán hàm tích phân ở công thức (5.12) được đơn giản hơn thì hàm trạng thái giới hạn g(**U**) = 0 được xấp xỉ thành hàm tuyến tính qua phép khai triển Taylor bậc nhất.

$$g(\mathbf{U}) \approx L(\mathbf{U}) = g(\mathbf{u}^*) + \nabla g(\mathbf{u}^*)(\mathbf{U} - \mathbf{u}^*)^T \tag{5.14}$$

trong đó: $\mathbf{u}^* = (u_1^*, u_2^*, \ldots u_n^*)$ là điểm khai triển, T là ký hiệu ma trận chuyển vị và $\nabla g(\mathbf{u}^*)$ là gradient của hàm g(**U**) tại $\mathbf{u}^*$.

Gradient $\nabla g(\mathbf{u}^*)$ xác định theo công thức:

$$\nabla g(\mathbf{u}^*) = \left(\frac{\partial g(\mathbf{U})}{\partial U_1}, \frac{\partial g(\mathbf{U})}{\partial U_2}, \ldots, \frac{\partial g(\mathbf{U})}{\partial U_n} \right)\Bigg|_{\mathbf{u}^*} \tag{5.15}$$

Để làm giảm sai số, cách đơn giản nhất là người ta tiến hành khai triển hàm g(**U**) tại điểm xác suất lớn nhất (MPP), khi đó tích phân có giá trị lớn nhất. Bài toán tìm điểm xác suất lớn nhất, là điểm thuộc mặt g(**U**) = 0 và có mật độ phân phối theo U lớn nhất:

Tìm giá trị lớn nhất:

$$\prod_{i=1}^{n} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{u_i^2}{2}} \tag{5.16}$$

với điều kiện g(U) = 0.

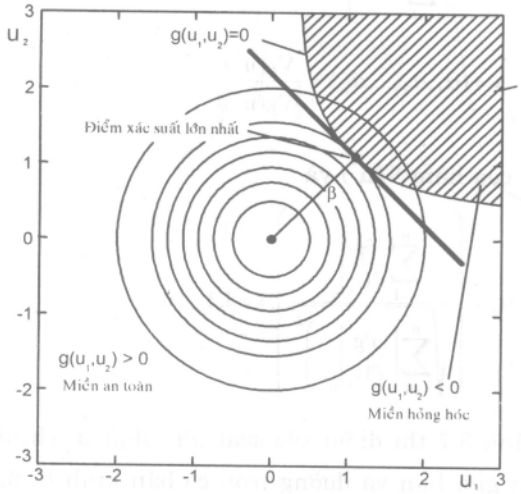
Bài toán trên tương đương:

Tìm giá trị nhỏ nhất $\|\mathbf{u}\|$ *với:*

$$\|\mathbf{u}\| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + \ldots + u_n^2} \tag{5.17}$$

là độ dài của véctơ ***u***.

Khoảng cách $\beta = \|\mathbf{u}^*\|$ được gọi là *chỉ số độ tin cậy*, theo hình 5.7 là khoảng cách ngắn nhất từ bề mặt g(**U**) = 0 đến gốc tọa độ trong không gian U.



Hình 5.7 Tích phân xác suất theo xấp xỉ bậc nhất

Tại điểm xác suất lớn nhất **u*** thì g(**U**) = 0, cho nên:

$$L(\mathbf{U}) = \sum_{i=1}^{n} \left.\frac{\partial g(\mathbf{U})}{\partial U_i}\right|_{u^*} (\mathbf{U}_i - \mathbf{u}_i^*) = a_0 + \sum_{i=1}^{n} a_i U_i \tag{5.18}$$

với $$a_0 = -\sum_{i=1}^{n} \left.\frac{\partial g(\mathbf{U})}{\partial U_i}\right|_{u^*} \mathbf{u}_i^* \text{ và } a_i = \left.\frac{\partial g(\mathbf{U})}{\partial U_i}\right|_{u^*} \tag{5.19}$$

Từ công thức (5.18) ta thấy rằng hàm L(**U**) là một hàm đa tuyến với các biến tuân theo qui luật phân phối chuẩn, do vậy hàm L(**U**) cũng là phân phối chuẩn với giá trị trung bình và sai lệch trung bình được xác định:

$$m_L = a_0 = -\sum_{i=1}^{n} \left.\frac{\partial g(\mathbf{U})}{\partial U_i}\right|_{u^*} \mathbf{u}_i^*; \tag{5.20}$$

$$S_L = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} a_i^2} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \left(\left.\frac{\partial g}{\partial U_i}\right|_{u_i^*} \right)^2} \tag{5.21}$$

Do vậy độ tin cậy R sẽ được xấp xỉ theo công thức:

$$R \approx P\{L(\mathbf{U}) > 0\} = 1 - \Phi\left(\frac{-m_L}{S_L}\right) = 1 - \Phi\left(\frac{\sum_{i=1}^{n} \frac{\partial g}{\partial U_i}\Big|_{u^*} u_i^*}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial g}{\partial U_i}\Big|_{u^*}\right)^2}}\right) \tag{5.22}$$

$$= 1 - \Phi\left(\sum_{i=1}^{n} \alpha_i u_i^*\right) = 1 - \Phi(\mathbf{a}\mathbf{u}^{*T})$$

với $$\mathbf{a} = (\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n) = \frac{\nabla g(\mathbf{u}^*)}{\|\nabla g(\mathbf{u}^*)\|} \tag{5.23}$$

là véctơ đơn vị của hàm $\nabla(\mathbf{u}^*)$ và

$$\alpha_i = \left(\frac{\sum_{i=1}^{n} \frac{\partial g}{\partial U_i}\Big|_{u^*}}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial g}{\partial U_i}\Big|_{u^*}\right)^2}}\right), i = 1,2,\ldots,n \tag{5.24}$$

Theo hình 5.7 thì điểm xác suất lớn nhất $\mathbf{u}^*$ chính là tiếp điểm của hàm trạng thái giới hạn và đường tròn có bán kính là β, do vậy véctơ đơn vị dọc theo véctơ $\mathbf{u}^*$ có giá trị $\frac{\mathbf{u}^*}{\|\mathbf{u}^*\|} = \frac{\mathbf{u}^*}{\beta}$ bằng với giá trị của véctơ đơn vị **a**:

$$\frac{\mathbf{u}^*}{\beta} = \mathbf{a} \quad \text{hoặc} \quad \mathbf{u}^* = -\beta\mathbf{a} \tag{5.25}$$

Do vậy hàm độ tin cậy sẽ được xác định qua công thức sau:

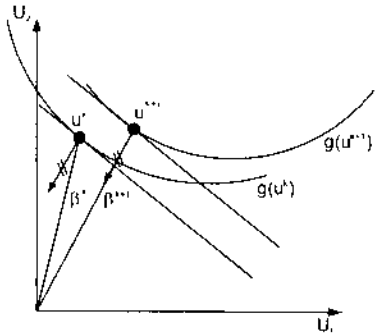
$$\begin{aligned} R &\approx P(L(\mathbf{U}) > 0) = 1 - \Phi(\mathbf{a}\mathbf{u}^{*T}) \\ &= 1 - \Phi(-\beta\mathbf{a}\mathbf{a}^T) = 1 - \Phi(-\beta) \end{aligned} \tag{5.26}$$

Chú ý rằng:

$$\mathbf{a}\mathbf{a}^T = \sum_{i}^{n} \alpha_i^2 = 1 \tag{5.27}$$

Có rất nhiều phương pháp số đã được phát triển để thực hiện công việc tìm điểm xác suất lớn nhất. Giải thuật tìm kiếm điểm xác suất lớn nhất này sử dụng một công thức hồi quy và nó dựa vào tuyến tính hóa hàm trạng thái giới hạn. Giá trị điểm xác suất lớn nhất ở vòng lặp thứ k là u^k được xác định theo công thức:

$$g(\mathbf{u}^{k+1}) = g(\mathbf{u}^k) + \nabla g(\mathbf{u}^k)(\mathbf{u}^{k+1} - \mathbf{u}^k)^T = 0 \tag{5.28}$$



Hình 5.8 Tìm điểm xác suất lớn nhất

Từ công thức (5.25) ta có:

$$\mathbf{u}^k = -\beta^k \mathbf{a}^k$$

Vì **a** là véctơ đơn vị, từ hình 5.8 ta có:

$$\mathbf{u}^{k+1} = -\beta^{k+1} \mathbf{a}^k \tag{5.29}$$

Thay thế $\mathbf{u}^k$ và $\mathbf{u}^{k+1}$ vào công thức (5.28) thu được:

$$\begin{aligned} & g(\mathbf{u}^k) + \nabla g(\mathbf{u}^k)(\mathbf{a}^k)^T(\beta^k - \beta^{k+1}) \\ & = g(\mathbf{u}^k) + \left\|\nabla g(\mathbf{u}^k)\right\|(\beta^k - \beta^{k+1}) = 0 \end{aligned} \tag{5.30}$$

Từ đây suy ra:

$$\mathbf{u}^{k+1} = -\mathbf{a}^k \beta^{k+1} = -\mathbf{a}^k \left\{ \beta^k + \frac{g(\mathbf{u}^k)}{\left\|\nabla g(\mathbf{u}^k)\right\|} \right\} \tag{5.31}$$

Để sử dụng công thức (5.31) ta cần phải có một điểm khởi đầu $\mathbf{u}^0$ và thông thường $\mathbf{u}^0 = 0$.

Các điều kiện hội tụ được sử dụng để kết thúc vòng lặp:

$$\left\|\mathbf{u}^{k+1} - \mathbf{u}^k\right\| \le \varepsilon_1, \ \left\|\beta^{k+1} - \beta^k\right\| \le \varepsilon_3 \text{ và } \left\|\nabla g(\mathbf{u}^{k+1}) - \nabla g(\mathbf{u}^k)\right\| \le \varepsilon_2$$

với ε_1, ε_2, ε_3 có giá trị rất nhỏ.

Trình tự thực hiện:

1. Lập hàm trạng thái giới hạn g(X).
2. Chuyển từ không gian X sang U.
3. Chọn $\mathbf{u}^0$ là điểm khởi đầu.

4. Xác định $g(\mathbf{u}^0)$ từ hàm trạng thái giới hạn.

5. Xác định $\nabla g(\mathbf{u}^0)$ theo công thức (5.15).

6. Tính $\left\|\nabla g(\mathbf{u}^0)\right\| = \sqrt{\left(\nabla g(\mathbf{u}^0)\right)^2}$.

7. Tính tỉ số $\mathbf{a}^0 = \dfrac{\nabla g(\mathbf{u}^0)}{\left\|\nabla g(\mathbf{u}^0)\right\|}$.

8. Xác định giá trị $\beta^0 = \left\|\mathbf{u}^0\right\|$.

9. Vòng lặp kế tiếp bắt đầu với

$$\mathbf{u}^1 = -a^0\left\{\beta^0 + \frac{g(\mathbf{u}^0)}{\left\|\nabla g(\mathbf{u}^0)\right\|}\right\}$$

10. Thực hiện các bước 1-9, nếu thỏa mãn các điều kiện hội tụ thì dừng. Nếu không, lặp lại trình tự tính với k = k+1.

Giải thuật tìm kiếm MPP được trình bày ở trên rất đơn giản khi sử dụng, tốc độ hội tụ rất cao trong rất nhiều trường hợp. Do vậy giải thuật này đã được sử dụng rộng rãi trong rất nhiều lĩnh vực phân tích độ tin cậy của các kết cấu và trong các kỹ thuật thiết kế xác suất. Tuy nhiên giải thuật này cũng cho kết quả không hội tụ trong một số trường hợp ví dụ sự dao động giữa hai hay nhiều điểm mà không hội tụ hay giải thuật được chọn là phân kỳ. Nếu sự phân kỳ xảy ra, một phương pháp khác không cần sử dụng phương pháp tìm kiếm MPP có thể được sử dụng đó là phương pháp mô phỏng Monte Carlo (MCS) để ước lượng trực tiếp độ tin cậy.

Ví dụ 5.1

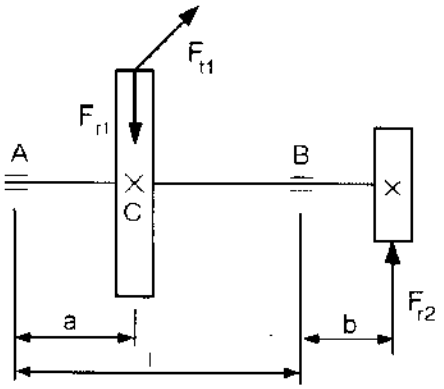
Ta khảo sát tại điểm B (hình 5.9) trục động cơ điện hoặc trục truyền động bất kỳ, khi đó ta xem các đại lượng σ_{lim}, F_r và T là các đại lượng ngẫu nhiên với F_{r2} = N(792, 79,2)N, T = N(181380, 18138) Nmm, σ_{lim}= N(111,078, 16,3874) MPa. Các đại lượng còn lại xem như đơn định: b =90 mm, d= 30 mm.

Khi phân tích theo phương pháp tìm điểm xác suất lớn nhất. Hàm trạng thái giới hạn có dạng:

$$g(\mathbf{X}) = \sigma_{lim} - \frac{32}{\pi d^3}\sqrt{b^2F_{r2}^2 + 0{,}75T^2}$$

Khi chuyển sang không gian U hàm trạng thái giới hạn có dạng:

$$g(\mathbf{X}) = (111{,}078 + 16{,}3874U_{\sigma lim}) - \sqrt{7{,}23116(10 + U_{Fr2})^2 + 35{,}11662(10 + U_T)^2}$$



Hình 5.9

Qua 3 vòng lặp các kết quả hội tụ tại chỉ số độ tin cậy β = 2,659740 tương ứng R = 0,99609 như bảng 5.1.

Bảng 5.1

Bước lặp	β	(U_σ, U_F, U_T)
1	0	(0, 0, 0)
2	2,660849	(-2,52212,0,17102,0,83053)
3	2,659768	(-2,51909,0,16206,0,83802)
4	2,659740	(-2,51902,0,16184,0,83820)

Và theo bảng thì ta thay đổi số vòng lặp phải thực hiện là 4, trong đó số các bước mô phỏng trong phương pháp mô phỏng Monte Carlo (MCS) là 24900 lần (tham khảo chương 6), do đó ta dễ dàng nhận thấy phương pháp xấp xỉ bậc nhất với tìm kiếm điểm MPP hiệu quả hơn rất nhiều lần so với phương pháp MCS.

5.4 PHƯƠNG PHÁP XẤP XỈ BẬC HAI

Trong phương pháp tính toán độ tin cậy bậc hai (SORM) hoặc hàm đặc tính được xấp xỉ thông qua phép khai triển Taylor bậc hai.

$$g(\mathbf{U}) \approx q(\mathbf{U}) = g(\mathbf{u}^*) + \nabla g(\mathbf{u}^*)(\mathbf{U}-\mathbf{u}^*)^T + \frac{1}{2}(\mathbf{U}-\mathbf{u}^*)\mathbf{H}(\mathbf{u}^*)(\mathbf{U}-\mathbf{u}^*)^T \qquad (5.32)$$

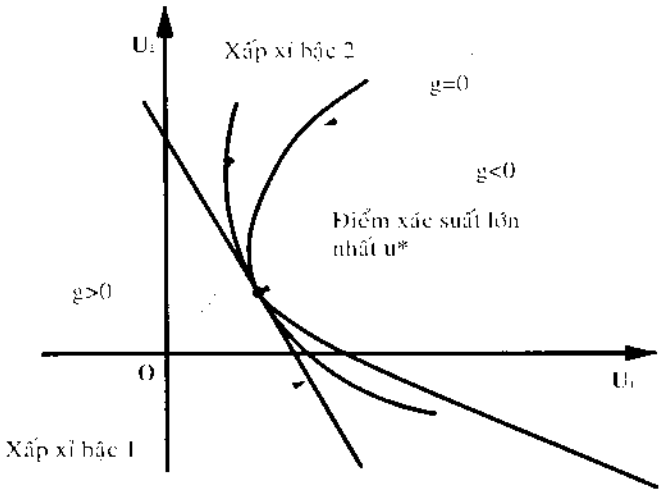
Trong công thức trên $\mathbf{H}(\mathbf{u}^*)$ là ma trận Hessian tại MPP và được xác định theo công thức:

$$\mathbf{H}(\mathbf{u}^*) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 g}{\partial U_1^2} & \frac{\partial^2 g}{\partial U_1 \partial U_2} & \cdots & \frac{\partial^2 g}{\partial U_1 \partial U_n} \\ \frac{\partial^2 g}{\partial U_2 \partial U_1} & \frac{\partial^2 g}{\partial U_2^2} & \cdots & \frac{\partial^2 g}{\partial U_2 \partial U_n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \frac{\partial^2 g}{\partial U_n \partial U_1} & \frac{\partial^2 g}{\partial U_n \partial U_2} & \cdots & \frac{\partial^2 g}{\partial U_n^2} \end{bmatrix} \tag{5.33}$$

Sau khi khai triển, một hàm xấp xỉ tuyến tính sẽ được thiết lập và khi đó hàm trạng thái giới hạn trở thành:

$$g(\mathbf{U}) = \mathbf{U}_n - \left(\beta + \frac{1}{2}\mathbf{U}'^T \mathbf{D}\mathbf{U}'\right)$$

Với **D** là ma trận đường chéo (n-1) x (n+1), tất cả các yếu tố được xác định bởi ma trận Hessian $\mathbf{H}(\mathbf{u}^*)$ và $\mathbf{U}' = (U_1, U_2, U_3, \ldots U_{n-1})$.



Hình 5.10 So sánh giữa phương pháp xấp xỉ bậc 1 và bậc 2

Khi β đủ lớn, giá trị xấp xỉ của xác suất hỏng có thể được xác định qua công thức sau:

$$F \approx P\big(g(\mathbf{X}) < 0\big) = \Phi(-\beta)\prod_{i=1}^{n-1}\sqrt{(1+\beta\kappa_i)} \tag{5.34}$$

với κ_i là độ cong của hàm g(u) tại điểm xác suất lớn nhất.

Thông thường phương pháp xấp xỉ bậc hai tốt hơn phương pháp xấp xỉ bậc nhất (hình 5.10), độ chính xác của phương pháp xấp xỉ bậc hai cao hơn phương pháp xấp xỉ bậc nhất. Phương pháp bậc hai lại yêu cầu phải

tính toán ma trận Hessian bậc hai, do vậy nó sẽ không hiệu quả hơn phương pháp bậc nhất khi chúng ta tiến hành khai triển theo phương pháp số. Nếu như chúng ta sử dụng số bước lặp hàm trạng thái giới hạn đánh giá mức độ hiệu quả của hai phương pháp thì dĩ nhiên là phương pháp bậc hai sẽ hiệu quả hơn vì luôn yêu cầu số vòng lặp nhỏ hơn.

5.5 PHƯƠNG PHÁP MÔMEN THÍCH HỢP

Nếu như đầu vào cho ta biết hai giá trị mômen (giá trị trung bình và sai lệch bình phương trung bình) của biến thiết kế thì chúng ta có thể sử dụng phương pháp mômen thích hợp để ước lượng giá trị trung bình và sai lệch bình phương trung bình của hàm trạng thái giới hạn. Giả thiết rằng các biến ngẫu nhiên thiết kế $\mathbf{X} = (X_1, X_2,..., X_n)$ và các giá trị sai lệch bình phương trung bình của chúng lần lượt là $\mathbf{m} = (m_{X1}, m_{X2},..., m_{Xn})$ và $\mathbf{S} = (S_{X1}, S_{X2},..., S_{Xn})$. Tuyến tính hóa hàm đặc tính xác suất qua phép khai triển Taylor tại giá trị trung bình $\mathbf{m} = (m_{X1}, m_{X2},..., m_{Xn})$ là:

$$g(\mathbf{X}) \approx L(\mathbf{X}) = g(\mathbf{m}) + \sum_{i=1}^{n} \left.\frac{\partial g(\mathbf{X})}{\partial X_i}\right|_{m} (X_i - m_{Xi}) = g(\mathbf{m}) + \nabla g(\mathbf{m})(\mathbf{X} - \mathbf{m})^T \qquad (5.35)$$

Sau đó giá trị của hàm $g(\mathbf{X})$ thay bởi hàm tuyến tính $L(\mathbf{X})$ và được tính tại giá trị:

$$m_g \approx g(\mathbf{m}) \qquad (5.36)$$

Sai lệch bình phương trung bình:

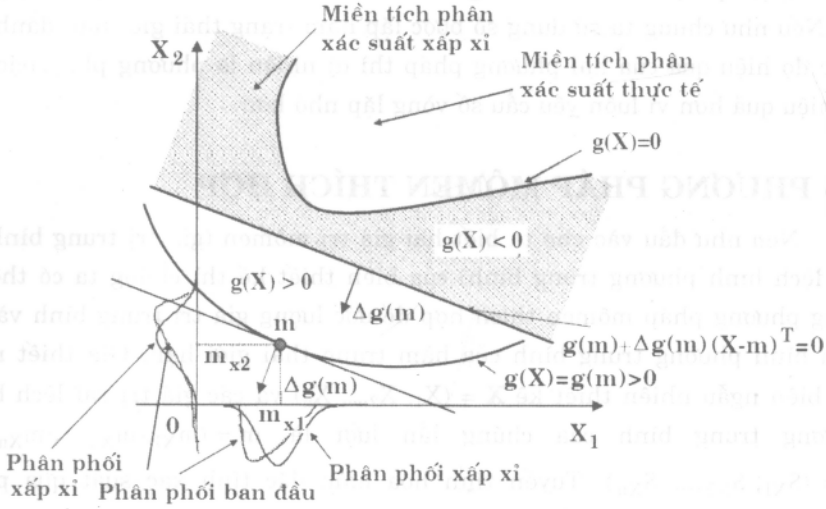
$$S_g = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial g(\mathbf{X})}{\partial X_i}\right)^2 S_{X_i}^2} \qquad (5.37)$$

Giả sử hàm đặc tính tuân theo quy luật phân bố chuẩn khi xác suất hỏng hóc có thể được xác định như sau:

$$F \approx P\{L(\mathbf{U}) < 0\} = \Phi\left(\frac{-m_g}{S_g}\right) = \Phi\left(\frac{-g(\mathbf{m})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left[\left.\frac{\partial g(\mathbf{X})}{\partial X_i}\right|_{m}\right]^2 S_{X_i}^2}}\right) \qquad (5.38)$$

Giả thiết trên cũng tương đương với giả thiết là tất cả các biến thiết kế cũng tuân theo quy luật phân bố chuẩn. Theo giả thuyết này thì ta có

hàm tuyến L(**X**) trong công thức (5.1) cũng tuân theo luật phân bố chuẩn vì nó làm kết hợp của các biến tuân theo luật phân bố chuẩn.



Hình 5.11 Phương pháp xấp xỉ mômen thích hợp

Phương pháp mômen thích hợp cũng có thể xem như là phương pháp xấp xỉ bậc nhất và mômen thứ hai khi nó bao gồm khai triển bậc một và mômen thứ hai. Như trong hình 5.11 chúng ta thấy hai xấp xỉ được sử dụng trong phương pháp mômen thích hợp: phân phối của các biến ngẫu nhiên X = (X_1, X_2, ..., X_n) được xấp xỉ thành các hàm phân phối chuẩn và hàm trạng thái giới hạn được khai triển thành chuỗi Taylor bậc nhất tại các giá trị trung bình. Như trên hình 5.11 xác suất hỏng trong phương pháp mômen thích hợp được ước lượng bởi tích phân xác suất trên vùng tô đậm và nó nằm phía trên bên phải của các đường thẳng $g(m)+\nabla g(m)(X-m)^T$. Vùng tích phân xác suất thực tế là diện tích vùng sáng nằm phía trên bên phải của đường cong (**X**) = 0. Bởi vì sử dụng các phương pháp xấp xỉ nên kết quả của phương pháp mômen thích hợp sẽ thiếu chính xác đối với các hàm phi tuyến với các biến ngẫu nhiên không tuân theo quy luật phân phối chuẩn.

Ví dụ 5.2

Thiết kế theo phương pháp mômen thích hợp. Với các số liệu như ví dụ 5.1 ta giải bài toán thiết kế, xác định đường kính trục d.

Chỉ số độ tin cậy xác định theo công thức:

$$\beta = \frac{g(\mathbf{m})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left[\left.\frac{\partial g(\mathbf{X})}{\partial X_i}\right|_m\right]^2 S_X^2}}$$

Giá trị trung bình hàm trạng thái giới hạn:

$$g(\mathbf{m}) = \overline{\sigma}_{lim} - \frac{32}{\pi d^3}\sqrt{b^2\overline{F}_{r2}^2 + 0{,}75\overline{T}^2}$$

$$= 111{,}078 - \frac{32}{\pi d^3}\sqrt{90^2.792^2 + 0{,}75.181380^2}$$

$$= 111{,}078 - 1757029{,}73\frac{1}{d^3}$$

Sai lệch bình phương trung bình hàm trạng thái giới hạn:

$$\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left[\left.\frac{\partial g(\mathbf{X})}{\partial X_i}\right|_m\right]^2 S_{X_i}^2} = \sqrt{S_{\sigma_{lim}}^2 + \left(\frac{32b^2\overline{F}_{r2}}{\pi d^3}\right)^2 \frac{S_{F_{r2}}^2}{b^2\overline{F}_{r2}^2 + 0{,}75\overline{T}^2} + \left(\frac{24\overline{T}}{\pi d^3}\right)^2 \frac{S_T^2}{b^2\overline{F}_{r2}^2 + 0{,}75\overline{T}^2}}$$

$$= \sqrt{16{,}3874^2 + \left(\frac{32.90^2.792}{\pi.d^3}\right)^2 \frac{79{,}2^2}{90^2.792^2 + 0{,}75.181380^2} + \left(\frac{24.181380}{\pi.d^3}\right)^2 \frac{18138^2}{90^2.792^2 + 0{,}75.181380^2}}$$

$$= \sqrt{16{,}3874^2 + \frac{22128793210}{d^6}}$$

Với độ tin cậy R = 0,99, thay thế giá trị trung bình và sai lệch bình phương trung bình vào công thức chỉ số độ tin cậy β (với β = 2,33) ta thu được phương trình theo d^3:

$$2{,}33 = \frac{111{,}078 - 1757029{,}73\frac{1}{d^3}}{\sqrt{16{,}3874^2 + \frac{22128793210}{d^6}}}$$

Giải phương trình trên ta thu được d = 29,34167762 mm.

Ví dụ 5.3

Bằng phương pháp mômen thích hợp hãy xác định độ tin cậy với các số liệu như ví dụ 5.1.

Khi phân tích theo phương pháp mômen thích hợp:

$$g(\mathbf{X}) = \sigma_{lim} - \frac{32}{\pi d^3}\sqrt{b^2F_{r2}^2 + 0{,}75T^2}$$

Giá trị trung bình hàm trạng thái giới hạn:

$$g(m) = 111{,}078 - \frac{32}{\pi 30^3}\sqrt{90^2 792^2 + 0{,}75.181380^2}$$

$$= 111{,}078 - 65{,}075 = 46{,}003 \text{ MPa}$$

Sai lệch bình phương trung bình:

$$\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left[\frac{\partial g(X)}{\partial X_i}\bigg|_m\right]^2 S_{X_i}^2} = \sqrt{S_{\sigma_{lim}}^2 + \left(\frac{32b^2\overline{F}_{c2}}{\pi d^3}\right)^2 \frac{S_{F_{c2}}^2}{b^2\overline{F}_{c2}^2 + 0{,}75\overline{T}^2} + \left(\frac{24\overline{T}}{\pi d^3}\right)^2 \frac{S_T^2}{b^2\overline{F}_{c2}^2 + 0{,}75\overline{T}^2}}$$

$$= \sqrt{16{,}3874^2 + \left(\frac{32.90^2.792}{\pi.30^3}\right)^2 \frac{79{,}2^2}{90^2.792^2 + 0{,}75.181380^2} + \left(\frac{24.181380}{\pi.30^3}\right)^2 \frac{18138^2}{90^2.792^2 + 0{,}75.181380^2}}$$

$$= \sqrt{16{,}3874^2 + 1{,}234768205 + 29{,}12022934} = 17{,}228877891$$

Chỉ số độ tin cậy:

$$\beta = \frac{g(m)}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left[\frac{\partial g(X)}{\partial X_i}\bigg|_m\right]^2 S_{X_i}^2}} = \frac{46{,}003}{17{,}228877891} = 2{,}66085882$$

Tương ứng độ tin cậy R = 0,99609.

5.6 PHƯƠNG PHÁP PHÂN TÍCH TRƯỜNG HỢP XẤU NHẤT

Trong vài trường hợp thông tin về các biến ngẫu nhiên bị giới hạn, khi đó ta chỉ biết các khoảng giá trị thay đổi của biến ngẫu nhiên. Các trường hợp sau đây sự thay đổi được đặc trưng bởi khoảng giá trị.

- Giới hạn thông số vật lý, dung sai, ước lượng sai số tính toán...
- Thời gian hỏng của chi tiết hoặc hệ thống do phải kiểm tra định kỳ.
- Các giá trị đo.

Trong trường hợp chỉ biết khoảng giá trị của đại lượng ngẫu nhiên thì ta sử dụng phân tích trường hợp xấu nhất để tìm khoảng giá trị của hàm trạng thái giới hạn.

Giả sử đại lượng ngẫu nhiên X_i là $[a_i, b_i]$, giá trị trung bình xác định theo công thức:

$$\overline{X}_i = \frac{a_i + b_i}{2} \tag{5.39}$$

khoảng cách giữa giá trị trung bình và điểm cuối X_i được xác định:

$$\Delta_i = b_i - \overline{X}_i = \overline{X}_i - a_i = \frac{b_i - a_i}{2} \tag{5.40}$$

Đầu tiên ta khai triển hàm trạng thái giới hạn theo chuỗi Taylor bậc nhất tại giá trị trung bình $\overline{\mathbf{X}} = (\overline{X}_1, \overline{X}_2, ..., \overline{X}_n)$:

$$g(\mathbf{X}) \approx g(\overline{\mathbf{X}}) + \sum_{i=1}^{n} \left.\frac{\partial g(\mathbf{X})}{\partial X_i}\right|_{\overline{\mathbf{X}}} (X_i - \overline{X}_i) \tag{5.41}$$

Giá trị trung bình hàm trạng thái giới hạn được ước lượng tại các giá trị trung bình $\overline{\mathbf{X}} = (\overline{X}_1, \overline{X}_2, ..., \overline{X}_n)$:

$$\overline{g}(\mathbf{X}) = g(\overline{\mathbf{X}}) \tag{5.42}$$

Độ lệch hàm trạng thái giới hạn so với giá trị trung bình xác định theo công thức:

$$\Delta g = g(\mathbf{X}) - g(\overline{\mathbf{X}}) = \sum_{i=1}^{n} \left.\frac{\partial g(\mathbf{X})}{\partial X_i}\right|_{\overline{\mathbf{X}}} (X_i - \overline{X}_i) \tag{5.43}$$

Bởi vì ta tính cho trường hợp xấu nhất nên ta lấy giá trị tuyệt đối của độ lệch trên và sử dụng thay đổi lớn nhất của các đại lượng ngẫu nhiên Δ_i. Sai số của trường hợp xấu nhất của hàm trạng thái giới hạn được xác định theo công thức sau:

$$\Delta g = \sum_{i=1}^{n} \left.\frac{\partial g(\mathbf{X})}{\partial X_i}\right|_{\overline{\mathbf{X}}} \Delta X_i = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} \left.\frac{\partial g(\mathbf{X})}{\partial X_i}\right|_{\overline{\mathbf{X}}} (b_i - a_i) \tag{5.44}$$

Cho nên hàm trạng thái giới hạn sẽ thay đổi trong khoảng sau:

$$[\overline{g} - \Delta g, \overline{g} + \Delta g] = \left[g(\overline{\mathbf{X}}) - \sum_{i=1}^{n} \left.\frac{\partial g(\mathbf{X})}{\partial X_i}\right|_{\overline{\mathbf{X}}} \Delta X_i, g(\overline{\mathbf{X}}) + \sum_{i=1}^{n} \left.\frac{\partial g(\mathbf{X})}{\partial X_i}\right|_{\overline{\mathbf{X}}} \Delta X_i \right] \tag{5.45}$$

Nếu miền an toàn được xác định bởi $g(\mathbf{X}) > 0$, trường hợp xấu nhất của hàm trạng thái giới hạn $\overline{g} - \Delta g > 0$.

Phương pháp trường hợp xấu nhất chỉ là phương pháp xấp xỉ. Lời giải phương trình sẽ có sai số. Để xác định trường hợp xấu nhất của hàm trạng thái giới hạn thì giá trị lớn nhất hoặc nhỏ nhất tìm được có thể nằm ngoài khoảng các đại lượng ngẫu nhiên. Các phương pháp tối ưu có thể thực hiện trong trường hợp này.

Ví dụ 5.4

Thiết kế theo phương pháp trường hợp xấu nhất với các số liệu như ví dụ 5.1. Bài toán xác định đường kính $\overline{d}$ của trục.

Hàm trạng thái giới hạn xác định theo công thức:

$$g(\mathbf{X}) = \sigma_{lim} - \frac{32}{\pi d^3} \sqrt{b^2 F_{r2}^2 + 0{,}75 T^2}$$

Giá trị trung bình hàm trạng thái giới hạn:

$$\overline{g}(\mathbf{X}) = 111{,}078 - \frac{32}{\pi \overline{d}^3}\sqrt{90^2.792^2 + 0{,}75.181380^2}$$

$$= 111{,}078 - \frac{1757029{,}73}{\overline{d}^3}$$

Gradient của g tại giá trị trung bình:

$$\nabla g = \left(1, \frac{32}{\pi \overline{d}^3}\frac{b^2\overline{F}_{r2}}{\sqrt{b^2\overline{F}_{r2}^2 + 0{,}75\overline{T}^2}}, \frac{32}{\pi \overline{d}^3}\frac{0{,}75\overline{T}}{\sqrt{b^2\overline{F}_{r2}^2 + 0{,}75\overline{T}^2}}\right)$$

$$= \left(1, \frac{378{,}8186}{\overline{d}^3}, \frac{8{,}0328889}{\overline{d}^3}\right)$$

Từ đây suy ra:

$$\Delta g = \left(1.44{,}613 + \frac{378{,}8186}{\overline{d}^3}.237{,}4 + \frac{8{,}0328889}{\overline{d}^3}.54414\right)$$

$$= 44{,}613 + \frac{527033{,}1522}{\overline{d}^3}$$

Trong trường hợp xấu nhất $\overline{g} - \Delta g \geq 0$, cho nên:

$$111{,}078 - \frac{1757029{,}73}{\overline{d}^3} - 44{,}613 - \frac{527033{,}1522}{\overline{d}^3} \geq 0$$

$$66{,}465 - \frac{2284062{,}882}{\overline{d}^3} \geq 0$$

Từ đây suy ra: $\overline{d} \geq 32{,}5116$ mm.

Ví dụ 5.5

Phân tích độ tin cậy theo các số liệu như ví dụ 5.1.

Khảo sát bài toán tính trục động cơ, hàm trạng thái giới hạn xác định theo công thức:

$$g(\mathbf{X}) = \sigma_{lim} - \frac{32}{\pi d^3}\sqrt{b^2F_{r2}^2 + 0{,}75T^2}$$

trong đó F_{r2} nằm trong khoảng [554,2, 1029,6] N, mômen xoắn T = [126966, 235794] Nmm và giới hạn mỏi σ_{lim} = [66,465, 155,691] MPa.

Khoảng cách giữa giá trị trung bình và điểm cuối:

$$\Delta F_{r2} = 237{,}4\,\text{N};\quad \Delta T = 54414\ \text{Nmm};\quad \Delta\sigma_{lim} = 44{,}613\,\text{MPa}$$

Giá trị trung bình hàm trạng thái giới hạn:

$$\overline{g}(\mathbf{X}) = 111{,}078 - \frac{32}{\pi 30^3}\sqrt{90^2 792^2 + 0{,}75.181380^2}$$

$$= 111{,}078 - 65{,}075 = 46{,}003\,\text{MPa}$$

Gradient của g tại giá trị trung bình:

$$\nabla g = \left(1, \frac{32}{\pi \overline{d}^3} \frac{b^2 \overline{F}_{r2}}{\sqrt{b^2 \overline{F}_{r2}^2 + 0{,}75\overline{T}^2}}, \frac{32}{\pi \overline{d}^3} \frac{0{,}75\overline{T}}{\sqrt{b^2 \overline{F}_{r2}^2 + 0{,}75\overline{T}^2}}\right)$$
$$= (1, 0{,}014030318, 0{,}0002975144048)$$

Từ đây suy ra:

$$\Delta g = (1.44{,}613 + 0{,}014030318.237{,}4 + 0{,}0002975144048.54414)$$
$$= (44{,}613 + 3{,}330797493 + 16{,}18894882) = 64{,}13274632$$

Miền thay đổi hàm trạng thái giới hạn:

$$\Delta g = (\overline{g} - \Delta g, \overline{g} + \Delta g)$$
$$= (46{,}003 - 64{,}13274632, 46{,}003 + 64{,}13274632)$$
$$= (-18{,}129746, 110{,}135746)\text{MPa}$$

5.7 PHÂN TÍCH ĐỘ NHẠY

Nếu một thiết kế có độ tin cậy nhỏ hơn độ tin cậy yêu cầu, thì có ba cách được sử dụng để nâng cao độ tin cậy của thiết kế, hay nói cách khác là có ba cách làm giảm xác suất hỏng hóc của thiết kế.

1) Làm co hàm phân phối.

2) Làm dịch chuyển hàm phân phối.

3) Sử dụng cả hai phương pháp trên.

Các cách làm trên được mô tả ở hình 5.12. Trong trường hợp số biến ngẫu nhiên nhiều thì ta cần phải phân tích độ nhạy để xác định biến ngẫu nhiên nào ảnh hưởng nhất và từ đó tìm biện pháp đúng để nâng cao độ tin cậy.

Phân tích độ nhạy là xác định mức độ ảnh hưởng các thông số đại lượng ngẫu nhiên (giá trị trung bình và sai lệch bình phương trung bình) đến xác suất hỏng (hoặc độ tin cậy). Gọi p là tham số phân bố của biến ngẫu nhiên X, độ nhạy được xác định bởi:

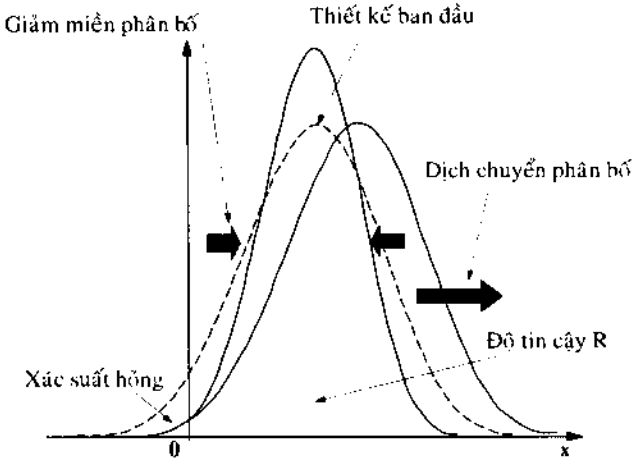
$$s_p = \frac{\partial F}{\partial p} = \frac{\partial \Phi(-\beta)}{\partial p} = \frac{\partial \Phi(-\beta)}{\partial \beta}\frac{\partial \beta}{\partial p} = -\phi(-\beta)\frac{\partial \beta}{\partial p} \qquad (5.46)$$

Đạo hàm riêng chỉ số độ tin cậy theo tham số p:

$$\frac{\partial \beta}{\partial p} = \frac{\partial \beta}{\partial u_i^*}\frac{\partial u_i^*}{\partial p} \qquad (5.47)$$

Mặt khác:

$$\frac{\partial\beta}{\partial u_i^*} = \frac{\partial\sqrt{\sum_{j=1}^{n}\left(u_i^*\right)^2}}{\partial u_i^*} = \frac{u_i^*}{\sqrt{\sum_{j=1}^{n}\left(u_i^*\right)^2}} = \frac{u_i^*}{\beta} \tag{5.48}$$



Hình 5.12 Các phương pháp nâng cao độ tin cậy

Từ công thức (5.11) ta có:

$$u_i^* = \Phi^{-1}\left[F_{X_i}(x_i^*)\right] = w(p) \tag{5.49}$$

với w(p) là hàm số của tham số phân bố p.

Bởi vì:

$$\frac{\partial\beta}{\partial p} = \frac{u_i^*}{\beta}\frac{\partial w}{\partial p} \tag{5.50}$$

Cho nên:

$$s_p = \frac{\partial F}{\partial p} = -\phi(-\beta)\frac{u_i^*}{\beta}\frac{\partial w}{\partial p} \tag{5.51}$$

Sử dụng công thức (5.51) để đánh giá độ nhạy của giá trị trung bình và sai lệch bình phương trung bình biến ngẫu nhiên X_i:

$$s_{m_{X_i}} = \frac{\partial F}{\partial m_{X_i}} = -\phi(-\beta)\frac{u_i^*}{\beta}\frac{\partial w}{\partial m_{X_i}} \tag{5.52}$$

$$s_{S_{X_i}} = \frac{\partial F}{\partial S_{X_i}} = -\phi(-\beta)\frac{u_i^*}{\beta}\frac{\partial w}{\partial S_{X_i}} \tag{5.53}$$

Đối với biến ngẫu nhiên chuẩn $X_i = N(m_{X_i}, S_{X_i})$

$$w(m_{Xi}, S_{Xi}) = \Phi^{-1}\left[F_{Xi}(x_i^*)\right] = \Phi^{-1}\left[\Phi\left(\frac{x_i^* - m_{Xi}}{S_{Xi}}\right)\right] = \frac{x_i^* - m_{Xi}}{S_{Xi}} \qquad (5.54)$$

Do đó:

$$\frac{\partial w}{\partial m_{Xi}} = -\frac{1}{m_{Xi}} \qquad (5.55)$$

$$\frac{\partial w}{\partial S_{Xi}} = -\frac{x_i^* - m_{Xi}}{S_{Xi}^2} = -\frac{u_i^*}{S_{Xi}} \qquad (5.55)$$

Từ đây suy ra:

$$s_{m_{Xi}} = \frac{\partial F}{\partial m_{Xi}} = -\phi(-\beta)\frac{u_i^*}{\beta S_{Xi}} \qquad (5.56)$$

$$s_{S_{Xi}} = \frac{\partial F}{\partial S_{Xi}} = -\phi(-\beta)\frac{(u_i^*)^2}{\beta S_{Xi}} \qquad (5.57)$$

Ví dụ 5.6

Phân tích độ nhạy các tham số phân bố cho ví dụ 5.1.

Giải

Độ nhạy các tham số phân bố của các đại lượng ngẫu nhiên σ_{lim}, F_{r2} và T được xác định theo công thức:

$$s_{m_{\sigma lim}} = \frac{\partial F}{\partial m_{\sigma lim}} = \phi(-\beta)\frac{u^*_{\sigma lim}}{\beta S_{\sigma lim}} = 0{,}01160816.\frac{-2{,}51902}{2{,}659740.16{,}3874} = -6{,}7088.10^{-4}$$

$$s_{S_{\sigma lim}} = \frac{\partial F}{\partial S_{\sigma lim}} = -\phi(-\beta)\frac{(u^*_{\sigma lim})^2}{\beta S_{\sigma lim}} = 0{,}01160816.\frac{(-2{,}51902)^2}{2{,}659740.16{,}3874} = 1{,}6899637.10^{-3}$$

$$s_{m_{Fr2}} = \frac{\partial F}{\partial m_{Fr2}} = \phi(-\beta)\frac{u^*_{Fr2}}{\beta S_{Fr2}} = 0{,}01160816.\frac{0{,}16184}{2{,}659740.79{,}2} = 8{,}9183577.10^{-6}$$

$$s_{S_{Fr2}} = \frac{\partial F}{\partial S_{Fr2}} = -\phi(-\beta)\frac{(u^*_{Fr2})^2}{\beta S_{Fr2}} = 0{,}01160816.\frac{0{,}16184^2}{2{,}659740.79{,}2} = 1{,}443347.10^{-6}$$

$$s_{m_T} = \frac{\partial F}{\partial m_T} = -\phi(-\beta)\frac{u_T^*}{\beta S_T} = 0{,}01160816.\frac{0{,}83820}{2{,}659740.18138} = 2{,}01689.10^{-7}$$

$$s_{S_{r2}} = \frac{\partial F}{\partial S_1} = -\phi(-\beta)\frac{\left(u_T^*\right)^2}{\beta S_T} = 0{,}01160816.\frac{0{,}83820^2}{2{,}659740.18138} = 1{,}690558.10^{-7}$$

Các số liệu u_i^* và β tra từ bảng 5.1. Từ công thức (5.13) ta suy ra:

$$\phi(-\beta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{\beta^2}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{2{,}659740^2}{2}} = 0{,}01160816$$

Từ các kết quả trên rút ra nhận xét rằng sai lệch bình phương trung bình giới hạn mỏi ảnh hưởng lớn nhất đến độ tin cậy trục, kế tiếp là giá trị trung bình giới hạn mỏi. Giữa lực hướng tâm F_{r2} và mômen xoắn T thì lực F_{r2} ảnh hưởng nhiều hơn.

5.8 PHÂN TÍCH NGƯỢC ĐỘ TIN CẬY

Trong một số bài toán thiết kế theo độ tin cậy ta cần phải xác định giá trị hàm trạng thái giới hạn tương ứng với độ tin cậy cho trước. Đây còn gọi là bài toán phân tích ngược độ tin cậy. Bài toán được phát biểu như sau:

Tìm giá trị hàm trạng thái tới hạn g^F tương ứng xác suất hỏng F:

$$F = P\left(g(\mathbf{X}) < g^F\right) \tag{5.58}$$

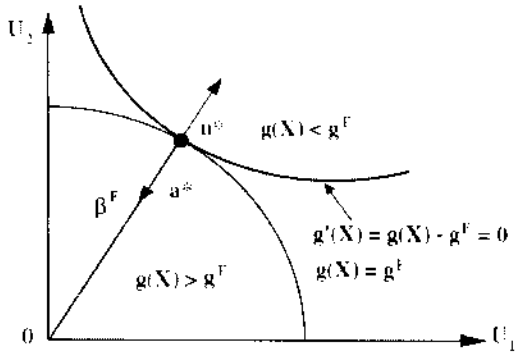
Sau đây trình bày phương pháp ước lượng g^F theo phương pháp xấp xỉ bậc nhất. Từ công thức (5.58) ta có hàm trạng thái giới hạn mới:

$$g(\mathbf{X}) = g(\mathbf{X}) - g^F \tag{5.59}$$

Giả sử MPP của hàm $P\left(g'(\mathbf{X}) < 0\right) = P\left(g(\mathbf{X}) < g^F\right)$ là $\mathbf{u}^*$. Theo phương pháp xấp xỉ bậc nhất, nếu xác suất F được biết thì chỉ số độ tin cậy β xác định theo công thức sau (sử dụng dấu tuyệt đối do β là khoảng cách luôn dương):

$$\beta = \left|\Phi^{-1}(F)\right| \tag{5.60}$$

Trên hình 5.13 điểm MPP $\mathbf{u}^*$ là điểm tiếp xúc đường tròn bán kính β^p và hàm trạng thái giới hạn $g(\mathbf{X}) - g^F = 0$. Hay nói cách khác đó là điểm tiếp xúc xác định khoảng cách ngắn nhất từ gốc tọa độ 0 không gian U đến mặt cong hàm trạng thái giới hạn $g(\mathbf{X}) - g^F = 0$.



Hình 5.13 Tìm MPP theo phân tích ngược độ tin cậy

Tại MPP theo công thức (5.29) ta có:

$$\mathbf{u}^{*F} = -\left\|\mathbf{u}^{*F}\right\|\mathbf{a}^{*} = -\beta\mathbf{a}^{*} \tag{5.61}$$

Trong vòng lặp thứ k:

$$\mathbf{u}^{k+1} = -\beta\mathbf{a}^{k}$$

trong đó
$$\mathbf{a}^{k} = \frac{\nabla g(\mathbf{u}^{k})}{\left\|\nabla g(\mathbf{u}^{k})\right\|} \tag{5.62}$$

Các điều kiện hội tụ được sử dụng để kết thúc vòng lặp:

$$\left\|\mathbf{u}^{k+1} - \mathbf{u}^{k}\right\| \le \varepsilon_1 \text{ và } \left\|\nabla g(\mathbf{u}^{k+1}) - \nabla g(\mathbf{u}^{k})\right\| \le \varepsilon_2$$

với ε_1, ε_2 có giá trị rất nhỏ.

Công thức (5.61), (5.62) là giải thuật đệ quy để tìm MPP cho bài toán phân tích ngược độ tin cậy.

Sau khi xác định MPP $\mathbf{u}^*$ giá trị g^F được xác định theo công thức:

$$g^F = g(\mathbf{u}^*) \tag{5.63}$$

Trình tự thực hiện:

1. Lập hàm trạng thái giới hạn g(**X**).
2. Chuyển từ không gian X sang U.
3. Theo xác suất F cho trước ta xác định $\beta = \left|\Phi^{-1}(F)\right|$ (công thức 5.60).
4. Chọn $\mathbf{u}^0$ là điểm khởi đầu.
5. Xác định $g(\mathbf{u}^0)$ từ hàm trạng thái giới hạn.

6. Xác định $\nabla g(\mathbf{u}^0)$ theo công thức (5.15).

7. Tính $\left\|\nabla g(\mathbf{u}^0)\right\| = \sqrt{\left(\nabla g(\mathbf{u}^0)\right)^2}$.

8. Tính tỉ số $\mathbf{a}^0 = \dfrac{\nabla g(\mathbf{u}^0)}{\left\|\nabla g(\mathbf{u}^0)\right\|}$.

9. Vòng lặp kế tiếp bắt đầu với $\mathbf{u}^1 = -\beta \mathbf{a}^0$.

10. Thực hiện các bước 1-9, nếu thỏa mãn các điều kiện hội tụ thì dừng. Nếu không, lặp lại trình tự tính với k = k+1.

Ví dụ 5.7

Với các số liệu như ví dụ 5.1, xác định giá trị g^F tương ứng với xác suất hỏng F= 0,005 (R= 0,995).

Giải: Khi phân tích theo phương pháp tìm điểm xác suất lớn nhất. Hàm trạng thái giới hạn có dạng:

$$g(\mathbf{X}) = \sigma_{lim} - \frac{32}{\pi d^3}\sqrt{b^2F_{r2}^2 + 0{,}75T^2}$$

Khi chuyển sang không gian U hàm trạng thái giới hạn có dạng:

$$g(\mathbf{X}) = (111{,}078 + 16{,}3874U_{\sigma lim}) - \sqrt{7{,}23116(10 + U_{Fr2})^2 + 35{,}11662(10 + U_T)^2}$$

Tính toán theo trình tự đã trình bày. Qua 5 vòng lặp các kết quả hội tụ tại **u** = (-2.43999,0.15702,0.81166) như trong bảng 5.2. Hàm trạng thái giới hạn g^F tại **u***: $g^F = g(\mathbf{u}^*) = 1{,}444848$.

Bảng 5.2

Bước lặp	g	$\nabla g(\mathbf{u})$	(U_σ, U_F, U_T)
1	46.002825	(16.38740,-1.11120,-5.39632)	(0.00000,0.00000,0.00000)
2	1.445287	(16.38740,-1.11120,-5.39632)	(-2.44192,0.16558,0.80412)
3	1.444848	(16.38740,-1.05592,-5.44996)	(-2.44003,0.15722,0.81148)
4	1.444848	(16.38740,-1.05458,-5.45122)	(-2.43999,0.15702,0.81166)
5	1.444848	(16.38740,-1.05455,-5.45125)	(-2.43999,0.15702,0.81166)

5.9 KẾT LUẬN

Ta sử dụng các phương pháp xấp xỉ vừa kể trên để đánh giá độ tin cậy kết cấu và chi tiết máy một cách hiệu quả. Độ chính xác theo phương pháp xấp xỉ bậc nhất cao nhất, sau đó là mômen thích hợp và phân tích trường hợp xấu nhất. Để tính toán thiết kế ta sử dụng phương pháp mômen

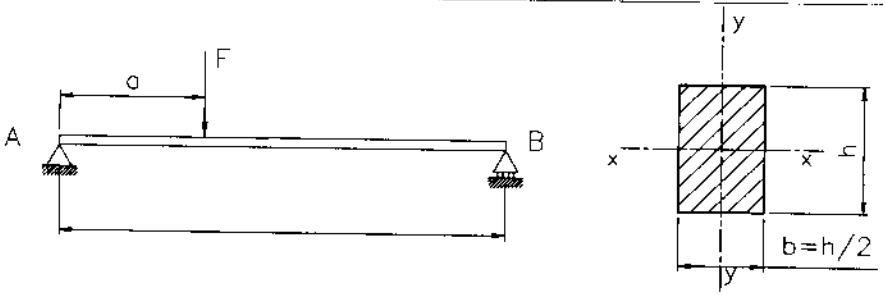
thích hợp và phân tích trường hợp xấu nhất. Để đánh giá sự ảnh hưởng các tham số đại lượng ngẫu nhiên ta tiến hành phân tích độ nhạy.

5.10 BÀI TẬP

5.1 Thanh có tiết diện ngang hình chữ nhật chịu tác dụng lực F và được đỡ bởi các giá tựa như hình 5.14. Lực tác dụng F, chiều dài thanh l và khoảng cách a từ điểm đặt lực đến một đầu là các đại lượng ngẫu nhiên có giá trị như bảng 5.3.

Bảng 5.3

Đại lượng	Giá trị trung bình	Sai lệch bình phương trung bình
Lực tác dụng F, N	30000	2000
Chiều dài thanh l, mm	3000	10
Vị trí đặt lực a, mm	2000	10
Ứng suất giới hạn σ_b, MPa	400	20



Hình 5.14

Giả sử rằng chiều rộng b của tiết diện ngang bằng ½ chiều cao h và dung sai kích thước là ± 3% ($6S_h = 0{,}03\,\bar{h}$).

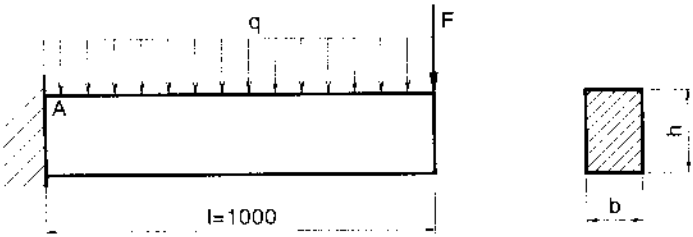
a) Xác định độ tin cậy theo phương pháp FORM kết hợp tìm kiếm MPP với m_h = 20 mm.

b) Theo phương pháp mômen thích hợp và trường hợp xấu nhất, xác định b và h với độ tin cậy R = 0,9999.

c) Phân tích độ nhạy bài toán trên.

5.2 Một dầm bằng thép có kết cấu như hình 5.15. Sử dụng các phương pháp xấp xỉ để xác định giá trị trung bình và sai lệch bình phương trung bình ứng suất và biến dạng tại vị trí A, sau đó xác định độ tin cậy R. Biết rằng tải trọng F và cường độ tải trọng q là các đại lượng ngẫu nhiên độc lập phân phối theo qui luật chuẩn với m_F = 40000 N, S_F = 4000 N, m_q= 50 N/mm, S_q= 5 N/mm. Kích thước thanh b = 60 mm và

h = 100 mm được cho là đơn định. Môđun đàn hồi vật liệu thanh E =2,1.10^5 MPa.



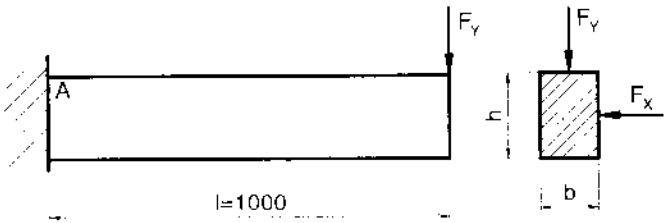
Hình 5.15 Dầm bằng thép chịu uốn

5.3 Dầm côngxôn có tiết diện ngang hình chữ nhật chịu tác dụng lực F_x và F_y như hình 5.16. Giá trị các đại lượng ngẫu nhiên cho trong bảng 5.4. Chiều dài thanh l = 1000 mm là đơn định.

Bảng 5.4

Đại lượng	Giá trị trung bình	Sai lệch bình phương trung bình
Lực tác dụng F_x, N	8000	1000
Lực tác dụng F_y, N	6000	800
Chiều rộng dầm b, mm	20	$0{,}01m_b$
Chiều cao dầm h, mm	30	$0{,}01m_H$
Giới hạn chảy σ_{ch}, MPa	500	50

1. Xác định độ tin cậy dầm theo các phương pháp khác nhau.
2. Xác định kích thước dầm để độ tin cậy R = 0,999.



Hình 5.16

CHƯƠNG 6

PHÂN TÍCH THEO ĐỘ TIN CẬY BẰNG PHƯƠNG PHÁP MÔ PHỎNG VÀ BỀ MẶT ĐÁP ỨNG

Mô phỏng là sự bắt chước một hệ thống thực bằng cách tính mô hình toán của hệ thống đó, thường là trên máy tính. Khi đó giá trị của một vài tham số của hệ thống thường thay đổi hoặc các tham số tuân theo quy luật phân phối xác suất. Đầu ra của hệ thống sẽ khác nhau mỗi lần mô phỏng bởi vì giá trị các tham số đầu vào khác nhau. Nếu thực hiện đủ số mô phỏng, phân phối xác suất thông số đầu ra thu được đủ tin cậy để giải quyết cơ bản những vấn đề của hệ thống nhập vào.

Việc mô phỏng có thể sử dụng để dự đoán độ tin cậy của sản phẩm bất kỳ với các biến chất lượng hoặc biến được biểu diễn dưới dạng tham số thiết kế theo mô hình toán học. Vài phần mềm mô phỏng yêu cầu mô hình tính toán như một bảng biểu. Việc mô phỏng tương đương với việc sản xuất hàng ngàn sản phẩm và sau đó kiểm tra chất lượng. Mô phỏng số thì ngược lại với mô hình hoá thí nghiệm (có thể mất nhiều thời gian và tiền bạc) và cho kết quả chính xác và phù hợp hơn đối với bài toán tối ưu thực tế.

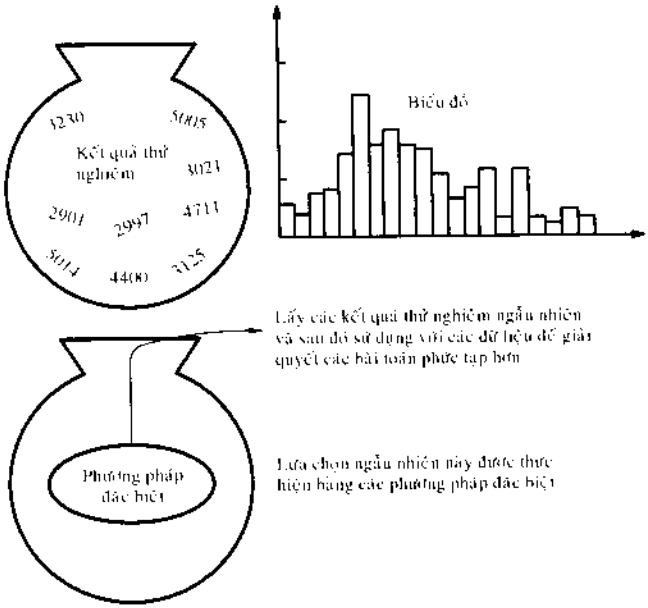
6.1 PHƯƠNG PHÁP MÔ PHỎNG MONTE CARLO

Phương pháp Monte Carlo được đề xuất năm 1944 bởi John von Neumann – giáo sư toán tại học viện Advanced Study – và Stanislaw Ulam khi họ cùng tham gia nhóm nghiên cứu xây dựng mô hình tính toán phản ứng nhiệt hạch trên máy tính điện tử đầu tiên ENIAC tại viện nghiên cứu khoa học Alamos, mô hình này dùng cho việc nghiên cứu sản xuất vũ khí nguyên tử phục vụ chiến tranh. Trong quá trình làm việc, với nền tảng kiến thức toán sâu rộng, Stan Ulam ý thức rằng kỹ thuật thống kê mẫu trở nên lỗi thời vì tốn nhiều thời gian và buồn chán. Nhưng với những khả năng kỳ diệu của ENIAC (so với lúc bấy giờ) cùng với những chương trình mà ông đang suy nghĩ đã giúp ông nhận thức rằng kỹ thuật thống kê phải được hồi sinh. Stan Ulam đã thảo luận ý kiến với John von Neumann và dẫn tới sự ra đời của phương pháp mô phỏng Monte Carlo.

Ngày nay mô phỏng Monte Carlo trở nên phổ biến và được áp dụng rộng rãi từ những ứng dụng đơn giản như trò chơi, mật mã tới ứng dụng cho mô phỏng các quá trình phức tạp của tự nhiên như chuyển động các nguyên tử, electron, chuyển động các luồng khí lưu trong khí quyển, tính toán kết cấu ...

6.1.1 Khái niệm

Giả sử ta có thông tin về N thử nghiệm, và giả sử ta đặt N kết quả thử vào túi như hình 6.1. Bây giờ ta cần có n kết quả thử nghiệm. Thay vì ta thực hiện thêm n thử nghiệm ta có thể chọn ngẫu nhiên n từ N kết quả thử nghiệm từ túi. Trên hình 6.1 phương pháp thử nghiệm trên gọi là "phương pháp đặc biệt" [36].



Hình 6.1 Biểu đồ phương pháp Monte Carlo

Phương pháp Monte Carlo là phương pháp đặc biệt có thể sử dụng để tạo ra vài kết quả số mà không cần thiết phải thực hiện thử nghiệm thật. Ta có thể sử dụng kết quả từ các thử nghiệm trước đó (hoặc thông tin khác) để thiết lập các phân phối xác suất cho các thông số quan trọng của bài toán. Sau đó ta sử dụng thông tin phân phối này để tạo các các mẫu dữ liệu số.

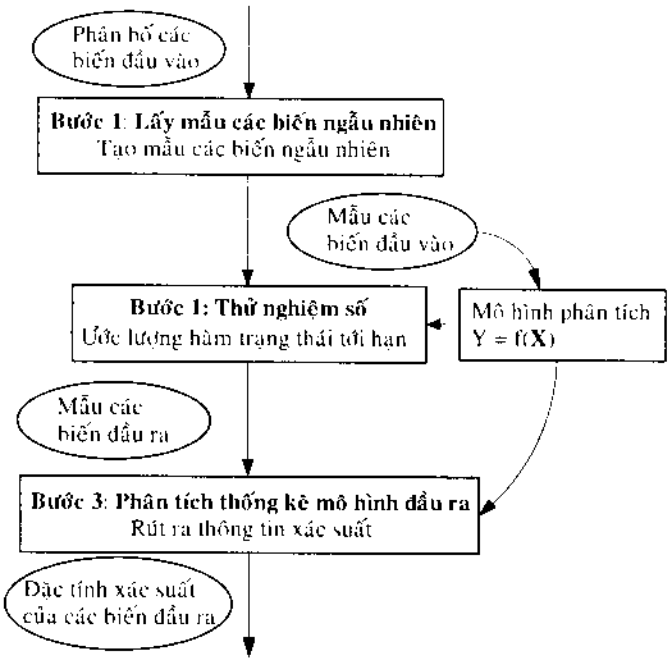
Trong mỗi thí nghiệm giá trị của các biến ngẫu nhiên đầu vào **X** = (X_1, X_2, ... , X_n) được lấy mẫu dựa trên các phân phối của chúng. Sau đó các biến ngẫu nhiên đầu ra Y được ước lượng qua hàm trạng thái giới hạn Y

= g(**X**) tại các giá trị mẫu biến ngẫu nhiên đầu vào. Số mẫu càng nhiều thì mô phỏng càng chính xác.

Phương pháp Monte Carlo sử dụng trong các trường hợp sau:

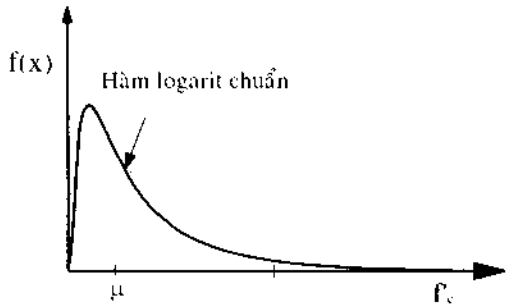
1. Để giải các bài toán phức tạp không thể giải được hoặc thực hiện được nhưng rất khó khăn bằng phương pháp giải tích. Ví dụ, các bài toán xác suất bao gồm các mô hình phần tử hữu hạn phức tạp có thể giải bằng mô phỏng Monte Carlo với điều kiện là công cụ tính toán hiệu quả khi các thông tin đầu vào được biết.
2. Để giải quyết các vấn đề phức tạp (có thể gần đúng) được biểu diễn dạng công thức nếu như nhiều giả thuyết đơn giản được đưa ra. Sử dụng mô phỏng Monte Carlo, các bài toán ban đầu được nghiên cứu không cần các giả thuyết này, và nhiều kết quả hiện thực có thể thu nhận được.
3. Để kiểm tra kết quả theo các phương pháp khác.

Hình 6.2 minh họa cho trình tự mô phỏng Monte Carlo.



Hình 6.2 Sơ đồ thực hiện mô phỏng Monte Carlo

Giả sử ta tiến hành loạt thử nghiệm thực đối với thanh chịu kéo để xác định giới hạn bền kéo σ_b. Biểu đồ tần suất xuất hiện liên quan được vẽ theo các dữ liệu và phù hợp với phân phối xác suất logarit chuẩn như trên hình 6.3.



Hình 6.3 Hàm mật độ phân phối logarit chuẩn

Bây giờ ta tính đến thanh hình trụ. Khả năng tải nén F_{lim} xác định theo công thức $\sigma_b A$, trong đó A là tiết diện ngang của thanh được cho là đơn định. Giả sử rằng tải trọng tác dụng F phân phối theo quy luật chuẩn với giá trị trung bình m_F và sai lệch bình phương trung bình S_F.

Để xác định xác suất làm việc không hỏng R_F đầu tiên ta xác định hàm trạng thái giới hạn:

$$Y = F_{lim} - F$$

trong đó $F_{lim} = \sigma_b A$.

Xác suất không hỏng là xác suất $F_{lim} > F$:

$$R_F = P(Y > 0) = P(F_{lim} - F > 0)$$

Trong trường hợp này hàm phân phối của F_{lim} không là phân phối chuẩn (là phân phối logarit chuẩn) trong khi đó F là phân phối chuẩn. Mặc dù giá trị trung bình và sai lệch bình phương trung bình có thể xác định, tuy nhiên ta không thể có được lời giải trọn vẹn để xác định mật độ phân phối của Y. Khi đó ta có thể giải bài toán bằng mô phỏng Monte Carlo. Trình tự giải như sau:

1. Tạo các giá trị σ_b một cách ngẫu nhiên (sử dụng thông tin phân phối xác suất ở trên) và tính $F_{lim} = \sigma_b A$.
2. Tạo ngẫu nhiên các giá trị F sử dụng phân phối xác suất.
3. Tính $Y = F_{lim} - F$.
4. Lưu các kết quả tính Y.
5. Lặp lại các bước 1-4 đến khi nào tạo đầy đủ các giá trị Y.
6. In các giá trị mô phỏng trên giấy xác suất logarit và sử dụng đồ thị để dự đoán xác suất hỏng. Khi số lượng các giá trị mô phỏng tương đối đầy đủ, xác suất không hỏng hoặc độ tin cậy được xác định theo công thức:

$$R = \frac{\text{Số lần } Y > 0}{\text{Tổng số mô phỏng } N} \qquad (6.1)$$

Ta có thể bỏ qua một số giai đoạn, nhưng trình tự được thực hiện như trên.

6.1.2 Tạo số ngẫu nhiên

Số ngẫu nhiên có ứng dụng trong nhiều lĩnh vực: mô phỏng, trò chơi, mật mã, thống kê mẫu, đánh giá tính toán sự di chuyển nguyên tử, nơtron, tính kết cấu... Có nhiều cách để tạo số ngẫu nhiên, tuy nhiên mỗi cách có những ưu điểm và nhược điểm khác nhau.

Tuỳ thuộc vào các ứng dụng khác nhau có 3 loại chuỗi số ngẫu nhiên được sử dụng:

Chuỗi số ngẫu nhiên thật: Chuỗi số phát sinh bằng một tiến trình ngẫu nhiên thật sự.

Chuỗi ngẫu nhiên pseudo: phát sinh bằng một quá trình bắt chước quá trình ngẫu nhiên, có bề ngoài trông giống chuỗi ngẫu nhiên thật nhưng không thể thoả mãn tất cả các yêu cầu quy luật của sự ngẫu nhiên, nó có khả năng lặp lại mẫu. Tất cả chuỗi số ngẫu nhiên hiện tại được tạo bằng cách sử dụng thuật toán này.

Chuỗi ngẫu nhiên quasi: Là dãy số được tạo ra mà không đòi hỏi tuân thủ nghiêm ngặt quy luật ngẫu nhiên, nhưng nó quan trọng để xác định trước tính chất của chuỗi ngẫu nhiên. Chuỗi ngẫu nhiên quasi xác định như sự điền đầy tính liên tục của không gian phân tán. Cho ví dụ, xét không gian số nguyên [0, 100] chuỗi quasi sẽ điền đầy không gian là 0, 1, 2, ..., 99, 100. Một chuỗi khác là 100, 99, 98,... 2, 1, 0 hoặc 23, 24,... 98, 99, 100, 1, 2, ... 21, 22.

Cơ sở của tất cả trình tự mô phỏng Monte Carlo là tạo các số ngẫu nhiên phân phối nằm trong khoảng từ 0 đến 1.

Số ngẫu nhiên pseudo u_i theo quy luật phân phối đều có thể được tính ra từ chuỗi số nguyên dương x_i theo biểu thức:

$$u_i = \frac{x_i}{m} \qquad (6.2)$$

trong đó m là số nguyên lớn nhất mà độ lớn của nó xác định bởi giới hạn của máy tính sử dụng.

Một chuỗi số ngẫu nhiên giả lập có thể được tạo bằng mối quan hệ:

$$x_{i+1} = (ax_i + b)(\text{mod } m) \qquad (6.3)$$

trong đó: x_{i+1} là số dư khi chia ax_i+b cho m; a và b là số nguyên dương bất kỳ nằm trong khoảng 0 đến m-1.

Nếu n_i là ký hiệu cho phần nguyên tỉ số $\frac{ax_i + b}{m}$, có nghĩa là:

$$n_i = \text{integer}\left(\frac{ax_i + b}{m}\right) \tag{6.4}$$

Từ đây suy ra số dư x_{i+1} được xác định theo công thức:

$$x_{i+1} = ax_i + b - mn_i \tag{6.5}$$

Bảng 6.1 Giá trị mô phỏng số ngẫu nhiên phân phối đều nằm giữa 0 và 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.020309	0.033127	0.000130	0.678368	0.749901	0.004410	0.786896	0.758240	0.145653
0.430489	0.701210	0.806671	0.920792	0.413284	0.620277	0.665642	0.326591	0.469284
0.483521	0.127167	0.486504	0.519569	0.661201	0.054749	0.044418	0.091293	0.806831
0.042076	0.302696	0.625565	0.618134	0.559570	0.643761	0.884529	0.411232	0.244232
0.102127	0.848404	0.059792	0.487358	0.709465	0.973251	0.214172	0.336700	0.117424
0.767555	0.482552	0.875122	0.929855	0.465866	0.879158	0.306175	0.578148	0.012344
0.420074	0.739807	0.407494	0.035835	0.406410	0.447418	0.488541	0.724930	0.764931
0.428215	0.939995	0.242844	0.509277	0.050140	0.013969	0.181557	0.714058	0.461121
0.864120	0.406845	0.217110	0.408165	0.826256	0.164749	0.880219	0.548950	0.436852
0.321907	0.936745	0.416229	0.267532	0.292862	0.735695	0.425713	0.268181	0.278061
0.056335	0.517487	0.176140	0.199074	0.605721	0.812744	0.034714	0.164230	0.820686
0.285545	0.297020	0.082779	0.686066	0.237000	0.731834	0.180244	0.252235	0.150665
0.626602	0.802200	0.972084	0.417351	0.944023	0.078903	0.542847	0.988739	0.603935
0.257607	0.407539	0.929993	0.629135	0.988022	0.689888	0.875816	0.240440	0.766434
0.525116	0.053955	0.292442	0.048347	0.602882	0.650726	0.753250	0.502945	0.474098
0.340630	0.217522	0.645370	0.656311	0.713898	0.297356	0.794655	0.369514	0.812866
0.834885	0.128220	0.824715	0.116478	0.906517	0.215714	0.084869	0.249817	0.118675
0.363716	0.238686	0.916412	0.834976	0.645096	0.241737	0.133049	0.338676	0.977463
0.084229	0.942963	0.256401	0.247719	0.741646	0.461365	0.839462	0.834824	0.225166
0.945030	0.545250	0.430618	0.052826	0.074585	0.210533	0.563850	0.409645	0.947723
0.059280	0.478653	0.275002	0.732109	0.557487	0.075180	0.514099	0.925934	0.481071
0.054298	0.773933	0.875488	0.830368	0.357834	0.891243	0.298973	0.406639	0.411148
0.116486	0.778259	0.568016	0.086250	0.365761	0.744659	0.613663	0.253616	0.573891
0.075310	0.123955	0.938522	0.633423	0.912811	0.971367	0.651894	0.716377	0.055237
0.995102	0.947250	0.822945	0.115807	0.740685	0.157303	0.963348	0.610840	0.191124

Trên bảng 6.1 là bảng số ngẫu nhiên tạo theo công thức (6.1)÷(6.4) với cột 1, 4, 7: a = 181, b = 309 và m = 131072, x_0 = 13; cột 2, 5, 8: a = 233, b = 4109 và m = 131072, x_0 = 1; cột 3, 6, 9: a = 33, b = 17 và m = 131072, x_0 = 0.

Khi tạo số ngẫu nhiên cần chú ý:

1. Đa số các bộ tạo số ngẫu nhiên đòi hỏi người sử dụng nhập giá trị hạt giống. Đó là số nguyên và sử dụng thủ tục để bắt đầu giải thuật mô phỏng. Khi chọn giá trị hạt giống khác, bạn có thể tạo tập hợp các số ngẫu nhiên phân phối đều khác. Do đó, khi bạn chọn cùng một giá trị hạt giống thì bạn có thể tạo tập hợp các số ngẫu nhiên phân phối đều như nhau.

2. Khi sử dụng các bộ tạo số ngẫu nhiên cần phải cẩn thận. Vì một vài giải thuật có kết quả tốt hơn.

6.1.3 Giá trị biến ngẫu nhiên phân phối chuẩn

Từ các số ngẫu nhiên phân phối đều trong khoảng từ 0 đến 1 trên mục 6.1.2 ta xác định các biến ngẫu nhiên đầu vào theo phân phối cho trước. Vì phân phối xác suất chuẩn đóng vai trò quan trọng trong phân tích độ tin cậy của kết cấu, khả năng mô phỏng các biến ngẫu nhiên phân phối chuẩn là rất quan trọng. Để tạo tập hợp các giá trị biến ngẫu nhiên phân phối chuẩn $z_1, z_2, \ldots, z_n$ đầu tiên ta cần phải tạo tập hợp các số ngẫu nhiên phân phối đều $u_1, u_2, \ldots, u_n$ phân phối giữa 0 và 1. Sau đó với mỗi giá trị u_i ta có thể tạo giá trị z_i sử dụng biểu thức:

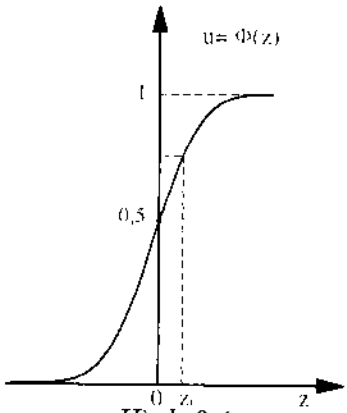
$$z_i = \Phi^{-1}(u_i) \tag{6.6}$$

trong đó Φ^{-1} là hàm ngược của hàm phân phối tích lũy chuẩn tiêu chuẩn.

Hình 6.4 biểu diễn sự quan hệ này bằng đồ thị. Ta có thể sử dụng biểu thức sau đây để xác định hàm ngược Φ^{-1}:

$$z = \Phi^{-1}(u) = -t + \frac{c_0 + c_1 t + c_2 t^2}{1 + d_1 t + d_2 t^2 + d_3 t^3} \text{ khi } u \le 0{,}5 \tag{6.7}$$

trong đó: $c_0 = 2{,}51551$; $c_1 = 0{,}802853$; $c_2 = 0{,}010328$; $d_1 = 1{,}432788$; $d_2 = 0{,}189269$; $d_3 = 0{,}001308$ và $t = \sqrt{-\ln(u^2)}$.



Hình 6.4

Khi $u > 0{,}5$, Φ^{-1} được tính theo $u^* = (1 - u)$, sau đó ta sử dụng mối quan hệ sau:

$$z = \Phi^{-1}(u) = -\Phi^{-1}(u^*) \tag{6.8}$$

Đối với phân phối chuẩn bất kỳ ta tạo các giá trị mẫu như thế nào? Giả sử rằng t có biến ngẫu nhiên phân phối chuẩn X với giá trị trung bình

m_X và độ lệch chuẩn S_X. Quan hệ cơ bản giữa X và hệ số biến phân tiêu chuẩn có sự quan hệ sau:

$$X = m_X + zS_X \tag{6.9}$$

Giả sử cho trước giá trị mẫu z_i đã tạo, sử dụng phương pháp trình bày ở trên, giá trị x_i tương ứng được tính, sử dụng công thức:

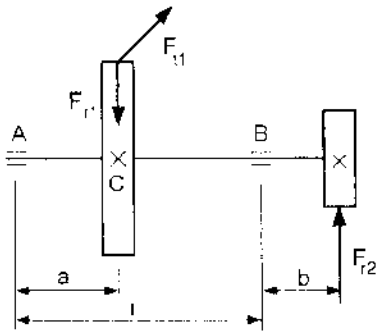
$$x_i = m_X + z_iS_X \tag{6.10}$$

Từ các giá trị biến ngẫu nhiên đầu vào thu được ta xác định giá trị các biến ngẫu nhiên đầu ra y_i theo hàm trạng thái giới hạn Y = g(X). Sau đó xác định giá trị trung bình và sai lệch trung bình đại lượng ngẫu nhiên:

$$m_Y = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} y_i \text{ và } S_Y = \sqrt{\frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(y_i - m_y)^2}$$

Ví dụ 6.1

Sử dụng mô phỏng Monte Carlo để xác định ứng suất trung bình và sai lệch bình phương trung bình ứng suất và hàm trạng thái giới hạn tại điểm B trục truyền động hình 6.5. Giá trị các đại lượng ngẫu nhiên phân phối theo qui luật chuẩn với m_T = 181380 mm, S_T = 18138 Nmm, m_{Fr2} = 792 N, S_{Fr2} = 79,2 N, $m_{\sigma lim}$ = 111,078 MPa, $S_{\sigma lim}$ = 14,871132 MPa.



Hình 6.5

Hàm trạng thái giới hạn trục tại vị trí B:

$$g(\mathbf{X}) = \sigma_{lim} - \sigma = \sigma_{lim} - \frac{32}{\pi d^3}\sqrt{b^2F_{r2}^2 + 0{,}75T^2}$$

$$= \sigma_{lim} - 10^{-3}\sqrt{1152{,}81F_{r2}^2 + 0{,}10674166T^2}$$

Sử dụng mô phỏng Monte Carlo để xác định giá trị trung bình và sai lệch bình phương trung bình. Sử dụng mô phỏng Monte Carlo để tìm 10 giá trị của giới hạn mỏi σ_{lim}, tải trọng F và mômen xoắn T. Điều đó đòi hỏi ta phải có 30 số ngẫu nhiên phân phối đều trong khoảng từ 0 đến 1. Ta lấy theo các cột 1, 2 và 3, mỗi cột 10 số (bảng 6.1). Các đại lượng ngẫu nhiên xác định: F_{r2i} = 792 + z_i79,2; T_i = 181380 + z_i18138 và σ_{limi} = 111,078 + z_i14,871132.

Bảng 6.2 Kết quả tính theo phân phối chuẩn cho N = 10

STT	u_i	Z_i	F_{r2}	u_i	Z_i	T	u_i	Z_i	σ_{lim}
1	0.020309	-2.047839	646.5005	0.033127	-1.837114	144236.3046	0.000130	-3.652924	51.21607
2	0.678368	0.462713	845.3710	0.749901	0.673877	189772.6946	0.004410	-2.619369	68.15335
3	0.786896	0.795493	847.4694	0.758240	0.700371	195808.6569	0.145653	-1.055275	93.78478
4	0.430489	-0.174783	833.7770	0.701210	0.527487	178209.7820	0.806671	0.865550	125.26212
5	0.920792	1.410670	774.6778	0.413284	-0.218715	206966.7336	0.620277	0.305773	116.08882
6	0.665642	0.427474	756.4460	0.326591	-0.448915	189133.5244	0.469284	-0.076877	109.81818
7	0.483521	-0.041208	701.7148	0.127167	-1.139965	180632.5755	0.486504	-0.033744	110.52503
8	0.519569	0.048942	824.8922	0.661201	0.415305	182267.7126	0.054749	-1.600799	84.84506
9	0.044418	-1.701943	686.4231	0.091293	-1.333042	150510.1608	0.806831	0.866135	125.27170
10	0.042076	-1.727470	751.1123	0.302696	-0.516259	150047.1507	0.625565	0.319689	116.31687

Giá trị trung bình và sai lệch bình phương trung bình của ứng suất σ xác định theo công thức sau:

$$m_\sigma = \frac{1}{10}\sum \sigma_i = 63{,}379409 \text{ MPa}$$

$$S_\sigma = \sqrt{\frac{\sum(\sigma_i - m_\sigma)^2}{N-1}} = 7{,}077554 \text{ MPa}$$

Kết quả tính theo phương pháp mômen thích hợp:

- Giá trị trung bình:

$$m_\sigma = \frac{32}{\pi d^3}\sqrt{b^2\overline{F}_{r2}^2 + 0{,}75\overline{T}^2}$$

$$= \frac{32}{\pi 30^3}\sqrt{90^2.792^2 + 0{,}75.181380^2} = 65{,}078 \text{ MPa}$$

- Sai lệch bình phương trung bình:

$$S_\sigma = \sqrt{\left(\frac{32.90^2\overline{F}_{r2}}{\pi d^3\sqrt{b^2\overline{F}_{r2}^2 + 0{,}75\overline{T}^2}}S_{Fr2}\right)^2 + \left(\frac{24\overline{T}^2}{\pi d^3\sqrt{b^2\overline{F}_{r2}^2 + 0{,}75\overline{T}^2}}S_T\right)^2}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{32.90^2.792}{\pi 30^3\sqrt{90^2.792^2 + 0{,}75.181380^2}}79{,}2\right)^2 + \left(\frac{24.181380}{\pi 30^3\sqrt{90^2 792^2 + 0{,}75.181380^2}}18138\right)^2}$$

$$= 5{,}5095 \text{ MPa}$$

- Hệ số biến phân:

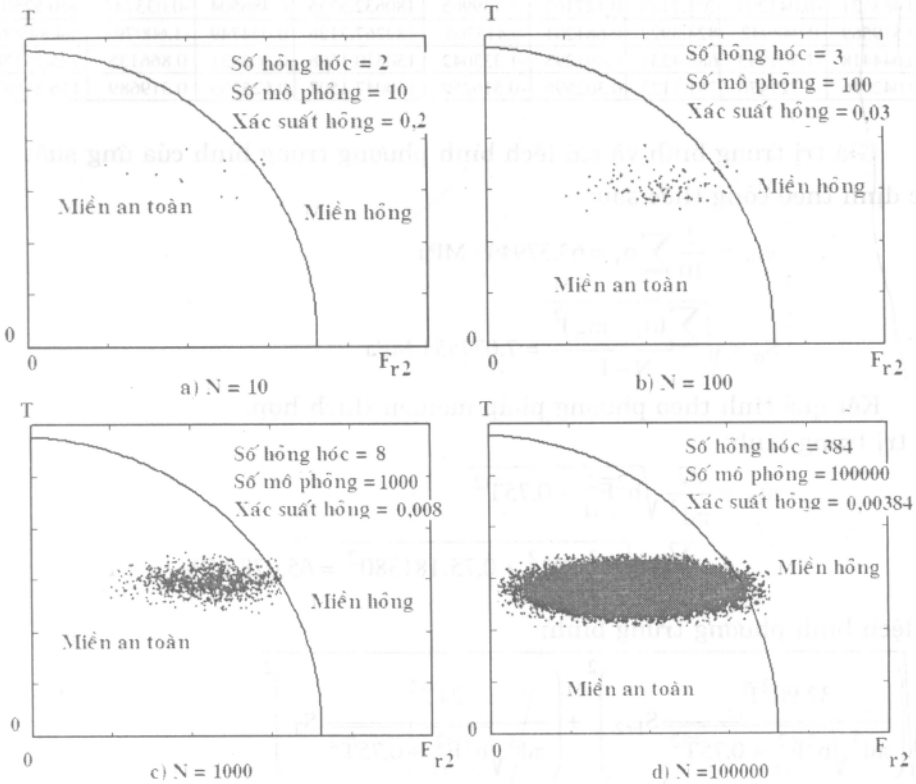
$$v_\sigma = 0{,}08466$$

Để đánh giá độ tin cậy ta xác định giá trị của hàm trạng thái giới hạn, khi g(X)<0 thì chi tiết bị hỏng. Bài toán trên có 2/10 trường hợp g(X) < 0. Khi tiến hành với số thử nghiệm N lớn ta sẽ thu được kết quả chính xác. Dựa theo trình tự tính toán chúng tôi lập chương trình mô phỏng Mocsim (Monte Carlo Simulation). Các số liệu thu được với các số thử nghiệm N khác nhau cho trong bảng 6.3.

Bảng 6.3 Bảng so sánh theo phân phối chuẩn

Số thử nghiệm	N=10	N=100	N=1000	N=24900	N=100000
Giá trị trung bình	63,379409	64,552621	65,345245	65,177480	65,17004
Sai lệch bình phương trung bình	7,077554	5,853604	5,591907	5,499560	5,498242
Độ tin cậy	0,80	0,97	0,992	0,9956225	0,99616

Kết quả được minh họa bằng các hình 6.6.



Hình 6.6

Số thử nghiệm cần thiết N để đạt độ tin cậy R = 0,996 xác định theo công thức:

$$N = \frac{R}{v_F^2(1-R)} = \frac{0,996}{0,1^2(1-0,996)} = 24900 \text{ thử nghiệm}$$

6.1.4 Giá trị biến ngẫu nhiên logarit chuẩn

Giả sử X là biến ngẫu nhiên phân phối theo logarit chuẩn với giá trị trung bình m_X và sai lệch chuẩn S_X. Để tạo giá trị mẫu x_i, đầu tiên ta tạo giá trị mẫu u_i của số ngẫu nhiên phân phối đều $0 \le u_i \le 1$. Sau đó giá trị mẫu z_i phân phối chuẩn tiêu chuẩn được tính theo công thức (6.3). Cuối cùng ta có sự quan hệ giữa biến ngẫu nhiên phân phối chuẩn và logarit chuẩn, ta thu được x_i theo biểu thức:

$$x_i = e^{(m_{\ln X} + z_i S_{\ln X})} \tag{6.11}$$

Giá trị trung bình và sai lệch bình phương trung bình của lnX:

$$S^2_{\ln X} = \ln\left(v^2_X + 1\right) \approx v^2_X \quad (\text{với } v_X < 0.20) \tag{6.12}$$

$$m_{\ln X} = \ln m_X - \frac{1}{2} S^2_{\ln X} \approx \ln m_X \quad (\text{với } v_X < 0{,}20) \tag{6.13}$$

Nếu xấp xỉ quan hệ theo biểu thức (6.12) và (6.13), phương trình (6.11) có thể được viết lại như sau:

$$x_i = m_X e^{z_i v_X} \tag{6.14}$$

Ví dụ 6.2

Giải bài toán như ví dụ 6.1 với tải trọng F_{r2} và mômen xoắn là các đại lượng ngẫu nhiên độc lập phân phối theo qui luật logarit chuẩn.

Các giá trị mô phỏng của F_{r2} và T được tính theo công thức:

$$x_i = m_X e^{z_i v_X} \quad \text{với} \quad v_{Fr2} = v_T = 0{,}1$$

Cụ thể là $T_i = 181380\, e^{0.1 z_i}$ và $F_{r2i} = 792 e^{0.1 z_i}$. Các kết quả tính trình bày trong bảng 6.4.

Bảng 6.4 Kết quả tính theo phân phối logarit chuẩn cho N = 10

STT	u_i	Z_i	F_{r2}	u_i	Z_i	T	u_i	Z_i	σ_{tm}
1	0,620309	-2,047839	659,0833	0,033127	-1,837114	147792,6716	0,800130	3,652924	51,21607
2	0,678368	0,462713	817,2104	0,749901	0,673877	189969,89561	0,004410	-2,619369	68,15335
3	0,786896	0,795493	849,4580	0,758240	0,708371	196398,0771	0,145653	-1,055275	93,78478
4	0,430489	-0,174783	834,8984	0,701210	0,527487	178237,3263	0,806671	0,865550	125,26212
5	0,920792	1,410670	774,8659	0,413284	-0,218715	208859,3971	0,620277	0,305773	116,08882
6	0,665642	0,427474	757,2322	0,326591	-0,448915	189301,6328	0,469284	-0,076877	109,81818
7	0,483521	0,041208	706,6708	0,127167	-1,139965	180634,1134	0,486504	-0,033744	110,52503
8	0,519569	0,048942	825,5848	0,661201	0,415305	182269,8885	0,054749	-1,600799	84,84506
9	0,044418	-1,701943	693,1575	0,091293	-1,333042	152994,1973	0,806831	0,866135	125,27170
10	0,042076	-1,727470	752,1498	0,302696	-0,516259	152604,1459	0,625565	0,319689	116,31687

Giá trị trung bình và sai lệch bình phương trung bình của ứng suất σ xác định theo công thức sau:

$$m_\sigma = \frac{1}{5}\sum \sigma_i = 63{,}764479 \text{ MPa}$$

$$S_\sigma = \sqrt{\frac{\sum\left(\sigma_i - m_\sigma\right)^2}{N-1}} = 6{,}765801 \text{ MPa}$$

Dựa theo trình tự tính toán chúng tôi lập chương trình mô phỏng Mocsim (Monte Carlo Simulation) Các số liệu thu được với các số thử nghiệm N khác nhau cho trong bảng 6.5.

Bảng 6.5 Bảng so sánh theo phân phối logarit

Số thử nghiệm	N=10	N=100	N=1000	N=24900	N=100000
Giá trị trung bình	63,764479	64,887591	65,683729	65,502357	65,495243
Sai lệch bình phương trung bình	6,765801	5,828870	5,669233	5,560178	5,554705
Độ tin cậy R	0,80	0,97	0,992	0,9951406	0,99581

6.1.5 Trình tự tổng quát để tạo giá trị biến ngẫu nhiên từ một phân phối bất kỳ

Trong các mục trước ta tính đến tạo các giá trị mẫu của các biến ngẫu nhiên cho một số hàm phân phối trong phân tích độ tin cậy kết cấu. Trình tự tổng quát có thể áp dụng cho bất kỳ dạng phân phối nào.

Giả sử rằng biến ngẫu nhiên X với hàm phân phối tích lũy $F_X(x)$. Để tạo giá trị mẫu x_i cho biến ngẫu nhiên ta thực hiện theo trình tự sau:

1. Tạo giá trị mẫu u_i cho biến ngẫu nhiên phân phối giữa 0 và 1.
2. Tính giá trị mẫu x_i từ công thức sau:

$$x_i = F_X^{-1}(u_i) \tag{6.15}$$

trong đó F_X^{-1} là hàm ngược của F_X.

Trình tự trình bày ở trên là tổng quát. Tuy nhiên trong một số trường hợp rất khó xác định hàm ngược F_X^{-1} của hàm phân phối tích lũy.

6.1.6 Độ chính xác của xác suất dự đoán

Trong trường hợp sử dụng kết quả mô phỏng để dự đoán xác suất hỏng thì xác suất dự đoán càng chính xác khi số mẫu thử càng lớn. Trong phần này ta chú ý đến sự liên quan giữa sự thay đổi của xác suất dự đoán và số mô phỏng.

Xác suất hỏng dự đoán tính theo công thức:

$$\overline{F} = \frac{n}{N} \tag{6.16}$$

trong đó N là tổng số mô phỏng và n là số lượng (trong tổng số N) chi tiết bị hỏng.

Điểm dự đoán $\overline{F}$ gọi là "dự đoán mẫu". Theo cách này giá trị trung bình tính toán sẽ khác nhau qua mỗi lần thử. Khi đó xác suất dự đoán được xem như là biến ngẫu nhiên với giá trị trung bình, sai lệch chuẩn và hệ số biến phân.

Giả sử F_{lt} là xác suất lý thuyết chính xác là bạn cố gắng để tính $\overline{F}$. Khi đó kỳ vọng toán, phương sai và hệ số biến phân xác định theo công thức [36]:

$$m_{\overline{F}} = F_{lt};\ S_{\overline{F}}^2 = \frac{1}{N}\left[F_{lt}(1-F_{lt})\right] \text{ suy ra } v_{\overline{F}} = \sqrt{\frac{(1-F_{lt})}{N(F_{lt})}} \tag{6.17}$$

Từ đây suy ra:

$$N = \frac{(1-F_{lt})}{v_{\overline{F}}^2(F_{lt})} = \frac{R}{v_{\overline{F}}^2(1-R)} \tag{6.18}$$

Ta thấy rằng sự thay đổi trong dự đoán xác suất giảm đi nếu số mô phỏng tăng lên. Từ các quan hệ này ta xác định bao nhiêu mô phỏng cần thiết để dự đoán xác suất và giới hạn miền thay đổi của xác suất.

6.2 PHƯƠNG PHÁP LẤY MẪU THEO LATIN HYPERCUBE

Phương pháp mẫu ngẫu nhiên và mô phỏng Monte Carlo đã trình bày là một công cụ mạnh và hữu ích để phân tích xác suất. Ngoài ra trong vài trường hợp, đối với bài toán phân tích cực kỳ phức tạp và thời gian cần thiết cho mỗi lần thử rất lâu. Kết quả là thời gian cần để thực hiện vài trăm hoặc vài ngàn mô phỏng thì không thể khả thi.

Phương pháp lấy mẫu Latin Hypercube là một trong các phương pháp để giảm số mô phỏng để thu được kết quả hợp lý. Trong phương pháp này phạm vi các giá trị có thể của mỗi biến ngẫu nhiên nhập vào được phân chia thành nhiều đoạn và mỗi giá trị từ một đoạn được chọn một cách ngẫu nhiên như là giá trị đại diện. Các giá trị đại diện cho mỗi biến ngẫu nhiên sau đó được kết hợp với biến ngẫu nhiên khác, sao cho mỗi biến đại diện tính đến một và chỉ một lần trong quá trình mô phỏng. Trong trường hợp này tất cả các giá trị có thể của các biến ngẫu nhiên được trình bày trong mô phỏng.

Trong trường hợp cụ thể giả sử rằng ta cần mô phỏng các giá trị của hàm Y mô tả bằng phương trình:

$$Y = f(X_1, X_2, ..., X_K) \qquad (6.19)$$

trong đó: $f(X_1, X_2, ..., X_K)$ là một hàm đơn định (nhưng không thể biết rõ dạng) với X_i (i = 1, 2, ... K) là các biến ngẫu nhiên đầu vào.

Các bước cơ bản của phương pháp lấy mẫu Latin Hypercube bao gồm:

1. Chia miền của mỗi biến X_i thành N đoạn. Mỗi đoạn chia có xác suất xuất hiện X_i là 1/N.
2. Cho mỗi biến X_i và mỗi đoạn (trong N đoạn), chọn ngẫu nhiên giá trị đại diện trên mỗi đoạn. Trong thực tế nếu số lượng đoạn lớn thì tâm điểm (giá trị trung bình) của mỗi đoạn được sử dụng, thay vì dùng các mẫu ngẫu nhiên.
3. Sau bước 1 và 2 ta có N giá trị đại diện cho K biến ngẫu nhiên. Ta có N^K sự kết hợp có thể của các giá trị đại diện này. Mục tiêu của lấy mẫu theo Latin Hypercube là chọn N kết hợp sao cho mỗi giá trị đại diện xuất hiện một và chỉ một lần trong N sự kết hợp.
4. Để nhận được sự kết hợp đầu tiên, ta chọn một cách ngẫu nhiên một trong những giá trị đại diện của một trong K biến ngẫu nhiên. Để nhận sự kết hợp thứ hai ta chọn ngẫu nhiên một trong N –1 giá trị ngẫu nhiên còn lại của mỗi biến ngẫu nhiên. Để nhận sự kết hợp thứ ba ta chọn ngẫu nhiên một trong N-2 giá trị ngẫu nhiên còn lại của mỗi biến ngẫu nhiên. Tiếp tục quá trình lựa

chọn đến khi nào ta có N sự kết hợp các giá trị của các biến ngẫu nhiên đầu vào.

5. Ước lượng phương trình (6.19) cho mỗi N sự kết hợp các biến đầu vào đã tạo ở trên. Nó chỉ đến N giá trị của hàm, các giá trị này được xem như là y_i (i = 1, 2, ..., N).

Trình tự này cung cấp dữ liệu mô phỏng. Sau đó ta sử dụng dữ liệu để dự đoán xác suất hoặc các thông số thống kê của Y. Các công thức được sử dụng phổ biến bao gồm:

$$\text{Giá trị trung bình dự đoán của } Y = \overline{Y} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} y_i \qquad (6.20)$$

$$\text{Mômen bậc m ước lượng của } Y = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} (y_i)^m \qquad (6.21)$$

$$\text{Hàm phân phối ước lượng } F_{Y(y)} = \frac{\text{Số lần } y_i \le y}{N} \qquad (6.22)$$

Ví dụ 6.3

Giải bài toán trên ví dụ 6.1 theo phương pháp lấy mẫu Latin Hypercube. Tìm giá trị trung bình và sai lệch bình phương trung bình ứng suất:

$$\sigma = \frac{32}{\pi d^3}\sqrt{b^2F_{r2}^2 + 0{,}75T^2} = 10^{-3}\sqrt{1152{,}81F_{r2}^2 + 0{,}10674166T^2}$$

Bài toán có hai biến ngẫu nhiên, do đó K = 2. Giá trị trung bình và sai lệch trung bình m_{Fr2}= 792 N, S_{Fr2}= 79,2 N, m_T = 181380 Nmm, S_T = 18138 Nmm.

Để giải bài toán ta định 4 đoạn cho mỗi biến với các số liệu cho trong bảng 6.6:

Bảng 6.6

F_{r2}, phân phối chuẩn	(- ∞, 739,2)	(739,2, 792)	(792, 844,8)	(844,8, + ∞)
T, phân phối chuẩn	(- ∞, 739,2)	(169288, 181380)	(181380, 193472)	(193472, + ∞)

Trong các đoạn này ta chọn các giá trị đại diện như bảng 6.7:

Bảng 6.7

F_{r2}, phân phối chuẩn	(710)	(750)	(815)	(875)
T, phân phối chuẩn	(150000)	(175000)	(188500)	(212000)

Có tất cả $N^k = 4^2$ sự kết hợp giữa các giá trị trên, ta chọn 4 sự kết hợp với điều kiện mỗi đại diện chỉ xuất hiện một lần:

(F_{r2}, T) = (710, 188500); (750, 150000); (815, 212000); (875, 175000)

Tương ứng mỗi cặp số ta tính giá trị σ:

$$\sigma_1 = 10^{-3}\sqrt{1152{,}81.710^2 + 0{,}10674166.188500^2} = 66{,}1355$$

$$\sigma_2 = 10^{-3}\sqrt{1152{,}81.750^2 + 0{,}10674166.150000^2} = 66{,}6425$$

$$\sigma_3 = 10^{-3}\sqrt{1152{,}81.815^2 + 0{,}10674166.212000^2} = 74{,}5843$$

$$\sigma_4 = 10^{-3}\sqrt{1152{,}81.875^2 + 0{,}10674166.175000)^2} = 64{,}4328$$

Ước lượng giá trị trung bình ứng suất:

$$m_\sigma = \frac{1}{4}(66{,}1355 + 66{,}6425{,}74{,}5843 + 64{,}4328) = 67{,}9488 \text{ MPa}$$

Giá trị này gần với giá trị tính bằng công thức xấp xỉ, tuy nhiên còn sai số vì số đoạn ta chọn chỉ có 4.

6.3 PHƯƠNG PHÁP DỰ ĐOÁN ĐIỂM ROSENBLUETH

Các bài toán phức tạp bạn còn có thể sử dụng phương pháp dự đoán điểm. Mặc dù có nhiều phương pháp, nhưng phương pháp 2K+1 được đề xuất bởi Rosenblueth là thực hiện dễ nhất. Phương pháp này được xem như phương pháp mô phỏng N = 2K+1, với K là biến ngẫu nhiên đầu vào. Ý tưởng chính là ước lượng hàm số tại 2K+1 điểm chủ chốt và sau đó sử dụng thông tin này để ước lượng giá trị trung bình và sai lệch bình phương trung bình (hệ số biến phân) của hàm số. Tuy nhiên hàm phân phối tích lũy không thể thu được từ phương pháp này.

Giả sử hàm Y được mô tả bởi:

$$Y = f(X_1, X_2, ..., X_K) \qquad (6.23)$$

trong đó: f( ) là một hàm đơn định (nhưng không thể biết rõ biểu thức) và X_i (i = 1, 2, ... K) là các biến ngẫu nhiên đầu vào.

Các bước cơ bản của phương pháp 2K + 1 bao gồm:

1. Xác định giá trị trung bình (m_{Xi}) và sai lệch chuẩn (S_{Xi}) cho mỗi biến ngẫu nhiên nhập vào K.
2. Định y_0 như là giá trị của phương trình (6.23) khi tất cả các biến đầu vào đều có giá trị trung bình, nghĩa là:

$$y_0 = f(m_{X1}, m_{X2},..., m_{XK}) \qquad (6.24)$$

3. Ước lượng hàm Y tại 2K điểm bổ sung như sau: cho mỗi biến ngẫu nhiên X_i ta ước lượng hàm tại hai giá trị của X_i là $m_{Xi} \pm S_{Xi}$ khi tất cả các biến còn lại đều gán giá trị trung bình. Các giá trị của hàm thu được ta gọi là y_i^+ và y_i^-:

$$y_i^+ = f(m_{X1}, m_{X2}, m_{Xi}+S_{Xi},..., m_{XK}) \qquad (6.25a)$$

$$y_i^- = f(m_{X1}, m_{X2}, m_{Xi}-S_{Xi},..., m_{XK}) \qquad (6.25b)$$

4. Đối với mỗi biến ngẫu nhiên, ta tính hai đại lượng sau đây:

$$\overline{y}_i = \frac{y_i^+ + y_i^-}{2} \quad \text{và} \quad V_{y_i} = \frac{y_i^+ - y_i^-}{y_i^+ + y_i^-} \qquad (6.26)$$

5. Ta tính giá trị trung bình và hệ số biến phân ước lượng của Y theo các công thức sau:

$$\overline{Y} = y_0 \prod_{i=1}^{K} \frac{\overline{y}_i}{y_0} \text{ và } v_Y = \sqrt{\left\{\prod_{i=1}^{K}(1 + v_{Y_i}^2)\right\} - 1} \qquad (6.27)$$

Phương pháp này có hai ưu điểm. Thứ nhất là không cần biết qui luật phân phối của các thông số đầu vào, chỉ cần hai mômen (giá trị trung

bình và sai lệch bình phương trung bình). Thứ hai là số lượng mô phỏng tương đối nhỏ so với phương pháp mô phỏng Monte Carlo và lấy mẫu Latin Hypercube.

Ví dụ 6.4

Giải bài toán trên ví dụ 6.1 theo phương pháp dự đoán điểm Rosenblueth. Tìm giá trị trung bình và sai lệch bình phương trung bình ứng suất:

$$\sigma = \frac{32}{\pi d^3}\sqrt{b^2F_{r2}^2 + 0{,}75T^2} = 10^{-3}\sqrt{1152{,}81F_{r2}^2 + 0{,}10674166T^2}$$

1. Giá trị trung bình và sai lệch trung bình m_{Fr2}= 792 N, S_{Fr2}= 79,2 N, m_T = 181380 Nmm, S_T = 18138 Nmm.
2. Tính:

$$\sigma_0 = \frac{32}{\pi d^3}\sqrt{b^2\overline{F}_{r2}^2 + 0{,}75\overline{T}^2} = \frac{32}{\pi 30^3}\sqrt{90^2.792^2 + 0{,}75.181380^2} = 65{,}078 \text{ MPa}$$

3. Ước lượng hàm tại 2K = 2(2) = 4 điểm thêm vào:

$$\sigma_1^+ = \frac{32}{\pi d^3}\sqrt{b^2\left(\overline{F}_{r2} + S_{Fr2}\right)^2 + 0{,}75\overline{T}^2} = \frac{32}{\pi 30^3}\sqrt{90^2.(792+79{,}2)^2 + 0{,}75.181380^2} = 66{,}232 \text{ MPa}$$

$$\sigma_1^- = \frac{32}{\pi d^3}\sqrt{b^2\left(\overline{F}_{r2} - S_{Fr2}\right)^2 + 0{,}75\overline{T}^2} = \frac{32}{\pi 30^3}\sqrt{90^2.(792-79{,}2)^2 + 0{,}75.181380^2} = 64{,}011 \text{ MPa}$$

$$\sigma_2^+ = \frac{32}{\pi d^3}\sqrt{b^2\overline{F}^2 + 0{,}75(\overline{T} + S_T)^2} = \frac{32}{\pi 30^3}\sqrt{90^2.792^2 + 0{,}75.(181380+18138)^2} = 70{,}484 \text{ MPa}$$

$$\sigma_2^- = \frac{32}{\pi d^3}\sqrt{b^2\overline{F}^2 + 0{,}75(\overline{T} - S_T)^2} = \frac{32}{\pi 30^3}\sqrt{90^2.792^2 + 0{,}75.(181380-18138)^2} = 59{,}758 \text{ MPa}$$

4. Các giá trị trung bình và hệ số biến phân:

$$\overline{\sigma}_1 = \frac{\sigma_1^+ + \sigma_1^-}{2} = 65{,}1215 \text{ MPa}$$

$$\overline{\sigma}_2 = \frac{\sigma_2^+ + \sigma_2^-}{2} = 65{,}121 \text{ MPa}$$

$$v_{\sigma 1} = \frac{\sigma_1^+ - \sigma_1^-}{\sigma_1^+ + \sigma_1^-} = 0{,}01705$$

$$v_{\sigma_2} = \frac{\sigma_2^+ - \sigma_2^-}{\sigma_2^+ + \sigma_2^-} = 0{,}08235$$

5. Ước lượng giá trị trung bình và hệ số biến phân cho ứng suất σ :

$$\overline{\sigma} = \sigma_0\prod_{i=1}^{2}\left(\frac{\overline{\sigma}_i}{\sigma_0}\right) = 65{,}1645 \text{ MPa}$$

$$v_\sigma = \sqrt{\left\{\prod_{i=1}^{2}(1 + v_{\sigma_i}^2)\right\} - 1} = 0{,}08412$$

Suy ra sai lệch bình phương trung bình:

$$S_\sigma = \overline{\sigma}\, S_\sigma = 5{,}481638$$

6.4 PHƯƠNG PHÁP BỀ MẶT ĐÁP ỨNG

Trong nhiều ứng dụng kỹ thuật việc ước lượng hàm trạng thái giới hạn tốn nhiều thời gian và công sức. Phân tích sự thay đổi cần nhiều các ước lượng này. Một lời giải cho bài toán này là tạo mô hình thay thế để thay thế các hàm trạng thái tới hạn ban đầu. Khi ước lượng hoặc đánh giá hàm thay thế sẽ tốn ít thời gian và công sức hơn là hàm trạng thái giới hạn ban đầu. Quá trình thay thế này được thực hiện bằng phương pháp bề mặt đáp ứng. Khi đã thu được hàm thay thế thì ta sẽ sử dụng các phương pháp đã khảo sát như mô phỏng Monte Carlo, xấp xỉ chuỗi Taylor bậc nhất, xấp xỉ chuỗi Taylor bậc hai... để phân tích độ tin cậy.

Trong phương pháp bề mặt đáp ứng ta cần phải xác định dạng phương trình thay thế (bậc nhất, bậc hai), các điểm thực nghiệm và tìm các hệ số chưa biết của mô hình thay thế. Hàm thay thế cần phải chính xác so với mô hình ban đầu và cần số thực nghiệm ít nhất. Mô hình bề mặt đáp ứng thích hợp cho các mô hình này, mô hình này có dạng đa thức. Phương pháp bề mặt đáp ứng chia ra: bề mặt đáp ứng phân tích, bề mặt đáp ứng thiết kế. Khi thiết kế phân ra: bề mặt đáp ứng toàn cục và cục bộ.

Trình tự tổng quát của phương pháp bề mặt đáp ứng:

1. Xác định biến thiết kế (biến đầu vào) và biến đáp ứng (đầu ra).
2. Xác định điều kiện giới hạn của các biến thiết kế.
3. Quy hoạch thực nghiệm, bao gồm: số thực nghiệm, các mức biến thiết kế, sự kết hợp các biến thiết kế và dạng bề mặt đáp ứng. Ngoài ra ta có thể sử dụng các phương pháp thử Latin Hypercube, mô phỏng Monte Carlo để tiến hành thực nghiệm.
4. Tiến hành thực nghiệm để thu các biến đáp ứng tại điểm thiết kế xác định ở bước 3.
5. Xác định các hệ số chưa biết của mô hình bề mặt đáp ứng và thực hiện các phân tích khác, ví dụ phân tích độ nhạy.
6. Sử dụng mô hình bề mặt đáp ứng để phân tích độ tin cậy.

Xét yếu tố được ký hiệu là Z_j, ta có:

$$Z_j^0 = \frac{Z_j^{max} + Z_j^{min}}{2}, \; j = 1 \ldots k \qquad (6.28)$$

trong đó: Z_j^0 - mức cơ sở, Z_j^{max} - mức cao, Z_j^{min} - mức thấp.

Các giá trị mã hóa x_j và Z_j có mối quan hệ sau:

$$x_j = \frac{Z_j - Z_j^0}{\Delta Z_j} \qquad (6.29)$$

với $\Delta Z_j = \frac{Z_j^{max} - Z_j^{min}}{2}$ được gọi là khoảng biến thiên của yếu tố Z_j tính từ mức cơ sở.

6.4.1 Thực nghiệm yếu tố từng phần

Phương trình hồi quy tuyến tính có dạng:

$$y = b_0 + \sum_{i=1}^{k} b_i x_i \qquad (6.30)$$

$$\text{với } b_i = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N} x_{ij} y_j \text{ , } i = 1, 2, ..., k \qquad (6.31)$$

trong đó: k là số yếu tố độc lập, N là số thí nghiệm.

Ví dụ 6.5

Sử dụng phương pháp bề mặt đáp ứng để thay thế hàm (ví dụ 6.1): $\sigma = \frac{32}{\pi d^3}\sqrt{b^2F_{r2}^2 + 0.75T^2} = 10^{-3}\sqrt{1152,81F_{r2}^2 + 0,10674166T^2}$ bằng hàm bậc nhất.

Thực nghiệm được thực hiện với các số liệu cho trong bảng 6.8:

Bảng 6.8 Ma trận quy hoạch 2 yếu tố

Các yếu tố theo tỉ lệ tự nhiên			Các yếu tố trong hệ mã hóa			
STT	F_{r2}	T	x_0	x_1	x_2	σ
1	1029,6	235794	+	+	+	84,5977
2	1029,6	126966	+	+	-	54,2474
3	554,4	235794	+	-	+	79,3034
4	554,4	126966	+	-	-	45,5226

Xác định các hệ số phương trình hồi quy tuyến tính:

$$b_0 = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N} x_{0j} y_j = \frac{84,5977 + 54,2474 + 79,3034 + 45,5226}{4} = 65,91775$$

$$b_1 = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N} x_{1j} y_j = \frac{84,5977 + 54,2474 - 79,3034 - 45,5226}{4} = 3,504775$$

$$b_2 = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N} x_{2j} y_j = \frac{84,5977 - 54,2474 + 79,3034 - 45,5226}{4} = 16,032775$$

Phương trình hồi quy có dạng:

$$\sigma = 65,91775 + 3,504775x_1 + 16,032775x_2$$

Thay thế các giá trị:

$$x_1 = \frac{F_{r2} - 792}{237,6} \text{ và } x_2 = \frac{T - 181380}{54414}$$

vào phương trình trên ta có:

$$\sigma = 65,91775 + 3,504775\frac{F_{r2} - 792}{237,6} + 16,032775\frac{T - 181380}{54414}$$

$$\sigma = 0,79258 + 0,014750736F_{r2} + 0,0002946443T$$

Giá trị trung bình và sai lệch bình phương trung bình:

m_σ= 65,9177 MPa

S_σ = 5,47046 MPa

Nếu xét mô hình đầy đủ hơn thì **phương trình hồi quy tuyến tính đầy đủ** có dạng:

$$y = b_0 + \sum_{i=1}^{k} b_i x_i + \sum_{\substack{i,u=1 \\ i \neq u}}^{k} b_{iu} x_i x_u \qquad (6.32)$$

Các hệ số xác định theo công thức:

$$b_{iu} = \frac{\sum_{j=1}^{N} (x_i x_u)_j y_j}{N}, \; i, u = 1, 2, ..., k \qquad (6.33)$$

trong đó: k là số yếu tố độc lập; N là số thí nghiệm.

Ví dụ 6.6

Giải bài toán 6.5 với mô hình tuyến tính đầy đủ.

Thực nghiệm được thực hiện với các số liệu cho trong bảng 6.9:

Bảng 6.9 Ma trận quy hoạch 2 yếu tố

Các yếu tố theo tỉ lệ tự nhiên			Các yếu tố trong hệ mã hóa				
STT	F_{r2}	T	x_0	x_1	x_2	x_1x_2	σ
1	1029,6	235794	+	+	+	+	84,5977
2	1029,6	126966	+	+	-	-	54,2474
3	554,4	235794	+	-	+	-	79,3034
4	554,4	126966	+	-	-	+	45,5226

Xác định các hệ số phương trình hồi quy tuyến tính đầy đủ:

$$b_{12} = \frac{\sum_{j=1}^{N} (x_1 x_2)_j y_j}{N} = -0,857625$$

Phương trình hồi quy có dạng:

$$\sigma = 65,91775 + 3,504775x_1 + 16,032775x_2 - 0,857625x_1x_2$$

Thay thế các giá trị:

$$x_1 = \frac{F_{r2} - 792}{237,6} \text{ và } x_2 = \frac{T - 181380}{54414}$$

vào phương trình trên ta có:

$$\sigma = 65,91775 + 3,504775\frac{F_{r2} - 792}{237,6} + 16,032775\frac{T - 181380}{54414} - 0,857625\left(\frac{F_{r2} - 792}{237,6}\right)\left(\frac{T - 181380}{54414}\right)$$

$$\sigma = -8,7365867 + 0,026782512F_{r2} + 0,000347181 33T - 6,63346.10^{-8}TF_{r2}$$

Giá trị trung bình và sai lệch bình phương trung bình:

m_σ= 65,91775 MPa

S_σ = 5,47046 MPa

6.4.2 Phương án thực nghiệm cấp 2

Phương trình hồi quy bậc hai có dạng:

$$y = b_0 + \sum_{i=1}^{k} b_i x_i + \sum_{i=1}^{k} b_{ii} x_i^2 + \sum_{\substack{i<u \\ 0,1=1}}^{k} b_{iu} x_i x_u \qquad (6.34)$$

Tổng số thí nghiệm chính: $N = 2^k + 2k + n_0$

Các hệ số phương trình hồi qui được xác định (theo qui hoạch dạng B):

$$b_0 = K_1 \sum_{j=1}^{N} y_j - K_2 \sum_{i=1}^{K} \sum_{j=1}^{N} x_{ij}^2 y_j \qquad (6.35)$$

$$b_i = K_3 \sum_{j=1}^{N} x_{ij} y_j \qquad (6.36)$$

$$b_{iu} = K_6 \sum_{j=1}^{N} x_{iu} x_{uj} y_j \qquad (6.37)$$

$$b_{ii} = K_4 \sum_{j=1}^{N} x_{ij}^2 y_j + K_5 \sum_{i=1}^{k} x_{ij}^2 y_j - K_2 \sum_{j=1}^{N} y_j \qquad (6.38)$$

Các hệ số $K_1 - K_6$ cho trong bảng 6.10.

Bảng 6.10

K_i	Dạng quy hoạch thực nghiệm B			
	B_2 (k=2, N=8)	B_3 (k=3, N=14)	B_4 (k=4, N=24)	B_5 (k=5, N=42)
K_1	1,25	0,40924	0,22917	0,15821
K_2	0,75	0,15624	0,0625	0,0332
K_3	0,6667	0,1	0,05556	0,02941
K_4	0,5	0,5	0,5	0,5
K_5	0,25	-0,09375	-0,10417	-0,0918
K_6	0,25	0,125	0,0625	0,03125

Ví dụ 6.7

Giải bài toán ví dụ 6.5 với mô hình phương trình hồi quy bậc hai.

Ta tiến hành thực nghiệm theo phương án quy hoạch dạng B với ma trận quy hoạch 2 yếu tố theo bảng 6.11:

Bảng 6.11 Ma trận quy hoạch 2 yếu tố

STT	Các yếu tố tự nhiên		Các yếu tố trong hệ mã hóa				σ
	F_{r2}	T	x_0	x_1	x_2	x_1x_2	
1	1029,6	235794	+	+	+	+	84,597729
2	1029,6	126966	+	+	-	-	54,247405
3	554,4	235794	+	-	+	-	79,303444
4	554,4	126966	+	-	-	+	45,552623
5	1029,6	181380	+	+	0	0	68,802098
6	554,4	181380	+	-	0	0	62,177080
7	792	235794	+	0	+	0	81,595499
8	792	126966	+	0	-	0	49,435117

Xác định các hệ số phương trình hồi quy:

$$b_0 = K_1\sum_{j=1}^{N} y_j - K_2\sum_{i=1}^{K}\sum_{j=1}^{N} x_{ij}^2 y_j = 65{,}079597$$

$$b_1 = K_3\sum_{j=1}^{N} x_{1j} y_j = 34{,}35749476$$

$$b_2 = K_3\sum_{j=1}^{N} x_{2j} y_j = 160{,}43908847$$

$$b_{12} = K_6\sum_{j=1}^{N} x_{1j} x_{2j} y_j = 0{,}85012426936$$

$$b_{11} = K_4\sum_{j=1}^{N} x_{1j}^2 y_j + K_5\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{N} x_{ij}^2 y_j - K_2\sum_{i=1}^{N} y_j = 0{,}4099922641$$

$$b_{22} = K_4\sum_{j=1}^{N} x_{2j}^2 y_j + K_5\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{N} x_{ij}^2 y_j - K_2\sum_{i=1}^{N} y_j = 0{,}4357112220$$

Phương trình hồi qui bậc 2 có dạng:

$$y = 65{,}079597 + 34{,}35749476x_1 + 160{,}43908847x_2 + 0{,}4099922641x_1^2 + 0{,}4357112220x_2^2 - 0{,}85012426936x_1x_2$$

Thay các giá trị mã hoá vào phương trình trên ta được:

$$y = 0{,}098283 + 0{,}01488306F_{r2} + 0{,}00029354T + 0{,}0000072624F_{r2}^2 + 0{,}00000000001T^2 - 0{,}00000006575F_{r2}T$$

Giá trị trung bình và sai lệch bình phương trung bình:

m_σ= 65,079597 MPa

S_σ = 5,21356 MPa

Từ các mô hình thay thế vừa nhận được ta dễ dàng đánh giá độ tin cậy kết cấu.

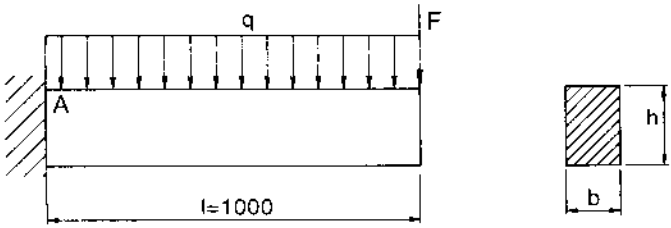
6.5 KẾT LUẬN

Ta có thể sử dụng các phương pháp mô phỏng số để đánh giá độ tin cậy kết cấu máy và chi tiết máy, tuy nhiên để đạt độ chính xác mong muốn thì các phương pháp trên đòi hỏi khối lượng tính toán lớn. Do đó chỉ thích hợp ứng dụng lập các phần mềm tính toán trên máy tính. Đối với các mô hình tính phức tạp ta có thể sử dụng phương pháp bề mặt đáp ứng để thay thế chúng bằng các phương trình hồi quy bậc nhất hoặc bậc hai, từ đó sử dụng các phương pháp xấp xỉ để dễ dàng phân tích hoặc thiết kế theo độ tin cậy.

6.6 BÀI TẬP

6.1 Một dầm bằng thép có kết cấu như hình 6.7. Biết rằng tải trọng F và cường độ tải trọng q là các đại lượng ngẫu nhiên độc lập phân phối theo qui luật chuẩn với m_F = 40000 N, S_F = 4000 N, m_q= 50 N/mm, S_q= 5

N/mm. Kích thước thanh b = 60 mm và h = 100 mm được cho là đơn định. Môđun đàn hồi vật liệu thanh E =2,1.10^5 MPa. Giới hạn chảy: $m_{\sigma ch}$ = 600 MPa, $S_{\sigma ch}$ = 60 MPa.



Hình 6.7 Dầm bằng thép chịu uốn

Yêu cầu:

1. Xác định hàm trạng thái giới hạn theo độ bền và độ cứng.
2. Sử dụng mô phỏng Monte Carlo để tìm xác suất làm việc không hỏng dầm. Vẽ hàm mật độ phân bố ứng suất σ, giới hạn chảy σ_{ch} và g(**X**).
3. Tìm bề mặt đáp ứng dạng phương trình hồi quy bậc nhất, bậc nhất đầy đủ, bậc 2.
4. Với bề mặt đáp ứng thu được, sử dụng mô phỏng Monte Carlo xác định xác suất làm việc không hỏng cho từng dạng bề mặt và so sánh kết quả câu 1.
5. Sử dụng phương pháp lấy mẫu theo Latin Hypercube và dự đoán điểm Rosenblueth để tìm giá trị trung bình và sai lệch bình phương trung bình ứng suất.

6.2 Các số liệu như bài tập 5.3.

Yêu cầu:

1. Sử dụng mô phỏng Monte Carlo để tim xác suất làm việc không hỏng trục. Vẽ hàm mật độ phân bố ứng suất σ, giới hạn mỏi σ_{lim} và g(**X**).
2. Tìm bề mặt đáp ứng dạng phương trình hồi quy bậc nhất, bậc nhất đầy đủ, bậc 2.
3. Với bề mặt đáp ứng thu được, sử dụng mô phỏng Monte Carlo xác định xác suất làm việc không hỏng cho từng dạng bề mặt và so sánh kết quả câu 1.
4. Sử dụng phương pháp lấy mẫu theo Latin Hypercube và dự đoán điểm Rosenblueth để tìm giá trị trung bình và sai lệch bình phương trung bình ứng suất.

CHƯƠNG 7

THIẾT KẾ VÀ PHÂN TÍCH KẾT CẤU THEO ĐỘ TIN CẬY

Trong chương này chúng ta phân tích và thiết kế các kết cấu trên cơ sở độ tin cậy theo các chỉ tiêu khả năng làm việc. Giữa các chi tiết cơ khí, kết cấu công trình và các hệ thống hoặc linh kiện điện – điện tử có sự khác nhau rõ rệt. Đa số các linh kiện và hệ thống điện, điện tử bị hỏng do tăng nhiệt độ trong quá trình làm việc hoặc các lý do tương tự. Độ tin cậy của các linh kiện điện và điện tử liên quan đến tuổi thọ của hệ thống. Thời gian chi tiết bị hỏng là biến ngẫu nhiên chủ yếu trong trường hợp này. Ngược lại, các chi tiết cơ khí và kết cấu xây dựng bị hỏng xảy ra khi độ bền (hoặc độ cứng, độ bền mòn...) nhỏ hơn giá trị tác dụng. Ngoài ra có sự khác nhau là các hệ thống điện, điện tử được sản xuất hàng loạt với số lượng lớn và do đó chúng đồng nhất. Vì lý do tồn tại với số lượng lớn các hệ thống chuẩn đồng nhất nên có thể giải thích xác suất hỏng các hệ thống điện trong giới hạn của tần suất liên quan. Các hệ thống cơ khí và kết cấu xây dựng không được sản xuất hàng loạt, cho nên các dữ liệu về chúng bị hạn chế. Do đó, phân tích độ tin cậy của máy và các kết cấu xây dựng có thể thiếu rất nhiều kiến thức liên quan đến cơ tính vật liệu và các bản chất sự thay đổi của tải trọng tác dụng trong thời gian làm việc.

Như ta đã biết trong các hệ thống phức tạp, sự hỏng hóc của một phần tử dẫn đến các hậu quả rất nghiêm trọng. Do đó nhiệm vụ chủ yếu của kỹ sư thiết kế và chuyên gia về độ tin cậy là chọn các thông số chi tiết máy và kết cấu tốt nhất cho hệ thống cơ khí khi tính đến các nhân tố như: giá thành, độ tin cậy, khối lượng và thể tích. Để đạt được mục tiêu này cần phải tiến hành ước lượng độ tin cậy các phần tử trong giai đoạn thiết kế.

Ngoài độ bền, khả năng làm việc của chi tiết máy đặc trưng bởi một loạt các chỉ tiêu quan trọng khác như: độ bền mòn, độ cứng, độ chịu nhiệt, độ ổn định dao động, độ chính xác ...

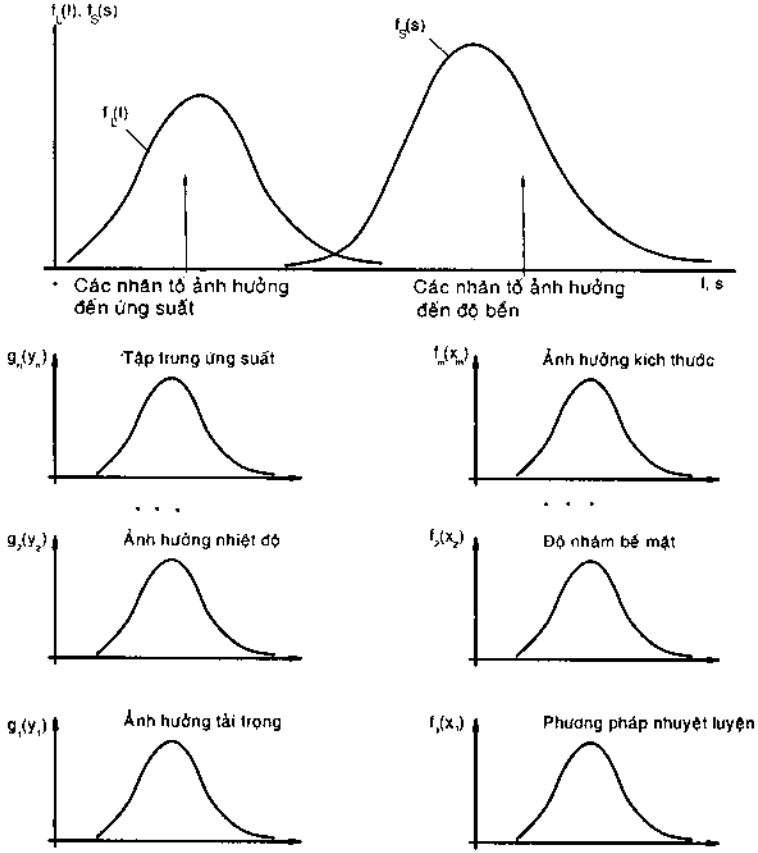
Các bài toán trong chương này được tính toán theo các phương pháp xấp xỉ đã trình bày trong chương 5 và bằng chương trình tự thiết lập RADME. Khi thiết kế sử dụng phương pháp mômen thích hợp, để đánh giá độ tin cậy sử dụng phương pháp tìm điểm xác suất lớn nhất (MPP).

7.1 PHÂN TÍCH VÀ THIẾT KẾ TRÊN CƠ SỞ ĐỘ TIN CẬY THEO ĐỘ BỀN

Tính toán tiến hành theo các chỉ tiêu riêng biệt với các đại lượng giới hạn của chúng: đặc trưng độ bền (giới hạn bền, giới hạn chảy, giới hạn mỏi), tải trọng giới hạn, tuổi thọ, chuyển vị tới hạn (do đàn hồi, mài mòn, nhiệt độ), độ chịu nhiệt của dầu và vật liệu, tần số và biên độ giới hạn của dao động, độ ổn định động lực học ...

Các đại lượng giới hạn cho trong các bảng tra cứu được xác định bằng con đường thực nghiệm hoặc qua quá trình sử dụng.

Đại lượng tính toán L khi tính toán độ tin cậy theo tiêu chuẩn bền là ứng suất tính toán hoặc tải trọng. Tương ứng với các đại lượng giới hạn S là giới hạn bền, giới hạn chảy, giới hạn mỏi hoặc khả năng tải.



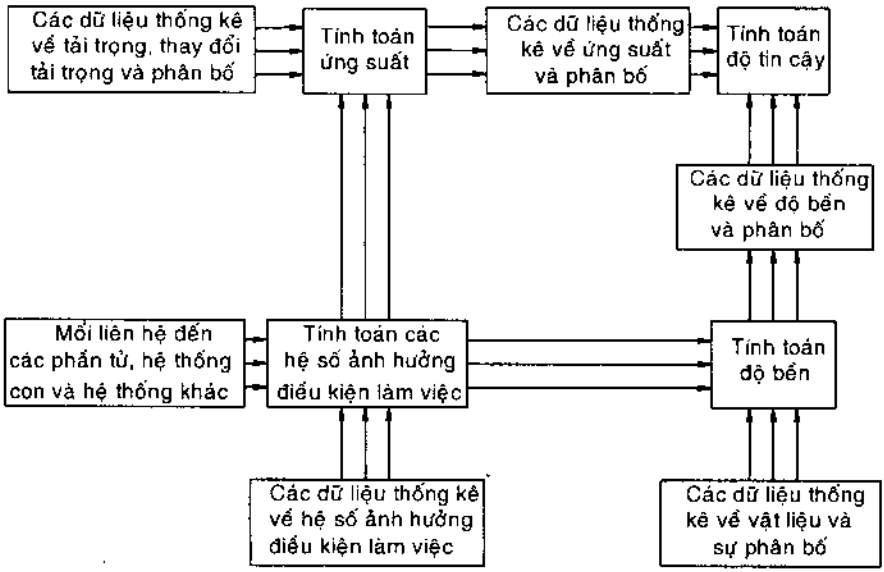
Hình 7.1 Đường cong phân phối độ bền và ứng suất

Cơ sở đánh giá độ tin cậy là mỗi phần tử có độ bền nhất định so với tải trọng tác dụng. Phương pháp thiết kế thông thường, dựa trên việc sử dụng các hệ số như hệ số an toàn đã không quan tâm đến xác suất hỏng của

phần tử. Một vài nhà thiết kế cho rằng hỏng hóc của phần tử có thể loại trừ nếu như ta chọn hệ số an toàn cao hơn một giá trị nào đó. Trong thực tế khi chỉ một hệ số an toàn thì xác suất hỏng của chi tiết có thể thay đổi trong một phạm vi đáng kể.

Sử dụng hệ số an toàn có thể đúng trong trường hợp khi mà giá trị của nó dựa trên cơ sở kinh nghiệm làm việc nhiều năm trong điều kiện tương tự với điều kiện khi thiết kế. Ngoài ra, các tham số kết cấu là các đại lượng ngẫu nhiên mà với các phương pháp thiết kế thông thường người ta không tính đến.

Hình 7.1 trình bày đặc tính ngẫu nhiên của các tham số thiết kế khi xác định độ bền và ứng suất. Nếu như các phân phối này được xác định thì có thể tính toán xác suất làm việc không hỏng của chi tiết. Hình 7.2 trình bày sơ đồ tính theo phương pháp này. Khi tính toán đầu tiên ta xét đến ảnh hưởng của các hệ số điều kiện làm việc, bởi vì chúng là các nhân tố quan trọng khi tính toán ứng suất và độ bền. Khi tính toán độ bền cần chú ý tính chất của vật liệu sử dụng và phân phối xác suất của các nhân tố như phương pháp gia công bề mặt, độ nhám bề mặt gia công ... Khi tính toán ứng suất cần phải tính đến các dữ liệu thống kê về tải trọng và các nhân tố ảnh hưởng đến ứng suất như tập trung ứng suất và nhiệt độ ... Sau đó tính toán giá trị ứng suất, độ bền và các sự phân phối của các đại lượng này. Theo sự phân phối này ta sẽ xác định độ tin cậy của chi tiết mà cụ thể là xác suất làm việc không hỏng.



Hình 7.2 Sơ đồ tính toán thiết kế theo độ tin cậy

Để sử dụng phương pháp này một cách có hiệu quả các kỹ sư thiết kế cần phải có đầy đủ thông tin về phân phối độ bền, có các dữ liệu làm giảm chỉ tiêu bền và các dữ liệu về phân phối tải trọng ...

Quá trình phân tích độ tin cậy bao gồm các bước sau:

1. Tiến hành thiết kế sơ bộ.
2. Đánh giá ảnh hưởng các nhân tố bên ngoài.
3. Phân tích các phương án sơ bộ của hệ thống, bao gồm tải trọng tác dụng lên các chi tiết và sự phân phối của chúng.
4. Chọn vật liệu theo cơ tính và phân tích giá thành.
5. Đặc tính độ bền và tải trọng phá hủy bao gồm cả các phân phối của chúng.
6. Ước lượng giá trị độ bền của chi tiết và tải trọng phá hủy, các giá trị này phụ thuộc vào cơ tính vật liệu, hình dạng hình học của chi tiết và tải trọng tác dụng.
7. Tính toán độ tin cậy theo độ bền và tải trọng phá hủy.

Nếu ta khảo sát kế hoạch đầy đủ bảo đảm độ tin cậy khi thiết kế thì bao gồm các bước sau:

1. Đặt vấn đề.
2. Xác định các tham số kết cấu hoặc hệ thống.
3. Phân tích tính chất, hệ quả và mức độ quan trọng của hỏng hóc (hỏng hóc các phần tử gây nên hỏng hóc của toàn bộ hệ thống).
4. Kiểm tra tính chính xác việc chọn lựa các thông số quan trọng nhất.
5. Định dạng tỉ số giữa các tham số tới hạn và các tiêu chuẩn xác định việc xuất hiện các hỏng hóc.
6. Tính toán ứng suất làm xuất hiện hỏng hóc.
7. Lựa chọn phân phối ứng suất làm xuất hiện hỏng hóc.
8. Tính toán độ bền làm xuất hiện hỏng hóc.
9. Lựa chọn phân phối độ bền làm xuất hiện hỏng hóc.
10. Tính toán các chỉ tiêu độ tin cậy liên quan đến các phân phối này làm xuất hiện hỏng hóc đối với mỗi dạng hỏng tới hạn.
11. Chu trình thiết kế lặp lại với mục đích đảm bảo độ tin cậy cho trước.
12. Tối ưu hóa kết cấu theo quan điểm các chỉ tiêu làm việc, giá thành, khối lượng.
13. Chu trình tối ưu hóa lặp lại đối với từng chi tiết quan trọng của hệ thống.
14. Tính toán các chỉ tiêu quan trọng của hệ thống.

15. Lặp lại các bước vừa kể với mục đích tối ưu hóa độ tin cậy của hệ thống.

7.2 THIẾT KẾ VÀ PHÂN TÍCH THEO HỆ SỐ AN TOÀN TRUNG BÌNH

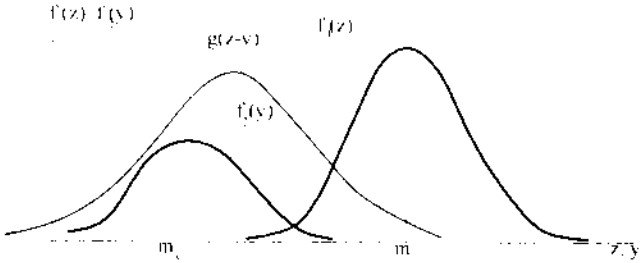
Kết cấu và chi tiết máy được gọi là an toàn và đáng tin cậy khi giá trị giới hạn theo chỉ tiêu tính (độ bền, cứng, bền mòn...) vượt quá giá trị tính toán. Do đó, để tính toán độ tin cậy của kết cấu và chi tiết máy đòi hỏi các hiểu biết về bản chất ngẫu nhiên của độ bền z (hoặc độ cứng, độ bền mòn...) và ứng suất y (hoặc độ võng, lượng mòn...). Nếu như hàm phân bố xác suất của chúng được biết là $f_1(z)$ và $f_2(y)$ như hình 7.3 thì độ tin cậy của chúng được ước lượng bằng các biểu thức tích phân. Trong các trường hợp mà Z và Y phân bố theo qui luật chuẩn, logarit chuẩn, hàm số mũ, Weibull... các công thức tích phân có thể rút gọn thành các dạng đơn giản. Hàm g(Z, Y) = Z – Y gọi là hàm trạng thái giới hạn, chi tiết an toàn khi g(Z, Y) > 0, bị hỏng khi g(Z, Y) ≤ 0).

Độ tin cậy của chi tiết khi xác suất độ bền vượt quá ứng suất với tất cả giá trị có thể của ứng suất (độ võng, lượng mòn...) được xác định theo công thức:

$$R = P(g > 0) = \int dR = \int_{-\infty}^{\infty} f_2(y)\left[\int_{y}^{\infty} y_1(z)dz\right]dy = \int_{-\infty}^{\infty} f_2(y)[1 - F_1(y)]dy \qquad (7.1)$$

Ngoài ra, biểu thức của độ tin cậy có thể thu được bằng cách tìm xác suất của ứng suất được lấy giá trị nhỏ hơn giá trị của độ bền. Khi đó độ tin cậy được xác định:

$$R = P(g > 0) = \int dR = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(z)\left[\int_{-\infty}^{z} f_2(y)dy\right]dz = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(z)F_2(z)dz \qquad (7.2)$$



Hình 7.3

Giả sử độ bền (Z) và ứng suất (Y) phân bố theo qui luật chuẩn theo các hàm mật độ phân bố sau:

$$f_1(z)=\frac{1}{S_z\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(z-m_z)^2}{2S_z^2}} \quad \text{và} \quad f_2(y)=\frac{1}{S_y\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(y-m_y)^2}{2S_y^2}} \quad ; \quad -\infty<z,y<\infty \qquad (7.3)$$

trong đó: m_z và m_y có nghĩa là giá trị trung bình; S_Z và S_Y là sai lệch bình phương trung bình của các đại lượng ngẫu nhiên Z và Y.

Khi đó độ tin cậy của phần tử có thể biểu diễn bằng biểu thức:

$$R = P(g = Z - Y \geq 0) = P(g \geq 0) \qquad (7.4)$$

trong đó g = Z – Y là biến ngẫu nhiên mới.

Vì Z là hàm bậc nhất theo các biến ngẫu nhiên phân bố chuẩn, do đó g cũng phân bố theo qui luật chuẩn. Hàm mật độ phân bố của đại lượng ngẫu nhiên g (hình 7.3) được xác định theo công thức:

$$f(g)=\frac{1}{S_g\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(g-m_g)^2}{2S_g^2}} \quad ; \quad -\infty<g<\infty \qquad (7.5)$$

Nếu Z và Y là các đại lượng độc lập, giá trị trung bình và sai lệch bình phương trung bình của g có thể xác định theo công thức:

$$m_g = m_z - m_y \text{ và } S_g = \sqrt{S_z^2 + S_y^2}$$

Do đó biểu thức (7.4) có thể viết dưới dạng sau:

$$R = P(g \geq 0) = \int_0^{\infty} f(g)dg = \frac{1}{S_g\sqrt{2\pi}}\int_0^{\infty} e^{-\frac{(g-m_g)^2}{2S_g^2}}dg \qquad (7.6)$$

Nếu thay thế: $z_1 = \dfrac{g - m_g}{S_g}$ (7.7)

với z_1 gọi là điểm phân vị chuẩn.

Độ tin cậy có thể xác định như sau:

$$R = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{z_1}^{\infty} e^{-\frac{z_1^2}{2}}dz_1 = 1 - \Phi(g) \qquad (7.8)$$

Khi z = 0 thì $z_1 = \dfrac{0 - m_g}{S_g} = -\dfrac{m_Z - m_Y}{\sqrt{S_Z^2 + S_Y^2}} = -\beta$ (7.9)

Vì cận dưới z_1 ta có thể xác định theo giá trị trung bình và sai lệch bình phương trung bình các đại lượng ngẫu nhiên Z và Y. Độ tin cậy của chi tiết xác định bằng cách tra bảng theo giá trị z_1 thu được theo công thức (7.9). Ngược dấu z_1 ký hiệu β gọi là *chỉ số độ tin cậy*.

Trong trường hợp tổng quát ta sử dụng phương pháp mômen thích hợp và MPP (chương 5) để thiết kế và phân tích theo độ tin cậy. Khi đó độ bền Z và ứng suất Y là hàm số nhiều đại lượng ngẫu nhiên $Z = f_1(Z_1, Z_2,... Z_m) = f_1(X_1, X_2,... X_m)$ và $Y = f_2(Y_1, Y_2,... Y_k) = f_2(X_{m+1}, X_{m+2},... X_{m+k})$ ta sử dụng xấp xỉ bậc nhất hoặc bậc hai của dãy Taylor để xác định giá trị trung bình và sai

lệch bình phương trung bình m_g và phương S^2_g của hàm khả vi $g(\mathbf{X}) = g(X_1, X_2,..., X_n)$ với các biến ngẫu nhiên độc lập $X_1, X_2,..., X_n$ và $n = m+k$.

Giả sử $\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2,..., \mathbf{X}_n$ phân bố theo qui luật chuẩn có giá trị trung bình $\mathbf{m} = (m_{X1}, m_{X2},..., m_{Xn})$ và sai lệch bình phương trung bình $\mathbf{S} = (S_{X1}, S_{X2},..., S_{Xn})$. Sau đó khai triển $g(X) = g(X_1, X_2,..., X_n)$ thành chuỗi Taylor:

$$g(\mathbf{X}) \approx L(\mathbf{X}) = g(x^*_1, x^*_2, ..., x^*_n) + \left[\frac{\partial g}{\partial X_1}\right]_m (x^*_1 - m_{X1}) + \left[\frac{\partial g}{\partial X_2}\right]_m (x^*_2 - m_{X2}) + ... + \left[\frac{\partial g}{\partial X_n}\right]_m (x^*_n - m_{Xn}) \quad (7.10)$$

$$g(\mathbf{X}) \approx L(\mathbf{X}) = g(\mathbf{X}^*) + \sum_{i=1}^{n} \left.\frac{\partial g}{\partial X_i}\right|_m (x^*_i - m_{xi}) = g(\mathbf{X}^*) + \nabla g(\mathbf{m})(\mathbf{X}^* - m_{xi})^T \quad (7.11)$$

Nếu ta khai triển chuỗi Taylor tại giá trị trung bình các đại lượng ngẫu nhiên $(x^*_1, x^*_2,..., x^*_n) = (m_{x1}, m_{x2},..., m_{xn})$ thì giá trị trung bình m_g và sai lệch bình phương trung bình S_g xác định theo công thức:

$$m_g = g(m_{x1}, m_{x2}, ..., m_{xn}) = g(\mathbf{m})$$

$$S_g = \sqrt{\left[\frac{\partial g}{\partial X_1}\right]^2_m S^2_{X1} + \left[\frac{\partial g}{\partial X_2}\right]^2_m S^2_{X2} + ... + \left[\frac{\partial g}{\partial X_n}\right]^2_m S^2_{Xn}} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left[\frac{\partial g}{\partial X_i}\right]^2_m S^2_{Xi}} \quad (7.12)$$

Xác suất làm việc không hỏng xác định theo công thức:

$$R = P(g(\mathbf{X}) > 0) = 1 - P(g(\mathbf{X}) < 0)$$

$$= 1 - \Phi\left(\frac{-m_g}{S_g}\right) = 1 - \Phi\left(\frac{-g(m_{X1}, m_{X2},...m_{Xn})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left[\frac{\partial g}{\partial X_i}\right]^2_m S^2_{Xi}}}\right) = 1 - \Phi(z_1) = 1 - \Phi(-\beta) \quad (7.13)$$

Hệ số biến phân hoặc chỉ số độ tin cậy:

$$z_1 = -\beta = -\frac{g(m_{X1}, m_{X2},...m_{Xn})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left[\frac{\partial g}{\partial X_i}\right]^2_m S^2_{Xi}}} \quad (7.14)$$

với z_1 gọi là điểm phân vị và β gọi là chỉ số độ tin cậy.

Khi tính toán thiết kế độ tin cậy kết cấu trên cơ sở độ bền thì:

$$g = Z - Y$$

trong đó $Z = f_1(Z_1, Z_2,... Z_m) = f_1(X_1, X_2,... X_m)$ và $Y = f_2(Y_1, Y_2,... Y_k) = f_2(X_{m+1}, X_{m+2},... X_{m+k})$.

Chỉ số độ tin cậy β và hệ số biến phân z_1 xác định theo công thức:

$$z_1 = -\beta = -\frac{m_Z - m_Y}{\sqrt{S_Z^2 + S_Y^2}} = -\frac{f_1(m_{Z1}, m_{Z2}, ..., m_{Zm}) - f_2(m_{Y1}, m_{Y2}, ..., m_{Yk})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{m}\left[\frac{\partial f_1}{\partial Z_i}\right]_m^2 S_{Zi}^2 + \sum_{i=1}^{m}\left[\frac{\partial f_2}{\partial Y_i}\right]_m^2 S_{Yi}^2}} \quad (7.15)$$

Trong tính toán thiết kế một số kết cấu hoặc chi tiết máy đại lượng Z và Y phụ thuộc vào các đại lượng ngẫu nhiên Z_i và Y_i dưới dạng hàm số mũ $Z = \prod_{i=1}^{m} Z_i^{\alpha_i}$ và $Y = \prod_{i=1}^{k} Y_i^{\beta_i}$ với α_i, β_i là chỉ số mũ của nhân tố i. Khi đó giá trị trung bình m_Z, m_Y và hệ số biến phân tương ứng v_Z, v_Y sẽ bằng:

$$m_Z = \prod_{1}^{m} m_{Zi}^{\alpha_i}; \quad m_Y = \prod_{1}^{k} m_{Yi}^{\beta_i}$$

$$v_Z = \sqrt{\sum_{1}^{m} \alpha_i^2 v_{Zi}^2}; \quad v_Y = \sqrt{\sum_{1}^{k} \beta_i^2 v_{Yi}^2}; \quad (7.16)$$

với v_i - hệ số biến phân của nhân tố x_i.

Khi tính toán theo độ bền, người ta xác định độ bền theo sự liên hệ giữa ứng suất tính toán σ và ứng suất giới hạn σ_{lim} mà nếu $\sigma > \sigma_{lim}$ thì hỏng hóc sẽ xảy ra. Nếu ta thay thế $S = \sigma_{lim}$ và $L = \sigma$ thì ta có công thức tính toán quen thuộc như trong giáo trình *Chi tiết máy* và *Cơ sở thiết kế máy* đã khảo sát [32, 51].

Các giá trị σ và σ_{lim} được khảo sát như là các đại lượng ngẫu nhiên phân phối theo qui luật chuẩn. Ứng suất σ và σ_{lim} được đánh giá theo các đặc trưng bằng số sau đây: giá trị ứng suất trung bình $\bar{\sigma}$, $\bar{\sigma}_{lim}$; sai lệch bình phương trung bình S_σ và $S_{\sigma lim}$ hay là hệ số biến phân v_σ, v_{lim}.

Xác suất làm việc không hỏng theo tiêu chuẩn bền R được xác định như là xác suất sao cho giá trị xác suất tính toán σ nhỏ hơn giá trị ứng suất giới hạn σ_{lim} tức là $P(\sigma < \sigma_{gh})$. Giá trị xác suất làm việc không hỏng R tra bảng theo điểm phân vị z_1 hoặc chỉ số độ tin cậy β:

$$z_1 = -\beta = -\frac{\bar{S} - \bar{L}}{\sqrt{S_S^2 + S_L^2}} = -\frac{\bar{\sigma}_{lim} - \bar{\sigma}}{\sqrt{S_{lim}^2 + S_\sigma^2}} \quad (7.17)$$

$$= -\frac{\bar{n} - 1}{\sqrt{\bar{n}^2 v_{\sigma lim}^2 + v_\sigma^2}}$$

trong đó $\bar{n} = \frac{\bar{\sigma}_{lim}}{\bar{\sigma}}$ là **hệ số an toàn trung bình**.

Để thiết kế chi tiết máy ta thay thế công thức xác định $\bar{\sigma}$ và S_σ theo các biến thiết kế vào công thức (7.17), giải phương trình ta thu được các kích thước cần tìm.

Trong các bài toán thiết kế kết cấu ta có thể xác định được v_σ, v_{lim} thì từ công thức (7.17) suy ra:

$$z_1^2(\bar{n}^2 v_{\sigma lim}^2 + v_\sigma^2) = (\bar{n} - 1)^2 \qquad (7.18)$$

Giải phương trình theo trên ta tìm được **giá trị trung bình hệ số an toàn** $\bar{n}$, từ đây suy ra $\bar{\sigma}$ và sau đó là kích thước cần tìm.

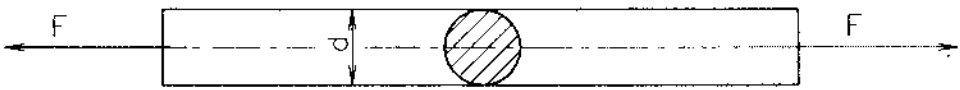
Tương tự ta giải bài toán phân tích và thiết kế trên cơ sở độ tin cậy theo độ bền, độ cứng, độ bền mòn, độ ổn định... dựa theo các dạng hỏng chi tiết máy và kết cấu.

Trong chương này ta khảo sát các bài toán cơ bản khi thiết kế thanh, dầm... theo các trạng thái ứng suất khác nhau và so sánh kết quả tính toán theo độ tin cậy với phương pháp tính theo hệ số an toàn (như trong sức bền vật liệu). Ta khảo sát các ví dụ cho các trường hợp trạng thái ứng suất đơn và phức tạp, trường hợp ứng suất không đổi và thay đổi. Thông thường chi tiết gọi là đáng tin cậy khi xác suất hỏng $F \le 10^{-5}$ đối với các chi tiết hỏng hóc liên quan đến ứng suất, và $10^{-4} < F < 10^{-3}$ đối với các chi tiết hỏng hóc không liên quan đến ứng suất.

Trong các tính toán độ tin cậy theo độ bền ta thường thay thế S bởi các đại lượng: giới hạn bền σ_b, bền kéo σ_{bk}, giới hạn chảy σ_{ch}, giới hạn mỏi σ_r... Tải trọng L có thể là: lực tác dụng F, mômen xoắn T, ứng suất σ...

7.3 TÍNH TOÁN THANH CHỊU KÉO

Trong mục này ta khảo sát thanh có tiết diện tròn chịu kéo với lực kéo F là một đại lượng ngẫu nhiên. Đường kính d của thanh do sai số chế tạo cũng là một đại lượng ngẫu nhiên. Vì tính chất vật liệu cũng là một đại lượng ngẫu nhiên, do đó giới hạn bền kéo là một đại lượng ngẫu nhiên.



Hình 7.4 Thanh chịu kéo

Ứng suất kéo xác định theo công thức:

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{4F}{\pi d^2} = \frac{F}{\pi r^2} \qquad (7.19)$$

trong đó A là tiết diện thanh.

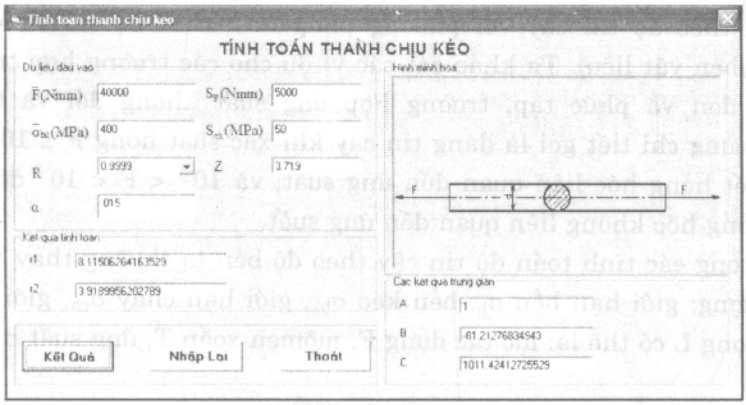
Do đó giá trị trung bình $\bar{\sigma}$ và sai lệch bình phương trung bình S_σ có thể xác định từ công thức (7.19) như sau:

$$\bar{\sigma} = \frac{\bar{F}}{\pi \bar{r}^2} \qquad (7.20)$$

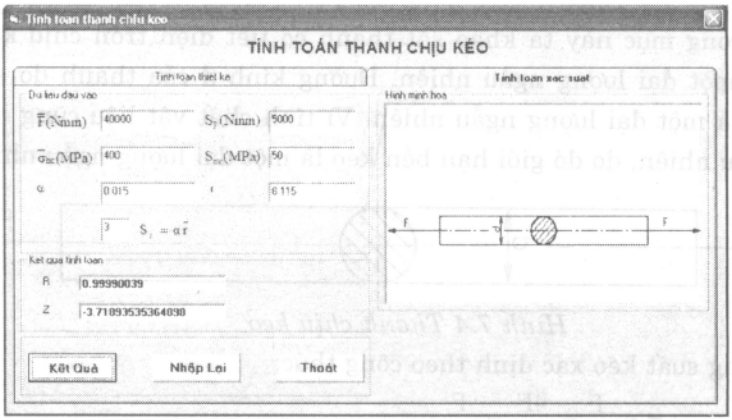
$$S_\sigma^2 = \frac{S_F^2}{\pi^2 \bar{r}^4} + \frac{4\bar{F}^2 S_r^2}{\pi^2 \bar{r}^6} = \frac{S_F^2 + \frac{4}{9}\alpha^2 \bar{F}^2}{\pi^2 \bar{r}^4} \qquad (7.21)$$

Thay thế các biểu thức (7.20) và (7.21) vào công thức (7.17) với $m_S = \bar{\sigma}_{bk}$, $S_S = S_{\sigma k}$, $m_L = \bar{\sigma}$, $S_L = S_\sigma$ ta có:

$$z_1 = -\frac{\bar{\sigma}_b - \frac{\bar{F}}{\pi \bar{r}^2}}{\sqrt{S_{\sigma b}^2 + \frac{S_F^2 + \frac{4}{9}\alpha^2 \bar{F}^2}{\pi^2 \bar{r}^4}}} \qquad (7.22)$$



a) Tính toán thiết kế



b) Phân tích độ tin cậy

Hình 7.5

Với các số liệu ban đầu: $\bar{F}$ = 40000 N; S_F = 5000 N; $\bar{\sigma}_{hk}$ = 400 MPa, $S_{\sigma k}$ = 50 MPa. Bán kính r là đại lượng ngẫu nhiên với $3S_r = \alpha \bar{r}$ với α = 0,017. Với xác suất làm việc không hỏng R =0,9999 ta có z_1 = -3,72 và nếu α = 0,015 thì phương trình (7.22) sẽ trở thành:

$$-3,72 = -\frac{400 - \dfrac{40000}{\pi \bar{r}^2}}{\sqrt{(50)^2 + \dfrac{5000^2 + \dfrac{4}{9}(0.015)^2.(40000)^2}{\pi^2 \bar{r}^4}}} \qquad (7.23)$$

Sau khi đơn giản phương trình có dạng sau:

$$\bar{r}^4 - 81,21\,\bar{r}^2 + 1011,42 = 0 \qquad (7.24)$$

Phương trình này có hai nghiệm $\bar{r}_1 = 3,92$ mm và $\bar{r}_2 = 8,12$ mm.

Nghiệm cuối cùng $\bar{r}_2 = 8,12$ mm tương ứng với xác suất không hỏng R = 0,9999, còn nghiệm $\bar{r}_1 = 3,92$ mm tương ứng với xác suất không hỏng R= 0,0001 (hình 7.5a).

Nếu giải bài toán này theo phương pháp truyền thống với giá trị ứng suất cho phép [σ] thì phụ thuộc vào hệ số an toàn ta có các kết quả theo bảng 7.1.

Bảng 7.1

Thông số	n=1	n=2	n=3
[σ], MPa	400	200	133,3
d, mm	11,28	15,96	19,54
r, mm	5,64	7,98	9,78

Phụ thuộc kích thước vào độ phân tán tải trọng

Giả sử rằng không thay đổi giá trị trung bình tải trọng, theo bảng 7.2 thì kích thước thanh phụ thuộc và độ phân tán tải trọng (S_{ck}). Miền thay đổi tải trọng càng lớn thì kích thước cần lớn.

Bảng 7.2 Phụ thuộc kích thước vào độ phân tán cơ tính vật liệu

S_F, MPa	Bán kính r, mm	S_F, MPa	Bán kính r, mm
0	7,72	7000	8,41
1000	7,73	8000	8,57
2000	7,79	9000	8,73
3000	7,86	10000	8,89
4000	7,97	11000	9,05
5000	8,12	12000	9,22
6000	8,26	13000	9,38

Phụ thuộc kích thước vào độ phân tán cơ tính vật liệu

Giả sử rằng không thay đổi giá trị trung bình giới hạn bền vật liệu, theo bảng 7.3 thì kích thước thanh phụ thuộc và độ phân tán cơ tính vật

liệu ($S_{\sigma k}$). Miền thay đổi cơ tính của vật liệu càng lớn thì kích thước càng lớn.

Bảng 7.3 Phụ thuộc kích thước vào độ phân tán cơ tính vật liệu

$S_{\sigma k}$, MPa	Bán kính r, mm	$S_{\sigma k}$, MPa	Bán kính r, mm
5	6,84	45	7,85
10	6,88	50	8,12
15	6,94	55	8,42
20	7,02	60	8,80
25	7,13	70	9,80
30	7,26	80	11,30
35	7,42	90	14,10
40	7,62	100	21,17

Bài toán trên có thể giải theo trình tự sau:

Hệ số biến phân v_σ:

$$v_\sigma = \sqrt{v_F^2 + 4v_r^2} = \sqrt{\left(\frac{S_F}{\overline{F}}\right)^2 + 4\left(\frac{\alpha}{3}\right)^2} = \sqrt{0{,}125^2 + 4.0{,}005^2} = 0{,}125399$$

Điểm phân vị:

$$z_1 = -\frac{\overline{\sigma}_{bk} - \overline{\sigma}}{\sqrt{S_{\sigma bk}^2 + S_\sigma^2}} = -\frac{\overline{n} - 1}{\sqrt{\overline{n}^2 v_{\sigma_{bk}}^2 + v_\sigma^2}}$$

trong đó $\overline{n} = \frac{\overline{\sigma}_{bk}}{\overline{\sigma}}$ là hệ số an toàn theo ứng suất trung bình.

Để giải **bài toán thiết kế**, nghĩa là tìm giá trị trung bình đường kính $\overline{d}$, khi đó $\overline{n}$ và v_σ^2 là hàm số của $\overline{d}$. Thay thế các biểu thức $\overline{n}$ và v_σ^2 công thức xác định điểm phân vị và giải phương trình theo $\overline{n}$.

$$z_1^2(\overline{n}^2 v_{\sigma_{bk}}^2 + v_\sigma^2) = (\overline{n} - 1)^2$$

Từ đây suy ra:

$$\overline{n}^2(z_1^2 v_{\sigma_{bk}}^2 - 1) + 2\overline{n} + z_1^2 v_\sigma^2 - 1 = 0$$

$$\overline{n}^2(3{,}719^2.\left(\frac{50}{400}\right)^2 - 1) + 2\overline{n} + 3{,}719^2.0{,}125399^2 - 1 = 0$$

$$0{,}783891\overline{n}^2 - 2\overline{n} + 0{,}782509394 = 0$$

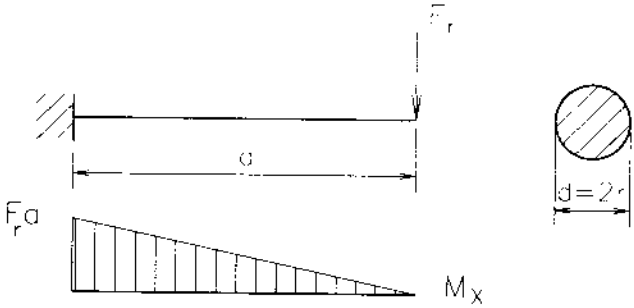
Giải phương trình trên ta tìm được $\overline{n} = 2{,}0688718$, sau đó theo công thức (7.20) ta tìm được $\overline{\sigma} = \frac{\overline{\sigma}_{bk}}{\overline{n}} = 193{,}342$, từ đây suy ra $\overline{d}$:

$$\overline{d} = \sqrt[3]{\frac{4\overline{F}}{\pi\overline{\sigma}}} = 16{,}23\text{mm}$$

Sử dụng trình tự này để giải các bài toán mà ứng suất biểu diễn dạng tích các đại lượng ngẫu nhiên.

7.4 TÍNH TOÁN THANH CHỊU UỐN

Trong mục này ta khảo sát dầm công xôn có tiết diện tròn chịu tác dụng tải trọng F_r là một đại lượng ngẫu nhiên. Tiết diện ngang của dầm là đường tròn bán kính r là một đại lượng ngẫu nhiên.



Hình 7.6 Thanh chịu uốn

Ứng suất uốn lớn nhất xác định theo công thức:

$$\sigma = \frac{M}{W} = \frac{32F_r a}{\pi d^3} = \frac{4F_r a}{\pi r^3} \tag{7.25}$$

Vì F_r, a và r là các đại lượng ngẫu nhiên, do đó ta xác định giá trị trung bình $\bar{\sigma}$ và sai lệch bình phương trung bình S_σ theo các công thức sau:

$$\bar{\sigma} = \frac{4\bar{F}_r\bar{a}}{\pi\bar{r}^3} \tag{7.26}$$

$$S_\sigma^2 = \left(\frac{\partial\sigma}{\partial F_r}\right)^2 S_{Fr}^2 + \left(\frac{\partial\sigma}{\partial a}\right)^2 S_a^2 + \left(\frac{\partial\sigma}{\partial r}\right)^2 S_r^2$$

$$S_\sigma^2 = \left(\frac{4\bar{a}}{\pi\bar{r}^3}\right)^2 S_{Fr}^2 + \left(\frac{4\bar{F}_r}{\pi\bar{r}^3}\right)^2 S_a^2 + \left(\frac{12\bar{F}_r\bar{a}}{\pi\bar{r}^4}\right)^2 S_r^2 \tag{7.27}$$

Thay thế các giá trị vào công thức (7.17) ta có:

$$z_1 = -\frac{\bar{\sigma}_b - \dfrac{4\bar{F}_r\bar{a}}{\pi\bar{r}^3}}{\sqrt{S_{\sigma b}^2 + \left(\dfrac{4\bar{a}}{\pi\bar{r}^3}\right)^2 S_{Fr}^2 + \left(\dfrac{4\bar{F}_r}{\pi\bar{r}^3}\right)^2 S_a^2 + \left(\dfrac{12\bar{F}_r\bar{a}}{\pi\bar{r}^4}\right)^2 S_r^2}} \tag{7.28}$$

$$z_1\sqrt{S_{\sigma b}^2\pi^2\bar{r}^6 + 16(\bar{a}^2 S_{Fr}^2 + \bar{F}_r^2 S_a^2 + \bar{F}_r^2\bar{a}^2\alpha^2)} = 4\bar{F}_r\bar{a} - \bar{\sigma}_b\pi\bar{r}^3 \tag{7.29}$$

Đặt $\bar{r}^{-3} = t$ và bình phương hai vế, sau khi rút gọn ta có phương trình bậc hai sau:

$$(z_1^2 S_{\sigma b}^2 \pi^2 - \bar{\sigma}_b^2 \pi^2)t^2 + 8\bar{F}_r \bar{a}\bar{\sigma}_b \pi t + 16(\bar{a}^2 S_{Fr}^2 + \bar{F}_r^2 S_a^2 + \bar{F}_r^2 \bar{a}^2 \alpha^2 - \bar{F}_r^2 \bar{a}^2) = 0 \quad (7.30)$$

Đặt $A = (z_1^2 S_{\sigma b}^2 \pi^2 - \bar{\sigma}_b^2 \pi^2)$; $B = 8\bar{F}_r \bar{a}\bar{\sigma}_b \pi$ và

$$C = 16(\bar{a}^2 S_{Fr}^2 + \bar{F}_r^2 S_a^2 + \bar{F}_r^2 \bar{a}^2 \alpha^2 - \bar{F}_r^2 \bar{a}^2)$$

Với các số liệu ban đầu: $\bar{F}_r = 8000$ N, $S_{Fr} = 1000$ N. Khoảng cách a là đại lượng ngẫu nhiên với $\bar{a} = 1000$ mm, $S_a = 5$ mm. Vì tính chất vật liệu cũng là một đại lượng ngẫu nhiên, do đó giới hạn bền uốn σ_b là một đại lượng ngẫu nhiên với $\bar{\sigma}_b = 600$ MPa, $S_{\sigma b} = 50$ MPa. Với xác suất làm việc không hỏng R=0,9999 và r là đại lượng ngẫu nhiên với $3S_r = \alpha \bar{r}$ với α =0,015.

Thay thế các giá trị đã biết vào phương trình trên với z_1 = -3,72 khi R = 0,9999, ta có:

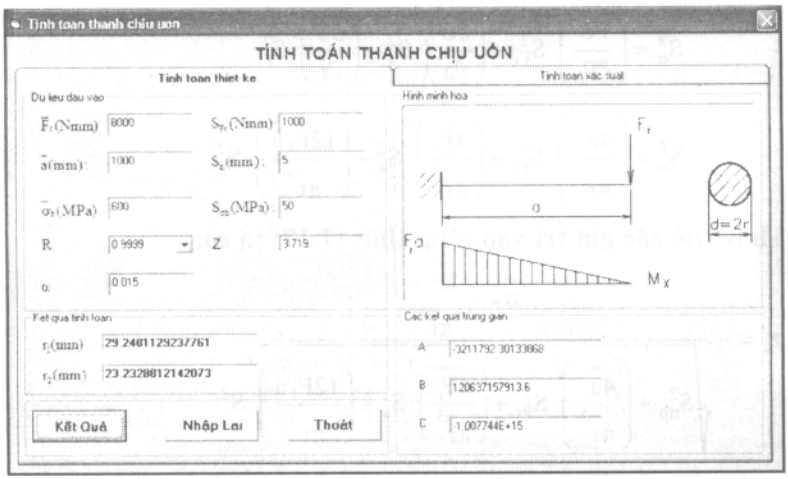
$$-3211792{,}30133868t^2 - 120637157913{,}6\,t - 1.007744{,}10^{17} = 0 \quad (7.31)$$

Giải phương trình trên thu được (hình 7.7):

t_1 = 25022,6 suy ra r_1 = 29,25 mm tương ứng R = 0,9999

và t_2 = 12540,3 suy ra r_2 = 23,23 mm tương ứng R = 0,0001.

Kết quả: Bán kính thanh là r = 29,25 mm tương ứng với xác suất không hỏng R = 0,9999.

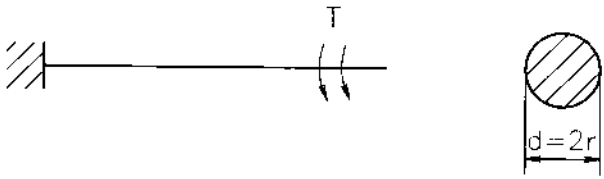


Hình 7.7

Do ứng suất tính toán xác định bằng tích các đại lượng ngẫu nhiên, cho nên ta có thể sử dụng các công thức (7.16, 7.17, 7.18) để giải bài toán thiết kế.

7.5 TÍNH TOÁN THANH CHỊU XOẮN

Một thanh tiết diện tròn bán kính r một đầu được giữ chặt, một đầu chịu tác dụng mômen xoắn T. Biết rằng mômen xoắn T, bán kính r và ứng suất cắt giới hạn τ_c là đại lượng ngẫu nhiên.



Hình 7.8 Thanh chịu xoắn

Khi thanh chịu xoắn, ứng suất xoắn được xác định theo công thức:

$$\tau = \frac{T}{W_0} = \frac{16T}{\pi d^3} = \frac{2T}{\pi r^3} \qquad (7.32)$$

trong đó: T là momen xoắn, W_0 là mômen cản xoắn.

Từ công thức (7.32) ta xác định giá trị trung bình và sai lệch bình phương trung bình theo công thức sau:

$$\bar{\tau} = \frac{2\bar{T}}{\pi \bar{r}^3} \qquad (7.33)$$

$$S_\tau^2 = \left(\frac{\partial\tau}{\partial T}\right)^2 S_T^2 + \left(\frac{\partial\tau}{\partial r}\right)^2 S_r^2$$

$$S_\tau^2 = \left(\frac{2}{\pi \bar{r}^3}\right)^2 S_T^2 + \left(\frac{6\bar{T}}{\pi \bar{r}^4}\right)^2 S_r^2 \qquad (7.34)$$

Thay các giá trị $\bar{\tau}$ và S_τ vào công thức (7.17):

$$z_1 = -\frac{\bar{\tau}_c - \bar{\tau}}{\sqrt{S_{\tau c}^2 + S_\tau^2}}$$

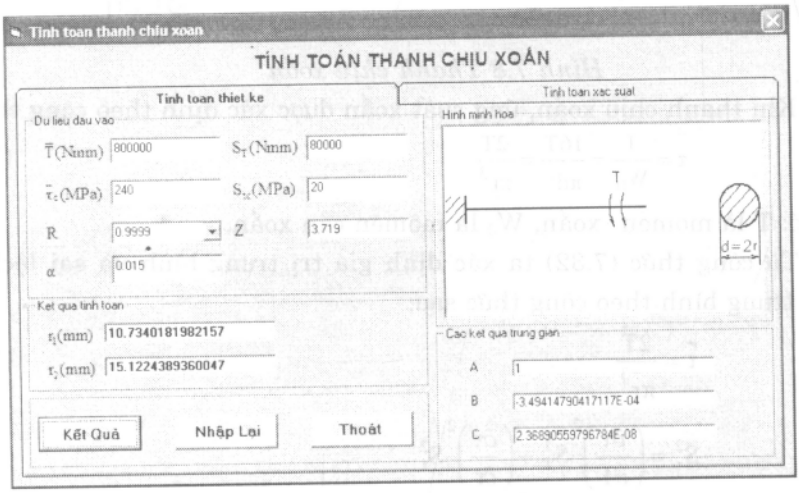
Ví dụ với các số liệu đầu vào: $\bar{T}$ = 800000 Nmm; S_T= 80000 Nmm. Xác định bán kính dầm tại tiết diện nguy hiểm với xác suất làm việc không hỏng R = 0,9999. Biết rằng bán kính R là đại lượng ngẫu nhiên với $3S_r = \alpha \bar{r}$ và α = 0,015, ứng suất cắt giới hạn có giá trị trung bình $\bar{\tau}_c = 240$ MPa và sai lệch bình phương trung bình $S_{\tau c} = 20$ MPa . Ta có:

$$-3{,}09 = -\frac{240 - 2.\dfrac{800000}{\pi \bar{r}^3}}{\sqrt{(20)^2 + \left(\dfrac{2.80000}{\pi \bar{r}^3}\right)^2 (1 + 100\alpha^2)}}$$

Khi α = 0,015 vào phương trình trên và sau khi rút gọn ta có:

$$\bar{r}^6 - 3{,}494148\bar{r}^3 + 2{,}3689 = 0$$

Giải phương trình này ta thu được hai nghiệm: $\bar{r}_1 = 15{,}12\,\text{mm}$ và $\bar{r}_2 = 10{,}734\,\text{mm}$ (hình 7.9). Ta chọn giá trị $\bar{r}_1 = 15{,}12\,\text{mm}$ tương ứng với xác suất làm việc không hỏng là R = 0,9999.



Hình 7.9 Thanh chịu xoắn

7.5.1 Phụ thuộc kích thước vào sai lệch bình phương bán kính

Nếu thay đổi giá trị α thì $\bar{r}_1$ sẽ thay đổi theo bảng 7.4.

Bảng 7.4 Phụ thuộc R vào α

α	0,001	0,010	0,020	0,050	0,100
Bán kính $\bar{r}_1$, mm	14,68	14,69	14,70	14,78	15,03

7.5.2 Phụ thuộc kích thước vào độ phân tán vật liệu

Khi ta thay đổi sai lệch bình phương trung bình giới hạn bền cắt, thì kích thước bán kính thay đổi theo bảng 7.5.

Bảng 7.5 Phụ thuộc bán kính vào độ phân tán cơ tính vật liệu

Sai lệch S_T, MPa	Bán kính $\bar{r}_l$, mm	Sai lệch S_T, MPa	Bán kính $\bar{r}_l$, mm
0	14,07	30	15,46
5	14,11	35	15,97
10	14,23	40	16,59
15	14,48	45	17.34
20	14,70	50	18,29
25	15,04	55	19.50

7.5.3 Phụ thuộc kích thước vào độ phân tán mômen xoắn

Nếu ta thay đổi giá trị sai lệch bình phương trung bình tải trọng S_T thì xác suất làm việc không hỏng sẽ thay đổi theo bảng 7.6.

Bảng 7.6 Phụ thuộc bán kính vào độ phân tán mômen xoắn

Sai lệch S_T, MPa	Bán kính $\bar{r}_l$, mm	Sai lệch S_T, MPa	Bán kính $\bar{r}_l$, mm
0	14,21	100000	14,90
20000	14,24	150000	15,43
40000	14, 35	200000	15,97
60000	14,51	250000	16,48
80000	14,70	300000	17.34

7.6 TÍNH TOÁN DẦM CHỮ I CHỊU UỐN

Ta khảo sát dầm có các gối tựa tại các điểm A và B như hình 7.10. Khối lượng dầm không đáng kể. Tải trọng F, chiều dài dầm l và khoảng cách a từ điểm đặt lực đến điểm cuối A là các đại lượng ngẫu nhiên. Xác định kích thước của dầm với xác suất làm việc không hỏng là R.

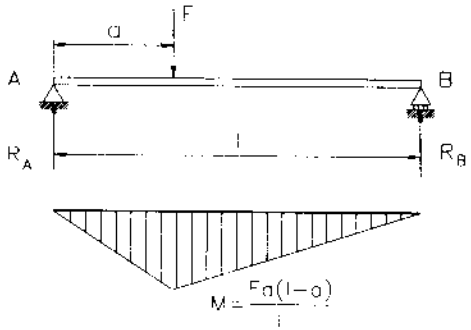
Mômen uốn lớn nhất:

$$M = \frac{Fa(l-a)}{l} \qquad (7.35)$$

Ứng suất lớn nhất sinh ta trên mặt cắt ngang dầm chữ I tại phần trên và phần dưới cùng của dầm và được xác định theo công thức:

$$\sigma = \frac{Mc}{I} = \frac{M}{W} \qquad (7.36)$$

trong đó: σ - ứng suất sinh ra trong dầm; M – moment uốn; c – khoảng cách từ đường trung hòa đến thớ ngoài cùng; I – moment quán tính mặt cắt ngang của dầm đối với đường trung hòa.



Hình 7.10 Dầm chịu uốn

Từ công thức (7.35) ta xác định giá trị trung bình moment uốn $\overline{M}$ và sai lệch bình phương trung bình S_M theo công thức:

$$\overline{M} = \frac{\overline{F}\,\overline{a}(\overline{l} - \overline{a})}{\overline{l}}$$

$$S_M = \sqrt{\frac{\overline{a}^2(\overline{l} - \overline{a})^2}{\overline{l}^2} S_F^2 + \frac{\overline{F}^2(\overline{l} - 2\overline{a})^2}{\overline{l}^2} S_a^2 + \frac{\overline{F}^2\overline{a}^4}{\overline{l}^4} S_l^2}$$

a) Biên dạng thép chữ I

Đối với biên dạng Wx8x67 (hình 7.11) ta có:

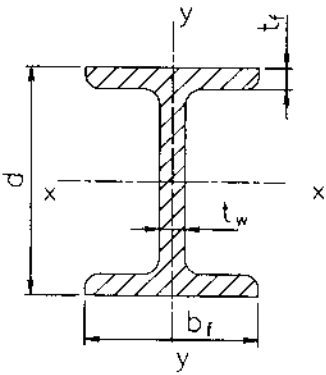
$$\frac{b_f}{t_f} = 8.88; \quad \frac{d}{t_w} = 15.7; \quad \frac{b_f}{d} = 0.92$$

$t_w = 0{,}06369d$; $b_f = 0{,}92d$; $t_f = 0{,}1036d$.

Do đó:

$$\overline{W} = \frac{I}{c} = \frac{b_f d^3 - (b_f - t_w)(d - 2t_f)^3}{6d} = 0{,}0822d^3$$

Giả sử rằng sai lệch bình phương trung bình của kích thước d là $S_d = 0{,}01\,\overline{d}$, khi đó: $\overline{W} = 0{,}0822\overline{d}^3$ và $S_W = 0{,}002466\,\overline{d}^3$.



Hình 7.11 Mặt cắt ngang của thép chữ I

Giả sử các số liệu ban đầu: $\overline{F} = 40000N$, $S_F = 4000$ N; $l = 3000 \pm 90$ mm, tức là $\overline{l} = 3000$ mm, $S_l = 30$ mm; $a = 1000 \pm 30$ mm, tức là $\overline{a} = 1000$ mm, $S_a = 10$ mm.

Xác định kích thước của dầm với xác suất làm việc không hỏng là R = 0,999. Biết rằng dầm được chế thạo từ thép định hình có giới hạn bền $\overline{\sigma}_b = 890$ MPa và $S_{\sigma b} = 89$ MPa.

Theo công thức (7.36) ta có:

$$\overline{\sigma} = \frac{\overline{M}}{\overline{W}} = \frac{32947201{,}1946}{\overline{d}^3} \text{ MPa}$$

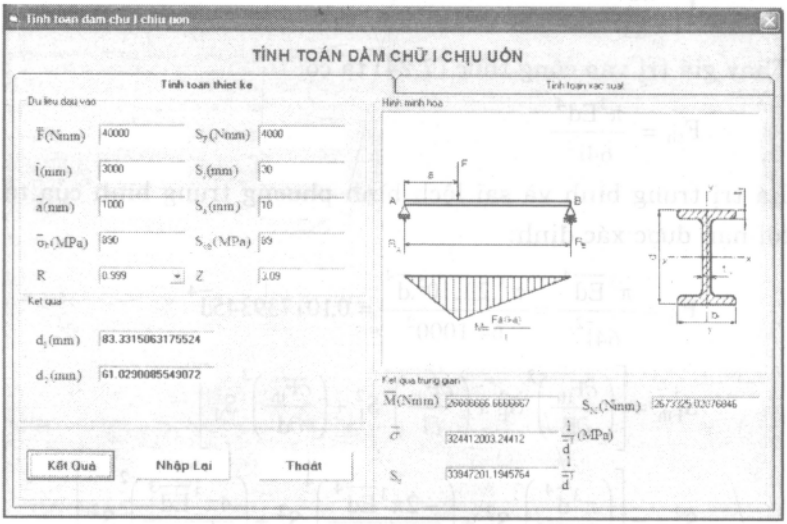
$$S_\sigma = \sqrt{\frac{1^2}{\overline{W}^2} S_M^2 + \left(\frac{-\overline{M}}{\overline{W}^2}\right)^2 S_W^2} = \frac{33947201{,}1946}{\overline{d}^3}$$

Tương ứng với xác suất làm việc không hỏng R = 0,999 ta có $z_1 = -3{,}09$. Từ phương trình:

$$z_1 = -\frac{\overline{\sigma}_b - \overline{\sigma}}{\sqrt{S_{\sigma b}^2 + S_\sigma^2}}$$

Suy ra:

$$-3{,}09 = \frac{-890 + \dfrac{324412003{,}244}{\overline{d}^3}}{\sqrt{\left(\dfrac{33947201{,}1946}{\overline{d}^3}\right)^2 + (89)^2}}$$



Hình 7.12

Đặt $t = \frac{10^6}{d^3}$, sau khi đơn giản và giải phương trình ta thu được d_1 = 83,33mm và d_2 = 61,03 mm (hình 7.12). Ta chọn d = 83,33 mm tương ứng với xác suất không hỏng R = 0,999.

7.7 TÍNH TOÁN THANH UỐN DỌC

Một thanh truyền có chiều dài l và đường kính d chịu nén bởi lực F. Tải trọng uốn dọc tới hạn F_{th} xác định theo công thức:

$$F_{th} = \frac{\pi^2 EI}{l^2} \qquad (7.37)$$

trong đó: E là môđun đàn hồi; I – mômen quán tính mặt cắt ngang.

Tính toán đường kính thanh với xác suất làm việc không hỏng R = 0,999. Sai lệch bình phương trung bình đường kính: $S_d = \alpha\bar{d} = 0{,}01\bar{d}$. Điểm phân vị trong trường hợp này sẽ xác định theo công thức:

$$z_1 = -\frac{\bar{F}_{th} - \bar{F}}{\sqrt{S_{Fth}^2 + S_F^2}} \qquad (7.38)$$

trong đó: $\bar{F}_{th}$, S_{Fth} là giá trị trung bình và sai lệch bình phương trung bình của tải trọng uốn dọc tới hạn; $\bar{F}$, S_F là giá trị trung bình và sai lệch bình phương trung bình của lực nén.

Vì thanh có tiết diện tròn, do đó:

$$I = \frac{\pi d^4}{64}$$

Thay giá trị vào công thức (7.24) ta có:

$$F_{th} = \frac{\pi^3 E d^4}{64 l^2}$$

Giá trị trung bình và sai lệch bình phương trung bình của tải trọng uốn dọc tới hạn được xác định:

$$\bar{F}_{th} = \frac{\pi^3 \bar{E}\bar{d}^4}{64\bar{l}^2} = \frac{\pi^3 .2{,}1.10^5.\bar{d}^4}{64.1000^2} = 0.101739345\bar{d}^4$$

$$S_{Fth}^2 = \left[\left(\frac{\partial F_{th}}{\partial E}\right)^2 S_E^2 + \left(\frac{\partial F_{th}}{\partial l}\right)^2 S_l^2 + \left(\frac{\partial F_{th}}{\partial d}\right)^2 S_d^2\right]$$

$$S_{Fth}^2 = \left[\left(\frac{\pi^3 \bar{d}^4}{64\bar{l}^2}\right)^2 S_E^2 + \left(\frac{-2\pi^3 \bar{E}\bar{d}^4}{64\bar{l}^3}\right)^2 S_l^2 + \left(\frac{4\pi^3 \bar{E}\bar{d}^3}{64\bar{l}^2}\right)^2 S_d^2\right]$$

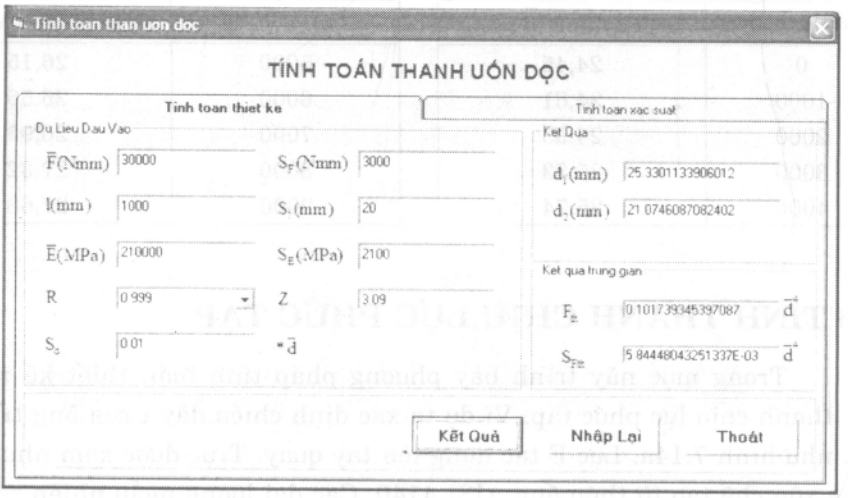
Nếu thay thế các đại lượng ngẫu nhiên trong bảng 7.7 ta thu được:

Bảng 7.7

Đại lượng	Giá trị trung bình	Sai lệch bình phương trung bình
Lực nén F, N	30000	3000
Chiều dài thanh l, mm	1000	20
Môđun đàn hồi E, MPa	$2{,}1.10^5$	$2{,}1.10^3$

$$S_{Fth}^2 = \left[\left(\frac{\pi^3\bar{d}^4}{64.1000^2}\right)^2 (2{,}1.10^3)^2 + \left(\frac{-2\pi^3.2{,}1.10^5\bar{d}^4}{64.1000^3}\right)^2 20^2 + \left(\frac{4\pi^3.2{,}1.10^5\bar{d}^3}{64.1000^2}\right)^2 .0{,}01^2\bar{d}^2\right]$$

$$S_{Fth}^2 = \frac{(2{,}1.10^5)^2\pi^6\bar{d}^8}{(64.1000^2)^2}\left[\left(\frac{1}{1}\right)^2 10^{-4} + \left(\frac{-2}{1000}\right)^2 20^2 + \left(\frac{4}{1}\right)^2 0{,}01^2\right]$$



Hình 7.13

Rút gọn ta thu được $S_{Fth} = 0{,}0058444804325\,1\bar{d}^4$.

Thay thế các giá trị vừa xác định vào phương trình (7.38) với z_1 = -3,095 tương ứng R =0,999 ta có:

$$-3{,}09 = -\frac{0{,}101739345\bar{d}^4 - 30000}{\sqrt{0{,}0058444804325^2\bar{d}^8 + 1000^2}}$$

Giải phương trình theo $\bar{d}$ ta tìm được hai nghiệm: $\bar{d}_1$ = 25,33 mm tương ứng R = 0,999 và $\bar{d}_2$ = 21,74 mm tương ứng R = 0,001.

7.7.1 Phụ thuộc kích thước vào dung sai đường kính

Nếu thay đổi giá trị sai lệch bình phương trung bình đường kính $S_d = \alpha\bar{d}$ thì đường kính $\bar{d}$ sẽ thay đổi theo bảng 7.8.

Bảng 7.8 Phụ thuộc $\bar{d}$ vào α

α	0,001	0,010	0,020	0,030	0,040	0,050
Đường kính $\bar{d}$	25,13	25,33	25,89	26,82	28,15	30,10

7.7.2 Phụ thuộc kích thước vào độ phân tán tải trọng

Khi ta thay đổi sai lệch bình phương trung bình tải trọng thì kích thước đường kính thay đổi theo bảng 7.9.

Bảng 7.9 Phụ thuộc đường vào độ phân tán tải trọng

Sai lệch S_F	Đường kính $\bar{d}$, mm	Sai lệch S_F	Đường kính $\bar{d}$, mm
0	24,45	5000	26,15
1000	24,61	6000	26,56
2000	24,93	7000	26,95
3000	25,33	8000	27,32
4000	25,74	9000	27,68

7.8 TÍNH THANH CHỊU LỰC PHỨC TẠP

Trong mục này trình bày phương pháp tính toán thiết kế xác suất khi thanh chịu lực phức tạp. Ví dụ ta xác định chiều dày t của ống trong kết cấu như hình 7.14a. Lực F tác dụng lên tay quay. Trục được xem như là dầm công xôn chế tạo từ thép ống AISI 4140. Các đại lượng ngẫu nhiên trong bài toán đều phân phối theo qui luật chuẩn. Giá trị trung bình và sai lệch bình phương trung bình của các đại lượng ngẫu nhiên $(\bar{x}, S_X)$ theo bảng 7.10.

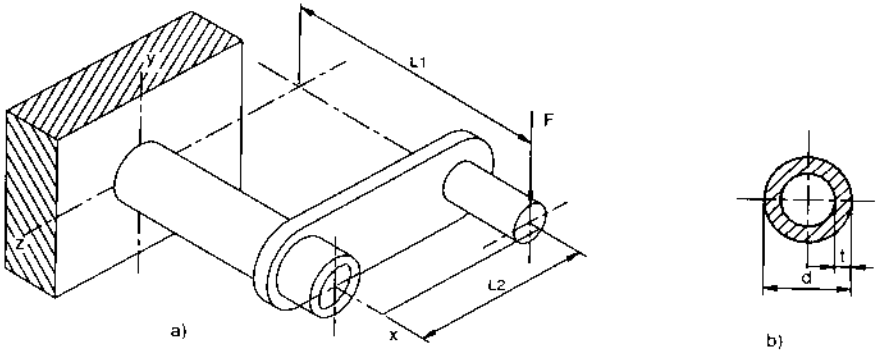
Bảng 7.10

Đại lượng	Giá trị trung bình	Sai lệch bình phương trung bình
Lực F, N	3000	300
Giới hạn chảy σ_{ch}, MPa	600	60
Khoảng cách L_1, mm	250	4
Khoảng cách L_2, mm	200	2

Sai lệch bình phương trung bình đường kính trục $S_d = 0{,}015\bar{d}$. Xác định kích thước trục rỗng để xác suất làm việc không hỏng R = 0,999.

Để trục rỗng không bị uốn dọc thì giữa đường kính d và chiều dày t có sự liên hệ $d/t \le 100$. Ta chọn t = d/10. Mômen cản uốn mặt cắt ngang:

$$W = \frac{\pi d^3}{32}\left(1 - \frac{(d-2t)^4}{d^4}\right) = \frac{\pi d^3}{32}\left(1 - \left(1 - \frac{2t}{d}\right)^4\right) = 0{,}05796d^3 = kd^3 \qquad (7.39)$$



Hình 7.14

Mômen cản xoắn:

$$W_0 = 2W = 2kd^3 \tag{7.40}$$

Ứng suất lớn nhất sinh ra tại vị trí đường kính vòng ngoài của trục rỗng và tại vị trí liên kết với tường. Ứng suất uốn σ và xoắn τ có giá trị lớn nhất tại vùng này. Ứng suất tương đương σ_{td} theo thuyết bền 4 có dạng sau:

$$\sigma_{td} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \tag{7.41}$$

Tuy nhiên:

$$\sigma = \frac{M}{W} = \frac{FL_1}{kd^3} \tag{7.42}$$

$$\tau = \frac{T}{W_0} = \frac{FL_2}{2kd^3} \tag{7.43}$$

Do đó, mômen lớn nhất tại vị trí đặt lực:

$$\sigma_{td} = \frac{F}{4kd^3}\sqrt{4L_1^2 + 3L_2^2} \tag{7.44}$$

a) Tính theo phương pháp thông thường

Tương ứng với hệ số an toàn n = 1 ta có:

$$d = \sqrt[3]{\frac{\overline{F}}{4k\sigma_{ch}}\sqrt{4\overline{L}_1^2 + 3\overline{L}_2^2}} = 19{,}04 \text{ mm}$$

b) Tính theo phương pháp xác suất

Giá trị trung bình ứng suất tương đương:

$$\overline{\sigma}_{td} = \frac{\overline{F}}{4k\overline{d}^3}\sqrt{4\overline{L}_1^2 + 3\overline{L}_2^2} = \frac{3000}{4.0{,}05786.\overline{d}^3}\sqrt{4.250^2 + 3.200^2} = \frac{7871069{,}5}{\overline{d}^3}$$

Sai lệch bình phương trung bình của ứng suất:

$$S_{\sigma v}^2 = \left(\frac{\partial\sigma_v}{\partial F}\right)^2 S_F^2 + \left(\frac{\partial\sigma_v}{\partial d}\right)^2 S_d^2 + \left(\frac{\partial\sigma_v}{\partial S_{L_1}^2}\right)^2 S_{L_1}^2 + \left(\frac{\partial\sigma_v}{\partial S_{L_2}^2}\right)^2 S_{L_2}^2 \tag{7.45}$$

Bởi vì:

$$\frac{\partial\sigma_v}{\partial F}=\frac{1}{4kd^3}\sqrt{4L_1^2+3L_2^2}=\frac{1}{4.0,05796.\overline{d}^3}\sqrt{4.250^2+3.200^2}=\frac{2623,7}{\overline{d}^3}$$

$$\frac{\partial\sigma_v}{\partial d}=\frac{-3F}{4kd^4}\sqrt{4L_1^2+3L_2^2}=\frac{-3.3000}{4.0,05796.\overline{d}^4}\sqrt{4.250^2+3.200^2}=\frac{23613208,58}{\overline{d}^4}$$

$$\frac{\partial\sigma_v}{\partial L_1}=\frac{FL_1}{kd^3\sqrt{4L_1^2+3L_2^2}}=\frac{3000.250}{0,05796.\overline{d}^3\sqrt{4.250^2+3.200^2}}=\frac{21273,16}{\overline{d}^3}$$

$$\frac{\partial\sigma_v}{\partial L_2}=\frac{3FL_2}{4kd^3\sqrt{4L_1^2+3L_2^2}}=\frac{3.3000.200}{4.0,05796.\overline{d}^3\sqrt{4.250^2+3.200^2}}=\frac{12763,9}{\overline{d}^3}$$

Cho nên:

$$S_{\sigma v}=\sqrt{\left(\frac{2623,7}{\overline{d}^3}\right)^2.300^2+\left(\frac{2361320,58}{\overline{d}^4}\right)^2.0.015^2\overline{d}^2+\left(\frac{21273,16}{\overline{d}^3}\right)^2.4^2+\left(\frac{12763,9}{\overline{d}^3}\right)^2.2^2}$$

$$=\frac{867692,9}{\overline{d}^3}$$

Từ đây các giá trị trung bình và sai lệch bình phương trung bình của ứng suất tương đương và giới hạn chảy: $\overline{\sigma}_{ch}=600$ MPa; $S_{\sigma ch}$= 60 MPa; $\overline{\sigma}_v=\frac{7871069,5}{\overline{d}^3}$ và $S_{\sigma v}=\frac{867692,9}{\overline{d}^3}$. Tương ứng với xác suất làm việc không hỏng R=0,999 ta có z_1 = -3,09. Ta xác định điểm phân vị theo công thức:

$$z_1=-\frac{\overline{\sigma}_{ch}-\overline{\sigma}_v}{\sqrt{S_{\sigma_{ch}}^2+S_{\sigma_v}^2}}=-\frac{600-\frac{7871069,5}{\overline{d}^3}}{\sqrt{60^2+\left(\frac{867692,9}{\overline{d}^3}\right)^2}}=-3,09$$

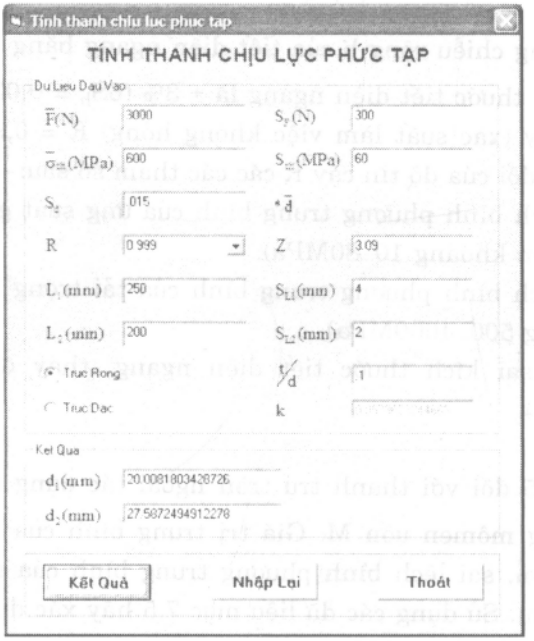
Đặt $x=\frac{1}{\overline{d}^3}$ và rút gọn phương trình trên ta thu được phương trình bậc 2 với biến số x như sau:

$$x^2-1,296096805.10^{-3}x+5,946371153.10^{-8}=0$$

Giải phương trình này ta thu được hai nghiệm x_1 = 0,000124846744 tương ứng d_1 = 20,01 mm và x_2 = 0,00004762936511 tương ứng d_2 = 27,59 mm (hình 7.15).

Nghiệm d_1 tương ứng xác suất không hỏng R = 0,001 và d_2 = 27,59 tương ứng với xác suất không hỏng R = 0,999. Do đó ta chọn d = 27,59 mm, từ đây suy ra t = 2,76 mm.

Bài toán trên nếu ta chọn trục đặc thì d = 20,73 mm.



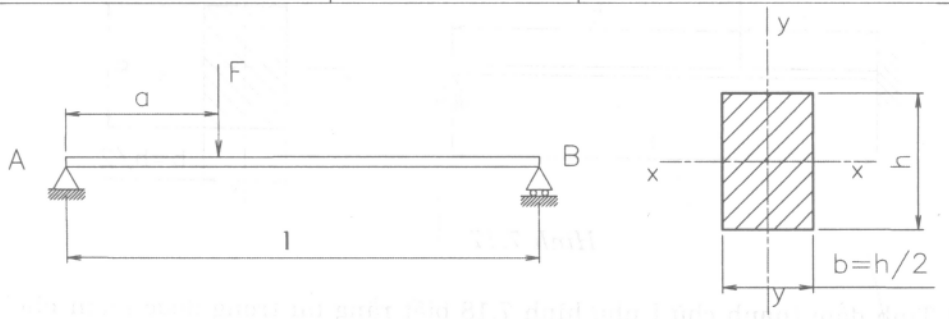
Hình 7.15

7.9 BÀI TẬP

7.1 Thanh có tiết diện ngang hình chữ nhật chịu tác dụng lực F và được đỡ bởi các giá tựa như hình 7.16. Lực tác dụng F, chiều dài thanh l và khoảng cách a là các đại lượng ngẫu nhiên có giá trị trong bảng 7.11.

Bảng 7.11

Đại lượng	Giá trị trung bình	Sai lệch bình phương trung bình
Lực tác dụng F, N	30000	2000
Chiều dài thanh l, mm	3000	10
Vị trí đặt lực a, mm	2000	10
Ứng suất giới hạn σ_b, MPa	400	20



Hình 7.16

Giả sử rằng chiều rộng b của tiết diện ngang bằng ½ chiều cao h và dung sai kích thước tiết diện ngang là ± 3% ($6S_h = 0{,}03\,\overline{h}$). Tính b và h với độ tin cậy (xác suất làm việc không hỏng) R = 0,9999. Sau đó xác định sự thay đổi của độ tin cậy R các các tham số sau:

a) Sai lệch bình phương trung bình của ứng suất giới hạn $S_{\sigma b}$ (thay đổi trên khoảng 10...80MPa).

b) Sai lệch bình phương trung bình của tải trọng S_F (thay đổi trên khoảng 500...4000MPa).

c) Dung sai kích thước tiết diện ngang (thay đổi trong khoảng 1...10%).

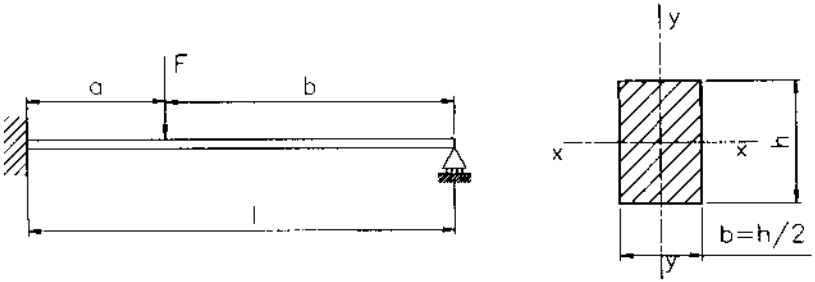
7.2 Trong mục 7.5 đối với thanh trụ tròn ngoài tác dụng mômen xoắn còn chịu tác dụng mômen uốn M. Giá trị trung bình của mômen uốn $\overline{M}$ = 3390000 Nmm, sai lệch bình phương trung bình của mômen uốn S_M = 2260000 Nmm. Sử dụng các dữ liệu mục 7.5 hãy xác định bán kính trục với xác suất hỏng R = 0,999.

7.3 Tính toán kích thước dầm được đỡ bởi gối đỡ như hình 7.17 với xác suất làm việc không hỏng R =0,999. Các đại lượng cho trước trong bảng 7.12.

Bảng 7.12

Đại lượng	Giá trị trung bình	Sai lệch bình phương trung bình
Lực tác dụng F, N	20000	2000
Chiều dài thanh l, mm	5000	200
Vị trí đặt lực a, mm	3000	300
Ứng suất giới hạn σ_b, MPa	500	30

Giả sử rằng chiều rộng b của tiết diện ngang bằng ½ chiều cao h và dung sai kích thước tiết diện ngang là ± 3% ($6S_h = 0{,}03\,\overline{h}$).

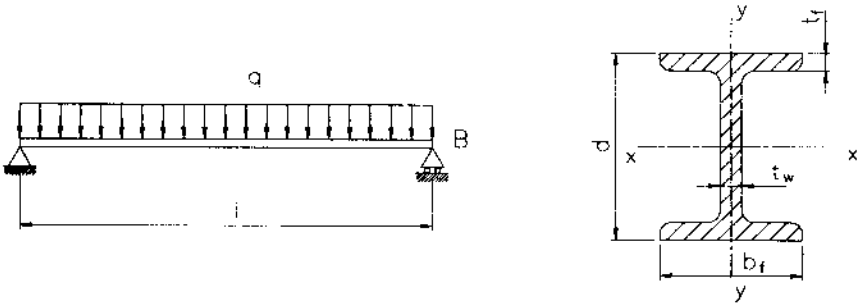


Hình 7.17

7.4 Tính dầm thanh chữ I như hình 7.18 biết rằng tải trọng được phân phối đều với $\overline{q}$ = 584 N/m và S_q = 29,2 N/m. Các dữ liệu cho trong bảng 7.13.

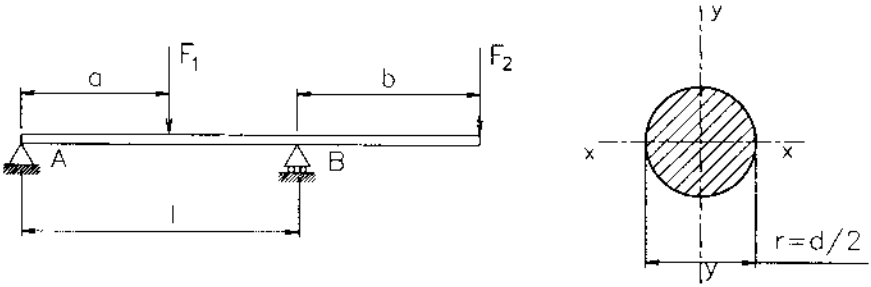
Bảng 7.13

Đại lượng	Giá trị trung bình	Sai lệch bình phương trung bình
Lực tác dụng F, N	32000	3200
Chiều dài thanh l, mm	3000	20
Ứng suất giới hạn σ_b, MPa	900	90



Hình 7.18

7.5 Tính toán thiết kế trục chịu tác dụng các lực F_1 và F_2 và được đỡ bởi các ổ A và B như hình 7.19. Xác suất làm việc không hỏng R = 0,99. Bán kính r là đại lượng ngẫu nhiên phân phối theo qui luật chuẩn với sai lệch bình phương trung bình $S_r = 0{,}01\,\bar{r}$.



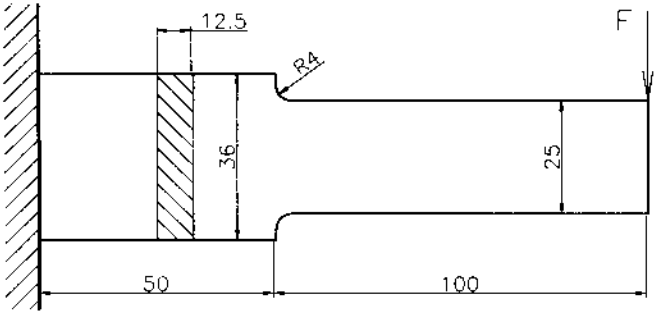
Hình 7.19

Các đại lượng F_1, F_2, a, b, l và σ_b phân phối theo qui luật chuẩn và các giá trị trung bình và sai lệch bình phương trung bình cho trong bảng 7.14.

Bảng 7.14

Đại lượng	Giá trị trung bình	Sai lệch bình phương trung bình
Lực tác dụng F_1, N	6000	500
Lực tác dụng F_2, N	12000	1200
Đoạn công xôn b, mm	800	10
Vị trí đặt lực a, mm	500	5
Khoảng cách l, mm	1600	15
Ứng suất giới hạn σ_b, MPa	800	50

7.6 Dầm công xôn có kết cấu như hình 7.20 chịu tác dụng của tải trọng F=N(10000, 1000)N. Dầm công xôn được chế tạo từ thép AISI 1040 và nhiệt luyện với giá trị trung bình giới hạn bền kéo σ_{bk} = N(568, 58,6) MPa. Tìm hệ số an toàn.



Hình 7.20

CHƯƠNG 8

CƠ SỞ PHÂN TÍCH VÀ THIẾT KẾ CHI TIẾT MÁY THEO ĐỘ TIN CẬY

Các chi tiết cơ khí được gọi là an toàn và đáng tin cậy khi giá trị giới hạn theo chỉ tiêu tính (độ bền, cứng, bền mòn...) vượt quá giá trị tính toán. Do đó, để phân tích và thiết kế trên cơ sở độ tin cậy các chi tiết máy đòi hỏi các hiểu biết về bản chất ngẫu nhiên của độ bền S (hoặc độ cứng, độ bền mòn...) và ứng suất L (hoặc độ võng, lượng mòn...) dựa theo các dạng hỏng chi tiết máy và kết cấu.

Theo cơ sở tính toán độ tin cậy đã trình bày trong các chương trước và các số liệu trong các tài liệu chi tiết máy [32, 51, 53], trong chương này chúng tôi giới thiệu cơ sở tính toán thiết kế và phân tích các chi tiết máy theo độ tin cậy. Cần chú ý rằng trong nhiều chi tiết khi phân tích và thiết kế theo độ tin cậy chúng tôi xác định theo hệ số an toàn trung bình $\bar{n}$.

8.1 ĐỘ TIN CẬY BỘ TRUYỀN BÁNH MA SÁT

Đối với bộ truyền bánh ma sát với lực ép không đổi. Để bộ truyền làm việc được phải thỏa điều kiện không trượt trơn:

$$R = P(F_{ms}=F_n f > F) \tag{8.1}$$

trong đó: F_n - lực ép con lăn (giả sử là đơn định); $\bar{f}, \bar{F}$ - giá trị trung bình hệ số ma sát f và lực vòng có ích F tại điểm giữa vùng tiếp xúc.

Điểm phân vị phân phối chuẩn:

$$z_1 = -\frac{F_n\bar{f} - \bar{F}}{\sqrt{S_f^2 + S_F^2}} = -\frac{\bar{n} - 1}{\sqrt{\bar{n}^2 v_f^2 + v_F^2}} \tag{8.2}$$

trong đó: $\bar{n} = \frac{F_n\bar{f}}{\bar{F}}$ - hệ số an toàn trung bình; S_f, S_F, v_f, v_F - tương ứng sai lệch bình phương trung bình và hệ số biến phân của hệ số ma sát và tải trọng ngoài.

Đối với bộ truyền bánh ma sát với lực ép F_n điều chỉnh được, khi đó lực ép F_n tỉ lệ với lực vòng có ích F và hệ số tỉ lệ c ($F_n = cF$).

Xác suất không trượt trơn:

$$R = P[(cFf-F)>0] \tag{8.3}$$

Hoặc $R = P[F(cf-1)>0]$

Điểm phân vị phân phối chuẩn:

$$z_1 = -\frac{\overline{F}(c\overline{f}-1)}{\sqrt{S_1^2+S_2^2}} \qquad (8.4)$$

trong đó: $S_1 = \left(\frac{\partial\varphi}{\partial F}\right)_m S_F = (c\overline{f}-1)\overline{F}v_F$ và $S_2 = \left(\frac{\partial\varphi}{\partial f}\right)_m S_f = c\overline{F}\overline{f}v_f$.

8.2 ĐỘ TIN CẬY BỘ TRUYỀN ĐAI

Ứng suất tính toán lớn nhất (bao gồm ứng suất kéo và uốn) sinh ra trong đai tại vị trí dây đai bắt đầu tiếp xúc với bánh dẫn:

$$\sigma = \frac{F}{A}\frac{e^{f\alpha}}{e^{f\alpha}-1} + \sigma_v + \sigma_u \qquad (8.5)$$

trong đó: F - lực vòng cần truyền; A - tiết diện ngang dây đai; σ_u - ứng suất uốn trong đai trên bánh đai nhỏ; σ_v - ứng suất do lực ly tâm gây nên; α - là góc trượt, giá trị lớn nhất của chúng bằng góc ôm đai $\alpha_{max} = \alpha_1$; f – hệ số ma sát giữa đai và bánh đai, đối với đai thang là hệ số ma sát qui đổi f' = f/sin(γ/2) với γ là góc chêm đai.

Giá trị trung bình và sai lệch bình phương trung bình ứng suất:

$$\overline{\sigma} = \frac{\overline{F}}{A}\frac{e^{\overline{f}\alpha}}{e^{\overline{f}\alpha}-1} + \overline{\sigma}_v + \overline{\sigma}_u \qquad (8.6)$$

$$S_\sigma = \sqrt{\left(\frac{\partial\sigma}{\partial f}\right)^2_{m_f} S_f^2 + \left(\frac{\partial\sigma}{\partial f}\right)^2_{m_F} S_F^2 + \left(\frac{\partial\sigma}{\partial\sigma_u}\right)^2_{m_{\sigma_u}} S^2_{\sigma_u} + \left(\frac{\partial\sigma}{\partial\sigma_v}\right)^2_{m_{\sigma_v}} S^2_{\sigma_v}} \qquad (8.7)$$

trong đó: S_f, S_F, $S_{\sigma a2}$ và $S_{\sigma v}$ - sai lệch bình phương trung bình hệ số ma sát f, lực vòng F, ứng suất uốn và ứng suất do lực căng phụ gây nên.

Ta xác định giới hạn mỏi σ_{lim} từ phương trình đường cong mỏi:

$$\sigma_{lim} = \sigma_{lim_0}\sqrt[m]{\frac{N_0}{N}} \qquad (8.8)$$

trong đó: σ_{lim_0} - giới hạn mỏi, tương ứng số vòng làm việc cơ sở N_0; N - tổng số vòng làm việc của đai; m - chỉ số mũ.

Giá trị trung bình và sai lệch bình phương trung bình ứng suất giới hạn theo độ bền:

$$\overline{\sigma}_{lim} = \overline{\sigma}_{lim_0}\sqrt[m]{\frac{N_0}{N}} \text{ và } S_{\sigma lim} = \sqrt{S^2_{\sigma lim0} + S_3^2} \qquad (8.9)$$

trong đó: $S_{\sigma lim0}$ - sai lệch bình phương trung bình của ứng suất giới hạn σ_{lim0} biết được từ kết quả thử nghiệm mỏi các dây đai; $S_3 = \left|\frac{\partial\sigma_{lim}}{\partial m}\right|_m S_m$

$= \bar{\sigma}_{lim} \frac{1}{m^2}\left(\ln\frac{N_0}{N}\right)S_m$ - sai lệch bình phương trung bình, tính đến độ phân tán của chỉ số mũ m.

Điểm phân vị của phân phối chuẩn theo điều kiện bền của dây đai:

$$z_1 = -\frac{\bar{\sigma}_{lim} - \tilde{\sigma}}{\sqrt{S^2_{\sigma lim0} + S_1^2 + S_2^2 + S_3^2}} \qquad (8.10)$$

$$= -\frac{\bar{n} - 1}{\frac{1}{\bar{\sigma}}\sqrt{S^2_{\sigma lim0} + \left(\frac{\bar{F}}{\bar{A}}\frac{\alpha e^{\bar{f}\alpha}S_1}{\left(e^{\bar{f}\alpha}-1\right)^2}\right)^2 + \left(\frac{1}{\bar{A}}\frac{e^{\bar{f}\alpha}S_F}{(e^{\bar{f}\alpha}-1)}\right)^2 + \left(\bar{\sigma}_{lim}\frac{1}{m^2}\left(\ln\frac{N_0}{N}\right)S_m\right)^2 + S^2_{\sigma u} + S^2_{\sigma v}}}$$

8.3 ĐỘ TIN CẬY BỘ TRUYỀN BÁNH RĂNG

Các dạng hỏng chủ yếu bộ truyền bánh răng là tróc rỗ bề mặt răng nếu được bôi trơn tốt và gãy răng do mõi, tương ứng với việc tính toán thiết kế và kiểm nghiệm theo chỉ tiêu bền tiếp xúc và uốn. Do σ_{Hlim}, σ_F, σ_{Flim} và σ_F là tích của các đại lượng ngẫu nhiên, nên theo công thức (7.16) ta dễ dàng xác định được hệ số biến phân của chúng.

8.3.1 Tính toán theo độ bền tiếp xúc

Xác suất làm việc không hỏng R_H theo tiêu chuẩn bền tiếp xúc được xác định như là xác suất mà khi đó ứng suất tiếp xúc σ_H tính toán nhỏ hơn giới hạn mỏi tiếp xúc σ_{Hlim} tức là $R_H = P(\sigma_H < \sigma_{Hlim})$.

8.3.1.1 Ứng suất tiếp xúc σ_H

Ứng suất tiếp xúc σ_H được xác định theo công thức sau:

$$\sigma_H = Z_M Z_H Z_\varepsilon \sqrt{\frac{2T(u \pm 1)}{b_w d^2 u} K_A K_{H\beta} K_{H\alpha} K_{HV}} \quad , \text{MPa} \qquad (8.11)$$

trong đó: K_A - hệ số tải trọng ngoài; $K_{H\beta}$ - hệ số phân phối không đều tải trọng theo chiều rộng vành răng; K_{HV} - hệ số tải trọng động; $K_{H\alpha}$- hệ số phân phối không đều tải trọng giữa các răng; d – đường kính vòng chia bánh răng, mm; b_W - chiều rộng vành răng, mm; u - tỉ số truyền; T - mômen xoắn danh nghĩa trên bánh dẫn, Nmm; Z_M hệ số xét đến ảnh hưởng cơ tính vật liệu; Z_ε - hệ số xét đến ảnh hưởng của tổng chiều dài tiếp xúc; Z_H- hệ số xét đến hình dạng của bề mặt tiếp xúc.

Công thức (8.11) được viết lại:

$$\sigma_H = Z_M Z_H Z_\varepsilon \sqrt{\frac{4T}{\psi_{ba} d_w^2 u} K_A K_{H\beta} K_{H\alpha} K_{HV}} \qquad (8.12)$$

với $\psi_{ba} = \frac{b_w}{a_w} = \frac{2b_w}{d(u \pm 1)}$ hệ số chiều rộng vành răng.

Giá trị trung bình của ứng suất tiếp xúc:

$$\bar{\sigma}_H = \bar{Z}_M \bar{Z}_H \bar{Z}_\varepsilon \sqrt{\frac{4\bar{T}}{\bar{\psi}_{ba} \bar{d}_w^3 \bar{u}} \bar{K}_A \bar{K}_{H\beta} \bar{K}_{H\alpha} \bar{K}_{HV}} \qquad (8.13)$$

Công thức xác định hệ số biến phân v_{σ_H}:

$$v_{\sigma_H} = \sqrt{v_{Z_M}^2 + v_{Z_H}^2 + v_{Z_\varepsilon}^2 + \frac{1}{4} v_T^2 + \frac{1}{4} v_{K_A}^2 + \frac{1}{4} v_{K_{H\beta}}^2 + \frac{1}{4} v_{K_{H\alpha}}^2 + \frac{1}{4} v_{K_{HV}}^2 + \frac{9}{4} v_d^2 + + \frac{1}{4} v_u^2 + \frac{1}{4} v_{\psi_{ba}}^2} \qquad (8.14)$$

Sai lệch bình phương trung bình ứng suất tiếp xúc:

$$S_{\sigma_H} = v_{\sigma_H} \bar{\sigma}_H \qquad (8.15)$$

Hệ số Z_M

Hệ số xét đến cơ tính vật liệu: $Z_M = \sqrt{\frac{2E_1E_2}{\pi[E_2(1-\mu_1^2) + E_1(1-\mu_2^2)]}}$

Nếu cặp vật liệu là thép: $Z_M = \sqrt{\frac{E}{\pi(1-\mu^2)}}$, theo bảng 3.2 $\bar{E} = 2{,}079.10^5$ MPa, $v_E = 0{,}01$ và $\bar{\mu} = 0{,}298$ và $v_\mu = 0{,}21$ từ đó suy ra:

$$\bar{Z}_M = \sqrt{\frac{\bar{E}}{\pi(1-\bar{\mu}^2)}} = \sqrt{\frac{2{,}079.10^5}{\pi(1-0{,}298^2)}} = 269{,}49$$

$$S_{Z_M} = \sqrt{\left(\sqrt{\frac{1}{4\pi\bar{E}(1-\bar{\mu}^2)}}\right)^2 S_E^2 + \left(\frac{\bar{\mu}\sqrt{\bar{E}}}{\sqrt{\pi(1-\bar{\mu}^2)^3}}\right)^2 S_\mu^2}$$

$$= \sqrt{\left(\sqrt{\frac{1}{4\pi.2{,}079.10^5(1-0{,}298^2)}}\right)^2 (2{,}079.10^5.0{,}01)^2 + \left(\frac{0{,}298\sqrt{2{,}079.10^5}}{\sqrt{\pi(1-0{,}298^2)^3}}\right)^2 (0{,}298.0{,}21)^2} = 5{,}68$$

Hệ số xét đến ảnh hưởng của tổng chiều dài tiếp xúc Z_ε:

$Z_\varepsilon = \sqrt{\frac{4-\varepsilon_\alpha}{3}}$ với ε_α - hệ số trùng khớp ngang có giá trị từ 1,2÷1,9 khi đó

$\bar{\varepsilon}_\alpha = \frac{1{,}2+1{,}9}{2} = 1{,}55$ và $S_{\varepsilon_\alpha} = \frac{1{,}9-1{,}2}{6} = 0{,}1167$.

Giá trị trung bình và sai lệch bình phương trung bình:

$$\overline{Z}_\varepsilon = \sqrt{\frac{4-\overline{\varepsilon}_\alpha}{3}} = \sqrt{\frac{4-1,55}{3}} = 0,9037$$

$$S_{Z_\varepsilon} = \frac{1}{6\sqrt{4-\overline{\varepsilon}_\alpha}} S_{\varepsilon_\alpha} = \frac{1}{6\sqrt{4-1,55}} 0,1167 = 0,012426$$

Hệ số xét đến hình dạng của bề mặt tiếp xúc Z_H: $Z_H = \sqrt{\frac{2}{\sin 2\alpha_w}}$ với α_w là góc ăn khớp có giá trị trung bình $\overline{\alpha}_W = 20^0$ và hệ số biến phân $v_\alpha = 0,1$.

Khi đó:

$$\overline{Z}_H = \sqrt{\frac{2}{\sin 2\overline{\alpha}_w}} = \sqrt{\frac{2}{\sin 2.20}} = 1,76$$

$$S_{Z_H} = \sqrt{\frac{2\cos 2\overline{\alpha}_w}{(\sin 2\overline{\alpha}_w)^3}} S_{\alpha_w} = \sqrt{\frac{2.\cos 40}{(\sin 40)^3}}\left(\frac{\pi}{180} 20.0,1\right) = 0,0838$$

Hệ số K_A

Theo ISO thì K_A được xem như là một hệ số độc lập và được đánh giá bởi các chuyên gia ngành cơ khí, dựa trên kết quả thực nghiệm và vận hành máy khi giải quyết các bài toán động lực học máy.

Nếu cho trước K_{Amin} và K_{Amax} thì $\overline{K}_A$ và v_{K_A} có thể xác định như sau:

$$\overline{K}_A = \frac{K_{Amax} + K_{Amin}}{2}$$

$$S_{K_A} = \frac{K_{Amax} - K_{Amin}}{6} \qquad (8.16)$$

$$v_{K_A} = \frac{S_{K_A}}{\overline{K}_A} = \frac{K_{A\,max} - K_{A\,min}}{3(K_{A\,max} + K_{A\,min})}$$

Hệ số phân phối tải trọng theo chiều rộng vành răng $K_{H\beta}$:

Hệ số $K_{H\beta}$ được xác định theo công thức sau với miền phân phối $K_{H\beta}$ là $2(K_{H\beta} - 1)$:

$$K_{H\beta} = 1 + \frac{0,4b_w^2 C_{\Sigma t}\gamma}{F_{nm}} K_{Hw} \qquad (8.17)$$

trong đó: b_W - chiều rộng vành răng; $C_{\Sigma t}$ - độ cứng riêng tổng cộng của cặp răng tiếp xúc; $\gamma = \gamma_w + \gamma_\Delta$ - góc xoay tổng cộng của răng với γ_w - góc xoay do biến dạng đàn hồi của tất cả chi tiết như bánh răng, trục, ổ và γ_Δ - góc xoay răng do sai số chế tạo; K_{HW} - hệ số tính đến khả năng chạy rà của

răng; $F_{nm} = \overline{K}_A F^*_{nt}$ - lực vòng tương đương (với F^*_{nt} là lực vòng danh nghĩa).

Sai lệch bình phương trung bình:

$$S_{K_{H\beta}} = \frac{1}{6}\frac{2}{3}\left(\overline{K}_{H\beta} - 1\right) = \frac{1}{9}\left(\overline{K}_{H\beta} - 1\right) \quad (8.18)$$

Từ đây suy ra:

$$v_{K_{H\beta}} = \frac{\left(\overline{K}_{H\beta} - 1\right)}{9\overline{K}_{H\beta}} \quad (8.19)$$

Hệ số K_{HV}

Hệ số K_{HV} xét đến ảnh hưởng tải trọng động của chi tiết vì tỉ lệ với độ phân tán sai số Δ bước răng:

$$K_{HV} = 1 + cX = 1 + c\varphi\sqrt{\Delta} \quad (8.20)$$

trong đó: c - hệ số tỉ lệ thuận với vận tốc vòng, khối lượng qui đổi và tỉ lệ nghịch với tải trọng riêng được truyền; φ - hệ số tính đến ảnh hưởng quá trình chạy rà và tải trọng động đến độ bền mỏi.

Hệ số biến phân v_V của hệ số K_{HV} nhỏ hơn hệ số biến phân v_x của tải trọng động phụ $\frac{\overline{K}_{HV} - 1}{\overline{K}_{HV}}$ lần:

$$v_{K_{HV}} = \frac{\overline{K}_{HV} - 1}{\overline{K}_{HV}} v_x$$

Hệ số v_x được xác định theo biểu thức sau:

$$v_x = \sqrt{v_\varphi^2 + (0{,}5 v_\Delta)^2} \quad (8.21)$$

Khi đó:

$$v_{HV} = \frac{\overline{K}_{HV} - 1}{\overline{K}_{HV}} \sqrt{v_\varphi^2 + (0{,}5 v_\Delta)^2}$$

trong đó v_Δ là hệ số biến phân sai số bước răng Δ và v_φ là hệ số biến phân của φ.

Hệ số biến phân v_φ xác định theo công thức:

$$v_\varphi = \frac{2(\varphi_{max} - \varphi_{min})}{3{,}5(\varphi_{max} + \varphi_{min})} \quad (8.22)$$

Khi độ rắn bề mặt H > 350 HB (φ = 0,75...0,5 và v_φ = 0,114):

$$v_{HV} \approx 0{,}17 \frac{\overline{K}_{HV} - 1}{\overline{K}_{HV}} \quad (8.23)$$

Khi độ rắn bề mặt H ≤ 350 HB (φ = 0,5...0,25 và v_φ = 0,19):

$$v_{HV} \approx 0,23\frac{\overline{K}_{HV}-1}{\overline{K}_{HV}} \qquad (8.24)$$

Hệ số xét đến sự phân phối không đều tải trọng giữa các răng $K_{H\alpha}$

Giá trị trung bình hệ số $\overline{K}_{H\alpha}$ đối với bánh răng trụ răng thẳng cho trong bảng 8.1.

Bảng 8.1

Độ rắn bánh dẫn và bị dẫn	Cấp chính xác				
	5	6	7	8	9
H_1>HB300 và H_2>HB350	$\frac{4-\varepsilon_\alpha}{3}$	0,8	0,9	1	1
$H_1 \le$ HB350 hoặc $H_2 \le$ HB300	$\frac{4-\varepsilon_\alpha}{3}$	$\frac{4-\varepsilon_\alpha}{3}$	0,8	0,9	1

Đối với bánh răng trụ răng nghiêng:

$$\overline{K}_{H\alpha} = \frac{1}{\varepsilon_\alpha}\left[(0,942-0,002v)+(0,058+0,005v)1,4^{n-6}\right] \qquad (8.25)$$

trong đó: n là cấp chính xác; v - vận tốc vòng, m/s; ε_α - hệ số trùng khớp ngang.

Hệ số biến phân được xác định theo công thức:

$$v_{K_{H\alpha}} = \frac{(\overline{K}_{H\alpha}-a_{H\alpha})}{\overline{K}_{H\alpha}}v_\Delta \qquad (8.26)$$

trong đó: $a_{H\alpha}$ - đại lượng giới hạn, phụ thuộc vào hệ số trùng khớp; $b_{H\alpha}$ - hệ số tỉ lệ, phụ thuộc vào tải trọng riêng được truyền, độ cứng, chạy rà răng, hệ số trùng khớp; Δ - sai số bước răng.

Nếu giá trị $K_{H\alpha}$ tính toán lớn hơn 1 thì ta lấy $K_{H\alpha}$ =1, nếu nhỏ hơn $K_{H\alpha min}$ thì ta lấy $K_{H\alpha} = K_{H\alpha min}$.

Nếu $1 \ge K_{H\alpha} \ge K_{H\alpha min}$ thì các hệ số $a_{H\alpha}$ = 0,55 và v_Δ = 0,25.

8.3.1.2 Giới hạn mỏi tiếp xúc σ_{Hlim}

Giới hạn mỏi tiếp xúc σ_{Hlim} được xác định theo công thức:

$$\sigma_{Hlim} = \sigma^0_{Hlim}K_{HL}Z_RZ_VK_LK_{XH} \qquad (8.27)$$

trong đó: Z_R - hệ số ảnh hưởng độ nhám mặt răng; Z_V - hệ số ảnh hưởng vận tốc vòng; K_L - hệ số ảnh hưởng điều kiện bôi trơn; K_{XH} - hệ số ảnh hưởng kích thước răng; K_{HL} - hệ số tuổi thọ; σ^0_{Hlim} - giá trị giới hạn mỏi dài hạn của mẫu thử;

Công thức (8.27) được viết dưới dạng sau:

$$\sigma_{H\lim} = \sigma^0_{H\lim} Z_R Z_V K_L K_{XH} K_{HL} \quad (8.28)$$

Giá trị trung bình giới hạn mỏi tiếp xúc xác định theo công thức:

$$\overline{\sigma}_{H\lim} = \overline{\sigma}^0_{H\lim} \overline{Z}_R \overline{Z}_V \overline{K}_L \overline{K}_{XH} \overline{K}_{HL} \quad (8.29)$$

Mặt khác $\overline{\sigma}^0_{H\lim}$ có thể xác định theo công thức:

$$\overline{\sigma}^0_{H\lim} = K_p\left(a\overline{H} + b\right) \quad (8.30)$$

trong đó: a, b - là các hằng số đối với thép thường hóa hoặc tôi cải thiện a = 2 và b = 70; $\overline{H}$ - giá trị trung bình độ rắn bề mặt răng; K_p - hệ số xét đến mẫu thử.

Nếu độ rắn bề mặt cho giá trị H_{min} và H_{max} thì khi đó:

$$\overline{H} = \frac{H_{max} + H_{min}}{2} \quad (8.31)$$

Hệ số xét đến mẫu thử K_p được xác định theo công thức:

$$K_p = \frac{1}{1 + z_1^* v_{\sigma^0_{H\lim}}} \quad (8.32)$$

trong đó: $v_{\sigma^0_{H\lim}}$ - hệ số biến phân của giới hạn mỏi dài hạn của mẫu; z_1^* - điểm phân vị phân phối chuẩn, phụ thuộc vào xác suất làm việc không hỏng của mẫu thử khi xác định giới hạn mỏi.

Giá trị hệ số biến phân của giới hạn mỏi dài hạn: $v_{\sigma^0_{H\lim}}$ = 0,08 ÷ 0,1 (đối với các răng được tôi bề mặt) và $v_{\sigma^0_{H\lim}}$ = 0,10 ÷ 0,12 (đối với các răng được tăng bền bề mặt).

Giả sử khi thử nghiệm xác suất làm việc không hỏng 0,5 và do đó z_1^* = 0. Nếu xác suất làm việc không hỏng 0,8 ÷ 0,9 thì điểm phân vị z_1^* = - (0,84 ÷ 1,08). Hiện nay nếu tính xác suất làm việc không hỏng là 0,9 và 0,99 thì giá trị z_1^* sẽ bằng -1,28 và - 2,32.

Từ công thức (8.28) suy ra hệ số biến phân giới hạn mỏi tiếp xúc:

$$v_{\sigma_{H\lim}} = \sqrt{v^2_{\sigma^0_{H\lim}} + v^2_{Z_R} + v^2_{Z_V} + v^2_{K_L} + v^2_{K_{XH}} + v^2_{K_{HL}}} \quad (8.33)$$

Sai lệch bình phương trung bình của giới hạn mỏi tiếp xúc:

$$S_{\sigma_{H\lim}} = v_{\sigma_{H\lim}} \overline{\sigma}_{H\lim} \quad (8.34)$$

Khi tính toán thiết kế hệ số biến phân giới hạn mỏi $v_{\sigma_{H\lim}}$ có thể xác định gần đúng theo công thức:

$$v_{\sigma_{H\lim}} = \sqrt{(v^0_{\sigma_{H\lim}})^2 + 0,1^2} \qquad (8.35)$$

Xác suất làm việc không hỏng của bánh răng trụ phụ thuộc vào điểm phân vị z_1 được xác định theo công thức:

$$z_1 = -\frac{\bar{\sigma}_{H\lim} - \bar{\sigma}_H}{\sqrt{S^2_{\sigma_{H\lim}} + S^2_{\sigma_H}}} = -\frac{\bar{n}_H - 1}{\sqrt{\bar{n}^2_H v^2_{\sigma_{H\lim}} + v^2_{\sigma_H}}} \qquad (8.36)$$

Hệ số an toàn n_H theo ứng suất trung bình:

$$\bar{n}_H = \frac{\bar{\sigma}_{H\lim}}{\bar{\sigma}_H} \qquad (8.37)$$

Để giải **bài toán thiết kế**, nghĩa là tìm giá trị đường kính $\bar{d}$, khi đó $\bar{n}_H$ và $v^2_{\sigma_H}$ là hàm số của $\bar{d}$. Thay thế các biểu thức $\bar{n}_H$ và $v^2_{\sigma_H}$ vào (8.36) và rút gọn:

$$z_1^2(\bar{n}_H^2 v^2_{\sigma_{H\lim}} + v^2_{\sigma_H}) = (\bar{n}_H - 1)^2$$

Từ đây suy ra:

$$\bar{n}_H^2(z_1^2 v^2_{\sigma_{H\lim}} - 1) + 2\bar{n}_H + z_1^2 v^2_{\sigma_H} - 1 = 0 \qquad (8.38)$$

Giải phương trình trên ta tìm được $\bar{n}_H$, sau đó theo công thức (8.37) ta tìm được $\bar{\sigma}_H = \frac{\bar{\sigma}_{H\lim}}{\bar{n}_H}$, từ phương trình (8.13) ta tìm được $\bar{d}$:

$$\bar{d} = \sqrt[3]{\left(\frac{\bar{Z}_M \bar{Z}_H \bar{Z}_\varepsilon}{\bar{\sigma}_H}\right)^2 \frac{4\bar{T}}{\bar{\psi}_{bd}\bar{u}} \bar{K}_A \bar{K}_{H\beta} \bar{K}_{H\alpha} \bar{K}_{HV}} \qquad (8.39)$$

8.3.2 Phân tích và thiết kế theo độ bền uốn

8.3.2.1 Ứng suất uốn σ_F

Ứng suất uốn σ_F sinh ra tại chân răng được xác định theo công thức:

$$\sigma_F = \frac{2TK_A K_{F\beta} K_{F\alpha} K_{FV}}{b_w d m_n} Y_F Y_\beta Y_\varepsilon, \text{ MPa} \qquad (8.40)$$

trong đó: T - giá trị mômen danh nghĩa trên bánh dẫn, Nmm; b_W - chiều rộng vành răng, mm; d_1 - đường kính vòng chia bánh dẫn, mm; m_n – môđun pháp, mm; Y_F - hệ số dạng răng; Y_β – hệ số xét đến ảnh hưởng góc nghiêng răng, với răng thẳng giá trị này bằng 1; Y_ε - hệ số xét đến ảnh hưởng của trùng khớp ngang, với răng thẳng giá trị này bằng 1.

Thay $b_w = \psi_{bm} m_n$ vào công thức (8.40) ta có:

$$\sigma_F = \frac{2Tz^2 K_A K_{F\beta} K_{F\alpha} K_{FV}}{\psi_{bm} d^3} Y_F Y_\beta Y \qquad (8.41)$$

Giá trị trung bình ứng suất uốn:

$$\overline{\sigma}_F = \frac{2\overline{T}z^2 \overline{K}_A \overline{K}_{F\beta} \overline{K}_{F\alpha} \overline{K}_{FV}}{\overline{\psi}_{bm} \overline{d}^3} \overline{Y}_F \overline{Y}_\beta \overline{Y}_\varepsilon \qquad (8.42)$$

Các đại lượng mômen xoắn trên bánh dẫn, đường kính vòng chia bánh dẫn, hệ số tải trọng là các đại lượng ngẫu nhiên.

Hệ số biến phân ứng suất uốn được xác định theo công thức:

$$v_{\sigma_F} = \sqrt{v_T^2 + v_{K_A}^2 + v_{K_{F\beta}}^2 + v_{K_{FV}}^2 + v_{K_{F\alpha}}^2 + v_{Y_F}^2 + v_{Y_\beta}^2 + v_{Y_\varepsilon}^2 + v_{\psi_{bm}}^2 + v_d^2} \qquad (8.43)$$

Sai lệch bình phương trung bình ứng suất uốn:

$$S_{\sigma_F} = v_{\sigma_F} \overline{\sigma}_F \qquad (8.44)$$

Giá trị trung bình $\overline{K}_{F\beta}$ xác định theo công thức:

$$\overline{K}_{F\beta} = 1 + \left(\overline{K}_{F\beta}^0 - 1\right) K_{FW} \qquad (8.45)$$

trong đó: $\overline{K}_{F\beta}^0$ - giá trị hệ số $\overline{K}_{F\beta}$ trong giai đoạn làm việc ban đầu (chưa tính chạy rà); K_{FW} - hệ số xét đến chạy rà răng.

Hệ số $\overline{K}_{F\beta}^0$ được chọn phụ thuộc $\overline{K}_{H\beta}^0$ và hệ số chiều rộng vành răng $\psi_m = b_w/m$ theo tiêu chuẩn. Các hệ số K_{FW} tra bảng theo tiêu chuẩn hoặc cho trước.

Giá trị trung bình của hệ số $\overline{K}_{Fv}$ xét đến ảnh hưởng tải trọng động phụ thông thường được cho trước.

Giá trị trung bình $\overline{K}_{F\alpha}$ xét đến sự phân phối tải trọng không đều giữa các răng được xác định theo công thức:

- Đối với răng thẳng:

$$\overline{K}_{F\alpha} = 0{,}42 + 0{,}58 \frac{\overline{\Delta}}{F_{Fm}} \qquad (8.46)$$

trong đó: F_{Fm} - lực vòng quy ước bằng lực vòng F^*_{Ft} nhân cho các hệ số $\overline{K}_A$, $\overline{K}_{F\beta}$, $\overline{K}_{Fv}$; $\overline{\Delta}$ - giá trị trung bình sai số bước răng.

- Đối với răng nghiêng:

$$\overline{K}_{F\alpha} = \frac{4 + (\varepsilon_\alpha - 1)(n - 5)}{4\varepsilon_\alpha} \qquad (8.47)$$

trong đó n - cấp chính xác bộ truyền.

Nếu hệ số $\overline{K}_{F\alpha}$ tính theo các công thức trên nếu lớn hơn 1 thì ta lấy giá trị $\overline{K}_{F\alpha}$ = 1. Nếu $\overline{K}_{F\alpha}$ nhỏ hơn $K_{F\alpha min}$ thì ta lấy $\overline{K}_{F\alpha} = K_{F\alpha min}$. Theo ISO thì $K_{F\alpha min} = 0,25 + 0,75\frac{1}{\varepsilon_\alpha}$.

8.3.2.2 Xác định giá trị giới hạn mỏi uốn

Giá trị giới hạn mỏi uốn σ_{Fmin} được xác định theo công thức:

$$\sigma_{Flim} = \sigma^0_{Flim} K_Z K_{FL} Y_R Y_x Y_\delta K_{FC} \quad (8.48)$$

trong đó: σ^0_{Fmin} - giá trị giới hạn mỏi của mẫu thử thông thường là bánh răng có môđun m = 3 mm; K_Z - hệ số xét đến ảnh hưởng của số răng của bánh dẫn; K_{FL} - hệ số tuổi thọ: $K_{FL} = \sqrt[m]{\frac{N_{F0}}{N_{FE}}} = \sqrt[m]{\frac{4.10^6}{N_{FE}}}$ (m có giá trị bằng 6 hoặc bằng 9); K_{FC} - hệ số xét đến ảnh hưởng khi quay hai chiều đến độ bền mỏi: K_{FC} = 1 khi quay một chiều, K_{FC} = 0,7÷0,8 khi quay hai chiều; Y_R - hệ số xét đến ảnh hưởng của độ nhám: Y_R = 1 khi phay và mài răng, Y_R = 1,05÷1,2 khi đánh bóng; Y_x - hệ số kích thước: khi tôi bề mặt và thấm nitơ Y_x = 1,05 - 0,005m, đối với gang xám Y_x = 1,075 - 0,01m với m là môđun răng; Y_δ - hệ số độ nhạy vật liệu bánh răng đến sự tập trung tải trọng: Y_δ = 1,082 - 0,172lgm với m là môđun răng.

- Đối với thép thường hóa hoặc tôi cải thiện:

$$\sigma^0_{Flim} = 1,8HB \quad (8.49)$$

- Đối với thép thấm Carbon và Nitơ-Carbon:

$$\sigma^0_{Flim} = 800 \div 900 \text{ MPa} \quad (8.50)$$

Để xác định giá trị trung bình $\overline{\sigma}^0_{Flim}$ ta nhân σ^0_{Flim} cho hệ số K_p như trong trường hợp ứng suất tiếp xúc, nghĩa là:

$$K_p = \frac{1}{1 + z_1^* v^0_{\sigma_{Flim}}} \quad (8.51)$$

Hệ số biến phân của giới hạn mỏi răng cơ sở (m = 3mm):

- Thép thường hóa và tôi cải thiện $v^0_{\sigma_{Flim}}$ = 0,08÷0,1
- Thép tôi tần số cao - $v^0_{\sigma_{Flim}}$ = 0,1÷0,14
- Thép thấm Nitơ $v^0_{\sigma_{Flim}}$ = 0,1÷0,12.

Công thức xác định giá trị trung bình giới hạn mỏi uốn $\overline{\sigma}_{Fmin}$:

$$\overline{\sigma}_{Flim} = \overline{\sigma}^{0}_{Flim}\overline{K}_Z\overline{K}_{FL}\overline{Y}_R\overline{Y}_x\overline{Y}_\delta\overline{K}_{FC} \quad (8.52)$$

Hệ số biến phân giới hạn mỏi uốn xác định theo công thức:

$$v_{\sigma_{Flim}} = \sqrt{v^2_{\sigma^0_{Flim}} + v^2_{K_Z} + v^2_{K_{FL}} + v^2_{Y_R} + v^2_{Y_X} + v^2_{Y_\delta} + v^2_{K_{FC}}} \quad (8.53)$$

Sự phân tán giới hạn mỏi của bánh răng được đánh giá bởi hệ số biến phân $v_{\sigma_{Flim}}$ tính theo sự phân tán giới hạn mỏi các răng trong bánh răng và giữa các bánh răng với nhau.

Khi tính toán thiết kế có thể xác định $v_{\sigma_{Flim}}$ theo công thức sau:

$$v_{\sigma_{Flim}} = \sqrt{\left(\alpha_Z v^0_{\sigma_{Flim}}\right)^2 + 0{,}14^2} \quad (8.54)$$

Hệ số K_Z và α_Z được xác định như sau:

$$K_Z = 1 - \mu v^0_{\sigma_{Flim}}\ ;\ \alpha_Z = \frac{\varepsilon}{K_Z} \quad (8.55)$$

trong đó: μ và ε - giá trị tra bảng 8.2.

Bảng 8.2

Số lượng mẫu thử	μ	ε	Số lượng mẫu thử	μ	ε
17	1,79	0,04	60	2,32	0,45
20	1,87	0,52	100	2,51	0,43
40	2,14	0,48	200	2,75	0,40
50	2,23	0,46	500 và lớn hơn	3,04	0,37

Giá trị các hệ số K_Z và α_Z đối với số răng z = 20÷100, phụ thuộc vào σ^0_{Flim} (giá trị K_Z và α_Z nhỏ tương ứng với số răng lớn) như bảng 8.3.

Bảng 8.3

v^0_{Flim}	0,08	0,1	0,12	0,14
K_Z	0,85 ÷ 0,80	0,80 ÷ 0,75	0,77 ÷ 0,70	0,75 ÷ 0,65
α_Z	0,62 ÷ 0,54	0,65 ÷ 0,57	0,68 ÷ 0,60	0,70 ÷ 0,66

Xác suất làm việc không hỏng (phân tích độ tin cậy) khi tính toán theo độ bền uốn sẽ bằng:

$$z_1 = -\frac{\overline{n}_F - 1}{\sqrt{\overline{n}^2_F v^2_{\sigma_{Flim}} + v^2_{\sigma_F}}} \quad (8.56)$$

trong đó $\overline{n}_F$ - hệ số an toàn theo giá trị ứng suất trung bình.

$$\overline{n}_F = \frac{\overline{\sigma}_{Flim}}{\overline{\sigma}_F} \quad (8.57)$$

Để giải **bài toán thiết kế**, nghĩa là tìm giá trị đường kính d, khi đó $\overline{n}_F$ và $v^2_{\sigma_F}$ là hàm số của d. Thay thế các biểu thức $\overline{n}_F$ và $v^2_{\sigma_F}$ vào (8.56):

$$z_1^2(\overline{n}_F^2 v_{\sigma_{F\lim}}^2 + v_{\sigma_F}^2) = (\overline{n}_F - 1)^2$$

Từ đây suy ra:

$$\overline{n}_F^2(z_1^2 v_{\sigma_{F\lim}}^2 - 1) + 2\overline{n}_F + z_1^2 v_{\sigma_F}^2 - 1 = 0 \qquad (8.58)$$

Giải phương trình trên ta tìm được $\overline{n}_F$, sau đó theo công thức (8.57) ta tìm được $\overline{\sigma}_F = \dfrac{\overline{\sigma}_{F\lim}}{\overline{n}_F}$. Từ phương trình (8.42), chọn trước số răng z, ta tìm được d:

$$\overline{d} = \sqrt[3]{\frac{2\overline{T}z^2\overline{K}_A\overline{K}_{F\beta}\overline{K}_{F\alpha}\overline{K}_{FV}}{\overline{\psi}_{bm}\overline{\sigma}_F}\overline{Y}_F\overline{Y}_\beta\overline{Y}_\varepsilon} \qquad (8.59)$$

Hoặc theo công thức:

$$\overline{d} = \sqrt[3]{\frac{2\overline{T}z\overline{K}_A\overline{K}_{F\beta}\overline{K}_{F\alpha}\overline{K}_{FV}}{\overline{\psi}_{bd}\overline{\sigma}_F}\overline{Y}_F\overline{Y}_\beta\overline{Y}_\varepsilon} \qquad (8.60)$$

8.3.3 Độ tin cậy bộ truyền bánh răng trong trường hợp tổng quát

Ta xác định xác suất làm việc không hỏng R của bộ truyền bánh răng như là tích xác suất làm việc không hỏng theo các tiêu chuẩn riêng biệt. Đối với đa số các bộ truyền bánh răng, mà ở đó dạng hỏng do mỏi là phổ biến nhất, xác suất làm việc không hỏng sẽ bằng:

$$R = R_H R_F \qquad (8.61)$$

trong đó: R_H, R_F - xác suất làm việc không hỏng theo tiêu chuẩn bền mỏi khi tiếp xúc và khi uốn.

Phép nhân đơn giản các xác suất nhờ vào tính tương quan theo các chỉ tiêu khác nhau của khả năng làm việc dẫn đến việc giảm xác suất làm việc không hỏng. Để tính toán chính xác hơn, xác suất làm việc không hỏng được giới thiệu tính theo sự phụ thuộc gần đúng dưới đây:

$$\frac{1}{R} = \sum_{i=1}^{n}\frac{1}{R_i} - (n-1) \qquad (8.62)$$

trong đó: R_i - Xác suất làm việc không hỏng theo tiêu chuẩn thứ i; n - số các chỉ tiêu tính.

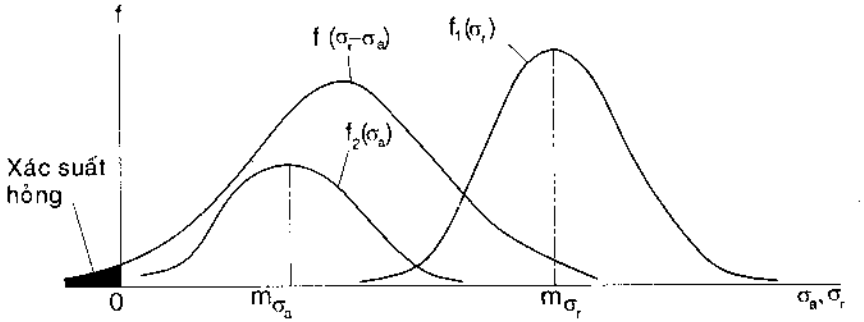
Ví dụ, nếu $R_H = 0{,}99086$ và $R_F = 0{,}99379$ thì theo công thức (3.61) $R = R_H R_F = 0{,}984707$. Nếu ta tính theo công thức (8.62) sẽ cho ra kết quả:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_H} + \frac{1}{R_F} - (n-1) = \frac{1}{0{,}99086} + \frac{1}{0{,}99379} - (2-1)$$
$$= 1{,}015473115$$

Từ đây suy ra: R = 0,98476.

8.4 ĐỘ TIN CẬY CỦA TRỤC

Trục phải thỏa mãn điều kiện độ bền, độ cứng, độ bền mòn và độ ổn định dao động. Theo điều kiện bền, đối với các trục quay nhanh thì giới hạn mỏi có ý nghĩa quyết định. Tính toán độ tin cậy của trục là rất cần thiết vì tải trọng là hàm ngẫu nhiên theo thời gian và giới hạn mỏi cũng thay đổi bởi vì vật liệu để chế tạo trục có tính không đồng nhất. Phá hủy do mỏi chiếm từ 40÷50% các hư hỏng của trục. Khi quá tải đột ngột thì trục chế tạo từ thép thường hóa và tôi cải thiện có thể hỏng do biến dạng dẻo quá lớn, vật liệu từ vật liệu giòn và ít dẻo - phá hủy giòn.



Hình 8.1 Đường cong mật độ phân phối biên độ ứng suất σ_a và giới hạn mỏi σ_r

Đặc điểm của tính toán độ bền mỏi của trục là sự quan hệ lẫn nhau giữa ứng suất uốn và ứng suất xoắn thay đổi theo các chu kỳ khác nhau (ứng suất uốn theo chu kỳ đối xứng, ứng suất xoắn theo chu kỳ mạch động) và theo chiều dọc trục tại các mặt cắt nguy hiểm.

Tải trọng tác động lên trục là tải trọng trên bánh răng, bánh đai, đĩa xích, khớp nối (do không đồng trục)... và ta xác định các phản lực tác động lên trục tại các ổ trục. Điểm đặt lực phụ thuộc vào kết cấu ổ trục.

Trên đồ thị hình 8.1 là các đường cong phân phối giới hạn mỏi của chi tiết σ_r và biên độ ứng suất σ_a. Các đường cong này giao nhau, có nghĩa là hiện tượng hỏng hóc có thể xảy ra.

Giới hạn mỏi chi tiết theo ứng suất pháp và ứng suất tiếp liên quan lẫn nhau và hệ số an toàn $\overline{n}_\sigma$ thông thường nhỏ hơn nhiều so với $\overline{n}_\tau$. Do đó, hệ số biến phân giới hạn mỏi của chi tiết có thể lấy theo hệ số biến phân của giới hạn mỏi theo ứng suất pháp.

Đối với trục có nhiều vùng có sự tập trung ứng suất, phân phối theo chiều dài trục. Thông thường đánh giá độ tin cậy tiến hành theo một vùng

nguy hiểm nào đó. Xác suất làm việc không hỏng của trục bằng tích các xác suất làm việc không hỏng tại các vùng nguy hiểm:

$$R_{truc} = \prod_{1}^{n} R_i \tag{8.63}$$

Đối với trục truyền động nếu không có lực dọc trục thì chỉ có bốn trường hợp như hình 8.2. Khi tính toán ta tiến hành tại tiết diện nguy hiểm của trục theo giá trị mômen tương đương:

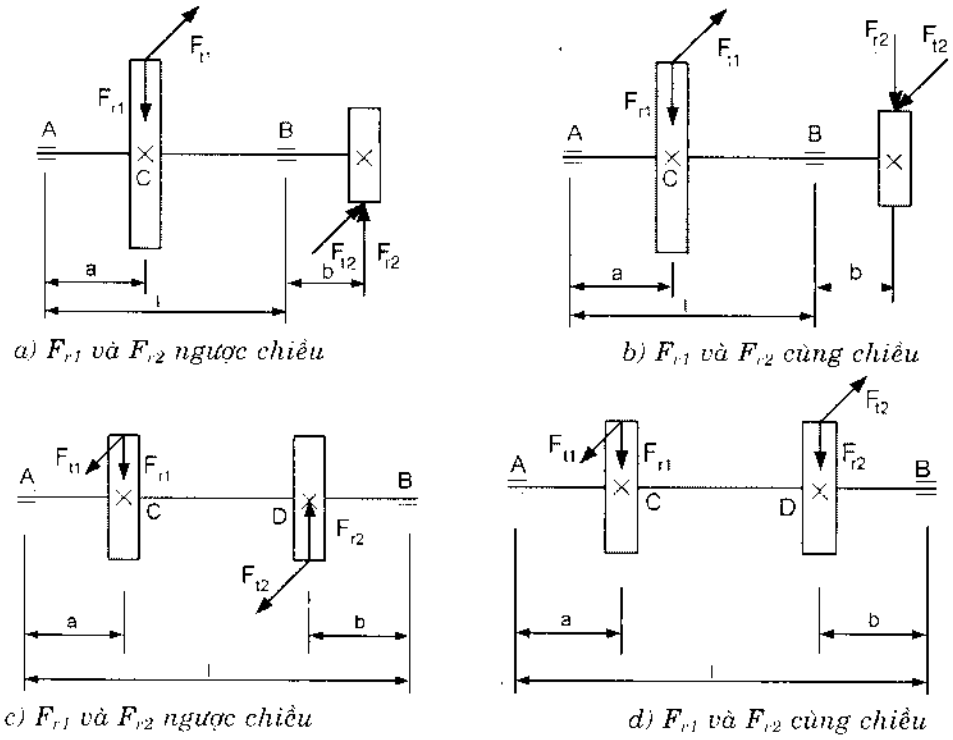
$$M_{td} = \sqrt{M_X^2 + M_Y^2 + 0{,}75T^2} \tag{8.64}$$

Sai lệch bình phương trung bình của mômen tương đương:

$$\begin{aligned} S_{M_{td}}^2 &= \left(\frac{\partial M_{td}}{\partial M_X}\right)^2 S_{M_X}^2 + \left(\frac{\partial M_{td}}{\partial M_Y}\right)^2 S_{M_Y}^2 + \left(\frac{\partial M_{td}}{\partial T}\right)^2 S_T^2 \\ &= \frac{M_X^2 S_{M_X}^2 + M_Y^2 S_{M_Y}^2 + (0{,}75T)^2 S_T^2}{M_X^2 + M_Y^2 + 0{,}75T^2} \end{aligned} \tag{8.65}$$

Ứng suất tại vị trí bánh răng:

$$\sigma = \frac{32\sqrt{M_X^2 + M_Y^2 + 0{,}75T^2}}{\pi d^3} = \frac{32M_{td}}{\pi d^3} \tag{8.66}$$



a) F_{r1} và F_{r2} ngược chiều

b) F_{r1} và F_{r2} cùng chiều

c) F_{r1} và F_{r2} ngược chiều

d) F_{r1} và F_{r2} cùng chiều

Hình 8.2

Giá trị trung bình và sai lệch bình phương trung bình ứng suất tương đương:

$$\overline{M}_{td} = \sqrt{\overline{M}_x^2 + \overline{M}_y^2 + 0,75\overline{T}^2} \tag{8.67}$$

$$S_{Mtd} = \frac{\sqrt{\overline{M}_x^2 S_{MX}^2 + \overline{M}_y^2 S_{MY}^2 + 0,75\overline{T}^2 S_T^2}}{\overline{M}_{td}} \tag{8.68}$$

$$v_{Mtd} = S_{Mtd}\,\overline{M}_{td} \tag{8.69}$$

Giá trị trung bình của ứng suất uốn:

$$\overline{\sigma} = \frac{32\overline{M}_{td}}{\pi \overline{d}^3} \tag{8.70}$$

Sai lệch bình phương trung bình ứng suất:

$$S_\sigma^2 = \left(\frac{\partial\sigma}{\partial M_{td}}\right)^2 S_{M_{td}}^2 + \left(\frac{\partial\sigma}{\partial d}\right)^2 S_d^2 = \left(\frac{32}{\pi d^3}\right)^2 S_{M_{td}}^2 + \left(\frac{32.3.M_{td}}{\pi d^4}\right)^2 S_d^2 \tag{8.71}$$

Công thức xác định hệ số biến phân v_{σ_H} :

$$v_\sigma = \sqrt{v_{M_{td}}^2 + 9v_d^2} \tag{8.72}$$

Sai lệch bình phương trung bình ứng suất tiếp:

$$S_\sigma = v_\sigma\,\overline{\sigma} \tag{8.73}$$

Công thức xác định mômen tương đương và sai lệch bình phương trung bình xác định theo công thức trong bảng 8.4.

Bảng 8.4 Công thức xác định mômen và sai lệch bình phương trung bình

Trường hợp	M_X, M_Y và M_{td}	S_{Mx}, S_{My}
Hình 8.2a	**Tại C** $M_{XC} = \frac{F_{r1}(l-a) + F_{r2}b}{l}a$ $M_{YC} = \frac{F_{t1}(l-a) - F_{t2}b}{l}a$ $M_{td} = \sqrt{\left(\frac{F_{r1}(l-a)+F_{r2}b}{l}a\right)^2 + \left(\frac{F_{t1}(l-a)-F_{t2}b}{l}a\right)^2 + 0,75T^2}$	$S_{M_{XC}}^2 = \left(\frac{(l-a)a}{l}\right)^2 S_{F_{r1}}^2 + \frac{b^2}{l^2}a^2 S_{F_{r2}}^2 + \left(\frac{aF_{r2}}{l}\right)^2 S_b^2 + \left(\frac{F_{r1}(l-2a)+F_{r2}b}{l}\right)^2 S_a^2 + \left(\frac{F_{r1}a - F_{r2}b}{l^2}a\right)^2 S_l^2$ $S_{M_{YC}}^2 = \left(\frac{(l-a)a}{l}\right)^2 S_{F_{t1}}^2 + \frac{b^2}{l^2}a^2 S_{F_{t2}}^2 + \left(\frac{aF_{t2}}{l}\right)^2 S_b^2 + \left(\frac{F_{t1}(l-2a)-F_{t2}b}{l}\right)^2 S_a^2 + \left(\frac{F_{t1}a + F_{t2}b}{l^2}a\right)^2 S_l^2$
	Tại B $M_{XB} = F_{r2}b;\ M_{YB} = F_{t2}b$ $M_{td} = \sqrt{(F_{r2}b)^2 + (F_{t2}b)^2 + 0,75T^2}$	$S_{M_XB}^2 = S_{F_{r2}}^2 b^2$ $S_{M_XB}^2 = S_{F_{t2}}^2 b^2$

Hình 8.2b	**Tại C** $M_{XC} = \frac{F_{r1}(l-a) - F_{r2}b}{l}a$ $M_{YC} = \frac{F_{t1}(l-a) + F_{t2}b}{l}a$ $M_{tdC} = \sqrt{\left(\frac{F_{r1}(l-a) - F_{r2}b}{l}a\right)^2 + \left(\frac{F_{t1}(l-a) + F_{t2}b}{l}a\right)^2 + 0{,}75T^2}$	$S^2_{M_{XC}} = \left(\frac{(l-a)a}{l}\right)^2 S^2_{F_{r1}} + \frac{b^2}{l^2}a^2 S^2_{F_{r2}} + \left(\frac{aF_{r2}}{l}\right)^2 S^2_b + \left(\frac{F_{r1}(l-2a) - F_{r2}b}{l}\right)^2 S^2_a + \left(\frac{F_{r1}a + F_{r2}b}{l^2}a\right)^2 S^2_l$ $S^2_{M_{YC}} = \left(\frac{(l-a)a}{l}\right)^2 S^2_{F_{t1}} + \frac{b^2}{l^2}a^2 S^2_{F_{t2}} + \left(\frac{aF_{t2}}{l}\right)^2 S^2_b + \left(\frac{F_{t1}(l-2a) + F_{t2}b}{l}\right)^2 S^2_a + \left(\frac{F_{t1}a - F_{t2}b}{l^2}a\right)^2 S^2_l$
	Tại B $M_{XB} = F_{r2}b;\ M_{YB} = F_{t2}b$ $M_{tdB} = \sqrt{(F_{r2}b)^2 + (F_{t2}b)^2 + 0{,}75T^2}$	$S^2_{M_{XB}} = S^2_{F_{r2}}b^2$ $S^2_{M_{XB}} = S^2_{F_{t2}}b^2$
Hình 8.2c	**Tại C** $M_{XC} = \frac{F_{r1}(l-a) - F_{r2}b}{l}a$ $M_{YC} = \frac{F_{t1}(l-a) + F_{t2}b}{l}a$ $M_{td} = \sqrt{\left(\frac{F_{r1}(l-a) - F_{r2}b}{l}a\right)^2 + \left(\frac{F_{t1}(l-a) + F_{t2}b}{l}a\right)^2 + 0{,}75T^2}$	$S^2_{M_{XC}} = \left(\frac{(l-a)a}{l}\right)^2 S^2_{F_{r1}} + \frac{b^2}{l^2}a^2 S^2_{F_{r2}} + \left(\frac{aF_{r2}}{l}\right)^2 S^2_b + \left(\frac{F_{r1}(l-2a) - F_{r2}b}{l}\right)^2 S^2_a + \left(\frac{F_{r1}a + F_{r2}b}{l}a\right)^2 S^2_l$ $S^2_{M_{YC}} = \left(\frac{(l-a)a}{l}\right)^2 S^2_{F_{t1}} + \frac{b^2}{l^2}a^2 S^2_{F_{t2}} + \left(\frac{aF_{t2}}{l}\right)^2 S^2_b + \left(\frac{F_{t1}(l-2a) + F_{t2}b}{l}\right)^2 S^2_a + \left(\frac{F_{t1}a - F_{t2}b}{l^2}a\right)^2 S^2_l$
	Tại D $M_{XD} = \frac{F_{r1}(l-a) - F_{r2}b}{l}b$ $M_{YD} = \frac{F_{t1}(l-a) + F_{t2}b}{l}b$ $M_{tdD} = \sqrt{\left(\frac{F_{r1}(l-a) - F_{r2}b}{l}b\right)^2 + \left(\frac{F_{t1}(l-a) + F_{t2}b}{l}b\right)^2 + 0{,}75T^2}$	$S^2_{M_{XD}} = \left(\frac{(l-a)b}{l}\right)^2 S^2_{F_{r1}} + \frac{b^2}{l^2}b^2 S^2_{F_{r2}} + \left(\frac{F_{r1}(l-a) - bF_{r2}}{l}\right)^2 S^2_b + \left(\frac{bF_{r1}}{l}\right)^2 S^2_a + \left(\frac{F_{r1}a + F_{r2}b}{l^2}b\right)^2 S^2_l$ $S^2_{M_{YD}} = \left(\frac{(l-a)b}{l}\right)^2 S^2_{F_{t1}} + \frac{b^2}{l^2}b^2 S^2_{F_{t2}} + \left(\frac{F_{t1}(l-a) + bF_{t2}}{l}\right)^2 S^2_b + \left(\frac{bF_{t1}}{l}\right)^2 S^2_a + \left(\frac{F_{t1}a - F_{t2}b}{l^2}b\right)^2 S^2_l$
Hình 8.2d	**Tại C** $M_{XC} = \frac{F_{r1}(l-a) + F_{r2}b}{l}a$ $M_{YC} = \frac{F_{t1}(l-a) - F_{t2}b}{l}a$ $M_{td} = \sqrt{\left(\frac{F_{r1}(l-a) + F_{r2}b}{l}a\right)^2 + \left(\frac{F_{t1}(l-a) - F_{t2}b}{l}a\right)^2 + 0{,}75T^2}$	$S^2_{M_{XC}} = \left(\frac{(l-a)a}{l}\right)^2 S^2_{F_{r1}} + \frac{b^2}{l^2}a^2 S^2_{F_{r2}} + \left(\frac{aF_{r2}}{l}\right)^2 S^2_b + \left(\frac{F_{r1}(l-2a) + F_{r2}b}{l}\right)^2 S^2_a + \left(\frac{F_{r1}a - F_{r2}b}{l^2}a\right)^2 S^2_l$ $S^2_{M_{YC}} = \left(\frac{(l-a)a}{l}\right)^2 S^2_{F_{t1}} + \frac{b^2}{l^2}a^2 S^2_{F_{t2}} + \left(\frac{aF_{t2}}{l}\right)^2 S^2_b + \left(\frac{F_{t1}(l-2a) - F_{t2}b}{l}\right)^2 S^2_a + \left(\frac{F_{t1}a + F_{t2}b}{l^2}a\right)^2 S^2_l$
	Tại D $M_{XD} = \frac{F_{r1}(l-a) + F_{r2}b}{l}b$ $M_{YD} = \frac{F_{t1}(l-a) - F_{t2}b}{l}b$ $M_{td} = \sqrt{\left(\frac{F_{r1}(l-a) + F_{r2}b}{l}b\right)^2 + \left(\frac{F_{t1}(l-a) - F_{t2}b}{l}b\right)^2 + 0{,}75T^2}$	$S^2_{M_{XD}} = \left(\frac{(l-a)b}{l}\right)^2 S^2_{F_{r1}} + \frac{b^2}{l^2}b^2 S^2_{F_{r2}} + \left(\frac{F_{r1}(l-a) + bF_{r2}}{l}\right)^2 S^2_b + \left(\frac{bF_{r1}}{l}\right)^2 S^2_a + \left(\frac{F_{r1}a + F_{r2}b}{l^2}b\right)^2 S^2_l$ $S^2_{M_{YD}} = \left(\frac{(l-a)b}{l}\right)^2 S^2_{F_{t1}} + \frac{b^2}{l^2}b^2 S^2_{F_{t2}} + \left(\frac{F_{t1}(l-a) - bF_{t2}}{l}\right)^2 S^2_b + \left(\frac{bF_{t1}}{l}\right)^2 S^2_a + \left(\frac{F_{t1}a + F_{t2}b}{l^2}b\right)^2 S^2_l$

Giới hạn mỏi σ_{lim} được xác định theo công thức:

Giới hạn mỏi σ_{lim} được xác định theo công thức:

$$\sigma_{lim} = \frac{\sigma_r \varepsilon_\sigma \beta}{K_\sigma} K_L \qquad (8.74)$$

trong đó: σ_r – giới hạn mỏi xác định bằng con đường thực nghiệm trong điều kiện phòng thí nghiệm; ε_σ - hệ số kích thước; β - hệ số ảnh hưởng của bề mặt gia công chi tiết; K_L - hệ số tuổi thọ; K_σ - hệ số tập trung ứng suất.

Giá trị σ_r được xác định theo giới hạn bền σ_b.

Khi uốn	Khi chịu lực kéo (nén)	Khi xoắn
$0,5\sigma_b$	$0,45\sigma_b$	$0,29\sigma_b$

Giá trị trung bình giới hạn mỏi:

$$\overline{\sigma}_{lim} = \frac{\overline{\sigma}_r \overline{\varepsilon} \overline{\beta}}{\overline{K}_\sigma} \overline{K}_L \qquad (8.75)$$

Hệ số biến phân giới hạn mỏi:

$$v_{\sigma_{Hlim}} = \sqrt{v^2_{\sigma_r} + v^2_\varepsilon + v^2_{K_\sigma} + v^2_\beta + v^2_{K_{HL}}} \qquad (8.76)$$

Sai lệch bình phương trung bình:

$$S_{\sigma_{lim}} = v_{\sigma_{lim}} \overline{\sigma}_{lim} \qquad (8.77)$$

Theo Marin [42] giới hạn mỏi σ_{lim} xác định theo công thức:

$$\sigma_{lim} = \sigma_r k_f k_s k_r k_t k_m k_e \qquad (8.78)$$

Các hệ số công thức (8.78) được xác định như sau:

$\sigma_r = \phi \sigma_{bk}$ - giới hạn bền mỏi vật liệu.

với: σ_{bk} - giới hạn bền kéo vật liệu

ϕ - hệ số tỉ lệ, giá trị trung bình hệ số tỉ lệ $\overline{\phi}$ xác định như sau:

Khi uốn	Khi chịu lực kéo (nén)	Khi xoắn
0,5	0,45	0,29

Hệ số biến phân v_ϕ được xác định:

Khi uốn	Khi chịu kéo (nén)	Khi xoắn
0,146	0,309	0,269

Trong một số trường hợp chưa có số liệu đầy đủ thì hệ số biến phân giới hạn bền vật liệu $v_{\sigma b}$ có thể chọn trong khoảng 0,03÷0,04 với thép thường hóa và tôi cải thiện $v_{\sigma b}$ = 0,05÷0,07 đối với thép tôi tăng bền bề mặt.

k_f – hệ số hiệu chỉnh, xét đến ảnh hưởng của chất lượng bề mặt;

$$k_f = e\,\sigma^f_{bk} \qquad (8.79)$$

với σ_{bk} - giới hạn bền kéo của vật liệu; e, f - hệ số theo bảng 8.5.

Bảng 8.5

Phương pháp gia công	Hệ số e	Số mũ f
Mài	1,58	-0,085
Gia công cắt gọt hoặc kéo nguội	4,51	-0,265
Cán nóng	57,7	-0,718
Không gia công	272	-0,995

Giá trị trung bình hệ số $k_f = e\,\overline{\sigma}_{bk}^{f}$ (8.80)

Hệ số biến phân: $v_{kf} = 0,098$ – kéo nóng; $v_{kf} = 0,078$ – rèn; $v_{kf} = 0,131$ – mặt nến; $v_{kf} = 0,060$ – bề mặt gia công cắt gọt.

k_s – hệ số xét đến ảnh hưởng kích thước;

$k_s = 1$ nếu $d \le 8$ mm

$k_s = 1,189\,d^{-0,112}$ nếu $8 \text{ mm} < d \le 250$ mm (8.81)

Hệ số biến phân $v_{ks} = 0$.

k_t – hệ số xét đến ảnh hưởng của nhiệt độ:

$k_t = 1$ khi nhiệt độ làm việc $t < 21,1^0C$ (8.82)

$k_t = 1,108$ khi nhiệt độ làm việc $t < 204,4^0C$

k_m – hệ số xét đến ảnh hưởng khác. Hệ số này phụ thuộc vào: ứng suất dư hiện có trên chi tiết; bản chất môi trường ăn mòn mà chi tiết đang làm việc...

Hệ số biến phân của các hệ số k_t và k_m tùy vào trường hợp cụ thể được cho trước, không có công thức tổng quát để xác định các giá trị này.

k_e – hệ số xét đến ảnh hưởng của sự tập trung ứng suất và của rãnh, hệ số này được xác định theo công thức sau:

$$k_e = \frac{1}{K_F} \tag{8.83}$$

với K_F gọi là hệ số giảm độ bền mỏi, giá trị của hệ số này phụ thuộc vào dạng và kích thước của sự tập trung ứng suất trên chi tiết. K_F được xác định theo công thức:

$$K_F = \frac{K_t}{1 + \frac{10}{\sqrt{r}}\frac{(K_t - 1)\sqrt{a}}{K_t}} \tag{8.84}$$

trong đó:

$$\sqrt{a} = \begin{cases} \dfrac{35}{\sigma_{bk}} \text{ đối với lỗ suốt} \\ \dfrac{28}{\sigma_{bk}} \text{ đối với bề mặt chuyển tiếp (vai trục)} \\ \dfrac{21}{\sigma_{bk}} \text{ đối với rãnh vòng} \end{cases} \tag{8.85}$$

Đơn vị của σ_{bk} là MPa, K_r là hệ số tập trung ứng suất hình học; r -- là bán kính rãnh, mm.

Hệ số biến phân của hệ số K_F là v_F và có giá trị như sau:

$$v_F = \begin{cases} 0{,}11 & \text{đối với lỗ suốt} \\ 0{,}08 & \text{đối với vai trục} \\ 0{,}13 & \text{đối với rãnh} \end{cases} \qquad (8.86)$$

Ngoài ra nếu ta biết rõ điều kiện thực nghiệm tìm giới hạn mỏi thì công thức trên thêm vào k_r – hệ số xét đến ảnh hưởng độ tin cậy, được xác định theo bảng 8.6.

Bảng 8.6

Xác suất còn khả năng làm việc, %	50	90	95	99	99,9	99,99
k_r	1,00	0,90	0,87	0,82	0,75	0,70

Nếu số chu kỳ làm việc tương đương $N_E < N_0$ thì trong công thức trên ta thêm vào hệ số tuổi thọ $K_L = \sqrt[m]{\frac{N_0}{N_E}}$ với m - số mũ đường cong mỏi.

Giá trị trung bình $\bar{\sigma}_r$ và hệ số biến phân v_r được xác định theo công thức:

$$\bar{\sigma}_{lim} = \bar{k}_f\ \bar{k}_s\ \bar{k}_r\ \bar{k}_t\ \bar{k}_m\ \bar{k}_e\ \bar{\phi}\ \bar{\sigma}_{bk} \qquad (8.87)$$

$$v_{\sigma lim} = \sqrt{v_{kf}^2 + v_{ks}^2 + v_{kr}^2 + v_{kt}^2 + v_{km}^2 + v_{ke}^2 + v_\phi^2} \qquad (8.88)$$

Sự phân tán của giới hạn mỏi chưa được nghiên cứu đầy đủ. Nó đòi hỏi phải tăng số thử nghiệm cần thiết để đạt được kết quả đáng tin cậy.

Xác suất làm việc không hỏng của trục phụ thuộc vào điểm phân vị z_1 được xác định theo công thức:

$$z_1 = -\frac{\bar{\sigma}_{lim} - \bar{\sigma}}{\sqrt{S_{\sigma_{lim}}^2 + S_\sigma^2}} = -\frac{\bar{n} - 1}{\sqrt{\bar{n}^2 v_{\sigma_{lim}}^2 + v_\sigma^2}} \qquad (8.89)$$

trong đó n_{II} - hệ số an toàn theo ứng suất trung bình $\bar{n} = \frac{\bar{\sigma}_{lim}}{\bar{\sigma}}$.

Để giải **bài toán thiết kế**, nghĩa là tìm giá trị trung bình đường kính $\bar{d}$, khi đó $\bar{n}$ và v_σ^2 là hàm số của $\bar{d}$. Thay thế các biểu thức $\bar{n}$ và v_σ^2 vào (8.89) và giải phương trình theo $\bar{n}$.

$$z_1^2(\bar{n}^2 v_{\sigma_{lim}}^2 + v_\sigma^2) = (\bar{n} - 1)^2$$

suy ra:

$$\bar{n}^2(z_1^2 v_{\sigma_{lim}}^2 - 1) + 2\bar{n} + z_1^2 v_\sigma^2 - 1 = 0 \qquad (8.90)$$

Giải phương trình trên ta tìm được $\bar{n}$, sau đó ta tìm được $\bar{\sigma} = \frac{\bar{\sigma}_{lim}}{\bar{n}}$, từ phương trình (8.70) ta tìm được $\bar{d}$:

$$\bar{d} = \sqrt[3]{\frac{32M_{td}\bar{n}}{\pi\bar{\sigma}_{lim}}} \qquad (8.91)$$

Để đánh giá độ tin cậy bộ truyền bánh răng ta sử dụng công thức (8.79).

8.5 ĐỘ TIN CẬY Ổ LĂN

Xác suất làm việc không hỏng ổ lăn:

$$R_L = P\,(QL^{1/m} < C) \qquad (8.92)$$

trong đó: Q tải trọng động quy ước; L - tuổi thọ tính bằng triệu vòng quay cho trước; m - chỉ số mũ có giá trị bằng 3 đối với ổ bi và bằng 10/3 đối với ổ đũa; C – khả năng tải động của ổ.

Ở đây ta khảo sát Q như là một đại lượng ngẫu nhiên. Khả năng tải động của ổ với xác suất làm việc không hỏng 90% ta ký hiệu C_{90}.

Quy luật và các thông số của sự phân phối tuổi thọ của ổ theo ISO được xác định theo phân phối Weibull:

$$R_L = e^{\left(\frac{L}{L_{90}}\right)^{\alpha} \ln 0,9} \qquad (8.93)$$

trong đó: L_{90} - tuổi thọ khi xác suất làm việc không hỏng là 90%; α - thông số hình dáng của phân phối Weibull liên quan đến sự phân phối tuổi thọ (theo tiêu chuẩn $\alpha = 1,5$).

Hệ số độ tin cậy a_1

Tỉ số L/L_{90} người ta gọi là *hệ số độ tin cậy* a_1, được xác định:

$$\ln R_L = \left(\frac{L}{L_{90}}\right)^{\alpha} \ln 0,9 = a_1^{\alpha} \ln 0,9$$

với

$$a_1 = \frac{L}{L_{90}} = \sqrt[\alpha]{\frac{\ln R_L}{\ln 0,9}} \qquad (8.94)$$

Giữa L và khả năng tải động C có quan hệ:

$$\frac{L}{L_{90}} = \left(\frac{C}{C_{90}}\right)^{m} \qquad (8.95)$$

Cho nên:

$$a_1 = \sqrt[m]{\frac{C}{C_{90}}} \qquad (8.96)$$

Từ sự phụ thuộc giữa C và R_L ta thấy rằng khả năng tải động cũng như tuổi thọ phân phối theo phân phối Weibull. Tuy nhiên trong tính toán

kỹ thuật ta có thể xem phân phối của khả năng tải động gần với phân phối chuẩn, vì khi đó tính toán xác suất sẽ đơn giản rất nhiều.

Giá trị trung bình của khả năng tải động $\overline{C}$

Để xác định giá trị trung bình của khả năng tải động $\overline{C}$ tương ứng với khả năng tải động khi xác suất làm việc không hỏng 0,50 ta gán R_L = 0,5. Khi đó:

$$\overline{C} = \left(\frac{\ln 0,5}{\ln 0,9}\right)^{\frac{1}{\alpha m}} C_{90} = 6,58^{\frac{1}{\alpha m}} C_{90}$$

- Đối với ổ bi $\alpha = 1,5$; m = 3, suy ra $\overline{C} = 1,52\ C_{90}$
- Đối với ổ đũa $\alpha = 1,5$; m = 10/3, suy ra $\overline{C} = 1,46C_{90}$

Sai lệch bình phương trung bình của khả năng tải động S_c xác định theo hiệu số của điểm phân vị tương ứng với xác suất 50% là $\overline{C}$ và 90% là C_{90} như sau:

$$z_1 = -\frac{\overline{C} - C_{90}}{S_c} \qquad (8.97)$$

Suy ra:

$$S_c = -\frac{\overline{C} - C_{90}}{1,28} \qquad (8.98)$$

trong đó 1,28 - điểm phân vị của phân phối chuẩn ứng với xác suất 90%.

Hệ số biến phân của khả năng tải động:

$$v_c = \frac{S_c}{\overline{C}} = \frac{\left(1 - \frac{C_{90}}{\overline{C}}\right)}{1,28} \qquad (8.99)$$

Nếu thay thế $\overline{C} = 1,52C_{90}$ và $\overline{C} = 1,46C_{90}$ ta có hệ số biến phân của khả năng tải động $v_C = 0,25$ đối với ổ đũa và $v_c = 0,27$ đối với ổ bi.

Xác suất làm việc không hỏng

Giả sử rằng khả năng tải động C và tải trọng động quy ước Q phân phối theo quy luật chuẩn hoặc gần với quy luật chuẩn. Khi đó xác suất làm việc không hỏng ta xác định theo điểm phân vị của phân phối chuẩn:

$$z_1 = -\frac{\overline{n} - 1}{\sqrt{\overline{n}^2 v_C^2 + v_Q^2}} \qquad (8.100)$$

trong đó: $\overline{n}$ - hệ số an toàn theo giá trị trung bình; v_C và v_Q - hệ số biến phân của khả năng tải động và tải trọng động quy ước.

Hệ số an toàn $\overline{n}$ được xác định như sau:

$$\overline{n} = \frac{\overline{C}}{\overline{Q}L^{1/m}} \qquad (8.101)$$

$\overline{C}$ - giá trị trung bình của khả năng tải động; $\overline{Q}$ - giá trị trung bình của tải trọng động quy ước.

- Đối với ổ bi:

$$\overline{n} = \frac{1{,}52\,C_{90}}{\overline{Q}L^{1/3}}$$

- Đối với ổ đũa:

$$\overline{n} = \frac{1{,}46\,C_{90}}{\overline{Q}L^{0{,}3}};$$

Trong trường hợp tổng quát, tính toán chọn ổ lăn xét đến sự thay đổi các đại lượng ngẫu nhiên được tiến hành theo trình tự sau:

1. Xác định lực tác dụng lên chi tiết truyền động.
2. Trục truyền thông thường có 3 đoạn, công thức xác định tải trọng tác dụng lên hai ổ tại A và B và sai lệch bình phương trung bình theo bảng 8.7.

Bảng 8.7

Trường hợp	Giá trị trung bình lực tác dụng lên ổ	Phương sai lực tác dụng lên ổ
Hình 8.2a	**Tại A** $F_{AY} = \frac{F_{r1}(l-a) + F_{r2}b}{l}$ $F_{AX} = \frac{F_{t1}(l-a) - F_{t2}b}{l}$ $F_{rA} = \sqrt{\left(\frac{F_{r1}(l-a)+F_{r2}b}{l}\right)^2 + \left(\frac{F_{t1}(l-a)-F_{t2}b}{l}\right)^2}$	$S^2_{F_{AY}} = \left(\frac{(l-a)}{l}\right)^2 S^2_{F_{r1}} + \frac{b^2}{l^2} S^2_{F_{r2}} + \left(\frac{F_{r2}}{l}\right)^2 S^2_a + \left(\frac{F_{r1}}{l}\right)^2 S^2_a + \left(\frac{F_{r1}a - F_{r2}b}{l^2}\right)^2 S^2_l$ $S^2_{F_{AX}} = \left(\frac{(l-a)}{l}\right)^2 S^2_{F_{t1}} + \frac{b^2}{l^2} S^2_{F_{t2}} + \left(\frac{F_{t2}}{l}\right)^2 S^2_a + \left(\frac{F_{t1}}{l}\right)^2 S^2_a + \left(\frac{F_{t1}a + F_{t2}b}{l^2}\right)^2 S^2_l$
	Tại B $F_{BY} = \frac{F_{r2}(l+b) - F_{r1}a}{l}$ $F_{BX} = \frac{F_{t2}(l+b) + F_{t1}a}{l}$ $F_{rB} = \sqrt{\left(\frac{F_{r2}(l+b)-F_{r1}a}{l}\right)^2 + \left(\frac{F_{t2}(l+b)+F_{t1}a}{l}\right)^2}$	$S^2_{F_{BY}} = \left(\frac{(l+b)}{l}\right)^2 S^2_{F_{r2}} + \frac{a^2}{l^2} S^2_{F_{r1}} + \left(\frac{F_{r2}}{l}\right)^2 S^2_a + \left(\frac{F_{r1}}{l}\right)^2 S^2_a + \left(\frac{F_{r2}b - F_{r1}a}{l^2}\right)^2 S^2_l$ $S^2_{F_{BX}} = \left(\frac{(l+b)}{l}\right)^2 S^2_{F_{t2}} + \frac{a^2}{l^2} S^2_{F_{t1}} + \left(\frac{F_{t2}}{l}\right)^2 S^2_a + \left(\frac{F_{t1}}{l}\right)^2 S^2_a + \left(\frac{F_{t2}b + F_{t1}a}{l^2}\right)^2 S^2_l$
Hình 8.2b	**Tại A** $F_{AY} = \frac{F_{r1}(l-a) - F_{r2}b}{l}$ $F_{AX} = \frac{F_{t1}(l-a) + F_{t2}b}{l}$ $F_{rA} = \sqrt{\left(\frac{F_{r1}(l-a)-F_{r2}b}{l}\right)^2 + \left(\frac{F_{t1}(l-a)+F_{t2}b}{l}\right)^2}$	$S^2_{F_{AY}} = \left(\frac{(l-a)}{l}\right)^2 S^2_{F_{r1}} + \frac{b^2}{l^2} S^2_{F_{r2}} + \left(\frac{F_{r2}}{l}\right)^2 S^2_a + \left(\frac{F_{r1}}{l}\right)^2 S^2_a + \left(\frac{F_{r1}a + F_{r2}b}{l^2}\right)^2 S^2_l$ $S^2_{F_{AX}} = \left(\frac{(l-a)}{l}\right)^2 S^2_{F_{t1}} + \frac{b^2}{l^2} S^2_{F_{t2}} + \left(\frac{F_{t2}}{l}\right)^2 S^2_a + \left(\frac{F_{t1}}{l}\right)^2 S^2_a + \left(\frac{F_{t1}a - F_{t2}b}{l^2}\right)^2 S^2_l$

	Tại B $F_{BY} = \frac{F_{r2}(l+b)+F_{r1}a}{l}$ $F_{BX} = \frac{F_{t2}(l+b)-F_{t1}a}{l}$ $F_{rB} = \sqrt{\left(\frac{F_{r2}(l+b)+F_{r1}a}{l}\right)^2+\left(\frac{F_{t2}(l+b)-F_{t1}a}{l}\right)^2}$	$S^2_{FBY} = \left(\frac{(l+b)}{l}\right)^2 S^2_{Fr2} + \frac{a^2}{l^2}S^2_{Fr1} + \left(\frac{F_{r2}}{l}\right)^2 S^2_b$ $+\left(\frac{F_{r1}}{l}\right)^2 S^2_a + \left(\frac{F_{t2}b+F_{r1}a}{l^2}\right)^2 S^2_l$ $S^2_{FBX} = \left(\frac{(l+b)}{l}\right)^2 S^2_{Ft2} + \frac{a^2}{l^2}S^2_{Ft1} + \left(\frac{F_{t2}}{l}\right)^2 S^2_b$ $+\left(\frac{F_{t1}}{l}\right)^2 S^2_a + \left(\frac{F_{t2}b-F_{t1}a}{l^2}\right)^2 S^2_l$
Hình 8.2c	**Tại A** $F_{AY} = \frac{F_{r1}(l-a)-F_{r2}b}{l}$ $F_{AX} = \frac{F_{t1}(l-a)+F_{t2}b}{l}$ $F_{rA} = \sqrt{\left(\frac{F_{r1}(l-a)-F_{r2}b}{l}\right)^2+\left(\frac{F_{t1}(l-a)+F_{t2}b}{l}\right)^2}$	$S^2_{FAY} = \left(\frac{(l-a)}{l}\right)^2 S^2_{Fr1} + \frac{b^2}{l^2}S^2_{Fr2} + \left(\frac{F_{r2}}{l}\right)^2 S^2_b$ $+\left(\frac{F_{r1}}{l}\right)^2 S^2_a + \left(\frac{F_{r1}a+F_{r2}b}{l^2}\right)^2 S^2_l$ $S^2_{FAX} = \left(\frac{(l-a)}{l}\right)^2 S^2_{Ft1} + \frac{b^2}{l^2}S^2_{Ft2} + \left(\frac{F_{t2}}{l}\right)^2 S^2_b$ $+\left(\frac{F_{t1}}{l}\right)^2 S^2_a + \left(\frac{F_{t1}a-F_{t2}b}{l^2}\right)^2 S^2_l$
	Tại B $F_{BY} = \frac{F_{r1}a-F_{r2}(l-b)}{l}$ $F_{BX} = \frac{F_{t1}a+F_{t2}(l-b)}{l}$ $F_{rB} = \sqrt{\left(\frac{F_{r1}a-F_{r2}(l-b)}{l}\right)^2+\left(\frac{F_{t1}a+F_{t2}(l-b)}{l}\right)^2}$	$S^2_{FBY} = \left(\frac{a}{l}\right)^2 S^2_{Fr1} + \frac{(l-b)^2}{l^2}S^2_{Fr2} + \left(\frac{F_{r2}}{l}\right)^2 S^2_b$ $+\left(\frac{F_{r1}}{l}\right)^2 S^2_a + \left(\frac{F_{r1}a+F_{t2}b}{l^2}\right)^2 S^2_l$ $S^2_{FBX} = \left(\frac{a}{l}\right)^2 S^2_{Ft1} + \frac{(l-b)^2}{l^2}S^2_{Ft2} + \left(\frac{F_{t2}}{l}\right)^2 S^2_b$ $+\left(\frac{F_{t1}}{l}\right)^2 S^2_a + \left(\frac{F_{t1}a-F_{t2}b}{l^2}\right)^2 S^2_l$
Hình 8.2d	**Tại A** $F_{AY} = \frac{F_{r1}(l-a)+F_{r2}b}{l}$ $F_{AX} = \frac{F_{t1}(l-a)-F_{t2}b}{l}$ $F_{rA} = \sqrt{\left(\frac{F_{r1}(l-a)+F_{r2}b}{l}\right)^2+\left(\frac{F_{t1}(l-a)-F_{t2}b}{l}\right)^2}$	$S^2_{FAY} = \left(\frac{(l-a)}{l}\right)^2 S^2_{Fr1} + \frac{b^2}{l^2}S^2_{Fr2} + \left(\frac{F_{r2}}{l}\right)^2 S^2_b$ $+\left(\frac{F_{r1}}{l}\right)^2 S^2_a + \left(\frac{F_{r1}a-F_{r2}b}{l^2}\right)^2 S^2_l$ $S^2_{FAX} = \left(\frac{(l-a)}{l}\right)^2 S^2_{Ft1} + \frac{b^2}{l^2}S^2_{Ft2} + \left(\frac{F_{t2}}{l}\right)^2 S^2_b$ $+\left(\frac{F_{t1}}{l}\right)^2 S^2_a + \left(\frac{F_{t1}a+F_{t2}b}{l^2}\right)^2 S^2_l$
	Tại B $F_{BX} = \frac{F_{t1}a+F_{t2}(l-b)}{l}$ $F_{BY} = \frac{F_{r1}a-F_{r2}(l-b)}{l}$ $F_{rB} = \sqrt{\left(\frac{F_{r1}a+F_{r2}(l-b)}{l}\right)^2+\left(\frac{F_{r1}a-F_{r2}(l-b)}{l}\right)^2}$	$S^2_{FBY} = \left(\frac{a}{l}\right)^2 S^2_{Fr1} + \frac{(l-b)^2}{l^2}S^2_{Fr2} + \left(\frac{F_{r2}}{l}\right)^2 S^2_b$ $+\left(\frac{F_{r1}}{l}\right)^2 S^2_a + \left(\frac{F_{r1}a-F_{r2}b}{l^2}\right)^2 S^2_l$ $S^2_{FBX} = \left(\frac{a}{l}\right)^2 S^2_{Ft1} + \frac{(l-b)^2}{l^2}S^2_{Ft2} + \left(\frac{F_{t2}}{l}\right)^2 S^2_b$ $+\left(\frac{F_{t1}}{l}\right)^2 S^2_a + \left(\frac{F_{t1}a+F_{t2}b}{l^2}\right)^2 S^2_l$

Cần chú ý:

$$S^2_{FrA} = \frac{\overline{F}^2_{AX}S^2_{FAX}+\overline{F}^2_{AY}S^2_{FAY}}{\left(\overline{F}^2_{AY}+\overline{F}^2_{AX}\right)} \qquad (8.102)$$

$$S^2_{rB} = \frac{\bar{F}^2_{BX} S^2_{FBX} + \bar{F}^2_{By} S^2_{FBy}}{\left(\bar{F}^2_{BY} + \bar{F}^2_{BX}\right)} \quad (8.103)$$

3. Chọn ổ A hoặc B để tính toán theo trị số lực lớn hơn: $F = F_{rA}$ hoặc $F = F_{rB}$.

Tải trọng quy ước trung bình:

$$\bar{Q} = \bar{F} \quad (8.104)$$

Sai lệch bình phương trung bình của tải trọng quy ước:

$$S_Q = S_F \quad (8.105)$$

Chọn hệ số biến phân khả năng tải động $v_C = 0,27$ (ổ bi) hoặc $v_C = 0,25$ (ổ đũa).

Hệ số biến phân tải trọng quy ước:

$$v_Q = \frac{S_Q}{\bar{Q}} \quad (8.106)$$

4. Xác định hệ số an toàn theo giá trị trung bình từ điểm phân vị:

$$z_1 = -\frac{\bar{n} - 1}{\sqrt{\bar{n}^2 v_C^2 + v_Q^2}} \quad (8.107)$$

5. Xác định khả năng tải động trung bình:

$$\bar{C} = \bar{n}\bar{Q}L^{1/m} \quad (8.108)$$

6. Xác định khả năng tải động của ổ với xác suất làm việc không hỏng 90%:

$$C_{90} = \frac{\bar{C}}{1,52} \text{ đối với ổ bi}$$

hoặc $$C_{90} = \frac{\bar{C}}{1,46} \text{ đối với ổ đũa} \quad (8.109)$$

Theo giá trị vừa tìm được ta chọn cỡ ổ.

8.6 ĐỘ TIN CẬY CỦA Ổ TRƯỢT

Ổ trượt hỏng là do chiều dày nhỏ nhất lớp dầu bôi trơn h_{min} nhỏ hơn chiều dày lớp dầu tới hạn h_{th}. Để đảm bảo điều kiện bôi trơn ma sát ướt:

$$h_{min} / S(R_{Z1} + R_{Z2}) \quad (8.110)$$

Khả năng tải F (N) được xác định theo đường kính d (m), chiều dài l (mm) của ổ, số vòng quay của ổ n (vg/ph), độ nhớt động lực của dầu μ (Pa.S), khe hở hướng kính δ (μm):

$$F = \mu\omega\frac{ld^3}{\delta^2}\Phi = \mu\frac{\pi nld^3}{30\delta^2}\Phi \quad (8.111)$$

Hệ số khả năng tải Φ có thể xác định gần đúng theo công thức:

$$\Phi = \frac{m'}{1-\chi} - m' \qquad (8.112)$$

trong đó: χ - độ lệch tâm tương đối $\chi = 2e/\delta$ với e là độ lệch tâm tuyệt đối; m' - hệ số phụ thuộc vào tỉ số l/d [32].

Mặt khác liên hệ χ với δ và chiều dày nhỏ nhất h_{min} của lớp dầu theo công thức:

$$h_{min} = \frac{\delta}{2}(1-\chi) \qquad (8.113)$$

Nếu lấy $h_{min} = h_{th}$ ta có:

$$\chi = \frac{\delta - 2h_{th}}{\delta} \qquad (8.114)$$

Thay công thức (8.114) vào (8.112) ta có:

$$\Phi = m'\left(\frac{\delta}{2h_{th}} - 1\right) \qquad (8.115)$$

Thay giá trị Φ vừa tìm được vào công thức (8.111) thu được:

$$F = m'\frac{\pi n l d^3 \mu}{30\delta^2}\left(\frac{\delta}{2h_{th}} - 1\right) \qquad (8.116)$$

Sự thay đổi của khe hở theo nhiệt độ (μm) được tính đến như là hậu quả sự khác nhau của hệ số giãn dài vật liệu của lót ổ và thân ổ.

Tìm giá trị $\overline{F}$ bằng cách tính theo công thức (8.116) giá trị trung bình của khe hở hướng kính $\overline{\delta}$ và độ nhớt động lực $\overline{\mu}$.

$$\overline{F} = \frac{\pi n l d^3 \overline{\mu}}{30\overline{\delta}^2} m'\left(\frac{\overline{\delta}}{2h_{th}} - 1\right) \qquad (8.117)$$

Giá trị sai lệch bình phương trung bình S_F:

$$S_F = \sqrt{\left(\frac{\pi n l d^3}{30} m'\overline{\mu}\left(\frac{2}{\overline{\delta}^3} - \frac{1}{2\overline{\delta}^2 h_{th}}\right)\right)^2 S_\delta^2 + \left(\frac{\pi n l d^3}{30}\frac{m'}{\overline{\delta}^2}\left(\frac{\overline{\delta}}{2h_{th}} - 1\right)\right)^2 S_\mu^2} \qquad (8.118)$$

Độ tin cậy ổ trượt xác định theo điểm phân vị z_1:

$$z_1 = -\frac{\overline{F} - \overline{F}_r}{\sqrt{S_F^2 + S_{Fr}^2}} \qquad (8.119)$$

trong đó: $\overline{F}_r$ và S_{Fr} là giá trị trung bình và sai lệch bình phương trung bình tải trọng hướng tâm tác dụng lên ổ.

Giá trị F là hàm số của các đại lượng ngẫu nhiên δ và μ với:

$$\delta = \delta_0 - 2a.\Delta t(\alpha - \alpha_0)10^3 \qquad (8.120)$$

$$\mu = \mu_0\left(\frac{t_0}{t}\right)^m \qquad (8.121)$$

trong đó: δ_0, μ_0 - giá trị δ và μ khi nhiệt độ môi trường chung quanh t_0, t - nhiệt độ ổ; $\Delta t = t - t_0$ - số gia nhiệt độ; 2a - hai lần chiều dày lót ổ; α, α_0 - hệ số giãn dài của vật liệu lót ổ và ngõng trục; m - số mũ (m = 2,6 ÷ 3,0).

Giá trị S_δ và S_μ là sai lệch bình phương trung bình của khe hở và độ nhớt được xác định bằng 1/6 miền dung sai δ_δ và δ_μ các thông số đó. Độ lệch hướng kính δ_δ có thể xác định bằng công thức gần đúng sau:

$$\delta_\delta \approx 1{,}1\sqrt{\delta_{k_0}^2 + \delta_\mu^2} \qquad (8.122)$$

Dung sai của độ nhớt động lực của dầu được xác định bằng công thức:

$$\delta_\mu = \delta_{\mu_0}\left(\frac{t_0}{t}\right)^m \qquad (8.123)$$

trong đó δ_{μ_0} - dung sai của độ nhớt động lực ứng với nhiệt độ t_0.

Khi **nhiệt độ t thay đổi** thì δ và μ cũng thay đổi, do đó $\left(\frac{\partial F}{\partial \delta}\right), \left(\frac{\partial F}{\partial \mu}\right)$ là hàm số của chế độ tải trọng, khe hở, độ nhớt của dầu...

8.7 ĐỘ TIN CẬY LY HỢP

Mục này giới thiệu tính toán độ tin cậy các loại ly hợp tự động (ly hợp một chiều) và ly hợp an toàn: chốt an toàn, ma sát an toàn, bi an toàn...

8.7.1 Độ tin cậy ly hợp một chiều

Đối với loại ly hợp một chiều (hình 8.3) có yêu cầu cao vì chúng làm việc như cơ cấu bánh cóc, khi mà chuyển động theo chiều ngược lại sẽ gây nên những hiện tượng không mong muốn và dẫn đến hỏng máy. Tính toán xác suất ly hợp gồm: xác suất chuyển động một chiều và độ bền ly hợp.

Thông số chủ yếu của ly hợp, xác định điều kiện làm việc là góc chêm của con lăn α. Nếu tính độ lệch tâm của trục và vòng ngoài ta có biểu thức quan hệ hình học sau:

$$\alpha = \arccos\frac{2b + d}{D - d} \qquad (8.124)$$

trong đó: b - khoảng cách mặt phẳng làm việc của đĩa xích đến trục ly hợp; d - đường kính con lăn; D - đường kính vòng ngoài.

Xác suất chuyển động một chiều xác định theo điều kiện con lăn ly hợp sẽ được cài, nếu như góc ma sát ρ sẽ lớn hơn 1/2 góc chêm.

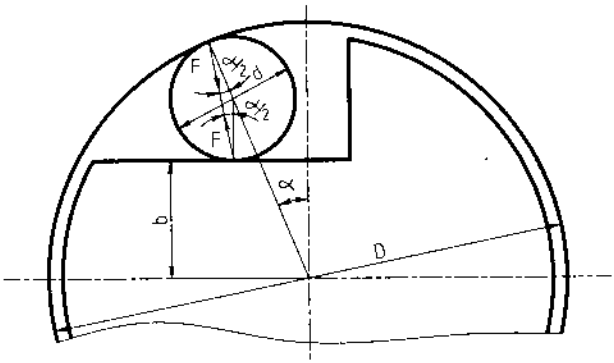
$$\rho \geq \frac{\alpha}{2} \qquad (8.125)$$

Tuy nhiên giá trị α càng lớn thì mômen truyền T sẽ càng lớn:

$$T = 0{,}5FzD\sin\frac{\alpha}{2} \qquad (8.126)$$

trong đó: z - số con lăn; F - lực trong mối tiếp xúc.

Do đó để tăng khả năng tải ta tăng góc chêm (thông thường $\alpha = 7^0$), nhưng khi đó có thể xảy ra hiện tượng ly hợp không được cài.



Hình 8.3 Ly hợp một chiều

Khảo sát kết cấu tùy động của ly hợp (hình 8.3) với 3 con lăn. Giả sử góc chêm và góc ma sát phân phối theo quy luật phân phối chuẩn. Xác suất cài của ly hợp tùy động R_C dựa trên biểu thức (8.125) phụ thuộc vào giá trị trung bình của góc ma sát $\bar{\rho}$ và góc chêm $\bar{\alpha}$, và với sai lệch bình phương trung bình $S_{\rho l}$ và $S_{\alpha l}$ của sự phân tán của góc ma sát và góc chêm theo ly hợp. Đại lượng $S_{\alpha l}$ liên quan đến độ phân tán đường kính vòng. Điểm phân vị z_{1c} của xác suất R_C, được xem như là hiệu số của các đại lượng ngẫu nhiên $\left(\rho - \frac{\alpha}{2}\right)$, phân phối theo quy luật chuẩn có thể ước lượng theo công thức:

$$z_{1c} = -\frac{\bar{\rho} - \frac{\bar{\alpha}}{2}}{\sqrt{S_{\rho l}^2 + \frac{1}{4} S_{\alpha l}^2}} \qquad (8.127)$$

Giá trị R_C thực tế không bao gồm độ phân tán các giá trị ρ và α theo các con lăn trong giới hạn của một ly hợp, bởi vì sai số chế tạo trong ly hợp tự chính được đánh giá theo giá trị trung bình.

Xác suất không hỏng R các chi tiết tiếp xúc xác định theo ứng suất tiếp xúc phá hủy σ_R và tác dụng σ_H. Điểm phân vị z_1 của xác suất cần tìm có thể tìm theo công thức:

$$z_1 = -\frac{\bar{\sigma}_R - \bar{\sigma}_H - \mu S_R}{\sqrt{(\varepsilon S_R)^2 + S_H^2}} \qquad (8.128)$$

trong đó: $\bar{\sigma}_R$, $\bar{\sigma}_H$, S_R, S_H - giá trị trung bình và sai lệch bình phương trung bình ứng suất phá hủy và tác dụng.

Khi độ rắn các bề mặt HRC > 60 có thể lấy sơ bộ $\bar{\sigma}_R$ = 1800 MPa, S_R = 100 MPa.

Giá trị trung bình ứng suất tiếp xúc $\bar{\sigma}_H$ xác định theo công thức Hetz:

$$\bar{\sigma}_H = 0{,}418\sqrt{\frac{8\overline{T}\overline{E}}{z\overline{D}dl\overline{\alpha}}} \qquad (8.129)$$

trong đó: E – môđun đàn hồi các chi tiết tiếp xúc, MPa; l - chiều dài con lăn, mm.

Hệ số biến phân ứng suất tiếp xúc:

$$v_H = \frac{1}{2}\sqrt{v_T^2 + v_D^2 + v_d^2 + v_D^2 + v_l^2} \qquad (8.130)$$

Sai lệch bình phương trung bình $S_H = \bar{\sigma}_H v_H$.

8.7.2 Độ tin cậy của ly hợp chốt an toàn

Đặc điểm của độ tin cậy ly hợp chốt an toàn là phải tính xác suất của hai sự kiện mâu thuẫn nhau: xác suất không hỏng của ly hợp khi tải trọng ngoài tác dụng và xác suất hỏng của chốt khi tải trọng tác dụng chưa đến giá trị giới hạn.

Tính toán **xác suất làm việc không hỏng của ly hợp** theo điểm phân vị z_1:

$$z_1 = \frac{\bar{n} - 1}{\sqrt{\bar{n}^2 v_p^2 + v_a^2}} \qquad (8.131)$$

trong đó: $\bar{n} = \frac{\overline{T}_p}{\overline{T}_a}$ - hệ số an toàn theo các giá trị trung bình; $\overline{T}_p$, $\overline{T}_a$ - giá trị trung bình của mômen phá hủy và mômen tải; v_p, v_a - hệ số biến phân của mômen phá hủy và mômen tải trọng ngoài.

Mômen phá hủy:

$$T_p = \frac{\pi d^2 \tau R}{4}$$

trong đó: d - đường kính tiết diện nguy hiểm của chốt; R - bán kính từ chốt đến tâm trục gắn khớp nối; τ - giới hạn bền cắt: $\tau = c\sigma_b$ với σ_b - giới hạn bền vật liệu, c = 0,95 chốt có rãnh, c = 0,75 chốt không có rãnh.

Hệ số biến phân của mômen phá hủy bằng hệ số biến phân của giới hạn bền vật liệu chốt thông thường có giá trị bằng 0,06÷0,08.

Xác suất phá hỏng của chốt trong lúc quá tải xác định theo z_1:

$$z_1 = -\frac{\bar{n}_0 - 1}{v_p} \qquad (8.132)$$

trong đó: $\bar{n}_0 = \frac{\overline{T}_{qt}}{\overline{T}_p}$ - hệ số an toàn theo giá trị trung bình; T_{qt} - mômen quá tải, vượt quá giá trị này thì chốt sẽ bị hỏng.

8.7.3 Độ tin cậy của ly hợp ma sát an toàn

Điều kiện không trượt của ly hợp với xác suất cho trước:

$$\overline{T} - \overline{T}_a + z_1 S = 0$$

Hoặc: $$F\overline{f}r_m - \overline{T}_a + z_1 S = 0 \qquad (8.133)$$

trong đó: $\overline{T} = F\overline{f}r_m$ giá trị trung bình của mômen giới hạn; **F** - lực nén đĩa ma sát; r_m - bán kính trung bình của đĩa ma sát; $\overline{f}$ - giá trị trung bình của hệ số ma sát; $\overline{T}_a$ - giá trị trung bình của mômen tải trọng ngoài; $S = \sqrt{S_T^2 + S_a^2}$ - sai lệch bình phương trung bình của hiệu các mômen T và T_a; S_T và S_a - sai lệch bình phương trung bình các mômen T và T_a.

Hệ số biến phân của phân phối chuẩn:

$$z_1 = -\frac{\overline{n} - 1}{\sqrt{\overline{n}^2 v_f^2 + v_{T_a}^2}} \qquad (8.134)$$

trong đó: $\overline{n} = \frac{F\overline{f}r_m}{\overline{T}_a}$ - hệ số an toàn theo các giá trị trung bình; v_a và v_f - hệ số biến phân của tải trọng ngoài và của hệ số ma sát.

Theo giá trị z_1 ta tính xác suất làm việc của ly hợp không trượt.

Xác suất phá hủy chi tiết khi tác dụng bởi mômen quá tải ta xác định phụ thuộc vào điểm phân vị $z_1 = -\frac{\overline{n} - 1}{v_f}$, trong đó $\overline{n}_n = \frac{T_{qt}}{\overline{T}}$.

8.7.4 Độ tin cậy của ly hợp bi an toàn

Mômen giới hạn của ly hợp, tức là mômen xoắn T mà khi đó bắt đầu trượt dưới tác dụng của lực ma sát giữa con lăn và rãnh:

$$T = \frac{FD}{2(tg(\alpha - \varphi) - Df/d)} \approx \frac{FD}{2(tg\alpha - fc)} \qquad (8.135)$$

trong đó: c = 1 + D/d; F - lực của lò xo; D - đường kính vị trí tâm con lăn; d - đường kính trung bình phần rãnh của trục; α - góc tiếp xúc giữa con lăn với đĩa ma sát; f = tgφ - hệ số ma sát (hình 8.4).

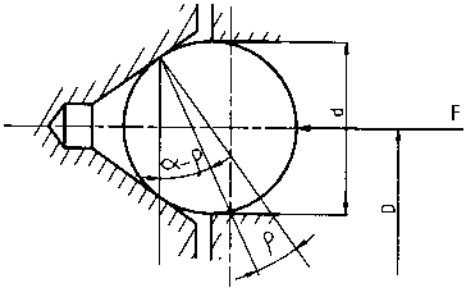
Xác suất làm việc không trượt của ly hợp được xác định theo điểm phân vị z_1:

$$\overline{T} - \overline{T}_a + z_1 S_T = 0 \qquad (8.136)$$

trong đó: $\overline{T}, \overline{T}_a$ - giá trị trung bình mômen tới hạn và của mômen ngoài tác dụng; S_T - sai lệch bình phương trung bình của mômen giới hạn và mômen tải trọng ngoài.

$$S_T \approx \sqrt{\left(\frac{\partial T}{\partial f}\right)_m^2 S_f^2 + S_a^2} = \sqrt{\left[\frac{c\overline{T}}{(tg\alpha - \overline{f}c)}\right]^2 S_f^2 + S_a^2} \qquad (8.137)$$

trong đó: S_f, S_a - sai lệch bình phương trung bình của hệ số ma sát và mômen ngoài.



Hình 8.4 Ly hợp bi an toàn

Từ đây:

$$z_1 = -\frac{\overline{T} - \overline{T}_a}{\sqrt{\left[\frac{c\overline{T}f}{\left(tg\alpha - \overline{f}c\right)}\right]^2 v_f^2 + v_a^2 \overline{T}_a^2}} = -\frac{\overline{n} - 1}{\sqrt{\left[\frac{c\overline{n}f}{\left(tg\alpha - \overline{f}c\right)}\right]^2 v_f^2 + v_a^2}} \qquad (8.138)$$

trong đó: $\overline{n} = \frac{\overline{T}}{\overline{T}_a}$ - hệ số an toàn theo giá trị trung bình.

Xác suất phá hủy của ly hợp khi tác dụng mômen quá tải T_{qt} xác định theo z_1.

$$z_1 = -\frac{T_{qt} - \overline{T}}{\frac{c\overline{T}}{tg\alpha - \overline{f}c} S_f} = -\frac{\overline{n}_n - 1}{\frac{cf}{tg\alpha - \overline{f}c} v_f} \qquad (8.139)$$

trong đó: $\overline{n}_n = \frac{T_{qt}}{\overline{T}}$

8.8 ĐỘ TIN CẬY LÒ XO

8.8.1 Lò xo xoắn ốc nén, kéo

Lò xo xoắn ốc nén (hình 8.5) được tính toán theo độ bền và độ cứng.

Ứng suất trong dây lò xo được xác định theo công thức:

$$\tau = \frac{8FK_wD}{\pi d^3} \qquad (8.140)$$

trong đó: K_w gọi là hệ số Wahl; F – lực nén tác dụng lên lò xo; d – đường kính dây; D – đường kính trung bình.

Hệ số Wahl K_w xác định theo công thức:

$$K_w = \frac{(4c-1)}{(4c-4)} + \frac{0,615}{c} \qquad (8.141)$$

trong đó: c – chỉ số lò xo, c = D/d.

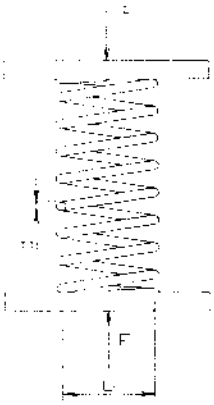
Giá trị trung bình và hệ số biến phân ứng suất:

$$\bar{\tau} = \frac{8\bar{F}K_w\bar{D}}{\pi d^3} \quad \text{và} \quad v_\tau = \sqrt{v_F^2 + v_D^2 + 9v_d^2} \qquad (8.142)$$

Độ cứng lò xo:

$$k = \frac{F}{\lambda} = \frac{Gd^4}{8D^3 n_0} \qquad (8.143)$$

trong đó: n_0 – số vòng làm việc lò xo; G – môđun đàn hồi trượt vật liệu.



Hình 8.5

Giá trị trung bình và hệ số biến phân độ cứng:

$$\bar{k} = \frac{\bar{G}\bar{d}^4}{8\bar{D}^3\bar{n}_0} \quad \text{và} \quad v_k = \sqrt{v_G^2 + v_{n_0}^2 + 9v_D^2 + 16v_d^2} \qquad (8.144)$$

Nếu ứng suất được phân phối theo qui luật chuẩn thì điểm phân vị được xác định theo công thức sau:

$$z_{1\tau} = -\frac{\tau_{lim} - \bar{\tau}}{\sqrt{S_{\tau_{lim}}^2 + S_\tau^2}} = -\frac{\bar{n} - 1}{\sqrt{\bar{n}^2 v_{\tau_{lim}}^2 + v_\tau^2}} \qquad (8.145)$$

Nếu hệ số độ cứng được phân phối theo qui luật chuẩn thì điểm phân vị được xác định theo công thức sau:

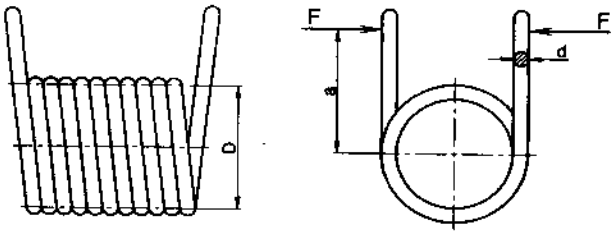
$$z_{1k} = -\frac{\bar{n} - 1}{\sqrt{\bar{n}^2 v_k^2 + v_k^2}} \qquad (8.146)$$

Từ công thức (8.145), (8.146) ta xác định giá trị trung bình hệ số an toàn, sau đó xác định kích thước lò xo.

8.8.2 Lò xo xoắn ốc xoắn

Ứng suất uốn lớn nhất xuất hiện trên dây lò xo xoắn ốc xoắn (hình 8.6) được xác định theo công thức sau:

$$\sigma = \frac{KT}{W} = \frac{32\,KT}{\pi d^3} \qquad (8.147)$$



Hình 8.6

Giá trị trung bình và hệ số biến phân ứng suất:

$$\overline{\sigma} = \frac{32\,K\overline{T}}{\pi \overline{d}^3} \quad \text{và} \quad v_\tau = \sqrt{v_T^2 + 9v_d^2}$$

Đối với lò xo xoắn hệ số độ cứng lò xo được xác định theo công thức:

$$k = \frac{T}{\theta} = \frac{d^4 E}{64 D n_0} \qquad (8.148)$$

trong đó: T – mômen xoắn; θ - độ lệch góc lò xo; d – đường kính dây; D – đường kính trung bình; n_0 – số vòng làm việc lò xo; E – môđun đàn hồi vật liệu.

Giá trị trung bình và hệ số biến phân độ cứng:

$$\overline{k} = \frac{\overline{d}^4 \overline{E}}{64 \overline{D} \overline{n}_0} \quad \text{và} \quad v_k = \sqrt{v_E^2 + v_{n_0}^2 + v_D^2 + 16v_d^2} \qquad (8.149)$$

Nếu ứng suất được phân phối theo qui luật chuẩn thì điểm phân vị được xác định theo công thức sau:

$$z_{1\sigma} = -\frac{\overline{\sigma}_{lim} - \overline{\sigma}}{\sqrt{S_{\sigma_{lim}}^2 + S_\sigma^2}} = -\frac{\overline{n} - 1}{\sqrt{\overline{n}^2 v_{\sigma_{lim}}^2 + v_\sigma^2}} \qquad (8.150)$$

Nếu hệ số độ cứng được phân phối theo qui luật chuẩn thì điểm phân vị được xác định theo công thức sau:

$$z_{1k} = -\frac{\overline{K} - \overline{k}}{\sqrt{S_K^2 + S_k^2}} = -\frac{\overline{n} - 1}{\sqrt{\overline{n}^2 v_K^2 + v_k^2}} \qquad (8.151)$$

8.9 ĐỘ TIN CẬY CỦA MỐI GHÉP REN

Tính toán độ tin cậy của mối ghép ren chủ yếu dựa trên mối liên quan của độ phân tán tải trọng, giới hạn mỏi của bulông... và với độ tin cậy

của các chi tiết cố định đai ốc (chi tiết hãm). Ta sẽ khảo sát độ tin cậy của bulông khi tải trọng tĩnh và tải trọng thay đổi [52, 53].

Đặc điểm của tính toán mối ghép ren theo độ tin cậy là tính đến độ phân tán của lực xiết ban đầu và tính toán chính xác độ phân tán của sự tập trung ứng suất. Khi tính toán ta chấp nhận các đại lượng ngẫu nhiên là tải trọng ngoài, lực xiết ban đầu, giới hạn mỏi của vật liệu và hệ số tập trung ứng suất ở ren liên quan đến bộ phân tán của bán kính cong rãnh ren.

Độ tin cậy theo xác suất làm việc không hỏng của mối ghép bằng ren được xác định theo xác suất làm việc không hỏng của các tiêu chuẩn khả năng làm việc chủ yếu: không tách mối ghép, không trượt mối ghép, độ bền bulông (tĩnh, mỏi) $R = R_1R_2R_3...$

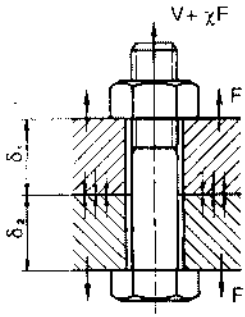
8.9.1 Xác suất làm việc không hỏng theo điều kiện không tách bề mặt ghép R_1

Xác suất không hỏng R_1 khi đó ứng suất nén nhỏ nhất trên mối ghép sau khi tác động của tải trọng ngoài có giá trị lớn hơn không.

Trong trường hợp đơn giản nhất: Mối ghép ren chịu tác dụng của lực kéo dọc bulông F (hình 8.7) xác suất R_1 xác định từ điều kiện:

$$R_1 = P[V/k > F(1-\chi)] \qquad (8.152)$$

trong đó: V - lực xiết; k - hệ số tính đến khả năng có thể làm yếu sự xiết do bề mặt mối ghép bị phá hủy (mềm hóa) k = 1,3÷1,5 khi tải trọng tĩnh, k = 1,5÷4 khi tải trọng thay đổi; $(1-\chi)$ - hệ số đặc trưng tải trọng ngoài tác động lên mối ghép.



Hình 8.7 Mối ghép chịu lực dọc trục bulông

Xác suất R_1 xác định theo điểm phân vị z_{11}:

$$z_{11} = -\frac{\bar{n}_1 - 1}{\sqrt{\bar{n}_1^2 v_V^2 + v_F^2}} \qquad (8.153)$$

trong đó: $\bar{n}_1$ - hệ số an toàn không tách mối ghép xác định theo giá trị tải trọng trung bình:

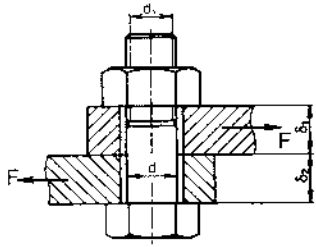
$$\bar{n}_1 = \frac{\bar{V}}{kF(1-\lambda)} \qquad (8.154)$$

với: $\bar{V}$, $\bar{F}$ và v_V, v_F - giá trị trung bình và hệ số biến phân của các đại lượng ngẫu nhiên là lực xiết V và tải trọng ngoài F.

8.9.2 Xác suất làm việc không hỏng theo điều kiện không trượt bề mặt ghép R_2

Xác suất không hỏng theo tiêu chuẩn không trượt bề mặt ghép của mối ghép bulông xiết chịu tải trọng ngang F (hình 8.8):

$$R_2 = P(fV/k > F) \qquad (8.155)$$



Hình 8.8 Mối ghép chịu lực ngang

Để xác định R_2 ta tính điểm phân vị:

$$z_{12} = \frac{\bar{n}_2 - 1}{\sqrt{\bar{n}_2^2 v_{lim}^2 + v_F^2}}$$

Hệ số an toàn độ không trượt của mối ghép theo tải trọng trung bình và hệ số biến phân được xác định như sau:

$$\bar{n}_2 = \frac{\bar{f}\bar{V}}{k\bar{F}}$$

$$v_{lim} = \sqrt{v_V^2 + v_f^2} \qquad (8.156)$$

trong đó: $\bar{f}$ và v_f - giá trị trung bình và hệ số biến phân của hệ số ma sát f.

Hệ số ma sát đối với các tấm thép hoặc gang có thể lấy f = 0,15÷0,20, đối với thép (gang) với bêtông f = 0,3÷0,35, đối với thép (gang) với gỗ f = 0,25; k - hệ số an toàn, thường lấy 1,3÷1,5.

8.9.3 Xác suất làm việc không hỏng theo độ bền tĩnh R_3

Xác suất làm việc không hỏng bulông theo tiêu chuẩn bền tĩnh R_3:

$$R_3 = P(\sigma_{tt} < \sigma_{ch}) \qquad (8.157)$$

trong đó: σ_{tt} - ứng suất tính toán trong tiết diện nguy hiểm của bulông; σ_{ch} - giới hạn chảy của vật liệu bulông.

Ứng suất tính toán σ_{tt} trong bulông của mối ghép ren (1 bulông) chịu tải trọng kéo dọc bulông xác định theo công thức:

$$\sigma_{tt} = \frac{4}{\pi d_1^2}(KV + \chi F) \qquad (8.158)$$

trong đó: d_1 – đường kính tính toán của ren bulông; K - hệ số xét đến sự xoắn của bulông khi xiết (khi không có hiện tượng xoay bulông khi xiết K = 1, trong các trường hợp khác K = 1,3).

Giá trị trung bình của ứng suất tính toán $\bar{\sigma}_{tt}$ xác định theo σ_{tt}:

$$\bar{\sigma}_{tt} = \frac{4}{\pi d_1^2}\left(K\bar{V} + \chi\bar{F}\right) \qquad (8.159)$$

Sai lệch bình phương trung bình của ứng suất tính toán:

$$S_{tt} = \bar{\sigma}_{tt} v_{tt} = \frac{4}{\pi d_1^2}\sqrt{K^2 v_V^2 \bar{V}^2 + \chi^2 \bar{F}^2 v_F^2} \qquad (8.160)$$

Từ đây suy ra hệ số biến phân:

$$v_{tt} = \frac{S_{tt}}{\bar{\sigma}_{tt}} = v_V \frac{1}{1+a}\sqrt{1 + a^2 \frac{v_F^2}{v_V^2}} \text{ với } a = \frac{\chi\bar{F}}{K\bar{V}} \qquad (8.161)$$

Do giá trị a có giá trị nhỏ nên ta có thể lấy gần đúng:

$$v_{tt} = v_V \qquad (8.162)$$

Xác suất làm việc không hỏng R_3 theo tiêu chuẩn bền tĩnh tìm theo điểm phân vị:

$$z_{\alpha 3} = -\frac{\bar{n}_3 - 1}{\sqrt{\bar{n}_3^2 v_{ch}^2 + v_V^2}} \qquad (8.163)$$

trong đó: $\bar{\sigma}_{ch}$ và v_{ch} - giá trị trung bình và hệ số biến phân giới hạn chảy của vật liệu chế tạo bulông; $\bar{n}_3$ - hệ số an toàn.

Hệ số an toàn $\bar{n}_3$ xác định theo công thức:

$$\bar{n}_3 = \frac{\bar{\sigma}_{ch}}{\bar{\sigma}_{tt}} = \frac{\pi d_1^2 \bar{\sigma}_{ch}}{4(K\bar{V} + \chi\bar{F})} \qquad (8.164)$$

8.9.4 Xác suất làm việc không hỏng theo độ bền mỏi R_4

Xác suất làm việc không hỏng bulông theo tiêu chuẩn bền mỏi R_4:

$$R_4 = P(\sigma_a < \sigma_{-1bl}) \qquad (8.165)$$

trong đó: σ_a - ứng suất thay đổi sinh ra trong bulông; σ_{-1bl} - giới hạn mỏi của bulông.

Giá trị trung bình ứng suất sinh ra trong bulông:

$$\bar{\sigma}_a = \frac{4}{\pi d_1^2}\left[0{,}5\chi\bar{F} + \frac{\psi}{\bar{K}_\sigma}\left(\bar{V} + 0{,}5\chi\bar{F}\right)\right] \qquad (8.166)$$

trong đó: $\bar{F}$ - giá trị trung bình của tải trọng lớn nhất tác động lên bulông (tính đến đặc tính ngẫu nhiên của tải trọng); $0{,}5\bar{F}$ - giá trị trung bình biên độ tải trọng; ψ - hệ số ảnh hưởng độ nhạy của vật liệu đến tính chất không

đối xứng của chu kỳ; $\overline{K}_\sigma$ - giá trị trung bình của hệ số tập trung ứng suất phụ thuộc vào giới hạn bền σ_b của vật liệu:

σ_b ...	400	600	800	1000
$\overline{K}_\sigma$ ...	3,0	3,9	4,8	5,2

hoặc được xác định theo công thức:

$$\overline{K}_\sigma = 1 + q(\overline{\alpha} - 1) \qquad (8.167)$$

với: q - hệ số độ nhạy của vật liệu đến sự tập trung ứng suất: q = 0,5÷0,6 đối với thép carbon và q = 0,7÷0,8 đối với thép hợp kim; $\overline{\alpha}$ - giá trị trung bình của hệ số tập trung ứng suất lý thuyết.

Hệ số biến phân của ứng suất sinh ra trong bulông có thể lấy bằng hệ số biến phân của tải trọng ngoài v_F.

Giá trị trung bình giới hạn mỏi của bulông:

$$\overline{\sigma}_{-1bl} = \overline{\sigma}_{-1}\frac{\varepsilon_\sigma}{K_\sigma}\beta\beta_{th} \qquad (8.168)$$

trong đó: $\overline{\sigma}_{-1}$ - giá trị trung bình giới hạn mỏi của mẫu thử nhẵn (d= 7,5÷10 mm); ε_σ - hệ số ảnh hưởng của kích thước bulông; β - hệ số phụ thuộc vào mối ghép ren: đối với mối ghép tiêu chuẩn β = 1, khi ghép có bộ phận căng ren β = 1,5÷1,6; β_{th} - hệ số tăng bền bằng phương pháp gia công ren: đối với bulông có ren cắt β_{th} = 1, đối với ren lăn β_{th} = 1,2÷1,3.

Hệ số biến phân giới hạn mỏi của bulông v_{-1bl}:

$$v_{-1bl} = \sqrt{v_{bl}^2 + v_p^2 + v_\alpha^2} \qquad (8.169)$$

trong đó: v_{bl} - hệ số biến phân giới hạn mỏi chi tiết được chế tạo bằng vật liệu cùng 1 mẻ nấu, v_{bl} = 0,06÷0,08; v_p - hệ số biến phân giới hạn mỏi bulông được chế tạo bằng vật liệu từ các mẻ nấu khác nhau v_p = 0,08; v_α - hệ số biến phân tập trung ứng suất.

Do đó xác suất làm việc không hỏng theo tiêu chuẩn bền mỏi R_4 được xác định theo điểm phân vị z_{14}:

$$z_{14} = -\frac{\overline{n}_4 - 1}{\sqrt{\overline{n}_4^2 v_{-1bl}^2 + v_a^2}} \qquad (8.170)$$

Và $$\overline{n}_4 = \frac{\overline{\sigma}_{-1bl}}{\overline{\sigma}_a} \qquad (8.171)$$

8.10 ĐỘ TIN CẬY MỐI GHÉP ĐỘ DÔI

Độ tin cậy mối ghép bằng độ dôi được tính là do có sự phân tán lớn các đại lượng như: độ dôi (hiệu số giữa đường kính trục và ổ), hệ số ma sát (phụ thuộc vào trạng thái bề mặt, các tạp chất (hạt mòn) rơi vào mối ghép) và tải trọng ngoài ... [51, 53].

Xác suất làm việc không hỏng mối ghép bằng độ dôi sẽ tính bằng xác suất làm việc không hỏng theo độ bền mối ghép R_{mg} ($R_{mg} = P(T < T_{lim})$ và xác suất làm việc không hỏng của độ bền chi tiết R_{ct} ($R_{ct} = P(\sigma_{td} < \sigma_{ch})$.

$$R = R_{mg}R_{ct} \qquad (8.172)$$

Xác suất làm việc không hỏng theo độ bền mối ghép R_{mg}

Xác suất làm việc không hỏng mối ghép R_{mg} theo tiêu chuẩn độ bền mối ghép xác định theo công thức z_1:

$$z_1 = -\frac{\bar{n}_{mg} - 1}{\sqrt{\bar{n}_{mg}^2 v_{\bar{T}_{lim}}^2 + v_{\bar{T}}^2}} \qquad (8.173)$$

trong đó $\bar{n}_{mg} = \frac{\bar{T}_{lim}}{\bar{T}}$ - hệ số an toàn độ bền mối ghép.

Mômen xoắn giới hạn theo độ bền (Nmm) T_{lim} là mômen lớn nhất có thể truyền của mối ghép có đường kính d (mm), chiều dài l (mm) độ dôi N(μm), áp suất trên bề mặt p (MPa) và hệ số ma sát f:

$$T_{lim} = \frac{\pi d^2 l p f}{2K} \qquad (8.174)$$

trong đó K = 1,5÷3 - hệ số tính đến khả năng có thể giảm lực dính kết theo thời gian.

Mômen xoắn giới hạn T_{lim} được khảo sát như là hàm số theo hai đại lượng ngẫu nhiên p và f. Giá trị trung bình $\bar{T}_{lim}$ được xác định theo giá trị trung bình $\bar{p}$ và $\bar{f}$.

Đối với trục đặc đường kính d với mayơ có đường kính vòng ngoài d_2, cả hai có cùng môđun đàn hồi E (MPa) và hệ số Poisson μ như nhau, do đó ta có công thức xác định áp suất sinh ra trên bề mặt sau:

$$p = \frac{(\delta - u)E.10^{-3}}{d(1+\psi)} \qquad (8.175)$$

trong đó: ψ là hệ số xác định theo công thức $\psi = \frac{1+\left(\frac{d}{d_2}\right)^2}{1-\left(\frac{d}{d_2}\right)^2}$; δ - độ dôi mối ghép, μm; u - hệ số điều chỉnh xét đến việc san bằng các độ nhấp nhô bề mặt lắp R_{Z1}, R_{Z2}: $u = 1,2(R_{Z1}+R_{Z2})$.

Giá trị trung bình $\bar{p}$ được xác định theo (8.175) khi thay δ bởi $\bar{\delta}$.

Giá trị trung bình độ dôi $\bar{\delta}$ xác định bằng hiệu của giá trị trung bình sai lệch trục $\bar{e}$ và lỗ $\bar{E}$. Trong hệ thống lỗ có thể biểu diễn qua các giá trị miền dung sai tra bảng đường kính trục t_e, lỗ t_E và sai lệch dưới của trục ei.

$$\bar{\delta} = \bar{c} - \bar{E} = ei + 0,5\,(t_c - t_E) \qquad (8.176)$$

Dung sai độ dôi:

$$t_\delta = \sqrt{t_c^2 + t_E^2}$$

Sai lệch bình phương trung bình độ dôi S_δ:

$$S_\delta = \frac{1}{6}\sqrt{t_c^2 + t_E^2} \qquad (8.177)$$

Khi đó hệ số biến phân độ dôi $v_\delta = S_\delta/\bar{\delta}$.

Khi chế tạo trục là lỗ theo cùng một cấp chính xác tức là $t_c = t_E = t$:

$$\bar{\delta} = ei;\ v_\delta = \frac{\sqrt{2}t}{6ei} = \frac{0,236t}{ei} \qquad (8.178)$$

Hệ số biến phân áp suất p:

$$v_p = \frac{S_\delta}{\bar{\delta} - u} = v_\delta \frac{1}{1 - u/\bar{\delta}} \qquad (8.179)$$

trong đó: v_δ, S_δ là hệ số biến phân và sai lệch bình phương trung bình của độ dôi δ.

Nếu u tỉ lệ với δ thì $v_p = v_\delta$.

Hệ số biến phân của T_{lim} được xác định như sau:

$$v_{lim} = \sqrt{v_p^2 - v_f^2} \qquad (8.180)$$

trong đó: v_p, v_f là hệ số biến phân của áp suất p và hệ số ma sát f.

Theo kết quả thực nghiệm, hệ số biến phân của hệ số ma sát v_f nằm trong khoảng 0,08÷0,125 (trung bình 0,1). Giá trị nhỏ khi lắp bằng phương pháp làm lạnh trục. Giá trị nhỏ nhất nằm ngoài khoảng trên khi lắp bằng thủy lực. Ta khảo sát bài toán tổng quát ước lượng độ tin cậy của mối ghép bằng độ dôi dưới tác dụng của mômen với giá trị trung bình $\bar{T}$ và hệ số biến phân v_T.

Xác suất làm việc không hỏng của độ bền chi tiết R_{ct}

Ứng suất nguy hiểm sinh ra tại bề mặt trong chi tiết bao. Điều kiện bền $\sigma_{td} < \sigma_{ch}$, trong đó σ_{td} – ứng suất tương đương lớn nhất; σ_{ch} – giới hạn chảy vật liệu chi tiết bao.

Giá trị trung bình của ứng suất tương đương $\bar{\sigma}_{td}$ bằng:

$$\bar{\sigma}_{td} = \frac{2\bar{p}}{1 - \left(\frac{d}{d_2}\right)^2} \qquad (8.181)$$

Hệ số biến phân v_{td} của ứng suất σ_{td} bằng hệ số biến phân v_p của áp suất trên bề mặt lắp ghép.

Xác suất làm việc không hỏng R_{ct} theo độ bền chi tiết xác định theo z_1:

$$z_1 = -\frac{\bar{n}_{c1} - 1}{\sqrt{\bar{n}_{c1}^2 v_{ch}^2 + v_p^2}} \qquad (8.182)$$

trong đó: $\bar{n}_{c1} = \frac{\bar{\sigma}_{ch}}{\bar{\sigma}_{td}}$ - hệ số an toàn theo giá trị trung bình của giới hạn chảy và ứng suất $\bar{\sigma}_{td}$; v_{ch} - hệ số biến phân của giới hạn chảy.

8.11 KẾT LUẬN

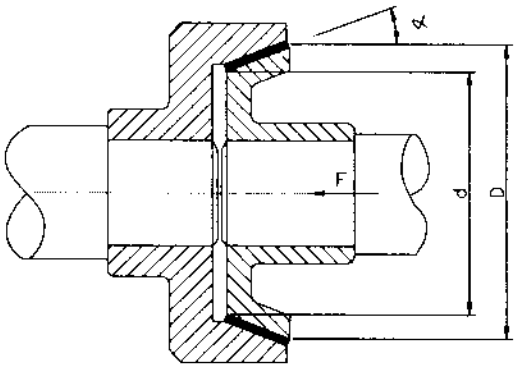
Dựa vào cơ sở lý thuyết trình bày ở trên ta có thể tiến hành tính toán thiết kế và phân tích chi tiết máy trên cơ sở độ tin cậy. Thiết kế tiến hành theo phương pháp mômen thích hợp (giá trị trung bình và sai lệch bình phương trung bình), để đánh giá độ tin cậy ta có thể sử dụng nhiều phương pháp khác nhau đã trình bày chương 5, 6. Trong chương 12 chúng tôi trình bày ví dụ tính toán hệ thống truyền động cơ khi trên cơ sở độ tin cậy.

8.12 BÀI TẬP

8.1 Khả năng tải của ly hợp côn (hình 8.9) dưới áp lực không đổi được xác định theo công thức:

$$T = \frac{Ff}{3\sin\alpha}\left[\frac{D^3 - d^3}{D^2 - d^2}\right]$$

trong đó: D - đường kính ngoài mặt côn; d - đường kính trong của côn, α = nửa góc côn; f - hệ số ma sát giữa trên bề mặt côn; F_a - lực tác dụng dọc trục.

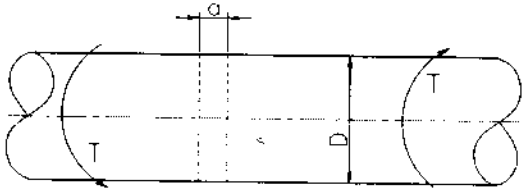


Hình 8.9

Đối với ly hợp trong trường hợp này trên bề mặt côn là lớp amian; d = N(200, 2)mm α= N(20^0, 2^0); F = N(448, 45)N; f= N(0,3, 0,03). Nếu mômen xoắn truyền qua ly hợp còn ma sát phân phối theo quy luật chuẩn với giá trị trung bình T = 45194 Nmm và sai lệch bình phương trung bình S_T = 4519 Nmm. Tìm đường kính ngoài mặt côn D để đạt độ

tin cậy R = 0,99. Giả sử rằng đường kính ngoài mặt côn D = N($\overline{D}$, 0,05$\overline{D}$).

8.2 Tìm độ tin cậy trục như hình 8.10 sau có lỗ suốt đường kính a và chịu tác dụng mômen xoắn T = N(3400, 340)Nm. Giới hạn bền kéo của vật liệu trục có giá trị trung bình $\overline{\sigma}_{bk}$ = 1034,2MPa. Hệ số tập trung ứng suất 1,62. Nếu đường kính trục D = N($\overline{D}$, 0,1$\overline{D}$) và lỗ a = N(6, 0,6) mm xác định đường kính trung bình của trục $\overline{D}$ với hệ số an toàn $\overline{n}$ = 2.



Hình 8.10

8.3 Tìm đường kính trung bình trục $\overline{D}$ của bài tập 8.2 để đạt độ tin cậy R = 0,99 giả sử rằng ứng suất và độ bền của vật liệu tuân theo quy luật phân phối chuẩn.

8.4 Dầm có chiều dài L_1 và tiết diện ngang t và b được hàn cố định vào một giá đỡ như hình 8.11. Mối hàn có chiều dài L_2 trên mặt trên và dưới để đỡ tải trọng F. Mối hàn có dạng tam giác với đáy là h. Ứng suất cắt lớn nhất trên mối hàn τ được xác định theo công thức:

$$\tau' = \sqrt{\tau'^2_F + \tau'^2_M + 2\tau'_F\,\tau'_M\cos\alpha}$$

trong đó:

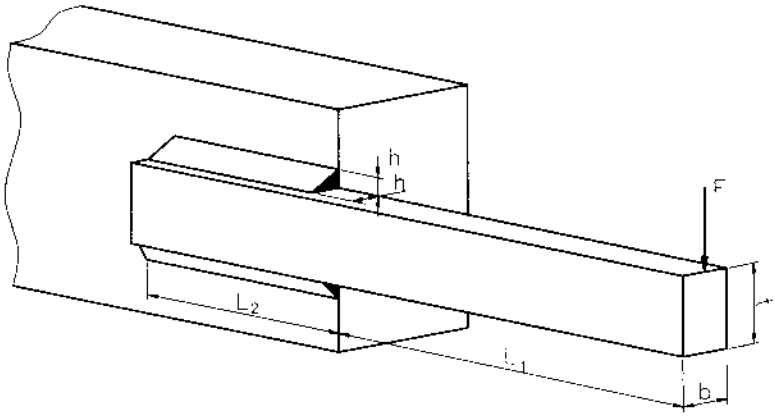
$$\tau'_F = \frac{F}{\sqrt{2}hL_2}$$

$$\tau'_M = \frac{MR}{J} = \left[P\left(L_1 + \frac{1}{2}\right)\right]\frac{\sqrt{\left[\frac{L_2^2}{4} + \left(\frac{h+t}{2}\right)^2\right]}}{2\left(\sqrt{2}hL_2\left[\frac{L_2^2}{12} + \left(\frac{h+t}{2}\right)^2\right]\right)}$$

và:

$$\cos\alpha = \frac{L_2}{2\sqrt{\left[\frac{L_2^2}{4} + \left(\frac{h+t}{2}\right)^2\right]}}$$

Các kích thước mối ghép hàn và dầm L_1 = 625 mm, h = 50 mm, L_2 = 250 mm, t = 250 mm, b = 50 mm và tải trọng phân phối theo qui luật chuẩn với F = N(2500, 250) N. Nếu giới hạn bền cắt của mối ghép hàn là τ_0 = N($\overline{\tau}_0$,$S_{\tau 0}$) = N(245, 35)MPa. Tìm độ tin cậy của mối ghép hàn.



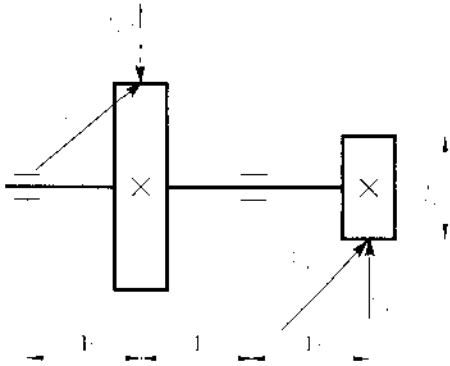
Hình 8.11

8.5 Hai bánh răng được lắp lên trục có các lực tác dụng theo hình 8.12. Các lực F_{t1}, F_{t2}, F_{r1}, F_{r2} và các khoảng cách l_1, l_2, l_3 là các đại lượng ngẫu nhiên phân phối theo qui luật chuẩn.

Cho biết: F_{t1} = 4500N ± 450N; F_{r1} = 1800N ± 180N; F_{t2} = 6000N ± 600N; F_{r2}= 2400N ± 240N; $l_1 = l_2 = l_3$ = 80 ± 5 mm.

Kích thước đường kính được xem là các giá trị đơn định. Giới hạn mỏi trục là đại lượng ngẫu nhiên với σ_{lim} = 200 ± 60 MPa.

Xác định đường kính trục với độ tin cậy R = 0,999.



Hình 8.12

CHƯƠNG 9

PHÂN TÍCH MÁY THÀNH HỆ THỐNG

Máy hoặc dây chuyền công nghệ được phân tích như là một hệ thống. Sử dụng lý thuyết toán (hệ thống) độ tin cậy để xác định độ tin cậy máy theo các phần tử. Do đó phân tích cấu trúc cây hệ thống rất quan trọng khi đánh giá độ tin cậy máy. Từ độ tin cậy các phần tử ta xác định độ tin cậy hệ thống, có nghĩa xác định độ tin cậy máy. Ngược lại để đảm bảo độ tin cậy máy thì mỗi phần tử phải có độ tin cậy nhất định, từ đó thiết kế các phần tử với độ tin cậy cho trước.

Nguyên nhân việc hỏng hóc của hệ thống không những là do hỏng hóc của các phần tử của hệ thống mà còn do lỗi của người vận hành và nhân viên bảo trì. Do đó, việc xem xét lỗi của con người cũng rất quan trọng trong phân tích an toàn. Hỏng hóc của hệ thống không những gây nên các bất tiện trong cuộc sống, giảm năng suất mà trong một số trường hợp còn gây nên thiệt hại lớn về người và của.

Nhiều phương pháp xem xét an toàn và thiết kế được phát triển để giúp hiểu được tai nạn xảy ra như thế nào, xác suất xảy ra tai nạn được đánh giá như thế nào và bằng phương pháp nào giảm được xác suất xảy ra sự kiện. Các phương pháp này giúp đỡ trong việc phân tích có phương pháp hệ thống theo độ an toàn, trong việc phát hiện ra các điểm yếu tiềm ẩn có khả năng dẫn đến mối nguy hiểm cho sự an toàn và các vị trí nổi bật cần có các sự chú ý đặc biệt trong thiết kế, sản xuất, hoạt động và bảo trì hệ thống. Trong nhiều trường hợp khảo sát lại bản thiết kế có thể phát hiện tất cả khía cạnh của thiết kế để thỏa mãn chúng. Việc đánh giá lại thiết kế được lập kế hoạch và tiến hành tốt sẽ nâng cao hiệu quả kinh tế trong việc thiết kế và phát triển các hệ thống kỹ thuật phức tạp. Phổ biến nhất trong các phương pháp khác nhau có thể sử dụng cho việc đánh giá lại thiết kế và an toàn của hệ thống phức tạp là các dạng hỏng và phân tích hiệu quả (gọi tắt FMEA), phân tích cây sự kiện (gọi tắt ETA) và cây dạng hỏng (gọi tắt FTA).

9.1 PHÂN TÍCH AN TOÀN HỆ THỐNG

Độ tin cậy và an toàn sản phẩm liên quan chặt chẽ với nhau. An toàn định nghĩa theo nghĩa rộng là tránh khỏi các điều kiện mà nó là nguyên nhân gây nên hỏng hóc chi tiết, tổn thất nhân mạng hoặc hỏng hóc lớn về trang thiết bị và môi trường chung quanh. Cho nên trọng tâm ở đây là các hỏng hóc tạo nên nguy cơ cho an toàn. Mục đích là xác định

trong quá trình thiết kế các dạng hỏng nào sẽ xuất hiện và thực hiện các biện pháp khắc phục. Thông thường các dạng hỏng liên quan an toàn có xác suất xuất hiện thấp và do đó rất khó ước lượng chúng. Thử nghiệm độ tin cậy ở mức độ hệ thống có thể sai và tạo nên điều kiện không an toàn. Ngoài ra, các đặc điểm an toàn thiết kế với thành phần hỗ trợ hoặc dự trữ, hỏng hóc gây mất an toàn hệ thống thông thường có nguyên nhân là kết hợp các sự kiện. Ví dụ kết hợp hỏng hóc thiết bị, hỏng hóc do con người và hỏng hóc hệ thống báo động khi nồi hơi bắt đầu quá nóng do nguyên nhân tích lũy áp suất.

Cả hai phương pháp định lượng và định tính đều được sử dụng để phân tích an toàn hệ thống. Phương pháp định tính giúp cho ta hiểu biết cấu trúc logic của các dạng hỏng khác nhau hệ thống và mối tương quan giữa chúng. Phương pháp này có thể chỉ cho ta hiểu rằng các sự kiện nào đó có khả năng xảy ra được giảm bớt hoặc loại trừ. Ngược lại, phương pháp định lượng giúp ta sử dụng các dữ liệu hỏng hóc của chi tiết, dự đoán thời gian hỏng hóc và lỗi con người và dự đoán xác suất xuất hiện các sự kiện nào đó.

Trong thực tế sử dụng dạng phân tích an toàn hệ thống phụ thuộc vào độ phức tạp của hệ thống, khả năng sử dụng dữ liệu hỏng hóc và mức độ ảnh hưởng của yếu tố con người. Các dạng khác nhau của trình tự phân tích an toàn hệ thống được sử dụng để nhận dạng và xác định số lượng của an toàn và rủi ro của hệ thống theo hai phương pháp: qui nạp và suy diễn.

Theo phương pháp qui nạp, phân tích bắt đầu ở mức độ chi tiết, xác định các dạng hỏng của mỗi chi tiết và thiết lập ảnh hưởng của mỗi hỏng hóc chi tiết đến toàn bộ hệ thống. Phân tích các dạng hỏng được sử dụng để khảo sát mỗi phần tử của hệ thống và phát hiện sự ảnh hưởng đến hệ thống của các dạng hỏng khác nhau. Phương pháp này mang tính chủ quan do bản chất định tính của phân tích.

Theo phương pháp suy diễn, phân tích bắt đầu từ việc đánh số các mối nguy hiểm tiềm tàng và phân tích từ hệ thống đi xuống để xác định các hỏng hóc phần cứng hệ thống và lỗi do con người là các nguyên nhân gây nên các hỏng hóc tiềm tàng. FTA và cây sự kiện thuộc về phương pháp phân tích hỏng hóc suy diễn. Trong FTA, thì các sự kiện cao nhất (gọi là sự kiện TOP), như là hỏng máy, cháy... là hỏng hóc hoàn toàn của hệ thống được phát hiện đầu tiên, và sau đó là tất cả các dạng hỏng có thể. Phương pháp phân tích này là công cụ chính xác và có tác động lớn cho việc xác định số lượng các rủi ro. Phân tích cây sự kiện là một quá trình logic, dựa trên cơ sở chuỗi nhị phân, trong đó sự kiện hoặc là xảy ra hoặc không, chi tiết có làm việc tốt hay không. Giới hạn chính của phương

pháp này là không tính đến các chi tiết hỏng hóc dần dần. Phương pháp này sử dụng theo logic và nó cần thiết để làm ngược lại về bản chất được sử dụng trong phân tích cây sự kiện. Dựa vào sự xuất hiện dạng hỏng cụ thể, cây dạng hỏng nhận biết các kết hợp khác nhau và trình tự các hỏng hóc khác mà nó dẫn đến sự kiện TOP.

Ngược lại, trong phân tích cây sự kiện, chúng ta bắt đầu từ vài sự kiện ban đầu và hậu quả của nó là hàng loạt sự kiện xuất hiện tiếp theo, đến khi sự kiện cuối cùng xuất hiện. Khi gán mỗi nhánh xác suất xuất hiện, kết quả cuối cùng là danh sách dài các hậu quả có thể của sự kiện ban đầu trong đó mỗi sự kiện có xác suất liên quan đến mỗi kết quả.

9.2 CÁC DẠNG HỎNG VÀ PHÂN TÍCH ẢNH HƯỞNG

Các dạng hỏng và phân tích ảnh hưởng (gọi tắt là FMEA) là thủ tục phân tích được sử dụng phổ biến trong giai đoạn ban đầu phát triển hệ thống. Mục đích là phát hiện các hỏng hóc và các dạng hỏng khác nhau, xuất hiện ở mức độ chi tiết, hệ thống con và hệ thống và đánh giá hậu quả của các hỏng hóc này. Nó liên quan đến việc phân tích hệ thống để xác định ảnh hưởng của hỏng hóc chi tiết hoặc hệ thống con đến toàn bộ hệ thống và có khả năng phù hợp với các đối tượng và yêu cầu thực hiện.

FMEA bắt đầu phát triển vào những năm 50 của thế kỷ trước khi phát triển các hệ thống điều khiển chuyến bay của lực lượng không quân Mỹ. Thông thường FMEA được thực hiện trong suốt các giai đoạn thiết kế ý tưởng và thiết kế ban đầu của hệ thống để đảm bảo dự báo tất cả các dạng hỏng hóc có thể xảy ra và các kế hoạch thực hiện để loại trừ tất cả các hỏng hóc tiềm năng.

Thỉnh thoảng các phân tích trạng thái tới hạn được thực hiện cùng với FMEA. Trong trường hợp này bao gồm cả chỉ số trạng thái tới hạn và tính khắc nghiệt của hỏng hóc. Phân tích này còn gọi là các dạng hỏng, phân tích ảnh hưởng và trạng thái tới hạn (gọi tắt là FMECA) và được phát triển bởi cơ quan hàng không và vũ trụ Mỹ (NASA). Thực hiện một cách toàn diện FMECA cho hệ thống phức tạp là một công việc tốn nhiều thời gian. Tuy nhiên tại Mỹ thủ tục này rất hiệu quả khi đánh giá độ tin cậy và nó là bắt buộc cho các dự án mà nhà nước đầu tư.

FMECA hỗ trợ phân tích độ tin cậy theo sơ đồ khối và đồ thị dự đoán cho mục đích sửa chữa. Trên thực tế, công việc tạo trình tự dự báo và sử dụng các sổ tay bảo trì dễ hơn đáng kể nếu nhà thiết kế biết rõ các chi tiết về FMECA. Mức độ chi tiết được thực hiện với FMECA dựa trên mục tiêu của nó. Ví dụ nghiên cứu tiền khả thi của hệ thống lớn có thể tiến

hành với hệ thống con chức năng với đa số thiết kế chi tiết đã được thực hiện.

Sau đó FMECA bắt đầu được tiến hành với các hỏng hóc liên quan đến hệ thống con và block. Khi thiết kế chi tiết, FMECA sẽ được cập nhật, giúp cho xác định các đặc điểm chi tiết của hệ thống. Đa số FMECA được tiến hành với các dạng hỏng hóc riêng lẻ. Nếu một vài dạng hỏng hóc tới hạn được phát hiện, ảnh hưởng đồng thời của chúng được khảo sát riêng biệt.

Trình tự thực hiện FMECA như sau:

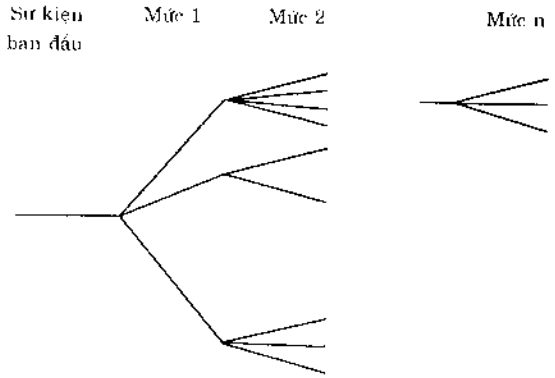
1. Xác định các dạng hỏng hóc tiềm tàng của hệ thống.
2. Liên hệ các nguyên nhân, ảnh hưởng và cường độ của mỗi dạng hỏng.
3. Ưu tiên các dạng hỏng liên quan đến xác suất xuất hiện, tính nguy hiểm của chúng và biện pháp khắc phục.
4. Đưa ra các hoạt động tiếp tục thích hợp và hiệu chỉnh mỗi dạng hỏng hóc.

9.3 PHÂN TÍCH CÂY SỰ KIỆN

Cây sự kiện là sự biểu diễn đồ họa tất cả sự kiện có thể trong hệ thống. Nó được gọi là cây bởi gì biểu diễn đồ họa được trải rộng ra từ từ có hình dạng cây với nhiều nhánh tạo bởi số các sự kiện tăng lên. Nó dựa trên logic nhị phân, trong đó sự kiện được cho rằng có xảy ra hay không, các chi tiết có làm việc tốt hay không làm việc. Giới hạn chủ yếu của phương pháp này là phần tử được hạ bậc từng phần không thể tính toán đến. Phân tích này được bắt đầu theo trình tự ngược với FTA. Giả sử rằng các sự kiện TOP cụ thể (hỏng hóc) xuất hiện, cây dạng hỏng xác định sự kết hợp khác nhau và trình tự các hỏng hóc khác dẫn đến sự kiện TOP.

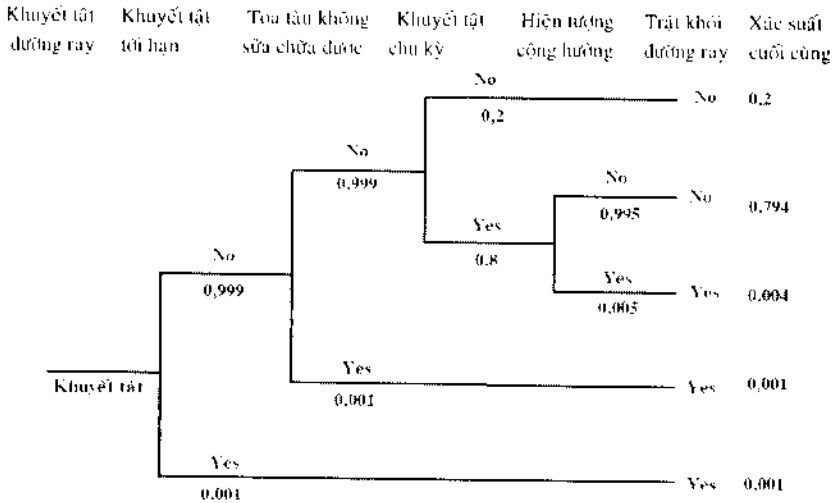
Trong phân tích cây sự kiện, chúng ta bắt đầu từ vài sự kiện ban đầu và là hậu quả của hàng loạt sự kiện tiếp theo đến khi sự kiện cuối cùng xuất hiện. Khi gán mỗi nhánh xác suất xuất hiện, kết quả cuối cùng là danh sách dài các hậu quả có thể của sự kiện ban đầu trong đó mỗi sự kiện có xác suất liên quan đến chúng. Trong nhiều trường hợp, cấu trúc của cây sự kiện có thể được đơn giản hơn nữa. Các tình huống này xuất hiện khi một sự kiện riêng lẻ nào đó dẫn đến kết quả cuối cùng, không chú ý đến bất kỳ sự kiện trung gian nào xảy ra sau đó.

Trong lý thuyết hệ thống độ tin cậy hiện đại thì ta sử dụng khái niệm sự kiện thường xuyên hơn, hỏng chỉ là trường hợp riêng của sự kiện. Cho nên trong thời gian gần đây khi phân tích hệ thống thường thay thế cây dạng hỏng bằng cây sự kiện.



Hình 9.1

Theo quan điểm độ tin cậy thì cây sự kiện và cây dạng hỏng biểu diễn dưới dạng sơ đồ khối chỉ minh họa cho các mô hình xác suất. Tuy nhiên nó được quan tâm đặc biệt khi vận hành và bảo trì hệ thống. Theo sơ đồ này người kỹ sư không cần có kiến thức về xác suất thống kê, có thể theo dõi quá trình và tìm được phương án phát triển sự kiện không thuận lợi. Ta có thể dự đoán tính mạo hiểm mong đợi nếu như được trang bị các thiết bị thông tin số tương ứng. Theo cấu trúc cây sự kiện ta có thể xác định xác suất xảy ra. Dạng tổng quát cây sự kiện trình bày trên hình 9.1. Cơ sở của cây là sự kiện ban đầu E, sau đó là các sự kiện ở mức 1, ký hiệu E_{11}, E_{21}, ..., E_{k1}. Trong bài toán độ tin cậy thường có hai nhánh E_{11} và E_{21} tương ứng sự kiện hỏng và còn khả năng làm việc. Tương ứng ta có sự kiện các mức tiếp theo. Cuối cây là một dãy liên tiếp các sự kiện và xác suất xảy ra dãy sự kiện này (hình 9.2).



Hình 9.2 Cây sự kiện

Cây sự kiện chỉ minh hoạ các công thức cơ bản của lý thuyết xác suất. Xác suất từng vị trí ký hiệu E_{jk} với chỉ số đầu tiên là số sự kiện, chỉ số thứ hai là mức độ sự kiện.

Ví dụ ta khảo sát sự kiện toa tàu trật khỏi đường ray. Trên hình 9.2 là cây sự kiện và hình 9.4 là cây dạng hỏng minh họa cho tình huống hỏng này. Sự kiện đầu tiên là do khuyết tật của đường ray, khuyết tật này chia ra tới hạn và không tới hạn. Trên cây sự kiện xác suất xuất hiện các khuyết tật đó là 0,001 và 0,999. Các số liệu chỉ chọn tương đối vì không có số liệu về quảng đường di chuyển, thời gian quan sát...

9.4 PHÂN TÍCH CẤU TRÚC CÂY DẠNG HỎNG

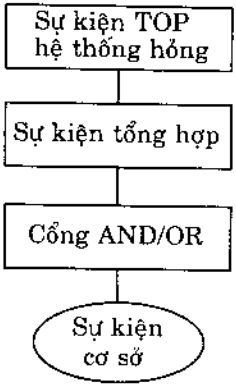
Công cụ hữu ích để thực hiện phân tích an toàn hệ thống là phân tích cấu trúc cây dạng hỏng (gọi tắt là FTA). FTA là kỹ thuật thiết kế đồ họa, nó quy định các lựa chọn sơ đồ khối độ tin cậy.

FTA được sử dụng rộng rãi trong công nghiệp hàng không và hạt nhân, do liên quan đến độ an toàn cho con người. Thủ tục FTA lần đầu tiên được giới thiệu trong các phòng thí nghiệm của Bell Telephone liên quan đến phân tích an toàn của hệ thống điều khiển tên lửa Minuteman vào năm 1962. Tiếp theo đó phương pháp này được phát triển bởi công ty Boeing vào giữa những năm 1960. Kể từ đó, FTA được sử dụng rộng rãi để nghiên cứu độ tin cậy và an toàn của các hệ thống lớn và phức tạp cho các ứng dụng chẩn đoán.

Trong khi mục đích FMECA là để phát hiện các dạng hỏng và ảnh hưởng có thể, thì FTA cho phát triển cấu trúc mà từ đó các quan hệ logic đơn giản có thể sử dụng để diễn tả sự tương quan xác suất giữa các sự kiện khác nhau, mà nó dẫn đến hỏng hóc của hệ thống. Trong thực tế FTA được thực hiện trước FMECA trong các trường hợp thiết kế, vận hành của hệ thống được ước lượng và sự liên quan nguyên nhân và ảnh hưởng dẫn đến hỏng hóc của hệ thống được phát hiện. FMECA trở thành bước cần thiết để hiểu bản chất của hệ thống mà không cần liên quan đến FTA và phân tích độ tin cậy.

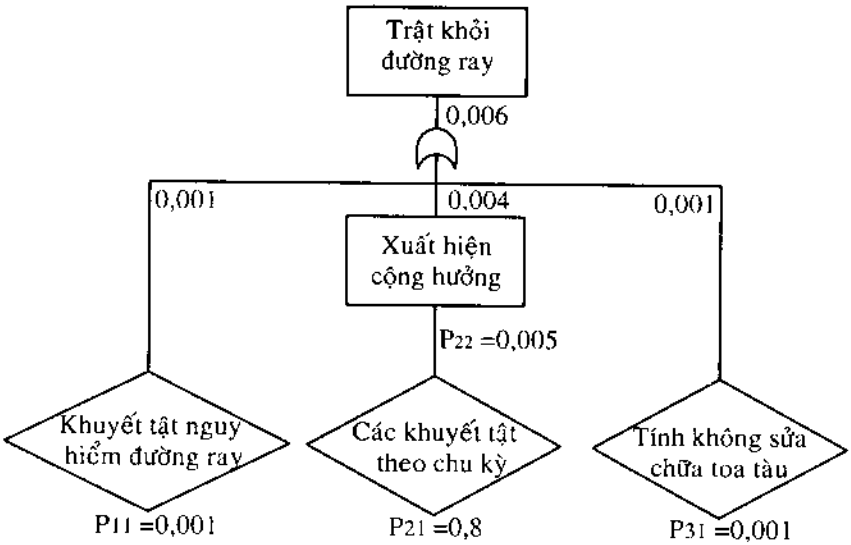
Như thế, chúng ta cần phải biết hệ thống làm việc như thế nào trước khi xây dựng cây hệ thống. Chức năng hệ thống được trình bày bằng hàm số hoặc bằng biểu đồ tiến trình, trên đó biểu đồ thông tin, vật liệu, tín hiệu và các dịch vụ khác được biểu thị. Sau đó biểu đồ được sử dụng để xác định chuỗi chức năng khác nhau, từ giá trị nhập đến xuất. Tiếp theo, biểu đồ logic được chuẩn bị để chuyển các quan hệ chức năng thành các quan hệ logic giữa các phần tử khác nhau của hệ thống. Một khi sự quan hệ logic giữa các phần tử khác nhau của hệ thống được thiết lập thì sự

liên quan giữa nguyên nhân và ảnh hưởng khi vận hành hệ thống cần phải được nghiên cứu và cây dạng hỏng của hệ thống được phát triển. Trọng tâm là chúng ta phải xác định các hỏng hóc nguy hiểm và đưa nó lên thành sự kiện TOP của sơ đồ cấu trúc cây dạng hỏng. Phân tích chất lượng gồm có phát hiện các sự kết hợp khác nhau các sự kiện là nguyên nhân của sự kiện TOP sẽ xuất hiện. Nó có thể kèm theo sự phân tích số lượng để đánh giá xác suất xuất hiện các sự kiện TOP. Cấu trúc cây dạng hỏng điển hình có dạng hình 9.3.



Hình 9.3 Sơ đồ tổng quát cấu trúc cây dạng hỏng

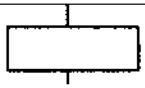
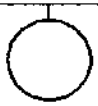
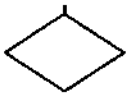
FTA của hệ thống phức tạp đòi hỏi phải có khái niệm chính xác về sự liên hệ chức năng của tất cả các phần tử, nguyên nhân hỏng và hậu quả của chúng.



Hình 9.4 Cây dạng hỏng

Các ký hiệu sử dụng trên cây dạng hỏng trình bày trên bảng 9.1. Xây dựng cấu trúc cây với hai cổng logic là AND và OR được sử dụng để quan hệ với các sự kiện là kết quả, cơ sở và trung gian hoặc các hỏng hóc với sự kiện TOP. Sự kiện thấp nhất là cổng nhập, sự kiện TOP là cổng xuất. Dạng cổng xác định tùy thuộc vào tất cả các sự kiện nhập phải xảy ra thì sự kiện xuất mới xảy ra (cổng AND) hoặc là chỉ một sự kiện thấp xảy ra thì sự kiện xuất sẽ xảy ra (cổng OR).

Bảng 9.1 Các ký hiệu cây dạng hỏng

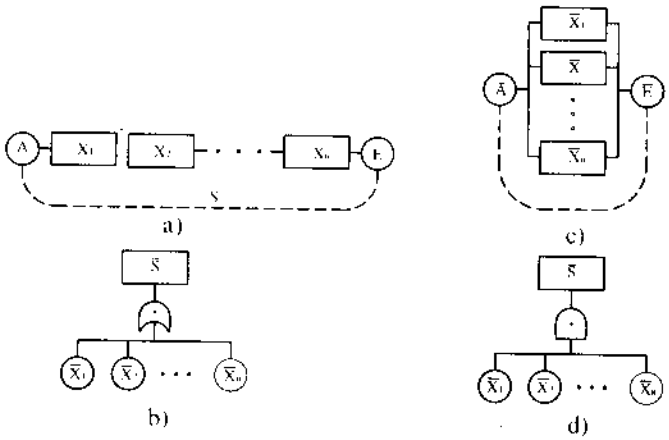
Ký hiệu	Ý nghĩa
	**Hình chữ nhật**: Miêu tả sự kiện hỏng là kết quả từ sự kết hợp logic các sự kiện hỏng qua đầu vào của cổng logic.
	**Hình tròn**: Biểu diễn sự kiện hỏng cơ sở hoặc dạng hỏng của chi tiết cơ bản. Xác suất xuất hiện sự kiện hỏng, dạng hỏng và mức độ sửa chữa thu được từ các dữ liệu thực nghiệm.
	**Hình thoi**: Biểu diễn sự kiện hỏng mà các nguyên nhân của nó không được phát triển hoàn toàn do thiếu quan tâm hoặc thiếu thông tin.
	**Tam giác A**: Biểu diễn chuyển cổng nhập và được sử dụng để tránh các phân đoạn lặp lại của cây dạng hỏng.
	**Tam giác B**: Biểu diễn chuyển cổng xuất và được sử dụng để tránh các phân đoạn lặp lại của cây dạng hỏng.
	**Cổng AND**: Biểu diễn sự kiện hỏng đầu ra chỉ xuất hiện khi và chỉ khi tất cả các sự kiện hỏng đầu vào xảy ra.
	**Cổng OR:** Biểu diễn sự kiện hỏng đầu ra chỉ xuất hiện nếu như một trong các sự kiện hỏng đầu vào xảy ra.

Thiết lập cây dạng hỏng thực hiện theo trình tự sau:

1. Bước đầu tiên của FTA là xác định sự kiện TOP, sự kiện này gây nên hỏng hóc nghiêm trọng của hệ thống.
2. Xây dựng vài cây dạng hỏng khác nhau nhưng tương đương cho hệ thống đang khảo sát. Ngoài ra các sự kiện TOP khác nhau dẫn đến các cây sự kiện khác nhau.
3. Cho mỗi sự kiện TOP riêng lẻ, mỗi sự kiện có thể được khảo sát có xảy ra hay không, hoặc riêng lẻ hoặc liên kết với các sự kiện khác gây nên sự kiện TOP.
4. Các sự kiện tổng hợp dẫn đến sự kiện TOP và các sự kiện thứ cấp gây nên các sự kiện tổng hợp được xác định. Quá trình tiếp tục đến khi các hỏng hóc thấp nhất được xác định.
5. Tập hợp các sự kiện khi xảy ra tất cả sẽ gây nên sự kiện quan tâm được gán cổng AND.

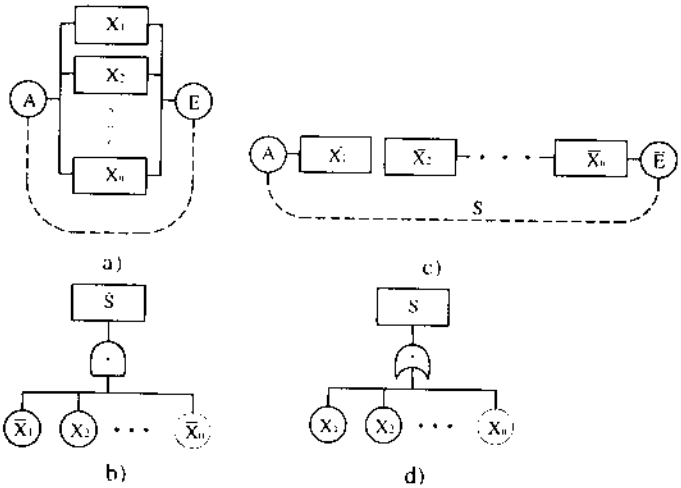
6. Tập hợp các sự kiện khi một sự kiện nào xảy ra sẽ gây nên sự kiện quan tâm được gán cổng OR.

Sau đây sẽ trình bày sự chuyển đổi giữa sơ đồ khối và sơ đồ theo cấu trúc cây dạng hỏng. Đối với hệ thống gồm 4 phần tử mắc nối tiếp ta có thể biểu diễn 4 sơ đồ tính toán độ tin cậy (hình 9.5). Hai sơ đồ có dạng sơ đồ khối (hình 9.5a, c), 2 sơ đồ có dạng cấu trúc cây (hình 9.5b, d). Gạch trên các biến logic là sự kiện đối nhau. Ký hiệu A và E là trạng thái ban đầu và kết quả (hỏng) của hệ. Nếu ký hiệu X_i là biến logic, tương ứng với trạng thái làm việc của phần tử thứ i, S là trạng thái làm việc của hệ thống thì sơ đồ hình 9.5b là cấu trúc cây hỏng của hệ thống, sơ đồ hình 9.5d là cấu trúc cây khả năng làm việc của hệ thống.



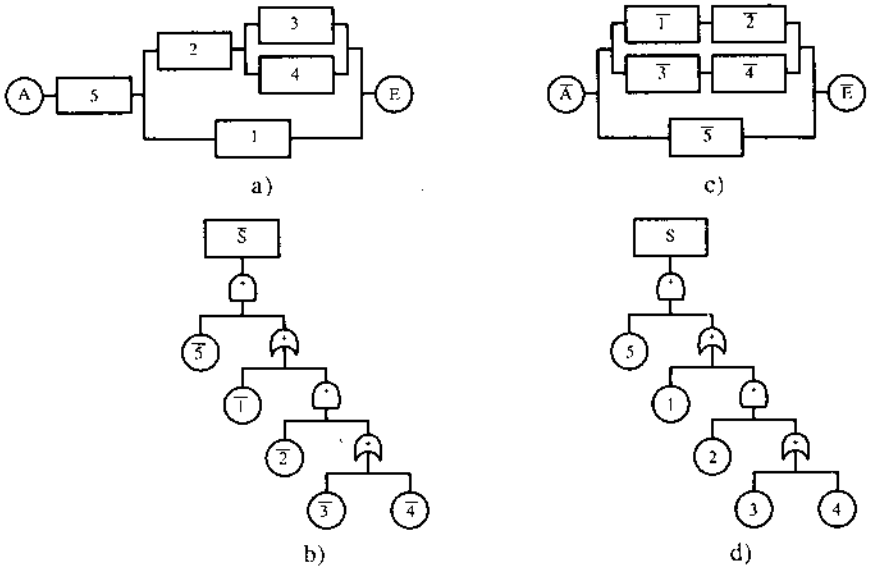
Hình 9.5

Phân tích tương tự cho sơ đồ hệ thống gồm 4 phần tử song song như hình 9.6.



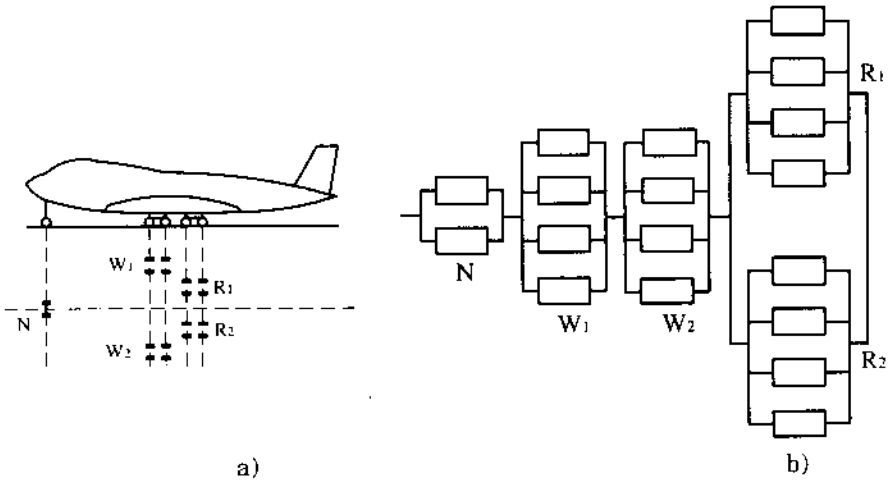
Hình 9.6

Trên hình 9.7a là sơ đồ của hệ thống hỗn hợp. Trên các hình 9.7b, c, d là các sơ đồ tương đương để tính toán độ tin cậy. Sơ đồ hình 9.7b là cây dạng hỏng, sơ đồ hình 9.7c là sơ đồ khối tính độ tin cậy theo xác suất không hỏng, sơ đồ hình 9.7d là cây không hỏng.

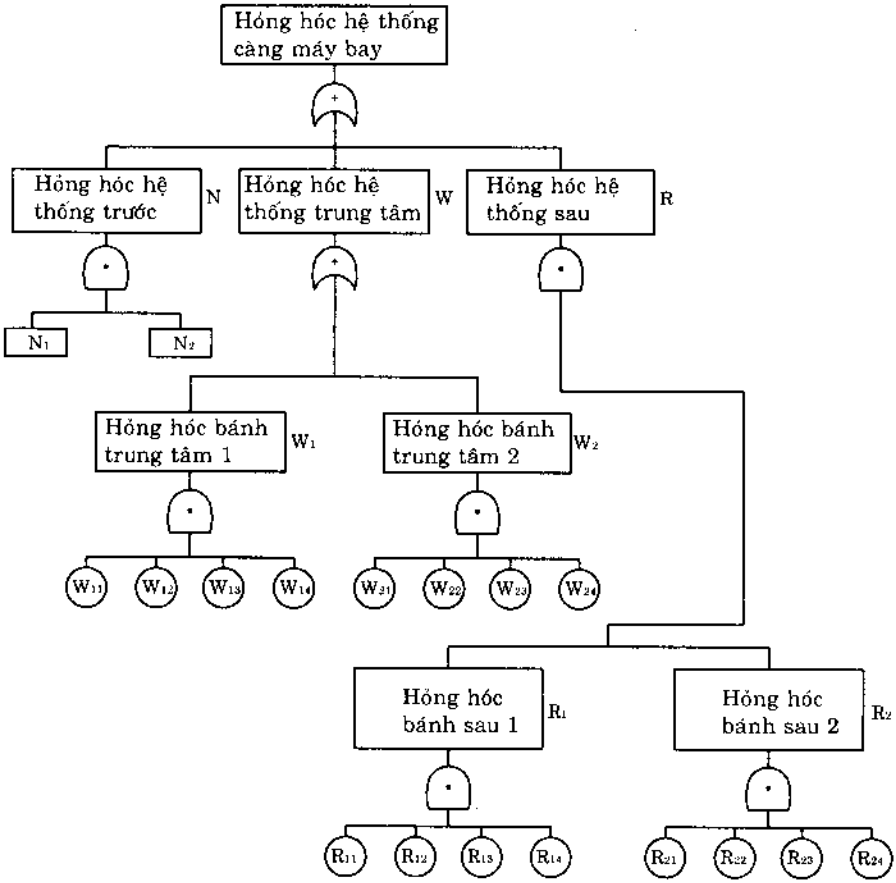


Hình 9.7

Ứng dụng các nguyên tắc trên ta lập sơ đồ khối cho hệ thống càng máy bay hình 9.8a. Cấu trúc cây dạng hỏng có dạng như hình 9.8c. Sơ đồ hệ thống để đánh giá và phân phối độ tin cậy như hình 9.8b.



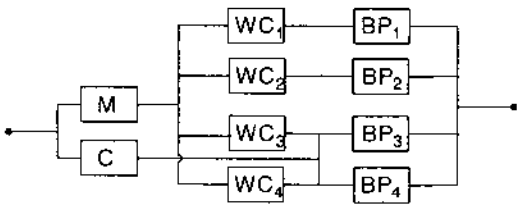
Phân tích máy thành hệ thống



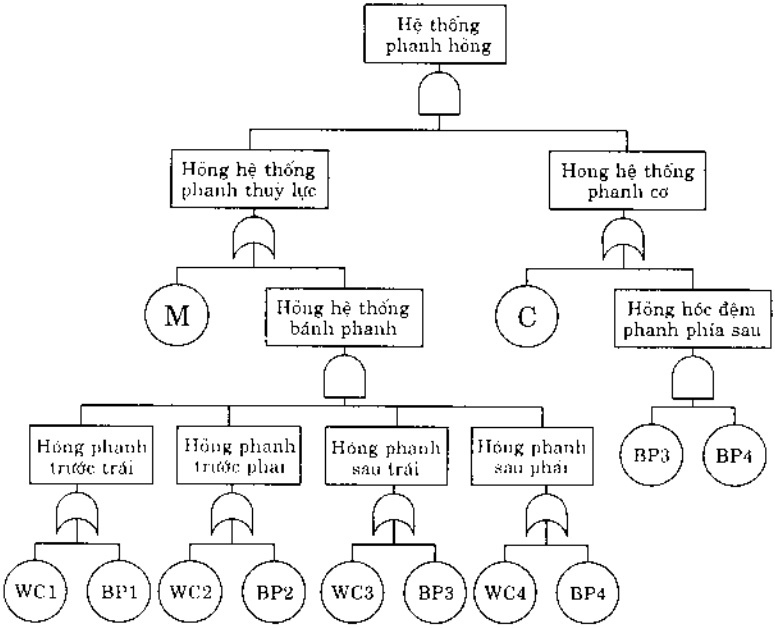
c)

Hình 9.8 Phân tích cấu trúc cây dạng hỏng

Hình vẽ 9.9b là cấu trúc cây dạng hỏng của hệ thống phanh trong xe ôtô (theo sơ đồ hệ thống phức tạp hình 9.9a).



a) Sơ đồ khối hệ thống phanh trên xe ôtô



b) Phân tích cấu trúc cây dạng hỏng hệ thống phanh

Hình 9.9

9.5 CUT-SET NHỎ NHẤT

Một dạng khác của phân tích định lượng là sử dụng cut–set nhỏ nhất (gọi tắt là MC). Cut-set là tập hợp các sự kiện cơ sở là nguyên nhân xảy ra sự kiện TOP. Khi tất cả sự kiện trong cut-set xảy ra thì sự kiện TOP mới xảy ra.

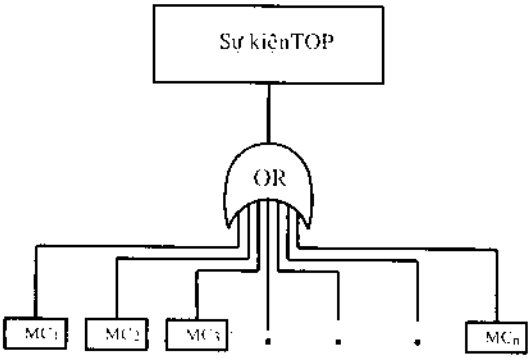
Cut-set là tập hợp các sự kiện chính, khi xuất hiện là nguyên nhân hỏng hóc hệ thống, có nghĩa là xảy ra sự kiện TOP. MC là tập hợp nhỏ nhất các sự kiện chính làm sinh ra sự kiện TOP nếu như tất cả các sự kiện của tập hợp xuất hiện. Điều đó có nghĩa là không có sự kiện không liên quan trong tập hợp mà hỏng hóc của chúng không góp phần vào sự kiện TOP. Đánh số trong MC là bước cần thiết để ước lượng độ tin cậy của hệ thống. Sự thể hiện MC đưa đến nhóm kết quả định tính như là các điểm yếu của hệ thống, các thành phần dự trữ bị hỏng hoặc là ảnh hưởng của phần tử đã cho lên toàn bộ độ tin cậy hệ thống. Các phương pháp khác nhau được sử dụng để xác định MC. Một trong các phương pháp, như phương pháp qui nạp thì MC xuất phát trực tiếp từ cây dạng hỏng. Lựa chọn thứ ba bắt nguồn một cách tự động từ biểu đồ khối.

Trong phương pháp cây dạng hỏng, MC được định nghĩa bằng cách biến đổi cây dạng hỏng thành biểu thức đại số boole. Khi đó mỗi biến đại số boole được gán cho mỗi sự kiện cơ sở. Sự kiện xuất của cổng AND được

gán biến đại số boole bằng giá trị nhỏ nhất của biến đại số boole của sự kiện đầu vào. Sự kiện xuất của cổng OR được gán biến đại số boole bằng giá trị lớn nhất của biến đại số boole của sự kiện đầu vào. Cuối cùng biểu thức đại số boole thu được từ sự kiện cuối cùng không mong muốn như là hàm của các biến đại số boole liên quan đến mỗi sự kiện cơ sở. Nó sẽ thuận tiện khi xác định "biến đại số boole" cho sự kiện điển hình A, biểu thị bằng X_A, giá trị $X_A = 1$ nếu như sự kiện A xuất hiện và $X_A = 0$ nếu sự kiện A không xuất hiện.

Tính đến cổng AND với n sự kiện đầu vào và 1 sự kiện đầu ra A. Nếu n sự kiện 1, 2, ..., n có các biến $X_1, X_2, ..., X_n$, thì sự kiện đầu ra A được xác định như là tích của n sự kiện hoặc có thể nói sự kiện A sẽ xuất hiện nếu tất cả n sự kiện đầu vào xuất hiện. Do đó ta có thể viết:

$$X_A = \prod_{i=1}^{n} X_i \qquad (9.1)$$



Hình 9.10

Khi X_A biểu diễn như là tích của 1 và 0, giá trị X_A sẽ là 1 hoặc 0. Như thế X_A có thể xác định như là giá trị nhỏ nhất của X_i.

Tính đến cổng OR với n sự kiện đầu vào và 1 sự kiện đầu ra B. Sự kiện đầu ra B được xác định như là tổng của n sự kiện hoặc có thể nói sự kiện B sẽ xuất hiện khi tất cả n sự kiện đầu vào xuất hiện. Do đó ta có thể viết:

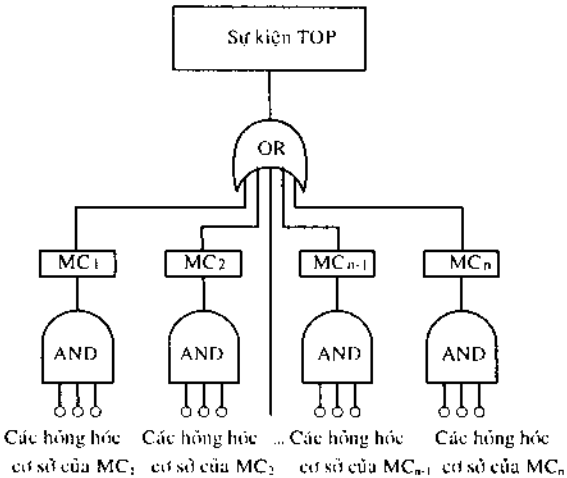
$$X_B = 1 - \prod_{i=1}^{n} (1 - X_i) \qquad (9.2)$$

Giá trị $X_B = 1$ nếu tất cả giá trị $X_i = 1$. Như thế X_B có thể xác định như là giá trị lớn nhất của X_i.

Khi MC được xác định, ta sử dụng chúng để phân tích định tính của cây dạng hỏng. Theo định nghĩa, MC bất kỳ có thể dẫn đến sự kiện TOP. Do đó, ta có thể xây dựng lại cây bằng cách kết nối sự kiện TOP và cổng OR, với mỗi MC biểu diễn dữ liệu được đưa vào bằng cổng OR (hình

9.10). Theo định nghĩa sự xuất hiện của MC đưa đến hỏng hóc của tất cả các phần tử (các hỏng hóc cơ sở) của tập hợp. Như thế các phần tử riêng lẻ của mỗi MC được kết nối qua cổng AND. Do đó, theo thuật ngữ MC, bất kỳ cây dạng hỏng nào có thể biểu diễn như hình 9.11. Đối với MC điển hình bao gồm s phần tử ta có thể viết:

$$X_{MC_i} = \prod_{j=1}^{s} X_j^{(i)} \tag{9.3}$$



Hình 9.11

Từ công thức (9.3), $X_j^{(i)}$ là biến đại số boole cho phần tử thứ j (hỏng hóc cơ sở) nếu MC và tất cả các phần tử của MC_i được cho là độc lập. Xác suất xuất hiện MC_i được xác định theo công thức:

$$P_{MC_i} = \prod_{j=1}^{s} P_j^{(i)} \tag{9.4}$$

trong đó $P_j^{(i)}$ là xác suất hỏng của phần tử thứ j trong i MC (bằng giá trị mong đợi $X_j^{(i)}$).

Biến đại số boole tương ứng với sự kiện TOP có thể biểu diễn, sử dụng MC, như sau:

$$X_{TOP} = 1 - \prod_{i=1}^{n} \left(1 - X_{MC_i}\right) \tag{9.5}$$

Từ công thức (9.4) và (9.5) ta thu được:

$$X_{TOP} = 1 - \prod_{i=1}^{n} \left(1 - \prod_{i=1}^{n} X_j^{(i)}\right) \tag{9.6}$$

trong đó phần tử thứ j của $MC_i(X_j^{(i)})$ được xem như phần tử l của $MC_k(X_l^{(k)})$.

Trong trường hợp các phần tử riêng lẻ là độc lập nhưng MC có thể không độc lập. Khi vài cut-set đóng góp các phần tử như nhau, chúng sẽ phụ thuộc lẫn nhau giữa các MC. Sự phụ thuộc này có thể tính đến khi sử dụng quan hệ sau:

$$X_l^{(i)} X_l^{(k)} = X_l^{(i)} \tag{9.7}$$

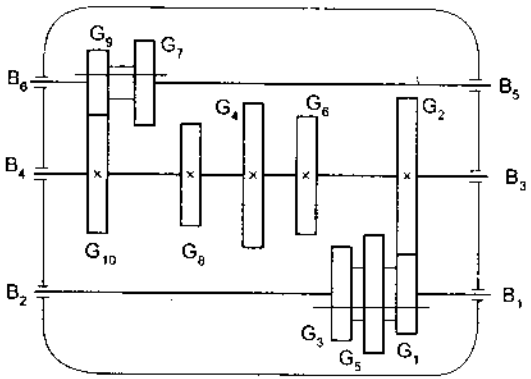
Gợi ý này được ước lượng bằng tích kép:

$$\prod_{i=1}^{n} \prod_{l=1}^{s} X_l^{(i)} \tag{9.8}$$

Chúng ta cần phải nhân xác suất tất cả các phần tử chỉ một lần mà không cần xét đến giá trị nhập vào trùng nhau.

9.6 ỨNG DỤNG PHÂN TÍCH HỆ THỐNG TRUYỀN ĐỘNG THÀNH HỆ THỐNG

Trong một máy bao gồm nhiều chi tiết, để tính toán độ tin cậy của máy, trước tiên phải phân tích chúng ra thành một hệ thống bao gồm nhiều phần tử. Sau đó tiến hành phân tích cấu trúc cây dạng hỏng để đánh giá độ tin cậy của hệ thống. Do đó thay vì xác định độ tin cậy của máy thì ta sẽ xác định độ tin cậy của hệ thống.

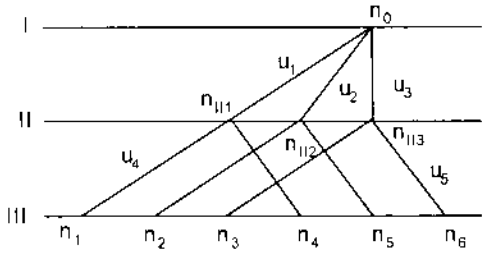


Hình 9.12 Sơ đồ động của hệ thống truyền động

Ta tiến hành phân tích và thiết kế theo độ tin cậy cho hệ thống truyền động cơ khí điển hình là hộp số sáu cấp tốc độ, bao gồm các chi tiết điển hình: trục, bánh răng, ổ lăn, then (hình 9.12).

Để tiến hành tính toán theo độ tin cậy ta thực hiện theo trình tự như sau [43]:

- Căn cứ vào sơ đồ động tiến hành xây dựng đồ thị số vòng quay để tính vận tốc góc cho các cấp tốc độ.
- Phân tích các chi tiết thuộc hệ thống để xây dựng sơ đồ khối của hệ thống truyền động, từ đó đánh giá hệ thống sẽ làm việc theo sơ đồ song song, nối tiếp hay phức tạp.
- Căn cứ vào các dạng hỏng của chi tiết trong hệ thống và sơ đồ truyền động hình thành cấu trúc cây dạng hỏng của hệ thống.
- Đánh giá độ tin cậy của hệ thống theo cấu trúc trên.



Hình 9.13 Đồ thị số vòng quay

Theo hình 9.12 hệ thống gồm 10 bánh răng được lắp trên ba trục, trong đó có hai khối bánh răng di trượt trên trục I và trục III. Như vậy hệ thống cho sáu cấp tốc độ với các vị trí làm việc sau:

- Vị trí 1 truyền động từ bánh răng 1-2-10-9 cho vận tốc góc n_1
- Vị trí 2 truyền động từ bánh răng 1-2-8-7 cho vận tốc góc n_2
- Vị trí 3 truyền động từ bánh răng 3-4-10-9 cho vận tốc góc n_3
- Vị trí 4 truyền động từ bánh răng 3-4-8-7 cho vận tốc góc n_4
- Vị trí 5 truyền động từ bánh răng 5-6-10-9 cho vận tốc góc n_5
- Vị trí 6 truyền động từ bánh răng 5-6-8-7 cho vận tốc góc n_6

Do đó sơ đồ động bố trí đồ thị số vòng quay như hình 9.13.

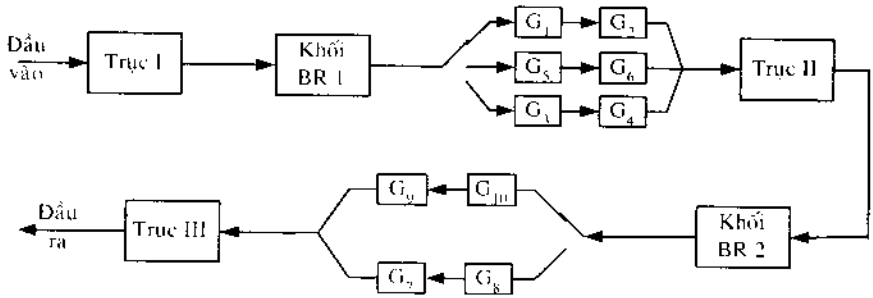
Trong hệ thống truyền động trên, các nguyên nhân gây cho hệ thống hỏng là do thân máy, trục, then, bánh răng và các ổ lăn hỏng. Trong mục này chỉ đề cập đến các phần tử gây hỏng hóc cho hệ thống là các chi tiết truyền động: trục, then, bánh răng, ổ lăn. Sự hỏng hóc của các chi tiết này do nhiều nguyên nhân dẫn đến. Do đó, để xét tổng quát cho cả hệ thống ta xây dựng sơ đồ khối như hình 9.14, trong đó thể hiện tiến trình làm việc của hệ thống.

Do then có độ tin cậy tương đối cao nên khi phân tích cấu trúc cây dạng hỏng sẽ bỏ qua chi tiết này và xem bằng 1.

Từ sơ đồ hình 9.12 trình bày sơ bộ các vị trí làm việc của hệ thống từ đầu vào đến đầu ra qua các chi tiết truyền động. Do đó, ta thấy rằng hệ

Phân tích máy thành hệ thống

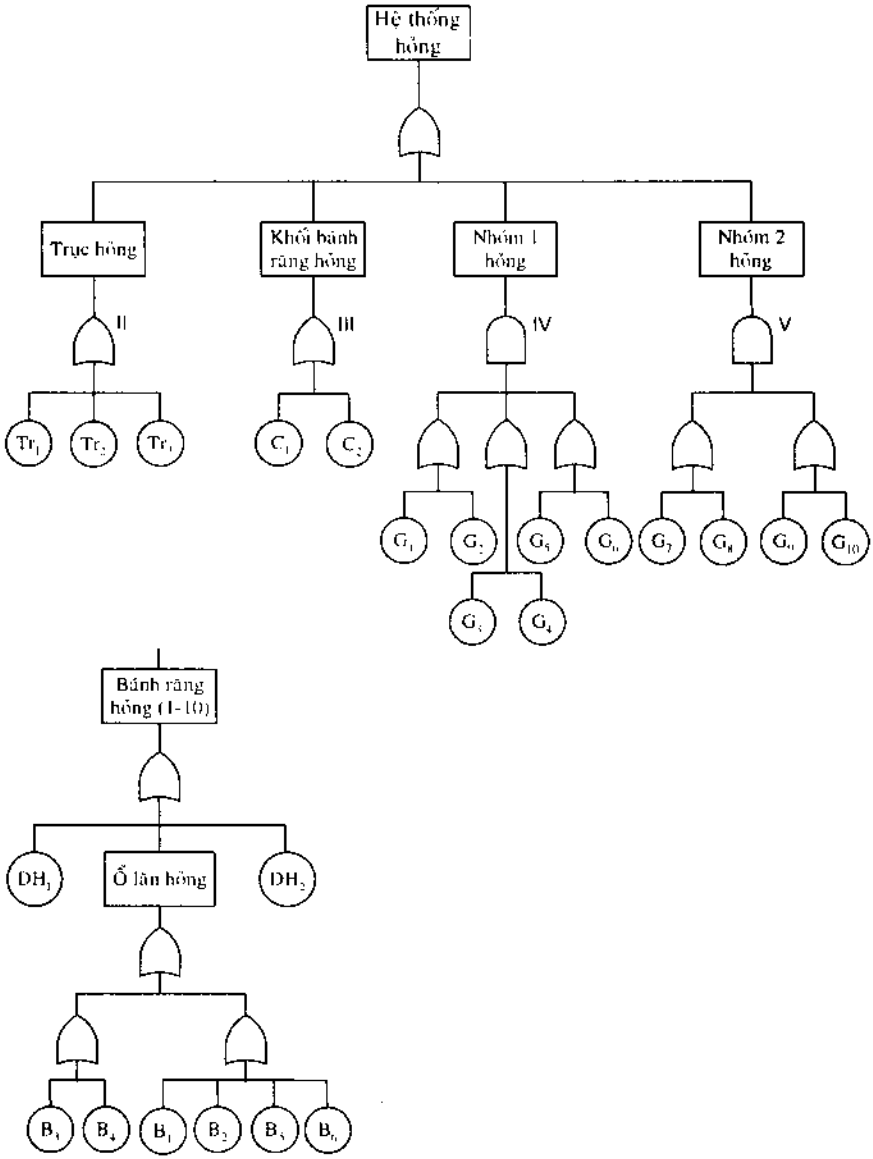
thống sẽ không hoạt động (hỏng) khi một trong các sự kiện trục (1, 2, 3), các then, khối bánh răng (1, 2), nhóm bánh răng (1, 2) hỏng. Nên hệ thống truyền động được xem là một hệ thống gồm các phần tử mắc nối tiếp, song song. Như vậy để đánh giá độ tin cậy của hệ thống ta phải tiến hành đánh giá độ tin cậy của từng phần tử trong hệ thống đó. Muốn xác định độ tin cậy của từng phần tử riêng biệt thì căn cứ vào các dạng hỏng hóc của chúng để đánh giá. Dựa vào các dạng hỏng hóc ở trên, ta có sơ đồ cấu trúc cây dạng hỏng như hình 9.15.



Hình 9.14 Sơ đồ khối của hệ thống truyền động

Trong sơ đồ này, hệ thống hỏng là do trục, then, ổ lăn, khối bánh răng di trượt, các nhóm bánh răng. Trong đó trục hỏng là do một trong ba trục bị hỏng, các trục được xem là mắc nối tiếp nên sử dụng cổng logic OR như sơ đồ, xét tương tự cho khối bánh răng di trượt. Đối với các nhóm bánh răng, sự hỏng hóc của một trong các cặp bánh răng ăn khớp hỏng sẽ dẫn đến sự hỏng hóc của từng nhóm, nên các cặp bánh răng ăn khớp được xem là mắc song song. Ở đây, sự hỏng hóc của từng bánh răng trong cặp bánh răng ăn khớp là do các dạng hỏng của bánh răng và ổ lăn cùng lắp trên trục với bánh răng đó gây nên. Vì vậy độ tin cậy của các bánh răng từ 1 đến 10 được xác định gồm 2 nguyên nhân được xem là mắc nối tiếp gây nên: dạng hỏng của bánh răng do uốn và do tiếp xúc. Một trong ba nguyên nhân gây hỏng hóc cho bánh răng là do ổ lăn được xây dựng như sau: hệ thống có tất cả 6 ổ lăn được đánh số theo sơ đồ truyền động hình 9.12, do đó sự kiện ổ lăn hỏng là do một trong hai nhóm ổ sẽ hỏng là B_3, B_4 hay B_1, B_2, B_5, B_6. Chính vì vậy các ổ này được xem là mắc nối tiếp. Các phân tích trên đây được xây dựng thành sơ đồ cấu trúc cây dạng hỏng như hình 9.15.

Để phân phối độ tin cậy với giá thành cho trước ta phải giải bài toán tối ưu (chương 11).



Hình 9.15 Cấu trúc cây dạng hỏng của hộp tốc độ: Tr_j (j = 1 ÷ 3) trục thứ j; C_k (k = 1 ÷ 2) khối bánh răng di trượt thứ k; G_i (i = 1 ÷ 10) các bánh răng thứ i; B_m (m = 1 ÷ 6) ổ lăn lắp trên 3 trục; DH_n (n = 1 ÷ 2) dạng hỏng của bánh răng (theo độ bền tiếp xúc và độ bền uốn)

9.7 KẾT LUẬN

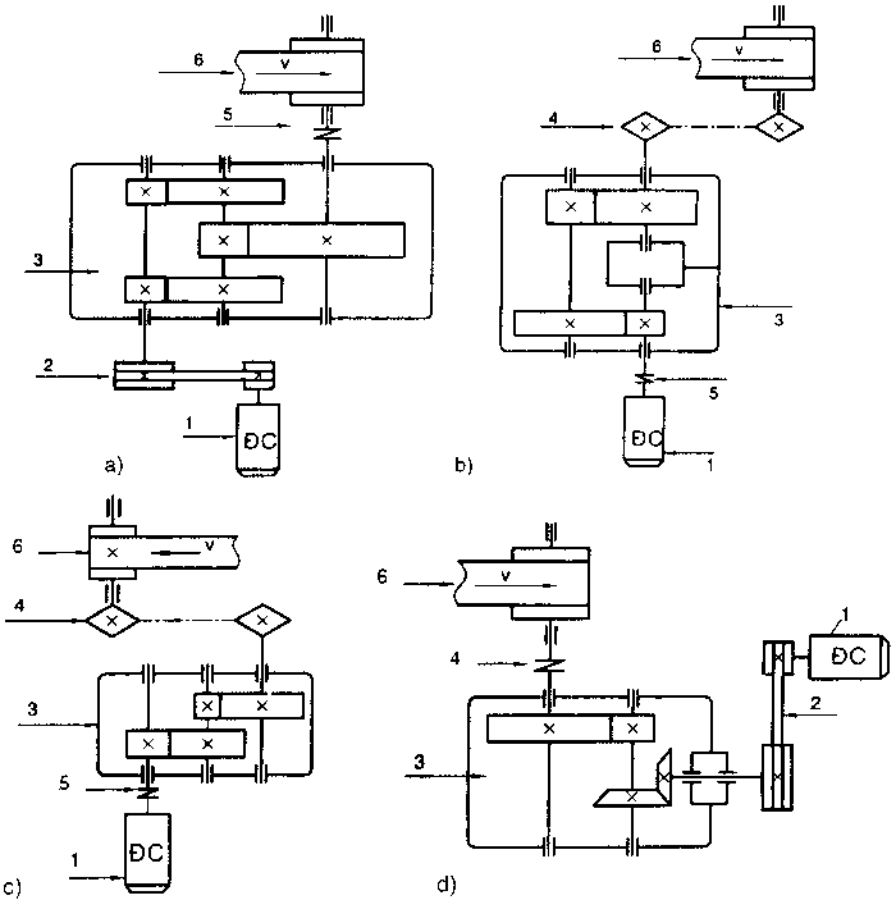
Dựa theo cấu trúc cây dạng hỏng hoặc cây sự kiện theo phương pháp suy diễn ta có thể phân tích máy hoặc hệ thống cơ khí thành hệ

thống. Tuy nhiên cây sự kiện được quan tâm đặc biệt khi vận hành và bảo trì hệ thống. Để đánh giá và thiết kế hệ thống cơ khi theo độ tin cậy ta sử dụng cấu trúc cây dạng hỏng. Sau khi phân tích máy hoặc hệ thống cơ khí thành hệ thống ta phân tích độ tin cậy từng phần tử hệ thống để xác định độ tin cậy hệ thống hoặc phân phối độ tin cậy cho từng phần tử để đảm bảo độ tin cậy cho trước hệ thống.

Trong chương 10, 11 chúng tôi sẽ trình bày tính toán thiết kế và phân tích các phần tử hệ thống (chi tiết máy) theo độ tin cậy để đảm bảo độ tin cậy cho trước hệ thống hoặc đánh giá độ tin cậy hệ thống sẵn có.

9.8 BÀI TẬP

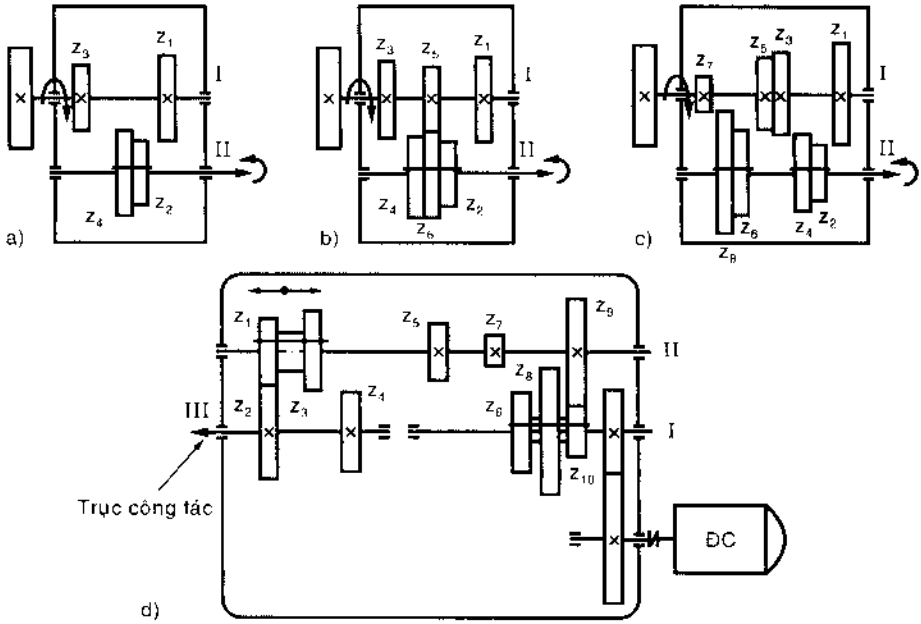
9.1 Phân tích cấu trúc cây dạng hỏng cho các hệ thống truyền động hình 9.16.



1- Động cơ; 2- Bộ truyền đai; 3- Hộp giảm tốc
4-Bộ truyền xích; 5. Nối trục đàn hồi; 6- Băng tải

Hình 9.16 Sơ đồ hệ thống truyền động cho băng tải

9.2 Phân tích cấu trúc cây dạng hỏng cho các hộp tốc độ như hình 9.17.



Hình 9.17 Cơ cấu bánh răng di trượt

CHƯƠNG 10

PHÂN TÍCH VÀ PHÂN PHỐI ĐỘ TIN CẬY HỆ THỐNG

Trong kỹ thuật thì các chi tiết hoặc phần tử liên kết thành các hệ thống. Các thiết bị, qui trình công nghệ, kết cấu công trình, hệ thống giao thông, thiết bị điện- điện tử... được khảo sát như là một hệ thống kết hợp từ nhiều phần tử. Các hệ thống phức tạp được chia thành các hệ thống con. Phân tích độ tin cậy hệ thống rất quan trọng trong quá trình thiết kế kỹ thuật.

Hệ thống theo quan điểm độ tin cậy có thể là nối tiếp, song song hoặc kết hợp. Ví dụ điển hình nhất của hệ thống nối tiếp là dây chuyền máy công cụ tự động không có các thành phần và kho chứa dự trữ. Tuy nhiên, khái niệm "hệ thống nối tiếp" trong các bài toán độ tin cậy "rộng hơn" mà chúng ta nghĩ. Trong hệ thống này thì hỏng hóc của một phần tử dẫn đến hỏng hóc của cả hệ thống.

Các ví dụ của hệ thống song song là các hệ thống năng lượng bao gồm các nhà máy phát điện (nhiệt điện, thủy điện ...) trong mạng lưới điện quốc gia, ngày 22/10/2005 Việt Nam khánh thành đường dây 500 kV mạch hai, tạo thành hệ thống đường dây cao áp song song nối liền Bắc Nam, máy bay nhiều motor, tàu có hai máy và các hệ thống dự trữ.

Nhiều hệ thống được tạo thành từ các phần tử, mà hỏng hóc của các phần tử này được khảo sát độc lập. Tương ứng với nhóm này là đa số các hệ thống khi khảo sát chính xác theo các hỏng hóc tham số của chúng.

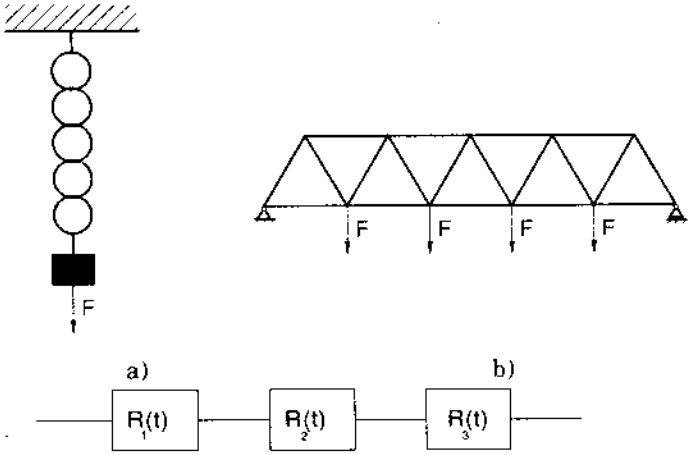
Hệ thống có thể bao gồm các phần tử, thay đổi các tham số của các phần tử này xác định sự hỏng hóc của hệ thống tập hợp hoặc là ảnh hưởng đến khả năng làm việc của các phần tử khác. Tương ứng với nhóm này là đa số các hệ thống khi khảo sát chính xác chúng theo các hỏng hóc tham số. Ví dụ hỏng hóc các máy công cụ chính xác theo tiêu chuẩn tham số, mất mát độ chính xác, là thay đổi tập hợp độ chính xác của các phần tử riêng biệt: trục chính, đường dẫn hướng ...

10.1 ĐỘ TIN CẬY HỆ THỐNG NỐI TIẾP VÀ SONG SONG

10.1.1 Độ tin cậy hệ thống nối tiếp

Một trong những sự phụ thuộc quan trọng độ tin cậy là sự phụ thuộc độ tin cậy hệ thống vào độ tin cậy các phần tử. Các ví dụ hệ thống nối tiếp

trên hình 10.1. Khi mỗi phần tử của hệ thống bị hỏng thì toàn bộ hệ thống sẽ bị hỏng.



c) Sơ đồ hệ thống nối tiếp

Hình 10.1 Hệ thống nối tiếp

Ta khảo sát độ tin cậy cho mô hình tính toán đơn giản và đặc trưng nhất trong ngành chế tạo máy từ n các phần tử mắc nối tiếp, mà ở đó hỏng hóc của mỗi phần tử sẽ gây nên hỏng hóc toàn bộ hệ thống và hỏng hóc các phần tử được xem như là độc lập với nhau.

Ta sử dụng lý thuyết nhân xác suất, theo đó xác suất của tích, nghĩa là của sự xuất hiện đồng thời các sự kiện độc lập nhau, bằng tích xác suất của các sự kiện này. Do đó, xác suất làm việc không hỏng của hệ thống bằng tích xác suất làm việc không hỏng của các phần tử riêng lẻ.

$$R_{ht}(t) = R_1(t)R_2(t) \dots R_n(t) = \prod_{i=1}^{n} R_i(t) \qquad (10.1)$$

Nếu $R_1(t) = R_2(t) = \dots = R_n(t)$ thì:

$$R_{ht}(t) = R_1^n(t) \qquad (10.2)$$

Do đó, độ tin cậy hệ thống rất thấp. Ví dụ nếu hệ thống bao gồm 10 phần tử với xác suất làm việc không hỏng 0,9 (đối với ổ lăn) thì xác suất làm việc không hỏng hệ thống là:

$$R_{ht}(t) = 0{,}9^{10} \approx 0{,}35$$

Thông thường xác suất làm việc không hỏng của các phần tử rất cao, do đó nếu ta biểu diễn $R_1(t)$, $R_2(t)$ ... $R_n(t)$ qua xác suất hỏng thì theo lý thuyết phép tính gần đúng ta có:

Phân tích và phân phối độ tin cậy hệ thống

$$R_{ht}(t) = [1-F_1(t)][1-F_2(t)]...[1-F_n(t)] = 1 - [F_1(t) + F_2(t) + ... + F_n(t)] \quad (10.3)$$

Nếu $F_1(t) = F_2(t) = ... = F_n(t)$ thì ta có:

$$R_{ht}(t) = 1 - nF_2(t) \quad (10.4)$$

Ví dụ 10.1

Khảo sát hệ thống mắc nối tiếp bao gồm n phần tử bất kỳ. Nếu xác suất hỏng của mỗi phần tử là $F_i = 0,05$, hãy xác định xác suất hỏng F_{ht} của hệ thống với n = 1, 2, 3, 5 và 10.

Giải:

Sử dụng công thức (10.1) ta có:

$$F_{ht} = 1 - R_{ht} = 1 - R_i^n$$
$$= 1 - (1 - F_i)^n = 1 - (0,995)^n$$

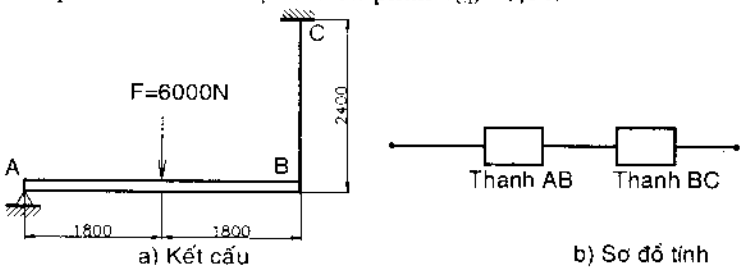
Tương ứng với giá trị n ta có xác suất hỏng trong bảng 10.1.

Bảng 10.1

n	1	2	3	5	10
F_{ht}	0,05	0,0975	0,1426	0,2262	0,4013
R_{ht}	0,95	0,9025	0,8574	0,7738	0,5987

Ví dụ 10.2

Kết cấu gồm hai phần tử hình 10.2a được xem là mắc nối tiếp. Kết cấu bị hỏng khi thanh AB hoặc là dây BC bị hỏng. Vật liệu thanh AB có giá trị giới hạn chảy trung bình $\bar{\sigma}_{ch} = 248$ MPa, mômen cản uốn là đại lượng đơn định W = 36000 mm^3. Phần tử BC là dây thép có đường kính trung bình $\bar{d}$ = 25 mm và giá trị trung bình giới hạn bền $\bar{\sigma}_b = 400$ MPa. Giả sử rằng lực F = 6000N là đại lượng đơn định và khối lượng các phần tử AB và BC là không đáng kể. Tính độ tin cậy của hệ thống, biết rằng độ bền thanh AB phân phối theo qui luật logarit chuẩn và có hệ số biến phân là $v_{AB} = 0,13$ và độ bền dây BC phân phối chuẩn với hệ số biến phân $v_{CD} = 0,14$.



Hình 10.2

Giải:

a) Xác định xác suất làm việc không hỏng R_{AB} thanh AB:

Khả năng tải theo mômen uốn của dầm AB:

$$\overline{M}_{gh} = \overline{\sigma}_{uh} W = 248.36000 = 8928000 \text{ Nmm}$$

Vì độ bền tỉ lệ bậc nhất với mômen uốn, do đó hệ số biến phân của tải trọng giới hạn sẽ bằng v_{AB}, từ đó sai lệnh bình phương trung bình:

$$S_{Mgh} = v_{AB}\overline{M}_{gh} = 0,13.8928000 = 1160640 \text{ Nmm.}$$

Ngoài ra vì độ bền phân phối theo logarit chuẩn, do đó mômen giới hạn cũng phân phối theo qui luật logarit chuẩn với sai lệch bình phương trung bình và giá trị trung bình được xác định theo công thức (2.53) và (2.54):

$$S_{\ln M_{gh}} = \sqrt{\ln(1+v_{AB}^2)} = 0,129$$

$$m_{\ln M_{gh}} = \ln(\overline{M}_{gh}) - 0,5.S_{\ln M_{gh}}^2 = 15,996$$

Mômen lớn nhất sinh ra trong thanh AB:

$$M_{AB} = F\frac{L}{4} = 6000.\frac{3600}{4} = 5400000 \text{ Nmm}$$

Điểm phân vị thanh AB xác định theo công thức:

$$z_{tAB} = -\frac{(m_{\ln S} - m_{\ln L})}{\sqrt{S_{\ln S}^2 + S_{\ln L}^2}} = -\frac{(m_{\ln M_{gh}} - m_{\ln M_{AB}})}{\sqrt{S_{\ln M_{gh}}^2}}$$

$$= -\frac{(15,996 - \ln(5400000))}{0,129} = -3,83$$

Tra bảng trên phụ lục 1 ta có $R_{AB} = 0,99993593$.

b) Xác định xác suất làm việc không hỏng R_{BC} dây BC:

Độ bền tính theo tải trọng mà dây BC có giá trị trung bình:

$$\overline{F}_{gh} = A\overline{\sigma}_b = \pi\frac{d^2}{4}\overline{\sigma}_b$$

$$= \pi\frac{5^2}{4}400 = 7853,975\text{N}$$

Vì độ bền tỉ lệ bậc nhất với tải trọng, do đó hệ số biến phân của tải trọng giới hạn sẽ bằng v_{BC}. Sai lệch bình phương trung bình của tải trọng giới hạn :

$$S_{Fgh} = \overline{F}_{gh} v_{BC} = 7853,975.0,14 = 1199,5565\text{N}$$

Lực căng dây xác định theo phương trình cân bằng mômen đối với điểm A (hình 10.2a):

$$\overline{F}_{BC} = 0,5F = 3000 \text{ N}$$

Điểm phân vị dây BC:

$$z_{tBC} = -\frac{(m_S - m_L)}{\sqrt{S_S^2 + S_L^2}} = -\frac{(\overline{F}_{gh} - \overline{F}_{BC})}{\sqrt{S_{\overline{F}_{gh}}^2}}$$

$$= -\frac{(7853,975 - 3000)}{1099,5565} = -4,4145$$

Tra bảng theo phụ lục 1 ta có R_{BC} = 0,999994831

c) Độ tin cậy của hệ thống:

Vì các phần tử AB và BC độc lập với nhau cho nên ta có:

$R_{ht} = R_{AB}.R_{BC}$ = 0,99993593. 0,999994831 = 0,99993076

10.1.2 Độ tin cậy hệ thống song song

Trong hệ thống khi nối song song các phần tử người ta quan tâm đến xác suất làm việc không hỏng của toàn bộ hệ thống, tức là toàn bộ các phần tử của chúng (hoặc là các hệ thống con), hệ thống không có một phần tử, không có hai phần tử,... không có n phần tử ... trong giới hạn vẫn còn giữ cho hệ thống có khả năng làm việc, mặc dù các chỉ tiêu khác bị giảm đáng kể. Ví dụ máy bay 2 động cơ có thể tiếp tục bay khi 2 động cơ bị hỏng: ngày 18/08/2005 máy bay của hãng hàng không Turkey Airway bay từ Istambul đến Brussel có một động cơ bị hỏng vẫn bay an toàn đến sân bay Budapest.

Hình 10.3a là ba dầm sắp xếp cạnh nhau để đỡ thanh với tải trọng ngoài F theo phương thẳng đứng. Khi một dầm bị hỏng thì thanh vẫn còn đứng yên. Hình 10.3b là dây cáp gồm nhiều sợi cáp nhỏ xoắn lại. Khi một sợi cáp nhỏ bị hỏng thì cáp vẫn còn khả năng làm việc.

Khi đó xác suất hỏng của hệ thống:

$$F_{ht}(t) = F_1(t)F_2(t)...F_n(t) = \prod_1^n F_i(t) \qquad (10.5)$$

trong đó $F_i(t)$ - xác suất hỏng của phần tử thứ i.

Khi đó xác suất làm việc không hỏng cho cả hệ:

$$R_{ht}(t) = 1 - F_{ht}(t) = 1 - \prod_1^n F_i^n(t) \qquad (10.6)$$

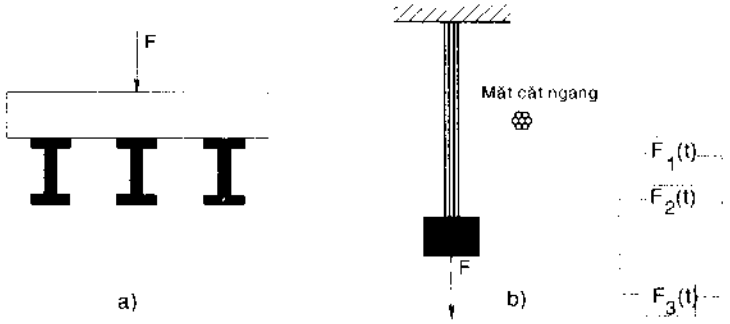
Khi xác suất hỏng của các phần tử giống nhau tức là: $F_{ht}(t) = F_1(t)$ và $R(t) = 1 - F_1^n(t)$.

Ví dụ, khi n= 2; F_1 = 0,01, suy ra R_1 = 0,9999; khi n=3; F_1 = 0,001, suy ra R_1 = 0,999999.

Giữ khả năng làm việc của hệ thống từ các phần tử giống nhau được xác định với sự giúp đỡ phân phối đa thức:

$$[R(t) + F(t)]^m$$

trong đó: chỉ số mũ m bằng số các phần tử làm việc song song; R(t) và F(t) - xác suất làm việc không hỏng và xác suất hỏng của mỗi phần tử.



c) Sơ đồ hệ thống song song

Hình 10.3 Hệ thống có thành phần mắc song song

Ta viết các kết quả khai triển đa thức với chỉ số mũ 2, 3 và 4 tương ứng của hệ thống với (hai, ba và bốn các phần tử làm việc song song):

$$(R+F)^2 = R^2 + 2RF + F^2 = 1$$

$$(R+F)^3 = R^3 + 3R^2F + 3RF^2 + F^3 = 1$$

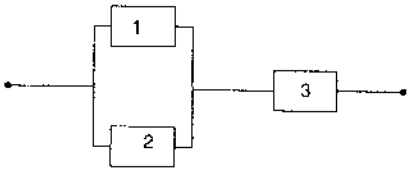
$$(R+F)^4 = R^4 + 4R^3F + 6R^2F^2 + 4RF^3+F^4 = 1$$

Các thành phần đầu tiên trong các đa thức khai triển biểu diễn xác suất làm việc không hỏng tất cả các phần tử, các thành phần thứ hai - xác suất hỏng của một phần tử và xác suất làm việc không hỏng các phần tử còn lại, hai thành phần đầu tiên - xác suất hỏng không nhiều hơn một phần tử (không hỏng hoặc chỉ hỏng một phần tử)... Thành phần cuối cùng biểu diễn xác suất hỏng của tất cả các phần tử.

Khi các giá trị bình thường của các hệ số biến phân của tuổi thọ các phần tử v = 0,2÷0,8 không cần thiết phải tính các phần tử mà tuổi thọ trung bình của chúng 5 lần lớn hơn tuổi thọ trung bình của phần tử có tuổi thọ thấp nhất. Cần chú ý rằng đối với hệ thống nhiều phần tử, tuổi thọ các phần tử này có giá trị trung bình gần nhau thì không cần thiết phải tính tất cả các phần tử. Đặc biệt khi hệ số biến phân tuổi thọ các phần tử v ≤ 0,4 có thể tính không quá 5 phần tử.

10.1.3 Độ tin cậy hệ thống hỗn hợp

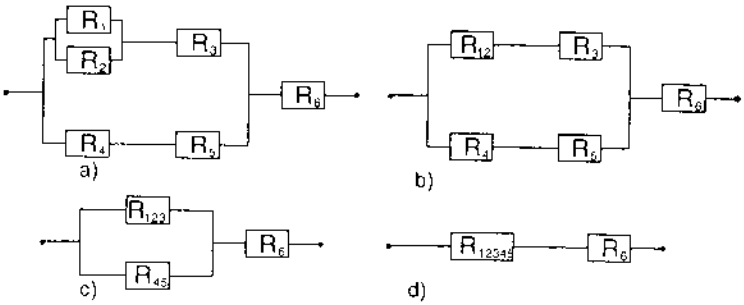
Một vài kết cấu là kết hợp của các phần tử mắc nối tiếp và song song. Ví dụ hệ thống trên sơ đồ hình 10.4 là hệ thống hỗn hợp với 1 và 2 mắc song song và kết hợp của 1 và 2 với phần tử 3 là hệ thống mắc nối tiếp.



Hình 10.4

Ví dụ 10.3

Xác định độ tin cậy hệ thống hỗn hợp gồm 6 phần tử như hình 10.5a với: $R_1 = 0,9$; $R_2 = 0,8$; $R_3 = 0,95$; $R_4 = R_5 = 0,9$ và $R_6 = 0,98$.



Hình 10.5

Giải:

Hệ thống hình 10.5a sẽ được thay thế bằng hệ thống hình 10.5d qua các thay thế hình 10.5b, 10.5c. Trong đó xác suất làm việc không hỏng R_{12}, R_{123}, R_{45}, R_{12345} được xác định theo công thức sau:

Phần tử 1 và 2 mắc song song, do đó:

$$R_{12} = (1 - F_{12}) = (1- F_1F_2) = (1- (1-F_1)(1-F_2))$$
$$= (1-0,1.0,2) = 0,98$$

Phần tử 12 và 3 mắc nối tiếp như hình 10.5b, do đó:

$$R_{123} = R_{12}R_3 = 0,98.0,95 = 0,931$$

Phần tử 4 và 5 mắc nối tiếp, do đó:

$$R_{45} = R_4R_5 = 0,9.0,9 = 0,81$$

Phần tử 123 và 45 mắc song song như hình 10.5c, do đó:

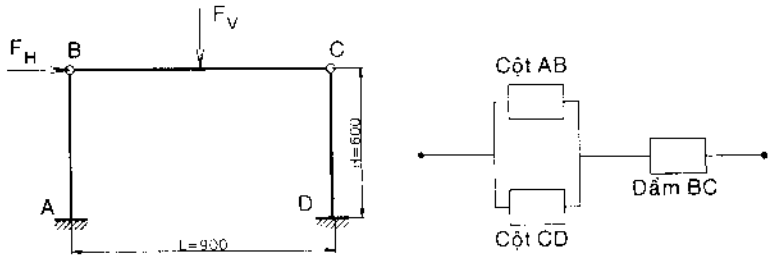
$$R_{12345} = (1 - F_{12345}) = (1 - F_{123}F_{45}) = (1- (1 - R_{123})(1 - R_{45}))$$
$$= (1 - 0,069.0,19) = 0,98689$$

Phần tử 12345 và 6 mắc nối tiếp như hình 10.5d, do đó:

$$R_{ht} = R_{12345}R_6 = 0,98689.0,98 = 0,9671522$$

Ví dụ 10.4

Ta khảo sát kết cấu thép hình 10.6. Các cột đỡ được cố định và dầm được liên kết bằng chốt. Tải trọng tác dụng bao gồm tải trọng đứng F_v = 5000 N và ngang F_H = 8000 N. Để đơn giản tính toán ta giả sử rằng độ bền nén các cột AB và CD lớn hơn tải trọng dọc trục tác động lên các cột này. Giả sử rằng tải trọng là các đại lượng đơn định và độ bền là các đại lượng ngẫu nhiên. Cho trước hệ số biến phân v_{AB} = 0,125; v_{BC}=0,14 và v_{CD}=0,125. Hãy xác định giá trị trung bình và sai lệch bình phương trung bình khả năng tải của các thanh AB, CD và BC để độ tin cậy kết cấu R = 0,999.



a) Kết cấu với tải trọng *b) Mô hình phân tích độ tin cậy hệ thống*

Hình 10.6

Giải:

Để phân tích độ tin cậy hệ thống, kết cấu có thể biểu diễn dưới dạng sơ đồ như hình 10.6b. Hệ thống bị hỏng khi ứng suất sinh ra trong dầm lớn hơn độ bền dầm hoặc khi cả hai cột AB và CD bị hỏng.

Ta gọi F_{ht} là xác suất hỏng của hệ thống và F_{AB}, F_{BC} và F_{CD} là xác suất hỏng của các phần tử AB, BC và CD. Vì AB và CD là các phần tử mắc song song. Khi đó xác suất hỏng của hệ thống được xác định theo công thức sau đây:

$$F_{ht} = 1 - (1-F_{BC})(1-F_{AB}F_{CD})$$

Trong hệ thống mắc nối tiếp tốt nhất ta nên chọn xác suất hỏng của các phần tử như nhau, khi đó:

$$F_{BC} = F_{AB}F_{CD}$$

Từ đây ta có:

$$F_{ht} = 1 - (1-F_{BC})^2$$

Vì F_{ht} = 1- R = 1 – 0,999 = 0,001, do đó:

$$F_{BC} = 1 - \sqrt{1 - F_{ht}} = 1 - \sqrt{0,999} = 5,00126.10^{-4}$$

$$F_{AB}=F_{CD}=0,022363497$$

Suy ra: R_{BC} = 0,999499874 và z_{1BC} =-3,1

$R_{AB}=R_{CD}$=0.9776365 và $z_{1AB} = z_{1CD}$ =-2,005

Mặt khác điểm phân vị $z_{1BC} = -\dfrac{\overline{M}_{BC} - F_V \frac{L}{4}}{\sqrt{S_{BC}^2}} = -\dfrac{\overline{M}_{BC} - 5000\frac{900}{4}}{0{,}14\overline{M}_{BC}} = -3{,}1$

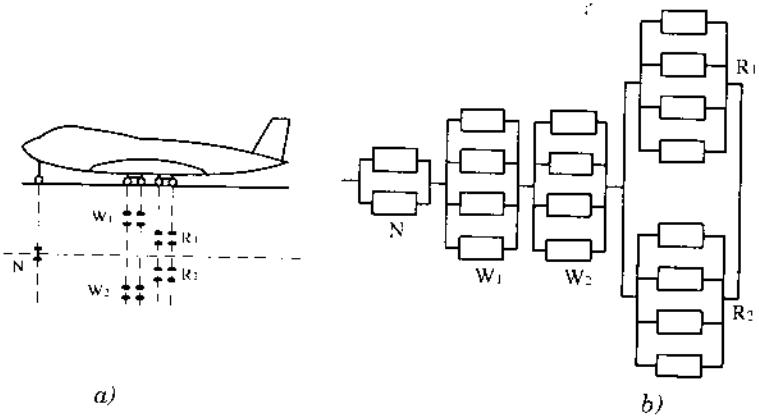
Từ đây giá trị trung bình và sai lệch bình phương trung bình mômen tải cho thanh BC: $\overline{M}_{BC}$ = 1987632,5 Nmm; S_{BC} = 278268,55 Nmm.

Tương tự ta có: $z_{1CD} = -\dfrac{\overline{M}_{CD} - \frac{F_H}{2} H}{\sqrt{S_{CD}^2}} = -\dfrac{\overline{M}_{CD} - \frac{8000}{2} \cdot 600}{0{,}125\overline{M}_{BC}} = -2{,}005$

Suy ra giá trị trung bình và sai lệch bình phương trung bình mômen tải cho thanh CD: $\overline{M}_{CD}$ = 3202668,89 Nmm; S_{CD} = 400333,61 Nmm.

Ví dụ 10.5

Hệ thống càng máy bay gồm 18 bánh lắp trên 5 xe như hình 10.7a. Xe trước N gồm 2 bánh, 2 xe giữa W_1 và W_2 nằm giữa thân máy bay gồm 8 bánh và 2 xe cuối R_1 và R_2 nằm gần đuôi gồm 8 bánh. Hỏng hóc xảy ra khi 2 bánh trước hỏng hoặc 1 trong 2 xe giữa bị hỏng hoặc cả 2 xe phần đuôi bị hỏng. Xe trước, hai xe giữa và cặp xe đuôi tạo thành hệ thống nối tiếp. Các bánh của mỗi xe xem như các phần tử mắc song song (hình 10.7b).



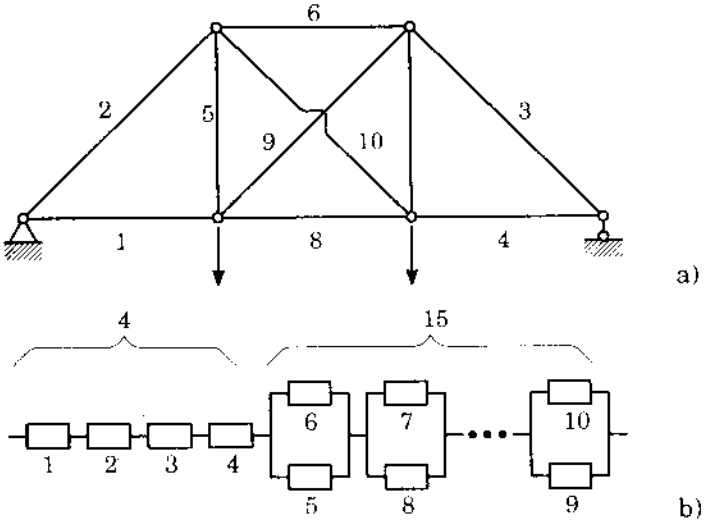
Hình 10.7

Số các phần tử trong sơ đồ khối có thể nhiều hơn số phần tử thật của hệ thống. Ví dụ như giàn siêu tĩnh như hình 10.8a gồm 10 thanh và chịu lực tĩnh định. Bậc siêu tĩnh bằng 1. Giàn bị hỏng khi một trong các thanh 1, 2, 3, 4 bị hỏng. Ngoài ra giàn còn bị hỏng khi một cặp từ các thanh 5, 6,... , 10 bị hỏng.

Độ tin cậy các phần tử từ 1 đến 4 là $\prod_{k=1}^{4} R_k$ (trong đó R_k là độ tin cậy của phần tử thứ k). Xác suất không hỏng của mỗi cặp từ các thanh 5, 6,... , 10 là $R_j + R_k - R_j R_k$. Khi đó độ tin cậy của hệ thống sẽ là:

$$R = \prod_{k=1}^{4} R_k \prod_{j=5}^{10} \prod_{k=5, k \neq j}^{10} \left(R_j + R_k - R_j R_k\right)$$

Sơ đồ khối biểu diễn giàn tĩnh định trình bày trên hình 10.8b.



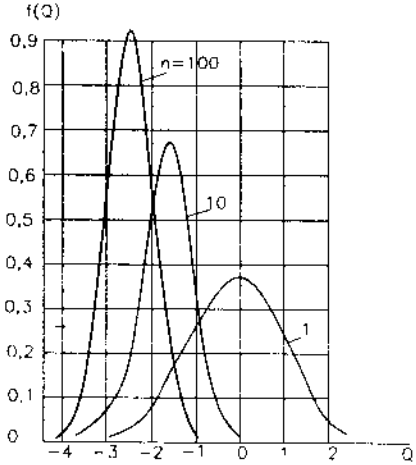
Hình 10.8

10.2 ĐÁNH GIÁ ĐỘ TIN CẬY HỆ DẠNG CHUỖI (DÃY) GỒM N PHẦN TỬ GIỐNG NHAU

Khả năng tải của hệ: thông thường hệ thống mắc nối tiếp có thể gồm nhiều phần tử giống nhau (xích kéo hoặc xích tải gồm nhiều mắt xích, bánh răng gồm nhiều răng ...).

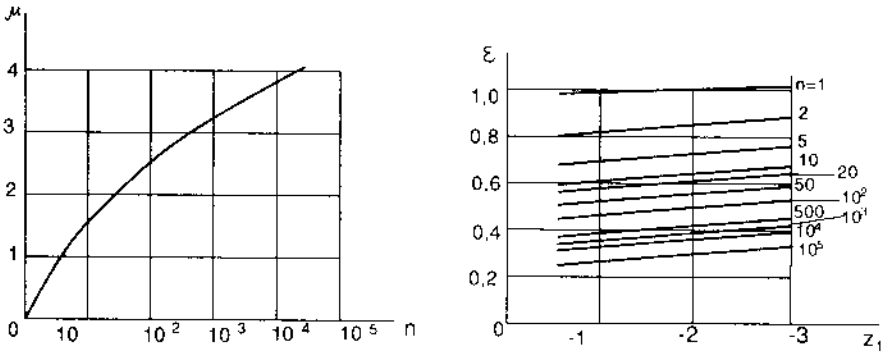
Qui luật phân phối khả năng tải của chuỗi bao gồm n phần tử giống nhau tương ứng phân phối số lượng nhỏ nhất mẫu, tức là dãy n số lấy bất kỳ từ phân phối chuẩn khả năng tải các phần tử. Khi tăng n thì kỳ vọng toán và sai lệch bình phương trung bình sẽ giảm (hình 10.9).

Ý tưởng của phương pháp này là xấp xỉ qui luật phân phối khả năng tải của hệ thống bằng qui luật phân phối chuẩn. Phân phối xấp xỉ và phân phối thực tế không có sự khác biệt đáng kể tại vùng trung tâm bởi vì vùng phân phối này xác định xác suất làm việc không hỏng của hệ thống.



Hình 10.9 Mật độ phân phối khả năng tải của chuỗi phụ thuộc vào số các phần tử

Sau đây ta trình bày phương pháp đánh giá tương đối đơn giản và chính xác hơn để đánh giá độ tin cậy của hệ thống gồm nhiều phần tử giống nhau, khi khả năng tải và tải trọng được phân phối chuẩn theo cả hệ thống.



a) *b)*

Hình 10.10 Các thông số phân phối khả năng tải của hệ thống: a) vị trí; b) độ phân tán

Giả sử quy luật phân phối khả năng tải của các phần tử S_k và tải trọng tác động lên hệ thống L là phân phối chuẩn với kỳ vọng toán m_{SK} và m_L và sai lệch bình phương trung bình S_{SK} và S_L. Khi đó, giá trị của kỳ vọng toán m_S và sai lệch bình phương trung bình S_S của khả năng tải hệ thống sẽ nhỏ hơn giá trị của các phần tử. Do đó, giá trị S_S và m_S có thể xác định bằng công thức sau:

$$m_S = m_{Sk} - \mu S_{Sk} \qquad (10.7)$$

$$S_S = \varepsilon S_{Sk} \qquad (10.8)$$

trong đó: μ và ε - các hệ số ($\mu > 0$; $1 \geq \varepsilon > 0$) phụ thuộc vào số phần tử n của hệ thống, ngoài ra ε còn phụ thuộc vào z_1 (hình 10.10).

Ta gọi μ là tham số vị trí và ε là tham số phân tán. Giá trị μ và ε xác định theo đồ thị hình 10.10, bảng 10.2 hoặc có thể xác định gần đúng theo công thức:

$$\mu = 1.48\sqrt{\ln(n)} - 0{,}69 \quad (n \geq 2)$$

$$\mu = 0 \text{ (khi } n = 1)$$

$$\varepsilon = \varepsilon_0 (1 - 0{,}102 z_1) \text{ (khi } \varepsilon_0 \leq 0{,}5)$$

$$\varepsilon = \varepsilon_0 - (1 - \varepsilon_0) z_1\, 0{,}102 \text{ (khi } \varepsilon > 0{,}5)$$

Bảng 10.2

n	μ	ε				
		z_1=-0,525 (R=0,700)	z_1=-1,281 (R=0,900)	z_1=-1,645 (R=0,950)	z_1=-2,326 (R=0,990)	z_1=-2,575 (R=0,995)
1	0,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
2	0,545	0,830	0,848	0,857	0,873	0,878
5	1,129	0,684	0,707	0,723	0,752	0,761
10	1,499	0,594	0,632	0,650	0,684	0,684
15	1,694	0,558	0,596	0,642	0,652	0,662
20	1,824	0,533	0,573	0,593	0,630	0,643
30	1,998	0,505	0,544	0,565	0,603	0,618
40	2,116	0,484	0,527	0,550	0,586	0,599
50	2,204	0,469	0,513	0,533	0,574	0,588
60	2,274	0,463	0,503	0,526	0,560	0,581
80	2,371	0,450	0,498	0,516	0,558	0,570
100	2,462	0,436	0,474	0,503	0,541	0,558
150	2,604	0,419	0,457	0,484	0,523	0,538
200	2,701	0,408	0,452	0,474	0,511	0,520
300	2,833	0,394	0,434	0,454	0,493	0,515
400	2,923	0,380	0,427	0,448	0,489	0,507
500	2,992	0,377	0,420	0,436	0,485	0,496
1 000	3,200	0,360	0,400	0,420	0,460	0,470
2 000	3,390	0,350	0,380	0,400	0,430	0,440
5 000	3,640	0,330	0,360	0,380	0,410	0,420
10 000	3,810	0,320	0,350	0,360	0,400	0,410
20 000	3,990	0,300	0,330	0,350	0,370	0,380
50 000	4,210	0,270	0,320	0,330	0,360	0,370
100 000	4,350	0,270	0,320	0,320	0,330	0,340

Phân tích và phân phối độ tin cậy hệ thống

Thông thường khi xác định μ và ε ta chọn $z_1 = -1,28$ (R = 0,9). Khi đó điểm phân vị để tính xác suất làm việc không hỏng cho cả hệ:

$$z_1 = -\frac{m_S - m_L}{\sqrt{S_S^2 + S_L^2}} = \frac{m_{Sk} - \mu S_{Sk} - m_L}{\sqrt{(\varepsilon S_{Sk}^2 + S_L^2)}} \qquad (10.9)$$

Nếu thay thế: $v_{Sk} = \frac{S_{Sk}}{m_{Sk}}$; $v_S = \frac{S_S}{m_S}$; $v_L = \frac{S_L}{m_L}$ và hệ số an toàn:

$$\bar{n} = \frac{m_{Sk}}{m_L}$$

thì:

$$m_S = m_{Sk}(1 - \mu v_{Sk}) \qquad (10.10)$$

$$v_S = \frac{\varepsilon v_{Sk}}{1 - \mu v_{Sk}} \qquad (10.11)$$

$$z_1 = -\frac{\bar{n}(1 - \mu v_{Sk}) - 1}{\sqrt{(\varepsilon \bar{n} v_{Sk})^2 + v_L^2}} \qquad (10.12)$$

Chú ý rằng μ và ε phụ thuộc vào z_1, các tính toán theo các công thức (10.9) và (10.12) tiến hành theo phương pháp xấp xỉ tuần tự. Để lấy gần đúng lần đầu tiên để xác định μ và ε ta nhận được $z_1 = -1,281$ (tương ứng xác suất R = 0,9000).

Kết quả tính toán theo công thức (10.12) bằng cách thay các giá trị μ và ε lấy từ bảng 10.2 với những giá trị $\bar{n}$, v_{SK}, v_L khác nhau được đưa trên bảng 10.3.

Bảng 10.3

$\bar{n}$	1,5			1,5			1,5		
v_{Sk}	0,05			0,1			0,1		
v_L	0,2			0,1			0,2		
N	1	10	100	1	10	100	1	10	100
z_1	-2,34	-1,88	-1,54	-2,77	-1,97	-0,97	-3,54	-2,93	-2,13
P (S ≥L)	0,990	0,970	0,938	0,997	0,976	0,834	0,999	0,998	0,983

Bảng giá trị trên cho phép đánh giá độ tin cậy hệ thống dạng chuỗi khi phân tán tải trọng theo hệ thống trong phạm vi thay đổi rộng lớn khả năng tải của các khâu trong chuỗi, tải trọng trên chuỗi và số khâu trên chuỗi.

10.3 ĐỘ TIN CẬY HỆ THỐNG CÓ THÀNH PHẦN DỰ TRỮ

Trong chế tạo máy sử dụng các biện pháp về kết cấu, công nghệ và vận hành vẫn không đạt được độ tin cậy cao cho các thiết bị. Khi đó người ta

phải sử dụng các thành phần dự trữ để nâng cao độ tin cậy. Nhất là đối với các hệ thống phức tạp nhiều khi tăng độ tin cậy các phần tử vẫn chưa đạt được độ tin cậy cần thiết cho hệ thống.

Sự dự trữ cho phép ta tăng độ tin cậy hệ thống lên nhiều bậc.

Người ta thường sử dụng các phương pháp sau:

1. Sự dự trữ cố định với các phần tử dự trữ chạy cùng tải như máy bay 4 động cơ, tàu thủy có 2 máy, máy bay có nhiều máy điện, trong ôtô: 2 hệ thống bôi trơn; 2, 3 hệ thống cho chắn...
2. Sự dự trữ với các phần tử dự trữ không tải: hệ thống thang máy gồm 3 thang máy để dự trữ khi có 1 thang máy bất kỳ hỏng hoặc cả 3 cùng làm việc giờ cao điểm; 2, 3 hệ thống phanh trong xe hơi; các rơle tự động trong các hệ thống cung cấp điện...
3. Dự trữ với các thành phần dự trữ làm việc với chế độ tải trọng nhẹ hơn.

Ví dụ các máy móc quan trọng trong một nhà máy thường có 2 hoặc 3 máy, trong các dây chuyền tự động có các bồn chứa, kho dự trữ nguyên liệu, bộ tích trữ để khi một thiết bị trong dây chuyền bị hỏng dây chuyền vẫn làm việc bình thường.

Sử dụng các chi tiết dự trữ ở kho, sử dụng các bánh xe dự trữ. Thiết kế các bến, trạm xe gồm nhiều xe là một trong những biện pháp tăng độ tin cậy trong giao thông vận tải.

10.3.1 Khi dự trữ cố định (các phần tử mắc song song)

Chúng tôi đã trình bày hệ thống mắc song song trên mục 10.1.2.

Trong trường hợp hệ thống có a phần tử mắc nối tiếp và b phần tử có các thành phần dự trữ, khi đó độ tin cậy hệ thống:

Theo lý thuyết xác suất:

$$R_{ht}(t) = R_a(t)R_b(t) \qquad (10.13)$$

Độ tin cậy của a phần tử mắc nối tiếp:

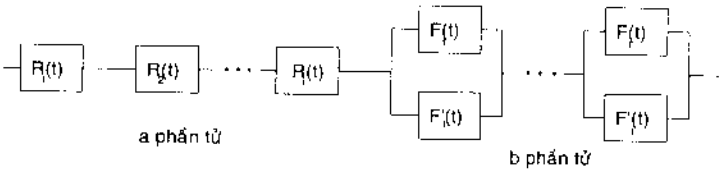
$$R_a(t) = \prod_{1}^{a} R_i(t)$$

Độ tin cậy của b phần tử mắc song song:

$$R_b(t) = \prod_{1}^{b} [1 - F_j(t)]$$

Do đó:

$$R_{ht}(t) = \prod_{1}^{a} R_i(t) \prod_{1}^{b} [1 - F_j(t)] \qquad (10.14)$$



Hình 10.11 Hệ thống có thành phần dự trữ từng phần

10.3.2 Dự trữ có các thành phần dự trữ làm việc khi thành phần chính bị hỏng

Sự đóng mở các phần tử dự trữ có thể thực hiện bằng tay hoặc tự động. Ví dụ như các bộ dụng cụ cắt dự trữ trong các máy cắt kim loại, các tổ hợp dự trữ trong hệ thống điện quốc gia...

Trong trường hợp sự hỏng hóc phân phối theo hàm số mũ với giá trị λt nhỏ khi độ tin cậy các phần tử tương đối cao thì xác suất hỏng của hệ thống sẽ bằng:

$$F_{ht}(t) \approx \frac{\prod_{1}^{n} F_i(t)}{n!} \qquad (10.15)$$

Nếu các phần tử giống nhau $F_i(t) = F(t)$:

$$F_{ht}(t) \approx \frac{F^n(t)}{n!} \approx \frac{(\lambda t)^n}{n!} \qquad (10.16)$$

Công thức trên chỉ đúng khi tắt mở các phần tử dự trữ có độ tin cậy tuyệt đối. Khi đó xác suất hỏng n! lần nhỏ hơn so với trường hợp dự trữ cố định. Xác suất hỏng nhỏ hơn có thể giải thích là do số các phần tử chịu tải song song ít hơn. Nếu hệ thống đóng mở các thành phần dự trữ không đáng tin cậy thì dùng hệ thống dự trữ dạng này không tốt. Do đó, các thành phần dự trữ phải được kiểm tra định kỳ.

10.3.3 Độ tin cậy hệ thống có phần tử thay thế trong thời gian phục hồi phần tử bị hỏng

Giả sử ta gọi λ - cường độ hỏng của phần tử, λ_p - cường độ hỏng của phần tử dự trữ, $\bar{t}_R$ - thời gian sửa chữa trung bình.

Xác suất làm việc không hỏng:

$$R(t) = e^{-\frac{t}{T_0}} \qquad (10.17)$$

trong đó:

$$T_{ch} = \frac{1}{\lambda}\left[1 + \frac{1}{(\lambda + \lambda_d)\overline{t_p}}\right] \qquad (10.18)$$

Trong hệ thống tự động sử dụng các kho chứa, các kho chứa này chia qui trình công nghệ ra thành các cụm riêng lẻ. Khi đó hỏng hóc một phần tử nào đó trong dây chuyền công nghệ thì nó không làm ngừng hoạt động toàn bộ dây chuyền mà chỉ làm ngừng hoạt động của cụm thiết bị chứa phần tử đó. Độ tin cậy dây chuyền càng cao khi kho chứa càng lớn.

Ví dụ 10.6

Hiệu quả của các phương pháp dự trữ nêu ra trong ví dụ sau: Tính toán độ tin cậy gồm 4 phần tử với xác suất không hỏng $R_i(t) = 0,9$.

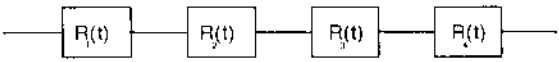
Giải:

1. Mắc nối tiếp

Đối với hệ thống mắc nối tiếp:

$$R_{ht}(t) = R_1^4(t) = 0,9^4 \approx 0,65$$

$$F_{ht}(t) = 0,35$$



Hình 10.12 Hệ thống mắc nối tiếp

2. Khi mắc hệ thống song song (thêm 4 phần tử hình 10.13)

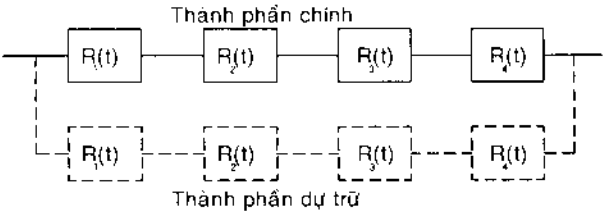
Đối với hệ thống mắc song song:

$$R_{ht}(t) = 1 - F_h(t) = 1 - (0,35)(0,35) = 0,88$$

3. Khi hệ thống có thành phần dự trữ không tải và đóng mở tuyệt đối tin cậy

Độ tin cậy của hệ thống xác định theo công thức:

$$R_{ht}(t) = 1 - \frac{F_{ht}^2(t)}{2!} \approx 1 - \frac{0,35^2}{2!} \approx 0,94$$



Hình 10.13 Hệ thống có thành phần dự trữ là một hệ thống khác

4. Khi hệ thống có các thành phần dự trữ cho các phần tử riêng biệt

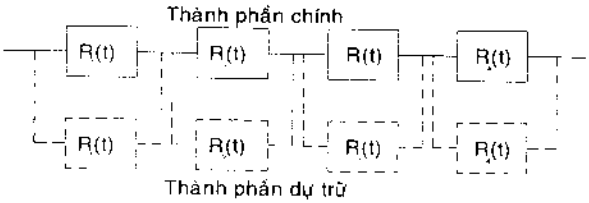
Độ tin cậy của hệ thống xác định theo công thức:

Phân tích và phân phối độ tin cậy hệ thống

$$R_{ht}(t) = (1 - F_1^2(t))^4 = (1-0,1^2)^4 = 0,96$$

Nếu các thành phần dự trữ không làm việc và hệ thống đóng mở có độ tin cậy tuyệt đối.

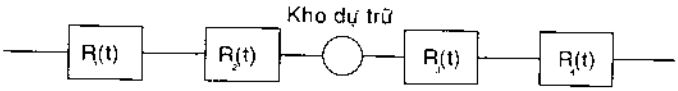
$$R_{ht}(t) = [1 - \frac{F_1^2(t)}{n!}]^4 \approx [1 - \frac{0,10^2}{2}]^4 \approx 0,98$$



Hình 10.14 Hệ thống có thành phần dự trữ cho các phần tử riêng biệt

5. Khi hệ thống có kho dự trữ

Nếu ta đặt kho vào giữa các máy trên thì độ tin cậy nằm giữa 0,65 và 0,81.



Hình 10.15 Hệ thống có kho dự trữ

10.3.4 Độ tin cậy hệ thống khi các thành phần dự trữ làm việc với chế độ tải nhẹ hơn

Trong trường hợp các phần tử dự trữ có độ tin cậy cao với λ là cường độ hỏng của thành phần chính và λ_1 là cường độ hỏng thành phần dự trữ.

Khi đó xác suất không hỏng khi có 1 phần tử dự trữ:

$$R(t) = 1 - \frac{\lambda(\lambda+\lambda_1)}{2!}t$$

Khi 2 phần tử dự trữ:

$$R(t) = 1 - \frac{\lambda(\lambda+\lambda_1)(\lambda+2\lambda_1)}{3!}t$$

Khi 3 phần tử dự trữ:

$$R(t) = 1 - \frac{\lambda(\lambda+\lambda_1)(\lambda+2\lambda_1)(\lambda+3\lambda_1)}{4!}t$$

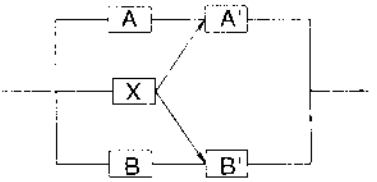
Khi m-1 phần tử dự trữ:

$$R(t) = 1 - \frac{\lambda(\lambda+\lambda_1)...[\lambda+(m-1)\lambda_1]}{m!}t$$

10.4 TÍNH TOÁN ĐỘ TIN CẬY CỦA HỆ THỐNG KẾT HỢP PHỨC TẠP

Trong kỹ thuật người ta thông thường sử dụng một hệ thống kết hợp phức tạp, hệ thống này không nên đưa về dạng hệ thống mắc nối tiếp hoặc song song, ví dụ hệ thống giao thông, hệ thống các chi tiết máy trong cụm máy hoặc máy, các phần tử trong hệ thống truyền động điện - điện tử, thủy lực và khí nén... Khi đó ta cần một số phương pháp để xác định độ tin cậy của hệ thống. Ví dụ như hệ thống hình 10.16, đây là một hệ thống chủ yếu từ 2 phần tử AA', được dự trữ bởi hệ thống BB'. Ngoài ra còn có thêm một phần tử dự trữ phụ X, là phần tử dự trữ cho các phần tử A và B và làm cho hệ thống trở nên phức tạp.

Sau đây lần lượt ta sẽ khảo sát ba phương pháp để xác định độ tin cậy hệ thống kết hợp phức tạp gồm: phương pháp xác suất có điều kiện, phương pháp đánh số và phương pháp cut-set.



Hình 10.16 Hệ thống có thành phần dự trữ phức tạp

10.4.1 Phương pháp xác suất có điều kiện

Để tính toán các hệ thống phức hợp tương tự như vậy người ta sử dụng định lý về xác suất hoàn toàn Bayes. Định lý này có dạng như sau:

$$F_{ht} = F_{ht}(X \text{ không hỏng})R_x + F_{ht}(X \text{ bị hỏng})F_x \qquad (10.19)$$

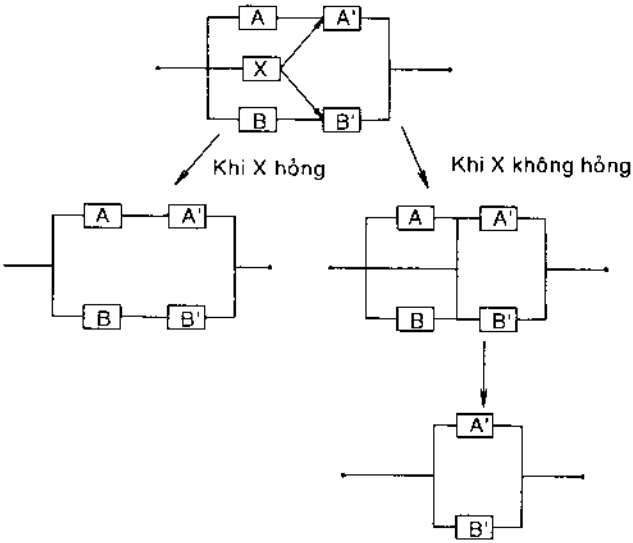
trong đó: R_x và F_x – tương ứng là xác suất còn khả năng làm việc và xác suất không còn khả năng làm việc của phần tử X. Cấu trúc công thức dễ hiểu, bởi vì R_x và F_x có thể biểu diễn như phần thời gian tương ứng với trường hợp khi phần tử X còn khả năng và không còn khả năng làm việc.

Người ta xác định xác suất hỏng của hệ thống khi phần tử X còn khả năng làm việc (hình 10.17) là tích của xác suất hỏng của cả hai phần tử A' và B'.

$$F_{ht}\ (X \text{ có khả năng làm việc}) = F_{A'}F_{B'} = (1-R_{A'})(1-R_{B'}) \qquad (10.20)$$

Xác suất hỏng của hệ thống khi phần tử X không còn khả năng làm việc (hình 10.17):

F_{ht} (X không còn khả năng làm việc)= $F_{AA'}F_{BB'} = (1-R_AR_{A'})(1-R_BR_{B'})$ (10.21)



Hình 10.17 Phân tích sơ đồ xác định Q_{ht}

Xác suất hỏng của hệ thống trong dạng tổng quát:

$$F_{ht} = (1-R_{A'})(1-R_{B'})R_x + (1-R_AR_{A'})(1-R_BR_{B'})F_x$$
$$= (1-R_{A'})(1-R_{B'})R_x + (1-R_AR_{A'})(1-R_BR_{B'})(1-R_x)$$
$$= (1- R_{A'} -R_{B'} + R_{A'}R_{B'})R_x + (1- R_AR_{A'} -R_BR_{B'} + R_AR_{A'}R_BR_{B'})(1-R_x)$$
$$= 1- R_AR_{A'} -R_BR_{B'} + R_AR_{A'}R_BR_{B'} + (- R_{A'} -R_{B'} + R_{A'}R_{B'} + R_AR_{A'} +R_BR_{B'} - R_AR_{A'}R_BR_{B'})R_x$$

$$R_{ht} = R_AR_{A'} +R_BR_{B'} -R_AR_BR_{A'}R_{B'}+R_xR_{A'}+R_xR_{B'}-R_xR_{A'}R_{B'}-R_AR_xR_{A'} -R_BR_xR_{B'} + R_AR_BR_x R_{A'}R_{B'}$$

Trong các hệ thống phức tạp hơn ta tiến hành sử dụng công thức Bayes nhiều lần.

10.4.2 Phương pháp đánh số

Cơ sở của phương pháp đánh số dựa trên sự quan sát mỗi phần tử của hệ thống đang ở trạng thái làm việc hoặc trạng thái hỏng. Chúng ta đánh số tất cả các trường hợp có thể xảy ra bằng cách kết hợp tất cả các điều kiện của các phần tử khác nhau của hệ thống. Các trường hợp mà khi đó hệ thống còn khả năng làm việc được xác định khi kiểm tra. Độ tin cậy của hệ thống được xác định theo độ tin cậy của tất cả các trường hợp mà hệ thống còn khả năng làm việc.

Sử dụng phương pháp này để xác định độ tin cậy hệ thống cho trên hình 10.16.

Bảng 10.4

Mô tả hệ thống	Các trường hợp và điều kiện cho các chi tiết khác nhau	Trạng thái hệ thống O - Không hỏng F - Hỏng
Không chi tiết bị hỏng	1. $ABXA'B'$	O
Một chi tiết bị hỏng	2. $\bar{A}BXA'B'$	O
	3. $A\bar{B}XA'B'$	O
	4. $AB\bar{X}A'B'$	O
	5. $ABX\bar{A}'B'$	O
	6. $ABXA'\bar{B}'$	O
Hai chi tiết bị hỏng	7. $\overline{AB}XA'B'$	O
	8. $\bar{A}B\bar{X}A'B'$	O
	9. $\bar{A}BX\bar{A}'B'$	O
	10. $\bar{A}BXA'\bar{B}'$	O
	11. $A\overline{BX}A'B'$	O
	12. $A\bar{B}X\bar{A}'B'$	O
	13. $A\bar{B}XA'\bar{B}'$	O
	14. $AB\overline{XA'}B'$	O
	15. $AB\bar{X}A'\bar{B}'$	O
	16. $ABX\overline{A'B'}$	F
Ba chi tiết bị hỏng	17. $AB\bar{X}\bar{A}'\bar{B}'$	F
	18. $A\bar{B}X\bar{A}'\bar{B}'$	F
	19. $A\bar{B}\bar{X}A'\bar{B}'$	O
	20. $A\bar{B}\bar{X}\bar{A}'B'$	F
	21. $\bar{A}BX\bar{A}'\bar{B}'$	F
	22. $\bar{A}B\bar{X}A'\bar{B}'$	F
	23. $\bar{A}B\bar{X}\bar{A}'B'$	O
	24. $\bar{A}\bar{B}XA'\bar{B}'$	O
	25. $\bar{A}\bar{B}X\bar{A}'B'$	O
	26. $\bar{A}\bar{B}\bar{X}A'B'$	F
Bốn chi tiết bị hỏng	27. $A\bar{B}\bar{X}\bar{A}'\bar{B}'$	F
	28. $\bar{A}B\bar{X}\bar{A}'\bar{B}'$	F
	29. $\bar{A}\bar{B}X\bar{A}'\bar{B}'$	F
	30. $\bar{A}\bar{B}\bar{X}A'\bar{B}'$	F
	31. $\bar{A}\bar{B}\bar{X}\bar{A}'B'$	F
Năm chi tiết bị hỏng	32. $\bar{A}\bar{B}\bar{X}\bar{A}'\bar{B}'$	F

Phân tích và phân phối độ tin cậy hệ thống

Giả sử ta gọi khả năng làm việc của một phần tử X của hệ thống là X và khi hỏng là $\overline{X}$. Các trường hợp xảy ra của hệ thống xác định trên bảng 10.4.

Do đó độ tin cậy của hệ thống sẽ là:

R_{ht} = Xác suất các trường hợp: 1-15, 19, 23-25.

Biểu thức xác định có thể viết dưới dạng sau:

$$
\begin{aligned}
R_{ht} = {} & R_A R_B R_X R_{A'} R_{B'} + (1-R_A) R_B R_X R_{A'} R_{B'} + R_A (1-R_B) R_X R_{A'} R_{B'} \\
& + R_A R_B (1-R_X) R_{A'} R_{B'} + R_A R_B R_X (1-R_{A'}) R_{B'} + R_A R_B R_X R_{A'} (1-R_{B'}) \\
& + (1-R_A)(1-R_B) R_X R_{A'} R_{B'} + (1-R_A) R_B (1-R_X) R_{A'} R_{B'} + (1-R_A) R_B R_X (1-R_{A'}) R_{B'} \\
& + R_A R_B R_X R_{A'} (1-R_{B'}) + R_A (1-R_B)(1-R_X) R_{A'} R_{B'} + R_A (1-R_B) R_X (1-R_{A'}) R_{B'} \\
& + R_A (1-R_B) R_X R_{A'} 1-R_{B'}) + R_A R_B (1-R_X)(1-R_{A'}) R_{B'} + R_A R_B (1-R_X) R_{A'} (1-R_{B'}) \\
& + R_A (1-R_B)(1-R_X) R_{A'} (1-R_{B'}) + (1-R_A) R_B (1-R_X)(1-R_{A'}) R_{B'} \\
& + (1-R_A)(1-R_B) R_X R_{A'} (1-R_{B'}) + (1-R_A)(1-R_B) R_X (1-R_{A'}) R_{B'}
\end{aligned}
$$

Sau khi rút gọn trở thành:

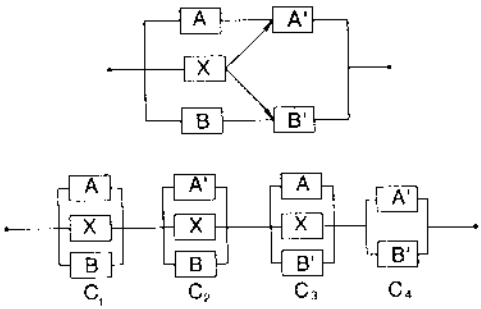
$$
\begin{aligned}
R_{ht} = {} & R_A R_{A'} + R_B R_{B'} - R_A R_B R_{A'} R_{B'} + R_x R_{A'} + R_x R_{B'} - R_x R_{A'} R_{B'} - R_A R_x R_{A'} \\
& - R_B R_x R_{B'} + R_A R_B R_x R_{A'} R_{B'}
\end{aligned}
$$

10.4.3 Phương pháp cut -set

Nếu so với phương pháp xác suất có điều kiện và phương pháp đánh số thì phương pháp cut-set được sử dụng rộng rãi hơn khi tính toán độ tin cậy của hệ thống. Phương pháp cut-set được sử dụng thuận tiện cho việc ứng dụng máy tính trong tính toán thiết kế và một hệ thống phức tạp được phân thành các hệ thống đơn giản hơn. Phương pháp cut-set dựa trên chia cắt hệ thống thành các tập hợp (set) bao gồm nhiều phần tử, mà khi tập hợp (set) này hỏng sẽ dẫn đến sự hỏng hóc của toàn bộ hệ thống. Tập hợp nhỏ nhất được chia ra bao gồm các phần tử mà khi tập hợp các phần tử này bị hỏng sẽ dẫn đến sự hỏng hóc của toàn bộ hệ thống. Điều đó có nghĩa là nếu một phần tử bất kỳ của tập hợp nhỏ nhất không bị hỏng thì hệ thống vẫn không bị hỏng. Trình tự thực hiện sau đây được chấp nhận khi tìm kiếm độ tin cậy của hệ thống sử dụng phương pháp cut - set.

1. Xác định tập hợp nhỏ nhất của hệ thống.
2. Mô hình các phần tử trong tập hợp nhỏ nhất phải song song, bởi vì theo định nghĩa hệ thống chỉ bị hỏng khi mà mỗi phần tử bị hỏng.
3. Giả sử rằng các tập hợp được mắc nối tiếp, vì hỏng hóc của một tập hợp bất kỳ sẽ dẫn đến hỏng hóc của toàn bộ hệ thống.

4. Tìm độ tin cậy của hệ thống sử dụng mô hình vừa nối tiếp vừa song song như trên bước 2 và 3. Cần chú ý rằng khái niệm của hệ thống mắc nối tiếp không được sử dụng trực tiếp, bởi vì một phần tử có thể nằm trên nhiều tập hợp khác nhau.



Hình 10.18

Ta sử dụng phương pháp này để xác định độ tin cậy của hệ thống như hình 10.16 theo phương pháp cut - set.

Theo khảo sát thì ba tập hợp nhỏ nhất trên sơ đồ hình 10.16 là C_1 (gồm ba phần tử A, X và B), C_2 (gồm ba phần tử A', X và B), C_3 (gồm ba phần tử A và X và B') và C_4 gồm hai phần tử A' và B' như hình 10.18.

Theo lý thuyết xác suất, xác suất hỏng của hệ thống nối tiếp các phần tử không độc lập được xác định theo công thức sau:

$$F_{ht} = P(C_1 \cup C_2 \cup C_3 \cup C_4)$$
$$= P(C_1)+P(C_2)+P(C_3)+P(C_4)-P(C_1\cap C_2)-P(C_1\cap C_3)-P(C_1\cap C_4)-P(C_2\cap C_3)$$
$$- P(C_2\cap C_4)- P(C_3\cap C_4)+P(C_1\cap C_2\cap C_3)+P(C_1\cap C_2\cap C_4)+P(C_1\cap C_3\cap C_4)$$
$$+ P(C_2\cap C_3\cap C_4)-P(C_1\cap C_2\cap C_3\cap C_4)$$

Xác suất hỏng của từng thành phần được xác định theo công thức:

$P(C_1) = F(A)\,F(X)F(B)$

$P(C_2) = F(A')F(X)F(B)$

$P(C_3) = F(A)F(X)F(B')$

$P(C_4) = F(A')F(B')$

$P(C_1\cap C_2)= P(C_1)P(C_2) = F(A)F(B)F(X)F(A')$

$P(C_1\cap C_3)= P(C_1)P(C_3) = F(A)F(B)F(X)F(B')$

$P(C_1\cap C_4)= P(C_1)P(C_4) = F(A)F(B)F(X)F(A')F(B')$

$P(C_2\cap C_3)= P(C_2)P(C_3) = F(A)F(B)F(X)F(A')F(B')$

$P(C_2\cap C_4)= P(C_2)P(C_4) = F(B)F(X)F(A')F(B')$

$P(C_3\cap C_4)= P(C_3)P(C_4) = F(A)F(X)F(A')F(B')$

$P(C_1\cap C_2\cap C_3)= P(C_1)P(C_2)P(C_3)= F(A)F(B)F(X)F(A')F(B')$

$P(C_1 \cap C_2 \cap C_4) = P(C_1)P(C_2)P(C_4) = F(A)F(B)F(X)F(A')F(B')$

$P(C_1 \cap C_3 \cap C_4) = P(C_1)P(C_3)P(C_4) = F(A)F(B)F(X)F(A')F(B')$

$P(C_2 \cap C_3 \cap C_4) = P(C_1)P(C_2)P(C_3) = F(A)F(B)F(X)F(A')F(B')$

$P(C_1 \cap C_2 \cap C_3 \cap C_4) = P(C_1)P(C_2)P(C_3)P(C_4) = F(A)F(B)F(X)F(A')F(B')$

Trong các công thức trên F(X) là xác suất hỏng của phần tử X. Cần chú ý rằng nếu mỗi phần tử nằm trên các tập hợp khác nhau thì xác suất hỏng của phần tử được thể hiện một lần. Ví dụ phần tử B và X nằm trên các tập hợp C_1 và C_2 cho nên $R(C_1 \cap C_2)$ được tính cho mỗi một F(B) và F(X) tức là $R(C_1 \cap C_2) = F(A)F(B)F(X)F(A')$

Từ đây suy ra:

$$\begin{aligned} F_{ht} = {} & F(A)F(X)F(B) + F(A')F(X)F(B) + F(A)F(X)F(B') + F(A')F(B') \\ & - F(A)F(B)F(X)F(A') - F(A)F(B)F(X)F(B') - (A)F(B)F(X)F(A')F(B') \\ & - F(A)F(B)F(X)F(A')F(B') - F(B)F(X)F(A')F(B') - (A)F(X)F(A')F(B') \\ & + F(A)F(B)F(X)F(A')F(B') + F(A)F(B)F(X)F(A')F(B') \\ & + F(A)F(B)F(X)F(A')F(B') + F(A)F(B)F(X)F(A')F(B') \\ & - F(A)F(B)F(X)F(A')F(B') \end{aligned}$$

trong đó: $F(X) = 1 - R(X)$

Từ đây suy ra xác suất làm việc không hỏng của hệ thống:

$$\begin{aligned} R_{ht} = {} & R_A R_{A'} + R_B R_{B'} - R_A R_B R_{A'} R_{B'} + R_x R_{A'} + R_x R_{B'} - R_x R_{A'} R_{B'} - R_A R_x R_{A'} \\ & - R_B R_x R_{B'} + R_A R_B R_x R_{A'} R_{B'} \end{aligned}$$

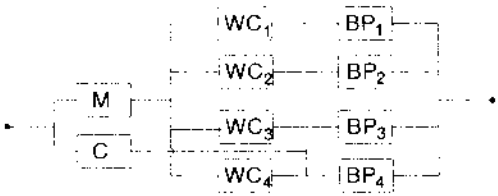
10.4.4 Ví dụ

Sau đây trình bày các ví dụ phân tích hệ thống cho các hệ thống trong máy.

Ví dụ 10.7

Một hệ thống phanh trong xe ôtô bao gồm hệ thống phanh thủy lực và hệ thống phanh cơ (phanh dừng). Hệ thống phanh thủy lực bị hỏng khi xilanh chính bị hỏng (sự kiện M) bao gồm các đường ống thủy lực hoặc cả bốn đơn vị bánh hãm bị hỏng. Đơn vị bánh hãm bị hỏng khi các bánh thủy lực bị hỏng (sự kiện WC_1, WC_2, WC_3 và WC_4) hoặc bộ phận đệm phanh bị hỏng (các sự kiện BP_1, BP_2, BP_3 và BP_4). Hệ thống phanh cơ bị hỏng khi hệ thống dây phanh bị hỏng (sự kiện C) hoặc các bộ phận đệm phanh phía sau bị hỏng (sự kiện BP_3 và BP_4). Sơ đồ khối các phần tử hệ thống phanh như trên hình 10.19. Vì hai hệ thống phanh mắc song song, tuy nhiên có hai phần tử BP_3 và BP_4 dùng chung nên ta khảo sát chúng như là một hệ thống phức tạp. Giả sử độ tin cậy của mỗi bộ phận bánh thủy lực và đệm phanh là

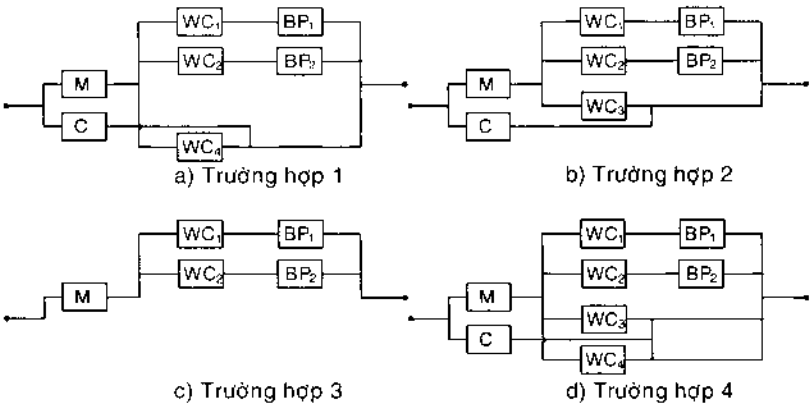
như nhau và có giá trị tương ứng R(WC) = 0,95 và R(BP)=0,90. Độ tin cậy R(M) = 0,99, R(C) = 0,95.



Hình 10.19 Sơ đồ khối hệ thống phanh trên xe ôtô

Ta sử dụng phương pháp xác suất có điều kiện. Trong bài toán này ta phân tích hệ thống này theo bốn trường hợp theo hai phần tử BP_3 và BP_4 (hình 10.20):

- BP_3 hỏng, BP_4 không hỏng.
- BP_3 không hỏng, BP_4 hỏng.
- BP_3 và BP_4 hỏng.
- BP_3 và BP_4 không hỏng.



Hình 10.20 Các trường hợp khảo sát

Trường hợp I:

Giả sử trong trường hợp I phần tử BP_3 hỏng và BP_4 không hỏng. Xác suất xảy ra trường hợp này: P_I= [1-R(BP)]R(BP) = 0,09. Độ tin cậy của hệ thống phanh thủy lực trong trường hợp này:

$$R_f = R(M)\{1-[1-R(WC)R(BP)]^2[1-R(WC)]\}$$

Thay các giá trị số vào ta có: R_f = 0,988959262.

Độ tin cậy của hệ thống cơ là R(C) (độ tin cậy của dây phanh) bởi vì phần tử đệm phanh BP_4 không hỏng.

Phân tích và phân phối độ tin cậy hệ thống

Hai hệ thống thủy lực và cơ làm việc song song, do đó độ tin cậy của hệ thống được xác định theo công thức:

$$R_I = 1-[1-R_f][1-R(C)] = 0,9999447963$$

Trường hợp II:

Giả sử trong trường hợp II phần tử BP_4 hỏng và BP_3 không hỏng. Bởi vì độ tin cậy của mỗi bộ phận bánh thủy lực và đệm phanh là như nhau, do đó trường hợp II tương ứng trường hợp I và:

$$P_{II} = P_I = 0,09 \text{ và } R_{II} = R_I = 0,9999447963$$

Trường hợp III:

Giả sử trong trường hợp III phần tử BP_3 và BP_4 bị hỏng. Xác suất xảy ra trường hợp này: $P_{III}= [1-R(BP)]^2 = 0,01$. Hệ thống phanh cơ không còn khả năng làm việc, do đó độ tin cậy của hệ thống bằng độ tin cậy của hệ thống phanh thủy lực:

$$R_{III} = R_f = R(M)\{1-[1-R(WC)R(BP)]^2\} = 0,96918525$$

Trường hợp IV:

Giả sử trong trường hợp IV các phần tử BP_3 và BP_4 không hỏng. Xác suất xảy ra trường hợp này: $P_{IV}= R(BP)^2=0,81$. Độ tin cậy của hệ thống phanh thủy lực trong trường hợp này:

$$R_f = R(M)\{1-[1-R(WC)R(BP))]^2[1-R(WC)]^2\} = 0,989947962$$

Độ tin cậy của hệ thống cơ được xác định phụ thuộc vào độ tin cậy của dây phanh R(C). Độ tin cậy của hệ thống xác định theo độ tin cậy của hệ thống phanh thủy lực và hệ thống cơ:

$$R_{IV} = 1- [1- R_f][1-R(C)] = 0,99045$$

Độ tin cậy của toàn bộ hệ thống:

$$R_{ht}= P_IR_I + P_{II}R_{II} + P_{III}R_{III} + P_{IV}R_{IV} = 0,982956808$$
$$= 0,09.0,9999447963+0,09.0,9999447963+0,01.0,96918525+0,81.0,99045$$
$$= 0,991856$$

Với điều kiện:

$$P_I + P_{II} + P_{III} + P_{IV} = 0,09 + 0,09 + 0,01 + 0,81 = 1$$

Độ tin cậy hệ thống phanh thủy lực:

$$R_f = R(M)\{1-[1-R(WC)R(BP))]\}^4 = 0,989562369$$

Độ tin cậy hệ thống phanh cơ:

$$R_m = R(C)\{1-[1-R(BP)]^2\} = 0,9405$$

Nếu hai hệ thống này không có phần tử dùng chung thì độ tin cậy hệ thống được xác định theo công thức sau:

$$R_{ht} = 1- (1-R_f)(1-R_m) = 0,99937861$$

10.5 NÂNG CAO ĐỘ TIN CẬY CỦA HỆ THỐNG

Vấn đề bố trí độ tin cậy có quan hệ với việc xác định độ tin cậy của các phần tử riêng lẻ sao cho độ tin cậy của toàn bộ hệ thống bằng một giá trị nào đó trong khi thỏa mãn các ràng buộc về khối lượng, thể tích và giá thành. Vấn đề này ta thường gặp phải trong giai đoạn thiết kế. Độ tin cậy của hệ thống được nâng cao từ giá trị hiện hành R_0 lên giá trị $R_0 + dR_0$ bằng cách nâng cao độ tin cậy của một hoặc vài phần tử trong hệ thống. Trong mục này ta nâng cao độ tin cậy của hệ thống bằng cách nâng cao độ tin cậy của phần tử dễ bị hỏng nhất. Các điều kiện ràng buộc về khối lượng, thể tích và giá thành cần được xem xét đến khi chọn phần tử thích hợp để nâng cao độ tin cậy. Trong mục này trình bày các trình tự có thể nâng cao độ tin cậy của hệ thống. Trong chương 11 chúng tôi sẽ trình bày các phương pháp phân phối tối ưu độ tin cậy hệ thống.

10.5.1 Nâng cao độ tin cậy hệ thống nối tiếp

Giả sử rằng độ tin cậy của hệ thống $R_0 + dR_0$ có thể đạt được bằng cách nâng cao độ tin cậy của một phần tử nào đó. Khi đó:

$$R_{ht} + dR_{ht} = R_1 R_2 \ldots R_{i-1} (R_i + dR_i) R_{i+1} \ldots R_n$$

$$= \prod_{j=1}^{n} R_j + \left(\prod_{j=1, j\neq i}^{n} R_j \right) dR_i; \quad i = 1, 2 \ldots n \qquad (10.22)$$

trong đó: R_j là độ tin cậy của phần tử thứ j; dR_j là khoảng tăng độ tin cậy của phần tử thứ j.

Tuy nhiên:

$$R_{ht} = \prod_{j=1}^{n} R_j \qquad (10.23)$$

Từ đó suy ra:

$$dR_i = \frac{dR_{ht}}{\prod_{j=1, j\neq i}^{n} R_j} \text{ ; với } i = 1, 2, \ldots, n \qquad (10.24)$$

1. Nếu không có ràng buộc

Nếu không có điều kiện ràng buộc, ta chọn phần tử có độ tin cậy thấp nhất của hệ thống để nâng cao độ tin cậy. Tỷ số thay đổi độ tin cậy R_{ht} của hệ thống liên quan đến độ tin cậy R_k của phần tử thứ k xác định theo công thức sau:

$$\frac{\partial R_{ht}}{\partial R_k} = \prod_{j=1, j\neq k}^{n} R_j = \frac{R_{ht}}{R_k} \quad \text{với } k = 1, 2, ..., n \tag{10.25}$$

Phần tử dễ bị hỏng nhất (có độ tin cậy thấp nhất) thứ i sử dụng để nâng cao độ tin cậy được xác định theo công thức sau:

$$\frac{R_{ht}}{R_i} = \max_{k=1,2,...,n}\left(\frac{R_{ht}}{R_k}\right) \tag{10.26}$$

Khi độ tin cậy của phần tử thứ i tăng dR_i thì độ tin cậy của hệ thống tăng dR_{ht}:

$$dR_{ht} = dR_i dR_i \prod_{j=1, j\neq i}^{n} R_j \tag{10.27}$$

2. Nếu có ràng buộc

Thông thường nâng cao độ tin cậy của từng phần tử liên quan đến khối lượng, thể tích và giá thành. Giả sử rằng giá thành trên một đơn vị độ tin cậy phần tử thứ i là c_i. Khi đó bài toán sẽ được phát biểu như sau:

Tìm khoảng tăng độ tin cậy dR_i phần tử thứ i cần thiết để nâng cao độ tin cậy của hệ thống sao cho giá thành $c_i dR_i$ tăng ít nhất.

Giả sử rằng độ tin cậy của hệ thống được tăng từ R_{ht} lên $R_{ht} + dR_{ht}$ hoặc là tăng độ tin cậy của phần tử thứ i từ R_i lên $R_i + dR_i$, hoặc là phần tử j từ R_j lên $R_j + dR_j$.

Theo công thức (10.24) nếu không có bất cứ ràng buộc nào:

$$dR_{ht} = dR_i \prod_{k=1, k\neq i}^{n} R_k = dR_j \prod_{k=1, k\neq j}^{n} R_k \tag{10.28}$$

Từ đó suy ra:

$$dR_i \frac{R_{ht}}{R_i} = dR_j \frac{R_{ht}}{R_j}$$

Hoặc:

$$dR_i = \frac{R_i}{R_j} dR_j \tag{10.29}$$

Giá thành liên quan đến việc tăng độ tin cậy hệ thống $R_{ht} + dR_{ht}$ được biểu diễn theo công thức:

$$c_i dR_i = \left(\frac{c_i R_i}{c_j R_j}\right) c_j dR_j \tag{10.30}$$

Điều đó chứng tỏ rằng giá thành liên quan việc tăng độ tin cậy của phần tử thứ i sẽ nhỏ hơn phần tử thứ j nếu như $c_iR_i < c_jR_j$. Do đó phần tử thứ i sẽ được chọn do giá thành tăng nhỏ nhất, được xác định theo công thức:

$$c_iR_i = \min_{j=1,2,\ldots,n} c_jR_j \qquad (10.31)$$

với dR_i được xác định theo công thức (10.24).

10.5.2 Nâng cao độ tin cậy hệ thống mắc song song

Độ tin cậy của hệ thống mắc song song R_{ht} được xác định theo độ tin cậy các phần tử thứ i theo công thức sau:

$$R_{ht} = 1 - \prod_{i=1}^{n}(1 - R_i) \qquad (10.32)$$

Giả sử rằng độ tin cậy của hệ thống có thể đạt được là $R_{ht} + dR_{ht}$ nhờ vào sự tăng độ tin cậy của một phần tử bất kỳ. Khi đó:

$$\begin{aligned} R_{ht} + dR_{ht} &= 1 - (1-R_1)(1-R_1)\ldots(1-R_{i-1})(1-R_i - dR_i)(1-R_{i+1})\ldots(1-R_n) \\ &= 1 - \left[\prod_{k=1;k\neq i}^{n}(1-R_k)\right](1-R_i-dR_i) \\ &= 1 - \prod_{k=1}^{n}(1-R_k) + dR_i\left[\prod_{k=1;k\neq i}^{n}(1-R_k)\right];\ i = 1, 2, \ldots, n \qquad (10.33) \end{aligned}$$

Từ hai công thức trên ta suy ra:

$$dR_i = \frac{dR_{ht}}{\left[\prod_{k=1;k\neq i}^{n}(1-R_k)\right]};\ i = 1, 2, \ldots, n \qquad (10.34)$$

1. Nếu không có ràng buộc

Nếu không có điều kiện ràng buộc, ta chọn phần tử có độ tin cậy thấp nhất của hệ thống để nâng cao độ tin cậy. Tỷ số thay đổi độ tin cậy R_0 của hệ thống liên quan đến độ tin cậy R_k của phần tử thứ k xác định theo công thức sau:

$$\frac{\partial R_{ht}}{\partial R_k} = \prod_{j=1;j\neq k}^{n}(1-R_j) = \frac{1-R_{ht}}{1-R_k};\ \text{với } k = 1, 2, \ldots, n. \qquad (10.35)$$

Phần tử dễ bị hỏng nhất (có độ tin cậy thấp nhất) thứ i sử dụng để nâng cao độ tin cậy được xác định theo công thức sau:

$$\frac{1-R_{ht}}{1-R_i} = \min_{k=1,2,\ldots,n}\left(\frac{1-R_{ht}}{1-R_k}\right) \qquad (10.36)$$

Khi độ tin cậy của phần tử thứ i tăng dR_i thì độ tin cậy của hệ thống tăng dR_{ht}:

$$dR_{ht} = dR_i \prod_{j=1, j\neq i}^{n} R_j \qquad (10.37)$$

2. Nếu có ràng buộc

Thông thường nâng cao độ tin cậy của từng phần tử liên quan đến khối lượng, thể tích và giá thành. Giả sử rằng giá thành trên một đơn vị độ tin cậy phần tử thứ i là c_i. Khi đó ta phải tìm khoảng tăng độ tin cậy dR_i phần tử thứ i cần thiết để nâng cao độ tin cậy của hệ thống sao cho giá thành $c_i dR_i$ tăng ít nhất.

Giả sử rằng độ tin cậy của hệ thống được tăng từ R_{ht} lên $R_{ht} + dR_{ht}$ hoặc là tăng độ tin cậy của phần tử thứ i từ R_i lên $R_i + dR_i$, hoặc là phần tử j từ R_j lên $R_j + dR_j$.

Theo công thức (10.34) nếu không có bất cứ ràng buộc nào:

$$dR_{ht} = dR_i \prod_{k=1, k\neq i}^{n}(1-R_k) = dR_j \prod_{k=1, k\neq j}^{n}(1-R_k) \qquad (10.38)$$

Từ đó suy ra:

$$\frac{dR_i}{(1-R_i)}\prod_{k=1}^{n}(1-R_k) = \frac{dR_j}{(1-R_j)}\prod_{k=1}^{n}(1-R_k)$$

Hoặc: $$dR_i = \frac{(1-R_i)}{(1-R_j)}dR_j \qquad (10.39)$$

Giá thành liên quan đến việc tăng độ tin cậy hệ thống $R_{ht} + dR_{ht}$ được biểu diễn theo công thức:

$$c_i dR_i = \frac{c_i(1-R_i)}{c_j(1-R_j)} c_j dR_j \qquad (10.40)$$

Điều đó chứng tỏ rằng giá thành liên quan việc tăng độ tin cậy của phần tử thứ i sẽ nhỏ hơn phần tử thứ j nếu như $c_i(1-R_i) < c_j(1-R_j)$. Do đó, phần tử thứ i sẽ được chọn do giá thành tăng nhỏ nhất, được xác định theo công thức:

$$c_i(1-R_i) = \min_{j=1,2,\ldots,n} c_j(1-R_j) \qquad (10.41)$$

với dR_i được xác định theo công thức (10.34).

10.6 PHÂN PHỐI ĐỘ TIN CẬY HỆ THỐNG

Theo các yêu cầu về đặc tính làm việc của hệ thống, bao gồm cả độ tin cậy, các chuyên gia về độ tin cậy và các kỹ sư thiết kế cần phải lựa chọn các yêu cầu đặc trưng cho từng phần tử riêng lẻ của hệ thống, gồm cả độ tin cậy. Bài toán đưa ra các yêu cầu về độ tin cậy phụ thuộc vào các nhân tố cũng như mức độ quan trọng của từng phần tử chủ yếu trong hệ thống, phương pháp mà hệ thống thực hiện các chức năng của mình, độ phức tạp của hệ thống và phụ thuộc vào tính chất của chức năng được thực hiện.

Các yêu cầu độ tin cậy và sự phân phối giữa các phần tử hệ thống được thực hiện theo trình tự sau:

1. Nhà thiết kế phải tìm hiểu và hiểu rõ sự liên hệ giữa các mức độ độ tin cậy của hệ thống, hệ thống con và phần tử.
2. Nhà thiết kế cần phải khảo sát độ tin cậy ngang hàng với các tham số khác của hệ thống như khối lượng, giá thành, và các đặc tính kỹ thuật.
3. Khi đòi hỏi độ tin cậy cao của người đặt hàng thì kết cấu phải được nâng cao, sử dụng các phương pháp gia công, thử nghiệm hiện đại và sắp xếp các phần tử trong hệ thống một cách hợp lý.

Giữa độ tin cậy của các phần tử và của hệ thống có sự phụ thuộc hàm số sau đây:

$$f(R_1, R_2, \ldots, R_n) \geq R_{ht} \qquad (10.42)$$

trong đó: R_i – xác suất làm việc không hỏng của chi tiết thứ i; f – quan hệ hàm số của độ tin cậy giữa các phần tử hệ thống; R_{ht} - độ tin cậy yêu cầu của hệ thống.

Đối với hệ thống mắc nối tiếp và song song thì quan hệ hàm số giữa các phần tử đã được biết. Đối với các hệ thống phức tạp thì xác định sự quan hệ hàm số này rất khó khăn và trong một số trường hợp ta không thể xác định được bằng các biểu thức toán học đơn giản. Nếu xác suất làm việc không hỏng phụ thuộc thời gian, thì ta khảo sát R_{ht} và R_i là các hàm phụ thuộc vào thời gian t.

Giả thuyết rằng các phần tử của hệ thống độc lập với nhau, và hỏng hóc của bất kỳ một phần tử nào sẽ dẫn đến hỏng hóc của toàn bộ hệ thống (có nghĩa là hệ thống mắc nối tiếp) và cường độ hỏng của các phần tử là không đổi. Khi đó:

$$R_1(t)R_2(t)\ldots R_n(t) \geq R_{ht}(t) \qquad (10.43)$$

Giả sử rằng λ_i là cường độ hỏng của phần tử thứ i, và λ_{ht} là cường độ hỏng của hệ thống. Khi đó bất phương trình 10.43 trở thành:

$$e^{-\lambda_1 t} e^{-\lambda_2 t} \ldots e^{-\lambda_n t} \geq e^{-\lambda_{ht} t}$$

Từ đây suy ra:

$$\lambda_1 + \lambda_2 + \ldots + \lambda_n \leq \lambda_{ht}$$

Sau đây ta khảo sát một số trường hợp phổ biến phân phối độ tin cậy hệ thống.

10.6.1 Phương pháp phân phối đều

Theo phương pháp này các phần tử trong hệ thống có độ tin cậy như nhau. Nếu độ tin cậy của hệ thống là R_{ht} và độ tin cậy của từng phần tử là R_i thì ta có:

$$R_{ht} = \prod_{i=1}^{n} R_i = R_i^n$$

Từ đây suy ra: $R_i = (R_{ht})^{\frac{1}{n}}$ (10.44)

Ví dụ 10.8

Một hệ thống thông tin liên lạc gồm 3 hệ thống con (máy phát, máy thu và thiết bị mã hóa). Để hệ thống làm việc thì mỗi hệ thống con phải làm việc. Giả sử rằng chi phí cho mỗi hệ thống con như nhau. Mỗi hệ thống con cần có độ tin cậy là bao nhiêu để cho xác suất làm việc cho toàn bộ hệ thống là $R_{ht} = 0,8573$?

Giải:

Theo phương trình (10.44) ta có:

$$R_i = (R_{ht})^{\frac{1}{3}} = (0,8573)^{\frac{1}{3}} = 0,95$$

Do đó mỗi hệ thống con trong hệ thống liên lạc cần có xác suất làm việc không hỏng là 0,95.

10.6.2 Phương pháp phân phối có trọng số (phương pháp Arinc)

Các hệ thống con mắc nối tiếp và có cường độ hỏng không đổi. Khi thực hiện theo phương pháp này ta phải biểu diễn độ tin cậy cần thiết qua cường độ hỏng. Nếu λ^*_i là cường độ hỏng của hệ thống con thứ i, và λ_{ht} là cường độ hỏng đòi hỏi của hệ thống.

$$\sum_{i=1}^{n} \lambda_i^* \leq \lambda_{ht} \qquad (10.45)$$

Phương pháp đòi hỏi thực hiện theo các bước sau:

1. Xác định cường độ hỏng của hệ thống con λ_i theo kết quả quan sát hoặc đánh giá theo các dữ liệu sẵn có.
2. Đưa vào trọng số w_i đối với mỗi hệ thống con tương ứng với cường độ hỏng xác định trên bước 1. Trọng số w_i xác định theo công thức sau:

$$w_i = \frac{\lambda_i}{\sum_{i=1}^{n}\lambda_i}, \quad i = 1, 2, \dots, n \qquad (10.46)$$

Thoả mãn điều kiện:

$$\sum_{i=1}^{n} w_i = 1$$

3. Tính toán cường độ hỏng yêu cầu cho hệ thống con thứ i theo công thức sau:

$$\lambda_i^* = w_i\lambda_{ht}, \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

Do đó theo phương pháp này ta xác định cường độ hỏng cho các hệ thống con theo các giá trị trọng số.

Ví dụ 10.9

Khảo sát hệ thống gồm ba hệ thống con, cường độ hỏng tương ứng với mỗi hệ thống con là: $\lambda_1 = 0{,}005$, $\lambda_2 = 0{,}003$ và $\lambda_3 = 0{,}001$. Xác suất làm việc không hỏng yêu cầu của hệ thống là $R_{ht} = 0{,}95$ sau 20 giờ làm việc. Xác định xác suất làm việc không hỏng cần thiết của mỗi hệ thống con.

Giải:

Theo công thức (10.46) ta xác định các giá trị w_i:

$$w_1 = \frac{\lambda_1}{\sum_{i=1}^{n}\lambda_i} = \frac{0{,}005}{0{,}005 + 0{,}003 + 0{,}001} = 0{,}555$$

$$w_2 = \frac{\lambda_2}{\sum_{i=1}^{n}\lambda_i} = \frac{0{,}003}{0{,}005 + 0{,}003 + 0{,}001} = 0{,}333$$

$$w_3 = \frac{\lambda_3}{\sum_{i=1}^{n}\lambda_i} = \frac{0{,}001}{0{,}005 + 0{,}003 + 0{,}001} = 0{,}111$$

Biết rằng:

$$R_{ht}(20) = e^{-\lambda_{ht}(20)} = 0{,}95$$

Suy ra: $\lambda_{ht} = 0{,}00256$

Do đó cường độ hỏng của các hệ thống con có dạng:

$$\lambda^*_1 = w_1\lambda_{ht} = 0{,}555.0{,}00256 = 0{,}00142$$

$$\lambda^*_2 = w_2\lambda_{ht} = 0,333.0,00256 = 0,000852$$

$$\lambda^*_3 = w_3\lambda_{ht} = 0,111.0,00256 = 0,000284$$

Khi đó xác suất làm việc không hỏng của từng hệ thống con sẽ là:

$$R^*_1(20) = e^{(-0,00142.20)} = 0,97$$

$$R^*_2(20) = e^{(-0,000852)} = 0,98$$

$$R^*_3(20) = e^{(-0,000284.20)} = 0,99$$

10.6.3 Phương pháp A GREE

Phương pháp AGREE phức tạp hơn các phương pháp đã trình bày, được sử dụng trong tính toán độ tin cậy các linh kiện điện tử ngành hàng không. Giả sử rằng hệ thống mắc nối tiếp và các phần tử hỏng độc lập với nhau và có sự phân phối mũ thời gian làm việc cho đến lúc hỏng.

Các phần tử phức tạp được xác định tương ứng với sự liên kết theo sơ đồ. Chỉ số quan trọng của phần tử và hệ thống con được xác định qua xác suất hỏng của hệ thống nếu như hệ thống con cụ thể nào đó bị hỏng. Chỉ số quan trọng của hệ thống con $w_i = 1$ có nghĩa là hệ thống làm việc hỏng khi hệ thống con bị hỏng. Chỉ số quan trọng $w_i = 0$ có nghĩa là hỏng hóc của hệ thống con không ảnh hưởng đến khả năng làm việc của hệ thống.

Mỗi phần tử của hệ thống con có một đóng góp như nhau vào khả năng làm việc không hỏng của hệ thống. Có nghĩa là cường độ hỏng của mỗi phần tử trong hệ thống con là bằng nhau. Nếu $\lambda_i t_i$ nhỏ thì ta có thể tính gần đúng $e^{-\lambda_i t_i} \approx 1 - \lambda_i t_i$, khi đó:

$$R_{ht}(t) = \prod_{i=1}^{n} R_i(t) = e^{-\left(\sum_{i=1}^{n}\lambda_i\right)t} = e^{-Nw_i\frac{\lambda_i}{n_i}t_i}$$

Từ đây suy ra cường độ hỏng đối với phần tử thứ i có dạng:

$$\lambda_i = \frac{n_i[-\ln R_{ht}(t)]}{Nw_i t_i}, \quad i = 1, 2, ..., n, \qquad (10.47)$$

trong đó: t – khoảng thời gian làm việc yêu cầu của hệ thống; t_i – khoảng thời gian làm việc yêu cầu của hệ thống con thứ i trong thời gian làm việc của hệ thống ($0 \le t_i \le t$); n_i – số phần tử trong hệ thống con thứ i; N – tổng số phần tử trong hệ thống: $N = \sum n_i$; w_i – chỉ số quan trọng của hệ thống con thứ i (xác suất hỏng của hệ thống khi hệ thống con thứ i bị hỏng); $R_{ht}(t)$ – xác suất làm việc không hỏng yêu cầu của hệ thống trong thời gian t.

Xác suất làm việc không hỏng của hệ thống con thứ i trong khoảng thời gian t_i được xác định theo công thức:

$$R_i(t_i) = 1 - \frac{1-[R_{hl}(t)]^{\frac{n_i}{N}}}{w_i} \qquad (10.48)$$

Công thức trên sẽ không chính xác nếu như chỉ số quan trọng của hệ thống quá nhỏ. Nó cho kết quả tương đối chính xác nếu như giá trị w_i của hệ thống con gần bằng 1.

Ví dụ 10.10

Số liệu của một hệ thống gồm bốn hệ thống con trong bảng 10.5.

Bảng 10.5

Số hệ thống con	Số phần tử trong hệ thống con n_i	Chỉ số quan trọng w_i	Khoảng thời gian làm việc t_i
1	15	1,00	10
2	25	0,95	9
3	100	1,00	10
4	70	0,90	8

Xác suất làm việc không hỏng của mỗi hệ thống con là bao nhiêu để đảm bảo xác suất làm việc không hỏng của hệ thống là R = 0,96 trong thời gian 10 h.

Giải:

Tổng số phần tử trong hệ thống:

$$N = \sum_{i=1}^{4} n_i = 210$$

Cường độ hỏng nhỏ nhất cho phép đối với các hệ thống con:

$$\lambda_1 = \frac{15[-\ln 0,95]}{210.1,0.10} = 0,000366$$

$$\lambda_2 = \frac{25[-\ln 0,95]}{210.0,95.9} = 0,000714$$

$$\lambda_3 = \frac{100[-\ln 0,95]}{210.1,0.10} = 0,002442$$

$$\lambda_4 = \frac{70[-\ln 0,95]}{210.0,90.8} = 0,002377$$

Theo công thức (10.48) ta tìm các giá trị xác suất làm việc không hỏng của các hệ thống con.

$$R_1(10) = 1 - \frac{1-[0,95]^{\frac{15}{210}}}{1} = 0,99635$$

$$R_2(9) = 1 - \frac{1-[0,95]^{\frac{25}{210}}}{0,95} = 0,99274$$

$$R_3(10) = 1 - \frac{1-[0,95]^{\frac{100}{210}}}{1} = 0,97587$$

$$R_4(8) = 1 - \frac{1-[0,95]^{\frac{70}{210}}}{0,9} = 0,98116$$

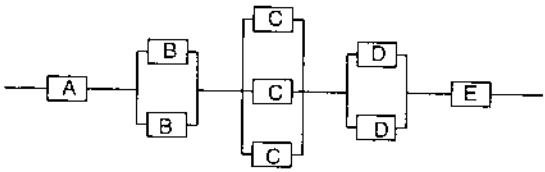
Để kiểm tra ta xác định xác suất làm việc không hỏng của hệ thống:

R_{ht} = 0,99635.0,99274.0,97587.0,98116=0,94723

Giá trị này nhỏ hơn độ tin cậy đòi hỏi do sai số khi tính toán và do chỉ số quan trọng của hệ thống con 2 và 4 nhỏ hơn 1.

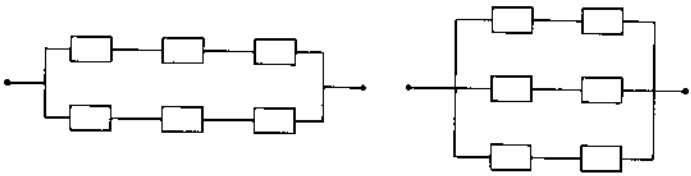
10.7 BÀI TẬP

10.1 Tìm độ tin cậy của hệ thống trên hình 10.21. Khi R_A = 0,95; R_B = 0,98; R_C=0,75; R_D=0,85 và R_E = 0,90.



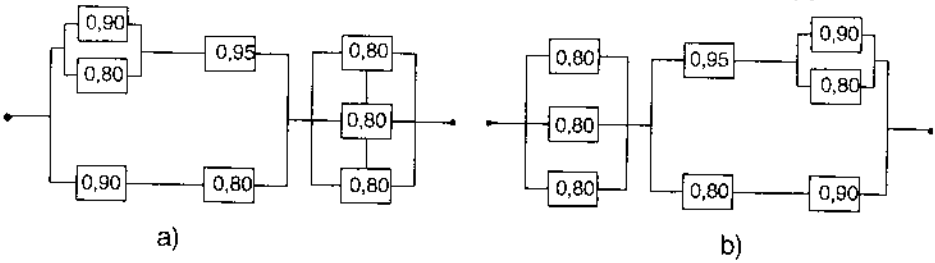
Hình 10.21

10.2 Sáu phần tử giống nhau được sắp xếp theo hai phương pháp khác nhau như hình 10.22. Xác định phương pháp nào có độ tin cậy cao hơn.



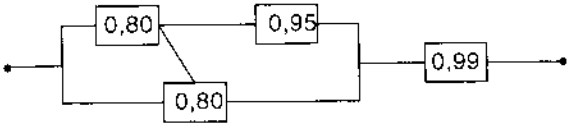
Hình 10.22

10.3 Xác định độ tin cậy hệ thống theo sơ đồ hình 10.23a và 10.23b



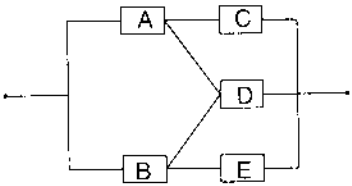
Hình 10.23

10.4 Xác định độ tin cậy của hệ thống hình 10.24.



Hình 10.24

10.5 Tìm độ tin cậy của hệ thống như hình 10.25 sau sử dụng phương pháp đánh số với $R_A = R_B = 0,95$; $R_C = R_D = R_E = 0,99$.

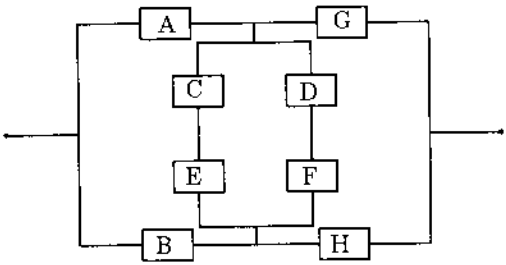


Hình 10.25

10.6 Tìm độ tin cậy của hệ thống như bài tập 10.5 theo phương pháp xác suất có điều kiện.

10.7 Tìm độ tin cậy của hệ thống như bài tập 10.5 theo phương pháp cut-set.

10.8 Xác định độ tin cậy hệ thống như trên hình 10.26 sử dụng phương pháp đánh số với $R_A = R_B = R_C = R_D = R_E = R_F = R_G = R_H = 0,9$.

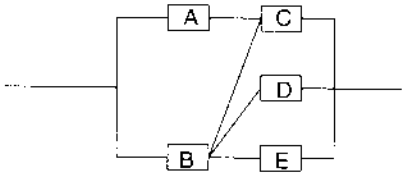


Hình 10.26

10.9 Xác định độ tin cậy hệ thống bài tập 10.8 bằng phương pháp xác suất có điều kiện.

10.10 Xác định độ tin cậy hệ thống bài tập 10.8 bằng phương pháp cut-set.

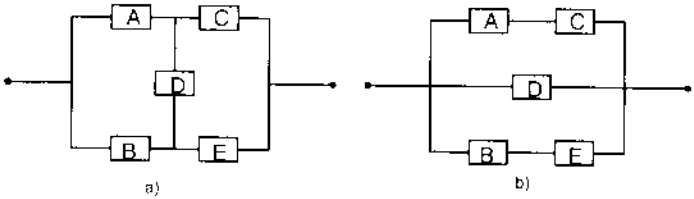
10.11 Tính toán độ tin cậy hệ thống sơ đồ hình 10.27 theo phương pháp cut-set.



Hình 10.27

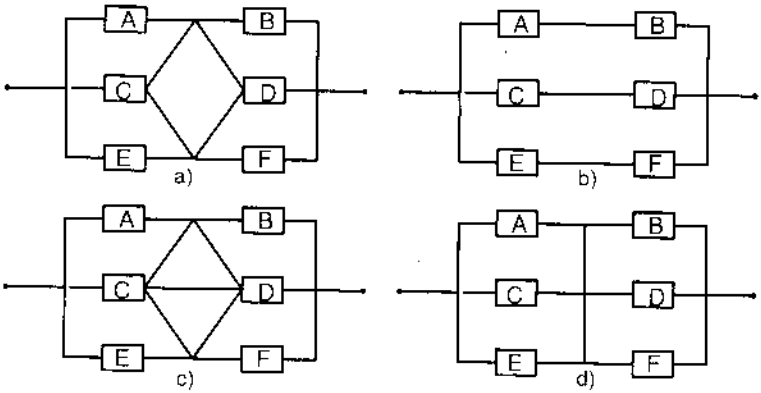
10.12 Tính độ tin cậy hệ thống hình 10.27 theo phương pháp xác suất có điều kiện và phương pháp đánh số.

10.13 Xác định độ tin cậy hệ thống như trên hình 10.28a và b. Biết rằng $R_A = 0,85$, $R_B = 0,9$, $R_C = 0,9$; $R_D = 0,95$ và $R_E = 0,85$.



Hình 10.28

10.14 Xác định độ tin cậy hệ thống như trên hình 10.29a, b, c và d. Biết rằng $R_A = 0,85$, $R_B = 0,9$, $R_c = 0,9$; $R_D = 0,95$ và $R_E = 0,85$, $R_F = 0,9$. So sánh và chọn sơ đồ tốt nhất.



Hình 10.29

10.15 Hai dạng phần tử, một dạng có cường độ hỏng $1/10^4$h (dạng A) và dạng khác có cường độ hỏng $1/10^5$h (dạng B) được sắp xếp song song. Năm phần tử dạng A được sắp xếp song song tạo thành hệ thống X. Tìm số nhỏ nhất của các phần tử dạng B để tạo một hệ thống Y mắc song song và có độ tin cậy như hệ thống X.

10.16 Mười phần tử giống nhau mắc song song đạt được độ tin cậy cho hệ thống là 0,9. Xác định số các phần tử thêm vào hệ thống song song để độ tin cậy đạt 0,95.

10.17 Hệ thống mắc nối tiếp bao gồm 5 phần tử với cường độ hỏng tương ứng là 0,0005, 0,0001, 0,0008, 0,0004 và 0,0002/h. Tìm độ tin cậy của hệ thống trong 200h.

10.18 Giải bài toán 10.17 trong trường hợp hệ thống mắc song song.

10.19 Một hệ thống mắc nối tiếp gồm 5 phần tử với cường độ hỏng 0,0001, 0,0003, 0,0002, và 0,0008/h. Tìm độ tin cậy hệ thống khi làm việc 100h. Nếu ta tăng độ tin cậy của hệ thống trong 100h lên 5%, chọn một phần tử và cường độ hỏng mới của nó theo các điều kiện sau:

a. Khi không có ràng buộc giá

b. Khi một đơn vị độ tin cậy được tăng lên kèm theo sự tăng lên của giá thành 500000 VND, 400000 VND, 600000 VND, 1000000 VND và 800000 VND tương ứng với các phần tử 1, 2, 3, 4 và 5.

10.20. Tương tự bài 10.19 với 5 phần tử mắc song song.

10.21 Hệ thống bao gồm 5 hệ thống con mắc nối tiếp. Xác suất làm việc không hỏng của hệ thống là 0,99 trong thời gian làm việc 10h. Các dữ liệu cho trong bảng 10.6:

Bảng 10.6

Hệ thống con	Số các phần tử, n_i	Chỉ số quan trọng, w_i	Thời gian làm việc, t_i
1	25	1,00	10
2	80	0,97	9
3	45	1,00	10
4	60	0,93	7
5	70	1,00	10

Sử dụng phương pháp AGREE tính độ tin cậy cho các hệ thống con.

10.22 Một hệ thống phức hợp bao gồm 6 hệ thống con với các chi tiết được đưa ra trong bảng 10.7:

Bảng 10.7

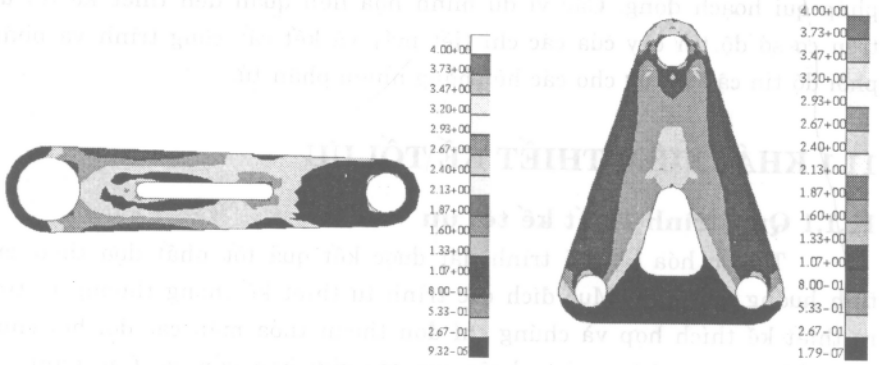
Hệ thống con (i)	Số phần tử (n_i)	Thời gian làm việc (t_i, h)	Xác suất hệ thống bị hỏng do sự hỏng hóc của hệ thống con i (w_i)
1	4	10	1,0
2	12	5	0,95
3	8	20	0,8
4	20	15	0,90
5	16	25	1,0
6	6	30	1,0

Tìm cường độ hỏng của các phần tử của các hệ thống con khác nhau để độ tin cậy của hệ thống là 0,095 sử dụng phương pháp AGREE.

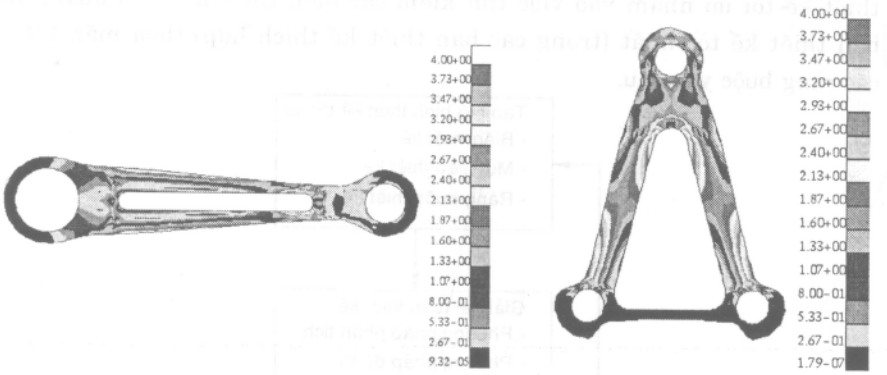
CHƯƠNG 11

THIẾT KẾ TỐI ƯU THEO ĐỘ TIN CẬY

Tối ưu hóa giữ vai trò quan trọng trong thiết kế hệ thống cơ khí. Trong thiết kế từng phần tử hoặc hệ thống chúng ta quan tâm tới việc độ tin cậy đạt giá trị lớn nhất khi có các ràng buộc về khối lượng hoặc giá thành nhỏ nhất trong giới hạn của độ tin cậy hệ thống cơ khí. Trong các bài toán thiết kế kết cấu cơ khí hoặc xây dựng, độ tin cậy dựa trên cơ sở độ bền là rất quan trọng.



a) Thiết kế ban đầu



b) Thiết kế tối ưu với R = 0,99

Hình 11.1 Thiết kế tối ưu trên cơ sở độ tin cậy

Do sự cạnh tranh thị trường nên các sản phẩm thiết kế không chỉ thỏa mãn các chỉ tiêu về khả năng làm việc, mà còn phải thiết kế tối ưu theo độ tin cậy với mục đích đạt độ tin cậy, an toàn cao nhất, vật liệu được sử dụng ít nhất. Phương pháp thiết kế tối ưu dựa trên cơ sở độ tin cậy (Reliability- Based Design Optimization – RBDO) không những nâng cao chất lượng thiết kế mà còn tăng khoảng tin cậy cho thiết kế, làm giảm giá thành sản xuất và cải tiến mẫu mã tốt hơn.

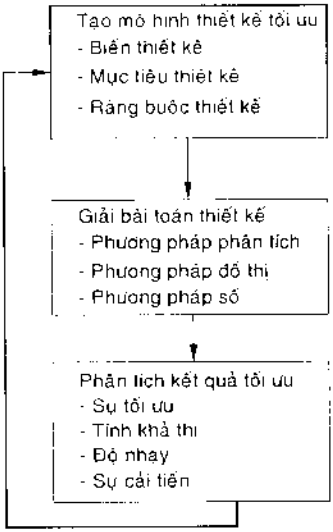
Ứng dụng phương pháp thiết kế tối ưu dựa trên cơ sở độ tin cậy trong các bài toán thiết kế kết cấu cơ khí trình bày trên hình 11.1.

Trong chương này đầu tiên trình bày vấn đề tối ưu hoá và các bài toán thiết kế dựa trên cơ sở độ tin cậy được trình bày như là các bài toán tối ưu hoá. Tổng kết các phương pháp khác nhau hiện có để giải quyết các bài toán thiết kế tối ưu. Qua các ví dụ minh họa trình bày chi tiết việc tính toán các phương pháp tối ưu phổ biến. Giới thiệu các phương pháp đồ thị, phương pháp nhân tử Lagrange, phương pháp hàm phạt và phương pháp qui hoạch động. Các ví dụ minh họa liên quan đến thiết kế tối ưu trên cơ sở độ tin cậy của các chi tiết máy và kết cấu công trình và phân phối độ tin cậy tối ưu cho các hệ thống nhiều phần tử.

11.1 KHÁI NIỆM THIẾT KẾ TỐI ƯU

11.1.1 Quá trình thiết kế tối ưu

Tối ưu hóa là quá trình đạt được kết quả tốt nhất dựa theo các tình huống qui định. Mục đích các trình tự thiết kế thông thường là tìm ra thiết kế thích hợp và chúng chỉ đơn thuần thỏa mãn các đòi hỏi chức năng bên trong những ràng buộc của các giới hạn sẵn có. Các trình tự thiết kế tối ưu nhằm vào việc tìm kiếm các biến thiết kế theo hướng tạo bản thiết kế tốt nhất (trong các bản thiết kế thích hợp) thỏa mãn tất cả các ràng buộc yêu cầu.



Hình 11.2 Quá trình thiết kế tối ưu

11.1.2 Bài toán thiết kế tối ưu

Bài toán tối ưu tổng quát có dạng sau:

$$\text{Tìm } X = \begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ . \\ . \\ . \\ d_n \end{Bmatrix} \qquad (11.1)$$

để f(**X**) đạt giá trị nhỏ nhất.

Điều kiện ràng buộc là:

$$\begin{aligned} &h_j(\mathbf{X}) \le 0; && j = 1, 2, ..., n_j \\ &l_k(\mathbf{X}) = 0; && k = 1, 2, ..., n_k. \qquad (11.2) \\ &d_i^l \le d_i \le d_i^u; && i = 1, 2, ..., n. \end{aligned}$$

trong đó: d_i – biến thiết kế thứ i; **X** – véctơ của các biến thiết kế; f – hàm mục tiêu; h_j – hàm bất đẳng thức ràng buộc; l_k- hàm đẳng thức ràng buộc; n- số biến thiết kế; n_j - số hàm bất đẳng thức ràng buộc và n_k là số hàm đẳng thức ràng buộc.

Biến thiết kế hay còn gọi là biến quyết định hoặc biến điều khiển được điều khiển bởi người quyết định và có ảnh hưởng lớn đến lời giải của bài toán tối ưu. Kết hợp các biến thiết kế khác nhau ta có các bài toán tối ưu khác nhau. Các biến thiết kế có thể là:

- Biến liên tục.
- Biến là số nguyên, ví dụ số răng bánh răng và đĩa xích...
- Biến rời rạc từ một dãy số tiêu chuẩn, ví dụ đường kính thân trục...

Mục tiêu thiết kế thường biểu diễn mong muốn của người thiết kế, ví dụ lợi nhuận cao nhất và giá thành nhỏ nhất. Mục tiêu thiết kế có thể là:

- Giá trị lớn nhất của độ bền, độ bền mòn, độ tin cậy, độ an toàn...
- Giá trị nhỏ nhất giá thành, thời gian chế tạo, khối lượng, xác suất hỏng...

Ràng buộc thiết kế cần thiết để tìm các lời giải cho các bài toán tối ưu. Hàm ràng buộc thiết kế là hàm toán học theo các biến thiết kế. Các ràng buộc thiết kế có thể là:

- Ứng suất lớn nhất nhỏ hơn độ bền.
- Biến dạng nhỏ hơn giá trị cho phép.
- Xác suất hỏng nhỏ hơn mức độ cho phép hoặc độ tin cậy lớn hơn giá trị mong muốn.
- Chi phí không vượt quá ngân sách cho phép

11.1.3 Các phương pháp giải bài toán thiết kế tối ưu

Không một phương pháp đơn lẻ nào có thể giải được tất cả các dạng bài toán tối ưu một cách có hiệu quả. Phụ thuộc vào dạng của bài toán tối ưu, chỉ một vài phương pháp có thể sử dụng một cách hiệu quả để giải chúng. Phân loại các bài toán tối ưu chỉ ra trên bảng 11.1.

Bảng 11.1

Dạng bài toán	Các đặc tính bài toán			Phương pháp giải
	Bản chất của biến thiết kế (x_i)	Bản chất của hàm mục tiêu f(X)	Bản chất của hàm ràng buộc $h_j(X)$ và $l_k(X)$	
Bài toán qui hoạch tuyến tính	Số thực	Hàm tuyến tính của x_i	Hàm tuyến tính của x_i	Phương pháp đơn hình
Bài toán qui hoạch tuyến tính số nguyên	Số nguyên	Hàm tuyến tính của x_i	Hàm tuyến tính của x_i	Phương pháp cắt lớp Phương pháp phân nhánh Phương pháp Zero-one Phương pháp qui hoạch
Bài toán qui hoạch bậc hai	Số thực	Hàm bậc hai của x_i	Hàm phi tuyến của x_i	Phương pháp biến thể đơn hình
Bài toán qui hoạch phi tuyến	Số thực	Hàm phi tuyến tổng quát của x_i	Hàm phi tuyến tổng quát của x_i	Phương pháp hàm phạt Phương pháp định hướng khả thi
Bài toán qui hoạch hình học	Số thực	Hàm đa thức theo x_i	Hàm đa thức theo x_i	Phương pháp dựa trên bất đẳng thức hình – số học
Bài toán qui hoạch động	Số thực hoặc số nguyên	Hàm phi tuyến nhiều giai đoạn của x_i	Hàm phi tuyến nhiều giai đoạn của x_i	Quy hoạch động
Các phép tính cho các biến số	Những hàm thực $x_i(t)$ trong đó t là tham số	Hàm phi tuyến của x_i dưới dạng tích phân	Hàm phi tuyến của x_i dưới dạng tích phân	Phương pháp số

Các phương pháp chung để giải các bài toán tối ưu thông thường:

- Phương pháp thứ nhất là phương pháp đồ thị, được sử dụng khi số biến thiết kế là 1 hoặc 2.
- Phương pháp thứ hai là phương pháp giải tích, dựa trên cơ sở tính toán thông thường sử dụng phương pháp nhân tử Lagrange với điều kiện Kuhn Tucker, nó được sử dụng để giải quyết các bài toán có các ràng buộc là các đẳng thức.
- Phương pháp thứ ba là phương pháp số, còn gọi là phương pháp hàm phạt được sử dụng để giải quyết các bài toán tối ưu tổng quát

đã trình bày trên phương trình (11.1). Phương pháp này để tìm lời giải cho hàng loạt các bài toán cực tiểu không ràng buộc.

Phương pháp thứ tư được biết như là phương pháp qui hoạch động, được sử dụng để giải quyết các vấn đề mà cấu trúc vật lý của nó có dạng nối tiếp.

Ta cần chú ý rằng tìm giá trị lớn nhất của hàm f(X) tương ứng với tìm giá trị nhỏ nhất của hàm – f(X).

11.2 PHÂN PHỐI TỐI ƯU ĐỘ TIN CẬY HỆ THỐNG

11.2.1 Định dạng bài toán tối ưu phân phối

Trong chương 9 chúng tôi đã giới thiệu phân tích máy thành hệ thống. Phân phối độ tin cậy hệ thống là quá trình gán độ tin cậy cho các phần tử riêng lẻ sao cho đạt được độ tin cậy chỉ định cho toàn hệ thống. Độ tin cậy chỉ định cho toàn hệ thống có thể đạt được theo nhiều cách khác nhau. Ta sẽ quan tâm đến tìm giá trị nhỏ nhất một tiêu chuẩn hoặc hàm mục tiêu như là giá thành, khối lượng hoặc thể tích trong khi đạt được độ tin cậy toàn hệ thống qua một khoảng thời gian chỉ định nào đó. Những bài toán như thế được định dạng theo nhiều cách khác nhau được minh họa bằng các ví dụ dưới đây.

Ví dụ 11.1

Định dạng bài toán phân phối độ tin cậy sử dụng tổng giá thành làm hàm mục tiêu.

Giải:

Giả sử rằng giá thành của phần tử thứ i là hàm số theo độ tin cậy $c_i = c_i(R_i)$, bài toán tối ưu biểu diễn dưới dạng sau:

$$\text{Tìm} \quad X = \begin{Bmatrix} R_1 \\ R_2 \\ . \\ . \\ . \\ R_n \end{Bmatrix}$$

để f(X) đạt giá trị nhỏ nhất: $f(X) = \sum_{i=1}^{n} c_i(R_i)$

Điều kiện ràng buộc: $R_{ht}(R_1, R_2, ..., R_n) \geq R_{cd}$

$0 \leq R_i \leq 1;\ i = 1, 2, ..., n$

trong đó: R_{cd} là độ tin cậy chỉ định của hệ thống; R_i là độ tin cậy của phần tử thứ i và n là số các phần tử.

Độ tin cậy của hệ thống phụ thuộc vào sự sắp xếp các phần tử trong hệ thống. Đối với hệ thống mắc nối tiếp:

$$R_{ht}(t) = \prod_{i=1}^{n} R_i(t)$$

Nếu cường độ hỏng các phần tử là λ_i thì phương trình trở thành:

$$R_{ht}(t) = \prod_{i=1}^{n} e^{-\lambda_i t} = e^{-\lambda_{ht} t} = e^{-(\lambda_1+\lambda_2+\ldots+\lambda_n)t}$$

Trong trường hợp này điều kiện ràng buộc biểu diễn dưới dạng:

$$\sum_{i=1}^{n} \lambda_i - \lambda_{cd} \le 0$$

trong đó λ_{cd} là cường độ hỏng tương ứng độ tin cậy chỉ định R_{cd} của hệ thống.

Ví dụ 11.2

Định dạng bài toán phân phối độ tin cậy sử dụng giá trị lớn nhất độ tin cậy hệ thống làm hàm mục tiêu.

Giải:

Bài toán tối ưu hóa biểu diễn dưới dạng sau:

$$\text{Tìm} \quad X = \begin{Bmatrix} R_1 \\ R_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ R_n \end{Bmatrix}$$

để $f(\mathbf{X}) = R_{ht}(R_1, R_2, \ldots, R_n)$ đạt giá trị lớn nhất.

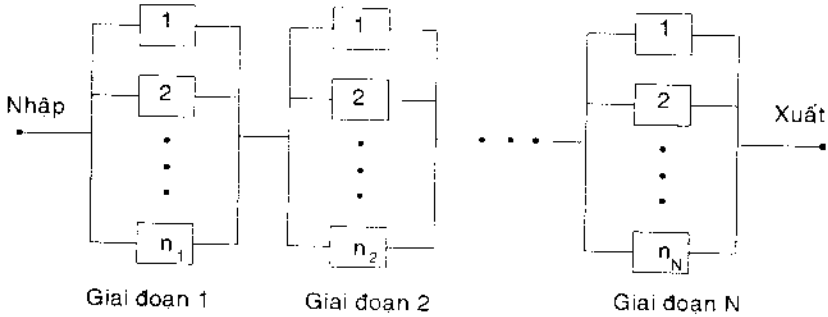
Điều kiện ràng buộc: $c_{ht} = \sum_{i=1}^{n} c_i(R_i) \le c_{cd}$

$$0 \le R_i \le 1;\ i = 1, 2, \ldots, n$$

trong đó: c_i là giá thành của phần tử thứ I; c_{cd} là giá thành chỉ định lớn nhất của hệ thống.

Ví dụ 11.3

Định dạng bài toán phân phối độ tin cậy sử dụng giá trị lớn nhất độ tin cậy hệ thống làm hàm mục tiêu cho hệ thống nối tiếp – song song như hình 11.3.



Hình 11.3 Hệ thống mắc nối tiếp, song song

Giải:

Bài toán tối ưu hóa biểu diễn dưới dạng sau:

$$\text{Tìm } X = \begin{Bmatrix} R_1 \\ R_2 \\ . \\ . \\ . \\ R_n \end{Bmatrix}$$

để f(**X**) đạt giá trị lớn nhất $R_{hl}(X) = \prod_{i=1}^{N}\left[1-(1-R_i)^{n_i}\right]$

Điều kiện ràng buộc $\sum_{i=1}^{n} c_i n_i \le c_0$

trong đó: c_i là giá thành của phần tử thứ i và c_0 là giá thành lớn nhất cho phép của hệ thống.

11.2.2 Giải các bài toán tối ưu phân phối độ tin cậy

Các phương pháp giải các bài toán tối ưu được trình bày cụ thể trong các tài liệu về tối ưu hóa. Trong mục này chúng tôi chỉ trình bày các phương pháp giải bài toán tối ưu phân phối độ tin cậy.

11.2.2.1 Phương pháp đồ thị

Khảo sát bài toán tối ưu hóa:

Tìm **X** để f(**X**) là nhỏ nhất.

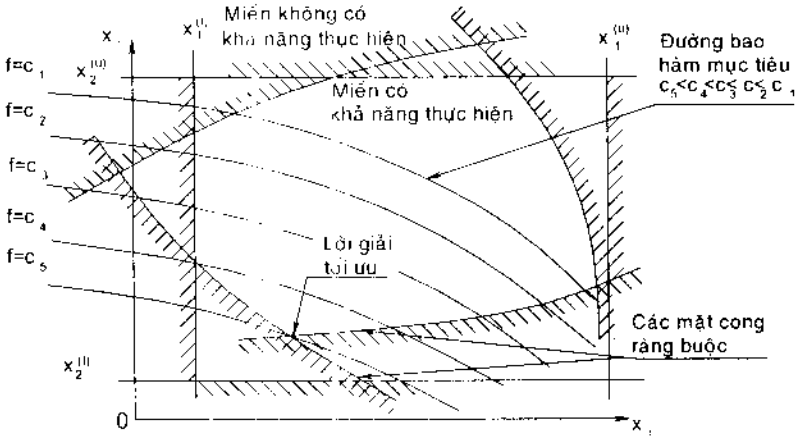
Điều kiện ràng buộc:

$$h_j(\mathbf{X}) \le 0,\ j = 1, 2, \ldots m \qquad (11.3)$$

Nếu mỗi trong n biến, x_i , được tương ứng với một trục tọa độ, thì kết quả là không gian Đêcác n chiều được gọi là không gian thiết kế. Mỗi điểm trên không gian n chiều gọi là điểm thiết kế và tương ứng với lời

giải có khả năng thực hiện hoặc không có khả năng thực hiện của bài toán thiết kế.

Thiết kế có khả năng thực hiện được phải thỏa mãn tất cả các ràng buộc, trong khi đó bản thiết kế không khả năng thực hiện vi phạm một hoặc nhiều ràng buộc. Các điểm thiết kế có khả năng thực hiện hoặc không có khả năng thực hiện được ngăn cách bởi một mặt cong được gọi là *mặt cong ràng buộc*. Để hiểu khái niệm mặt cong ràng buộc ta khảo sát bất đẳng thức ràng buộc $h_j(\mathbf{X}) \leq 0$. Tập hợp các điểm thiết kế X thỏa mãn đẳng thức $h_j(\mathbf{X}) = 0$ tạo nên *siêu diện* trong không gian thiết kế và được gọi là mặt cong ràng buộc. Mặt cong ràng buộc chia không gian thành hai phần: một phần với $h_j(\mathbf{X}) < 0$ và phần còn lại là $h_j(\mathbf{X}) > 0$. Những điểm nào nằm trên siêu diện $h_j(\mathbf{X}) = 0$ sẽ thỏa mãn một cách tới hạn. Những điểm nằm trên miền $h_j(\mathbf{X}) > 0$ sẽ không có khả năng thực hiện và không thể chấp nhận được. Những điểm mà $h_j(\mathbf{X}) < 0$ có khả năng thực hiện và chấp nhận được. Khi các mặt cong ràng buộc tương ứng với tất cả điểm ràng buộc $h_j(\mathbf{X}) \leq 0$, j=1, 2, ... m được khảo sát thì chúng sẽ chia không gian thiết kế làm hai miền: miền được gọi là *không gian có khả năng thực hiện được* mà trên đó mỗi điểm thiết kế **X** sẽ tương ứng với giá trị $h_j(\mathbf{X}) \leq 0$ và miền khác gọi là miền *không có khả năng thực hiện* mà trên đó mỗi điểm thiết kế tương ứng với $h_j(\mathbf{X}) \geq 0$.



Hình 11.4 Phương pháp đồ thị

Khi hàm mục tiêu được vẽ với $f(\mathbf{X}) = c = \text{const}$, đồ thị tạo nên hình dạng siêu diện trong không gian thiết kế. Nếu nhiều hàm đồ thị được vẽ với các giá trị hằng số c khác nhau thì kết quả mặt cong được gọi là các *mặt cong hàm mục tiêu*. Một khi các mặt cong mục tiêu được biết thì lời giải tối ưu của bài toán có thể được nhận biết như là các điểm thiết kế trên

không gian có khả năng thực hiện mà đem lại giá trị nhỏ nhất cho hàm mục tiêu.

Các mặt cong ràng buộc, các mặt cong hàm mục tiêu với lời giải tối ưu của bài toán tối ưu hai biến được trình bày trên hình 11.4. Chú ý rằng nếu số các biến lớn hơn hai hoặc ba thì các ràng buộc và các mặt cong hàm mục tiêu trở nên phức tạp ngay cả cho việc quan sát và bài toán được giải quyết hoàn toàn như là một bài toán toán học. Trong ví dụ 11.4 trình bày trình tự thiết tối ưu theo phương pháp đồ thị.

Ví dụ 11.4

Hai phần tử được mắc nối tiếp như trên hình 11.5. Giá thành phần tử thứ nhất $100R_1^2$ trong đó R_1 là độ tin cậy phần tử thứ nhất. Tương tự giá thành phần tử thứ hai $200R_2^2$ trong đó R_2 là độ tin cậy phần tử thứ hai. Tìm độ tin cậy các phần tử để giá thành là nhỏ nhất. Độ tin cậy của hệ thống cũng như của các phần tử không được nhỏ hơn 0,7.

Giải:

Các biến thiết kế là độ tin cậy các phần tử:

$$X = \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} R_1 \\ R_2 \end{Bmatrix}$$

Hàm mục tiêu là tìm giá trị nhỏ nhất của giá thành:

$$f(X) = 100R_1^2 + 200R_2^2$$

Các điều kiện ràng buộc:

$R_1R_2 \geq 0,7$ có nghĩa là $g_1(X) = 0,7 - R_1R_2 \leq 0$

$0,7 \leq R_1 \leq 1$ có nghĩa là $g_2(X) = R_1 - 0,7 \geq 0$ và $g_3(X) = R_1 - 1 \leq 0$

$0,7 \leq R_2 \leq 1$ có nghĩa là $g_4(X) = R_2 - 0,7 \geq 0$ và $g_5(X) = R_2 - 1 \leq 0$

Hình 11.5 Hệ thống gồm hai phần tử mắc nối tiếp

Các đường bao trình bày từ g_2 đến g_5 trên hình 11.6. Hàm ràng buộc g_1 là đường cong $R_1 = 0,7/R_2$.

R_1	0,6	0,65	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95	1
R_2	1,167	1,077	1,000	0,933	0,875	0,824	0,778	0,737	0,700

Đường bao hàm mục tiêu:

$$f(X) = 100R_1^2 + 200R_2^2 = c$$

được vẽ với các giá trị c khác nhau.

Các điểm trên đường bao được liệt kê:

$$100R_1^2 + 200R_2^2 = 250 \text{ suy ra } R_2 = \sqrt{\frac{250 - 100R_1^2}{200}}$$

R_1	0,6	0,65	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95	1
R_2	1,034	1,019	1,003	0,984	0,964	0,943	0,919	0,894	0,866

$100R_1^2 + 200R_2^2 = 225$ suy ra $R_2 = \sqrt{\dfrac{225 - 100R_1^2}{200}}$

R_1	0,6	0,65	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95	1
R_2	0,972	0,956	0,938	0,919	0,897	0,874	0,849	0,821	0,791

$100R_1^2 + 200R_2^2 = 200$ suy ra $R_2 = \sqrt{\dfrac{200 - 100R_1^2}{200}}$

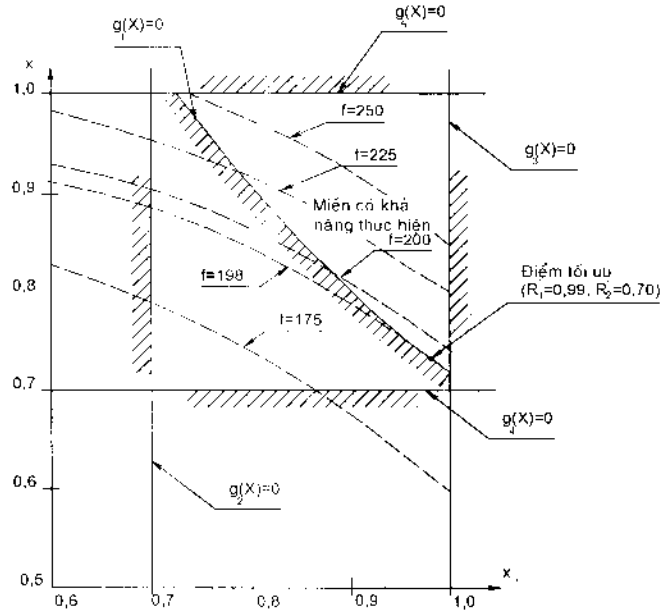
R_1	0,6	0,65	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95	1
R_2	0,906	0,888	0,869	0,848	0,825	0,799	0,771	0,741	0,707

$100R_1^2 + 200R_2^2 = 198$ suy ra $R_2 = \sqrt{\dfrac{198 - 100R_1^2}{200}}$

R_1	0,6	0,65	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95	1
R_2	0,900	0,882	0,863	0,842	0,819	0,793	0,765	0,734	0,700

$100R_1^2 + 200R_2^2 = 175$ suy ra $R_2 = \sqrt{\dfrac{175 - 100R_1^2}{200}}$

R_1	0,6	0,65	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95	1
R_2	0,834	0,815	0,794	0,771	0,745	0,717	0,686	0,651	0,612



Hình 11.6

Các đường bao được trình bày trên hình 11.6 và có thể quan sát thấy được rằng các giá trị hàm mục tiêu không thể giảm dưới giá trị 198 không có bất cứ một vi phạm ràng buộc độ tin cậy nào. Điểm tối ưu là

điểm tiếp xúc của hai đường cong $g_1=0$ và $f=198$ (điểm A). Khi đó $R_1^* = 0,99$ và $R_2^*=0,71$ với $f_{min} = 198$.

11.2.2.2 Phương pháp giải tích

Có rất nhiều phương pháp giải tích để giải bài toán tối ưu. Trong mục này chúng tôi giới thiệu **phương pháp Lagrange** và **điều kiện Kuln - Tucker**.

Phương pháp nhân tử Lagrange là phương pháp giải tích được sử dụng để tìm giá trị nhỏ nhất của hàm nhiều biến khi các hàm ràng buộc là các đẳng thức. Bài toán được giải quyết có thể trình bày dưới dạng:

$$\text{Tìm } X = \begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ d_n \end{Bmatrix} \qquad (11.4)$$

để $f(\mathbf{X})$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Điều kiện ràng buộc là:

$$l_j(\mathbf{X}) = 0; \qquad j = 1, 2, ..., p$$

Trình tự giải quyết bài toán kèm theo việc tạo một hàm mới được gọi là hàm Lagrange $L(X,\lambda)$ như sau:

$$L(X,\lambda) = f(X) + \sum_{j=1}^{p} \lambda_j l_j(X) \qquad (11.5)$$

trong đó λ_j là hằng số chưa biết và được gọi là **nhân tử Lagrange**.

Cần chú ý rằng theo điều kiện ràng buộc có nhiều nhân tử Lagrange. Giải quyết bài toán đặt ra là tìm giá trị nhỏ nhất không ràng buộc của hàm $L(\mathbf{X},\lambda)$. Các điều kiện cần thiết để tìm giá trị nhỏ nhất của hàm $L(\mathbf{X},\lambda)$ là:

$$\frac{\partial L(X,\lambda)}{\partial d_i} = 0; \qquad i = 1, 2, ..., n$$

$$\frac{\partial L(X,\lambda)}{\partial \lambda_j} = 0; \qquad j = 1, 2, ..., p \qquad (11.6)$$

Số các đại lượng không biết là n+p (n biến thiết kế x_i và p nhân tử Lagrange λ_j) và số các phương trình nhận được cũng là n+p. Nghiệm của giải hệ (n+p) phương trình phi tuyến là $\mathbf{X}^*$ và λ^*. Mặc dù phương pháp này tương đối đơn giản, tuy nhiên giải hệ (n+p) phương trình phi tuyến rất dài dòng. Mặt khác nếu các hàm f và l_j không thể biểu diễn dưới dạng tường minh thì để giải hệ (11.6) sẽ rất khó khăn. Tuy nhiên, các phương

pháp số thích hợp trong tối ưu hóa như hàm phạt khảo sát ở mục tiếp theo sẽ được sử dụng để giải quyết các bài toán tối ưu.

Ví dụ 11.5

Hai phần tử được lắp song song như hình 11.7. Muốn tìm độ tin cậy các phần tử R_1 và R_2 để tổng giá thành là nhỏ nhất khi mà độ tin cậy của hệ thống R =0,9. Giả sử rằng giá thành các phần tử R_1 và R_2 tương ứng sẽ bằng $100R_1$ và $200R_2$.

Giải:

Bài toán được phát biểu như sau:

Tìm X với:

$$X = \begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} R_1 \\ R_2 \end{Bmatrix}$$

Hàm mục tiêu là tìm giá trị nhỏ nhất của giá thành:

$$f(X) = 100R_1 + 200R_2 \qquad \text{(vd5-1)}$$

Các điều kiện ràng buộc:

$$L(\mathbf{X}) = 1 - (1 - R_1)(1 - R_2) = R_1 + R_2 - R_1R_2 - 0{,}9 = 0$$

Hàm Lagrange có thể được viết dưới dạng:

$$L = 100R_1 + 200R_2 + \lambda\,(R_1 + R_2 - R_1R_2 - 0{,}9)$$

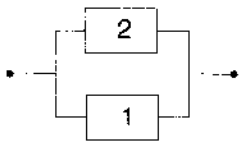
trong đó λ là nhân tử Lagrange.

Các điều kiện cần thiết để tối ưu là:

$$\frac{\partial L}{\partial R_1} = 100 + \lambda(1 - R_2) = 0 \quad \text{suy ra } \lambda = -\frac{100}{(1 - R_2)} \qquad \text{(vd5-2)}$$

$$\frac{\partial L}{\partial R_2} = 200 + \lambda(1 - R_1) = 0 \quad \text{suy ra } \lambda = -\frac{200}{(1 - R_1)} \qquad \text{(vd5-3)}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = R_1 + R_2 - R_1R_2 - 0{,}9 = 0 \qquad \text{(vd5-4)}$$



Hình 11.7 Hệ thống gồm hai phần tử mắc song song

Từ biểu thức (vd5-2) và (vd5-3) ta nhận được:

$$\lambda = \frac{2}{(1 - R_1)} = \frac{1}{(1 - R_2)} \text{ có nghĩa là } R_1 = 2R_2 - 1 \qquad \text{(vd5-5)}$$

Thay biểu thức (vd5-5) vào (vd5-4) ta nhận được:

$$(2R_2 - 1) + R_2 - R_2(2R_2 - 1) = 0{,}9 \text{ có nghĩa là } 2R_2^2 - 4R_2 + 1{,}9 = 0$$

Giải phương trình vừa nhận được ta có $R_2 = 0{,}7764$ và $1{,}2236$. Lời giải tối ưu là $R_1^* = 0{,}5528$ và $R_2^* = 0{,}7764$ (vì $R^* \le 1$) với $f_{min} = 210{,}56$.

Một trong những phương pháp giải tích sử dụng phổ biến là điều kiện Kuln – Tucker có dạng sau (bài toán 11.1):

$$\nabla f(X) + \sum_{j=1}^{n_j} w_j \nabla h_j(X) + \sum_{k=1}^{n_k} v_k \nabla l_k(X) = 0 \qquad (11.7)$$

$$w_j h_j(X) = 0 \text{ với } j = 1, 2, ..., n_j \qquad (11.8)$$

$$w_j \ge 0 \text{ với } j = 1, 2, ..., n_j$$

$$l_k(X) = 0 \text{ với } j = 1, 2, ..., n_k \qquad (11.9)$$

Gradient các hàm biểu diễn dạng sau:

$$\nabla f(X) = \left[\frac{\partial f}{\partial d_1}, \frac{\partial f}{\partial d_1}, ..., \frac{\partial f}{\partial d_n}\right]^T$$

$$\nabla h(X) = \left[\frac{\partial h}{\partial d_1}, \frac{\partial h}{\partial d_1}, ..., \frac{\partial h}{\partial d_n}\right]^T \qquad (11.10)$$

$$\nabla l(X) = \left[\frac{\partial l}{\partial d_1}, \frac{\partial l}{\partial d_1}, ..., \frac{\partial l}{\partial d_n}\right]^T$$

Do đó điều kiện Kuln – Tucker có thể viết dưới dạng sau:

$$\frac{\partial f(X)}{\partial d_i} + \sum_{j=1}^{n_j} w_j \frac{\partial h_j(X)}{\partial d_i} + \sum_{k=1}^{n_k} v_k \frac{\partial l_k(X)}{\partial d_i} = 0 \qquad (11.11)$$

$$w_j h_j(X) = 0 \text{ với } j = 1, 2, ..., n_j$$

$$w_j \ge 0 \quad \text{với } j = 1, 2, ..., n_j$$

$$h_k(X) = 0 \quad \text{với } j = 1, 2, ..., n_k$$

Ví dụ 11.6

Giải bài toán 11.5 theo điều kiện Kuln – Tucker.

Giải:

Bài toán được phát biểu như sau:

Tìm **X** với:

$$X = \begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} R_1 \\ R_2 \end{Bmatrix}$$

Hàm mục tiêu là tìm giá trị nhỏ nhất của giá thành:

$$f(X) = 100R_1 + 200R_2$$

Các điều kiện ràng buộc:

$$l(\mathbf{X}) = 1 - (1 - R_1)(1 - R_2) = R_1 + R_2 - R_1R_2 - 0{,}9 = 0$$

Các đạo hàm riêng:

$$\frac{\partial f}{\partial R_1} = 100\ ;\ \frac{\partial f}{\partial R_2} = 200\ ;\ \frac{\partial l}{\partial R_1} = 1 - R_2 \text{ và } \frac{\partial l}{\partial R_2} = 1 - R_1$$

Theo điều kiện Kuln – Tucker ta có hệ phương trình theo R_1, R_2 và v_1:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial f}{\partial R_1} + v_1 \dfrac{\partial l}{\partial R_1} = 100 + v_1(1 - R_2) = 0 \\ \dfrac{\partial f}{\partial R_2} + v_1 \dfrac{\partial l}{\partial R_2} = 200 + v_1(1 - R_1) = 0 \\ R_1 + R_2 - R_1R_2 - 0.9 = 0 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình trên ta thu được (chỉ nhận nghiệm v_1 âm):

$$v_1 = -\sqrt{200000} = -447{,}2135955$$

$$R_1 = -\frac{200}{v_1} + 1 = 0{,}776393$$

$$R_2 = -\frac{100}{v_1} + 1 = 0{,}5527864$$

11.2.2.3 Phương pháp số (phương pháp hàm phạt)

Mục đích phương pháp hàm phạt là đưa bài toán qui hoạch bị ràng buộc về bài toán không bị ràng buộc. Phương pháp này được giới thiệu đầy đủ trong các tài liệu về tối ưu hóa, ở đây chúng tôi chỉ giới thiệu các nội dung chính.

Để giải quyết bài toán tối ưu (11.1) theo phương pháp hàm phạt ta phải tạo một hàm mới được xác định bởi công thức:

$$\phi_k(X, r_k) = f(X) + r_k \sum_{j=1}^{m} \frac{1}{g_j(X)} - \frac{1}{\sqrt{r_k}} \sum_{j=1}^{p} l_j^2(X) \qquad (11.12)$$

trong đó r_k là hằng số dương, được biết như là tham số phạt.

Bài toán trình bày theo công thức trên trở thành tìm giá trị nhỏ nhất của hàm ϕ_k theo trình tự giảm giá trị r_k. Giá trị r_k ban đầu được chọn bằng 1, sau đó giảm dần đến giá trị 0 sau mỗi lần tìm giá trị nhỏ nhất hàm không ràng buộc. Điểm bắt đầu để tìm giá trị nhỏ nhất được giả sử rằng có khả năng thực hiện liên quan với các bất đẳng thức ràng buộc.

Trình tự lặp lại bao gồm các bước được liệt kê dưới đây:

1. Bắt đầu với điểm ban đầu $\mathbf{X}_1$ có khả năng thực hiện, thỏa mãn tất cả các bất đẳng thức ràng buộc với dấu bất đẳng thức chặt chẽ (<), có nghĩa chỉ là $g_j(\mathbf{X}_1) < 0$ với j = 1, 2, . . ., m và giá trị ban đầu $r_1 > 0$. Gán k =1.
2. Làm cực tiểu hàm $\phi_k(\mathbf{X}, r_k)$ bằng cách sử dụng phương pháp tối thiểu không ràng buộc và thu được nghiệm $\mathbf{X}_k^*$.

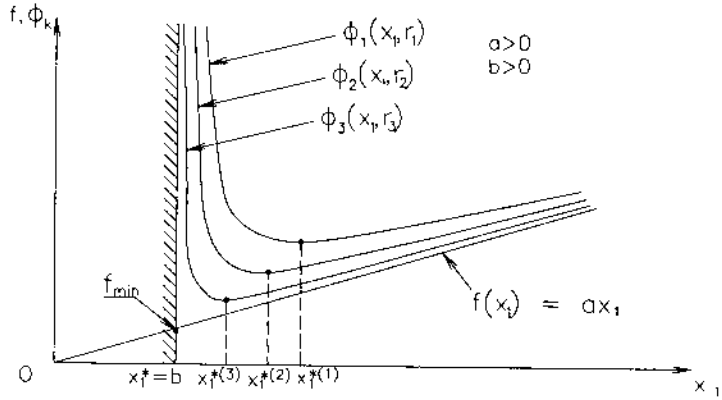
3. Kiểm tra $\mathbf{X}_k^*$ có phải là nghiệm tối ưu của bài toán (11.12) hay không. Nếu $\mathbf{X}_k^*$ tìm được là tối ưu thì kết thúc quá trình. Nếu không thì ta tiếp tục bước tiếp theo.
4. Tìm giá trị của tham số phạt r_{k+1}: $r_{k+1} = cr_k$ trong đó $c < 1$ (thông thường lấy giá trị $c = 0,1$).
5. Lấy điểm bắt đầu mới $\mathbf{X}_1 = \mathbf{X}_k^*$, gán giá trị mới $k = k+1$ và tiếp tục bước 2.

Sự hội tụ của trình tự tương ứng r_k tiến về giá trị 0 được minh họa bằng đồ thị hình 11.8 và bài toán trở thành đơn giản:

Tìm $X = \{x_1\}$ sao cho hàm $f(\mathbf{X}) = ax_1$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Các điều kiện ràng buộc:

$$g_1(X) = b - x_1 \le 0 \qquad (11.13)$$



Hình 11.8 Sự hội tụ của phương pháp hàm phạt

Ví dụ 11.7

Dầm công xôn có tiết diện ngang hình chữ nhật chịu tác dụng lực F_x và F_y như hình 11.9. Lực tác dụng $F_x = 8000$N, $F_y = 6000$ N, chiều dài thanh $l = 1000$ mm, ứng suất giới hạn $\sigma_{ch} = 500$MPa. Xác định kích thước b, h để diện tích $A = bh$ là nhỏ nhất với $10 \le b \le 100$, $10 \le h \le 100$.

Giải:

Hàm mục tiêu:

Xác định giá trị nhỏ nhất của hàm:

$$A = bh$$

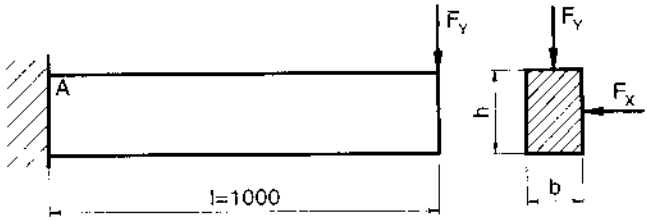
Điều kiện ràng buộc:

$$g(X) = \frac{6l}{bh}\left(\frac{F_x}{b} + \frac{F_y}{h}\right) - \sigma_{ch} \le 0$$

$$10 \le b \le 100$$

$10 \le h \le 100$

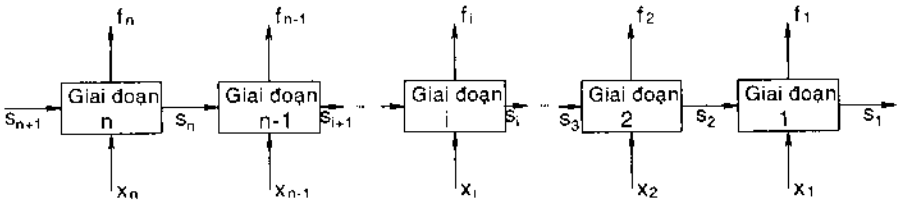
Giải bài toán này ta thu được b = 37,736 mm, h = 50,479 mm với ứng suất 498,5 MPa.



Hình 11.9

11.2.2.4 Phương pháp qui hoạch động

Vào những năm 1950 Richard Bellman phát triển phương pháp quy hoạch động để giải quyết bài toán quyết định nhiều giai đoạn như là sự phối hợp của các bài toán nhiều giai đoạn riêng lẻ. Trong đa số các trường hợp giải quyết các bài toán tối ưu của N giai đoạn riêng lẻ sẽ dễ dàng hơn khi so sánh với việc giải quyết bài toán tối ưu nhiều giai đoạn. Ưu điểm cộng thêm của quy hoạch động là phương pháp có thể xử lý các biến rời rạc, không lồi, liên tục và các hàm không khả vi mà không có bất cứ khó khăn nào. Sử dụng các phương pháp thích hợp để giải quyết trong phạm vi rộng rãi các bài toán ra quyết định xuất hiện ngày càng nhiều trong các bài toán độ tin cậy.



Hình 11.10 Bài toán quyết định nhiều giai đoạn

Một ví dụ trong những bài toán quyết định nhiều giai đoạn được trình bày trên hình 11.10, trong đó các giai đoạn n, n-1, . . ., i, . . ., 2, 1 được đánh dấu theo hướng giảm dần. Trạng thái nhập của giai đoạn i là s_{i+1} và trạng thái xuất là s_i. Tham số thiết kế trên giai đoạn i gọi là x_i và đóng góp của chúng vào hàm mục tiêu là $f_i=f_i(X)$.

Bài toán cần giải quyết là tìm $X = (x_1, x_2, \ldots, x_n)^T$ để hàm mục tiêu đạt giá trị nhỏ nhất:

$$F(X) = f_1(X) + f_2(X) + \ldots + f_n(X) \qquad (11.14)$$

Thiết kế tối ưu..

Với giả thuyết rằng: $s_i = s_i(s_{i+1}, x_i)$; i= 1, 2, . . ., n
và các ràng buộc khác chỉ định cho x_i và s_i (i= 1, 2, . . ., n).

Qui hoạch động bắt buộc sử dụng khái niệm tối ưu hóa cục bộ và nguyên tắc tối ưu để giải quyết bài toán quyết định nhiều giai đoạn. Thực hiện theo trình tự trình bày dưới đây. Phần tử cuối cùng (phần tử được đánh dấu số 1 trên hình 11.10) được sử dụng đầu tiên cho tối ưu hóa cục bộ. Nếu trạng thái nhập của phần tử này là s_2 được chỉ định thì x_1 phải được chọn để hàm $f_1(x_1, s_2)$ là nhỏ nhất. Đặt giá trị nhỏ nhất của f_1 là $F_1^*(s_2)$:

$$F_1^*(s_2) = \min_{x_1} \left[f_1(x_1, s_2)\right] \qquad (11.15)$$

Biểu thức này xác định giá trị nhỏ nhất của f_1 như là hàm trạng thái nhập s_2 dưới dạng tham số. Sau đó, chúng ta khẳng định hai phần tử cuối cùng (các phần tử đánh dấu 2 và 1 trên hình 11.10) cùng nhau cho tối ưu hóa cục bộ. Ở đây chúng ta chọn x_1 và x_2 sao cho hàm:

$$F_2(s_3) = f_2(x_2, s_3) + f_1(x_1, s_1) \qquad (11.16)$$

có giá trị nhỏ nhất cho giá trị chỉ định s_3 bất kỳ ta thu được:

$$F_2^*(s_3) = \min_{x_1, x_2} \left[f_2(x_2, s_3) + f_1(x_1, s_2)\right] \qquad (11.17)$$

Bởi vì s_2 có thể được tính khi mà s_3 và x_2 được chỉ định, do đó phương trình (11.17) có thể viết lại với sự trợ giúp phương trình (11.15) như sau:

$$F_2^*(s_3) = \min_{x_2} \left[f_2(x_2, s_3) + F_1^*(s_2)\right] \qquad (11.18)$$

Quá trình tối ưu hóa cục bộ có thể tiếp tục bằng sự cân nhắc trên bài toán tối ưu hóa cục bộ thứ n. Một cách tổng quát bài toán tối ưu hóa cục bộ thứ i có thể phát biểu như sau:

$$F_i^*(s_{i+1}) = \min_{x_i} \left[f_i(x_i, s_{i+1}) + F_{i-1}^*(s_i)\right] \qquad (11.19)$$

Trên bài toán tối ưu hóa cục bộ cuối cùng trạng thái nhập s_{n+1} được chỉ định thường xuyên và vì lý do đó F_n^* cần phải được tìm cho mỗi lần nhập được đặt tên là s_{n+1}. Ngoài ra cần chú ý rằng chỉ một biến thiết kế được bao hàm tại một giai đoạn bất kỳ. Vì lý do đó tối ưu hóa cục bộ được mong đợi sẽ rất đơn giản.

11.3 DẠNG BÀI TOÁN THIẾT KẾ TỐI ƯU KẾT CẤU THEO ĐỘ TIN CẬY

Bài toán tối ưu theo độ tin cậy có dạng sau:

Hàm mục tiêu:

$$\text{Tìm } X = \begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ . \\ . \\ . \\ d_n \end{Bmatrix} \qquad (11.20)$$

để f(**X**) đạt giá trị nhỏ nhất.

Điều kiện ràng buộc là:

$$P(g_j(\mathbf{X}, \mathbf{p}) \le 0)) \ge R_j;\ j = 1, 2, ..., n_g$$
$$h_k(\mathbf{X}, m_p) \le 0;\ k = 1, 2, ..., n_h$$
$$d_i^l \le d_i \le d_i^u;\quad i = 1, 2,..., n.$$

Ở đây d_i – biến thiết kế (có thể là đơn định hoặc ngẫu nhiên) thứ i; **X** – véctơ biến thiết kế (bao gồm đơn định và ngẫu nhiên); **p** – véctơ tham số ngẫu nhiên, hay còn gọi là các hệ số nhiễu, có giá trị trung bình m_p; f(**d**) – hàm mục tiêu; g_j – hàm trạng thái tới hạn thứ j; n- số biến thiết kế; n_h- số ràng buộc xác suất; R_j - độ tin cậy mong muốn; d_i^l, d_i^u – giới hạn dưới và trên của biến thiết kế thứ i.

Để thỏa mãn điều kiện ràng buộc $P(g_j(\mathbf{X}, \mathbf{p}) \le 0)) \ge R_j$ thì ta phải phân tích độ tin cậy, sử dụng phương pháp FORM với tìm kiếm MPP, có nghĩa là giải bài toán tối ưu theo công thức (5.16) và (5.17). Do đó bài toán thiết kế tối ưu theo độ tin cậy gồm 2 vòng lặp tối ưu lồng vào nhau.

Bài toán tối ưu có thể viết lại dưới dạng sau:

Hàm mục tiêu:

$$\text{Tìm } X = \begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ . \\ . \\ . \\ d_n \end{Bmatrix} \qquad (11.21)$$

để f(**X**) đạt giá trị nhỏ nhất.

Điều kiện ràng buộc:

$$P(g_j(\mathbf{d}) \ge 0) - \Phi(-\beta_j) \le 0,\ j = 1, 2, ..., n_g$$
$$h_k(\mathbf{d}, m_p) \le 0;\ k = 1, 2, ..., n_h$$
$$d_i^l \le d_i \le d_i^u;\ i = 1, 2,..., n.$$

trong đó: Φ là hàm phân bố tích lũy của phân phối chuẩn và β_j là chỉ số độ tin cậy mong muốn của ràng buộc thứ j.

Hàm xác suất hỏng $P(g_j(\mathbf{X}) \geq 0)$ xác định theo công thức (5.8):

$$F_{g_j}(0) = P(g(\mathbf{X}) < 0) = \int_{g(\mathbf{X})<0} f_X(\mathbf{x})d\mathbf{x} \leq \Phi(-\beta_j) \qquad (11.22)$$

Qua phép biến đổi nghịch đảo $\Phi^{-1}(*)$ và $F^{-1}(*)$ thì ràng buộc xác suất có thể biểu diễn dưới dạng sau:

$$\beta_{sj} = -\Phi^{-1}(F(g_j(0))) \geq \beta_j \qquad (11.23)$$

$$g_{pj} = F_{g_j}^{-1}(\Phi(-\beta_j)) \geq 0 \qquad (11.24)$$

trong đó: β_{sj} và g_{pj} là chỉ số độ tin cậy và giá hàm trạng thái giới hạn đạt được ở ràng buộc thứ j.

Các ví dụ dưới đây minh họa việc định dạng các bài toán thiết kế cơ khí và kết cấu như là các bài toán tối ưu hóa.

Ví dụ 11.8

Dầm công xôn có tiết diện ngang hình chữ nhật chịu tác dụng lực F_x và F_y như hình 11.5. Lực tác dụng F_x, F_y, kích thước b, h, môđun đàn hồi E, ứng suất giới hạn là các đại lượng ngẫu nhiên có giá trị cho trong bảng 11.2. Chiều dài thanh l = 1000 mm.

Bảng 11.2

Đại lượng	Giá trị trung bình	Sai lệch bình phương trung bình
Lực tác dụng F_x, N	8000	1000
Lực tác dụng F_y, N	6000	800
Ứng suất giới hạn σ_{ch}, MPa	500	50

Xác định kích thước b, h để tiết diện thanh là nhỏ nhất đảm bảo độ tin cậy R = 0,999.

Giải:

Hàm mục tiêu:

Xác định giá trị nhỏ nhất của hàm:

$$A = bh$$

Điều kiện ràng buộc:

$$P\left(\frac{6l}{bh}\left(\frac{F_x}{b} + \frac{F_y}{h}\right) - \sigma_{ch} \leq 0\right) \geq R_1$$

$$10 \leq b \leq 100$$

$$10 \leq h \leq 100$$

Ví dụ 11.9

Xác định chiều dày t và đường kính d của ống trong kết cấu như hình 11.11 để diện tích mặt cắt ngang có giá trị nhỏ nhất. Lực F tác dụng lên tay quay. Trục được xem như là dầm công xôn chế tạo từ thép ống AISI 4140. Các đại lượng ngẫu nhiên trong bài toán đều phân phối theo qui luật chuẩn. Giá trị trung bình và sai lệch bình phương trung bình của các đại lượng ngẫu nhiên $(\bar{x}, S_X)$ theo bảng 11.3.

Bảng 11.3

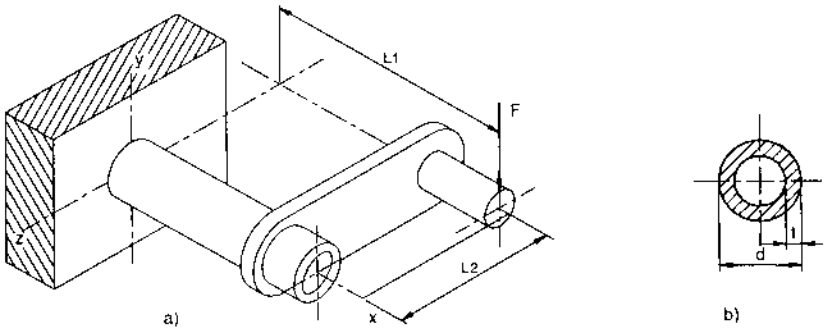
Đại lượng	Giá trị trung bình	Sai lệch bình phương trung bình
Lực F, N	3000	300
Giới hạn chảy σ_{ch}, MPa	600	60
Khoảng cách L_1, mm	250	4
Khoảng cách L_2, mm	200	2

Sai lệch bình phương trung bình đường kính trục $S_d = 0{,}015\bar{d}$. Xác định kích thước trục rỗng để xác suất làm việc không hỏng R = 0,999.

Giải:

Mômen cản uốn mặt cắt ngang:

$$W = \frac{\pi d^3}{32}\left(1 - \frac{(d-2t)^4}{d^4}\right) = \frac{\pi d^3}{32}\left(1 - \left(1 - \frac{2t}{d}\right)^4\right)$$



Hình 11.11

Mômen cản xoắn:

$$W_0 = 2W$$

Ứng suất lớn nhất sinh ra tại vị trí đường kính vòng ngoài của trục rỗng và tại vị trí liên kết với tường. Ứng suất uốn σ và xoắn τ có giá trị lớn nhất tại vùng này. Ứng suất tương đương σ_{td} theo thuyết bền 4 có dạng:

$$\sigma_{td} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2}$$

trong đó:

$$\sigma = \frac{M}{W} = \frac{FL_1}{W}$$

$$\tau = \frac{T}{W_0} = \frac{FL_2}{W_0}$$

Từ đây suy ra:

$$\sigma_{td} = \frac{F}{4W}\sqrt{4L_1^2 + 3L_2^2}$$

Hàm trạng thái giới hạn:

$$g(X) = \sigma_{lim} - \sigma_v = \sigma_{lim} - \frac{F}{4W}\sqrt{4L_1^2 + 3L_2^2}$$

Bài toán tối ưu có dạng sau:

Xác định giá trị nhỏ nhất của hàm:

$$A = \pi dt$$

Điều kiện ràng buộc:

$$P\left(\sigma_{lim} - \frac{F}{4W}\sqrt{4L_1^2 + 3L_2^2} \geq 0\right) \geq R_1$$

$$d/t \leq 100$$

trong đó $W = \frac{\pi d^3}{32}\left(1 - \frac{(d-2t)^4}{d^4}\right) = \frac{\pi d^3}{32}\left(1 - \left(1 - \frac{2t}{d}\right)^4\right)$.

Ví dụ 11.10

Một giàn hai thanh như hình 11.12. Các thanh có tiết diện hình vành khăn với giá trị trung bình đường kính d và chiều dày t. Mỗi thanh đều có hai dạng hỏng: uốn dọc và nén. Định dạng bài toán xác định giá trị trung bình của d và t để tìm giá trị nhỏ nhất của khối lượng của giàn tùy thuộc vào ràng buộc theo độ tin cậy của thanh theo uốn dọc và nén. Các dữ liệu của bài toán là: F_V = N(250000, 25000)N; F_H = N(150000, 15000)N; t = N($\bar{t}$, 0,01$\bar{t}$) mm; d = N($\bar{d}$, 0,01$\bar{d}$) mm; σ_{ch} = N(210, 21)MPa; Môđun đàn hồi E = N(2,1.10^5, 2,1.10^4)MPa; B = N(500, 25) mm; H = N(675, 25) mm; ρ = N(7,9, 0,79).10^{-6} kg/mm^3; Độ tin cậy tối thiểu chấp nhận R_{min}=0,9973.

Khoảng giá trị có thể chấp nhận được của d và t là:

$$25 \text{ mm} \leq d \leq 125 \text{ mm}$$

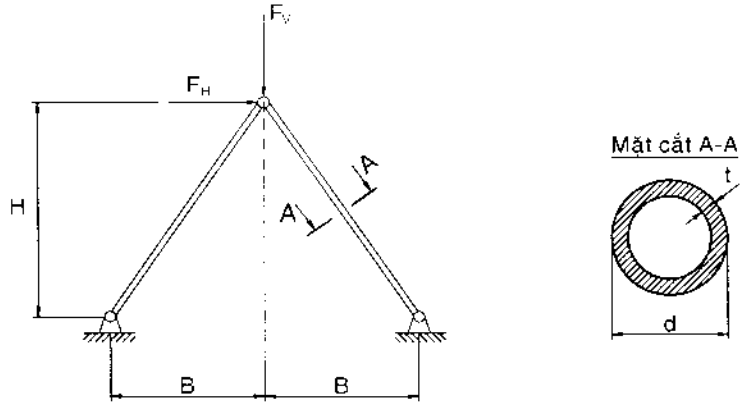
$$2{,}5 \text{ mm} \leq t \leq 25 \text{ mm}$$

Giải:

Giả sử rằng ứng suất nén và ứng suất uốn dọc trên mỗi thanh tuân theo qui luật phân phối chuẩn, độ tin cậy tối thiểu trên mỗi dạng hỏng tương ứng với điểm phân vị z_1 = -3,0 (R=0,9973).

Lực nén tác dụng lên thanh bên phải xác định theo công thức:

$$F_n = \frac{\sqrt{(B^2 + H^2)}}{2}\left(\frac{F_V}{H} + \frac{F_H}{B}\right)$$



Hình 11.12 Giàn hai thanh

Ứng suất nén σ_n và uốn σ_u xác định theo công thức sau:

$$\sigma_n = \frac{\sqrt{(B^2 + H^2)}}{2\pi dt}\left(\frac{F_V}{H} + \frac{F_H}{B}\right);\ \sigma_u = \frac{\pi^2 EI}{L^2\pi dt} = \frac{\pi^2 E(d^2 + t^2)}{8(B^2 + H^2)}$$

trong đó: I là mômen quán tính mặt cắt ngang; L là chiều dài thanh.

Khối lượng của giàn được tính theo công thức sau:

$$W = 2\rho\pi dt\sqrt{B^2 + H^2}$$

Ta xem các giá trị trung bình $\bar{d}$ và $\bar{t}$ là các biến thiết kế và giá trị trung bình khối lượng là hàm mục tiêu $\overline{W}$, bài toán độ tin cậy có thể trình bày như sau:

Tìm $\quad X = \begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \bar{d} \\ \bar{t} \end{Bmatrix}$

để hàm $f(X) = 2\rho\pi dt\sqrt{B^2 + H^2}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Các ràng buộc:

$$P\left(\sigma_{ch} - \frac{\sqrt{(B^2 + H^2)}}{2\pi dt}\left(\frac{F_V}{H} + \frac{F_H}{B}\right) \geq 0\right) \geq R_1$$

$$P\left(\sigma_{ch} - \frac{\pi^2 E(d^2 + t^2)}{8(B^2 + H^2)} \geq 0\right) \geq R_1$$

$25\ mm \leq d \leq 125\ mm$

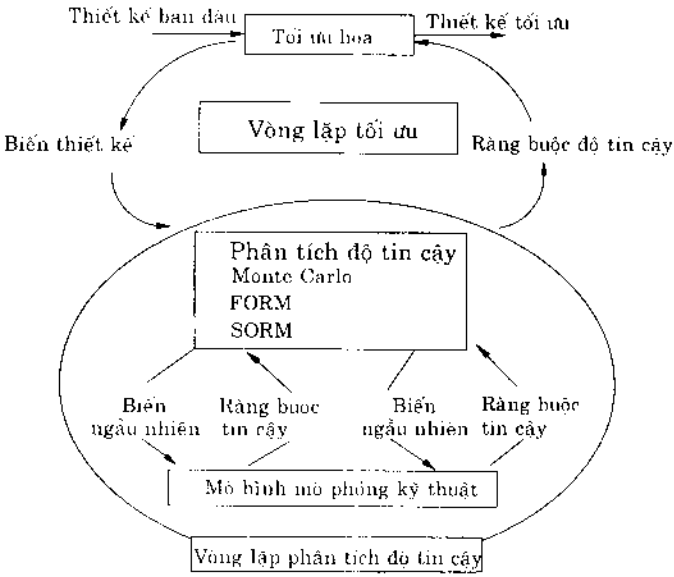
$2{,}5\ mm \leq t \leq 25\ mm$

11.4 TRÌNH TỰ THIẾT KẾ TỐI ƯU KẾT CẤU TRÊN CƠ SỞ ĐỘ TIN CẬY

Các bài toán thiết kế tối ưu theo độ tin cậy thông thường các biến thiết kế và ràng buộc liên quan đến độ tin cậy. Trong mục này chúng tôi trình bày các phương pháp chủ yếu để giải bài toán thiết kế tối ưu theo độ tin cậy.

11.4.1 Phương pháp hai v òng lặp

Theo mô hình hình 11.13 thì độ tin cậy của mỗi ràng buộc độ tin cậy cần phải ước lượng, và ta gọi mô hình này là công thức độ tin cậy trực tiếp. Do tính hiệu quả và chính xác ta sử dụng phương pháp xấp xỉ chuỗi Taylor bậc nhất với tìm điểm xác suất lớn nhất để xác định độ tin cậy trực tiếp cho mô hình này.



Hình 11.13 Trình tự thiết kế theo độ tin cậy

Độ tin cậy hàm ràng buộc g(**d**, **X**, **p**), i = 1, 2, ..., n, được ước lượng bằng xấp xỉ bậc nhất như sau.

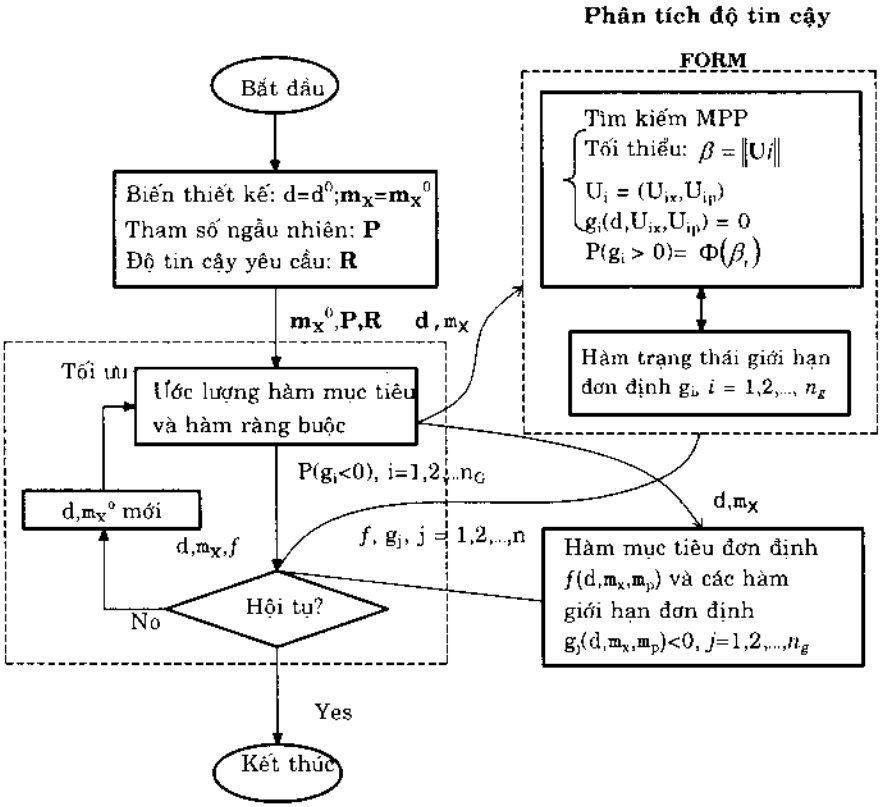
Đầu tiên ta chuyển các biến ngẫu nhiên từ không gian **X** sang $\mathbf{U}_{iX}$ và **P** sang $\mathbf{U}_{iP}$ (với i là ràng buộc thứ i). Ta xác định MPP cho mô hình sau:

$$\min_{U_i=(U_{iX},U_{iP})} \beta = \|U_i\| \qquad (11.25)$$

với điều kiện ràng buộc g(**d**, **X**, **p**) = 0 (11.26)

Bài toán trên có thể giải bằng giải thuật trình bày chương 5 hoặc bất kỳ giải thuật tối ưu nào. Lời giải là điểm MPP ($\mathbf{U_{iX}}^*$, $\mathbf{U_{iP}}^*$) và chỉ số độ tin cậy:

$$\beta = \|\mathbf{U_{iX}}, \mathbf{U_{iP}}\| \qquad (11.27)$$



Hình 11.14 Sơ đồ giải bài toán thiết kế tối ưu trực tiếp theo độ tin cậy

Khi đó độ tin cậy được xác định theo công thức:

$$R = P(g_i(\mathbf{d}, \mathbf{X}, \mathbf{P}) > 0) = 1 - \Phi(\beta_i) \qquad (11.28)$$

Cần chú ý rằng tìm kiếm MPP cho mỗi ràng buộc độ tin cậy và mỗi MPP cho mỗi ràng buộc độ tin cậy đều khác nhau.

Sử dụng công thức đánh giá độ tin cậy trực tiếp, bạn cần phải ước lượng độ tin cậy $R = P(g_i(\mathbf{d}, \mathbf{X}, \mathbf{P}) > 0)$ cho mỗi hàm trạng thái giới hạn $g_i(\mathbf{d}, \mathbf{X}, \mathbf{P})$, sơ đồ giải trình bày trên hình 11.14. Trong trường hợp nhiều hàm trạng thái giới hạn theo độ tin cậy, vài ràng buộc có độ tin cậy rất

cao và không bao giờ được nhắc đến trong suốt quá trình tối ưu. Trong vài trường hợp thỏa mãn một ràng buộc độ tin cậy này sẽ thoả mãn vài ràng buộc độ tin cậy khác vì chúng có cùng chung các biến thiết kế và tham số ngẫu nhiên.

Sử dụng phân tích ngược độ tin cậy trình bày mục 5.8 để đưa bài toán tối ưu theo độ tin cậy về bài toán tối ưu đơn định.

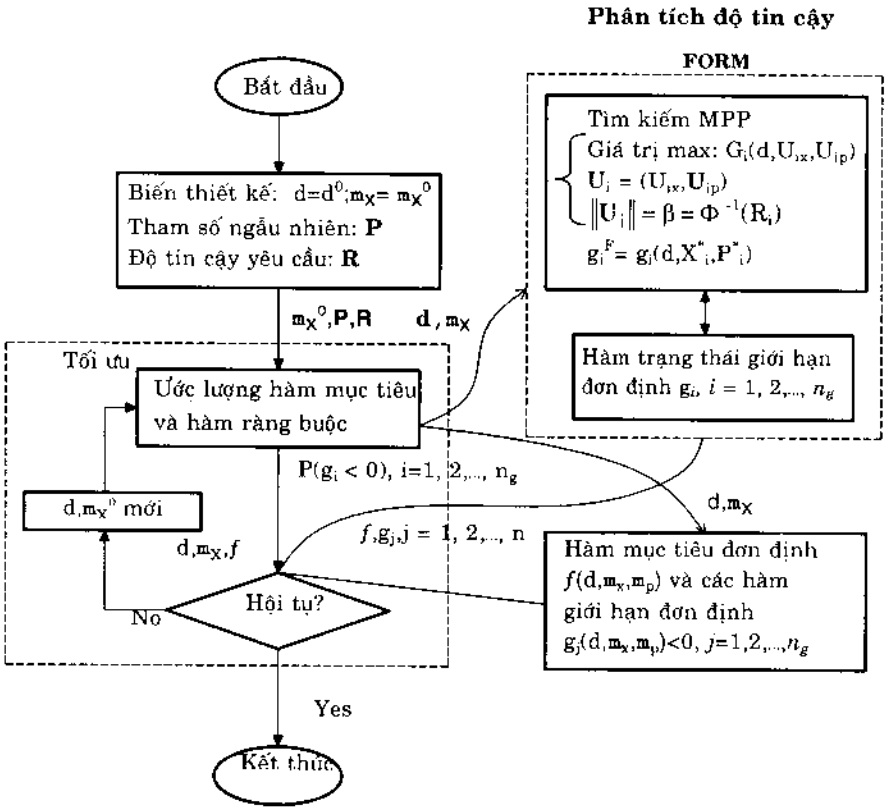
Tìm giá trị hàm trạng thái giới hạn g^F tương ứng xác suất hỏng F:

$$F = P\left(g(\mathbf{d}, \mathbf{X}, \mathbf{P}) < g^F\right)$$

Hoặc: $$R = P\left(g(\mathbf{d}, \mathbf{X}, \mathbf{P}) > g^F\right)$$

Từ công thức (5.58) ta có hàm trạng thái giới hạn mới:

$$g(\mathbf{d}, \mathbf{X}, \mathbf{P}) = g(\mathbf{d}, \mathbf{X}, \mathbf{P}) - g^F = g(\mathbf{d}, \mathbf{X}^*, \mathbf{P}^*)$$



Hình 11.15 Sơ đồ giải bài toán thiết kế tối ưu trên cơ sở phân tích ngược độ tin cậy

Giải thuật xác định g^F đã trình bày trên mục 5.8. Sau khi xác định g^F thì bài toán tối ưu trở thành:

Hàm mục tiêu:

$$\text{Tìm } X = \begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ d_n \end{Bmatrix} \qquad (11.20)$$

để f(**X**) đạt giá trị nhỏ nhất.

Điều kiện ràng buộc:

$$P(g_j(\mathbf{d}, \mathbf{X}^*, \mathbf{P}^*) > 0)) \geq R_j;\ j = 1, 2, ..., n_g$$

$$h_k(\mathbf{X}, m_p) \leq 0;\ k = 1, 2, ..., n_h$$

$$d_i^l \leq d_i \leq d_i^u;\quad i = 1, 2,..., n.$$

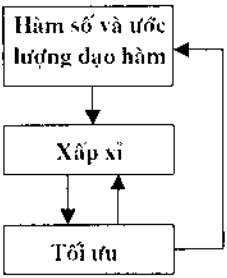
Sơ đồ giải bài toán tối ưu sử dụng phân tích ngược độ tin cậy trình bày trên hình 11.15. Sử dụng phương pháp này giải ví dụ 11.8 thu được kết quả B = 42,15mm, H = 56,7 mm.

11.4.2 Các phương pháp khác giải bài toán tối ưu

Ngoài phương pháp hai vòng lặp trình bày ở trên, ta còn sử dụng các phương pháp dưới đây để giải bài toán thiết kế tối ưu trên cơ sở độ tin cậy.

Phương pháp xấp xỉ truyền thống (TAM)

Phương pháp này phát triển vào các năm 1980 và hiện được ứng dụng trong các phần mềm thiết kế tối ưu kết cấu (hình 11.16). Ý tưởng chính là tính toán hàm số và đạo hàm của chúng tại vòng lặp ngoài, giải bài toán tối ưu xấp xỉ ở vòng lặp trong và lặp đến khi nào hội tụ.

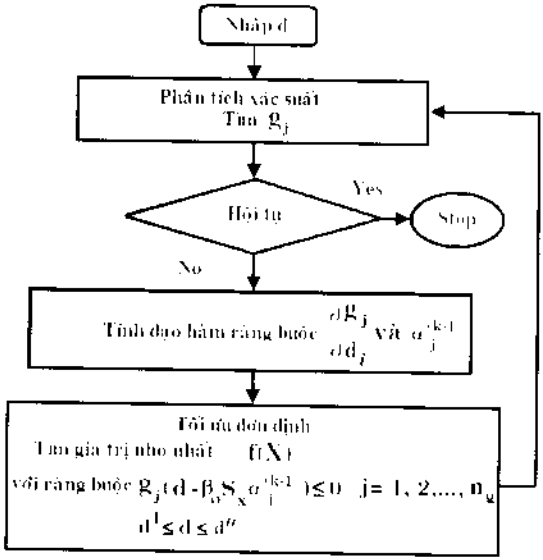


Hình 11.16 Sơ đồ phương pháp xấp xỉ truyền thống

Một biến thiết kế một vòng lặp (SLSV)

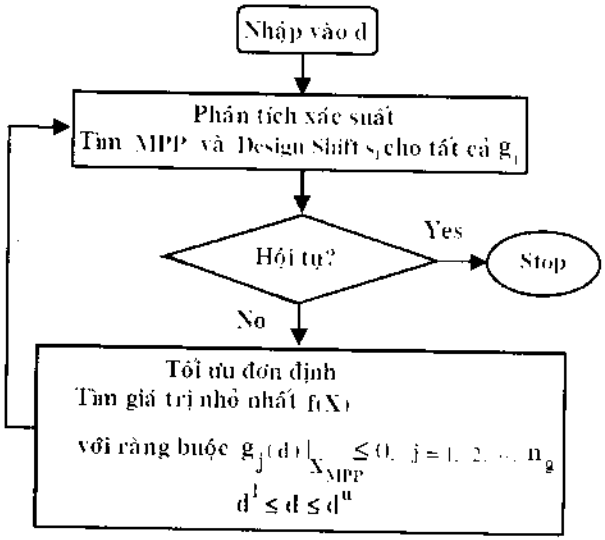
Phương pháp này do Chen đưa ra là phương pháp hiệu quả thiết kế xác suất tối ưu vào năm 1997. Sau đó Wang và Kodiyalam sử dụng

phương pháp tương tự cho các đại lượng ngẫu nhiên có qui luật phân phối không phải phân phối chuẩn vào năm 2002. Cần chú ý rằng tính hiệu quả của phương pháp này phụ thuộc vào điểm chọn ban đầu. Sau đó Choi và Wan (2001) kết hợp phương pháp này với phương pháp tìm kiếm điểm xác suất lớn nhất (MPP). Sơ đồ tính như hình 11.17.



Hình 11.17 Sơ đồ tính cho phương pháp SLSV

Phương pháp hệ số an toàn (SFA)



Hình 11.18 Sơ đồ tính cho phương pháp SFA

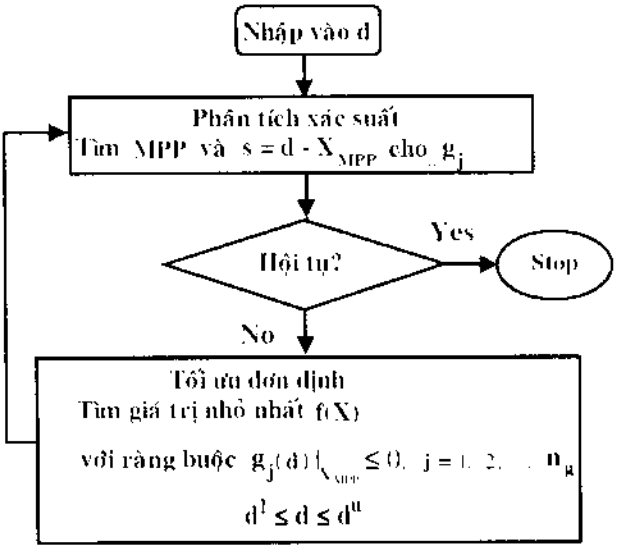
Wu và Wang (1998) và sau đó Wu và các tác giả khác (2001) sử dụng khái niệm "ràng buộc đơn định xấp xỉ tương đương" để giải các bài

toán tối ưu trên cơ sở độ tin cậy. Với sơ đồ tính đơn giản và thực hiện riêng biệt hoàn toàn tính toán tối ưu và phân tích độ tin cậy (hình 11.18). Phương pháp này có hai ưu điểm chính:

1- Kết hợp chặt chẽ với khái niệm hệ số an toàn từng phần đã quen thuộc với các nhà thiết kế.
2- Nó làm nâng cao đáng kể sự tin tưởng vào bản thiết kế trong giai đoạn đầu tiên và giúp nhà thiết kế theo dõi bản thiết kế của mình.

Phương pháp tối ưu và đánh giá độ tin cậy liên tục (SORA)

Du và Chen (2002) đề nghị phương pháp đánh giá độ tin cậy và tối ưu liên tục (hình 11.19). Phương pháp này thực hiện vòng lặp đơn với hàng loạt đánh giá độ tin cậy và tối ưu liên tục. Trong mỗi loạt tối ưu và đánh giá độ tin cậy độc lập lẫn nhau, không có sự đanh giá độ tin cậy nào được yêu cầu trong quá trình tối ưu và đánh giá độ tin cậy thực hiện sau khi tối ưu. Ý tưởng chính của phương pháp này là sự thay đổi đường bao của các ràng buộc đơn định bị vi phạm.



Hình 11.19 Sơ đồ tính cho phương pháp SFA

11.5 BÀI TẬP

11.1 Khảo sát bài toán xác định xác suất làm việc không hỏng trong giai đoạn thiết kế, khi đó ứng suất L và độ bền S phân phối theo qui luật chuẩn làm việc không hỏng của mỗi phần tử R=0,99. Hàm chi phí đối với 04 đại lượng m_S, S_S, m_L, S_L có dạng sau:

$$c_1(m_S) = 0{,}0022 m_S^{1{,}135};\ 30000 \le m_S \le 75000\text{MPa}$$

$$c_2(S_S) = 800 S_S^{-0{,}475};\qquad 1000 \le S_S \le 10000\text{MPa}$$

$$c_3(m_L) = 89997 m_L^{-0{,}513};\ 10000 \le m_L \le 68000\text{MPa}$$

$$c_4(S_L) = 366 S_L^{-0{,}358};\qquad 500 \le S_L \le 7500\text{MPa}$$

Tìm các đại lượng m_S, S_S, m_L, S_L để chi phí là nhỏ nhất và độ tin cậy của hệ thống vẫn đảm bảo.

11.2 Khảo sát các hàm chi phí trình bày trên bài 11.1. Xác định giá trị của bốn tham số này để xác suất làm việc không hỏng là lớn nhất với điều kiện ràng buộc là tổng chi phí không vượt quá 100 đơn vị.

11.3 Khảo sát hệ thống bao gồm N nhóm mắc nối tiếp với n_j các phần tử mắc song song trên nhóm j; j=1, 2,. . .,N. Mỗi phần tử của nhóm j có giá thành c_j, trọng lượng w_j và độ tin cậy R_j.

a) Định dạng bài toán xác định độ tin cậy của hệ thống là lớn nhất theo các ràng buộc về giá thành và khối lượng của hệ thống.

b) Giải bài toán định dạng trên mục a với các dữ liệu trên bảng 11.4.

Bảng 11.4

Nhóm j	R_j	c_j	w_j
1	0,9	5	3
2	0,7	6	1
3	0,8	8	2

Giá trị lớn nhất của giá thành 100. Giá trị lớn nhất của khối lượng 50.

11.4 Hệ thống gồm N hệ thống con. Giả sử F_j là xác suất làm việc không hỏng của hệ thống con thứ j, j =1, 2, ..., N. Khi đó xác suất làm việc không hỏng của hệ thống có dạng:

$$R_{ht} = \prod_{j=1}^{N} R_j = \prod_{j=1}^{N} (1 - F_j)$$

Độ tin cậy của mỗi hệ thống con tăng lên bằng cách đưa vào các thành phần dự trữ. Giả sử n_j số các thành phần dự trữ trong hệ thống con thứ j. Như thế xác suất hỏng của hệ thống phụ thứ j là F_j liên quan đến xác suất hỏng của từng phần tử trong hệ thống phụ như sau:

$$F_j = q_j^{(n_j+1)},\quad n_j \ge 0$$

Giả sử c_j là giá thành của mỗi phần tử trong hệ thống phụ thứ j, C - là tổng chi phí cho phép và W khối lượng cho phép của hệ thống. Bài toán tối ưu hóa như sau:

Tìm giá trị lớn nhất của hàm:

$$R_{ht} = \prod_{j=1}^{N} (1 - q_j^{(n_j+1)})$$

Điều kiện ràng buộc:

$$\sum_{j=1}^{N} c_j n_j \le C$$

$$\sum_{j=1}^{N} w_j n_j \le W$$

$$n_j \ge 0$$

trong đó n_j là số nguyên.

Giải bài toán tối ưu với dữ liệu cho trong bảng 11.5.

Bảng 11.5

Số hệ thống con	Giá c_j	Khối lượng w_j	Xác suất không hỏng R_j	Tổng cho phí và khối lượng
1	1,1	4,0	0,85	
2	2,5	3,8	0,75	C=40
3	3,8	7,5	0,90	W=60
4	4,1	9,5	0,80	

11.5 Khảo sát hệ thống bao gồm N nhóm mắc song song với n_j các phần tử mắc nối tiếp trên nhóm j; j=1, 2,. . ., N. Mỗi phần tử của nhóm j có giá thành c_j, trọng lượng w_j và độ tin cậy R_j.

a) Định dạng bài toán xác định độ tin cậy của hệ thống là lớn nhất theo các ràng buộc về giá thành và khối lượng của hệ thống.

b) Giả bài toán định dạng trên mục a với dữ liệu trên bảng 11.6:

Bảng 11.6

Nhóm j	R_j	c_j	w_j
1	0,9	5	3
2	0,7	6	1
3	0,8	8	2

Giá trị lớn nhất của giá thành 100. Giá trị lớn nhất của khối lượng 50.

11.6 Tìm lời giải cho bài toán tối ưu sau đây sử dụng phương pháp đồ thị:

Tìm giá trị lớn nhất của hàm $f(x_1, x_2) = 3x_1 + x_2$.

Với ràng buộc:

$$3x_1+2x_2 \ge 6$$

$$x_1+x_2 \le 8$$

$$2x_1-4x_2 \le 2$$

$$-4x_1+3x_2 \le 12$$

$$x_1 \ge 0;\ x_2 \ge 0$$

11.7 Hệ thống mắc song song gồm hai phần tử có cường độ hỏng là λ_1 và λ_2 được tối ưu theo giá thành nhỏ nhất. Giá thành các phần tử là $c_1=100/\lambda_1$ và $c_2=200/\lambda_2$. Tìm các giá trị λ_1 và λ_2 để tổng giá thành là nhỏ nhất và độ tin cậy của hệ là 0,99.

11.8 Ứng suất xoắn lớn nhất sinh ra trong lò xo nén (hình 11.20) được xác định theo công thức:

$$K_w = \frac{(4c-1)}{(4c-4)} + \frac{0,615}{c}$$

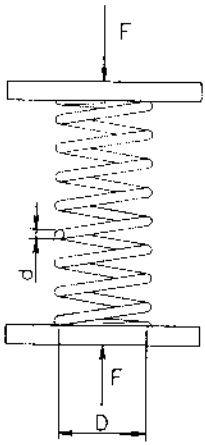
với: c = D/d là chỉ số lò xo; D – đường kính trung bình; d- đường kính dây; F- lực nén.

Độ cứng k của lò xo xác định theo công thức:

$$k = \frac{d^4 G}{8D^3 n}$$

với: G - môđun đàn hồi trượt và n – số vòng làm việc của lò xo.

Lò xo được sử dụng trong hệ thống có độ cứng k = 2 ± 0,04 N/mm. Giới hạn chảy cắt lò xo τ = 630 ± 70 MPa, khối lượng riêng ρ = 7,9 kg/dm^3, môđun đàn hồi trượt G = $8.10^4 \pm 0,35.10^4$ MPa. Lực nén lò xo F = 2000 ± 500 N. Giả sử rằng tất cả các đại lượng trên tuân theo qui luật phân phối chuẩn. Ngoài ra hệ số biến phân các đại lượng a, D và n là 0,1. Định dạng bài toán tìm $\bar{d}$, $\bar{D}$ và $\bar{n}$ để khối lượng trung bình là nhỏ nhất với ràng buộc độ tin cậy R ≥ 0,99 theo độ bền cũng như theo độ cứng của lò xo.



Hình 11.20

11.9 Sử dụng phương pháp đồ thị giải bài toán tối ưu lò xo trên cơ sở độ tin cậy như bài tập 11.8.

11.10 Trục hình trụ rỗng được thiết kế theo khối lượng nhỏ nhất với ràng buộc độ tin cậy 0,999 với mômen xoắn T = N(100000, 1000) Nm. Giới hạn chảy khi cắt là τ_0= N(350, 35) MPa, khi ứng suất lớn nhất sinh ra:

$$\tau = \frac{Tr_0}{J}$$

trong đó: r_0 là bán kính ngoài của trục, J là mômen quán tính độc cực của mặt cắt ngang.

Dung sai chế tạo bán kính ngoài và trong của trục là ±0,1mm. Chiều dài trục 1250 ± 25 mm và khối lượng riêng của vật liệu là $7,9.10^3 \pm 7,9.10^2$ kg/m^3. Định dạng bài toán thiết kế và giải chúng bằng phương pháp đồ thị. Giả sử rằng giá trị các biến phân phối theo qui luật chuẩn và dung sai chỉ định bằng 3S.

11.11 Lực xiết F_i tác dụng trước trên mỗi bulông M6 của nhóm gồm 08 bulông cách đều nhau (hình 11.21), cố định đầu xilanh với vòng đệm,

có giá trị 4000±400 N. Xilanh, đầu xilanh và bulông được chế tạo từ thép có môđun đàn hồi $E = 2,1.10^5 \pm 2,1.10^4$ MPa. Độ bền bulông khi thử nghiệm 350 ± 35 MPa.

Vòng đệm có chiều dày t_2 với môđun đàn hồi 1750± 175Pa. Ứng suất sinh ra trên bulông được xác định theo công thức:

$$\sigma_b = \frac{\chi F}{A_b} + \frac{F_i}{A_b}$$

trong đó: F là lực kéo tác dụng lên mỗi bulông; F_i – là lực xiết tác dụng lên mỗi bulông; A_b là diện tích tiết diện bulông tính ứng suất kéo; χ - hệ số ngoại lực.

Hệ số ngoại lực χ được xác định theo công thức:

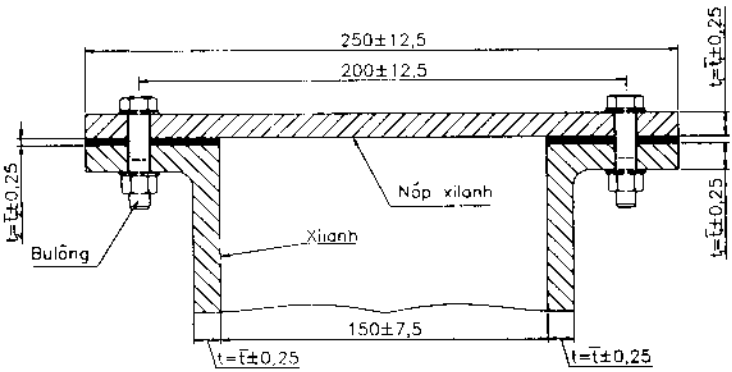
$$\chi = \frac{\delta_m}{\delta_m + \delta_b}$$

trong đó: δ_m và δ_b là độ mềm của vòng đệm và bulông được xác định theo công thức:

$$\delta_b = \frac{l_b}{A_b E_b}; \delta_b = \frac{l_m}{A_m E_m}$$

với: l_b (l_m) là chiều dài tính toán của bulông và mối ghép; A_b (A_m) là diện tích mặt cắt ngang bulông và mối ghép; E_b (E_m) là môđun đàn hồi của bulông và mối ghép.

Áp lực bên trong xilanh 3500 ± 350 Pa. Định dạng bài toán tìm $\bar{t}_1$ và $\bar{t}_2$ để khối lượng đầu xilanh là nhỏ nhất với ràng buộc độ tin cậy của bulông là 0,999 và $12,5\text{mm} \le \bar{t}_1(\bar{t}_2) \le 25\text{mm}$.



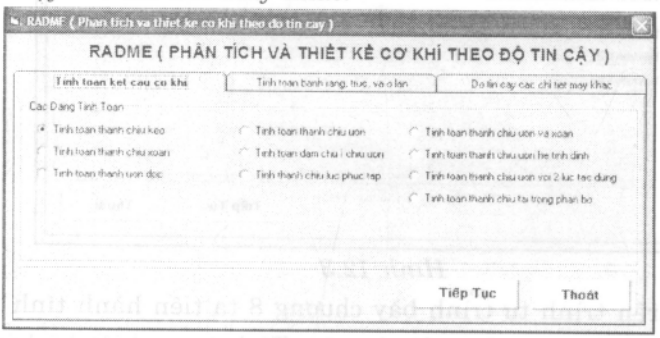
Hình 11.21

CHƯƠNG 12

CHƯƠNG TRÌNH TÍNH TOÁN THIẾT KẾ VÀ PHÂN TÍCH HỆ THỐNG CƠ KHÍ THEO ĐỘ TIN CẬY (RADME)

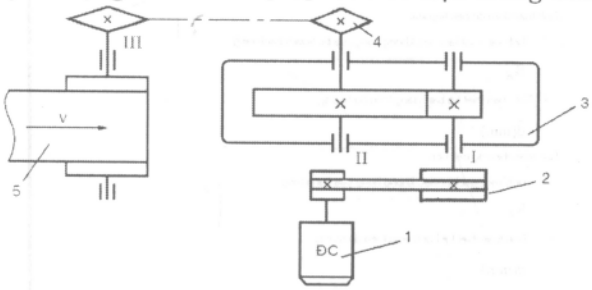
Trong chương này chúng tôi giới thiệu kết quả tính toán thiết kế và phân tích kết cấu cơ khí và các chi tiết máy theo độ tin cậy. Trong tính toán theo độ tin cậy ta khảo sát kích thước hình học, cơ tính vật liệu và tải trọng ngoài như là các đại lượng ngẫu nhiên và tính toán theo các giá trị giới hạn. Trên cơ sở lý thuyết trình bày các chương trước chúng tôi xây dựng chương trình RADME (Reliability - based Analysis and Design of Mechanical system) tính toán theo độ bền và độ cứng. Chương trình gồm 3 phần (hình 12.1):

- Tính toán một số kết cấu cơ khí.
- Độ tin cậy các chi tiết truyền động: bánh răng, trục, ổ lăn.
- Độ tin cậy các chi tiết máy khác.



Hình 12.1

Các chi tiết chủ yếu hệ thống truyền động bao gồm: bánh răng, trục và ổ lăn (hình 12.2) Trong mục này ta tính các chi tiết hộp giảm tốc 1 cấp cho hệ thống truyền động hình 12.2 [30]. Các số liệu trong bảng 12.1.



1- động cơ; 2- bộ truyền đai; 3- hộp giảm tốc; 4- bộ truyền xích; 5- băng tải

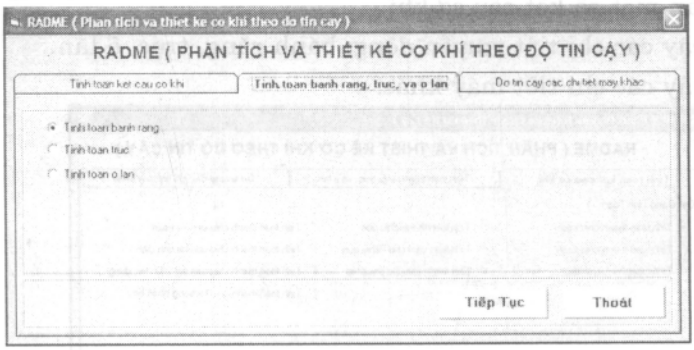
Hình 12.2 Hệ thống truyền động cho băng tải

Bảng 12.1 Đặc tính kỹ thuật hệ thống truyền động

Thông số \ Trục	Động cơ	I	II	III
Công suất, (kW)	6,02	5,66	5,43	5
Tỷ số truyền	3,25	2,5	2,5	
Mômen xoắn, (Nmm)	592391	181380	434855,4	1001048,2
Số vòng quay, (vg/ph)	968	298	119,2	47,7

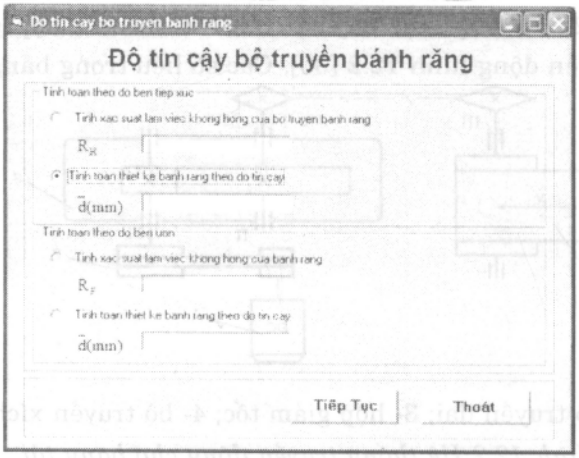
12.1 TÍNH TOÁN THIẾT KẾ BỘ TRUYỀN BÁNH RĂNG

Để tính toán thiết kế bộ truyền bánh răng ta chọn nút *Tính toán bánh răng, trục và ổ lăn* (hình 12.3).



Hình 12.3

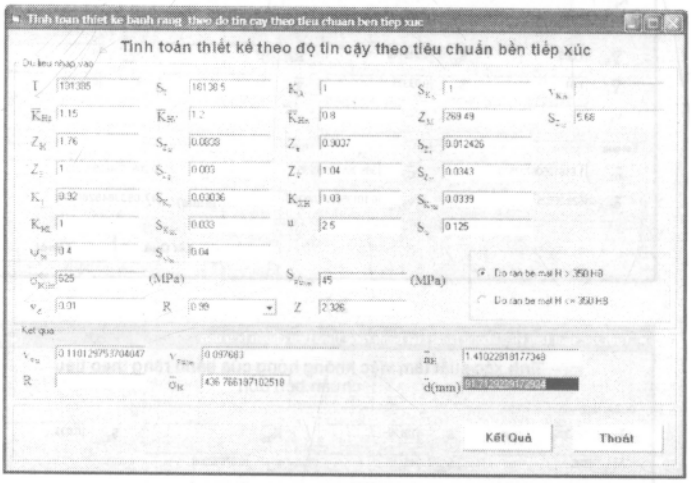
Dựa trên trình tự trình bày chương 8 ta tiến hành tính toán thiết kế và phân tích bánh răng theo độ tin cậy. Tính toán thiết kế bánh răng theo độ tin cậy được thực hiện theo tiêu chuẩn bền tiếp xúc (hình 12.4).



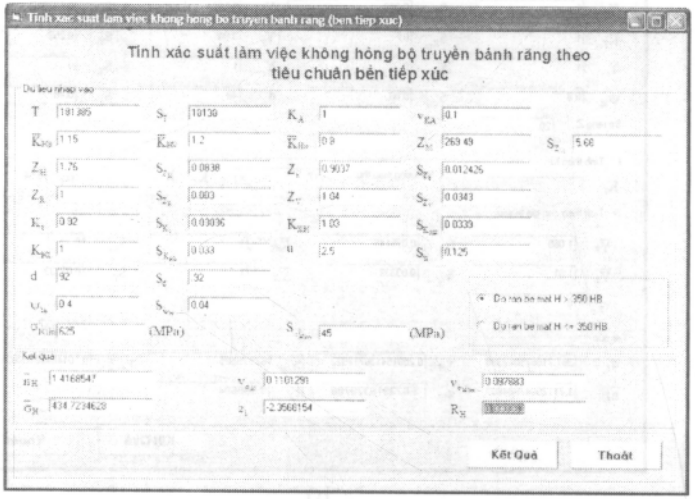
Hình 12.4

Kết quả tính toán

Biến thiết kế ngẫu nhiên là $\overline{d}$. Các tham số ngẫu nhiên cho trước: giá trị trung bình các hệ số $\overline{K}_A = 1$; $\overline{K}_{H\beta} = 1{,}15$; $\overline{K}_{HV} = 1{,}2$; $\overline{K}_{H\alpha} = 0{,}8$; hệ số biến phân tải trọng ngoài $v_{K_A} = 0{,}1$. Giá trị trung bình và hệ số biến phân các đại lượng khác: T= N(181385, 18138,5); Z_M= N(269,49; 5,68); Z = N(1,76; 0,0838); Z_ε = N(0,9037; 0,012426); Z_R= N(1; 0,003), Z_V= N(1,04; 0,0343); K_t = N(0,92; 0,03036); K_{XH} = N(1,03; 0,0339); K_{HL} = N(1; 0,033); u = N(2,5; 0,125); ψ_{ba} = N(0,4; 0,04). Bánh răng được chế tạo từ thép tôi cải thiện, giá trị trung bình và sai lệch bình phương trung bình của giới hạn mỏi $\sigma^0_{H\lim} = N(625, 45)$ MPa. Các đại lượng khác xem như đơn định. Cho biết $S_d = 0{,}01\overline{d}$ và xác suất làm việc không hỏng R = 0,99. Kết quả tính toán ta thu được $\overline{d}$ = 91,71 mm và S_d = 0,917 mm (hình 12.5a).



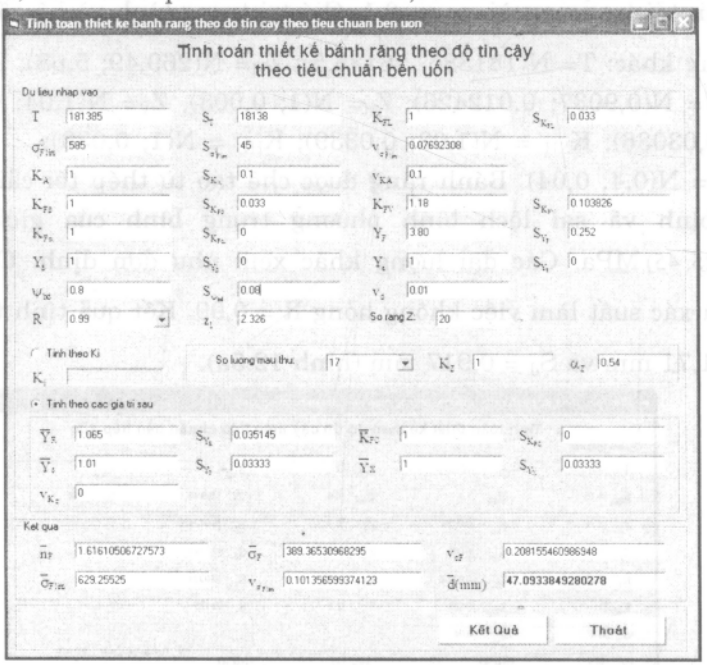
a)



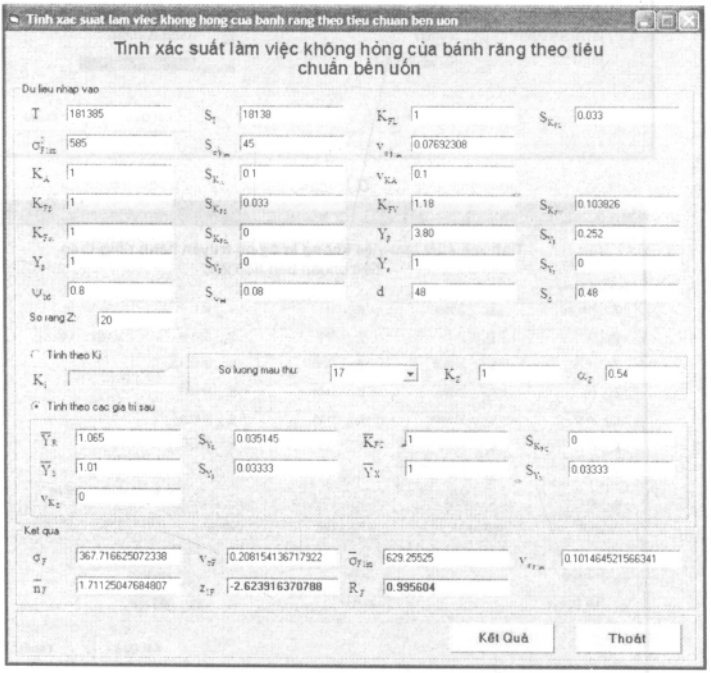
b)

Hình 12.5

Bài toán phân tích với các số liệu như trên ta xác định xác suất làm việc không hỏng bánh răng theo độ tin cậy theo tiêu chuẩn bền tiếp xúc với d = N(92; 0,92) mm. Kết quả tính toán R = 0,99086 như hình 12.5b.



a)



b)

Hình 12.6

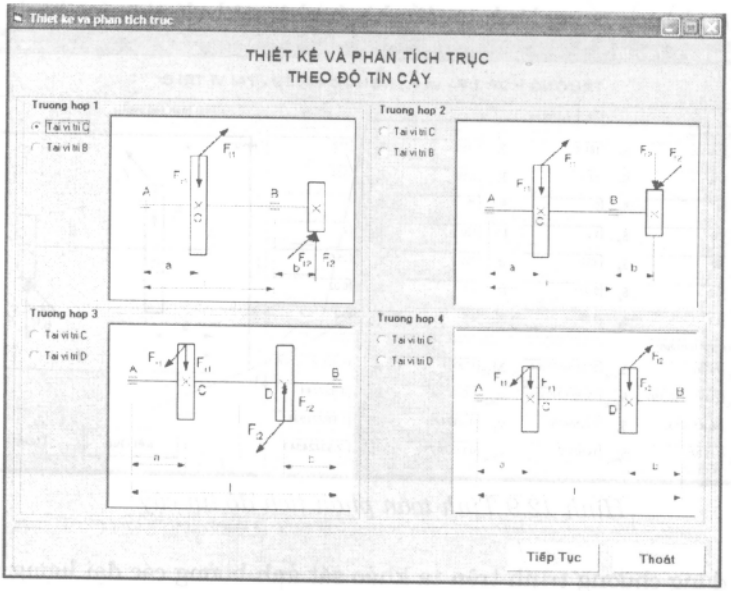
Kết quả tính toán

Tiếp theo ta tính toán thiết kế bánh răng theo độ tin cậy theo tiêu chuẩn bền uốn (nếu bộ truyền để hở) với xác suất không hỏng R = 0,99, $\overline{K}_A$ = 1; Hệ số biến phân tải trọng ngoài v_{K_A} = 0,1; Y_R= N(1,065; 0,035145), Y_δ= N(1,01; 0,03333); Y_X= N(1; 0,03333); K_{FL} = N(1; 0,033); K_{FC}= 1; T = N(181385; 18138,5); ψ_{bd} = N(0,8; 0,08); $K_{F\beta}$ = N(1; 0,033); K_{FV} = N(1,18; 0,103826); Y_F = N(3,80; 0,252). Các đại lượng sau là đơn định: $K_{F\alpha}$=1; Y_ε =1; K_Z = 1; Y_β = 1. Bánh răng được chế tạo từ thép tôi cải thiện, giá trị trung bình và sai lệch bình phương trung bình của giới hạn mỏi $\sigma^0_{F\,lim}$ = N(585; 45) MPa. Các đại lượng khác xem như đơn định. Cho biết S_d=0,01$\overline{d}$. Kết quả tính toán ta thu được $\overline{d}$ = 47,093 mm và S_d = 0,471 mm (hình 12.6a).

Tiếp theo ta tính toán xác suất làm việc không hỏng của bánh răng trụ răng thẳng theo tiêu chuẩn bền mỏi uốn với các số liệu như trên và giá trị trung bình và sai lệch bình phương trung bình đường kính $\overline{d}$ = 42 mm, S_d = 0,42mm. Kết quả tính toán R = 0,9956 như hình 12.6b.

12.2 TÍNH TOÁN THIẾT KẾ VÀ PHÂN TÍCH TRỤC

Dựa trên trình tự trình bày chương 5 ta tiến hành tính toán thiết kế và phân tích bánh răng theo độ tin cậy (hình 12.7). Đầu tiên ta tính cho trục I.



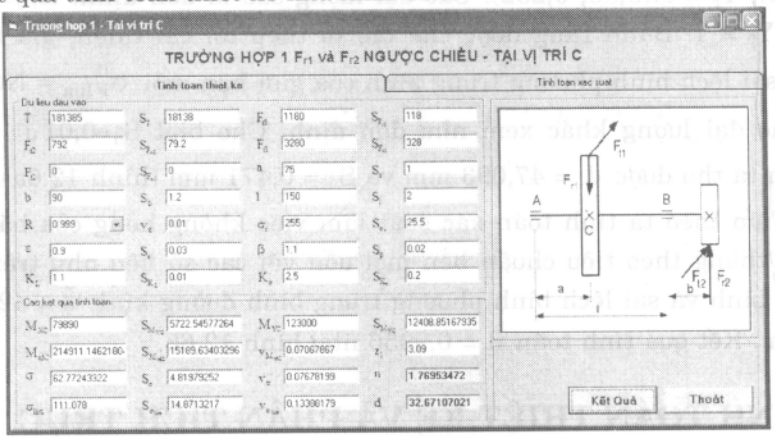
Hình 12.7

12.2.1 Tính trục I

Giả sử ta chọn trường hợp 1 và tại vị trí C (lực F_{r1} và F_{r2} ngược chiều). Các thông số nhập vào: vật liệu chọn có giới hạn mỏi $m_{\sigma-1}$ = 255MPa, hệ số biến phân $v_{\sigma-1}$ = 0,1. Các đại lượng ngẫu nhiên là tải trọng tác dụng:

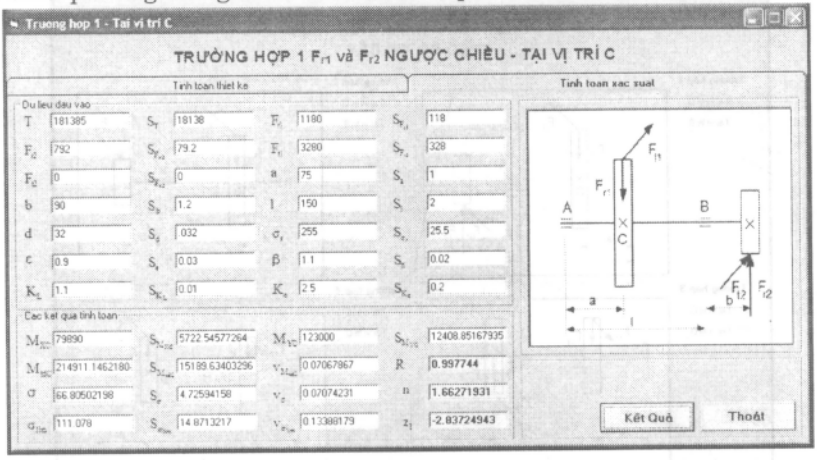
m_T = 181385 mm, S_T = 18138 Nmm, m_{Fr1} = 1180 N, S_{Fr1} = 118 N, m_{Fr2} = 792 N, S_{Fr2} = 79,2 N, m_{Ft1} = 3280 N, S_{Ft1} = 328 N. Các đại lượng ngẫu nhiên là kích thước m_l = 150 mm, S_l = 2 mm, m_a = 75 mm, S_a = 1mm, m_b = 90 mm, S_b = 1,2 mm. Các đại lượng liên quan giới hạn mỏi: m_ε = 0,8, S_ε = 0,02; m_β = 1, S_β = 0,02; $m_{K\sigma}$ = 2,5; $S_{K\sigma}$ = 0,03; m_{KL} = 1,1, S_{KL} = 0,033. Thiết kế với độ tin cậy R = 0,999.

Kết quả tính toán thiết kế như hình 12.8.



Hình 12.8 Tính toán thiết kế trục

Sau đó với các số liệu như trên và lấy đường kính d có giá trị trung bình và sai lệch bình phương trung bình ta tiến hành phân tích độ tin cậy (hình 12.9).



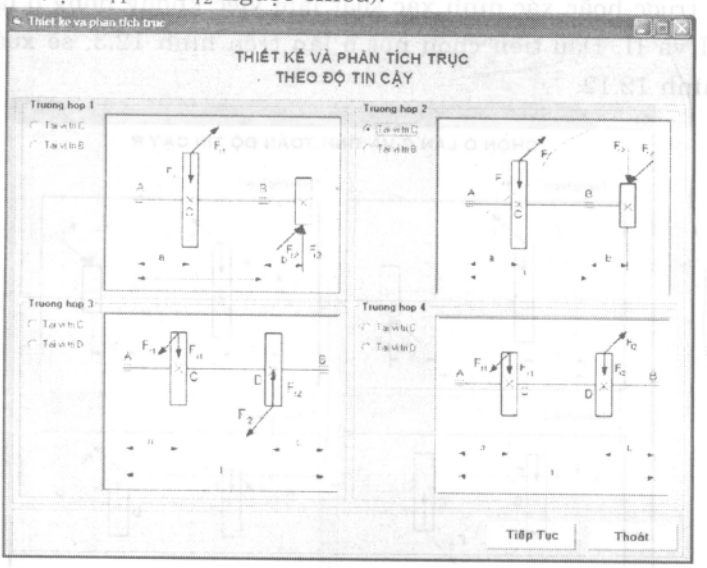
Hình 12.9 Tính toán phân tích độ tin cậy

Ứng dụng chương trình trên ta khảo sát ảnh hưởng các đại lượng ngẫu nhiên đến độ tin cậy và kích thước thiết kế. Giới hạn mỏi σ_{-1} ảnh hưởng lớn nhất, ví dụ khi các giá trị hệ số biến phân $v_{\sigma-1}$ là 0,01; 0,1 và 0,2 thì kích thước đường kính d tăng đáng kể tương ứng 30,7218, 32,6711 và 39,5186 mm và độ tin cậy giảm dần 0,999971; 0,997744 và 0,96327. Độ chính xác kích thước ít ảnh hưởng đến độ tin cậy. Do đó trong một số bài toán ta có thể bỏ qua sự ảnh hưởng này.

Kết quả tính toán

12.2.2 Tính trục II

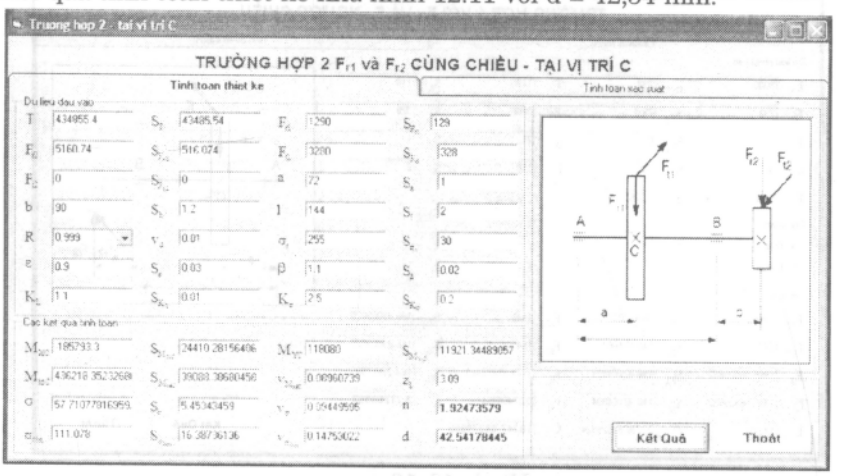
Để tính toán cho trục II ta tiến hành tương tự. Giả sử ta chọn trường hợp 2 và tại vị trí C (lực F_{r1} và F_{r2} ngược chiều).



Hình 12.10

Các thông số nhập vào như trục I (chỉ khác lực F_{r2} tác dụng trục của bộ truyền xích): vật liệu chọn có giới hạn mỏi $m_{\sigma-1}$ = 255MPa, hệ số biến phân $v_{\sigma-1}$ = 0,1. Các đại lượng ngẫu nhiên là tải trọng tác dụng: m_T = 434855,4 Nmm, S_T = 43485,54 Nmm, m_{Fr1} = 1180 N, S_{Fr1} = 118 N, m_{Fr2} = 5160,74 N, S_{Fr2} = 516,074 N, m_{Ft1} = 3280 N, S_{Ft1} = 328 N. Các đại lượng ngẫu nhiên là kích thước m_l = 150 mm, S_l = 2 mm, m_a = 75 mm, S_a = 1mm, m_b = 90 mm, S_b = 1,2 mm. Các đại lượng liên quan giới hạn mỏi: m_ε = 0,8, S_ε = 0,02; m_β = 1, S_β = 0,02; $m_{K\sigma}$ = 2,5; $S_{K\sigma}$ = 0,03; m_{KL} = 1,1, S_{KL} = 0,033. Thiết kế với độ tin cậy R = 0,999.

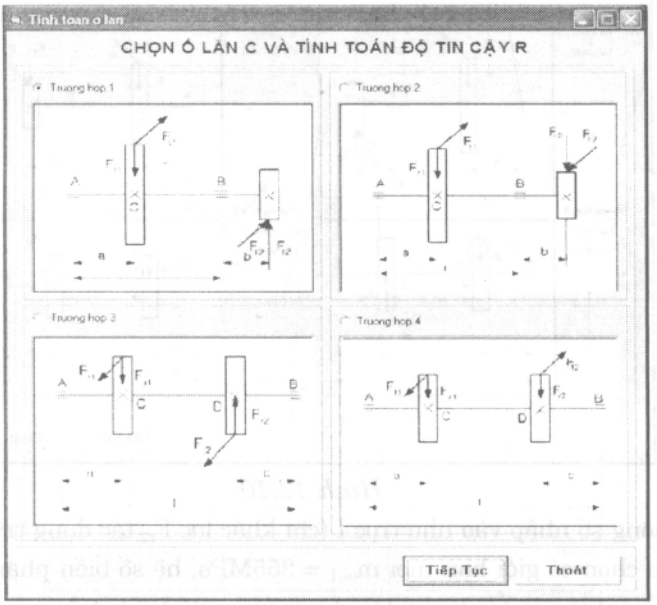
Kết quả tính toán thiết kế như hình 12.11 với d = 42,54 mm.



Hình 12.11

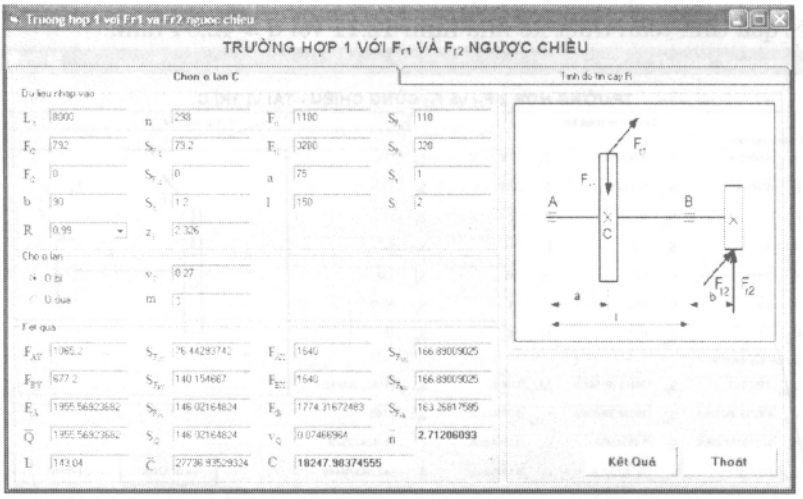
12.3 CHỌN VÀ ĐÁNH GIÁ ĐỘ TIN CẬY Ổ LĂN

Theo trình tự trình bày trong chương 8 ta có thể chọn ổ lăn theo độ tin cậy cho trước hoặc xác định xác suất làm việc không hỏng ổ lăn. Ta chọn ổ cho trục I và II. Đầu tiên chọn nút ổ lăn trên hình 12.3, sẽ xuất hiện hộp thoại như hình 12.12.



Hình 12.12

Chọn nút *Trường hợp 1* để chọn ổ cho trục I. Nhập các số liệu vào như phần tính trục, nếu tuổi thọ là 8000 h và n = 298 vg/ph và độ tin cậy ổ R = 0,99 với tuổi thọ như trên ta có kết quả như hình 12.13.

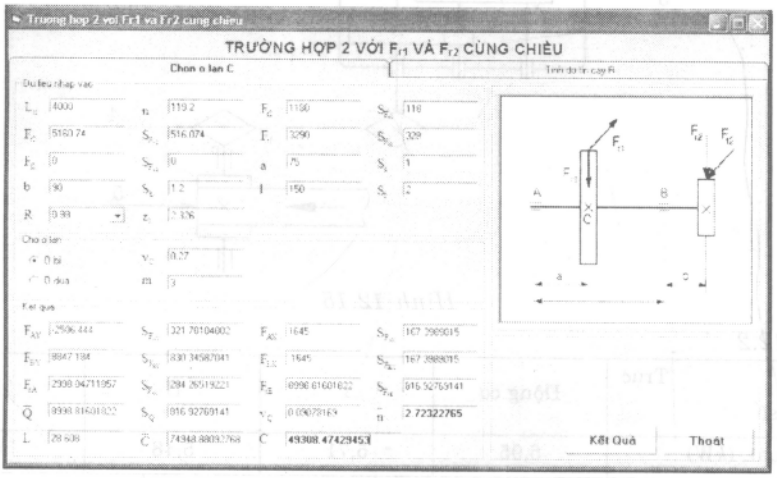


Hình 12.13

Kết quả tính toán

Ta thụ được C= 18247,98 N, theo bảng tra ta chọn ổ 306 với d= 30 mm.

Tương tự ta chọn ổ cho trục 2 với L_h = 4000 h, n = 119,2 vg/ph. Kết quả ta có C =49308,47 N (hình 12.14) theo bảng ta chọn ổ 408.



Hình 12.14

Với các loại ổ vừa chọn ta tính toán lại độ tin cậy của ổ khi chọn nút *Tinh do tin cậy R*.

12.4 KẾT LUẬN

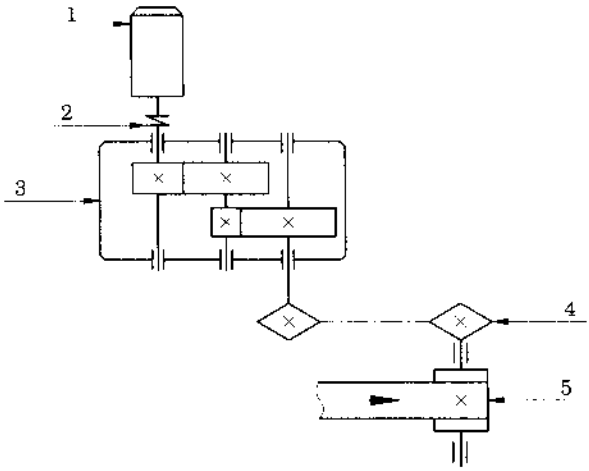
Từ kết quả tính toán thiết kế và phân tích trên ta có các kết luận:

- Sử dụng chương trình RADME thuận tiện phân tích và thiết kế một số kết cấu máy và chi tiết máy.
- Phương pháp tính toán thiết kế xác suất cho ta kết quả chính xác hơn, đảm bảo chất lượng, độ tin cậy và an toàn sản phẩm phụ thuộc vào sự thay đổi các đại lượng ngẫu nhiên.
- Cơ tính vật liệu ảnh hưởng lớn nhất đến độ tin cậy hoặc kích thước thiết kế bộ truyền bánh răng, độ phân tán tải trọng cũng ảnh hưởng lớn đến độ tin cậy hoặc kích thước thiết kế.
- Sự thay đổi các đại lượng kích thước ít ảnh hưởng đến độ tin cậy và trong một số trường hợp có thể bỏ qua.

Ta có thể sử dụng chương trình RADME để tính toán thiết kế và phân tích cụm chi tiết máy trên cơ sở độ tin cậy: hộp tốc độ, hộp giảm tốc và các hệ thống truyền động khác cho máy...

12.5 BÀI TẬP

12.1 Tính toán các chi tiết bánh răng, trục và ổ lăn cho hệ thống truyền động như hình 12.15 với các số liệu cho trong bảng 12.2.

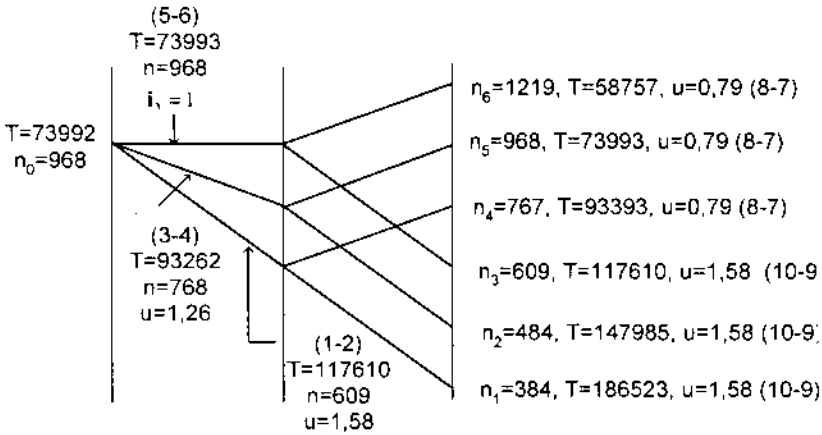


Hình 12.15

Bảng 12.2

Thông số \ Trục	Động cơ	I	II	III
Công suất, (*kW*)	5,95	5,71	5,48	5
Tỷ số truyền	3,25	2,5	2,5	
Mômen xoắn, (*Nmm*)	58701	182988	439044	1001048,2
Số vòng quay, (*vg/ph*)	968	298	119,2	47,7

12.2 Tính toán các chi tiết bánh răng, trục và ổ lăn cho hệ thống truyền động như hình 9.12. Các thông số được xác định từ đồ thị số vòng quay hình 12.16.



Hình 12.16

PHỤ LỤC 1

HÀM PHÂN PHỐI CHUẨN

Giá trị của $\Phi(z)$, với $\Phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{z} e^{-x^2/2} dx$

z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
.0	.50000	.50399	.50798	.51197	.51595	.51994	.52392	.52790	.53188	.53586
.1	.53983	.54380	.54776	.55172	.55567	.55962	.56356	.56749	.57142	.57534
.2	.57926	.58317	.58706	.59095	.59483	.59871	.60257	.60642	.61026	.61409
.3	.61791	.62172	.62552	.62930	.63307	.63683	.64056	.64431	.64803	.65173
.4	.65542	.65910	.66276	.66640	.67003	.67364	.67724	.68082	.68439	.68793
.5	.69146	.69497	.69847	.70194	.70540	.70884	.71226	.71566	.71940	.72240
.6	.72575	.72907	.73237	.73565	.73891	.74215	.74537	.74857	.75175	.75490
.7	.75804	.76115	.76424	.76730	.77035	.77337	.77637	.77935	.78230	.78524
.8	.78814	.79103	.79389	.79673	.79955	.80234	.80510	.80785	.81057	.81327
.9	.81594	.81859	.82121	.82381	.82639	.82894	.83147	.83398	.83646	.83891
1.0	.84134	.84375	.84614	.84849	.85083	.85314	.85543	.85769	.85992	.86214
1.1	.86433	.86650	.86864	.87076	.87286	.87493	.87698	.87900	.88100	.88298
1.2	.88493	.88686	.88877	.89065	.89251	.89435	.89616	.89796	.89973	.90147
1.3	.90320	.90490	.90658	.90824	.90988	.91149	.91309	.91466	.91621	.91774
1.4	.91924	.92073	.92220	.92364	.92507	.92647	.92785	.92922	.93056	.93189
1.5	.93319	.93448	.93574	.93699	.93822	.93943	.94062	.94179	.94295	.94408
1.6	.94520	.94630	.94738	.94845	.94950	.95053	.95154	.95254	.95352	.95449
1.7	.95543	.95637	.95728	.95818	.95907	.95994	.96080	.96164	.96246	.96327
1.8	.96407	.96485	.96562	.96638	.96712	.96784	.96856	.96926	.96995	.97062
1.9	.97128	.97193	.97257	.97320	.97381	.97441	.97500	.97558	.97615	.97670
2.0	.97725	.97778	.97831	.97882	.97932	.97982	.98030	.98077	.98124	.98169
2.1	.98214	.98257	.98300	.98341	.98382	.98422	.98461	.98500	.98537	.98574
2.2	.98610	.98645	.98679	.98713	.98745	.98778	.98809	.98840	.98870	.98899
2.3	.98928	.98956	.98983	$.9^{2}0097$	$.9^{2}0358$	$.9^{2}0613$	$.9^{2}0863$	$.9^{2}1106$	$.9^{2}1344$	$.9^{2}1576$
2.4	$.9^{2}1802$	$.9^{2}2024$	$.9^{2}2240$	$.9^{2}2451$	$.9^{2}2656$	$.9^{2}2857$	$.9^{2}3053$	$.9^{2}3244$	$.9^{2}3431$	$.9^{2}3613$
2.5	$.9^{2}3790$	$.9^{2}3963$	$.9^{2}4132$	$.9^{2}4297$	$.9^{2}4457$	$.9^{2}4614$	$.9^{2}4766$	$.9^{2}4915$	$.9^{2}5060$	$.9^{2}5201$
2.6	$.9^{2}5339$	$.9^{2}5473$	$.9^{2}5604$	$.9^{2}5731$	$.9^{2}5855$	$.9^{2}5975$	$.9^{2}6093$	$.9^{2}6207$	$.9^{2}6319$	$.9^{2}6427$
2.7	$.9^{2}6533$	$.9^{2}6636$	$.9^{2}6736$	$.9^{2}6833$	$.9^{2}6928$	$.9^{2}7072$	$.9^{2}7110$	$.9^{2}7197$	$.9^{2}7282$	$.9^{2}7365$
2.8	$.9^{2}7445$	$.9^{2}7523$	$.9^{2}7599$	$.9^{2}7673$	$.9^{2}7744$	$.9^{2}7814$	$.9^{2}7882$	$.9^{2}7948$	$.9^{2}8012$	$.9^{2}8074$
2.9	$.9^{2}8134$	$.9^{2}8193$	$.9^{2}8250$	$.9^{2}8305$	$.9^{2}8359$	$.9^{2}8411$	$.9^{2}8462$	$.9^{2}8511$	$.9^{2}8559$	$.9^{2}8605$
3.0	$.9^{2}8650$	$.9^{2}8694$	$.9^{2}8736$	$.9^{2}8777$	$.9^{2}8817$	$.9^{2}8856$	$.9^{2}8893$	$.9^{2}8930$	$.9^{2}8965$	$.9^{2}8999$
3.1	$.9^{3}0324$	$.9^{3}0646$	$.9^{3}0957$	$.9^{3}1260$	$.9^{3}1553$	$.9^{3}1836$	$.9^{3}2112$	$.9^{3}2378$	$.9^{3}2636$	$.9^{3}2886$
3.2	$.9^{3}3129$	$.9^{3}3363$	$.9^{3}3590$	$.9^{3}3810$	$.9^{3}4024$	$.9^{3}4230$	$.9^{3}4429$	$.9^{3}4623$	$.9^{3}4810$	$.9^{3}4991$
3.3	$.9^{3}5166$	$.9^{3}5335$	$.9^{3}5499$	$.9^{3}5658$	$.9^{3}5811$	$.9^{3}5959$	$.9^{3}6103$	$.9^{3}6242$	$.9^{3}6376$	$.9^{3}6505$
3.4	$.9^{3}6631$	$.9^{3}6752$	$.9^{3}6869$	$.9^{3}6982$	$.9^{3}7091$	$.9^{3}7197$	$.9^{3}7299$	$.9^{3}7398$	$.9^{3}7493$	$.9^{3}7585$
3.5	$.9^{3}7674$	$.9^{3}7759$	$.9^{3}7842$	$.9^{3}7922$	$.9^{3}7999$	$.9^{3}8074$	$.9^{3}8146$	$.9^{3}8215$	$.9^{3}8282$	$.9^{3}8347$
3.6	$.9^{3}8409$	$.9^{3}8469$	$.9^{3}8527$	$.9^{3}8583$	$.9^{3}8637$	$.9^{3}8689$	$.9^{3}8739$	$.9^{3}8787$	$.9^{3}8834$	$.9^{3}8879$
3.7	$.9^{3}8922$	$.9^{3}8964$	$.9^{4}0039$	$.9^{4}0426$	$.9^{4}0799$	$.9^{4}1158$	$.9^{4}1504$	$.9^{4}1838$	$.9^{4}2159$	$.9^{4}2568$
3.8	$.9^{4}2765$	$.9^{4}3052$	$.9^{4}3327$	$.9^{4}3593$	$.9^{4}3848$	$.9^{4}4094$	$.9^{4}4331$	$.9^{4}4558$	$.9^{4}4777$	$.9^{4}4988$
3.9	$.9^{4}5190$	$.9^{4}5385$	$.9^{4}5573$	$.9^{4}5753$	$.9^{4}5926$	$.9^{4}6092$	$.9^{4}6253$	$.9^{4}6406$	$.9^{4}6554$	$.9^{4}6696$
4.0	$.9^{4}6833$	$.9^{4}6964$	$.9^{4}7090$	$.9^{4}7211$	$.9^{4}7327$	$.9^{4}7439$	$.9^{4}7546$	$.9^{4}7649$	$.9^{4}7748$	$.9^{4}7843$
4.1	$.9^{4}7934$	$.9^{4}8022$	$.9^{4}8106$	$.9^{4}8186$	$.9^{4}8263$	$.9^{4}8338$	$.9^{4}8409$	$.9^{4}8477$	$.9^{4}8542$	$.9^{4}8605$
4.2	$.9^{4}8665$	$.9^{4}8723$	$.9^{4}8778$	$.9^{4}8832$	$.9^{4}8882$	$.9^{4}8931$	$.9^{4}8978$	$.9^{5}0226$	$.9^{5}0655$	$.9^{5}1066$
4.3	$.9^{5}1460$	$.9^{5}1837$	$.9^{5}2199$	$.9^{5}2545$	$.9^{5}2876$	$.9^{5}3193$	$.9^{5}3497$	$.9^{5}3788$	$.9^{5}4066$	$.9^{5}4332$

4.4	$9^{4}4587$	$9^{4}4831$	$9^{4}5065$	$9^{4}5288$	$9^{4}5502$	$.9^{4}5706$	$9^{4}5902$	$.9^{4}6089$	$9^{4}6268$	$9^{4}6439$
4.5	$9^{4}6602$	$9^{4}6759$	$9^{4}6908$	$9^{4}7051$	$9^{4}7187$	$9^{4}7318$	$9^{4}7442$	$9^{4}7561$	$9^{4}7675$	$9^{4}7784$
4.6	$9^{4}7888$	$9^{4}7987$	$9^{4}8081$	$9^{4}8172$	$9^{4}8258$	$.9^{4}8340$	$.9^{4}8419$	$.9^{4}8494$	$9^{4}8566$	$9^{4}8634$
4.7	$9^{4}8699$	$9^{4}8761$	$9^{4}8821$	$.9^{4}8877$	$.9^{4}8931$	$.9^{4}8983$	$.9^{5}0302$	$.9^{5}0789$	$9^{5}1235$	$9^{5}1661$
4.8	$9^{5}2067$	$9^{5}2453$	$9^{5}2822$	$.9^{5}3173$	$.9^{5}3508$	$.9^{5}3827$	$.9^{5}4131$	$.9^{5}4420$	$9^{5}4696$	$9^{5}4958$
4.9	$9^{5}5208$	$9^{5}5446$	$9^{5}5673$	$.9^{5}5889$	$.9^{5}6094$	$.9^{5}6289$	$.9^{5}6475$	$.9^{5}6652$	$.9^{5}6821$	$.9^{5}6981$

Φ (z)	z
0.60	0.253
0.70	0.524
0.80	0.842
0.90	1.282
0.95	1.645
0.99	2.326
0.999	3.090
0.9999	3.719
0.99999	4.27
0.999999	4.75
0.9999999	5.20
0.99999999	5.61
0.999999999	6.00
0.9999999999	6.36

Chú ý: $\Phi(-z) = \Phi(z)$; $\Phi(3) = 0.9^{3}8650 = 0.998650$

PHỤ LỤC 2

HÀM PHÂN PHỐI STUDENT

Giá trị $t_{(n, \alpha/2)}$

n	α/2 = 0.4 α = 0.8	0.25 0.5	0.1 0.2	0.05 0.1	0.025 0.05	0.01 0.02	0.005 0.01	0.0025 0.005	0.001 0.002	0.0005 0.001
1	0.325	1.000	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657	127.32	318.31	636.62
2	.289	0.816	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	14.089	22.327	31.598
3	.277	.765	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	7.453	10.214	12.924
4	.271	.741	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	5.598	7.173	8.610
5	0.267	0.727	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	4.773	5.893	6.869
6	.265	.718	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	4.317	5.208	5.959
7	.263	.711	1.145	1.895	2.365	2.998	3.499	4.029	4.785	5.408
8	.262	.706	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	3.833	4.501	5.041
9	.261	.703	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	3.690	4.297	4.781
10	0.260	0.700	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	3.581	4.144	4.587
11	.260	.697	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	3.497	4.025	4.437
12	.259	.695	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	3.428	3.930	4.318
13	.259	.694	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	3.372	3.582	4.221
14	.258	.692	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	3.326	3.787	4.140
15	0.258	0.691	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	3.286	3.733	4.037
16	.258	.690	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	3.252	3.686	4.015
17	.257	.689	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	3.222	3.646	3.965
18	.257	.688	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	3.197	3.610	3.922
19	.257	.688	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	3.174	3.579	3.883
20	0.257	0.687	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	3.153	3.552	3.850
21	.257	.686	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	3.135	3.527	3.819
22	.256	.686	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	3.119	3.505	3.792
23	.256	.685	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	3.104	3.485	3.767
24	.256	.685	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	3.091	3.467	3.745
25	0.256	0.684	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	3.078	3.450	3.725
26	.256	.684	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	3.067	3.435	3.707
27	.256	.684	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	3.057	3.421	3.690
28	.256	.683	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	3.047	3.408	3.674
29	.256	.683	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	3.038	3.396	3.659
30	0.256	0.683	1.310	1.697	2.042	2.457	2.750	3.030	3.385	3.646
40	.255	.681	1.303	1.684	2.021	2.423	2.704	2.971	3.307	3.551
60	.254	.679	1.296	1.671	2.000	2.390	2.660	2.915	3.232	3.460
120	.254	.677	1.289	1.658	1.980	2.358	2.617	2.860	3.160	3.373
∞	.253	.674	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	2.807	3.090	3.291

PHỤ LỤC 3

HÀM PHÂN PHỐI χ^2

Giá trị của $\chi^2 \equiv \chi^2_{(n,\alpha)}$ **với** $\alpha = 1 - F_{\chi^2} = 2^{-n/2} \cdot \frac{1}{\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)} \int_{\chi^2}^{\infty} e^{-x/2} x^{(n/2)-1} dx$

n \ α	0.995	0.990	0.975	0.950	0.900	0.750	0.500
1	392704.10^{-10}	157088.10^{-9}	982069.10^{-9}	393214.10^{-8}	0.0157908	0.0105308	0.454936
2	0.0100251	0.0201007	0.0506356	0.102587	0.210721	0.575364	1.38629
3	0.0717218	0.114832	0.215792	0.351846	0.584374	1.212534	2.36597
4	0.206989	0.297109	0.484419	0.710723	1.063623	1.92256	3.35669
5	0.411742	0.554298	0.831212	1.145476	1.61031	2.67460	4.35146
6	0.675727	0.872090	1.23734	1.63538	2.20413	3.45460	5.34812
7	0.989256	1.239043	1.68987	2.16735	2.83311	4.25485	6.34581
8	1.34441	1.64650	2.17973	2.73264	3.48954	5.07064	7.34412
9	1.73493	2.08790	2.70039	3.32511	4.16816	5.89883	8.34283
10	2.15586	2.55821	3.24697	3.94030	4.86518	6.73720	9.34182
11	2.60322	3.05348	3.81575	4.57481	5.57778	7.58414	10.3410
12	3.07382	3.57057	4.40379	5.22603	6.30380	8.43842	11.3403
13	3.56503	4.10692	5.00875	5.89186	7.04150	9.29907	12.3398
14	4.07467	4.66043	5.62873	6.57063	7.78953	10.1653	13.3393
15	4.60092	5.22935	6.26214	7.26094	8.54676	11.0365	14.3389
16	5.14221	5.81221	6.09766	7.96165	9.31224	11.9122	15.3385
17	5.69722	6.40776	7.56419	8.67176	10.0852	12.7919	16.3382
18	6.26480	7.01491	8.23075	9.39046	10.8649	13.6753	17.3379
19	6.84397	7.63273	8.90652	10.1170	11.6509	14.5620	18.3377
20	7.43384	8.26040	9.59078	10.8508	12.4426	15.4518	19.3374
21	8.03365	8.89720	10.28293	11.5913	13.2396	16.3444	20.3372
22	8.64272	9.54249	10.9823	12.3380	14.0415	17.2396	21.3370
23	9.26043	10.19567	11.6886	13.0905	14.8480	18.1373	22.3369
24	9.88623	10.8564	12.4012	13.8484	15.6587	19.0373	23.3367
25	10.5197	11.5240	13.1197	14.6114	16.4734	19.9393	24.3366
26	11.1602	12.1981	13.8439	15.3792	17.2919	20.8434	25.3365
27	11.8076	12.8785	14.5734	16.1514	18.1139	21.7494	26.3363
28	12.4613	13.5647	15.3079	16.9279	18.9392	22.6572	27.3362
29	13.1211	14.2565	16.0471	17.7084	19.7677	23.5666	28.3361
30	13.7867	14.9535	16.7908	18.4927	20.5992	24.4776	29.3360
40	20.7065	22.1643	24.4330	26.5093	29.0505	33.6603	39.3353
50	27.9907	29.7067	32.3574	34.7643	37.6886	42.9421	49.3349
60	35.5345	37.4849	40.4817	43.1880	46.4589	52.2938	59.3347
70	43.2752	45.4417	48.7576	51.7393	55.3289	61.6983	69.3345
80	51.1719	53.5401	57.1532	60.3915	64.2778	71.1445	79.3343
90	59.1963	61.7541	65.6466	69.1260	73.2911	80.6247	89.3342
100	67.3276	70.0649	74.2219	77.9219	82.3581	90.1332	99.3341

Phụ lục

n \ α	0.250	0.100	0.050	0.025	0.010	0.005	0.001
1	1.32330	2.70554	3.84146	5.02389	6.63490	7.87944	10.828
2	2.77259	4.60517	5.99146	7.37776	9.21034	10.5966	13.816
3	4.10834	6.25139	7.81473	9.34840	11.3449	12.8382	16.266
4	5.38527	7.77944	9.48773	11.1433	13.2767	14.8603	18.467
5	6.62568	9.23636	11.0705	12.8325	15.0863	16.7496	20.515
6	7.84080	10.6446	12.5916	14.4494	16.8119	18.5476	22.458
7	9.03715	12.0170	14.0671	16.0128	18.4753	20.2777	24.322
8	10.2189	13.3616	15.5073	17.5345	20.0902	21.9550	260125
9	11.3888	14.6837	16.9190	19.0228	2106660	23.5894	27.877
10	12.5489	15.9872	18.3070	20.4832	23.2093	25.1882	29.588
11	13.7007	17.2750	19.6751	21.9200	24.7250	26.7568	31.264
12	14.8454	18.5493	21.0261	23.3367	26..2170	28.2995	32.909
13	15.9839	19.8119	22.3620	24.7356	27.6882	29.8195	34.528
14	17.1169	21.0641	23.6848	26.1189	29.1412	31.3194	36.123
15	18.2451	22.3071	24.9958	27.4884	30.5779	32.8013	37.697
16	19.3689	23.5418	26.2962	28.8454	31.9999	34.2672	39.252
17	20.4887	24.7690	27.5871	30.1910	33.4087	35.7185	40.790
18	21.6049	25.9894	28.8693	31.5264	34.8053	37.1565	42.312
19	22.7178	27.2036	30.1435	32.8523	36.1909	38.5823	43.820
20	23.8277	28.4120	31.4104	34.1696	37.5662	39.9968	45.315
21	24.9348	29.6151	32.6706	35.4789	38.9322	41.4011	46.797
22	26.0393	30.8133	33.9244	36.7807	40.2894	42.7957	48.268
23	27.1413	32.0069	35.1725	38.0756	41.6384	44.1813	49.728
24	28.2412	33.1962	36.4150	39.3641	42.9798	45.5585	51.179
25	29.3389	34.3816	37.6525	40.6465	44.3141	46.9279	52.618
26	30.4346	35.5632	38.8851	41.9232	45.6417	48.2899	54.052
27	31.5284	36.7412	40.1133	43.1945	46.9629	49.6449	55.476
28	32.6205	37.9159	41.3371	44.4608	48.2782	50.9934	56.892
29	33.7109	39.0875	42.5570	45.7223	49.5879	52.3356	58.301
30	34.7997	40.2560	43.7730	46.9792	50.8922	53.6720	59.703
40	45.6160	51.8051	55.7585	59.3417	63.6907	66.7660	73.402
50	56.3336	63.1671	67.5048	71.4202	76.1539	79.4900	86.661
60	66.9815	74.3970	79.0819	83.2977	88.3794	91.9517	99.607
70	77.5767	85.5270	90.5312	95.0232	100..215	104.215	112.317
80	88.1303	96.5782	101.879	106.629	112.329	116..321	124.839
90	98.6499	107.565	113.145	118.136	124.116	128.299	137.208
100	109.141	118.498	124.342	129.561	135.807	140..169	149.449

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. **Amago T.** *Response Surface Methodology and Its Application to Automotive Suspension Designs*. Toyota Central R&D Labs, 2000.
2. **Bin Su.** *Reliability-Based Optimization of Anisotropic Cylinders with Response Surface Approximation of Axial Buckling Load*. Master Thesis. Mississippi State University, 2001.
3. **Browse J.** *Probabilistic design*. Swinburne University of Technology, Australia, 2001.
4. **Carter A. D. S.** *Mechanical Reliability*. John Wiley & Sons. New York. 1999.
5. **Choi K. K., Youn B.D**. *The Probabilistic Approaches for Reliability-Based Design Optimization*. University of Iowa, 2002.
6. **Creveling C.M.** *Tolerance Design*. Addison-Wesley, 1997
7. **Crowe D, Finberg A.,** *Design for reliability,* CRC Press, 2001.
8. **Devore J. L**. *Probability and Statistics for Engineering and the Sciences*. Brooks/Cole Publishing Company. 1987.
9. **Dhillon B.S.**, *Design reliability*. CRC Press, 1999. John Wiley & Sons. 2001.
10. **Dieter G. E**. *Engineering Design*. McGraw-Hill. 2000.
11. **Du X.** *Probabilistic Engineering Design*. University of Missouri. 08-2004.
12. **Du X., Chen W.** *A most probable point-based method for efficient uncertainty analysis*. Design Manufacturing 4-2001. pp. 47-66.
13. **Ebeling C. E**. *An introduction to Reliability and Maintainnability Engineering*. McGraw-Hill. 1997.
14. **Fowlkes W. Y., Creveling C. M**. *Engineering Methods for Robust Design*. Addison Wesley. 1997
15. **Gnedenko B. V, Beliaev Iu. K, Xoloviev A. D**. Những phương pháp toán học độ tin cậy. NXB Khoa học kỹ thuật 1981 (Bản dịch từ tiếng Nga năm 1965).

16. **Goldman L., Campbell C.** *Crystal ball and design for six sigma.* Proceedings of 2004 Winter Simulation Conference, USA, 2004.

17. **Hahn G.T., Kanninen M. F.** *Fast fracture ang crack arrest.* ASTM. 1976.

18. **Hamrock B. J., Jacobson B., Schmid S. R.** *Fundamentals of Machine Elements.* McGraw-Hill. 1999.

19. **Harish Agarwal.** *Reliability-Based Optimization: Formulations and Methodologies.* Doctoral thesis, University of Notre Dam, 2004.

20. **Hattangadi A. A.** *Failure of plant and machinery.* Tata McGraw-Hill. New Delhi, 2004.

21. **Hou G. J.-H.** *A most probable point-based method for reliability analysis, sensitivity analysis and design optimization.* NASA/CR-2004-213002, 2004.

22. **Hou G. J.-H., Gumbert C.R, Newman P. A.** *A most probable point-based method for reliability analysis, sensitivity analysis and design optimization.* 9th ASCE Speciality Conference on Probabilistic Mechanics and Structural Reliability, 2004.

23. **Huibin Liu, Wei Chen, Agus Sudjianto.** *Probalistic sensitivity analysis methods for design under uncertainty.* AIAA. 2001.

24. **Juvinall R. C, Marshek K. M.** *Fundamentals of machine component design.* John Wiley & Sons. 2003.

25. **Kapur K. C., Lamberson L. R.** *Reliability in Engineering Design.* John Wiley & Sons. 1977.

26. **Kaymaz Irfan, McMahon Chris, Meng Xianyi.** *Reliability-Based Structural Optimization Using The Response Surface Method and Monte Carlo Simulation.* 8th International Machine design and Production Conference, Ankara, 1998.

27. **Khamanda G., El-Hami A., Makhloufi A., Bakir M., Alakla A.** *Probabilistic distribution variability – based optimum design.* 2004.

28. **Kreiner J. H., Putcha C. S.** *A computer aided technique for shaft design through Monte Carlo simulation.* Computer & Structure Vol. 52, pp. 367-372.

29. **Mackaldener M.** *Tooth Interior fatigue fracture and robustness of gears.* Ph.D thesis. Royal Institute of Technology, Stockholm, Sweden, 2002.

30. **Mott R. L.** *Machine Elements in Mechanical Design.* Prentice-Hall Inc. 1999.

31. **Nguyễn Hữu Lộc,** *Độ tin cậy trong thiết kế kỹ thuật,* NXB ĐH Quốc gia TP Hồ Chí Minh, 2002.

32. **Nguyễn Hữu Lộc**, *Cơ sở thiết kế máy*, NXB ĐH Quốc gia TP Hồ Chí Minh, 2004.

33. **Nguyễn Hữu Lộc**, *Phân tích và thiết kế chi tiết máy bằng phương pháp tìm điểm xác suất lớn nhất và mômen thích hợp*. Kỷ yếu HNKH trường ĐHBK TP Hồ Chí Minh lần 9, 2005.

34. **Nguyễn Hữu Lộc**, *Reliability-based design and robust design of machine elements*. The 2003 international symposium on advanced engineering, Pusan, Korea, 2003.

35. **Nam Ho Kim.** *Design optimization*. The CRC handbook of Mechanical engineering. 2004.

36. **Nowak A. S., Collins K. R**. *Reliability of Structures*. McGraw-Hill. 2000.

37. **Padmanabhan D, Agarwal H., Renaud J. E., Batill S. M.** *Monte Carlo Simulation in Reliability-Based Optimization Using Approximation Concepts*. Proceedings of the Fourth International Symposium on Uncertainty Modeling and Analysis, 2003.

38. **Pennel J. A.**, *Gear Reliability*, A servey of the current state of the art British Gear Association, 1989.

39. **Phan Văn Khôi.** *Cơ sở đánh giá độ tin cậy*. NXB Khoa học kỹ thuật. 2001.

40. **Qu X.** *Reliability – based structural optimization using response surface approximations and probabilistic sufficiency factor*. Doctoral Thesis, University of Florida, 2004.

41. **Qu X., Haftka R. T.** *Reliability-Based Design Optimization Using Response Surface Approximations*, 2002.

42. **Rao S. S**. *Reliability- Baesd Design*. McGraw-Hill. 1992.

43. **Rao S. S., Tjandra Muljadra.** *Reliability- based design of automotive transmission systems*. Reliability Engineering and System Safety. **46,** 1994, p. 159 – 169.

44. **Shigley J. E., Mischke C. R.** *Mechanical Engineering Design*. McGraw-Hill. 2001.

45. **Spotts M. F., Shoup. T. E**. *Design of Machine Elements*. Prentice Halll. 1998.

46. **Suresh S**. *Fatigue of Materials*. Cambridge University Press. 1998.

47. **Ullman D. G.**, *The mechanical Design Process*, McGraw-Hill, 2003.

48. **Wei Wang, Wu J., Lust R.V.** *Deterministic design, reliability-based design and robust design*. 2001.

49. **Wilson C. E.** *Computer Integrated Machine Design*. Prentice Halll. 1997.

50. **Zhang Y. M.** *Practical reliability-based design of gear pairs*, ASME Journal of Mechanical design, 2003.

51. **Решетов Д.Н.,** *Детали машин*. Москва, Машиностроение, 1992.

52. **Клюев В.В. и др,** *Надежности машин* (Машиностроение - Энциклопедия). Москва. Машиностроение, 2001.

53. **Решетов Д.Н., Иванов А.С., Фадеев В.З.** *Надежности машин*. Москва, Машиностроение, 1988.

TS. NGUYỄN HỮU LỘC

THIẾT KẾ VÀ PHÂN TÍCH HỆ THỐNG CƠ KHÍ THEO ĐỘ TIN CẬY

Chịu trách nhiệm xuất bản : GS. TS. Tô Đăng Hải
Biên tập : Trịnh Quang Trung
Sửa bản in : Đoàn Thanh Điền
Trình bày : Hữu Lộc
Bìa : Ngọc Minh Design

NHÀ XUẤT BẢN KHOA HỌC VÀ KỸ THUẬT
70 Trần Hưng Đạo, Hà Nội

CHI NHÁNH NHÀ XUẤT BẢN KHOA HỌC KỸ THUẬT
28, Đồng Khởi, Quận 1, TP Hồ Chí Minh.
ĐT: 8225062 - 8296628

$$\frac{6C5}{78-39/KHKT}\ 72-2005/CXB$$

In 1000 cuốn, khổ 16x24 cm tại: Công ty Xuất nhập khẩu ngành in TP Hồ Chí Minh.
Số giấy phép: 72-2005/CXB cấp ngày: 7/11/2005.
In xong và nộp lưu chiểu: tháng 01/2006.

Tác giả sách "Thiết kế và phân tích hệ thống cơ khí theo độ tin cậy", TS. Nguyễn Hữu Lộc, đang công tác tại bộ môn Thiết Kế máy, Trường Đại học Bách khoa TP Hồ Chí Minh.

Nội dung sách trình bày về một trong những vấn đề cơ bản của phương pháp thiết kế xác suất là thiết kế trên cơ sở độ tin cậy. Phương pháp này xét đến đặc tính ngẫu nhiên các đại lượng thiết kế với mục đích nâng cao độ tin cậy, an toàn và chất lượng cho sản phẩm.

Sách bao gồm 12 chương:

Chương 1 Tổng quan

Chương 2 Hàm phân phối các đại lượng ngẫu nhiên

Chương 3 Các đại lượng ngẫu nhiên trong thiết kế

Chương 4 Hàm số của các đại lượng ngẫu nhiên

Chương 5 Phân tích và thiết kế theo độ tin cậy bằng các phương pháp xấp xỉ

Chương 6 Phân tích theo độ tin cậy bằng phương pháp mô phỏng và bề mặt đáp ứng

Chương 7 Thiết kế và phân tích kết cấu theo độ tin cậy

Chương 8 Cơ sở phân tích và thiết kế chi tiết máy theo độ tin cậy

Chương 9 Phân tích máy thành hệ thống

Chương 10 Phân tích và phân phối độ tin cậy hệ thống

Chương 11 Thiết kế tối ưu theo độ tin cậy

Chương 12 Chương trình tính toán thiết kế và phân tích hệ thống cơ khí theo độ tin cậy(Radme)

Sách phục vụ cho công tác đào tạo và nghiên cứu cho sinh viên các ngành kỹ thuật, học viên cao học, cán bộ giảng dạy và nghiên cứu.

205334

8 935048 953341

Giá: 35.000 đồng