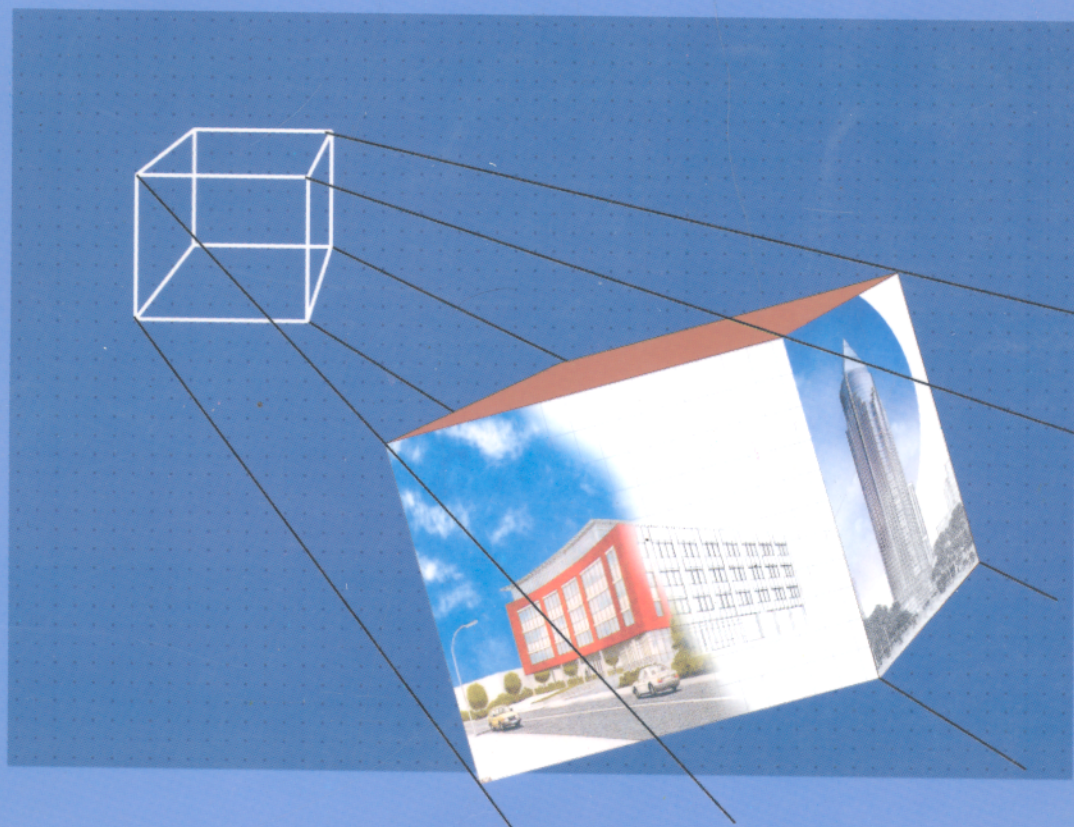


TRƯỜNG ĐẠI HỌC XÂY DỰNG  
TS. ĐỖ XUÂN TÙNG (*Chủ biên*)  
TS. TRƯƠNG TRI NGỘ - KS. LÊ NHO BỘI

# TỰ ĐỘNG HÓA TRONG XÂY DỰNG



NHÀ XUẤT BẢN XÂY DỰNG

TS. ĐỖ XUÂN TÙNG (*Chủ biên*)  
TS. TRƯƠNG TRI NGỘ - KS. LÊ NHỎ BỘI

# TỰ ĐỘNG HÓA TRONG XÂY DỰNG

NHÀ XUẤT BẢN XÂY DỰNG  
HÀ NỘI - 2001

## LỜI NÓI ĐẦU

Muốn hiện đại hoá nền kinh tế nước nhà cần phải nâng cao mức độ tự động hoá của các quá trình sản xuất công nghiệp. Tự động hoá các quá trình công nghệ sẽ tạo điều kiện giải phóng con người khỏi lao động nặng nhọc, tránh cho người lao động phải trực tiếp làm việc trong các môi trường nguy hiểm, có hại cho sức khoẻ đảm bảo nâng cao năng suất lao động, giảm chi phí sản xuất để giảm giá thành sản phẩm. Một nền sản xuất tiên tiến, hiện đại đòi hỏi một trình độ tự động hoá cao. Ở nước ta ngày càng có nhiều dây chuyền công nghệ tự động hiện đại được sử dụng trong mọi lĩnh vực của đời sống xã hội, của nền sản xuất công nghiệp, của nền kinh tế quốc dân v.v...

Để tiếp cận được với các công nghệ sản xuất có trình độ tự động hoá cao, khai thác, sử dụng chúng có hiệu quả, mỗi cán bộ kỹ thuật, ngoài những kiến thức chuyên ngành, cần có những hiểu biết cơ bản về điều khiển tự động.

Nhằm đáp ứng nhu cầu trên các tác giả biên soạn cuốn giáo trình "Tự động hóa trong xây dựng".

Giáo trình "Tự động hóa trong xây dựng" đề cập tới những khái niệm cơ bản về điều khiển tự động, trình bày phần cơ bản nhất của lý thuyết điều khiển tự động là hệ thống điều khiển tuyến tính liên tục, phương pháp mô tả toán học, phân tích chất lượng và ổn định của hệ thống điều khiển tự động. Giáo trình cũng đề cập đến lý thuyết hệ thống điều khiển xung tuyến tính. Phần cuối của giáo trình trình bày các dây chuyền công nghệ tự động chủ yếu trong sản xuất vật liệu và cấu kiện xây dựng.

Giáo trình dùng làm tài liệu giảng dạy và tham khảo cho các ngành Cơ khí xây dựng, Vật liệu xây dựng và Kỹ thuật môi trường của Trường Đại học Xây dựng Hà Nội. Cuốn sách cũng có thể có ích cho các cán bộ kỹ thuật có nhu cầu tìm hiểu về lĩnh vực điều khiển tự động.

Giáo trình "Tự động hóa trong xây dựng" gồm 8 chương.

T. S Đỗ Xuân Tùng viết chương 1, chương 2, chương 3 và là chủ biên. T. S Trương Tri Ngô viết chương 4, chương 5, chương 6, chương 7. K. S Lê Nho Bội viết chương 8.

Các tác giả xin chân thành cảm ơn T. S Đào Văn Tân đã đọc và đóng góp nhiều ý kiến có giá trị cho nội dung giáo trình. Các tác giả cũng chân thành cảm ơn Ban giám hiệu Trường Đại học Xây dựng Hà Nội và Nhà xuất bản Xây dựng đã giúp đỡ, tạo điều kiện thuận lợi để xuất bản giáo trình.

**Các tác giả**

# PHẦN MỞ ĐẦU

## Chương 1

### KHÁI NIỆM CƠ BẢN VỀ HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG

#### 1.1. CÁC ĐỊNH NGHĨA, CÁC KHÁI NIỆM CƠ BẢN

Điều khiển tự động là một môn khoa học nghiên cứu về quá trình thu thập, xử lý tín hiệu và điều khiển các quá trình công nghệ và các hệ thống thiết bị kỹ thuật không có sự tham gia trực tiếp của con người trong quá trình điều khiển.

Khái niệm điều khiển được quan niệm là tập hợp tất cả các tác động có tính tổ chức của một quá trình nào đó nhằm đạt được mục đích mong muốn của quá trình đó. Phần chủ yếu của lý thuyết điều khiển là lý thuyết điều khiển tự động (viết tắt là ĐKTĐ)

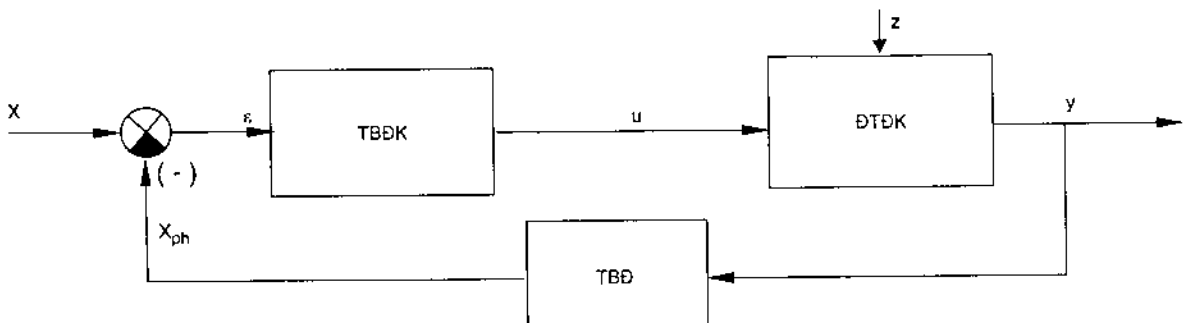
Trong điều khiển còn có một khái niệm hẹp hơn là khái niệm điều chỉnh. Điều chỉnh là tập hợp tất cả các tác động nhằm mục đích giữ cho một tham số của quá trình được ổn định hay thay đổi theo một quy luật cho trước nào đó. Tham số này được gọi là tham số cần điều chỉnh.

#### 1.1.1. Các phân tử cơ bản của hệ thống điều khiển tự động

Một hệ thống điều khiển tự động được xây dựng từ ba bộ phận chủ yếu sau đây:

- Thiết bị điều khiển (TĐK).
- Đối tượng điều khiển (ĐTĐK).
- Thiết bị đo lường (TĐĐ).

Đó là một hệ thống có liên hệ ngược còn được gọi là hệ thống có phản hồi.



Hình 1.1: Sơ đồ khối hệ thống ĐKTĐ



Trên hình 1.1 vẽ sơ đồ khối của hệ thống điều khiển tự động. Trong hệ thống điều khiển tự động thường có các loại tín hiệu sau đây tác động:

x: tín hiệu vào gọi là tác dụng chủ đạo (hay tác dụng đặt trước) tương ứng với trị số yêu cầu của đại lượng cần điều khiển ở đầu ra y;

y: là tín hiệu ở đầu ra hay là đại lượng cần được điều khiển hay điều chỉnh;

z: là các tín hiệu nhiễu gọi là tác động nhiễu phụ tải không mong muốn từ bên ngoài tác động lên hệ thống làm cho trị số của đại lượng ở đầu ra y bị sai lệch đi so với trị số yêu cầu  $y_{yc}$ ;

$x_{ph}$ : là tín hiệu phản hồi, là tác dụng của đại lượng ở đầu ra trở lại đầu vào nhằm mục đích so sánh giữa trị số đo được của đại lượng cần điều khiển với trị số yêu cầu nhằm nâng cao tính ổn định của hệ thống;

$\varepsilon$ : là sai lệch điều khiển;  $\varepsilon$  phản ánh sai lệch giữa trị số đo được của đại lượng cần điều khiển y với trị số yêu cầu  $y_{yc}$ :

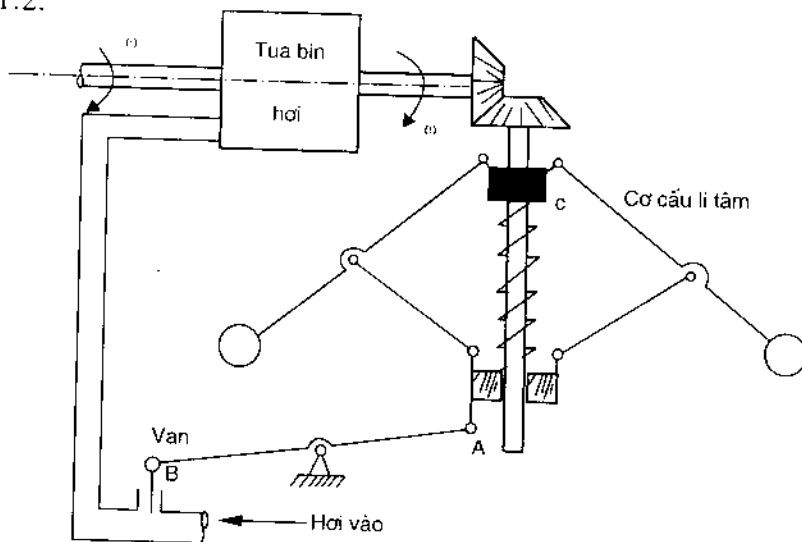
$$\varepsilon = x - x_{ph}$$

nếu  $y = y_{yc}$  thì  $x_{ph} = x$  và  $\varepsilon = 0$  do đó sai lệch không tồn tại;

u: là tín hiệu điều khiển hay gọi là tác dụng điều khiển do thiết bị điều khiển (TBDK) phát ra và tác động vào đối tượng điều khiển (ĐTĐK) nhằm mục đích khắc phục sai lệch  $\varepsilon$  giữa đại lượng cần điều chỉnh y với trị số yêu cầu của nó  $y_{yc}$ .

Sơ đồ hình 1.1 là sơ đồ khối tổng quát nhất và đơn giản nhất của hệ thống tự động điều khiển. Trên cơ sở của sơ đồ này người ta xây dựng và xét đến các hệ thống điều khiển tự động phức tạp hơn.

Để minh họa cho sơ đồ khối hệ thống điều khiển tự động trên hình 1.1, ta xét một ví dụ về hệ thống tự động điều chỉnh tốc độ quay  $\omega$  của tuabin hơi nước có sơ đồ nguyên lý vẽ trên hình 1.2.



**Hình 1.2:** Hệ thống tự động điều chỉnh tốc độ quay  $\omega$  của tuabin hơi nước

So sánh với sơ đồ khối trên hình 1.1 có thể thấy: đối tượng điều khiển (ĐTĐK) chính là tuabin hơi nước. Thiết bị điều chỉnh (TBĐC) là van điều chỉnh lượng hơi vào tuabin. Thiết bị đo lường (TBD) chính là cơ cấu li tâm. Hệ thống điều khiển tự động này tác động để duy trì ổn định tốc độ quay  $\omega$  của tuabin. Khi tốc độ  $\omega$  tăng lên do nguyên nhân nào đó thì con trượt C của cơ cấu li tâm sẽ trượt lên phía trên làm tay đòn AB xoay để đóng bớt van hơi B lại làm giảm lượng hơi cấp vào tuabin. Do đó tốc độ quay  $\omega$  của tuabin giảm đi. Ngược lại khi vì lí do nào đó tốc độ quay  $\omega$  của tuabin giảm đi thì nhờ cơ cấu li tâm con trượt C sẽ trượt xuống phía dưới và ấn vào đầu A của tay đòn AB. Tay đòn sẽ xoay và mở rộng cửa van để tăng lượng hơi vào tuabin làm tăng tốc độ quay của tuabin.

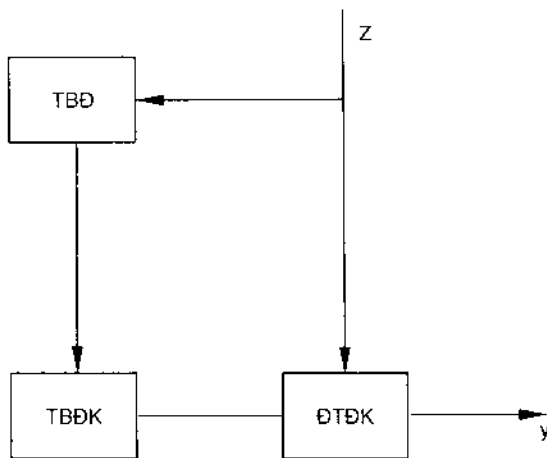
### 1.1.2. Các nguyên tắc điều khiển cơ bản

Phương pháp để thiết bị điều khiển tạo ra tín hiệu điều khiển gọi là phương thức điều khiển. Có ba phương thức điều khiển cơ bản là:

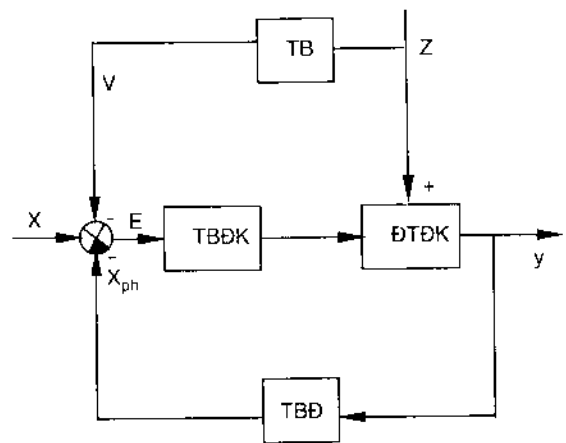
- Nguyên tắc điều khiển theo sai lệch.
- Nguyên tắc điều khiển theo phương pháp bù nhiễu.
- Nguyên tắc điều khiển hỗn hợp theo cả sai lệch và bù nhiễu.

Đối với nguyên tắc sai lệch đã được giới thiệu qua ví dụ trong các sơ đồ hình 1.1 và hình 1.2. Ở đây tín hiệu điều khiển  $u$  được hình thành do có sự sai lệch giữa giá trị mong muốn và giá trị đo được của đại lượng cần điều khiển.

Trong nguyên tắc bù nhiễu tín hiệu điều chỉnh được hình thành khi xuất hiện nhiễu  $z$  tác động lên hệ thống. Tín hiệu điều khiển được phát ra nhằm bù lại sự tác động của nhiễu để giữ cho giá trị của đại lượng cần điều khiển không đổi. Cho nên hệ thống bù nhiễu còn được gọi là hệ thống điều khiển bất biến. Trên hình 1.3 là sơ đồ khối nguyên tắc của hệ thống điều khiển theo bù nhiễu.



Hình 1.3: Nguyên tắc bù nhiễu



Hình 1.4: Nguyên tắc hỗn hợp

Hệ thống điều khiển hỗn hợp được thể hiện qua sơ đồ vẽ trên hình 1.4. Ví dụ nhiễu  $z$  tác động lên đối tượng điều khiển (ĐTĐK) theo chiều hướng làm tăng tín hiệu ra  $y$ . Nhờ có trang bị trong hệ thống thiết bị bù (TB) tác động ngược dấu với tín hiệu nhiễu  $z$ , nghĩa là thiết bị K tạo ra tín hiệu  $V$  tác dụng bù về phía đầu vào của thiết bị điều khiển (TBĐK) để làm giảm bớt tín hiệu  $E$ . Ngược lại nếu nhiễu  $z$  có chiều hướng làm giảm tín hiệu ra  $y$  thì thiết bị bù (TB) lại tạo ra tín hiệu bù  $V$  để làm tăng  $E$  nhằm cuối cùng làm tăng tín hiệu ra  $y$ .

Hệ thống điều khiển theo nguyên tắc hỗn hợp được sử dụng rộng rãi trong thực tế.

Ngoài ba nguyên tắc điều khiển cơ bản nêu trên người ta còn đề ra các nguyên tắc điều khiển khác như:

- Nguyên tắc điều khiển theo chương trình.
- Nguyên tắc điều khiển thích nghi.

Ngày nay nhờ kĩ thuật vi tính và kĩ thuật vi xử lí người ta tổng hợp các thiết bị điều khiển bằng cách ghép nối máy vi tính với các card tương tự - số (A/D) và số - tương tự (D/A), nhờ đó mà có thể tạo ra các hệ thống điều khiển rất phức tạp.

Nhờ có máy vi tính các thuật toán điều khiển được tính toán theo các bài toán tối ưu và thích nghi được viết bằng chương trình theo ngôn ngữ máy hoặc ngôn ngữ C để điều khiển đối tượng điều khiển.

### 1.1.3. Các trạng thái của hệ thống điều khiển tự động

Hệ thống điều khiển tự động luôn luôn tồn tại ở một trong hai trạng thái sau:

- Trạng thái xác lập;
- Trạng thái quá độ.

Trạng thái xác lập là trạng thái khi tất cả các đại lượng trong hệ thống đều đạt giá trị ổn định.

Khi tín hiệu đặt vào đầu vào của hệ thống là không đổi thì trạng thái xác lập tương ứng là trạng thái tĩnh.

Trạng thái quá độ là trạng thái kể từ thời điểm có tác động nhiễu cho đến khi hệ thống đạt được trạng thái xác lập mới.

Lí thuyết điều khiển tự động tập trung cơ bản vào việc mô tả, phân tích trạng thái quá độ của hệ thống.

Trạng thái xác lập đánh giá độ chính xác của quá trình điều chỉnh. Nếu ở trạng thái xác lập mà vẫn còn tồn tại sai lệch giữa tín hiệu mong muốn (còn gọi là tín hiệu đặt hay tín hiệu chủ đạo) và tín hiệu đo được thì giá trị sai lệch này được gọi là sai lệch dư  $\delta$  (hay còn gọi là sai lệch tĩnh). Khi đó hệ thống có sai lệch dư. Nếu  $\delta = 0$  thì hệ thống không có sai lệch dư.

#### 1.1.4. Phân loại các hệ thống điều khiển tự động

Việc phân loại hệ thống ĐKTD có thể thực hiện theo nhiều phương pháp khác nhau như sau:

##### *a) Theo tính chất của các phân tử của hệ thống*

Hệ thống ĐKTD có thể phân thành:

- Hệ thống ĐKTD tuyến tính;
- Hệ thống phi tuyến.

- Nếu tất cả các phân tử của hệ thống đều là tuyến tính thì hệ thống là tuyến tính.
- Chỉ cần một phân tử của hệ thống mang tính phi tuyến thì hệ thống là phi tuyến tính.

Đặc trưng cơ bản nhất của phân tử tuyến tính là tuân theo nguyên lí xếp chồng. Nghĩa là khi có một tổ hợp các tín hiệu tác động ở đầu vào của phân tử thì tín hiệu ở đầu ra của phân tử sẽ bằng tổ hợp tương ứng của các tín hiệu ra thành phần. Hệ thống phi tuyến không chịu tác động của nguyên lí này.

Phần cơ bản nhất của lí thuyết điều khiển tự động là đi sâu nghiên cứu hệ tuyến tính.

##### *b) Theo tính chất truyền tín hiệu*

Hệ thống tuyến tính được phân thành hai loại:

- Hệ thống tuyến tính liên tục;
- Hệ thống tuyến tính gián đoạn.

- Trong hệ thống tuyến tính liên tục các thông tin, tín hiệu được truyền đi liên tục ở tất cả các mắt xích. Nói khác đi tất cả các thông tin tín hiệu đều là tín hiệu tương tự. Hệ thống này còn gọi là hệ thống tương tự. Đối với hệ thống liên tục (hay hệ thống tương tự) người ta thường dùng phương pháp điều khiển tương tự.

- Trong hệ thống tuyến tính gián đoạn thông tin, tín hiệu bị gián đoạn tại một mắt xích nào đó. Tín hiệu trong hệ thống gián đoạn thuộc loại rời rạc, không liên tục theo thời gian. Tương ứng với các hệ thống gián đoạn là các phương pháp điều khiển xung và điều khiển số.

##### *c) Theo tính chất ngẫu nhiên hay không ngẫu nhiên của các tín hiệu ta phân thành*

- Hệ thống tiên định (hệ thống không ngẫu nhiên) trong đó tất cả các tín hiệu truyền đạt là các hàm theo thời gian xác định (không có tín hiệu ngẫu nhiên).

- Hệ thống ngẫu nhiên trong đó chỉ cần có một tín hiệu là một hàm ngẫu nhiên.

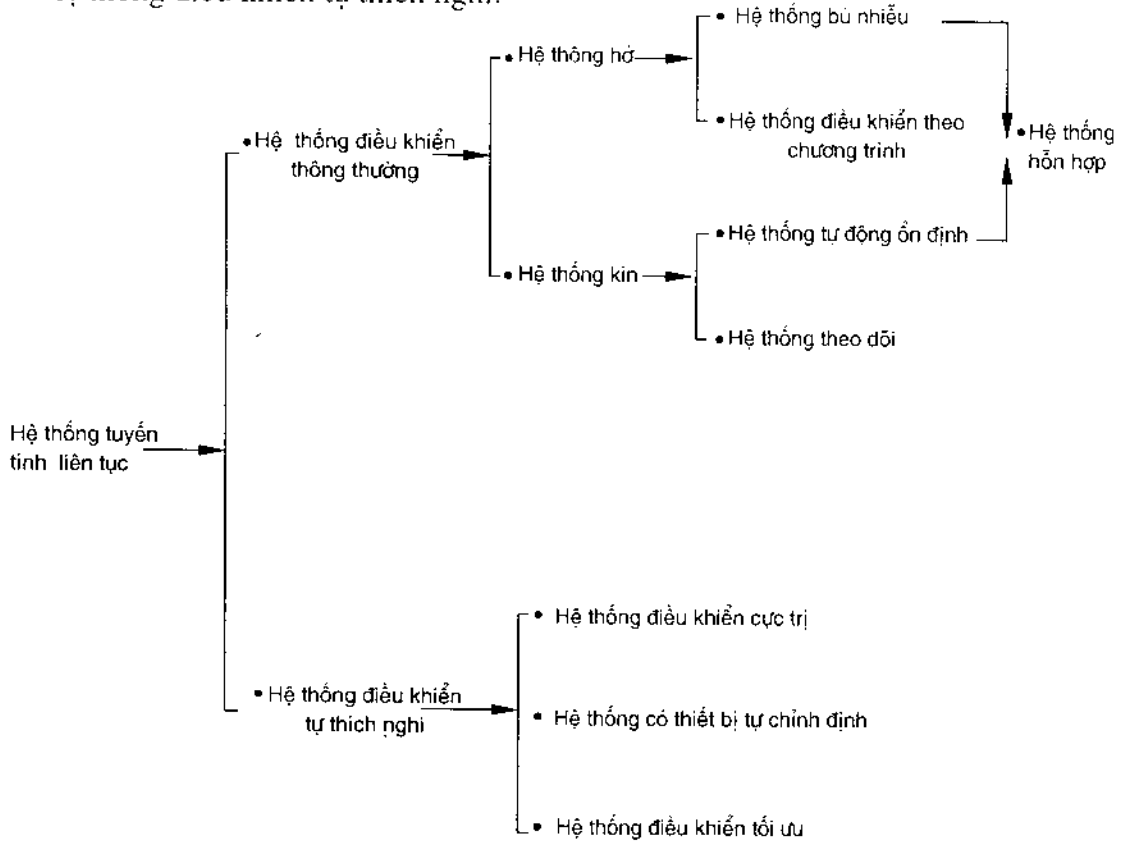
Việc phân loại các hệ thống điều khiển tự động có nhiều cách khác nhau và tùy thuộc vào mục đích phân loại. Riêng đối với hệ thống tuyến tính liên tục ta có thể phân loại theo cách sau đây.



*d) Phân loại hệ thống điều khiển tự động tuyến tính liên tục*

Hệ thống tuyến tính liên tục được phân loại theo sơ đồ hình 1.5. Từ sơ đồ phân loại ta thấy hệ thống tuyến tính liên tục được phân thành hai loại:

- Hệ thống điều khiển thông thường;
- Hệ thống điều khiển tự thích nghi.



**Hình 1.5:** Phân loại hệ thống tuyến tính liên tục

- Hệ thống điều khiển thông thường:

Khi các thông tin ban đầu về đối tượng điều khiển đã khá đầy đủ, người ta xây dựng hệ thống điều khiển thông thường. Trong hệ thống này, thiết bị điều khiển có tham số và cấu trúc không thay đổi ứng với mỗi đối tượng điều khiển cụ thể.

- Hệ thống điều khiển tự thích nghi:

Hệ thống này thích hợp đối với những đối tượng điều khiển không có đầy đủ các thông tin ban đầu hoặc các quá trình công nghệ có yêu cầu đặc biệt mà hệ thống thông thường không thể đáp ứng được. Trong hệ thống thích nghi, ngoài cấu trúc thông thường ra, thiết bị điều khiển còn được trang bị một số thiết bị đặc biệt khác để thực hiện các chức năng riêng nhằm bảo đảm chất lượng của quá trình điều khiển.

Các hệ thống điều khiển thông thường và hệ thống điều khiển tự thích nghi được phân loại tiếp tục như sau:

*e) Phân loại hệ thống điều khiển thông thường*

Hệ thống thông thường được phân thành hai loại:

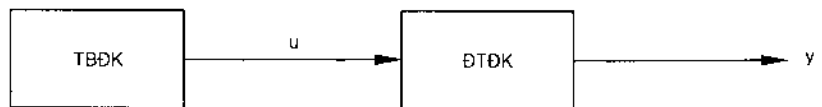
- Hệ thống điều khiển hở;
- Hệ thống điều khiển kín.
- Hệ thống điều khiển hở:

Trong hệ thống điều khiển hở thì tín hiệu của đại lượng cần được điều khiển không được sử dụng đến trong quá trình tạo ra tác động điều khiển. Trong hệ thống hở, người ta sử dụng các phương thức điều khiển theo bù nhiễu và điều khiển theo chương trình nên hệ thống điều khiển hở lại được phân thành hai loại:

- Hệ thống bù nhiễu;
- Hệ thống điều khiển theo chương trình.

Hệ thống điều khiển theo bù nhiễu có sơ đồ khối đã trình bày trên hình 1.3.

Hệ thống điều khiển theo chương trình có sơ đồ khối vẽ trên hình 1.6. Trong hệ thống này, tín hiệu điều khiển  $u$  được điều chỉnh nhờ một chương trình định sẵn trong thiết bị điều khiển (TBĐK).



*Hình 1.6: Hệ thống điều khiển theo chương trình*

- Hệ thống điều khiển kín:

Trong hệ thống kín người ta sử dụng nguyên tắc điều khiển theo sai lệch  $\varepsilon$  để tạo ra tác động điều khiển. Tín hiệu đo được của đại lượng cần điều khiển được đưa phản hồi trở lại đầu vào của hệ thống và được sử dụng trong quá trình tạo ra tác động điều khiển  $u$ . Sơ đồ cấu trúc của hệ thống kín đã trình bày trên hình 1.1.

Căn cứ vào tính chất của tác động chủ đạo  $x$  có thể phân chia hệ thống kín thành 3 loại sau:

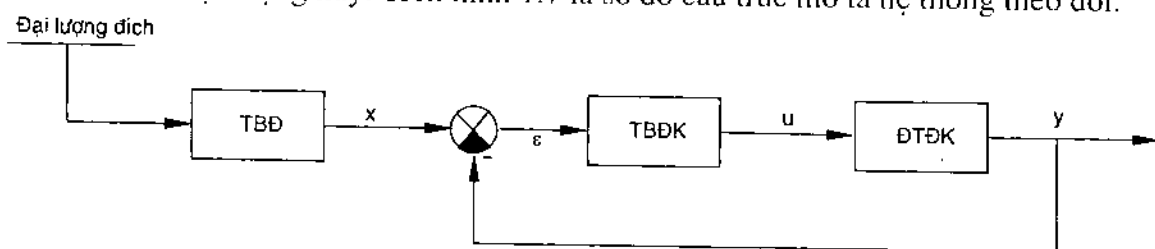
- + Hệ thống tự động ổn định;
- + Hệ thống điều khiển theo chương trình;
- + Hệ thống theo dõi.

- Hệ thống tự động ổn định: trong hệ thống tự động ổn định thì tác động chủ đạo có giá trị không thay đổi  $x = \text{const}$ , và thiết bị điều khiển luôn tác động giữ cho đại lượng cần điều khiển  $y$  ổn định ở một giá trị tương ứng với tác động chủ đạo.

- Hệ thống điều khiển theo chương trình:

Như đã đề cập đến ở phần trên, trong hệ thống điều khiển theo chương trình giá trị chủ đạo  $X$  thay đổi theo một chương trình định sẵn và thiết bị điều khiển phải bảo đảm sao cho đại lượng cần điều khiển  $y$  bám theo đường chương trình với độ chính xác cần thiết.

- Hệ thống theo dõi: trong hệ thống theo dõi giá trị của tín hiệu chủ đạo  $x$  không biết trước, và chỉ được xác định qua hệ thống thiết bị đo (TĐĐ) một đại lượng đích nào đó mà thiết bị điều khiển (TĐK) phải tác động để cho đại lượng cần điều khiển luôn bám sát theo đại lượng này. Trên hình 1.7 là sơ đồ cấu trúc mô tả hệ thống theo dõi.



Hình 1.7: Sơ đồ cấu trúc hệ thống theo dõi

So sánh hệ thống bù nhiễu hình 1.3 với hệ thống tự động ổn định hình 1.1 ta rút ra các nhận xét sau:

Hệ thống bù nhiễu có độ tác động nhanh cao vì tác động điều khiển  $u$  xuất hiện đồng thời với tác động nhiễu loạn  $z$  để khắc phục kịp thời ảnh hưởng xấu của nhiễu tới đại lượng cần điều khiển  $y$ . Song nhược điểm là ở chỗ tác động nhiễu  $z$  rất đa dạng và tác động ở nhiều vị trí khác nhau của đối tượng điều khiển cho nên khó đo lường chính xác mức độ và dấu của tác động nhiễu  $z$ , từ đó điều khiển để khắc phục ảnh hưởng xấu của nhiễu khó chính xác. Còn đối với hệ thống tự động ổn định đảm bảo độ chính xác cao trong quá trình điều khiển song độ tác động nhanh không cao (chậm) vì chỉ sau khi có sai lệch  $\epsilon$  mới xuất hiện tác động điều khiển  $u$  để loại trừ sai lệch đó.

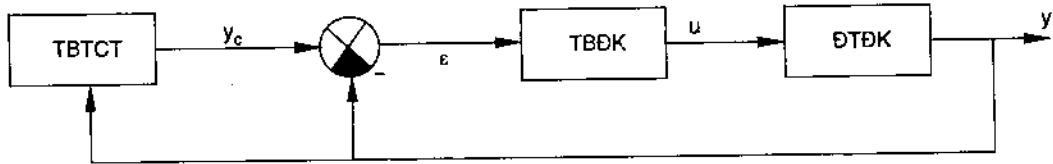
Để vừa có độ chính xác cao, vừa đạt độ tác động nhanh cao người ta kết hợp hai phương thức điều khiển bù nhiễu và tự động điều khiển theo sai lệch để tạo ra hệ thống điều khiển hỗn hợp như đã mô tả bởi sơ đồ cấu trúc hình 1.4.

#### g) Phân loại hệ thống điều khiển tự thích nghi

Hệ thống tự thích nghi gồm ba loại sau:

- Hệ thống điều khiển cực trị;
- Hệ thống điều khiển với thiết bị tự chỉnh định;
- Hệ thống điều khiển tối ưu.
- Hệ thống điều khiển cực trị;

Khi đại lượng cần điều chỉnh có cực trị và người ta mong muốn nó luôn tồn tại ở điểm cực trị này thì phải dùng hệ thống điều khiển cực trị có sơ đồ cấu trúc như vẽ trên hình 1.8.



*Hình 1.8: Hệ thống điều khiển cực trị*

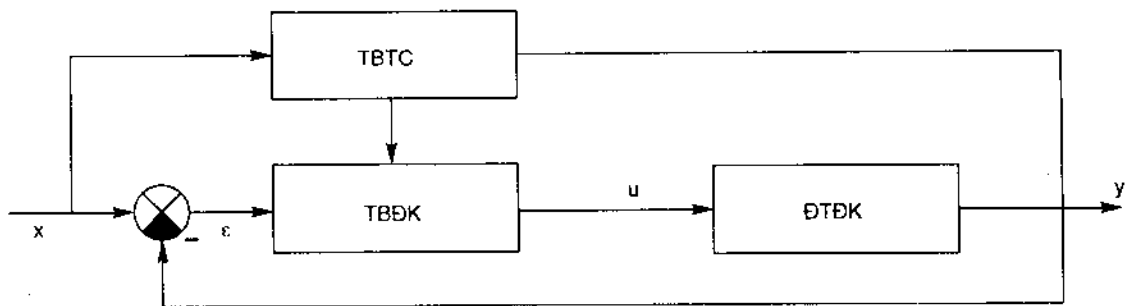
Trong hệ thống này trang bị thiết bị tìm cực trị (TBTCT) thực hiện chức năng tìm giá trị cực trị  $y_c$  của đại lượng cần điều chỉnh và phát tín hiệu này cho hệ thống tự động điều khiển. Chỉ khi nào  $y$  đạt giá trị  $y_c$ , thì sai lệch  $\epsilon = 0$  và hệ thống đạt trạng thái xác lập. Như vậy đại lượng cần điều chỉnh luôn luôn được giữ ở giá trị cực trị  $y_c$ .

Sai số của quá trình điều chỉnh ở đây phụ thuộc vào độ chính xác của giá trị cực trị  $y_c$  tìm được và vào độ chính xác của hệ thống điều khiển.

- Hệ thống điều khiển với thiết bị tự chỉnh định:

Sơ đồ cấu trúc của loại hệ thống này vẽ trên hình 1.9. Ngoài cấu trúc thông thường của thiết bị điều khiển còn có một thiết bị tự chỉnh định cấu trúc hoặc thông số của thiết bị điều khiển.

Thiết bị tự chỉnh định thực hiện chức năng xác định cấu trúc thích hợp của thiết bị điều khiển hoặc xác định thông số tối ưu của nó và thực hiện sự thay đổi về cấu trúc hoặc thông số cho thiết bị điều khiển để phù hợp với kết quả đã xác định được. Hệ thống này chỉ giải quyết được vấn đề xác định cấu trúc hoặc tham số tối ưu của thiết bị điều khiển cho thời điểm cụ thể của hệ thống điều khiển tự động chứ không giải quyết bài toán tối ưu cho toàn bộ hệ thống nói chung theo một chỉ tiêu tối ưu cụ thể như về tiêu hao năng lượng, hoặc rút ngắn thời gian; bài toán tối ưu này được giải quyết nhờ hệ thống điều khiển tối ưu.

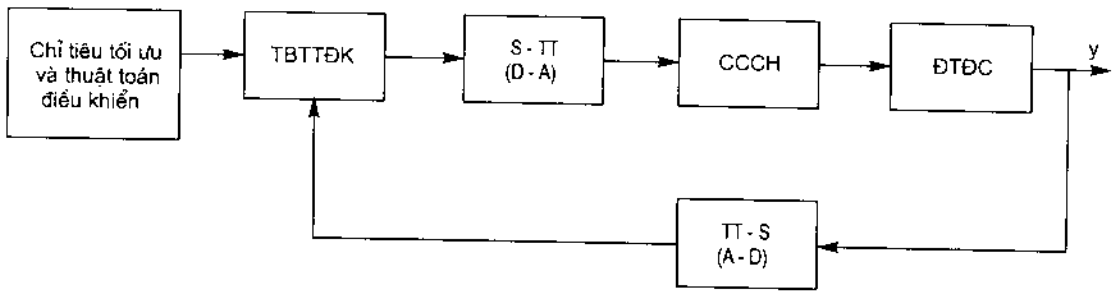


*Hình 1.9: Hệ thống với thiết bị tự chỉnh định*

- Hệ thống điều khiển tối ưu:

Hệ thống điều khiển tối ưu có sơ đồ cấu trúc mô tả trên hình 1.10.





*Hình 1.10: Sơ đồ cấu trúc hệ thống điều khiển tối ưu*

Hệ thống điều khiển tối ưu được thực hiện trên cơ sở kết hợp giữa thiết bị tính toán và điều khiển (TBTTĐK) với đối tượng điều khiển (ĐTĐK) thông qua các bộ chuyển đổi số tương tự S-TT (D-A), tương tự - số TT-S (A-D) và các cơ cấu chấp hành. Chính nhờ sự hoàn thiện và phát triển mạnh của kỹ thuật tính toán mà hệ thống tối ưu được thực thi trong thực tiễn.

*h) Phân loại hệ thống điều khiển tự động tuyến tính gián đoạn*

Trong bất kỳ một hệ thống gián đoạn nào cũng có ít nhất một phần tử đóng vai trò chuyển tín hiệu liên tục thành tín hiệu gián đoạn. Vì vậy tùy thuộc vào phương pháp lượng tử hoá tín hiệu để chuyển đổi tín hiệu liên tục thành tín hiệu gián đoạn người ta phân chia hệ thống tuyến tính gián đoạn thành ba loại:

- Hệ thống điều khiển vị trí khi tín hiệu được lượng tử hoá theo mức;
- Hệ thống điều khiển xung khi tín hiệu được lượng tử hoá theo thời gian;
- Hệ thống điều khiển số khi tín hiệu được lượng tử hoá hỗn hợp theo cả mức lẫn thời gian.

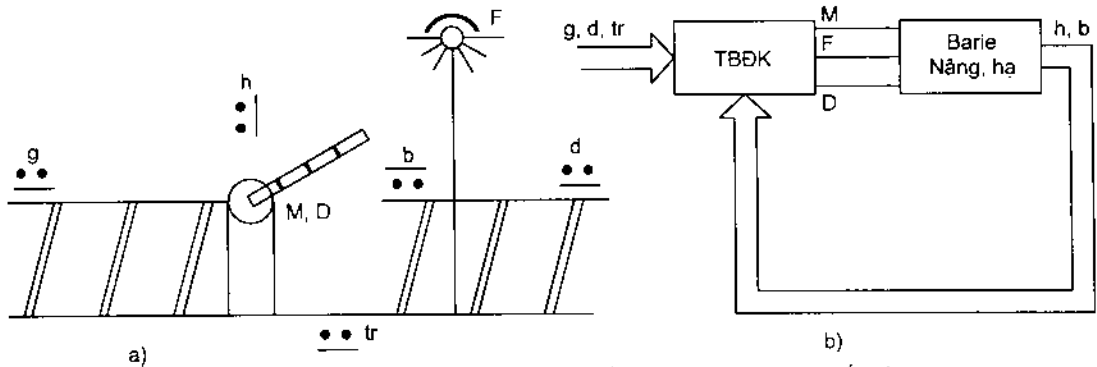
**1.1.5. Ví dụ về hệ thống điều khiển tự động**

Trong đời sống sinh hoạt cũng như trong sản xuất công nghiệp, ta gặp rất nhiều loại hệ thống điều khiển tự động như hệ thống ổn định nhiệt độ, hệ thống điều khiển tốc độ quay của các máy móc; hệ thống tự động ổn định điện áp ra của máy phát điện và lưu lượng trong các đường ống dẫn...

Trên hình 1.2 ở phần 1.1.1 đã giới thiệu ví dụ về hệ thống tự động ổn định tốc độ quay của tuabin hơi. Sau đây ta xét một số ví dụ đơn giản khác về các hệ thống điều khiển tự động:

*a) Hệ thống tự động điều khiển barie chắn đường*

Trong hệ thống này barie chắn đường chính là đối tượng điều khiển, được hạ xuống khi có tàu hoả chạy qua hoặc nâng lên khi không có tàu chạy qua. Thiết bị điều khiển là tập hợp tất cả các thiết bị để thực hiện hạ hoặc nâng barie. Trên hình 1.11 mô tả hệ thống tự động điều khiển barie chắn đường.



**Hình 1.11:** Hệ thống tự động điều khiển nâng, hạ barie chắn đường

Trong hệ thống này các tín hiệu điều khiển để điều khiển nâng hay hạ barie là M, D, F:

M: là tín hiệu điều khiển nâng barie lên cho xe cộ qua lại khi không có tàu hoả chạy qua. Tín hiệu này lấy một trong hai giá trị:

- Nếu  $M = 1$ : có tín hiệu để thực hiện điều khiển nâng barie;
- Nếu  $M = 0$ : không có tín hiệu điều khiển nâng barie.

D: là tín hiệu điều khiển hạ barie xuống để ngăn xe cộ lại khi có tàu hoả chạy qua. Tín hiệu này cũng lấy một trong hai giá trị:

- Nếu  $D = 1$ : có tín hiệu để thực hiện điều khiển hạ barie xuống;
- Nếu  $D = 0$ : không có tín hiệu để điều khiển hạ barie.

F: là tín hiệu đèn:

- Khi  $F = 1$  là đèn đỏ, các tín hiệu điều khiển lấy các trị số:  $D = 1, M = 0$ ; lúc này có tàu hoả chạy qua, barie được hạ xuống để chắn đường;

- Khi  $F = 0$  là đèn xanh các tín hiệu điều khiển lấy các giá trị tương ứng  $M = 1, D = 0$ ; lúc này không có tàu chạy qua, barie được nâng lên.

Các tín hiệu ra là h và b:

- Khi barie đã được nâng lên thì  $h = 1$ ;
- Khi barie đã được hạ xuống thì  $b = 1$ .

Các tín hiệu h và b được đưa trở lại bộ phận thiết bị điều khiển để điều khiển kết thúc quá trình nâng barie lên khi  $h = 1$  và để kết thúc quá trình hạ barie xuống khi  $b = 1$ .

Các tín hiệu khác tham gia vào quá trình điều khiển là:

g: tín hiệu này chỉ rõ là tàu hoả đang chạy đến từ phía bên trái;

d: là tín hiệu chỉ rõ là tàu hoả từ phía bên phải chạy tới;

t: là tín hiệu báo cho biết tàu hoả đã chạy qua rồi.

Trên hình 1.11b là sơ đồ khối của hệ thống tự động điều khiển nâng, hạ barie chắn đường. Trong hệ thống nêu trên, các tín hiệu chỉ lấy một trong hai giá trị 1 hoặc 0. Hệ thống như vậy được gọi là hệ thống Bool.

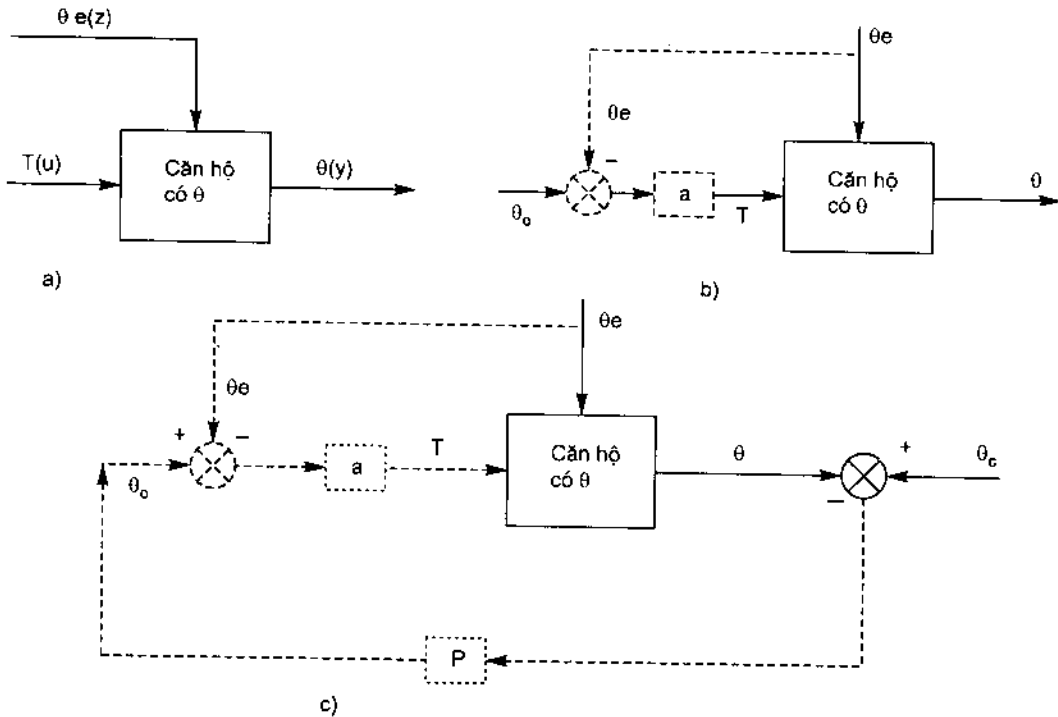
*b) Hệ thống điều khiển và điều chỉnh nhiệt độ sưởi ấm trong một căn hộ*

Trên hình 1.12a vẽ sơ đồ mô tả quá trình điều chỉnh đơn giản nhiệt độ căn hộ trong hệ thống hở. Trong hệ thống này ta thấy:

- + Nhiệt độ  $\theta$  trong căn hộ cần phải điều chỉnh chính là đại lượng cần điều chỉnh  $y$ .
- + Nhiệt độ  $T$  của nước nóng trong ống dẫn nước của hệ thống sưởi ấm chính là đại lượng điều chỉnh  $u$ .
- + Nhiệt độ không khí ngoài trời  $\theta_e$  chính là tác động nhiễu  $z$  lên đối tượng điều chỉnh là căn hộ có nhiệt độ cần điều chỉnh.

Trong hệ thống điều khiển và điều chỉnh hở thì người vận hành hệ thống thiết bị sưởi ấm phải thao tác điều chỉnh nhiệt độ  $T$  của nước nóng nhằm đạt được nhiệt độ mong muốn  $\theta$  trong căn hộ ở chế độ xác lập.

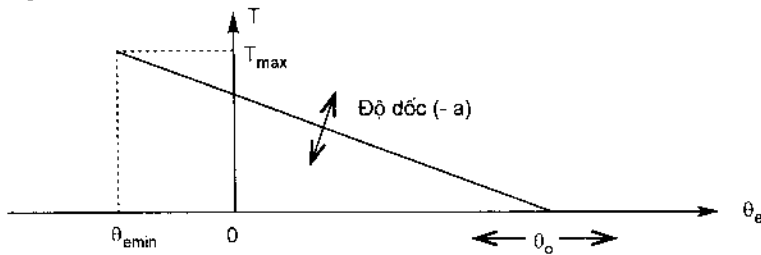
Theo tính toán trước, muốn đạt được nhiệt độ mong muốn trong căn hộ  $\theta = 20^\circ$  thì phải điều chỉnh cho nhiệt độ nước nóng trong ống dẫn của thiết bị  $T = 50^\circ$  chẳng hạn.



**Hình 1.12:** Sơ đồ khối hệ thống sưởi ấm căn hộ

Khi nhiệt độ ngoài trời  $\theta_e$  giảm xuống, muốn giữ cho nhiệt độ trong căn hộ không đổi  $\theta = 20^\circ$  thì người vận hành thiết bị sưởi ấm phải thao tác để tăng nhiệt độ  $T$  của nước nóng

trong các ống dẫn của thiết bị sưởi lên. Từ nhận xét này xuất hiện ý đồ đầu tiên trong việc tự động hoá quá trình điều chỉnh nhiệt độ  $T$  của nước nóng theo quan hệ  $T = a(\theta_o - \theta_c)$ , như chỉ rõ trên sơ đồ khối hình 1.12b. Ở hệ thống tự động điều chỉnh này, nhiệt độ của nước nóng  $T$  trong các ống dẫn của thiết bị sưởi biến đổi tự động theo hướng ngược với hướng thay đổi ở nhiệt độ ngoài trời  $\theta_o$ . Khi ngoài trời càng lạnh,  $\theta_o$  càng giảm thì nhiệt độ  $T$  của nước nóng của hệ thống sưởi càng cao và ngược lại. Còn khi nhiệt độ ngoài trời  $\theta_o = \theta_0$  thì  $T = 0$  nghĩa là phải ngừng việc sưởi ấm. Giá trị nhiệt độ  $\theta_0$  là tác động chủ đạo được điều chỉnh bằng thao tác của người vận hành, đó chính là nhiệt độ mong muốn đạt được trong căn hộ. Quan hệ giữa nhiệt độ  $T$  của nước nóng trong ống dẫn của thiết bị sưởi và nhiệt độ ngoài trời  $\theta_o$  với  $T = f(\theta_o)$  được biểu diễn trên hình 1.13. Trị số  $\theta_0$  và hệ số  $a$  được tính toán sao cho phù hợp với hệ thống sưởi ấm.



Hình 1.13: Quan hệ  $T = f(\theta_o)$

Theo quan hệ  $T = f(\theta_o)$  trên hình 1.13 thì việc điều chỉnh nhiệt độ của nước nóng trong ống dẫn của thiết bị sưởi chỉ căn cứ vào một yếu tố duy nhất là nhiệt độ  $\theta_o$  ngoài trời. Nhưng thực tế khi nhiệt độ bên ngoài trời không thay đổi  $\theta_o = \text{const}$  thì còn có các yếu tố khác như bức xạ của các tia nắng mặt trời xuyên qua các cửa kính vào trong căn hộ làm cho nhiệt độ  $\theta$  trong căn hộ tăng. Nếu chỉ căn cứ vào quy luật điều chỉnh trên đồ thị hình 1.13 thì  $\theta_o = \text{const}$  nên không thể tiến hành điều chỉnh nhiệt độ nước nóng  $T$ , do đó xảy ra sưởi ấm quá mức độ quy định theo tính toán. Trong trường hợp này để cho nhiệt độ trong căn hộ giảm về mức quy định theo tính toán phải thao tác để giảm  $\theta_o$  nhằm làm giảm nhiệt độ  $T$  của nước nóng sưởi ấm. Thao tác này có thể tiến hành tự động không cần có sự can thiệp của nhân viên vận hành bằng cách làm cho giá trị chủ đạo  $\theta_o$  phụ thuộc vào nhiệt độ  $\theta$  trong căn hộ. Muốn thế nhiệt độ  $\theta$  trong căn hộ được so sánh với một giá trị đặt trước  $\theta_c$  qua một khâu so sánh để tạo ra tác động chủ đạo  $\theta_o$  theo quan hệ đơn giản  $\theta_o = p(\theta_c - \theta)$ , chẳng hạn như thể hiện trên hình 1.12c. Theo quy luật này đại lượng chủ đạo  $\theta_o$  được bảo đảm tự động thay đổi theo chiều hướng thích hợp là khi nhiệt độ căn hộ  $\theta$  tăng thì  $\theta_o$  phải giảm đi.

Ta nhận thấy nếu nhiệt độ căn hộ  $\theta = \theta_c$  thì đại lượng chủ đạo  $\theta_o = 0$ . Điều đó có nghĩa là ngừng quá trình sưởi ấm (trừ trường hợp nhiệt độ bên ngoài trời  $\theta_o$  là nhiệt độ âm, thời tiết rất lạnh).

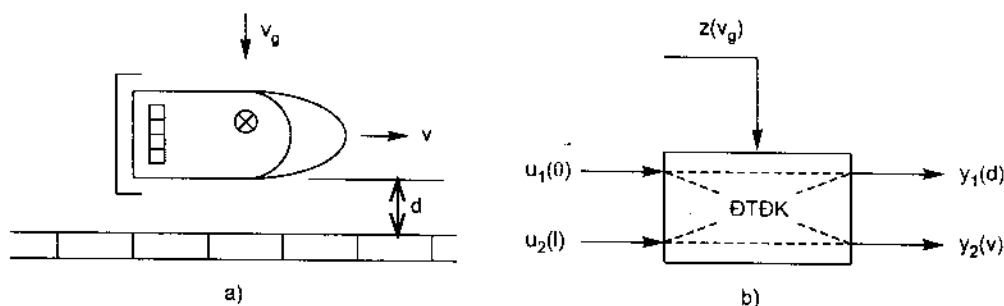
Ý đồ tự động hoá quá trình điều chỉnh nhiệt độ  $\theta$  trong căn hộ ở mức độ cao hơn và hoàn hảo hơn như vậy được thể hiện qua sơ đồ hình 1.12c. Hệ thống tự động điều khiển



nêu trên ví dụ ở hình 1.12 chỉ có một tác động điều khiển ( $u$ ) là nhiệt độ  $T$  của nước nóng trong ống dẫn của thiết bị sưởi và một đại lượng ra ( $y$ ) cần được quan tâm điều chỉnh là nhiệt độ sưởi ấm  $\theta$  của căn hộ. Hệ thống như vậy được gọi là hệ thống đơn biến.

*c) Hệ thống tự động điều khiển lái xe*

Hệ thống tự động điều khiển lái xe như vẽ trên hình 1.14 có các đại lượng ra cần quan tâm điều khiển và điều chỉnh là cự li  $d$  ( $y_1$ ) giữa xe và hệ đường và tốc độ chạy xe  $v$  ( $y_2$ ). Các đại lượng này được điều chỉnh để duy trì ở các giá trị nhất định. Các tác động điều khiển ở đầu vào tương ứng là góc quay  $\theta$  ( $u_1$ ) của vô lăng và độ nhấn sâu  $l$  ( $u_2$ ) của bộ phận tăng tốc (tăng ga). Ngoài ra tốc độ gió thổi ngang xe  $v_g$  ( $z$ ) ảnh hưởng đến cự li  $d$  ( $y_1$ ) giữa xe và hệ đường là một tác động nhiễu loạn phụ thuộc vào môi trường bên ngoài. Trong hệ thống này có nhiều đại lượng ra cần điều khiển là  $y_1, y_2$  với nhiều tác động điều khiển khác nhau là  $u_1, u_2$  nên được gọi là hệ thống đa biến.



**Hình 1.14:** Hệ thống tự động điều khiển lái xe

**1.1.6. Nhiệm vụ của lí thuyết điều khiển tự động**

Nhiệm vụ đầu tiên của lí thuyết điều khiển tự động là nghiên cứu các phương pháp để mô tả quá trình động học xảy ra ở đối tượng điều khiển, từ đó tạo ra các phương tiện để thực hiện các nhiệm vụ cơ bản là tổng hợp và phân tích hệ thống điều khiển tự động.

Muốn tổng hợp một hệ thống điều khiển tự động phải nghiên cứu các quá trình xảy ra trong đối tượng điều khiển; phải tìm những tác động ảnh hưởng lên đại lượng cần được điều chỉnh, từ đó điều chế ra tác động điều khiển thích hợp. Sau đây nghiên cứu quá trình động học, mối liên hệ giữa đại lượng cần điều chỉnh và tác động điều chỉnh, cuối cùng cần xây dựng mô hình toán học của đối tượng điều khiển. Dựa vào mô hình toán học của đối tượng điều khiển tiến hành xác định mô hình cấu trúc thích hợp của thiết bị điều khiển nói riêng và của toàn bộ hệ thống nói chung. Nhiệm vụ tiếp theo là tiến hành phân tích hệ thống đã được xây dựng. Trước hết cần phân tích tính ổn định của hệ thống. Nếu hệ thống không ổn định thì hệ thống đó có cấu trúc không ổn định và phải tiến hành xây dựng lại cấu trúc của thiết bị điều khiển cho đến khi hệ thống ổn định. Sau đó phải phân tích chất lượng của quá trình quá độ trong hệ thống theo các chỉ tiêu chất lượng đã được đặt ra. Nhiệm vụ chủ yếu ở đây là xác định được các tham số

tối ưu của thiết bị điều khiển nhằm đảm bảo chất lượng của điều khiển. Nếu không thể chọn được tham số thích hợp để đạt được chất lượng cần thiết thì phải thay đổi lại cấu trúc của thiết bị điều khiển và bài toán trở lại từ đầu cho đến khi đáp ứng được chất lượng của quá trình điều khiển.

Trong khi tổng hợp và phân tích hệ thống điều khiển tự động cần luôn luôn chú ý tới hai chỉ tiêu quan trọng sau:

- Thứ nhất là phải bảo đảm chất lượng cần thiết, của quá trình điều khiển;
- Thứ hai là phải chọn được cấu trúc đơn giản nhất của thiết bị điều khiển để dễ dàng thực thi, dễ sử dụng và có độ tin cậy cao.

## 1.2. CÁC ĐẠI LƯỢNG ĐẶC TRUNG VÀ CÁC CHỈ TIÊU CỦA HỆ THỐNG TỰ ĐỘNG ĐIỀU KHIỂN

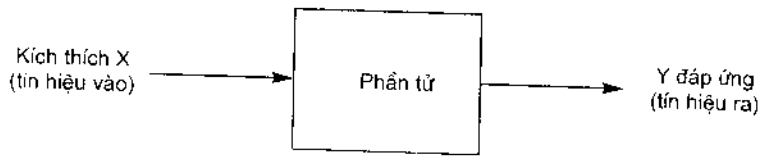
### 1.2.1. Các đại lượng đặc trưng của hệ thống tự động điều khiển

Trên sơ đồ khối của hệ thống tự động điều khiển giới thiệu trên hình 1.1 đã xét tới các tác động trong hệ thống như trình bày ở phần 1.1.1 là:

- Tác động chủ đạo  $x$ ;
- Tác động điều khiển  $u$ ;
- Tác động phản hồi  $x_{ph}$ ;
- Tác động nhiễu loạn  $z$ .

Trong hệ thống điều khiển tự động tác động phản hồi,  $x_{ph}$  ngược dấu với tác động chủ đạo  $x$ , được ký hiệu bằng dấu (-) nên gọi là phản hồi âm. Hệ thống có phản hồi âm có tính ổn định cao. Tín hiệu phản hồi  $x_{ph}$  được so sánh với tín hiệu chủ đạo  $x$  để tạo ra sai lệch  $\epsilon = x - x_{ph}$  phản ánh sai khác giữa trị số đo được của đại lượng ở đầu ra của hệ thống và trị số mong muốn theo yêu cầu. Đại lượng ra  $y$  còn gọi là đại lượng cần điều chỉnh của hệ thống. Đại lượng này được điều khiển để đạt được trị số mong muốn theo yêu cầu  $y_{yc}$  của quá trình điều khiển. Trị số mong muốn theo yêu cầu  $y_{yc}$  này được quyết định bởi giá trị tương ứng  $x$  của tác động chủ đạo ở đầu vào. Đại lượng ra  $y$  cho ta biết thông tin về trạng thái của đối tượng điều khiển. Đại lượng này đo lường được nhờ thiết bị đo (TBD) thường là một thiết bị chuyển phát từ đại lượng không điện thành đại lượng điện.

Để thuận tiện cho việc nghiên cứu, hệ thống tự động điều khiển được phân ra những phần nhỏ gọi là các phân tử của hệ thống. Trên mỗi phân tử có tác động từ bên ngoài lên đầu vào của phân tử được ký hiệu là  $x$ . Tín hiệu này còn được gọi là một kích thích tác động ở đầu vào của phân tử. Còn tín hiệu ở đầu ra thể hiện kết quả của tác động kích thích ở đầu vào của phân tử gọi là tín hiệu ra  $y$ . Tín hiệu ra này còn gọi là đáp ứng của phân tử đối với kích thích  $x$ . Mô hình của phân tử được vẽ trên hình 1.15.



**Hình 1.15:** Phần tử của hệ thống DKFD.

Tương tự ta cũng mở rộng khái niệm về kích thích và đáp ứng của phần tử cho hệ thống.

Một hệ thống không có đáp ứng y ở đầu ra chừng nào chưa được kích thích bởi tín hiệu x ở đầu vào gọi là hệ thống nhân quả.

### 1.2.2. Các chỉ tiêu của hệ thống tự động điều khiển

Khi tiến hành phân tích một hệ thống tự động điều khiển đã được xây dựng phải xét tới tính ổn định của hệ thống đó và chất lượng cần thiết của quá trình điều chỉnh trong hệ thống.

#### a) Ổn định của hệ thống tự động điều khiển

Khi nói đến tính ổn định của hệ thống nghĩa là nói đến tính ổn định của đại lượng cần được điều khiển. Ổn định là chỉ tiêu cơ bản đầu tiên của hệ thống tự động điều khiển và chúng tỏ rằng hệ thống có làm việc được hay không. Một hệ thống được gọi là ổn định nếu sau khi trạng thái cân bằng bị phá vỡ khi có tác động của nhiễu, nó sẽ tự điều chỉnh để trở lại trạng thái cân bằng. Nếu nó không quay trở lại trạng thái cân bằng mà ngược lại đại lượng ở đầu ra là đáp ứng y tiến tới vô cùng thì hệ thống không ổn định. Trạng thái trung gian giữa ổn định và không ổn định gọi là biên giới ổn định. Trong trường hợp này đại lượng ở đầu ra của hệ thống là một dao động có biên độ không đổi.

Vậy điều kiện ổn định của một hệ thống là:  $\lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t) \rightarrow 0$  (hoặc giá trị cố định).

Hệ thống sẽ không ổn định nếu:  $\lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t) \rightarrow \infty$

Hệ thống ở biên giới ổn định nếu:  $\lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t) \rightarrow$  dao động có biên độ không đổi.

Trên hình 1.16 vẽ năm trạng thái quá độ của một hệ thống điều khiển tự động:

Đường 1 - ứng với trạng thái ổn định không dao động của hệ thống.

Đường 2 - ứng với trạng thái ổn định có dao động của hệ thống.

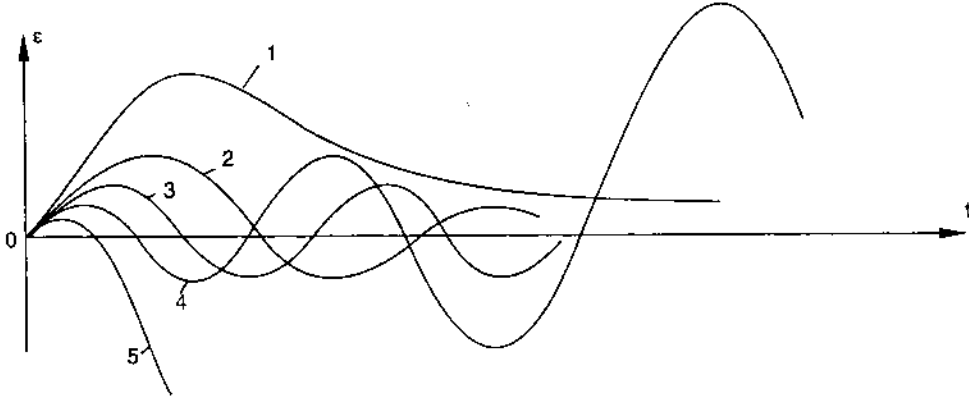
Đường 3 - là trạng thái ở biên giới ổn định.

Đường 4 - là trạng thái không ổn định có dao động.

Đường 5 - là trạng thái không ổn định không dao động.

Thông thường muốn biết một hệ thống tự động điều khiển có ổn định hay không phải giải phương trình vi phân mô tả quá trình động học của nó hay xét các nghiệm của phương trình đặc tính của hệ thống. Vấn đề khảo sát ổn định của hệ thống nhờ các tiêu

chuẩn đại số và các tiêu chuẩn tần số được trình bày ở chương 4 của giáo trình. Ổn định là tính chất bên trong của hệ thống; hệ thống một khi đã ổn định thì không có một tác động nào từ bên ngoài có thể làm cho nó mất ổn định.



**Hình 1.16:** Các trạng thái quá độ ổn định và không ổn định của một hệ thống

*b) Các chỉ tiêu chất lượng quá độ của quá trình điều khiển*

Chất lượng của quá trình quá độ nói lên hệ thống tự động điều khiển có sử dụng được hay không sử dụng được. Có hai loại chỉ tiêu chất lượng sau:

- Chỉ tiêu chất lượng trạng thái tĩnh:

Chất lượng trạng thái tĩnh của một hệ thống được đánh giá bằng sai lệch dư  $\delta$  của quá trình điều khiển hay điều chỉnh; hay còn gọi là sai lệch tĩnh. Đó là sai lệch giữa giá trị mong muốn theo yêu cầu và giá trị đo được của tín hiệu cần điều khiển ở trạng thái xác lập. Nói khác đi đó là giá trị còn tồn tại lại của sai lệch sau khi quá trình điều khiển hoặc điều chỉnh đã kết thúc. Chỉ tiêu này về độ chính xác của điều khiển hay điều chỉnh do yêu cầu của quy trình công nghệ đặt ra mà hệ thống điều khiển nhất thiết phải đáp ứng được. Giá trị của sai lệch dư  $\delta$  được xác định theo quan hệ:

$$\delta = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t)$$

Trong đó  $e(t)$  là sai lệch động tồn tại trong quá trình điều khiển.

- Chỉ tiêu chất lượng trạng thái quá độ:

Chất lượng trạng thái quá độ của điều khiển hay điều chỉnh được đánh giá qua hai chỉ tiêu cơ bản sau:

- + Thời gian kéo dài quá trình quá độ (còn gọi là thời gian điều chỉnh hay độ tác động nhanh của hệ thống).
- + Tính dao động của quá trình quá độ (hay độ quá điều chỉnh).

Ngoài ra một quá trình quá độ điều chỉnh còn có thể được đánh giá tốt hay xấu nhờ các tiêu chuẩn tích phân sai lệch hoặc còn có các chỉ tiêu phụ về năng lượng và về tiêu hao vật tư thiết bị.

Các chỉ tiêu chất lượng trạng thái quá độ được trình bày cụ thể và chi tiết trong chương 5 của giáo trình.



# PHẦN I

## HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN TUYẾN TÍNH LIÊN TỤC

### Chương 2

#### MÔ TẢ TOÁN HỌC CÁC PHẦN TỬ CỦA HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN TUYẾN TÍNH LIÊN TỤC

Để khảo sát về ổn định và về chất lượng của hệ thống tự động điều khiển phải căn cứ vào hệ phương trình vi phân mô tả động học của hệ thống. Khảo sát một hệ phương trình vi phân là công việc phức tạp. Để tiện và đơn giản cho việc nghiên cứu các hệ thống tự động điều khiển người ta sử dụng phương pháp toán tử Laplace để chuyển việc giải một hệ phương trình vi phân trong miền thời gian sang giải hệ phương trình này trong lĩnh vực "lấn số".

Sử dụng phép biến đổi Laplace, nhờ việc chuyển biến số, có thể biến hệ phương trình vi phân thành một hệ phương trình đại số. Khi đó có thể tìm lời giải của hệ phương trình vi phân một cách nhanh chóng hơn. Trong nội dung chương này chỉ đề cập đến một số ứng dụng của phép biến đổi Laplace khi khảo sát một hệ thống tự động điều khiển.

#### 2.1. PHÉP BIẾN ĐỔI LAPLACE THUẬN VÀ NGƯỢC

Nếu hàm số  $f(t)$  của biến số thời gian  $t$  thỏa mãn ba điều kiện sau:

- $f(t) = 0$  khi  $t < 0$ ;
- $f(t)$  xác định và khả vi trong khoảng  $0 \leq t < \infty$ ;
- Luôn luôn tồn tại các trị số dương  $A$  và  $\alpha$  sao cho  $|f(t)| \leq A.e^{\alpha t}$  khi  $0 \leq t < \infty$ .

thì tương ứng với hàm số  $f(t)$  luôn luôn tồn tại một hàm số  $F(p)$  duy nhất với  $p$  là biến số phức:

$$p = \delta + j\omega$$

Hàm số  $F(p)$  gọi là toán tử Laplace (hay ảnh Laplace) của hàm biến số thời gian  $f(t)$  và được biểu diễn bằng ký hiệu:  $\mathcal{L}[f(t)] = F(p)$

hoặc  $F(p) \subset f(t)$

Toán tử Laplace  $F(p)$  của hàm số  $f(t)$  thỏa mãn ba điều kiện nêu ở trên được xác định theo biểu thức tích phân:

$$\mathcal{L}[f(t)] = F(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} \cdot f(t) dt \quad (2-1)$$

Phép biến đổi từ hàm số  $f(t)$  thành ảnh  $F(p)$  theo công thức (2-1) là phép biến đổi Laplace thuận.

Hàm số  $f(t)$  gọi là hàm số gốc. Hàm số  $F(p)$  là hàm số ảnh.

Ngược lại nếu biết hàm số ảnh  $F(p)$  của hàm số gốc  $f(t)$  thì có thể xác định hàm số gốc từ hàm số ảnh theo phép biến đổi Laplace ngược kí hiệu:

$$f(t) = \mathcal{L}^{-1}[F(p)] \text{ hay } f(t) \subset F(p)$$

Công thức để tính hàm gốc theo hàm ảnh như sau:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{a-j\infty}^{a+j\infty} F(p) \cdot e^{pt} dp \quad (2-2)$$

Tóm lại phép biến đổi Laplace thuận chuyển một hàm số theo biến số thời gian thành một hàm số đối số phức. Ngược lại phép biến đổi Laplace ngược chuyển hàm đối số phức thành hàm theo biến số thời gian.

Trong tính toán để thuận tiện, ảnh Laplace của các hàm số gốc thông thường được cho sẵn trong các bảng như sau:

$f(t)$	$F(p)$	$f(t)$	$F(p)$
$K (t > 0)$	$K/p$	$K.t (t > 0)$	$K/p^2$
$e^{-at}$	$1/(p+a)$	$t.e^{-at}$	$1/(p+a)^2$
$\sin \omega t$	$\omega/(p^2 + \omega^2)$	$\cos \omega t$	$p/(p^2 + \omega^2)$
$\sin(\omega t + \theta)$	$\frac{p \sin \theta + \omega \cos \theta}{p^2 + \omega^2}$	$\cos(\omega t + \theta)$	$\frac{p \cos \theta - \omega \sin \theta}{p^2 + \omega^2}$
$e^{-at} \sin \omega t$	$\frac{\omega}{(p+a)^2 + \omega^2}$	$e^{-at} \cos \omega t$	$\frac{p+a}{(p+a)^2 + \omega^2}$
$\sin \omega t$	$\frac{\omega}{p^2 - \omega^2}$	$\cos \omega t$	$\frac{p}{p^2 - \omega^2}$

Có thể nhận xét về các phép biến đổi thuận và biến đổi ngược như sau:

Phép biến đổi thuận (2-1) được áp dụng không hạn chế để xác định ảnh từ hàm gốc.

Phép biến đổi ngược (2-2) áp dụng để xác định hàm gốc từ hàm ảnh hơi phức tạp nên ít được sử dụng. Vì vậy trong phần cuối chương này sẽ giới thiệu bổ sung các phương pháp riêng để xác định hàm gốc  $f(t)$  khi biết hàm ảnh  $F(p)$ .

## 2.2. CÁC TÍNH CHẤT CỦA PHÉP BIẾN ĐỔI LAPLACE

### 2.2.1. Ảnh Laplace của tổng các hàm số

Xét tổng của hai hàm số:  $f(t) = f_1(t) + f_2(t)$

Biến đổi Laplace của tổng này là:

$$F(p) = \mathcal{L}[f(t)] = \int_0^{\infty} f(t) \cdot e^{-pt} dt = \int_0^{\infty} [f_1(t) + f_2(t)] e^{-pt} dt$$

$$F(p) = \int_0^{\infty} f_1(t) e^{-pt} dt + \int_0^{\infty} f_2(t) e^{-pt} dt = \mathcal{L}[f_1(t)] + \mathcal{L}[f_2(t)]$$

$$F(p) = F_1(p) + F_2(p)$$

Vậy ảnh Laplace của tổng các hàm số bằng tổng các ảnh Laplace của các hàm đó.

### 2.2.2. Tính chất tuyến tính

Ta có:  $\mathcal{L}[a \cdot f_1(t) + b \cdot f_2(t)] = a \mathcal{L}[f_1(t)] + b \mathcal{L}[f_2(t)] = a \cdot F_1(p) + b \cdot F_2(p)$

### 2.2.3. Ảnh Laplace của đạo hàm $\mathcal{L}\left[\frac{df(t)}{dt}\right]$

Từ biểu thức (2-1) ta có công thức tích phân để xác định ảnh Laplace của  $\frac{df(t)}{dt}$  như sau:

$$\mathcal{L}\left[\frac{df(t)}{dt}\right] = \int_0^{\infty} e^{-pt} \cdot \frac{df(t)}{dt} \cdot dt = \int_0^{\infty} e^{-pt} f'(t) dt$$

Muốn tìm giá trị của tích phân này ta nhân 2 vế của biểu thức (2-1) với  $p$ :

$$p \cdot F(p) = p \cdot \int_0^{\infty} f(t) \cdot e^{-pt} dt$$

rồi nhờ tích phân phân đoạn có thể viết:

$$pF(p) = \left[ p \cdot \left( -\frac{e^{-pt}}{p} \right) \cdot f(t) \right] \Big|_0^{\infty} + \int_0^{\infty} e^{-pt} f'(t) dt$$

$$pF(p) = f(0) + \int_0^{\infty} e^{-pt} f'(t) dt$$

từ đó suy ra:

$$\int_0^{\infty} e^{-pt} f'(t) dt = p.F(p) - f(0)$$

hoặc 
$$\mathcal{L}\left[\frac{df(t)}{dt}\right] = pF(p) - f(0) \quad (2-3)$$

Khi  $f(0) = 0$  thì 
$$\mathcal{L}\left[\frac{df(t)}{dt}\right] = p.F(p)$$

Nếu đặt 
$$\mathcal{L}\left[\frac{df(t)}{dt}\right] = F'(p)$$
 ta có:

$$F'(p) = pF(p) \quad (2-4)$$

Một cách tương tự có thể tìm ảnh Laplace của  $\frac{d^2 f(t)}{dt^2}$ :

$$\mathcal{L}\left[\frac{d^2 f(t)}{dt^2}\right] = F''(p) = p.F'(p) - f'(0) = p[p.F(p) - f(0)] - f'(0)$$

$$\mathcal{L}\left[\frac{d^2 f(t)}{dt^2}\right] = F''(p) = p^2 F(p) - pf(0) - f'(0)$$

Từ đó suy ra ảnh Laplace của  $\frac{d^n f(t)}{dt^n}$ :

$$\mathcal{L}\left[\frac{d^n f(t)}{dt^n}\right] = F^{(n)}(p) = p^n F(p) - p^{n-1} f(0) - p^{n-2} f'(0) - \dots - f^{(n-1)}(0)$$

#### 2.2.4. Ảnh Laplace của tích phân: $\mathcal{L}\left[\int f(t) dt\right]$

Theo (2-1) ta có biểu thức: 
$$\mathcal{L}\left[\int f(t) dt\right] = \int_0^{\infty} e^{-pt} \left[\int f(t) dt\right] dt$$

Áp dụng phép tích phân phân đoạn:

$$\mathcal{L}\left[\int f(t) dt\right] = \left[\frac{-e^{-pt}}{p} \cdot \int f(t) dt\right] \Big|_0^{\infty} - \int_0^{\infty} \left(\frac{-e^{-pt}}{p}\right) f(t) dt$$

$$\mathcal{L}\left[\int f(t) dt\right] = \left[\frac{1}{p} \cdot \int f(t) dt\right]_{t=0} + \frac{1}{p} \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$$

$$\mathcal{L}[\int f(t) dt] = \left[ \frac{1}{p} \cdot \int f(t) dt \right]_{t=0} + \frac{F(p)}{p} \quad (2-5)$$

nếu  $(\int f(t) dt)_{t=0} = 0$  thì:

$$\mathcal{L}[\int f(t) dt] = \frac{F(p)}{p} \quad (2-6)$$

### 2.2.5. Các định lí về giá trị bờ $f(0)$ ; $f(\infty)$ của $f(t)$

Đôi khi chỉ cần quan tâm đến các giá trị của hàm  $f(t)$  tại hai bờ khi  $t = 0$  và  $t = \infty$  là  $f(0)$  và  $f(\infty)$  mà không cần biết xem hàm  $f(t)$  biến thiên như thế nào trong thời gian quá độ.

a) Định lí về giá trị ban đầu  $f(0)$  khi  $t = 0$

Như đã trình bày ở phần trên:

$$\mathcal{L}\left[\frac{df(t)}{dt}\right] = \int_0^{\infty} e^{-pt} \frac{df(t)}{dt} dt = p \cdot F(p) - f(0)$$

Xét giới hạn sau:

$$\lim_{p \rightarrow \infty} \int_0^{\infty} e^{-pt} \frac{df(t)}{dt} dt = \lim_{p \rightarrow \infty} [p \cdot F(p) - f(0)]$$

khi  $t \rightarrow \infty$  thì  $e^{-pt} \rightarrow 0$ . Do đó ta có:

$$\lim_{p \rightarrow \infty} [p \cdot F(p) - f(0)] = 0$$

vì  $f(0)$  là một trị số không đổi nên:

$$f(0) = \lim_{p \rightarrow \infty} p \cdot F(p) \quad (2-7)$$

b) Định lí về giá trị xác lập  $f(\infty)$  khi  $t = \infty$

Cũng như trên xét giới hạn:

$$\lim_{p \rightarrow 0} \int_0^{\infty} e^{-pt} \frac{df(t)}{dt} dt = \lim_{p \rightarrow 0} [p \cdot F(p) - f(0)]$$

Xét giới hạn: 
$$\lim_{p \rightarrow 0} \int_0^{\infty} e^{-pt} \frac{df(t)}{dt} dt = \int_0^{\infty} df(t) = f(\infty) - f(0)$$

Vậy: 
$$f(\infty) - f(0) = \lim_{p \rightarrow 0} [p \cdot F(p) - f(0)]$$

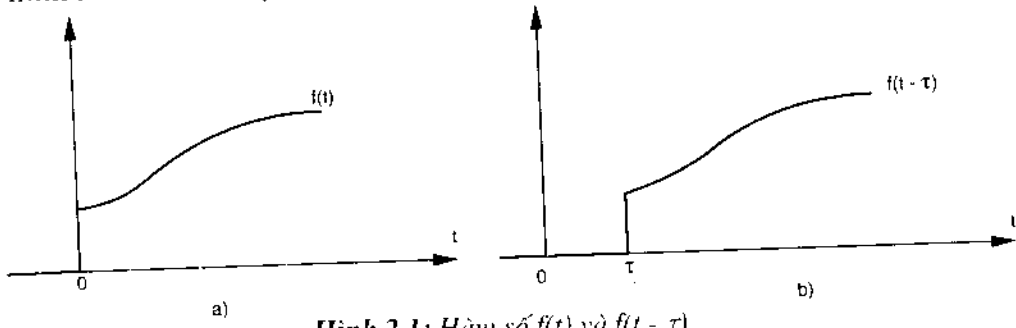
suy ra:

$$f(\infty) = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot F(p) \quad (2-8)$$

### 2.2.6. Định lí dịch gốc

Cho hàm  $f(t)$  xuất hiện tại  $t = 0$  có ảnh là  $F(p)$ . Xét ảnh của hàm  $f(t - \tau)$  xuất hiện tại  $t = \tau$ .  
Trên hình 2.1a vẽ đồ thị của  $f(t)$ .

Trên hình 2.1.b vẽ đồ thị của  $f(t - \tau)$ .



Hình 2.1: Hàm số  $f(t)$  và  $f(t - \tau)$

Từ quan hệ (2-1) ta có:

$$\mathcal{L}[f(t - \tau)] = \int_0^{\infty} f(t - \tau) e^{-pt} dt$$

vì trong khoảng  $0 \leq t \leq \tau$  thì  $f(t - \tau) = 0$  nên:

$$\mathcal{L}[f(t - \tau)] = \int_{\tau}^{\infty} f(t - \tau) e^{-pt} dt$$

đặt  $(t - \tau) = t'$  có thể viết:

$$\mathcal{L}[f(t - \tau)] = \int_0^{\infty} f(t') e^{-p(t'+\tau)} dt' = e^{-p\tau} \int_0^{\infty} f(t') e^{-pt'} dt'$$

Kết quả:

$$\mathcal{L}[f(t - \tau)] = e^{-p\tau} \cdot F(p)$$

### 2.2.7. Định lí dịch ảnh

Khi nhân hàm số gốc  $f(t)$  với  $e^{\pm\lambda t}$  thì tương ứng phải dịch chuyển biến số phức  $p$  một lượng  $\mp \lambda$  trên mặt phẳng phức đối với hàm số ảnh  $F(p)$ .

Thực vậy: 
$$\mathcal{L}[f(t)] = \int_0^{\infty} f(t) e^{-pt} dt = F(p)$$

còn 
$$\mathcal{L}[f(t) \cdot e^{\pm\lambda t}] = \int_0^{\infty} f(t) \cdot e^{\pm\lambda t} \cdot e^{-pt} dt$$

$$\mathcal{L}[f(t) \cdot e^{\pm\lambda t}] = \int_0^{\infty} f(t) \cdot e^{-(p \mp \lambda)t} dt = F(p \mp \lambda)$$

Vậy:

$$\mathcal{L}[f(t).e^{\pm \lambda t}] = F(p \mp \lambda) \quad (2-9)$$

### 2.2.8. Ảnh Laplace của tích xếp $f(t) * g(t)$

Cho các hàm nhân quả  $f(t)$  và  $g(t)$ :

$$\left. \begin{array}{l} f(t) = 0 \\ g(t) = 0 \end{array} \right\} \text{với } t < 0.$$

Ảnh Laplace của chúng:  $F(p) = \mathcal{L}[f(t)]; G(p) = \mathcal{L}[g(t)]$ .

Tích của các ảnh  $F(p).G(p)$  không phải là ảnh của tích các hàm  $f(t).g(t)$  mà là ảnh của tích xếp hai hàm này kí hiệu  $f(t) * g(t)$ :

$$F(p) . G(p) = \mathcal{L}[f(t) * g(t)] \quad (2-10)$$

Trong đó tích xếp của  $f(t)$  và  $g(t)$  xác định theo biểu thức:

$$f(t) * g(t) = \int_0^{\infty} f(t - \tau)g(\tau) d(t - \tau) = \int_0^{\infty} f(\tau)g(t - \tau) d(t - \tau)$$

Thực vậy theo (2-1):

$$\mathcal{L}[f(t) * g(t)] = \int_0^{\infty} \left[ \int_0^{\infty} f(t - \tau).g(\tau) d(t - \tau) \right] e^{-pt} dt$$

đặt  $(t - \tau) = x$  thì  $d(t - \tau) = dx$  và  $\tau = (t - x)$ .

$$\begin{aligned} \text{Ta có} \quad \mathcal{L}[f(t) * g(t)] &= \int_0^{\infty} \left[ e^{-pt} \int_0^{\infty} f(x) . g(t - x) dt \right] dx \\ &= \int_0^{\infty} f(x) \left[ \int_0^{\infty} g(t - x) e^{-pt} dt \right] dx \end{aligned}$$

theo định lí dịch gốc thì:  $\int_0^{\infty} g(t - x) e^{-pt} dt = G(p).e^{-px}$

Do đó:

$$\mathcal{L}[f(t) * g(t)] = \int_0^{\infty} f(x) . G(p) . e^{-px} dx = F(p) . G(p)$$

### 2.2.9. Định lí tương tự

Ta có thể chứng tỏ rằng việc tăng thời gian  $t$  lên  $a$  lần tương ứng với việc giảm đối số phức  $a$  lần và giảm ảnh  $F(p)$   $a$  lần. Ta có:



$$\mathcal{L}\{f(t)\} = F(p) = \int_0^{\infty} f(t) \cdot e^{-pt} dt$$

Còn 
$$\mathcal{L}\{f(at)\} = \int_0^{\infty} f(at) \cdot e^{-pt} dt = \int_0^{\infty} f(at) \cdot e^{-p \cdot at} \cdot \frac{1}{a} d(at)$$

Nếu đặt  $at = t'$  thì:

$$\mathcal{L}\{f(at)\} = \frac{1}{a} \int_0^{\infty} f(t') \cdot e^{-p \cdot t'} dt' = \frac{1}{a} F\left(\frac{p}{a}\right)$$

Kết quả:

$$\mathcal{L}\{f(at)\} = \frac{1}{a} F\left(\frac{p}{a}\right)$$

## 2.3. XÁC ĐỊNH ẢNH CỦA MỘT VÀI HÀM SỐ. HÀM BƯỚC NHẢY

### 2.3.1. Hàm bước nhảy đơn vị $1(t)$ và hàm bước nhảy $A(t)$

Hàm bước nhảy đơn vị  $1(t)$  còn gọi là hàm Heaviside là hàm số sau đây:

$$f(t) = 1(t) = \begin{cases} 0 & \text{với } t < 0 \\ 1 & \text{với } t \geq 0 \end{cases}$$

Nếu hàm bước nhảy đơn vị xuất hiện với thời gian chậm trễ  $\tau$ , ta có hàm số:

$$f(t - \tau) = 1(t - \tau) = \begin{cases} 0 & \text{với } t < \tau \\ 1 & \text{với } t \geq \tau \end{cases}$$

Nếu bước nhảy có giá trị bằng  $A$ , ta có hàm bước nhảy:

$$A(t) = A \cdot 1(t)$$

hoặc

$$A(t - \tau) = A \cdot 1(t - \tau)$$

Trên hình 2.2 trình bày đồ thị các hàm bước nhảy  $1(t)$ ,  $1(t - \tau)$ ,  $A(t)$  và  $A(t - \tau)$ .

Hàm bước nhảy  $A(t)$  có ảnh là:

$$\mathcal{L}[A(t)] = \mathcal{L}[A \cdot 1(t)] = \int_0^{\infty} A \cdot e^{-pt} dt = A \left( \frac{-e^{-pt}}{p} \right) \Bigg|_0^{\infty} = \frac{A}{p}$$

Vậy:

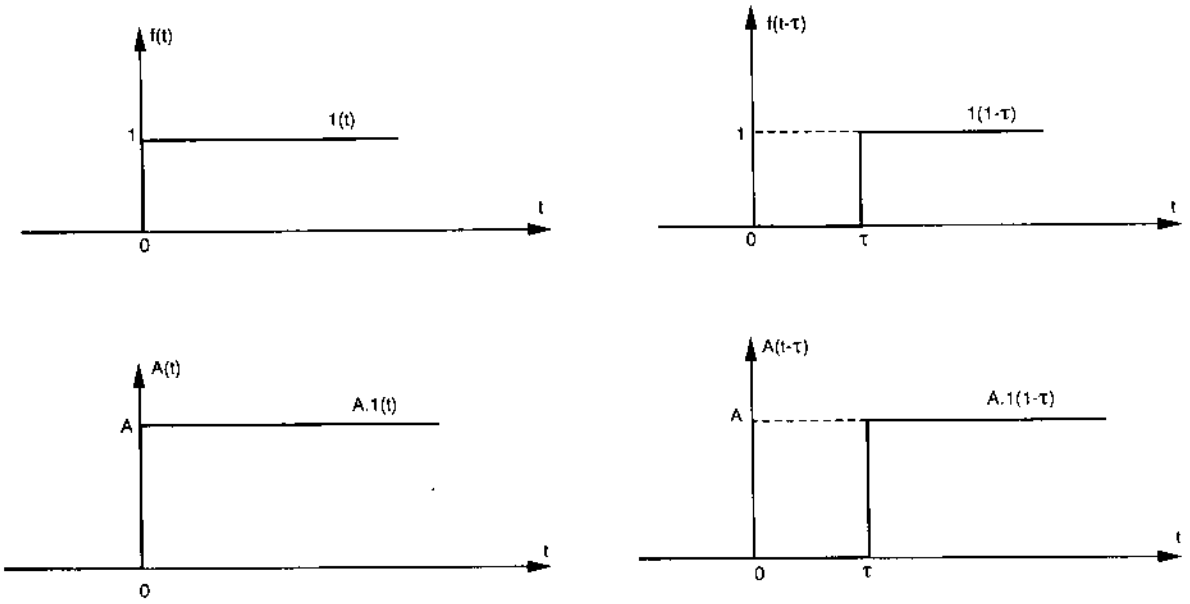
$$\mathcal{L}[A \cdot 1(t)] = \frac{A}{p}$$

$$\mathcal{L}[A \cdot 1(t - \tau)] = \frac{A}{p} \cdot e^{-p\tau}$$

Khi  $A = 1$  ta có ảnh của hàm bước nhảy đơn vị:

$$\mathcal{L}[1(t)] = \frac{1}{p}$$

$$\mathcal{L}[1(t - \tau)] = \frac{1}{p} \cdot e^{-p\tau}$$



Hình 2.2: Các hàm số  $1(t)$ ,  $1(t - \tau)$ ,  $A(t)$  và  $A(t - \tau)$

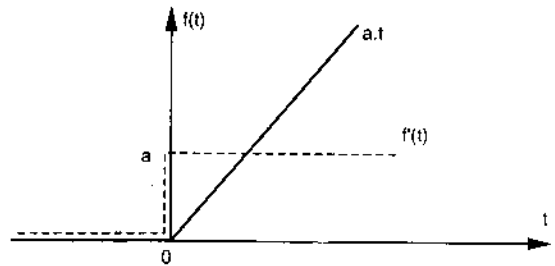
### 2.3.2. Ảnh của hàm số bậc nhất $f(t) = a \cdot t$ (hình 2.3)

Đạo hàm của hàm bậc nhất:  $f'(t) = a$   
là hàm bước nhảy có bước nhảy  $a$ .

Ảnh của  $f'(t)$  là:

$$\mathcal{L}[f'(t)] = \frac{a}{p} = F'(p)$$

Áp dụng công thức xác định ảnh của đạo hàm 2-4 ta có:  $F(p) = \frac{F'(p)}{p}$



Hình 2.3: Hàm bậc nhất  $at$  và đạo hàm của nó

Vậy: 
$$\mathcal{L}[f(t)] = \mathcal{L}[at] = \frac{a}{p^2}$$

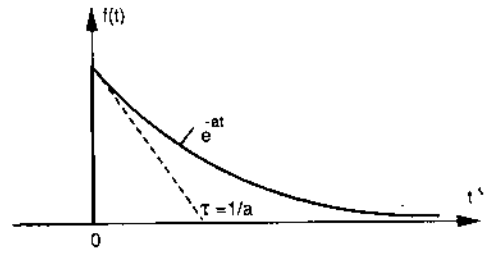
### 2.3.3. Ảnh của hàm số mũ $f(t) = e^{-at}$ (hình 2.4)

Ta có thể viết  $f(t) = 1(t) \cdot e^{-at}$

Biết rằng ảnh  $\mathcal{L}[1(t)] = \frac{1}{p}$  có thể suy ra

ảnh của  $e^{-at}$  nhờ định lí dịch ảnh với công thức (2-9):

$$\mathcal{L}[e^{-at}] = \mathcal{L}[1(t) \cdot e^{-at}] = \frac{1}{p+a}$$



Hình 2.4: Hàm số mũ  $e^{-at}$

### 2.3.4. Ảnh của các hàm số $\sin \omega t$ , $\cos \omega t$

$$F(p) = \mathcal{L}[\sin \omega t] = \int_0^{\infty} \sin \omega t \cdot e^{-pt} dt = \left[ e^{-pt} \frac{-p \sin \omega t - \omega \cos \omega t}{p^2 + \omega^2} \right] \Big|_0^{\infty} = \frac{\omega}{p^2 + \omega^2}$$

Tương tự:

$$F(p) = \mathcal{L}[\cos \omega t] = \int_0^{\infty} \cos \omega t \cdot e^{-pt} dt = \left[ e^{-pt} \frac{\omega \sin \omega t - p \cos \omega t}{p^2 + \omega^2} \right] \Big|_0^{\infty} = \frac{p}{p^2 + \omega^2}$$

### 2.3.5. Ảnh của các hàm số $e^{-\alpha t} \sin \omega t$ và $e^{-\alpha t} \cos \omega t$

Biết  $\mathcal{L}[\sin \omega t] = \frac{\omega}{p^2 + \omega^2}$ ;  $\mathcal{L}[\cos \omega t] = \frac{p}{p^2 + \omega^2}$ . Sử dụng định lí dịch ảnh ta có:

$$\mathcal{L}[e^{-\alpha t} \sin \omega t] = \frac{\omega}{(p+\alpha)^2 + \omega^2}$$

$$\mathcal{L}[e^{-\alpha t} \cos \omega t] = \frac{(p+\alpha)}{(p+\alpha)^2 + \omega^2}$$

### 2.3.6. Ảnh của shot và chot

Từ các công thức toán học:  $\sin j\omega t = j \text{shot}$

$$\cos j\omega t = \text{chot}$$

Ta có thể áp dụng các biểu thức xác định ảnh của  $\sin \omega t$  và  $\cos \omega t$  ở trên để tính:

$$\mathcal{L}[\sin j\omega t] = \frac{j\omega}{p^2 + (j\omega)^2} = j \frac{\omega}{p^2 - \omega^2}$$

$$\mathcal{L}[\cos j\omega t] = \frac{p}{p^2 + (j\omega)^2} = \frac{p}{p^2 - \omega^2}$$

Do đó suy ra: 
$$\mathcal{L}[\text{sh}\omega t] = \frac{\omega}{p^2 - \omega^2}$$

$$\mathcal{L}[\text{ch}\omega t] = \frac{p}{p^2 - \omega^2}$$

### 2.3.7. Ảnh của $e^{-\alpha t} \text{sh}\omega t$ và $e^{-\alpha t} \text{ch}\omega t$

Theo định lí dịch ảnh ta có:

$$\mathcal{L}[e^{-\alpha t} \text{sh}\omega t] = \frac{\omega}{(p + \alpha)^2 - \omega^2}$$

$$\mathcal{L}[e^{-\alpha t} \text{ch}\omega t] = \frac{p}{(p + \alpha)^2 - \omega^2}$$

### 2.3.8. Ảnh của hàm số $t^n$

Ta biết ảnh của hàm Heaviside  $f(t) = 1(t)$  là:

$$\mathcal{L}[1(t)] = \frac{1}{p}$$

Tích phân của hàm bước nhảy có ảnh:

$$\mathcal{L}\left[\int 1(t) dt\right] = \mathcal{L}\left[\frac{t}{1}\right] = \mathcal{L}\left[\frac{t}{1!}\right] = \frac{1}{p^2}$$

Tương tự: 
$$\mathcal{L}\left[\int \frac{t}{1!} dt\right] = \mathcal{L}\left[\frac{t^2}{1.2}\right] = \mathcal{L}\left[\frac{t^2}{2!}\right] = \frac{1}{p^3}$$

$$\mathcal{L}\left[\int \frac{t^2}{2!} dt\right] = \mathcal{L}\left[\frac{t^3}{1.2.3}\right] = \mathcal{L}\left[\frac{t^3}{3!}\right] = \frac{1}{p^4}$$

---


$$\mathcal{L}\left[\int \frac{t^{n-1}}{(n-1)!} dt\right] = \mathcal{L}\left[\frac{t^n}{1.2.3\dots n}\right] = \mathcal{L}\left[\frac{t^n}{n!}\right] = \frac{1}{p^{(n+1)}}$$

Vậy 
$$\mathcal{L}[t^n] = \frac{n!}{p^{(n+1)}}$$

### 2.3.9. Ảnh của hàm $e^{-\alpha t} \cdot t^n$

Theo định lí dịch ảnh thì:

$$\mathcal{L}[e^{-\alpha t} \cdot t^n] = \frac{n!}{(p + \alpha)^{(n+1)}}$$

do vậy suy ra được:

$$\mathcal{L}[e^{-\alpha t} \cdot t] = \frac{1}{(p+\alpha)^2}$$

$$\mathcal{L}[e^{-\alpha t} \cdot t^2] = \frac{2}{(p+\alpha)^3}$$

## 2.4. ỨNG DỤNG ĐỊNH LÝ ẢNH LAPLACE CỦA MỘT SỐ TÍN HIỆU THÔNG THƯỜNG

### 2.4.1. Ảnh của tín hiệu chữ nhật (hình 2.5)

Tín hiệu chữ nhật:

$$f(t) = \begin{cases} 1 & \text{khi } 0 \leq t \leq \tau \\ 0 & \text{khi } t < 0 \text{ và } t > \tau \end{cases}$$

được xem là tổng của các hàm bước nhảy  $f_1(t)$  và  $f_2(t)$ :

$$f(t) = f_1(t) + f_2(t)$$

Trong đó:

$$f_1(t) = \begin{cases} 1 & \text{khi } t \geq 0 \\ 0 & \text{khi } t < 0 \end{cases}$$

hay  $f_1(t) = 1(t)$  là hàm bước nhảy đơn vị;

$$f_2(t) = \begin{cases} -1 & \text{khi } t \geq \tau \\ 0 & \text{khi } t < \tau \end{cases}$$

$f_2(t)$  là hàm bước nhảy với bước nhảy bằng -1 và thời gian trễ bằng  $\tau$ :  $f_2(t) = -1(t - \tau)$

Ảnh Laplace của các hàm này là:

$$\mathcal{L}[f_1(t)] = \frac{1}{p}; \quad \mathcal{L}[f_2(t)] = -\frac{1}{p} e^{-p\tau}$$

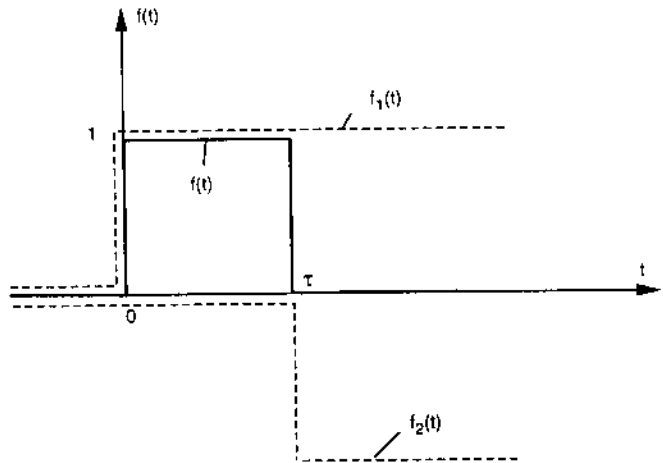
Do vậy:

$$\mathcal{L}[f(t)] = \mathcal{L}[f_1(t)] + \mathcal{L}[f_2(t)]$$

$$\mathcal{L}[f(t)] = \frac{1}{p} - \frac{1}{p} e^{-p\tau} = \frac{1}{p}(1 - e^{-p\tau})$$

### 2.4.2. Ảnh của một sóng xoay chiều chữ nhật

Một sóng xoay chiều chữ nhật  $f(t)$  như vẽ trên hình 2.6 có thể xem là tổng của hai tín hiệu chữ nhật  $f_1(t)$  và  $f_2(t)$ :  $f(t) = f_1(t) + f_2(t)$



Hình 2.5: Tín hiệu chữ nhật

Ảnh của  $f(t)$  là:  $F(p) = F_1(p) + F_2(p)$

Biết rằng:  $F_1(p) = \frac{1}{p} (1 - e^{-p\tau})$

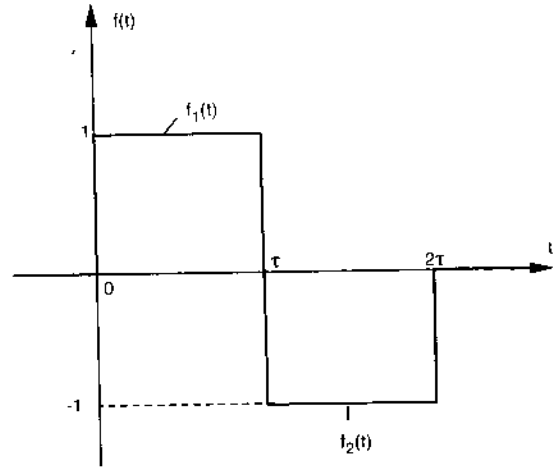
$$F_2(p) = -\frac{1}{p} (1 - e^{-p\tau}) \cdot e^{-p\tau}$$

suy ra:

$$F(p) = \frac{1}{p} (1 - e^{-p\tau}) - \frac{1}{p} (1 - e^{-p\tau}) \cdot e^{-p\tau}$$

Sau khi biến đổi ta có:

$$F(p) = \frac{1}{p} (1 - e^{-p\tau})^2$$



Hình 2.6: Sóng xoay chiều chữ nhật

### 2.4.3. Ảnh của tín hiệu $f(t)$ biến thiên tuần hoàn với chu kỳ $T$

Một tín hiệu  $f(t)$  biến thiên tuần hoàn với chu kỳ  $T$  như vẽ trên hình 2.7 có thể xem là tổng của  $n$  tín hiệu xoay chiều, tín hiệu sau xuất hiện chậm so với tín hiệu trước một khoảng thời gian  $2\tau$ .

$$f(t) = f_1(t) + f_2(t) + f_3(t) + \dots + f_n(t)$$

do đó  $F(p) = F_1(p) + F_2(p) + F_3(p) + \dots + F_n(p)$

Như vừa xét trong mục 2.4.2 ở trên, ảnh của sóng xoay chiều thứ nhất:

$$F_1(p) = \frac{1}{p} (1 - e^{-p\tau})^2$$

Do đó ảnh của các sóng tiếp theo là:

$$F_2(p) = \frac{1}{p} (1 - e^{-p\tau}) \cdot e^{-2p\tau} = \frac{1}{p} (1 - e^{-p\tau}) \cdot e^{-p\tau} = F_1(p) e^{-p\tau}$$

Trong đó  $T = 2\tau$ .

Tương tự:  $F_3(p) = F_1(p) e^{-2p\tau}$

$F_4(p) = F_1(p) e^{-3p\tau}$

.....

$F_n(p) = F_1(p) e^{-(n-1)p\tau}$

Kết quả:

$$F(p) = F_1(p) [1 + e^{-p\tau} + e^{-2p\tau} + e^{-3p\tau} + \dots + e^{-(n-1)p\tau}]$$

Đặt  $Z = e^{-pT}$  ta có:

$$F(p) = F_1(p)[1 + Z + Z^2 + Z^3 + \dots + Z^{(n-1)}]$$

vì  $Z = \frac{1}{e^{pT}} < 1$  nên tổng các số hạng của chuỗi:

$$1 + Z + Z^2 + Z^3 + \dots + Z^{(n-1)} = (1 - Z)^{-1}$$

Vậy một hàm  $f(t)$  biến thiên tuần hoàn với chu kỳ  $T$  có ảnh là:

$$F(p) = F_1(p) \cdot \frac{1}{(1 - e^{-pT})}$$

Trong đó  $F_1(p)$  là ảnh của chu kỳ đầu tiên của hàm số  $f(t)$ .

Nếu  $f(t)$  là hàm số xoay chiều chữ nhật thì:

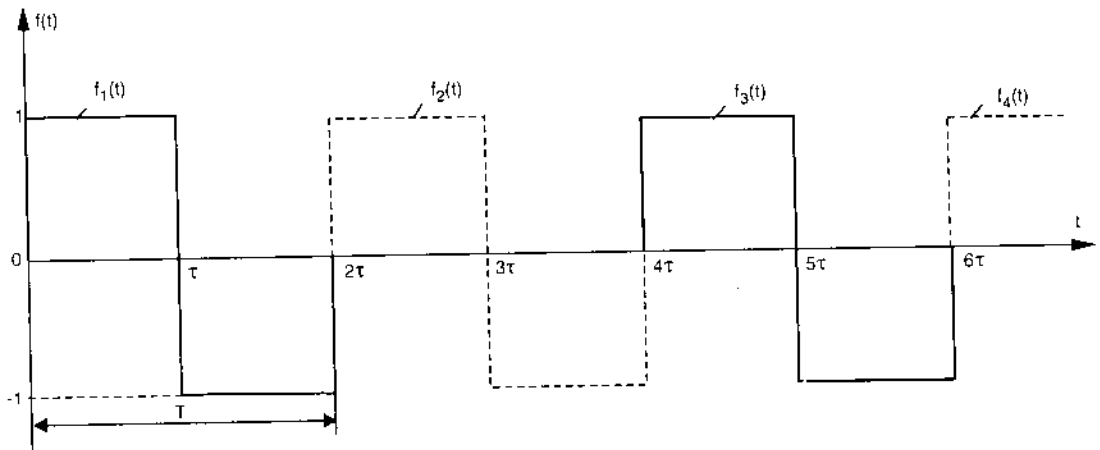
$$F_1(p) = \frac{1}{p}(1 - e^{-p\tau})^2$$

và

$$F(p) = \frac{1}{p}(1 - e^{-p\tau})^2 \cdot \frac{1}{(1 - e^{-pT})} \text{ với } T = 2\tau$$

$$F(p) = \frac{1}{p}(1 - e^{-p\tau})^2 \cdot \frac{1}{(1 - e^{-2p\tau})} = \frac{1}{p} \cdot \frac{(1 - e^{-p\tau})(1 - e^{-p\tau})}{(1 - e^{-p\tau})(1 + e^{-p\tau})}$$

$$F(p) = \frac{1}{p} \frac{(1 - e^{-p\tau})}{(1 + e^{-p\tau})} = \frac{1}{p} \operatorname{tgh}\left(p \cdot \frac{\tau}{2}\right)$$



**Hình 2.7:** Tín hiệu tuần hoàn với chu kỳ  $T$

## 2.5. XUNG ĐƠN VỊ (XUNG DIRAC) VÀ ẢNH CỦA XUNG ĐƠN VỊ

### 2.5.1. Định nghĩa hàm xung đơn vị $\delta(t)$

Hàm xung đơn vị  $\delta(t)$  còn gọi là hàm xung Dirac.

Trong lý thuyết tự động hóa, hàm bước nhảy  $1(t)$ ,  $A(t)$  đóng vai trò quan trọng trong việc tạo ra các tín hiệu vào nhờ các thuật toán đạo hàm, tích phân.

a) Tạo tín hiệu vào nhờ tích phân hàm bước nhảy đơn vị  $1(t)$

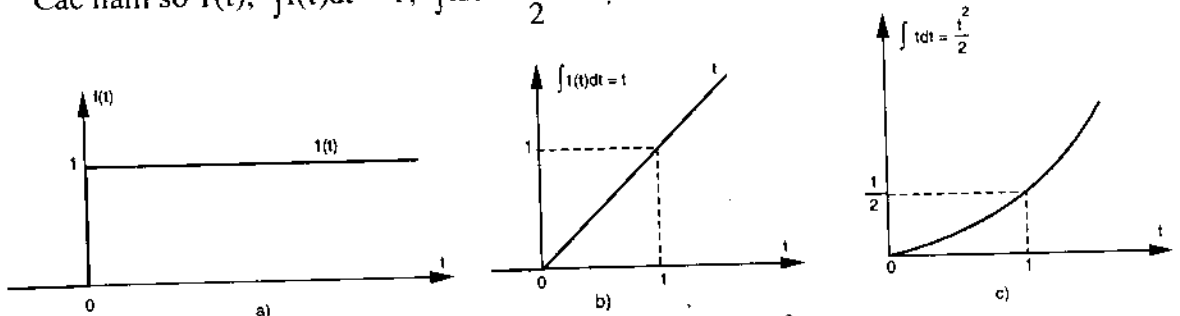
- Khi thực hiện phép lấy tích phân hàm bước nhảy đơn vị  $1(t)$  ta được một hàm bậc nhất đơn vị:

$$\int 1(t) dt = t$$

- Khi thực hiện phép lấy tích phân lần thứ hai của hàm  $1(t)$ , hay lấy tích phân của hàm bậc nhất đơn vị  $t$  ta được hàm parabol đơn vị:

$$\int t dt = \frac{t^2}{2}$$

Các hàm số  $1(t)$ ,  $\int 1(t) dt = t$ ,  $\int t dt = \frac{t^2}{2}$  được vẽ trên hình 2.8a, b, c.



Hình 2.8: Các hàm số  $1(t)$ ;  $t$  và  $\frac{t^2}{2}$

b) Tạo hàm xung đơn vị nhờ đạo hàm của hàm bước nhảy đơn vị  $1(t)$

Hàm bước nhảy đơn vị có bước nhảy đột biến  $\Delta f = 1$  tại thời điểm  $t = 0$  cho nên đạo hàm của hàm  $1(t)$ :

$$\frac{d1(t)}{dt} = \begin{cases} 0 & \text{khi } t \neq 0 \\ \infty & \text{khi } t = 0 \end{cases}$$

Hàm số như vậy gọi là hàm xung đơn vị:  $\delta(t) = \frac{d1(t)}{dt}$

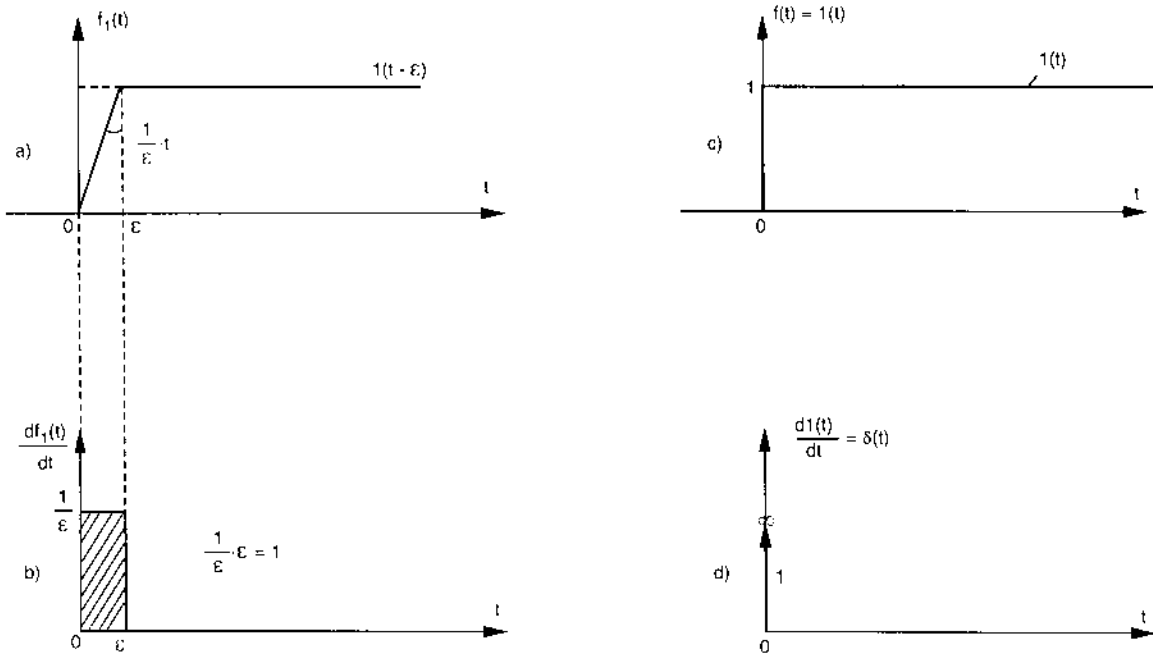
### 2.5.2. Bản chất của hàm xung đơn vị $\delta(t)$

Để hiểu rõ bản chất của hàm xung đơn vị  $\delta(t)$ , ta thay gần đúng hàm bước nhảy  $1(t)$  bằng hàm  $f_1(t)$  gồm hàm bậc nhất  $\frac{1}{\epsilon}t$  nối tiếp với hàm  $1(t - \epsilon)$ , với  $\epsilon$  là khoảng thời gian vô cùng nhỏ như thể hiện trên hình 2.9a.

Xét đạo hàm của hàm số  $f_1(t)$ :

Khi lấy đạo hàm  $\frac{df_1(t)}{dt}$  ta được một tín hiệu là xung chữ nhật có bề rộng  $\epsilon$  rất nhỏ và có biên độ  $\frac{1}{\epsilon}$  rất lớn. Xung này có diện tích bằng  $\frac{1}{\epsilon} \epsilon = 1$  như thể hiện trên hình 2.9b.





**Hình 2.9:** Các hàm  $f_1(t)$  và  $\frac{df_1(t)}{dt}$ ;  $1(t)$  và  $\frac{d1(t)}{dt} = \delta(t)$

Khi cho  $\epsilon$  tiến đến không:  $\epsilon \rightarrow 0$  thì  $\lim_{\epsilon \rightarrow 0} f_1(t) = 1(t)$  và  $\lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{df_1(t)}{dt} = \frac{d1(t)}{dt} = \delta(t)$ .

Vậy hàm xung đơn vị  $\delta(t)$  là một xung chữ nhật có biên độ vô cùng lớn, vì khi  $\epsilon \rightarrow 0$  thì  $\frac{1}{\epsilon} = \infty$ , và có bề rộng  $\epsilon$  vô cùng nhỏ, nhưng diện tích của xung  $\delta(t)$  này bằng  $\epsilon \times \frac{1}{\epsilon} = 1$ . Một hàm xung  $\delta(t)$  như thế được kí hiệu bởi một mũi tên mang con số 1, chính bằng bước nhảy của hàm bước nhảy đơn vị tại  $t = 0$  như thể hiện trên hình 2.9d.

Tương tự ta suy ra:

$$\frac{d1(t - \tau)}{dt} = \delta(t - \tau)$$

$\delta(t - \tau)$  là xung đơn vị xuất hiện tại  $t = \tau$ , có thời gian trễ bằng  $\tau$ .

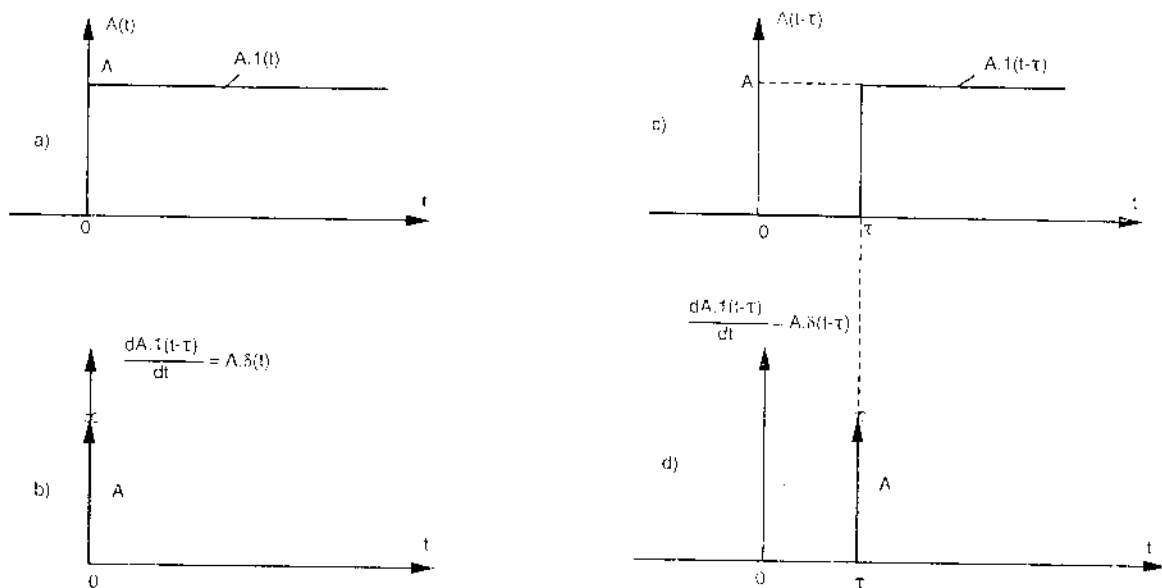
$$\frac{dA \cdot 1(t)}{dt} = A \cdot \delta(t)$$

$A \cdot \delta(t)$  là xung có diện tích gấp A lần xung  $\delta(t)$ .

$$\frac{dA \cdot 1(t - \tau)}{dt} = A \cdot \delta(t - \tau)$$

$A \cdot \delta(t - \tau)$  là xung có thời gian trễ bằng  $\tau$  và có diện tích gấp A lần xung  $\delta(t - \tau)$ .

Trên hình 2.10a, b, c, d biểu diễn các hàm bước nhảy  $A \cdot 1(t)$ ;  $A \cdot 1(t - \tau)$  cùng các đạo hàm của chúng là các hàm xung  $A \cdot \delta(t)$  và  $A \cdot \delta(t - \tau)$ .



Hình 2.10: Các hàm bậc nhảy  $A.I(t)$ ;  $A.I(t - \tau)$  và các đạo hàm tương ứng

$$\frac{dA.I(t)}{dt} = A.\delta(t) \qquad \frac{dA.I(t - \tau)}{dt} = A.\delta(t - \tau)$$

### 2.5.3. Ảnh Laplace của hàm xung đơn vị $\mathcal{L}[\delta(t)]$

Vì  $\delta(t) = \frac{dl(t)}{dt}$ . Biết  $\mathcal{L}[l(t)] = \frac{1}{p} = F(p)$  do đó  $\mathcal{L}[\delta(t)] = \mathcal{L}\left[\frac{dl(t)}{dt}\right] = p.F(p) = p \cdot \frac{1}{p} = 1$

Vậy  $\mathcal{L}[\delta(t)] = 1$

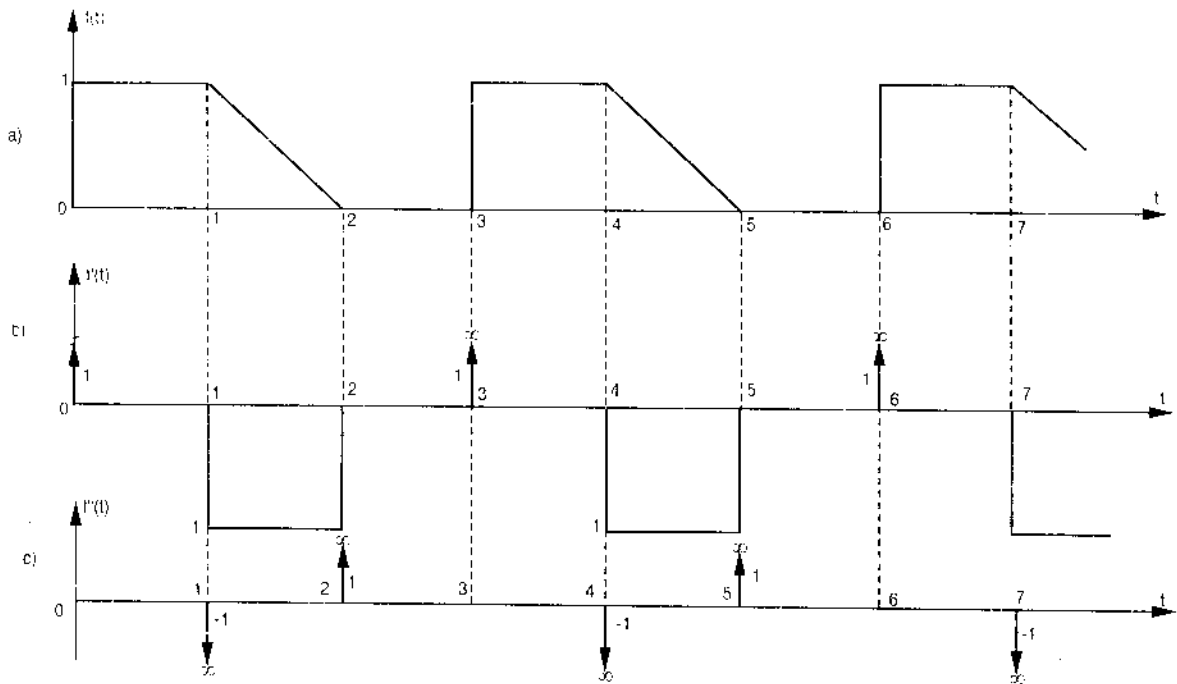
Hàm xung đơn vị  $\delta(t)$  được ứng dụng trong nhiều lĩnh vực khác nhau. Trong lĩnh vực cơ học, hàm xung đơn vị  $\delta(t)$  thể hiện một xung va đập bất ngờ xảy ra tại một thời điểm. Trong kĩ thuật điện tử, hàm xung đơn vị  $\delta(t)$  là cơ sở của việc truyền tín tức trong các hệ thống xung, còn gọi là các hệ thống rời rạc.

Trong lĩnh vực kĩ thuật điện, dùng hàm xung đơn vị  $\delta(t)$  có thể nhanh chóng xác định ảnh của các loại hàm số nhờ việc lấy đạo hàm liên tiếp hàm số đó. Sau đây giới thiệu một vài ví dụ về ứng dụng này của hàm xung đơn vị  $\delta(t)$ .

### 2.5.4. Ví dụ

**Ví dụ 1:** Xác định ảnh Laplace của hàm số  $f(t)$  vẽ trên hình 2.11a.

Để xác định ảnh  $F(p)$  của hàm số  $f(t)$ , ta tiến hành lấy đạo hàm lần thứ nhất của  $f(t)$  để được  $f'(t)$ . Đồ thị của  $f'(t)$  vẽ trên hình 2.11b gồm một dãy xung đơn vị  $\delta(t)$  xen kẽ với một dãy xung âm chữ nhật có biên độ bằng đơn vị. Tiếp theo ta lấy đạo hàm của dãy xung âm chữ nhật để được  $f''(t)$  là một dãy xung dương đơn vị và dãy xung âm đơn vị xen kẽ nhau như vẽ trên hình 2.11c.



**Hình 2.11:** a) Hàm số  $f(t)$ ; b) Đạo hàm  $f'(t)$ ; c) Đạo hàm  $f''(t)$  của dãy xung âm chữ nhật

Dãy xung dương đơn vị trên hình 2.11b biến thiên tuần hoàn với chu kỳ  $T_1 = 3$  nên có

ảnh là:

$$F_1(p) = \mathcal{L}[\delta(t)] \cdot \frac{1}{1 - e^{-3p}} = \frac{1}{1 - e^{-3p}}$$

Dãy xung dương đơn vị trên hình 2.11c có thời gian trễ  $\tau = 2$  so với dãy xung dương trên hình 2.11b nên có ảnh là:

$$F_2(p) = F_1(p) \cdot e^{-2p} = \frac{1}{1 - e^{-3p}} \cdot e^{-2p}$$

Dãy xung âm đơn vị hình 2.11c trễ so với dãy xung dương đơn vị hình 2.11b với thời gian trễ  $\tau = 1$  và có dấu ngược lại nên có ảnh là:

$$F_3(p) = -F_1(p) \cdot e^{-p} = \frac{-1}{1 - e^{-3p}} \cdot e^{-p}$$

Tổng các ảnh  $F_2(p) + F_3(p)$  là ảnh  $\mathcal{L}[f''(t)]$  của đạo hàm dãy xung âm chữ nhật trên hình 2.11b.

$$\mathcal{L}[f''(t)] = F_2(p) + F_3(p) = \frac{e^{-2p} - e^{-p}}{1 - e^{-3p}}$$

do đó ảnh của dãy xung âm chữ nhật là:

$$F'_2(p) = \frac{1}{p} \cdot \mathcal{L}[f''(t)] = \frac{F_2(p) + F_3(p)}{p} = \frac{e^{-2p} - e^{-p}}{p(1 - e^{-3p})}$$

Ảnh của đạo hàm  $f'(t)$ :

$$\mathcal{L}[f'(t)] = F'(p) = F_1(p) + F_2(p)$$

$$F'(p) = \frac{1}{1-e^{-3p}} + \frac{e^{-2p} - e^{-p}}{p(1-e^{-3p})}$$

Suy ra ảnh của hàm số  $f(t)$ :

$$F(p) = \frac{F'(p)}{p} = \frac{1}{p(1-e^{-3p})} + \frac{e^{-2p} - e^{-p}}{p^2(1-e^{-3p})}$$

**Ví dụ 2:**

Xác định ảnh Laplace của hàm số  $f(t)$  vẽ trên hình 2.12a.

Muốn xác định  $F(p) = \mathcal{L}[f(t)]$  ta cũng tiến hành đạo hàm lần thứ nhất của  $f(t)$  để được  $f'(t)$  như vẽ trên hình 2.12b.

Sau đó lấy đạo hàm của đường biểu diễn  $OA'B'C'$  là  $f''(t)$ . Cuối cùng là đạo hàm  $f'''(t)$  của xung chữ nhật ONEF.

Ảnh của các xung trên hình 2.12d là:

$$F_3(p) = 4 - 4e^{-p}$$

Ảnh của các xung trên hình 2.12c (không kể đến xung chữ nhật ONEF) là:

$$F_2(p) = -3e^{-p} - e^{-2p}$$

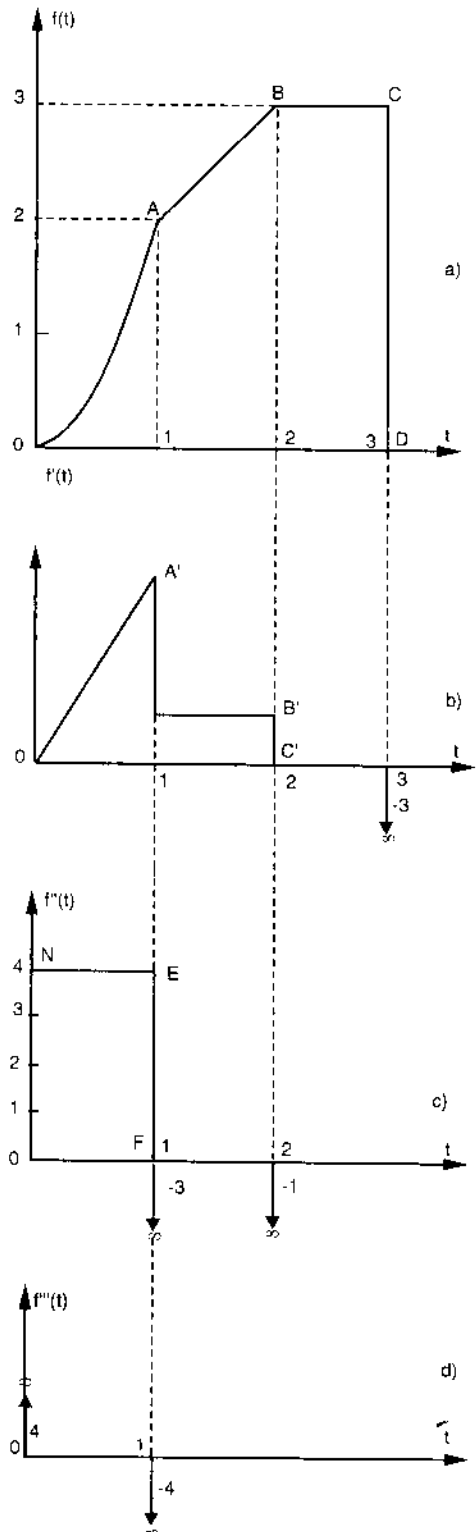
Ảnh của xung trên hình 2.12b (không kể đến hàm số  $OA'B'C'$ ) là:

$$F_1(p) = -3e^{-3p}$$

Suy ra ảnh của hàm  $f(t)$  trên hình 2.12a là:

$$F(p) = \frac{F_3(p)}{p^3} + \frac{F_2(p)}{p^2} + \frac{F_1(p)}{p}$$

$$F(p) = \frac{4}{p^3} - \frac{4}{p^3}e^{-p} - \frac{3}{p^2}e^{-p} - \frac{e^{-2p}}{p^2} - \frac{3}{p}e^{-3p}$$



**Hình 2.12:** Các hàm số  $f(t)$ ;  $f'(t)$ ;  $f''(t)$  và  $f'''(t)$

## 2.6. PHÉP BIẾN ĐỔI LAPLACE NGƯỢC ĐỂ XÁC ĐỊNH HÀM SỐ GỐC $f(t)$ TỪ HÀM SỐ ẢNH $F(p)$

Khi tiến hành phân tích các hệ thống điều khiển tự động bằng cách vận dụng toán tử Laplace, sau khi đã xác định được lời giải (đáp ứng) của hệ thống dưới dạng ảnh  $F(p)$ ; cần thiết phải tìm được hàm số gốc  $f(t)$  tương ứng.

Việc xác định hàm số gốc  $f(t)$  theo hàm số ảnh  $F(p)$  theo công thức biến đổi ngược (2-2) luôn luôn phức tạp. Cho nên ở đây giới thiệu các phương pháp đơn giản để xác định hàm số gốc  $f(t)$  khi hàm số ảnh  $F(p)$  có dạng thương số của hai đa thức:

$$F(p) = \frac{A(p)}{B(p)} = \frac{b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \dots + b_m}{a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n}$$

Trong đó  $m$  là bậc của tử thức,  $n$  là bậc của mẫu thức và  $m < n$ .

**Ví dụ:**  $F(p) = \frac{p-1}{p^2+3p+2}$

Ở đây tử thức là  $A(p) = (p-1)$  với  $m = 1$  và mẫu thức là  $B(p) = p^2 + 3p + 2$  với  $n = 2$ .

Trong trường hợp hệ số  $a_0$  của số hạng bậc  $n$  ở mẫu thức khác đơn vị ( $a_0 \neq 1$ ), ta luôn luôn có thể làm cho bằng 1 nếu đem chia cả tử thức  $A(p)$  và mẫu thức  $B(p)$  cho hệ số  $a_0$  này. Sau đó tiến hành phân tích biểu thức  $F(p) = \frac{A(p)}{B(p)}$  thành tổng của các phân thức đơn giản:

$$\begin{aligned} F(p) &= \frac{A(p)}{B(p)} = \frac{A(p)}{(p-p_1)(p-p_2)\dots(p-p_n)} = \\ &= \frac{C_1}{p-p_1} + \frac{C_2}{p-p_2} + \dots + \frac{C_j}{p-p_j} + \dots + \frac{C_n}{p-p_n} \end{aligned} \quad (2-11)$$

Trong đó:  $p_1, p_2, \dots, p_j, \dots, p_n$  là các nghiệm của mẫu thức  $B(p) = 0$ . Còn  $C_1, C_2, \dots, C_j, \dots, C_n$  là các hệ số cần phải xác định nhờ các phương pháp sẽ giới thiệu ở phần tiếp theo dưới đây.

Vậy để tiến hành phép biến đổi này, trước hết phải giải phương trình mẫu thức  $B(p) = 0$  để xác định các nghiệm  $p_1, p_2, \dots, p_j, \dots, p_n$  rồi viết mẫu thức dưới dạng tích số:

$$B(p) = (p-p_1)(p-p_2)\dots(p-p_j)\dots(p-p_n)$$

Các nghiệm  $p_1, p_2, \dots, p_j, \dots, p_n$  có thể là số thực, số phức liên hợp, hoặc là nghiệm kép. Vì thế khi tiến hành xác định các hệ số  $C_1, C_2, \dots, C_j, \dots, C_n$  ta phân biệt ba trường hợp sau:

**2.6.1. Các nghiệm của mẫu thức  $B(p) = 0$  đều là các nghiệm số thực khác nhau.  
Công thức khai triển của Heaviside**

Sau khi đã phân tích ảnh  $F(p) = \frac{A(p)}{B(p)}$  thành tổng của các phân thức đơn giản (2-11), muốn xác định các hệ số  $C_1, C_2, \dots, C_j, \dots, C_n$ ; ví dụ cần xác định một hệ số thứ  $j$  nào đó là  $C_j$ , ta đem nhân hai vế của (2-11) với  $(p - p_j)$  tương ứng, sau đó cho  $p$  tiến tới trị số  $p_j$  ( $p \rightarrow p_j$ ) để cho  $(p - p_j)$  tiến đến không:  $(p - p_j) \rightarrow 0$ . Khi đó ta có thể xác định hệ số  $C_j$  theo biểu thức:

$$C_j = \lim_{p \rightarrow p_j} \frac{A(p)}{B(p)} (p - p_j)$$

Sau khi đã xác định được các hệ số  $C_j$  của (2-11), dựa vào bảng đối chiếu hàm gốc và hàm ảnh ta xác định được hàm số gốc  $f(t)$  theo biểu thức:

$$f(t) = C_1 e^{p_1 t} + C_2 e^{p_2 t} + \dots + C_j e^{p_j t} + \dots + C_n e^{p_n t}$$

$$f(t) = \sum_{j=1}^n C_j e^{p_j t}$$

Ta áp dụng để xác định hàm gốc đối với ví dụ về hàm ảnh đã nêu ra ở trên:

$$F(p) = \frac{p-1}{p^2 + 3p + 2}$$

Giải phương trình mẫu thức:

$$B(p) = p^2 + 3p + 2 = 0 \text{ ta được các nghiệm:}$$

$$p_1 = -1, p_2 = -2$$

Viết dưới dạng tích số:  $B(p) = p^2 + 3p + 2 = (p + 1)(p + 2)$

Khai triển thành tổng các phân thức:

$$F(p) = \frac{p-1}{p^2 + 3p + 2} = \frac{C_1}{p+1} + \frac{C_2}{p+2}$$

Xác định các hệ số  $C_1, C_2$ :

$$C_1 = \lim_{p \rightarrow -1} \frac{A(p)}{B(p)} (p+1) = \lim_{p \rightarrow -1} \frac{(p-1)(p+1)}{(p+1)(p+2)} = \lim_{p \rightarrow -1} \frac{(p-1)}{p+2} = -2$$

$$C_2 = \lim_{p \rightarrow -2} \frac{A(p)}{B(p)} (p+2) = \lim_{p \rightarrow -2} \frac{(p-1)(p+2)}{(p+1)(p+2)} = \lim_{p \rightarrow -2} \frac{(p-1)}{(p+1)} = 3$$

Kết quả có thể viết hàm ảnh  $F(p)$  dưới dạng:

$$F(p) = \frac{p-1}{p^2+3p+2} = -\frac{2}{p+1} + \frac{3}{p+2}$$

Từ đó áp dụng bảng đối chiếu ảnh và gốc ta có:

$$f(t) = -2e^{-t} + 3e^{-2t}$$

Ta có nhận xét sau đây: biểu thức dùng để xác định hệ số  $C_j$  của phân thức  $\frac{C_j}{p-p_j}$  có dạng:

$$C_j = \lim_{p \rightarrow p_j} \frac{A(p)}{B(p)} (p-p_j) \quad (2-12)$$

Vế phải của biểu thức có giới hạn dạng  $\frac{0}{0}$  khi  $p \rightarrow p_j$ . Theo quy tắc Lôpital thì có thể xác định giới hạn theo cách tìm giới hạn của thương số các đạo hàm tử số và của mẫu số:

$$C_j = \lim_{p \rightarrow p_j} \frac{[A(p) \cdot (p-p_j)]}{B'(p)} = \lim_{p \rightarrow p_j} \frac{[A'(p) \cdot (p-p_j) + A(p)]}{B'(p)}$$

Thay  $p = p_j$  được kết quả:  $C_j = \frac{A(p_j)}{B'(p_j)}$

Từ đó ta có công thức Heaviside để xác định hàm số gốc:

$$f(t) = \sum_{j=1}^n \frac{A(p_j)}{B'(p_j)} \cdot e^{p_j t} \quad (2-13)$$

### 2.6.2. Trường hợp khi mẫu thức $B(p)$ có 1 nghiệm phức liên hợp

Để xét đến trường hợp này ta lấy một ví dụ cụ thể khi ảnh  $F(p)$  có dạng:

$$F(p) = \frac{A(p)}{B(p)} = \frac{1}{(p+1)(p^2+4p+5)}$$

Mẫu thức  $B(p) = (p+1)(p^2+4p+5) = 0$  có một nghiệm thực  $p_1 = -1$  và một cặp nghiệm phức liên hợp  $p_2 = -2-j$ ;  $p_3 = -2+j$ .

Ta viết được ảnh dưới dạng tổng các phân thức đơn giản:

$$F(p) = \frac{1}{(p+1)(p^2+4p+5)} = \frac{C_1}{(p+1)} + \frac{C_2}{(p+2-j)} + \frac{C_3}{(p+2+j)}$$

Áp dụng công thức xác định hệ số  $C_j$  (2-12) ta có:

$$C_1 = \lim_{p \rightarrow -1} \frac{(p+1)}{(p+1)(p^2+4p+5)} = 0,5$$

$$C_2 = \lim_{p \rightarrow (-2-j)} \frac{(p+2+j)}{(p+1)(p+2+j)(p+2-j)} = \lim_{p \rightarrow (-2-j)} \frac{1}{(p+1)(p+2-j)}$$

$$C_2 = \frac{1}{(-2-j+1)(-2-j+2-j)} = \frac{0,5}{(j-1)} = \frac{0,5(j+1)}{j^2-1} = -0,25(1+j)$$

Tương tự ta có:

$$C_3 = \lim_{p \rightarrow (-2+j)} \frac{(p+2-j)}{(p+1)(p+2+j)(p+2-j)} = \lim_{p \rightarrow (-2+j)} \frac{1}{(p+1)(p+2+j)}$$

$$C_3 = \frac{1}{(-2+j+1)(-2+j+2+j)} = \frac{-0,5}{(j+1)} = \frac{-0,5(-j+1)}{1-j^2} = -0,25(1-j)$$

Nhận xét: vì  $p_2$  và  $p_3$  là hai nghiệm phức liên hợp cho nên các hệ số  $C_j$  tương ứng là  $C_2$  và  $C_3$  cũng là hai số phức liên hợp.

Từ  $C_1, C_2, C_3$  đã xác định được, khai triển ảnh thành tổng các phân thức đơn giản của  $F(p)$ :

$$F(p) = \frac{0,5}{p+1} - \frac{0,25(1+j)}{p+2+j} - \frac{0,25(1-j)}{p+2-j}$$

$$F(p) = \frac{0,5}{p+1} - \frac{0,25 \cdot \sqrt{2} e^{j\pi/4}}{p+2+j} - \frac{0,25 \cdot \sqrt{2} e^{-j\pi/4}}{p+2-j}$$

Suy ra hàm số gốc:  $f(t) = 0,5e^{-t} - 0,25\sqrt{2} e^{j\pi/4} e^{(-2-j)t} - 0,25\sqrt{2} e^{-j\pi/4} e^{(-2+j)t}$

$$f(t) = 0,5e^{-t} - 0,25\sqrt{2} e^{-2t} \left[ e^{j\frac{\pi}{4}(t-1)} + e^{j\frac{-\pi}{4}(t-1)} \right]$$

$$f(t) = 0,5 \left[ e^{-t} - \sqrt{2} \cdot e^{-2t} \cdot \cos\left(t - \frac{\pi}{4}\right) \right]$$

### 2.6.3. Trường hợp khi mẫu thức $B(p) = 0$ có nghiệm kép

Ta khảo sát trường hợp cụ thể khi  $F(p) = \frac{(p+2)}{p(p^2+6p+9)}$ .

Mẫu thức  $B(p) = p(p^2 + 6p + 9) = 0$  có nghiệm  $p_1 = 0$  và nghiệm kép  $p_2 = -3$ . Hàm ảnh được phân tích thành tổng các phân thức dạng:

$$F(p) = \frac{A(p)}{B(p)} = \frac{(p+2)}{p(p+3)^2} = \frac{C_1}{p} + \frac{C_2}{(p+3)} + \frac{C_3}{(p+3)^2}$$

Để xác định  $C_1$ , đem nhân hai vế của biểu thức này với  $p$  rồi cho  $p \rightarrow 0$  ta có:

$$C_1 = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{(p+2)}{p(p+3)^2} \cdot p = \frac{2}{9}$$



Muốn xác định  $C_3$  phải nhân 2 vế của biểu thức đó với  $(p+3)^2$  và cho  $p \rightarrow -3$ :

$$C_3 = \lim_{p \rightarrow -3} \frac{(p+2)(p+3)^2}{p(p+3)^2} = \frac{1}{3}$$

Cuối cùng để xác định  $C_2$  ta lấy đạo hàm  $\frac{d}{dp}[F(p) \cdot (p+3)^2]$ :

$$\frac{d}{dp} \left[ \frac{A(p)}{B(p)} (p+3)^2 \right] = \frac{d}{dp} \left( \frac{p+2}{p} \right) = \frac{d}{dp} \left[ \frac{C_1}{p} (p+3)^2 + C_2 (p+3) + C_3 \right]$$

Sau khi tiến hành lấy đạo hàm được:

$$-\frac{2}{p^2} = C_1 \left[ \frac{2(p+3) \cdot p - (p+3)^2}{p^2} \right] + C_2$$

Để nhận được giá trị của hệ số  $C_2$ , từ biểu thức này ta cho  $p \rightarrow -3$  sẽ được:

$$C_2 = -\frac{2}{9}$$

Vậy 
$$C_2 = \lim_{p \rightarrow -3} \frac{d}{dp} \left[ \frac{A(p)}{B(p)} (p+3)^2 \right]$$

Sau khi xác định được  $C_1 = \frac{2}{9}$ ;  $C_2 = -\frac{2}{9}$ ;  $C_3 = \frac{1}{3}$ , ta có:

$$F(p) = \frac{2/9}{p} - \frac{2/9}{(p+3)} + \frac{1/3}{(p+3)^2}$$

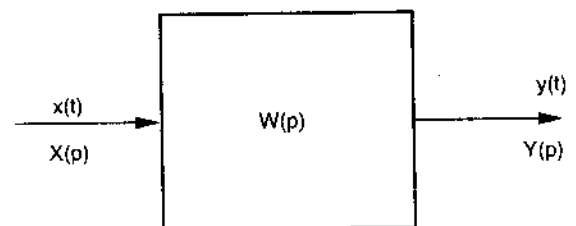
Cuối cùng suy ra hàm số gốc:

$$f(t) = \frac{2}{9} - \frac{2}{9} e^{-3t} + \frac{1}{3} t \cdot e^{-3t} = \frac{1}{9} [2 + (3t-2)e^{-3t}]$$

## 2.7. HÀM TRUYỀN ĐẠT CỦA HỆ THỐNG TUYẾN TÍNH. PHƯƠNG PHÁP EVANS ĐỂ PHÂN TÍCH TÍNH CHẤT CỦA MỘT HỆ THỐNG TUYẾN TÍNH

### 2.7.1. Hàm truyền đạt $W(p)$ của một hệ thống tuyến tính

Xét một hệ thống hay một khâu tuyến tính nào đó trên hình 2.13. Tác động kích thích ở đầu vào của khâu là  $x(t)$ , ảnh Laplace của kích thích là  $X(p)$ ; đáp ứng ở đầu ra của khâu là  $y(t)$ , ảnh của đáp ứng là  $Y(p)$ . Bản chất vật lí của kích thích  $x(t)$  và đáp ứng  $y(t)$  có thể rất khác



Hình 2.13: Khâu có hàm truyền đạt  $W(p)$

nhau. Ví dụ với mạch điện thì kích thích là điện áp, đáp ứng là dòng điện; trong máy điện, khi kích thích là điện áp thì đáp ứng là tốc độ quay hay là mômen quay.

Theo định nghĩa tỉ số giữa ảnh Laplace của đáp ứng  $Y(p)$  và ảnh Laplace của kích thích  $X(p)$  với điều kiện ban đầu triệt tiêu gọi là hàm truyền đạt của hệ thống hay của khâu:

$$W(p) = \frac{Y(p)}{X(p)}$$

Đối với hệ thống tuyến tính hay khâu tuyến tính, quan hệ giữa đáp ứng  $y(t)$  và kích thích  $x(t)$  được mô tả bởi phương trình vi phân dạng:

$$a_0 \frac{d^n}{dt^n} y(t) + a_1 \frac{d^{n-1}}{dt^{n-1}} y(t) + \dots + a_n y(t) = b_0 \frac{d^m}{dt^m} x(t) + b_1 \frac{d^{m-1}}{dt^{m-1}} x(t) + \dots + b_m x(t)$$

Ảnh Laplace của phương trình có dạng:

$$(a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n) Y(p) = (b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \dots + b_m) X(p)$$

Từ đó suy ra biểu thức tổng quát của hàm truyền đạt:

$$W(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \dots + b_m}{a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n} \quad (2-14)$$

hoặc

$$W(p) = K \frac{p^m + b'_1 p^{m-1} + \dots + b'_m}{p^n + a'_1 p^{n-1} + \dots + a'_n} \quad (2-15)$$

với

$$K = \frac{b_0}{a_0}; \quad b'_m = \frac{b_m}{b_0}; \quad a'_n = \frac{a_n}{a_0}$$

Trong biểu thức (2-14), phương trình của mẫu thức:  $a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n = 0$  gọi là phương trình đặc trưng của hệ thống hay của khâu. Nói chung hàm truyền đạt  $W(p)$  của một hệ thống hay một khâu tuyến tính có dạng (2-15) là tích số của một hằng số  $K$  và một thương số của hai đa thức đối với biến số phức  $p$ , có các cấp tương ứng  $m$  của tử thức và  $n$  của mẫu thức với  $m < n$ .

Biết hàm truyền đạt của hệ thống hay của khâu, có thể xác định được đáp ứng khi biết kích thích tác động ở đầu vào:

$$Y(p) = W(p) \cdot X(p)$$

### 2.7.2. Phương pháp EVANS để phân tích quá trình quá độ của một hệ thống tuyến tính. Khái niệm về các điểm Zéro và các điểm cực

Phương pháp EVANS để phân tích quá trình quá độ của một hệ thống hay một khâu tuyến tính được xây dựng trên cơ sở các khái niệm về các điểm Zéro và các điểm cực của hàm truyền đạt  $W(p)$ .

a) Khái niệm về các điểm Zéro và các điểm cực

+ Các điểm Zéro, kí hiệu là  $z$ , là tất cả những giá trị của  $p$  làm cho hàm truyền đạt  $W(p)$  triệt tiêu. Vậy các điểm Zéro chính là các nghiệm số  $z_1, z_2, \dots, z_m$  của tử thức hàm truyền đạt theo (2-15):

$$p^m + b'_1 p^{m-1} + \dots + b'_m = 0$$

+ Các điểm cực, kí hiệu là  $p$ , là những giá trị của  $p$  làm cho hàm truyền đạt có giá trị lớn vô cùng  $W(p) = \infty$ . Vậy các điểm cực chính là các nghiệm số  $p_1, p_2, \dots, p_n$  của mẫu thức hàm truyền đạt theo (2-15):

$$p^n + a'_1 p^{n-1} + \dots + a'_n = 0$$

Đối với các khâu bậc 1 thì các Zéro  $z_1, z_2, \dots, z_m$  và các cực  $p_1, p_2, \dots, p_n$  là các đại lượng thực. Các cực và các Zéro này sẽ là các đại lượng phức liên hợp đối với các khâu bậc 2.

Áp dụng khái niệm về các Zéro và các cực, ta có thể viết biểu thức (2-15) của hàm truyền đạt dưới dạng:

$$W(p) = K \cdot \frac{(p-z_1)(p-z_2)\dots(p-z_m)}{(p-p_1)(p-p_2)\dots(p-p_n)} \quad (2-16)$$

b) Hàm truyền đạt  $W(p)$  viết dưới dạng hàm số mũ

Trên mặt phẳng phức ở hình 2.14, biến số phức  $p = \delta + j\omega$  được biểu diễn bởi vectơ  $\overline{OM}$ . Các điểm Zéro của hàm truyền đạt  $W(p)$  được biểu diễn bởi các điểm  $Z_1, Z_2, \dots, Z_m$  và được đánh dấu bằng các khuyên tròn (o); còn các điểm cực thì được biểu diễn bởi các điểm  $P_1, P_2, \dots, P_n$  và được đánh dấu bằng các gạch chéo (x).

Các vectơ  $\overline{Z_1M}, \overline{Z_2M}, \dots, \overline{Z_mM}$  có môđun là  $\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_m$  và các argument (góc tạo thành với trục thực) là  $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_m$ .

Các vectơ  $\overline{P_1M}, \overline{P_2M}, \dots, \overline{P_nM}$  có môđun là  $d_1, d_2, \dots, d_n$  và có argument là  $\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_n$ .

Ta xét các thừa số của tử thức hàm truyền đạt  $W(p)$  (2-16): thừa số  $(p - z_1)$  trên mặt phẳng phức hình 2.14 được biểu diễn bởi hiệu vectơ  $(\overline{OM} - \overline{OZ_1}) = \overline{Z_1M}$ . Vectơ  $\overline{Z_1M}$  lại biểu diễn số phức  $\rho_1 \cdot e^{j\varphi_1}$ . Vậy suy ra:

$$\left. \begin{array}{l} (p - z_1) = \rho_1 e^{j\varphi_1} \\ (p - z_2) = \rho_2 e^{j\varphi_2} \\ \dots\dots\dots \\ (p - z_m) = \rho_m e^{j\varphi_m} \end{array} \right\} \quad (2-17)$$

Đối với các thừa số của mẫu thức hàm truyền đạt  $W(p)$  ta cũng có:

$$\left. \begin{array}{l} (p - p_1) = d_1 e^{j\psi_1} \\ (p - p_2) = d_2 e^{j\psi_2} \\ \dots\dots\dots \\ (p - p_n) = d_n e^{j\psi_n} \end{array} \right\} \quad (2-18)$$

Dem thay (2-17) và (2-18) vào (2-16) ta có biểu thức của hàm truyền đạt dưới dạng hàm số mũ:

$$W(p) = K \cdot \frac{\rho_1 \cdot \rho_2 \dots \rho_m}{d_1 \cdot d_2 \dots d_n} \cdot e^{j[\varphi_1 + \varphi_2 + \dots + \varphi_m - (\psi_1 + \psi_2 + \dots + \psi_n)]}$$

$$W(p) = |W(p)| \cdot e^{j\varphi}$$

Trong đó:

$$|W(p)| = K \cdot \frac{\rho_1 \cdot \rho_2 \dots \rho_m}{d_1 \cdot d_2 \dots d_n} \text{ là môđun của hàm truyền đạt } W(p);$$

$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \dots + \varphi_m - (\psi_1 + \psi_2 + \dots + \psi_n)$  là argument của hàm truyền đạt  $W(p)$ .

Kết luận: một hàm truyền đạt biểu diễn theo các Zéro và các cực, trên mặt phẳng phức có thể xác định được bằng hình học với một giá trị xác định của biến số phức  $p$ .

c) Xác định đáp ứng  $y(t)$  của hệ thống tuyến tính khi kích thích  $x(t)$  là hàm bước nhảy đơn vị  $x(t) = 1(t)$

Ảnh Laplace của kích thích  $x(t) = 1(t)$  là:  $X(p) = \frac{1}{p}$

Suy ra ảnh của đáp ứng  $y(t)$  là:  $Y(p) = W(p) \cdot X(p) = W(p) \cdot \frac{1}{p}$ . Thay biểu thức (2-16)

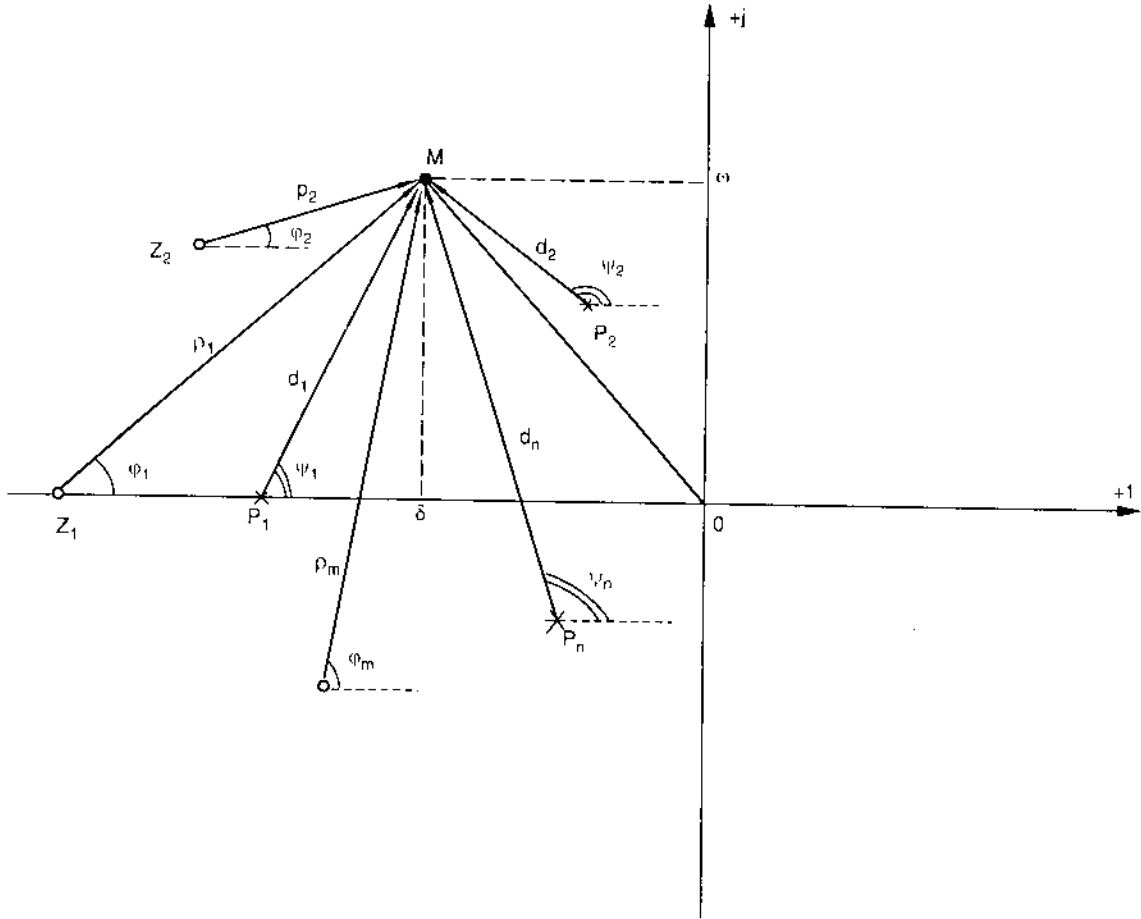
của  $W(p)$  với giả thiết hệ số  $K = 1$  ta có:

$$Y(p) = \frac{1}{p} \cdot \frac{(p - z_1)(p - z_2) \dots (p - z_m)}{(p - p_1)(p - p_2) \dots (p - p_i) \dots (p - p_n)} \quad (2-19)$$

Phân tích biểu thức này thành tổng các phân thức đơn giản:

$$Y(p) = \frac{C_0}{p} + \frac{C_1}{(p-p_1)} + \frac{C_2}{(p-p_2)} + \dots + \frac{C_i}{(p-p_i)} + \dots + \frac{C_n}{(p-p_n)} \quad (2-20)$$

Với  $C_0, C_1, C_2, \dots, C_i, \dots, C_n$  là các hệ số cần phải xác định.



**Hình 2.14:** Xác định hàm truyền đạt  $W(p)$  bằng hình học theo các điểm Zero và các điểm cực trên mặt phẳng phức

Từ hàm số ảnh của đáp ứng  $Y(p)$  viết dưới dạng tổng các phân thức đơn giản đó, ta suy ra hàm số theo thời gian của đáp ứng:

$$y(t) = C_0 + C_1 e^{p_1 t} + C_2 e^{p_2 t} + \dots + C_i e^{p_i t} + \dots + C_n e^{p_n t}$$

Hệ số  $C_i$  được xác định bằng cách đem (2-20) thay vào vế trái của (2-19) rồi nhân cả hai vế với mẫu số tương ứng  $(p - p_i)$ , sau đó cho  $p \rightarrow p_i$  ta được biểu thức:

$$C_i = \frac{(p_i - z_1)(p_i - z_2) \dots (p_i - z_m)}{p_i (p_i - p_1)(p_i - p_2) \dots (p_i - p_n)} \quad (2-21)$$

Biểu thức (2-21) có thể viết dưới dạng vectơ như sau:

$$C_i = \frac{\overline{Z_1 P_i} \cdot \overline{Z_2 P_i} \cdot \overline{Z_3 P_i} \dots \overline{Z_m P_i}}{\overline{O P_i} \cdot \overline{P_1 P_i} \cdot \overline{P_2 P_i} \dots \overline{P_n P_i}} \quad (2-22)$$

Từ (2-22) ta có phát biểu sau đây:

"Hệ số  $C_i$  tương ứng với cực  $p_i$  bằng tích của các vectơ nối từ các điểm Zéro của hàm truyền đạt  $W(p)$  đến cực  $p_i$  chia cho tích của các vectơ nối từ các cực còn lại của hàm truyền đạt  $W(p)$  đến cực  $p_i$ ".

Ta xét trường hợp hàm truyền đạt của khâu tuyến tính là  $W(p)$  có cực là các số phức liên hợp.

*Ví dụ:* 
$$W(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{(p - z_1)}{(p - p_1)(p - p_2)(p - p_3)}$$

Trong đó:

- +  $z_1$  là Zéro thực được biểu diễn bởi điểm Zéro  $Z_1$  trên mặt phẳng phức của các biểu đồ vectơ hình 2.15, hình 2.16 và hình 2.17;
- +  $p_1$  là cực thực được biểu diễn bởi điểm cực  $P_1$  trên các biểu đồ vectơ hình 2.15, hình 2.16, hình 2.17;
- +  $p_2$  và  $p_3$  là hai cực phức liên hợp có dạng:  $p_2 = -a + jb$ ,  $p_3 = -a - jb$ . Chúng được biểu diễn bởi các điểm cực  $P_2$  và  $P_3$ .

Ảnh của đáp ứng  $Y(p)$  khi kích thích là  $x(t) = 1(t)$  có dạng:

$$Y(p) = \frac{1}{p} \cdot \frac{(p - z_1)}{(p - p_1)(p - p_2)(p - p_3)}$$

Khai triển  $Y(p)$  thành tổng các phân thức đơn giản:

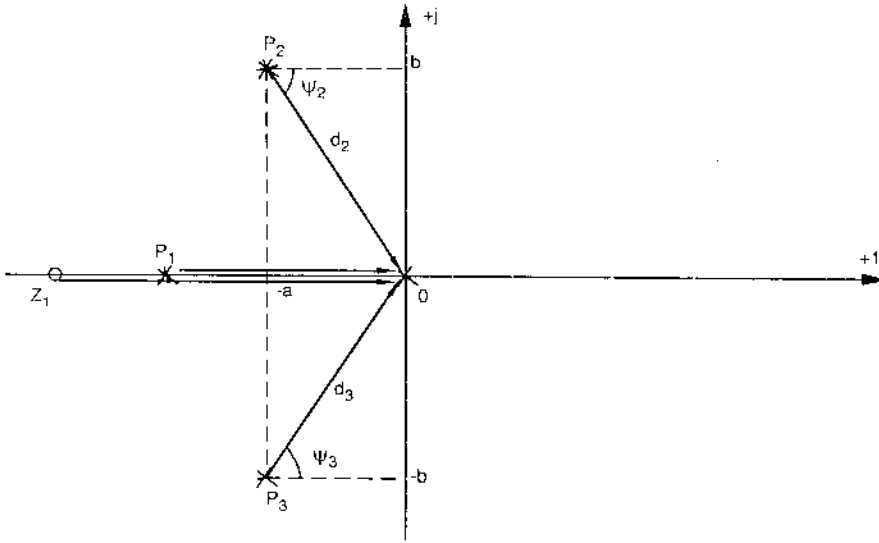
$$\begin{aligned} Y(p) &= \frac{1}{p} \cdot \frac{(p - z_1)}{(p - p_1)(p - p_2)(p - p_3)} = \\ &= \frac{C_0}{p} + \frac{C_1}{(p - p_1)} + \frac{C_2}{(p - p_2)} + \frac{C_3}{(p - p_3)} \end{aligned}$$

Ta tiến hành xác định các hệ số  $C_0, C_1, C_2, C_3$ .

- Xác định  $C_0$ :

Theo (2-22) và từ biểu đồ vectơ hình 2.15 ta có:

$$C_0 = \frac{\overline{Z_1 O}}{\overline{P_1 O} \cdot \overline{P_2 O} \cdot \overline{P_3 O}} = \frac{z_1}{p_1 \cdot d_2 \cdot d_3 \cdot e^{j(\psi_2 + \psi_3)}}$$



**Hình 2.15:** Biểu đồ vectơ để xác định hệ số  $C_0$ .

Vì  $d_2 = d_3 = d$  và  $\psi_2 = -\psi_3$  nên:

$$C_0 = \frac{z_1}{p_1 d^2}$$

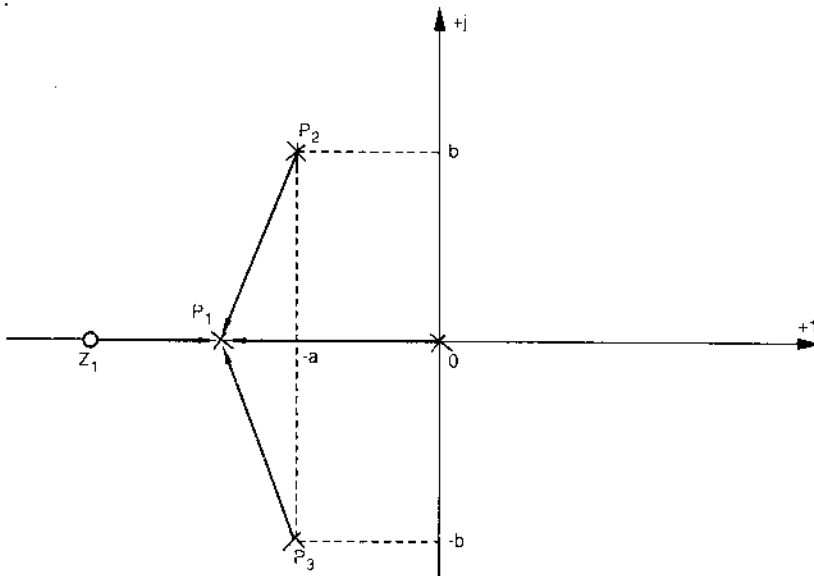
Hệ số  $C_0$  là một số thực.

- Xác định  $C_1$ :

Theo (2-22) và từ biểu đồ vectơ hình 2.16 ta có:

$$C_1 = \frac{\overline{z_1 p_1}}{\overrightarrow{OP_1} \cdot \overrightarrow{P_2 P_1} \cdot \overrightarrow{P_3 P_1}}$$

Hệ số  $C_1$  cũng là một số thực vì các vectơ  $\overrightarrow{P_2 P_1}$  và  $\overrightarrow{P_3 P_1}$  biểu diễn hai số phức liên hợp với nhau.



**Hình 2.16:** Biểu đồ vectơ để xác định hệ số  $C_1$ .

- Xác định các hệ số  $C_2$  và  $C_3$ :

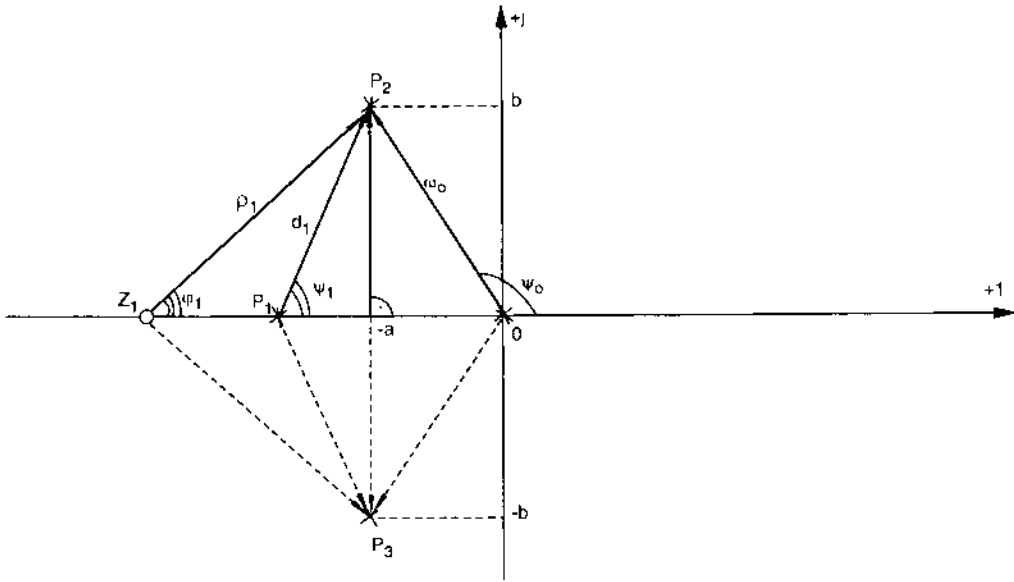
Theo (2-22) và từ biểu đồ vectơ hình 2.17 ta có:

$$C_2 = \frac{\overline{Z_1 P_2}}{\overline{OP_2} \cdot \overline{P_1 P_2} \cdot \overline{P_3 P_2}} = \frac{\rho_1}{\omega_0 \cdot d_1 \cdot 2b} \cdot e^{j[\varphi_1 - (\psi_0 + \psi_1 + \frac{\pi}{2})]}$$

$$C_3 = \frac{\overline{Z_1 P_3}}{\overline{OP_3} \cdot \overline{P_1 P_3} \cdot \overline{P_2 P_3}} = \frac{\rho_1}{\omega_0 \cdot d_1 \cdot 2b} \cdot e^{-j[\varphi_1 - (\psi_0 + \psi_1 + \frac{\pi}{2})]}$$

Cuối cùng ta có:

$$C_2 = q \cdot e^{j\alpha}; C_3 = q \cdot e^{-j\alpha}$$



Hình 2.17: Biểu đồ vectơ để xác định  $C_2$  và  $C_3$

với

$$q = \frac{\rho_1}{\omega_0 \cdot d_1 \cdot 2b}, \quad \alpha = \varphi_1 - (\psi_0 + \psi_1 + \frac{\pi}{2})$$

Ta có nhận xét: tương ứng với cặp cực phức liên hợp  $p_2, p_3$ , các hệ số  $C_2, C_3$  cũng là các giá trị phức liên hợp. Sau khi đã xác định các hệ số  $C_0, C_1, C_2, C_3$  có thể suy ra hàm số của đáp ứng  $y(t)$ :

$$y(t) = C_0 + C_1 e^{p_1 t} + C_2 e^{p_2 t} + C_3 e^{p_3 t}$$

$$y(t) = C_0 + C_1 e^{p_1 t} + q e^{j\alpha} e^{(-a+jb)t} + q e^{-j\alpha} e^{(-a-jb)t}$$

$$y(t) = C_0 + C_1 e^{p_1 t} + 2q e^{-at} \cos(bt + \alpha)$$

$$y(t) = C_0 + C_1 e^{p_1 t} + \frac{\rho_1}{bd_1 \omega_0} e^{-at} \sin(bt + \varphi_1 - \psi_0 - \psi_1)$$



Từ biểu thức của đáp ứng  $y(t)$  ta thấy:

a) Nếu  $|p_1|$  càng lớn, điểm cực thực  $P_1$  càng ở cách xa trục ảo và số hạng  $e^{p_1 t}$  càng tắt nhanh theo thời gian. Vậy một điểm cực thực càng ở xa trục ảo thì nó càng có vai trò không đáng kể.

b) Đối với cặp cực phức liên hợp  $P_2, P_3$ : nếu chúng càng ở gần trục ảo thì lại càng nhỏ làm kéo dài thời gian của quá trình quá độ; còn nếu chúng càng ở xa trục thực thì b càng lớn, do đó tần số dao động của quá trình quá độ càng cao.

c) Nếu điểm Zéro  $Z_1$  càng ở gần điểm cực  $P_1$  thì véctơ  $\overline{Z_1 P_1}$  càng nhỏ nên hệ số  $C_1$  càng bé. Đặc biệt nếu điểm Zéro  $Z_1$  trùng với điểm cực  $P_1$  thì hệ số  $C_1 = 0$ , do đó ta bảo rằng cực  $P_1$  bị bù trừ. Vậy đối với điểm cực có hại nằm ở gần trục ảo làm kéo dài quá trình quá độ, liệu ta có thể bù nó hoàn toàn không? Điều này không thể thực hiện được vì trong hệ thống thụ động, khi tạo ra một điểm Zéro phụ trợ để bù trừ tác hại của một điểm cực nào đó sẽ làm xuất hiện một điểm cực khác. Vì thế chỉ có thể thực hiện bù trừ từng phần bằng cách tạo ra một điểm Zéro ở lân cận điểm cực cần bù trừ sao cho điểm cực mới xuất hiện nằm cách rất xa điểm cực và điểm Zéro cần bù trừ nhau.

## 2.8. XÁC ĐỊNH HÀM TRUYỀN ĐẠT CỦA HỆ THỐNG PHỨC TẠP THEO HÀM TRUYỀN ĐẠT CỦA CÁC KHẤU: ĐẠI SỐ SƠ ĐỒ KHỐI VÀ GRAPH TÍN HIỆU

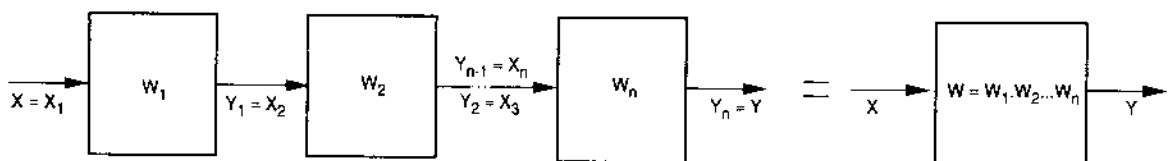
### 2.8.1. Đại số sơ đồ khối

Đại số sơ đồ khối là thuật toán để xác định hàm truyền đạt của hệ thống phức tạp khi đã biết hàm truyền đạt của các phần tử thành phần trong hệ thống. Nó gồm các thuật toán để xác định hàm truyền đạt của các phần tử ghép nối tiếp, song song với nhau của các mạch có phản hồi và nguyên lý chuyển đổi tín hiệu. Sau đây ta xét từng phép biến đổi đó.

a) Hệ thống gồm các phần tử ghép nối tiếp

Có  $n$  khối ghép nối tiếp nhau (hình 2.18) tương ứng với các hàm truyền đạt  $W_1, W_2, \dots, W_n$ .

Tín hiệu vào của hệ thống là tín hiệu vào của phần tử đầu tiên. Tín hiệu ra của phần tử cuối cùng là tín hiệu ra của hệ thống. Hàm truyền đạt của cả hệ thống  $W$  sẽ bằng tích của  $n$  hàm truyền đạt thành phần.



Hình 2.18: Hệ thống gồm  $n$  phần tử nối tiếp

Thật vậy từ hình 2.18 ta có:

$$W_1 = \frac{Y_1}{X_1} = \frac{Y_1}{X}$$

$$W_2 = \frac{Y_2}{X_2}$$

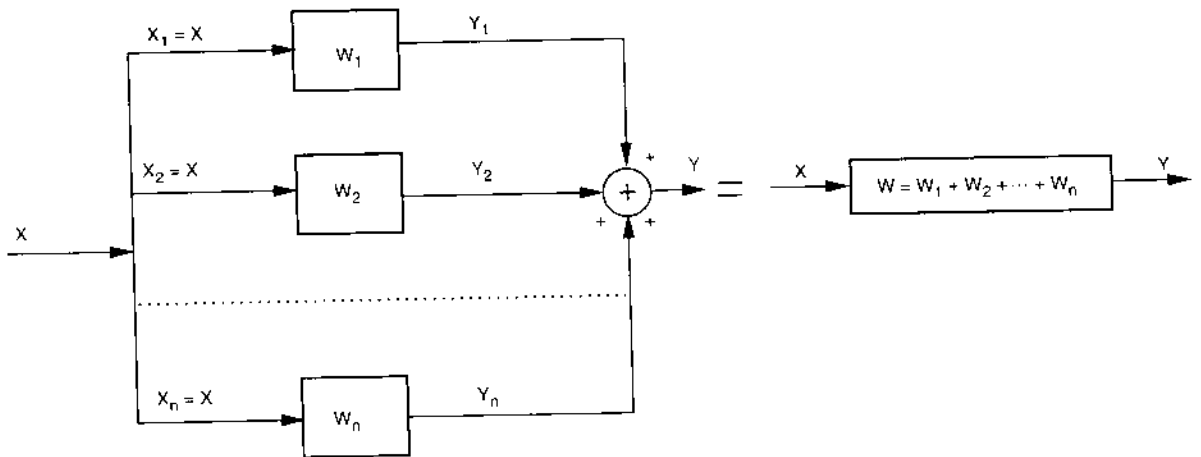
$$\dots\dots\dots$$

$$W_n = \frac{Y_n}{X_n} = \frac{Y}{X_n}$$

Từ đó ta có: 
$$W_1 \cdot W_2 \dots W_n = \prod_{i=1}^n W_i = \frac{Y}{X} = W \quad (2-23)$$

*b) Hệ thống gồm các phân tử ghép song song*

Hệ thống được xem là gồm các phân tử ghép song song (hình 2.19) nếu tín hiệu vào của hệ thống là tín hiệu vào của các phân tử thành phần. Còn tín hiệu ra của hệ thống bằng tổng đại số các tín hiệu ra của các phân tử thành phần. Nếu hệ thống có n phân tử ghép song song có hàm truyền đạt là  $W_1, W_2, \dots, W_n$  thì hàm truyền đạt của hệ thống  $W$  bằng tổng của các hàm truyền đạt thành phần.



**Hình 2.19:** Hệ thống gồm n phân tử ghép song song

Thật vậy từ hình 2.19 ta có:

$$Y_1 = W_1 \cdot X_1 = W_1 \cdot X$$

$$Y_2 = W_2 \cdot X_2 = W_2 \cdot X$$

.....

$$Y_n = W_n \cdot X_n = W_n \cdot X$$

$$Y = Y_1 + Y_2 + \dots + Y_n = (W_1 + W_2 + \dots + W_n) X = W \cdot X$$

Suy ra 
$$W = \frac{Y}{X} = W_1 + W_2 + \dots + W_n = \sum_{i=1}^n W_i \quad (2-24)$$

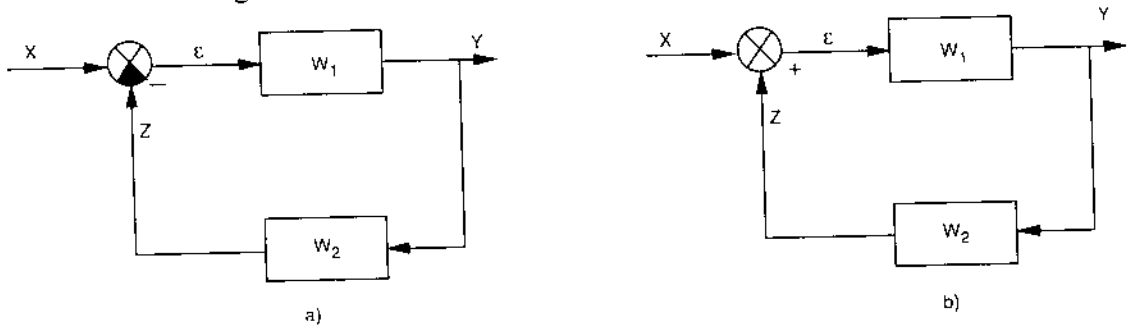
c) Hệ thống có mạch phản hồi

Hệ thống có mạch phản hồi gồm hai mạch: mạch thuận và mạch phản hồi (hình 2.20).

Mạch thuận có hàm truyền đạt  $W_1$ . Tín hiệu ra của mạch thuận là tín hiệu ra của hệ thống  $Y$  và đồng thời là tín hiệu vào của mạch phản hồi.

Mạch phản hồi có hàm truyền đạt  $W_2$  và tín hiệu ra là  $Z$ . Mạch phản hồi chia làm hai loại:

- Phản hồi âm (hình 2.20a) khi  $\varepsilon = X - Z$
- Phản hồi dương (hình 2.20b) khi  $\varepsilon = X + Z$



**Hình 2.20:** a) Hệ thống có phản hồi âm; b) Hệ thống có phản hồi dương

Xét với hệ thống có phản hồi âm (hình 2.20a) ta có:

$$\begin{cases} \varepsilon = X - Z \\ Y = W_1 \cdot \varepsilon \\ Z = W_2 \cdot Y \end{cases}$$

Giải ra ta có hàm truyền đạt của hệ thống có phản hồi âm:

$$W = \frac{Y}{X} = \frac{W_1}{1 + W_1 W_2} \quad (2-25)$$

Đối với hệ thống có phản hồi dương (hình 2.20b) ta có:

$$\begin{cases} \varepsilon = X + Z \\ Y = \varepsilon \cdot W_1 \\ Z = Y \cdot W_2 \end{cases}$$

Giải ra ta có hàm truyền đạt của hệ thống có phản hồi dương:

$$W = \frac{Y}{X} = \frac{W_1}{1 - W_1 W_2} \quad (2-26)$$

d) Chuyển đổi vị trí các tín hiệu

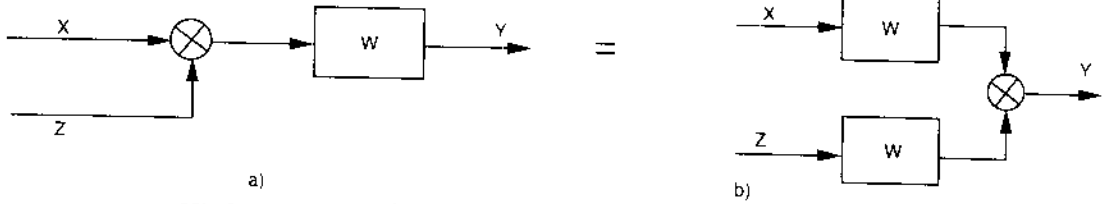
+ Chuyển tín hiệu vào từ trước một khối ra sau khối đó (hình 2.21).

Điều kiện biến đổi cấu trúc của hệ thống là tín hiệu truyền đạt đi không bị biến đổi. Trên hình 2.21 phải bảo đảm sao cho X, Z và Y không thay đổi.

Từ hình 2.21a ta có:  $Y = (X + Z)W = W.X + W.Z$

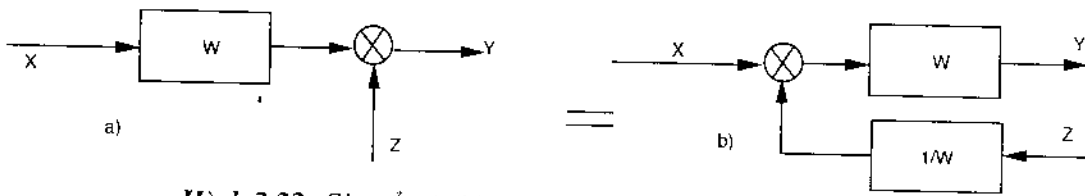
Từ hình 2.21b ta có:  $Y = Y_1 + Y_2 = W.X + W.Z$

Rõ ràng tín hiệu Z chuyển từ trước ra sau một khâu, tín hiệu đó phải đi qua một khâu mới đúng bằng khâu đó.



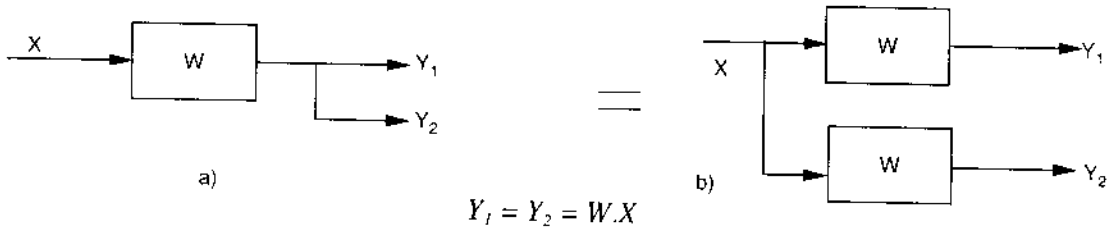
**Hình 2.21:** Chuyển tín hiệu vào từ trước một khối ra sau khối đó

+ Chuyển tín hiệu vào từ sau một khối ra trước khối đó (hình 2.22)



**Hình 2.22:** Chuyển tín hiệu vào từ sau khối ra trước khối đó

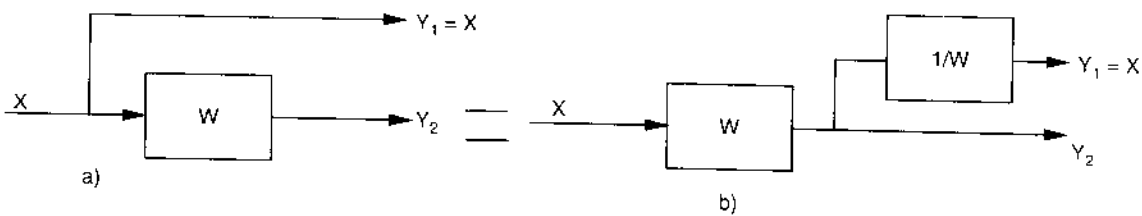
+ Chuyển tín hiệu ra từ sau một khối ra trước khối đó (hình 2.23)



$$Y_1 = Y_2 = W.X$$

**Hình 2.23:** Chuyển tín hiệu ra từ sau khối ra trước khối đó

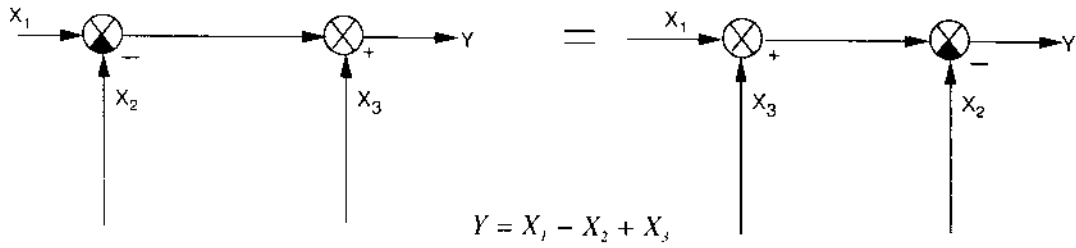
+ Chuyển tín hiệu ra từ trước một khối ra sau khối đó (hình 2.24)



$$Y_1 = X \text{ và } Y_2 = XW$$

**Hình 2.24:** Chuyển tín hiệu ra từ trước một khối ra sau khối

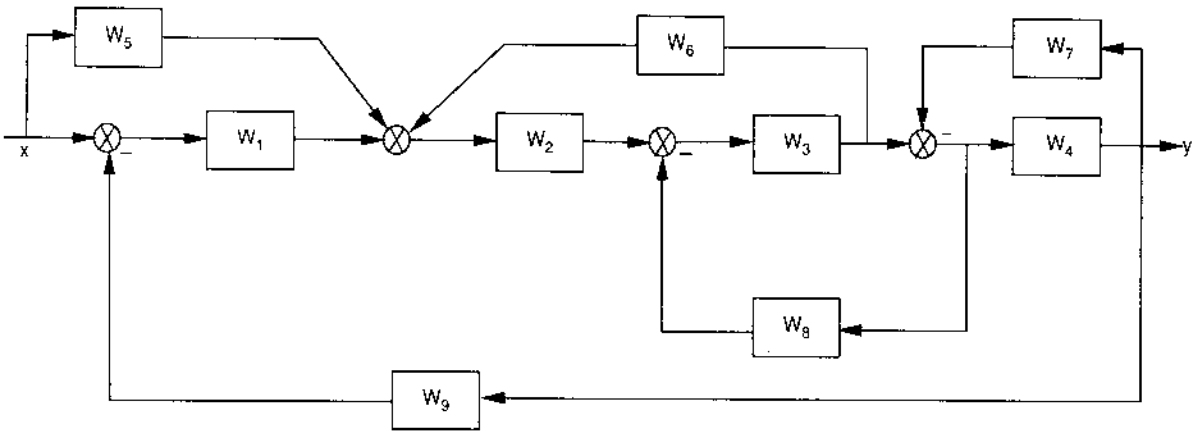
+ Các bộ cộng kế nhau có thể hoán vị vị trí cho nhau (hình 2.25)



$$Y = X_1 - X_2 + X_3$$

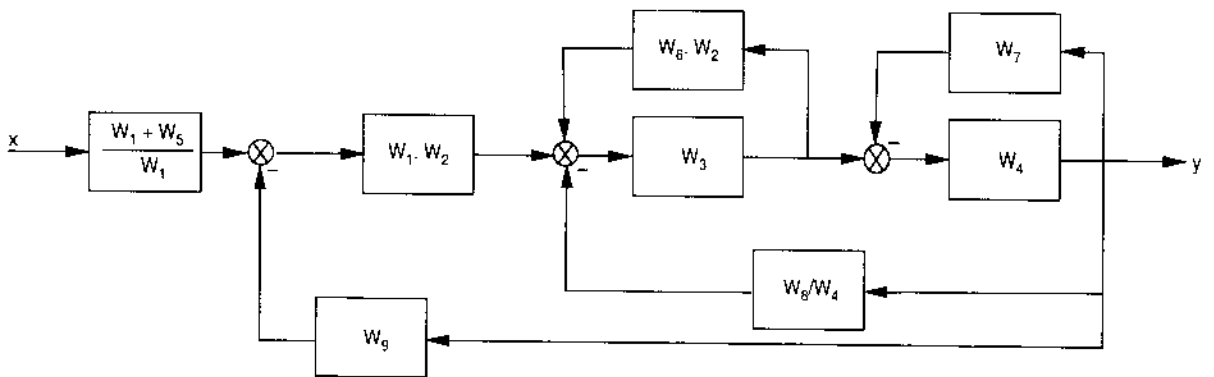
**Hình 2.25:** Hoán vị vị trí các bộ cộng kế nhau

e) Ví dụ ứng dụng đại số sơ đồ khối: Xác định hàm truyền đạt của hệ thống có sơ đồ khối vẽ trên hình 2.26.



**Hình 2.26**

Chuyển tín hiệu ở đầu ra của khâu  $W_5$  về trước khâu  $W_1$ , tín hiệu ra của khâu  $W_6$  về phía sau khâu  $W_2$  và tín hiệu vào của khâu  $W_8$  ra phía sau của khâu  $W_4$ , ta có sơ đồ trên hình 2.27.

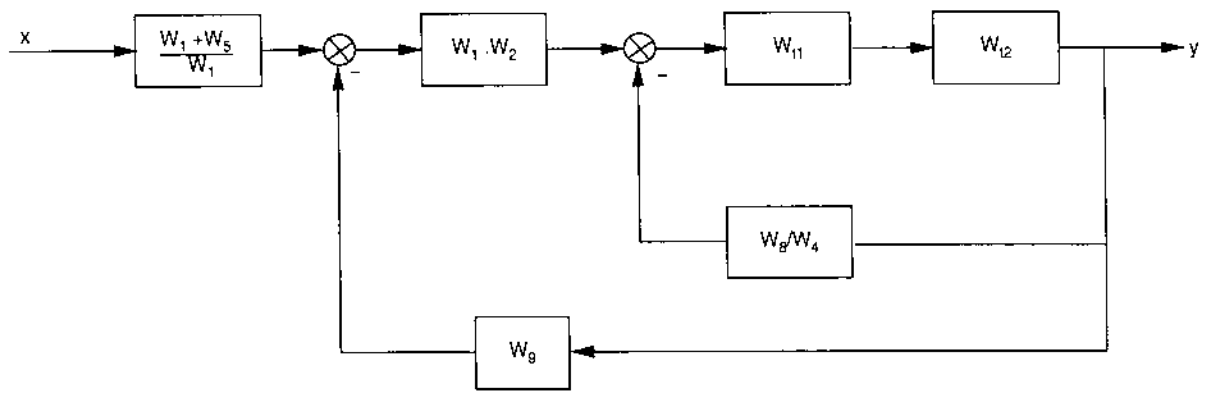


**Hình 2.27**

Biến đổi tương đương khâu  $W_3$  có phản hồi dương là khâu  $W_6 \cdot W_2$ , khâu  $W_4$  có phản hồi âm là khâu  $W_7$ , ta được sơ đồ hình 2.28 với:

$$W_{t_1} = \frac{W_3}{1 - W_3 \cdot W_6 \cdot W_2}$$

$$W_{t_2} = \frac{W_4}{1 + W_4 \cdot W_7}$$



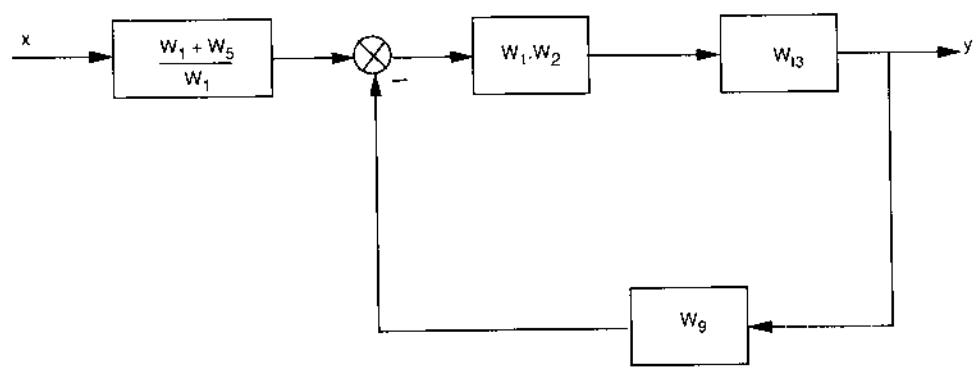
Hình 2.28

Biến đổi khâu  $W_{t_1}$  nối tiếp với khâu  $W_{t_2}$ , với phản hồi âm là khâu  $W_8/W_4$  ta được sơ đồ hình 2.29 với:

$$W_{t_3} = \frac{W_{t_1} \cdot W_{t_2}}{1 + W_{t_1} \cdot W_{t_2} \cdot \frac{W_8}{W_4}}$$

hoặc:

$$W_{t_3} = \frac{W_3 \cdot W_4}{(1 - W_3 \cdot W_6 \cdot W_2)(1 + W_4 \cdot W_7) + W_3 \cdot W_8}$$



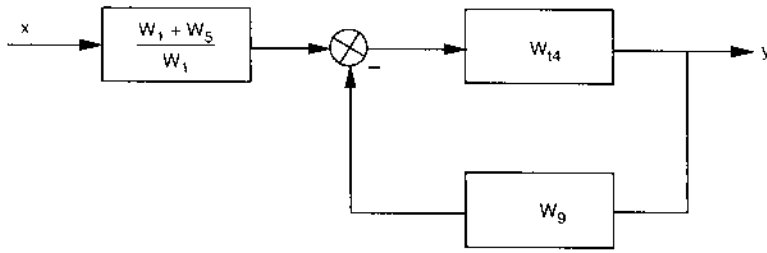
Hình 2.29

Biến đổi khâu  $(W_1 \cdot W_2)$  nối tiếp với khâu  $W_{t_3}$  ta được sơ đồ hình 2.30 với:

$$W_{t_4} = W_1 \cdot W_2 \cdot W_{t_3}$$

hoặc

$$W_{t_4} = \frac{W_1 \cdot W_2 \cdot W_3 \cdot W_4}{(1 - W_3 \cdot W_6 \cdot W_2)(1 + W_4 \cdot W_7) + W_3 \cdot W_8}$$



Hình 2.30

Cuối cùng hàm truyền đạt của hệ thống là:

$$W(p) = \frac{W_1 + W_5}{W_1} \cdot \frac{W_{t4}}{1 + W_{t4} \cdot W_9}$$

$$W(p) = \frac{(W_1 + W_5) \cdot W_2 \cdot W_3 \cdot W_4}{(1 - W_3 \cdot W_6 \cdot W_2)(1 + W_4 \cdot W_7) + W_3 \cdot W_8 + W_1 \cdot W_2 \cdot W_3 \cdot W_4 \cdot W_9}$$

### 2.8.2. Graph tín hiệu để xác định hàm truyền đạt của hệ thống điều khiển

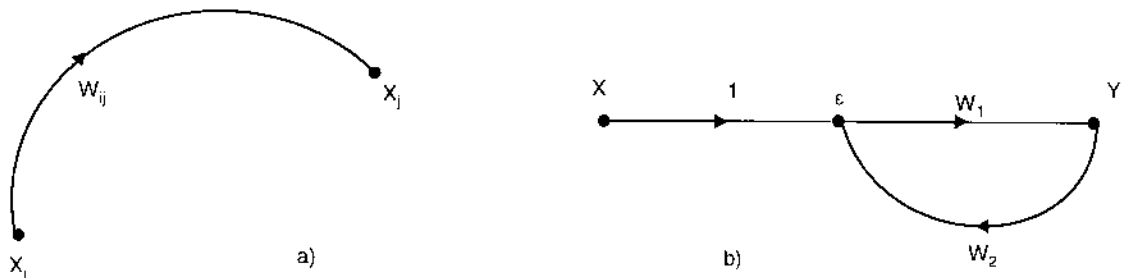
#### a) Các định nghĩa cơ bản

- Graph là một đồ hình gồm các nhánh và các nút.

- Mỗi một nút của graph được biểu diễn bởi một điểm và ghi tên một đại lượng nào đó của hệ thống điều khiển. Nút gốc là đại lượng vào, nút ngọn là đại lượng ra của một khâu nào đó.

- Mỗi nhánh nối nút gốc và nút ngọn có kèm theo mũi tên, trên đó ghi giá trị hàm truyền đạt tương ứng với một khâu nào đó, ví dụ một nhánh với hai nút gốc và nút ngọn vẽ trên hình 2.31a. Hàm truyền đạt của một nhánh bằng tỉ số của giá trị nút ngọn và giá

trị nút gốc:  $W_{ij} = \frac{X_j}{X_i}$

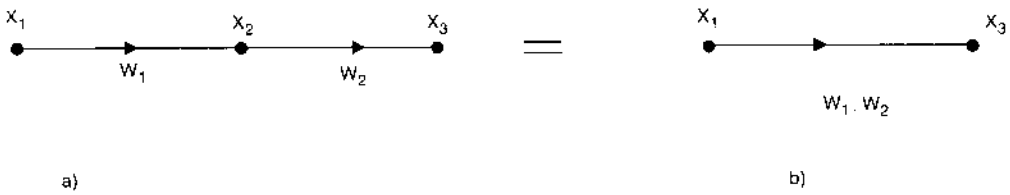


Hình 2.31

Tương tự như sơ đồ cấu trúc, sự liên kết của các nhánh riêng lẻ tạo thành một graph tín hiệu cho một hệ thống điều khiển. Theo sơ đồ cấu trúc hình 2.20a (hệ thống có phản hồi âm) ta vẽ được graph tín hiệu tương ứng mô tả hệ thống như trên hình 2.31b. Đây gọi là graph tín hiệu cơ bản.

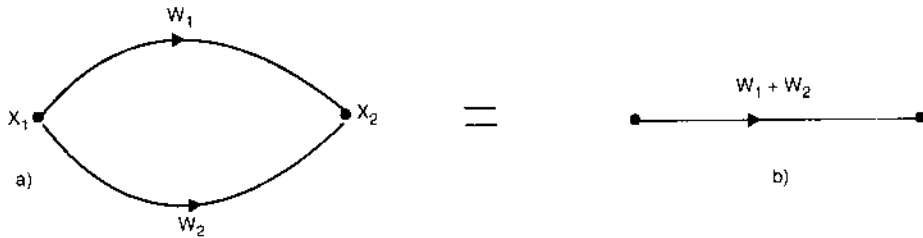
b) Quy tắc biến đổi của graph

+ Biến đổi các nhánh nối tiếp.



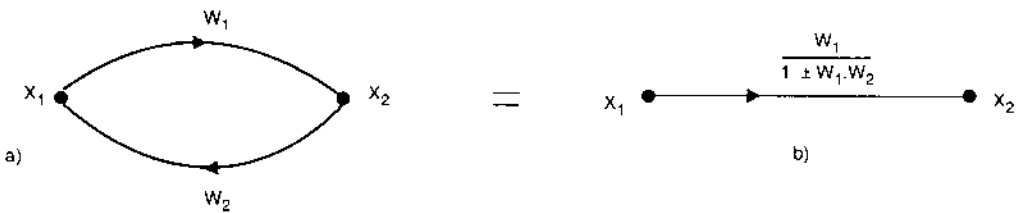
Hình 2.32

+ Biến đổi các nhánh song song.



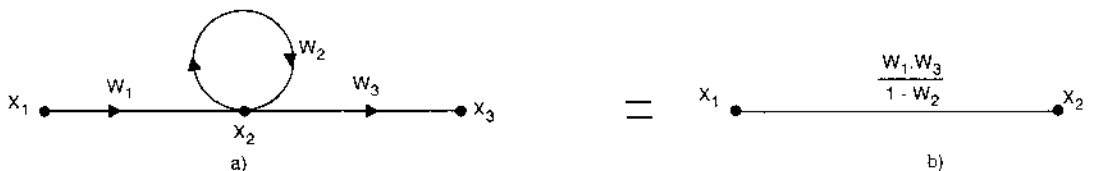
Hình 2.33

+ Biến đổi nhánh có phản hồi âm (hoặc dương)



Hình 2.34

+ Khử nhánh tạo vòng kín (khử thông lọng)



Hình 2.35

c) Sự tương ứng giữa sơ đồ cấu trúc và graph tín hiệu của hệ thống điều khiển

Giả sử ta có hệ thống điều khiển được mô tả bởi graph tín hiệu hình 2.35a. Từ graph đó ta viết các phương trình:

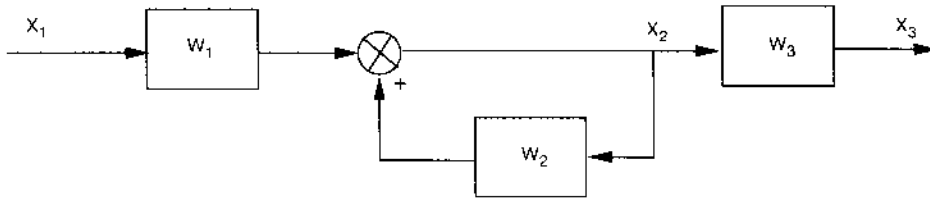
$$\left. \begin{aligned} X_2 &= W_1 \cdot X_1 + W_2 \cdot X_2 \\ X_3 &= W_3 \cdot X_2 \end{aligned} \right\} \quad (2-27)$$

Biến đổi các biểu thức này ta có:



$$\left. \begin{aligned} X_2 &= W_1 \cdot X_1 \cdot \frac{1}{1 - W_2} \\ X_3 &= W_3 \cdot X_2 \end{aligned} \right\} \quad (2-28)$$

Hệ phương trình nhận được (2-28) tương ứng với sơ đồ cấu trúc trên hình 2.36.

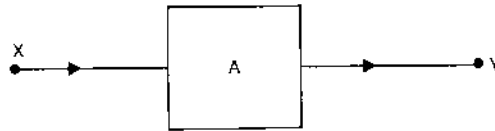


Hình 2.36

Đối với những hệ thống điều khiển phức tạp thì sơ đồ cấu trúc cũng sẽ phức tạp. Muốn xác định hàm truyền đạt của hệ thống phức tạp thông qua sơ đồ cấu trúc ta phải tiến hành biến đổi cấu trúc rất dễ nhầm lẫn và phức tạp. Nhưng nếu dựa vào graph tín hiệu ta sẽ dễ dàng xác định được hàm truyền đạt của hệ thống nhờ công thức Meson sau đây:

d) Công thức Meson để xác định hàm truyền đạt của graph tín hiệu

Để xác định hàm truyền đạt (hay toán tử) của một graph tín hiệu có dạng tổng quát trên hình 2.37, Meson đã đưa ra công thức tổng quát sau:



Hình 2.37

$$W_{XY} = \frac{1}{\Delta} \sum_k P_k(XY) \cdot \Delta_k \quad (2-29)$$

Trong đó:

$$+ \Delta = 1 - \sum_i L_i + \sum_{i,j} L_i L_j - \sum_{i,j,k} L_i L_j L_k + \dots; \text{ với:}$$

+  $\sum L_i$  là tổng tất cả các hàm truyền đạt của các vòng kín có trong graph (vòng

kín là một đường khép kín bao gồm các nhánh liên tiếp có cùng một hướng mà tín hiệu đi qua một nút của một nhánh nào đó chỉ được một lần);

+  $\sum L_i L_j$  là tổng các tích hàm truyền đạt của hai vòng kín không dính vào nhau ở trong graph;

+  $\sum L_i L_j L_k$  là tổng các tích hàm truyền đạt của ba vòng kín không dính vào nhau ở trong graph;

+  $P_k(XY)$  là hàm truyền đạt của đường dòng thứ k hướng từ X đến Y (đường dòng là một đường liên tục bao gồm các nhánh có cùng một hướng từ X đến Y mà khi tín hiệu truyền đạt qua một nút của nó từ gốc đến ngọn chỉ được một lần);

+  $\Delta_k$  là định thức con của graph, suy ra từ  $\Delta$  bằng cách bỏ đi các vòng kín  $L_i$  có đỉnh với đường dòng thứ k.

**Ví dụ:** Tìm hàm truyền đạt tương đương của graph tín hiệu hình 2.38.

- Xác định hàm truyền đạt của các đường dòng  $P_k$ :

$$P_1 = a.b.c.l$$

$$P_2 = a.d.e.c.l$$

$$P_3 = a.d.g.h.l$$

- Các vòng kín  $L_i$  gồm có:

$$L_1 = d.g.h.n.r.p.l$$

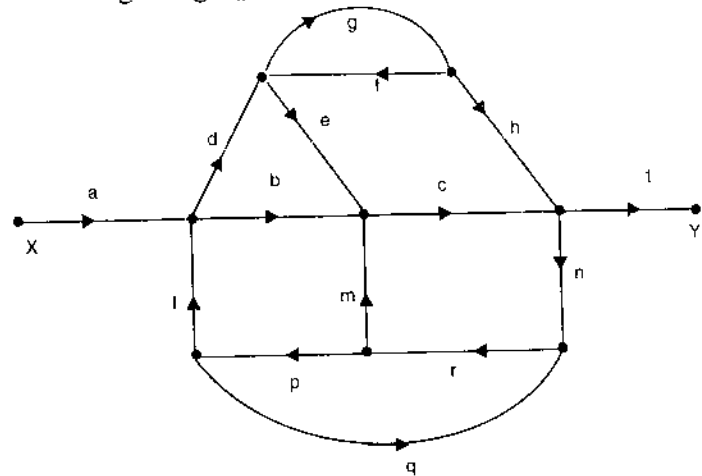
$$L_2 = g.f$$

$$L_3 = d.e.c.n.r.p.l$$

$$L_4 = b.c.n.r.p.l$$

$$L_5 = c.n.r.m$$

$$L_6 = q.r.p$$



Hình 2.38

$$- \sum_{i,j} L_i L_j = L_2 L_4 + L_5 L_2 + L_2 L_6$$

$$- \sum_{i,j,k} L_i L_j L_k = 0$$

$$- \text{Từ đó: } \Delta = 1 - \sum_i L_i + \sum_{i,j} L_i L_j - \sum_{i,j,k} L_i L_j L_k$$

$$\Delta = 1 - (L_1 + L_2 + L_3 + L_4 + L_5 + L_6) + L_2 L_4 + L_5 L_2 + L_2 L_6 - 0$$

$$\Delta_1 = 1 - (L_2 + L_6) + L_2 L_6 \text{ (vì } L_1, L_3, L_4, L_5 \text{ có đỉnh với } P_1)$$

$$\Delta_2 = 1 - L_6 \text{ (vì } L_1, L_2, L_3, L_4, L_5 \text{ có đỉnh với } P_2)$$

$$\Delta_3 = 1 - L_6 \text{ (vì } L_1, L_2, L_3, L_4, L_5 \text{ có đỉnh với } P_3)$$

Cuối cùng ta có hàm truyền đạt của graph:

$$W_{XY} = \frac{P_1 \Delta_1 + P_2 \Delta_2 + P_3 \Delta_3}{\Delta}$$

### Chương 3

## TÍN HIỆU ĐIỀU KHIỂN, CÁC KHÂU ĐỘNG HỌC ĐIỂN HÌNH TRONG HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG

### 3.1. TÍN HIỆU, TÍN HIỆU ĐIỀU KHIỂN

#### 3.1.1. Tín hiệu tương tự, tín hiệu rời rạc, tín hiệu số

Tín hiệu là biểu hiện vật lý của thông tin. Các thông tin này thường là thông tin về trạng thái, hay hành vi của một hệ vật lý nào đó. Tín hiệu là hàm của một hay vài biến độc lập. Nhưng theo quy ước tín hiệu được coi là hàm theo một biến độc lập là thời gian  $t$  (mặc dù không phải như vậy; ví dụ áp suất ngoài việc thay đổi theo thời gian, còn phụ thuộc vào độ cao, độ sâu).

##### a) Phân loại tín hiệu theo tính chất của biến số độc lập thời gian

Theo tính chất của biến số độc lập thời gian ta có các loại tín hiệu sau:

- Tín hiệu liên tục theo thời gian: là tín hiệu có biến số độc lập thời gian  $t$  liên tục (Continuous - Time Signal)

- Tín hiệu rời rạc: là tín hiệu có biến số độc lập thời gian rời rạc, nghĩa là tín hiệu được biểu diễn bởi một dãy số; hàm số biểu diễn tín hiệu chỉ có giá trị xác định ở những thời điểm nhất định, còn ở những thời điểm khác thì tín hiệu là không có giá trị xác định chứ không phải bằng không (Discrete - Time Signal).

Ta có thể thu nhận được tín hiệu rời rạc bằng cách lấy mẫu tín hiệu liên tục. Cho nên tín hiệu rời rạc còn được gọi là tín hiệu được lấy mẫu, kí hiệu là  $x^*(t)$  (Sampled Signal).

##### b) Phân loại tín hiệu theo biên độ của tín hiệu

Ta có các loại tín hiệu sau:

- Tín hiệu tương tự: là tín hiệu liên tục cả về biên độ lẫn thời gian thường kí hiệu là  $x(t)$  (Analog Signal).

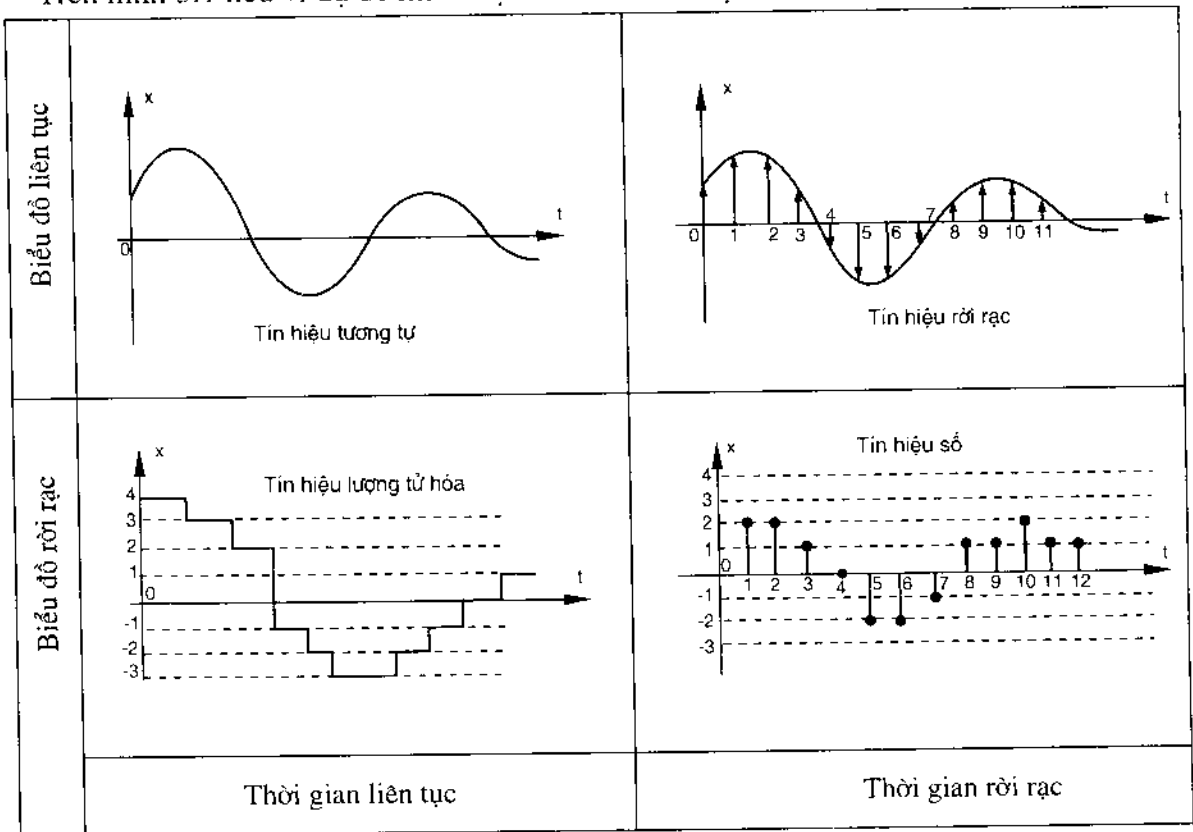
- Tín hiệu lượng tử hóa: tín hiệu tương tự có biên độ được rời rạc hóa gọi là tín hiệu lượng tử hóa (Quantified Signal).

- Tín hiệu số: tín hiệu số là tín hiệu rời rạc theo biến số độc lập thời gian  $t$ , đồng thời có biên độ cũng được lượng tử hóa (Digital Signal), kí hiệu  $x(k)$ . Trong nội dung cuốn sách này ta quan tâm tới tín hiệu tương tự  $x(t)$ , tín hiệu rời rạc  $x^*(t)$  và tín hiệu số  $x(k)$ . Tín hiệu số tồn tại khá nhiều trong cuộc sống và trong kĩ thuật: ví dụ như Tổng cục Khí tượng Thủy văn hàng ngày vào 7 giờ sáng phải đo nhiệt độ tại một địa điểm nào đó.

Đó chính là quá trình lấy mẫu theo thời gian hàng ngày (với chu kì lấy mẫu  $T = 1$  ngày) và số hóa. Sự số hóa được thể hiện ở chỗ giá trị nhiệt độ đo được chỉ chính xác đến hàng đơn vị. Nếu giả sử nhiệt độ đo được lúc lấy mẫu là  $25,6^\circ$  thì người ta cũng chỉ ghi  $26^\circ$ . Nghĩa là trên trục biên độ chỉ có một số nấc rời rạc nhất định chứ không phải liên tục.

Một ví dụ nữa là việc thống kê số lượng hành khách bay đi tại một sân bay trong ngày được thể hiện bởi tín hiệu số. Con số hành khách này là một số nguyên, là những nấc rời rạc chứ không liên tục và phụ thuộc vào số thứ tự các chuyến bay là một số nguyên 1, 2, 3, 4...

Trên hình 3.1 nêu ví dụ để minh họa các kiểu tín hiệu.

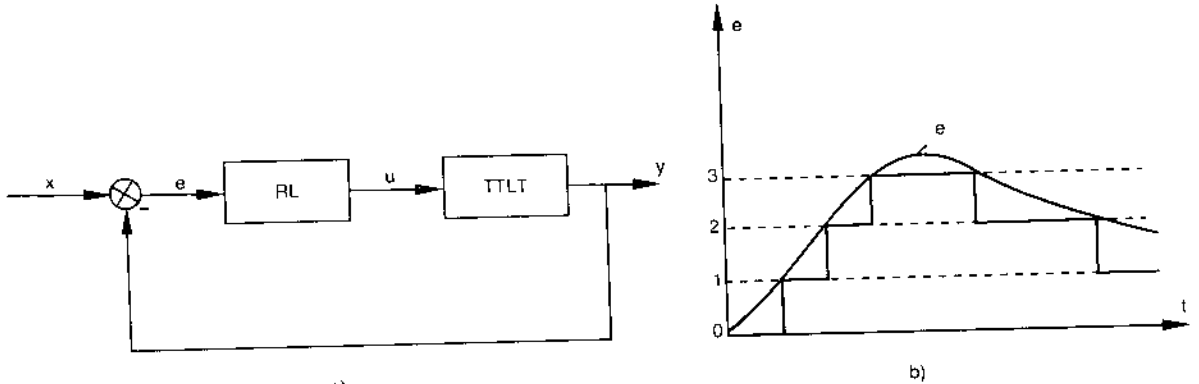


Hình 3.1: Phân loại tín hiệu

### 3.1.2. Lượng tử hóa tín hiệu

Trong một hệ thống gián đoạn có những phần tử đóng vai trò chuyển đổi tín hiệu liên tục thành tín hiệu gián đoạn. Quá trình chuyển đổi này gọi là quá trình lượng tử hóa. Có ba phương pháp lượng tử hóa: lượng tử hóa theo mức, lượng tử hóa theo thời gian và lượng tử hóa hỗn hợp.

a) *Lượng tử hóa theo mức*: lượng tử hóa theo mức là lượng tử hóa theo biên độ của tín hiệu; giá trị của tín hiệu ra được rời rạc hóa theo những mức quy định nhất định phụ thuộc vào giá trị của tín hiệu vào liên tục. Hệ thống điều khiển tự động tác động theo nguyên tắc vị trí là một ví dụ cụ thể về hệ thống gián đoạn với phân tử lượng tử hóa theo mức. Trên đồ thị hình 3.2 mô tả phép lượng tử thực hiện cho bốn mức 0, 1, 2, 3 của tín hiệu vào vào liên tục  $e(t)$  và sơ đồ của hệ thống điều khiển vị trí.



**Hình 3.2:** (a) Hệ thống điều khiển Rơle; (b) Sơ đồ nguyên lý phép lượng tử hóa theo mức

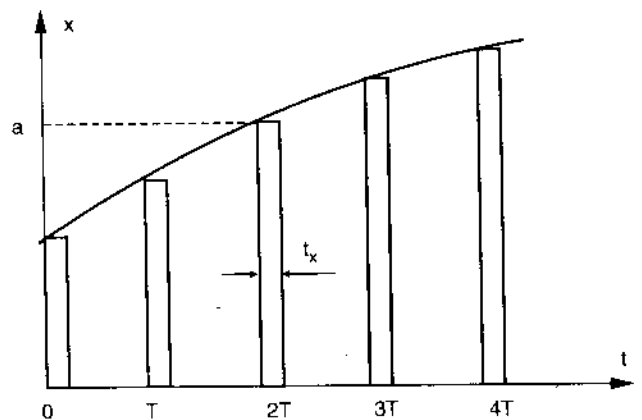
Tương ứng với bốn mức lượng tử 0, 1, 2, 3 của tín hiệu vào  $e(t)$  là bốn mức tác động điều khiển  $u$  ở đầu ra của phân tử Rơle RL. TTLT là thành phần tuyến tính liên tục trong hệ thống.

b) *Lượng tử hóa theo thời gian*: đó là phép lượng tử (còn gọi là lấy mẫu) được thực hiện sau những khoảng thời gian bằng nhau gọi là chu kỳ lấy mẫu  $T$ . Phân tử thực hiện phép lượng tử hóa này gọi là phân tử xung (PTX). Quá trình hình thành xung ở đầu ra của phân tử xung PTX phụ thuộc vào biên độ của tín hiệu vào tại thời điểm lấy mẫu được gọi là quá trình điều chế xung. Có bốn phương pháp điều chế xung là:

- Điều chế theo biên độ;
- Điều chế theo độ rộng;
- Điều chế theo pha;
- Điều chế theo tần số.

• Phương pháp điều chế xung theo biên độ:

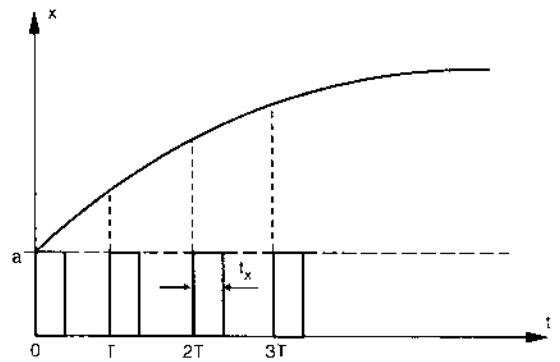
Phương pháp điều chế này sẽ tạo ra xung ở đầu ra của phân tử xung có chu kỳ  $T$  cố định bằng chu kỳ lấy mẫu; thời gian phát xung  $t_x$  không đổi; còn biên độ  $a$  của xung phụ thuộc vào giá trị tín hiệu vào tại thời điểm lấy mẫu như trên đồ thị hình 3.3.



**Hình 3.3:** Phương pháp điều chế xung theo biên độ

- Phương pháp điều chế xung theo độ rộng:

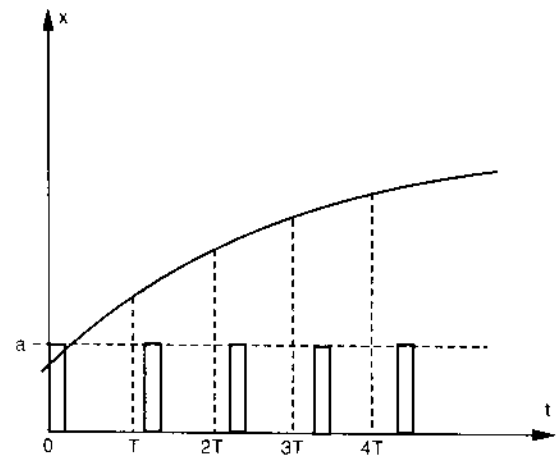
Theo phương pháp này xung ở đầu ra của phân tử xung có biên độ không thay đổi:  $a = \text{const}$ , chu kỳ của xung bằng chu kỳ lấy mẫu và cũng không thay đổi:  $T = \text{const}$ ; còn độ rộng xung  $t_x$  thay đổi và phụ thuộc vào biên độ của tín hiệu vào tại thời điểm lấy mẫu như thể hiện trên hình 3.4.



**Hình 3.4:** Phương pháp điều chế xung theo độ rộng

- Phương pháp điều chế xung theo pha:

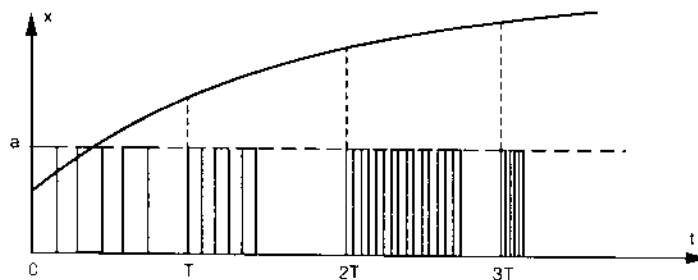
Phương pháp điều chế này tạo ra xung ở đầu ra của phân tử xung có chu kỳ  $T$ , biên độ  $a$  và độ rộng  $t_x$  không thay đổi. Nhưng thời điểm phát xung lệch pha so với thời điểm lấy mẫu một giá trị phụ thuộc vào biên độ của tín hiệu vào tại thời điểm lấy mẫu như thể hiện trên hình 3.5.



**Hình 3.5:** Phương pháp điều chế xung theo

- Phương pháp điều chế xung theo tần số:

Phương pháp này tạo xung ở đầu ra của phân tử xung với tần số thay đổi phụ thuộc vào biên độ của tín hiệu vào tại thời điểm lấy mẫu như trên hình 3.6.

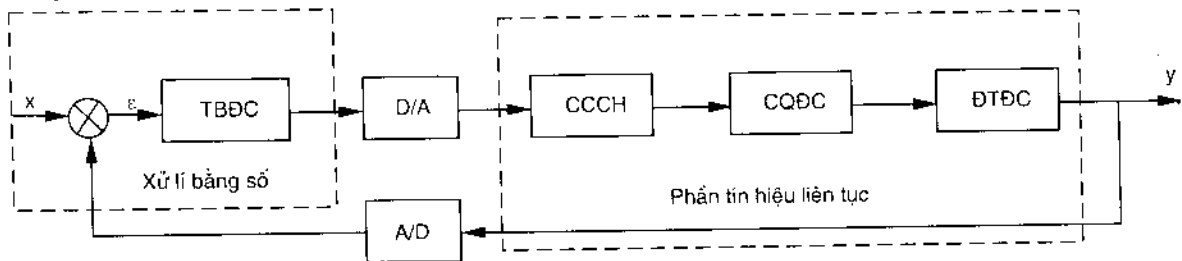


**Hình 3.6:** Phương pháp điều chế xung theo tần số

Hệ thống điều khiển tự động có phân tử điều chế xung theo một trong bốn phương pháp nêu trên đây là hệ thống điều khiển xung.

c) *Lượng tử hóa hỗn hợp*: lượng tử hóa hỗn hợp được thực hiện bằng cách chia giá trị tín hiệu thành những mức đều nhau. Khoảng cách giữa các mức lân cận gọi là một bước lượng tử. Chu kỳ lấy mẫu là cố định, giá trị tín hiệu ra bằng giá trị mức lượng tử gần với

giá trị tín hiệu vào tại thời điểm lấy mẫu nhất. Đây chính là phương pháp lượng tử hóa của các bộ chuyển đổi tương tự - số (Analog - Digital Converter) gọi tắt là bộ chuyển đổi A/D. Bộ chuyển đổi A/D được sử dụng trong các hệ thống điều khiển hỗn hợp gồm những chuỗi của các hệ thống tương tự liên hợp với các hệ thống số như mạng hệ thống điện thoại, các mạch vòng điều chỉnh tự động, dây HiFi và Compact Disc. Trên hình 3.7 là một ví dụ về hệ thống tự động điều khiển liên hợp tương tự và số có sử dụng các bộ chuyển đổi tương tự - số (A/D) và số - tương tự (D/A).



Hình 3.7: Hệ thống tự động điều khiển hỗn hợp

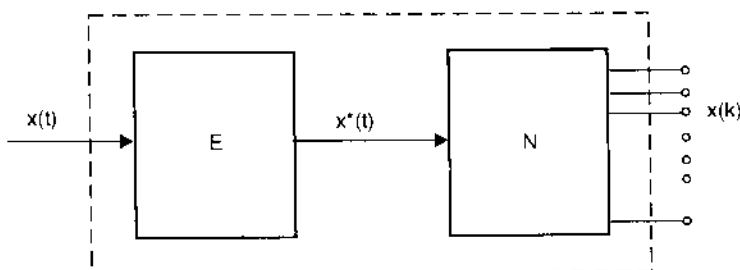
### 3.1.3. Chuyển đổi tương tự - số (A/D) và chuyển đổi số - tương tự (D/A)

Tín hiệu tương tự thường gặp trong thực tế vì dễ tạo ra, hơn nữa tính chất liên tục theo thời gian của nó phù hợp với các hiện tượng vật lý thông thường. Còn tín hiệu số chỉ xuất hiện trong các thiết bị số (thiết bị đo) và thường được sử dụng như một hình thức trung gian thuận tiện cho việc đo lường và xử lý tín hiệu. Nó thường không xuất hiện trực tiếp trong các hiện tượng thực tế. Do đó cần phải có các mạch trung gian để chuyển đổi tín hiệu từ dạng tương tự sang dạng số và ngược lại từ dạng số sang dạng tương tự. Người ta gọi các mạch loại này là mạch chuyển đổi tương tự - số (A/D) như đã nói ở trên và mạch chuyển đổi số - tương tự (Digital - Analog Converter) gọi tắt là mạch chuyển đổi D/A.

Việc chuyển đổi tín hiệu như vậy đòi hỏi trong kỹ thuật quá trình lấy mẫu và giữ mẫu không tách rời nhau.

#### a) Chuyển đổi tương tự - số (A/D)

Việc chuyển đổi tương tự - số được thực hiện theo sơ đồ khối hình 3.8.

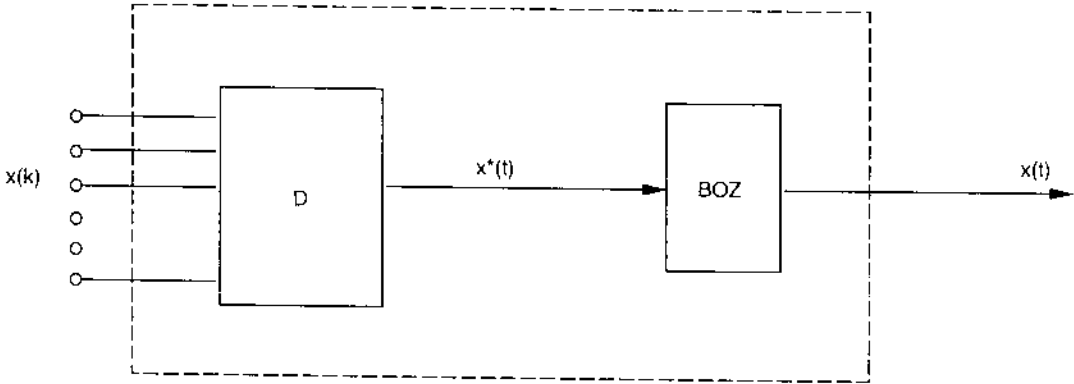


Hình 3.8: Chuyển đổi tương tự - số (A/D)

Tín hiệu liên tục  $x(t)$  được lấy mẫu và giữ mẫu, sau đó được số hóa thành tín hiệu số  $x(k)$ . Quá trình trích mẫu được thực hiện qua mạch lấy mẫu E để biến tín hiệu liên tục  $x(t)$  thành tín hiệu gián đoạn  $x^*(t)$ . Sau đó tín hiệu rời rạc  $x^*(t)$  được mã hóa nhờ mạch số hóa N thành tín hiệu số  $x(k)$ .  $x(k)$  là số được mã hóa ở đầu ra có từ 8 đến 12 bits.

*b) Chuyển đổi số - tương tự (D/A)*

Quá trình chuyển đổi tín hiệu từ dạng số sang dạng tương tự được thực hiện theo sơ đồ khối hình 3.9.



**Hình 3.9:** Chuyển đổi số - tương tự (D/A)

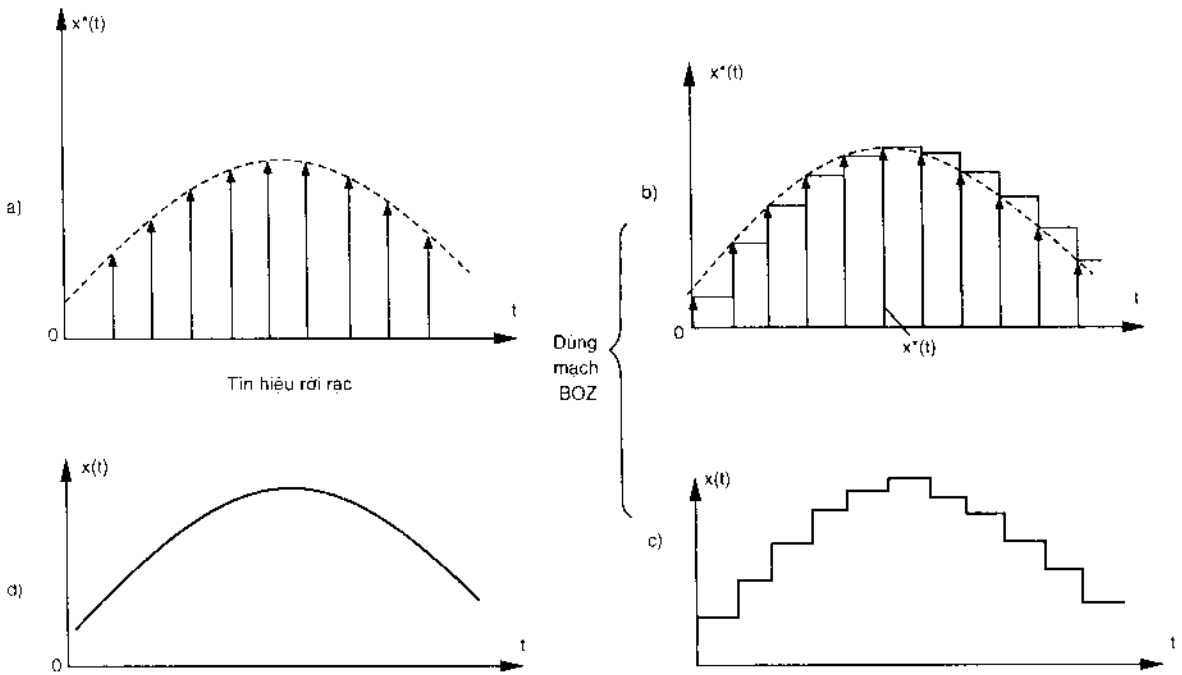
Tín hiệu số  $x(k)$  được giải mã qua bộ giải mã D để chuyển thành tín hiệu rời rạc  $x^*(t)$ . Mạch BOZ (gọi là mạch giữ cấp không) có nhiệm vụ chuyển tín hiệu gián đoạn  $x^*(t)$  thành tín hiệu liên tục  $x(t)$ .

Việc khôi phục tín hiệu liên tục  $x(t)$  từ tín hiệu gián đoạn  $x^*(t)$  có thực hiện được hay không còn tùy thuộc vào điều kiện ràng buộc đối với cách lựa chọn giá trị của chu kỳ lấy mẫu T. Điều kiện ràng buộc này được phát biểu qua định lí lấy mẫu Shannon (định lí Shannon không giới thiệu trong nội dung cuốn sách này). Nếu định lí Shannon được thỏa mãn thì tín hiệu liên tục  $x(t)$  khôi phục lại được.

Để khôi phục lại tín hiệu tương tự  $x(t)$  từ tín hiệu rời rạc  $x^*(t)$ , ta có thể tiến hành theo hai cách:

- Cách thứ nhất: là lọc tín hiệu rời rạc  $x^*(t)$  qua một mạch lọc thông thấp ta sẽ được tín hiệu tương tự có dạng như vẽ trên hình 3.10d.
- Cách thứ hai: dùng mạch giữ để giữ mỗi tín hiệu lấy mẫu (như chỉ rõ trên hình 3.10b) cho đến tận thời điểm lấy mẫu kế tiếp nhờ mạch BOZ. Kết quả tín hiệu  $x(t)$  ở đầu ra có dạng bậc thang như hình 3.10c. Mạch BOZ (như đã nói ở trên là mạch lưu giữ cấp không) là một mạch để ghi và nhớ giúp ghi nhớ tín hiệu chứ không phải là một mạch tương tự.





**Hình 3.10:** Khôi phục tín hiệu liên tục  $x(t)$  từ tín hiệu rời rạc  $x^*(t)$

### 3.1.4. Tín hiệu điều khiển

#### a) Tín hiệu điều khiển tương tự

Xét một khâu điều khiển tự động có tín hiệu chủ đạo (còn gọi là tín hiệu đặt)  $x_c$ ; tín hiệu điều khiển  $u$  và tín hiệu cân điều khiển  $y$  (hay tín hiệu ra) như hình 3.11 a.

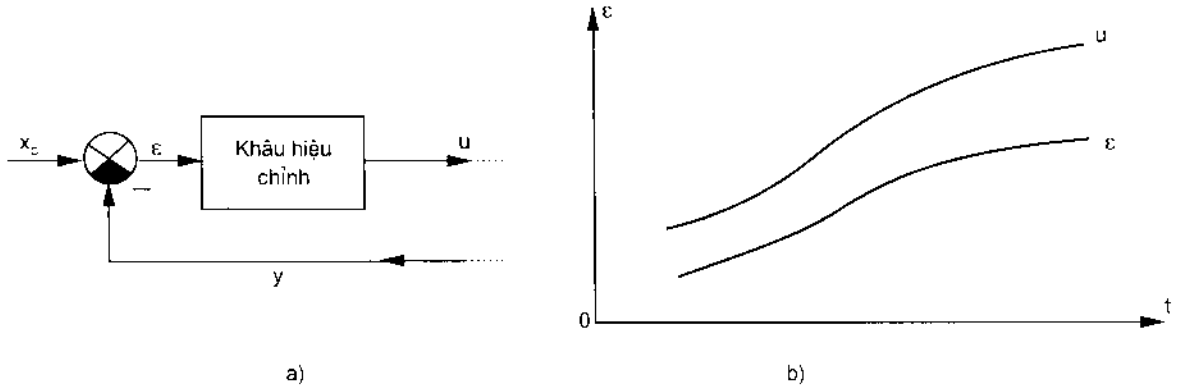
Khi tín hiệu chủ đạo  $x_c$  và tín hiệu ra  $y$  là các tín hiệu tương tự thì sai lệch  $\varepsilon = (x_c - y)$  cũng là một tín hiệu tương tự; tín hiệu tương tự  $\varepsilon$  này được theo dõi thường xuyên nhờ sự quan sát một cách liên tục tín hiệu ra  $y$  (trong ví dụ về điều khiển lái xe ở hình 1.14, người lái xe luôn luôn dán mắt vào lề đường để theo dõi thường xuyên sai số giữa khoảng cách được đặt ra  $x_c$  ( $d_0$ ) với khoảng cách thật sự  $y$  ( $d$ ) giữa xe và lề đường). Do vậy tín hiệu điều khiển  $u$  được bộ phận hiệu chỉnh điều chế ra một cách tự động, liên tục, thường xuyên để khắc phục sai lệch  $\varepsilon$ . Quy luật điều khiển đơn giản nhất được sử dụng để tạo ra tín hiệu điều khiển  $u$  nhờ khâu hiệu chỉnh là quy luật "có hay không có"; quy luật này tạo tín hiệu điều khiển  $u$  theo nguyên tắc sau:

Nếu sai lệch  $\varepsilon > 0$  tức là  $y < x_c$  thì tín hiệu  $u$  được phát ra là  $U_{\max}$ ;

Nếu sai lệch  $\varepsilon < 0$  tức là  $y > x_c$  thì không có tín hiệu phát ra, tức là  $U = 0$  (hay  $U_{\min}$ ).

Quy luật điều khiển này rất thông dụng trong các hệ thống điều khiển thô, đơn giản, có quán tính lớn, ví dụ hệ thống điều khiển tĩnh nhiệt trong các thiết bị sưởi ấm. Trong hệ thống như vậy, khi sai lệch  $\varepsilon > 0$  thì nhiệt độ thực trong căn hộ nhỏ hơn nhiệt độ yêu cầu nên phải tiến hành sưởi ấm bằng cách phát ra tín hiệu điều khiển  $U_{max}$ ; còn khi  $\varepsilon < 0$  tức là nhiệt độ thực đã lớn hơn mức yêu cầu thì không cần tiến hành sưởi ấm nữa cho nên tín hiệu điều khiển là  $U_{min}$ . Trên đồ thị hình 3.11b là tín hiệu điều khiển  $u$  và sai lệch  $\varepsilon$  đều là tín hiệu tương tự. Ở đây  $u = k.\varepsilon$  nên ta có quy luật điều khiển tỉ lệ với khâu chỉnh là một khâu tỉ lệ.

Các quy luật điều khiển sẽ được giới thiệu kĩ hơn ở phần tiếp theo.



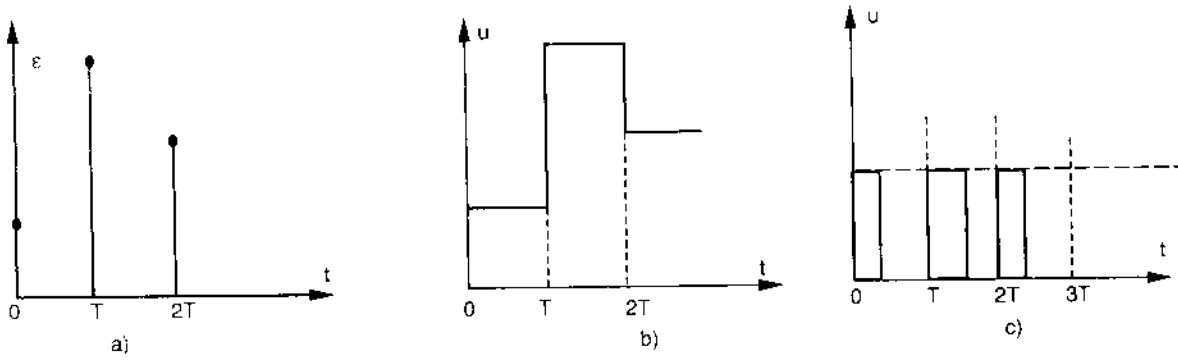
**Hình 3.11:** Tín hiệu điều khiển tương tự  $u$

*b) Tín hiệu điều khiển gián đoạn*

Trong trường hợp tín hiệu điều khiển là gián đoạn thì sai lệch  $\varepsilon$  được theo dõi không liên tục mà ở từng thời điểm sau những khoảng thời gian nhất định không đổi nhờ quan sát gián đoạn đại lượng ra  $y$  (người lái xe chỉ thỉnh thoảng, sau những quãng thời gian không đổi nhất định, mới quan sát nhìn lề đường để xác định sai lệch  $\varepsilon$  tại thời điểm quan sát và có tác động cần thiết vào tay lái và duy trì tác động này cho đến lần quan sát tiếp theo).

Sai lệch  $\varepsilon$  được lượng tử hóa với chu kỳ lấy mẫu  $T$  (hình 3.12a) được sử dụng để đưa vào mạch hiệu chỉnh nhằm điều chế ra tín hiệu điều khiển  $u$  thích hợp theo một trong hai kiểu sau:

- Tín hiệu điều khiển  $u$  đặt vào đối tượng điều khiển được điều chế theo biên độ, được duy trì không đổi trong suốt chu kỳ  $T$  nên có dạng bậc thang như trên hình 3.12b.
- Tín hiệu điều khiển  $u$  được duy trì với biên độ không đổi và điều chế theo bề rộng xung như trên hình 3.12c. Ví dụ như trong hệ thống điều chỉnh nhiệt độ sưởi ấm thì chỉ có hai yêu cầu là cần sưởi ấm hay không cần sưởi ấm. Ta lợi dụng quán tính lớn của quá trình nhiệt để điều khiển sưởi ấm bằng cách thay đổi tín hiệu điều khiển theo độ rộng chứ không thể thay đổi theo biên độ. Đó chính là phương pháp điều khiển "điều biến bề rộng xung" (Power Width Modulation) gọi tắt là phương pháp điều khiển P.W.M.



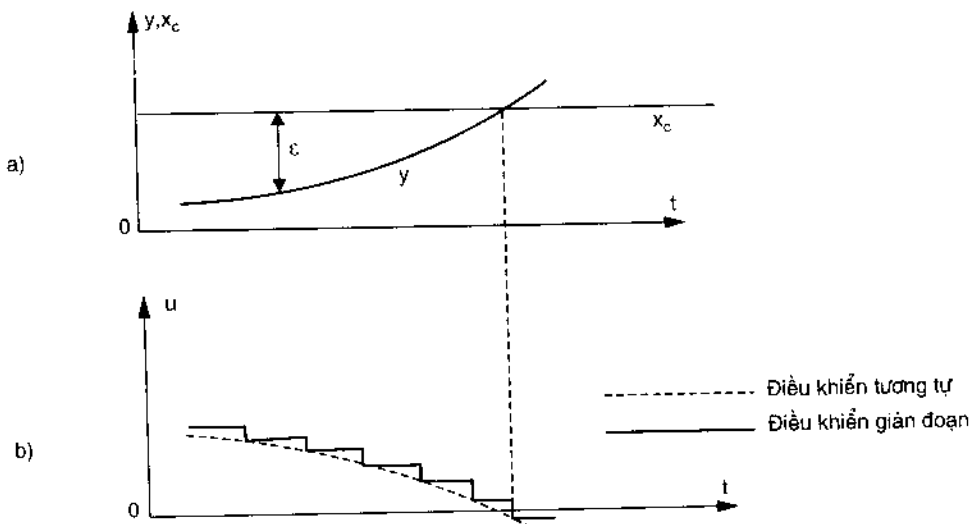
Hình 3.12: Tín hiệu điều khiển gián đoạn

### 3.2. CÁC QUY LUẬT ĐIỀU KHIỂN

Muốn điều chế được tín hiệu điều khiển  $u$  thích hợp với yêu cầu điều khiển, phải xác định được quy luật phụ thuộc của tín hiệu điều khiển  $u$  vào sai lệch  $\varepsilon$  gọi là quy luật điều khiển. Ngoài quy luật điều khiển đơn giản "Có hay không có" đã nêu ở trên, còn có các quy luật điều khiển chuẩn sau đây:

#### 3.2.1. Quy luật điều khiển tỉ lệ

Quy luật điều khiển tỉ lệ gọi tắt là quy luật P. Quy luật điều khiển "Có hay không có" có thể được cải thiện nếu như khi đại lượng ra  $y$  còn sai khác trị số yêu cầu  $x_c$  nhiều thì tín hiệu điều khiển  $u$  được điều chế ra phải có trị số lớn; còn khi  $y$  đã gần đạt đến trị số yêu cầu  $x_c$  thì chỉ cần điều chế ra tín hiệu điều khiển  $u$  có trị số nhỏ, nghĩa là trong trường hợp như vậy tín hiệu điều khiển  $u$  biến thiên tỉ lệ theo sai lệch  $\varepsilon$ :  $u = K \cdot \varepsilon$ . Hệ số  $K$  là hệ số khuếch đại của quy luật điều khiển tỉ lệ. Quy luật điều khiển tỉ lệ được minh họa bằng đồ thị trên hình 3.13a, b.

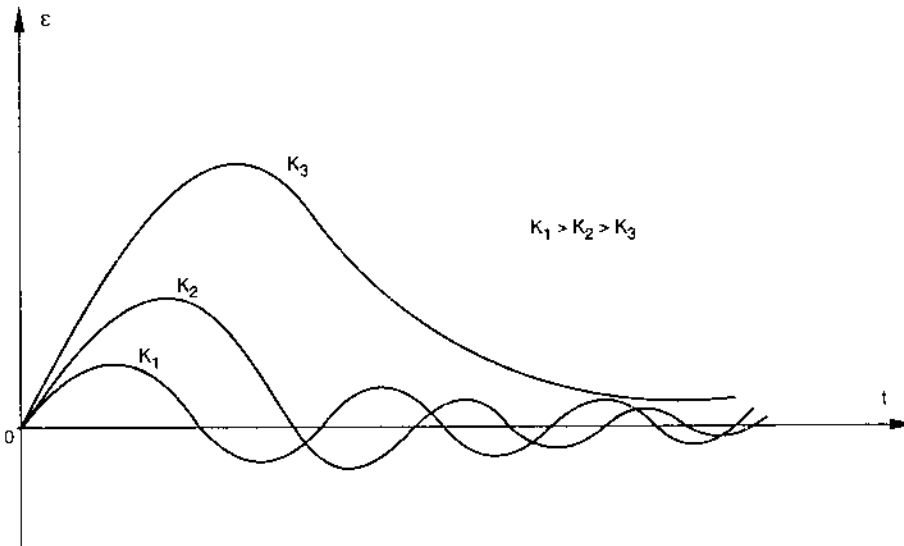


Hình 3.13: Quy luật điều khiển tỉ lệ (P)

Đối với quy luật điều khiển tỉ lệ tín hiệu ra trùng pha với tín hiệu vào. Vì vậy ưu điểm của một khâu tác động theo quy luật tỉ lệ là tốc độ tác động nhanh. Cho nên trong công nghiệp, quy luật tỉ lệ làm việc ổn định với mọi đối tượng.

Nhược điểm chủ yếu của quy luật tỉ lệ là khi áp dụng cho các đối tượng tính thì hệ thống điều khiển luôn luôn có sai lệch tĩnh và không thể áp dụng trong các hệ thống điều khiển chương trình. Để giảm trị số của sai lệch tĩnh cần phải tăng hệ số khuếch đại  $K$ . Nhưng khi hệ số khuếch đại  $K$  có trị số lớn thì mặc dù việc hiệu chỉnh sai lệch  $\varepsilon$  sẽ rất mạnh và nhanh chóng, nhưng lại có nguy cơ vượt quá giá trị yêu cầu và gây ra dao động mạnh trong hệ thống điều khiển, điều này có thể dẫn đến mất ổn định của hệ thống. Còn khi hệ số khuếch đại  $K$  nhỏ thì sai lệch tĩnh sẽ lớn, song việc hiệu chỉnh xảy ra êm, chậm nhưng ít có nguy cơ xảy ra dao động trong hệ thống.

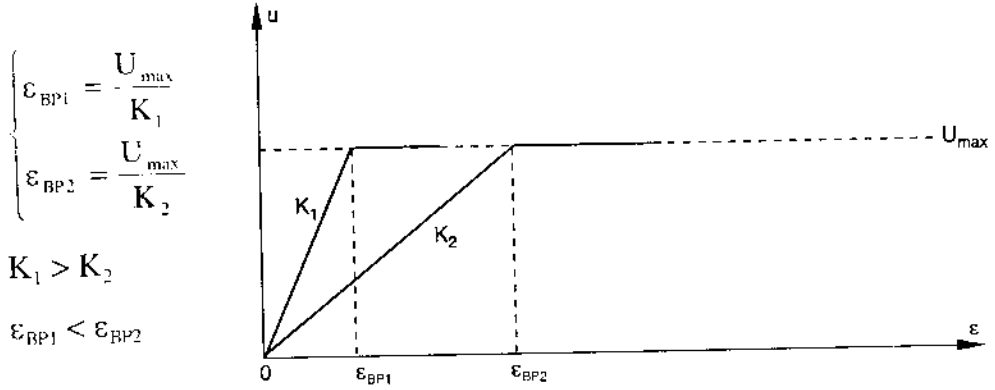
Trên hình 3.14 biểu diễn sự biến thiên của sai lệch  $\varepsilon$  khi áp dụng quy luật điều khiển tỉ lệ với các trị số khác nhau của hệ số khuếch đại  $K$ .



Hình 3.14: Quy luật biến thiên của  $\varepsilon$  khi dùng quy luật điều khiển tỉ lệ với hệ số  $K$  khác nhau.

Tác động điều khiển  $u$  do khâu hiệu chỉnh điều chế ra có biên độ được giới hạn hoặc bởi sự bão hòa của mạch khuếch đại thuật toán hoặc do bị hạn chế cố ý bởi công suất cực đại cho phép của phần tử tác động. Ví dụ như người ta giới hạn dòng điện hấp thụ bởi động cơ điện để tránh cho động cơ bị phát nóng quá mức độ cho phép. Trên hình 3.15 chỉ ra trong trường hợp này, khi sai lệch  $\varepsilon$  lớn hơn một giá trị cực đại  $\varepsilon_{BP}$  nào đó thì tác động điều khiển  $u$  không tăng tỉ lệ theo  $\varepsilon$  nữa. Phạm vi  $0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_{BP}$ , trong đó bảo đảm quy luật  $u = K\varepsilon$  gọi là "Dải tỉ lệ".

"Dải tỉ lệ"  $\varepsilon_{BP}$  tỉ lệ nghịch với hệ số khuếch đại  $K$ .



Hình 3.15: "Dài tỉ lệ"  $\varepsilon_{BP}$

Quy luật tỉ lệ thường dùng cho những quy trình công nghệ cho phép có sai lệch dư. Để giảm sai lệch dư này, quy luật tỉ lệ thường được điều chế theo biểu thức:

$$u = U_0 + K\varepsilon$$

Trong đó  $U_0$  là điểm làm việc của hệ thống và tác động điều khiển luôn luôn giữ cho tín hiệu điều khiển thay đổi xung quanh giá trị này khi xuất hiện tín hiệu sai lệch.

### 3.2.2. Quy luật điều khiển tích phân

Quy luật điều khiển tích phân được gọi tắt là quy luật I. Khi dùng quy luật tỉ lệ, nếu tiến hành khởi động hệ thống bằng một tín hiệu đặt  $x_c$  (tín hiệu chủ đạo) lớn thì do lúc đó chưa có ngay tín hiệu ra  $y = 0$  nên sai lệch  $\varepsilon = x_c - y$  có trị số lớn. Vì vậy tín hiệu điều khiển  $u = K\varepsilon$  lập tức đạt giá trị bão hòa  $U_{max}$  và hệ thống bị gia tốc đột ngột.

Để tránh gia tốc đột ngột hệ thống khi khởi động có thể tiến hành điều khiển theo cách sao cho tín hiệu điều khiển  $u$  tăng tiến đều đặn. Dùng quy luật điều khiển tích phân sẽ đảm bảo được yêu cầu tăng tiến đều đặn của tín hiệu điều khiển  $u$ . Quy luật tích phân được hình thành theo biểu thức toán học:

$$u = K_i \int_0^t \varepsilon dt = \frac{1}{T_i} \int_0^t \varepsilon dt$$

Ở đây tín hiệu điều khiển  $u$  là tích phân của sai lệch  $\varepsilon$  nên  $u$  chỉ đạt giá trị xác lập khi nào  $\varepsilon = 0$  tức là khi quá trình điều khiển kết thúc. Vì vậy ưu điểm của quy luật điều khiển tích phân là triệt tiêu được sai lệch dư.

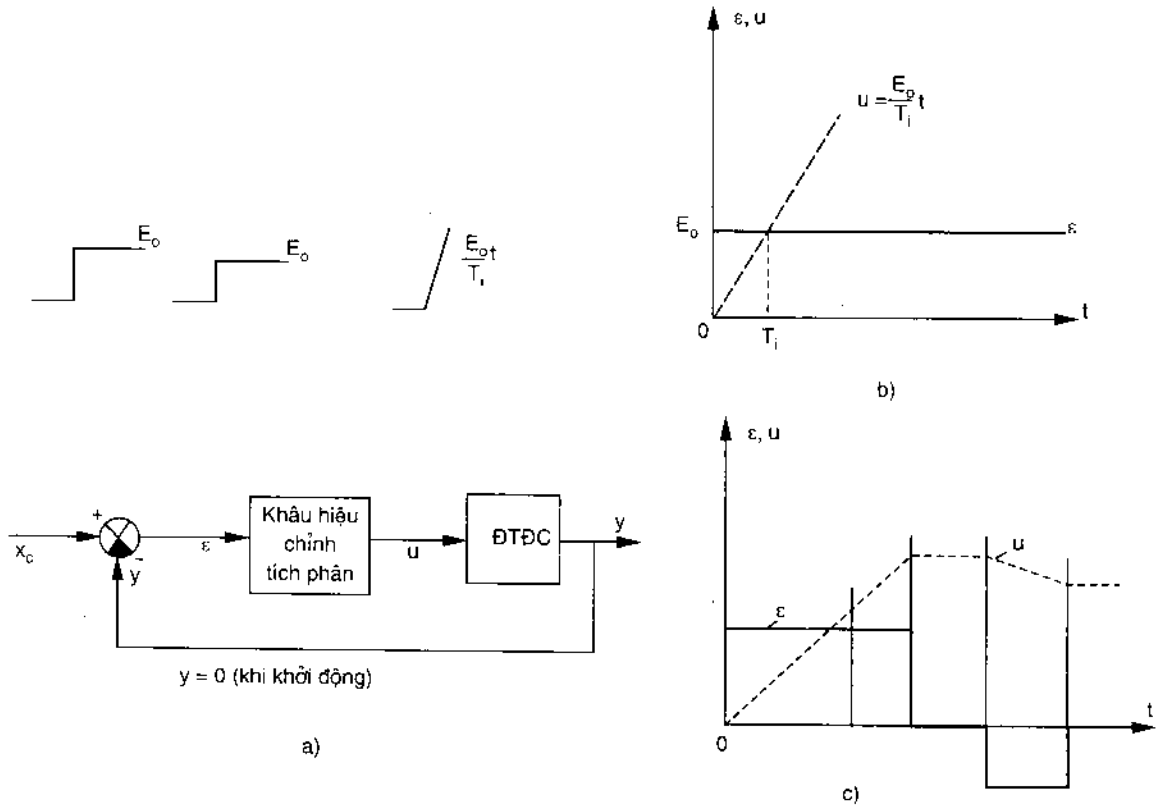
Nhược điểm của quy luật tích phân là sự tác động chậm vì đặc tính của một khâu tích phân là tín hiệu ra  $u$  luôn luôn chậm pha so với tín hiệu vào  $\varepsilon$  một góc bằng  $\frac{\pi}{2}$ .

Đối với quy luật điều khiển tỉ lệ nêu ở phần trên, khi sai lệch  $\varepsilon$  tiến đến bằng không thì tín hiệu điều khiển  $u$  cũng triệt tiêu dần. Ngược lại đối với quy luật điều khiển tích phân đang xét có ưu điểm hơn hẳn là khi  $\varepsilon = 0$  thì tín hiệu điều khiển  $u$  không nhất thiết bằng không.

Trên hình 3.16 a, b minh họa quá trình khởi động êm hệ thống nhờ tăng tiến đều đặn tín hiệu điều khiển  $u$  khi vận dụng quy luật tích phân. Khi đặt vào đầu vào của hệ thống một tín hiệu đặt  $x_c = E_o = \text{const}$  thì sai lệch lúc này là  $\varepsilon = x_c - y = E_o - 0 = E_o$ , do đó quy luật biến thiên của tín hiệu điều khiển  $u$  là quy luật bậc nhất:

$$u = \frac{1}{T_i} \int E_o dt = \frac{E_o}{T_i} \cdot t$$

Khi sai lệch  $\varepsilon$  biến thiên theo quy luật bậc thang như ở hình 3.16c thì tín hiệu điều khiển  $u$  biến thiên theo một quỹ đạo gồm các đoạn thẳng nối tiếp nhau; và khi  $\varepsilon = 0$  thì ta có  $u = \text{const}$ .



**Hình 3.16:** Quy luật điều khiển tích phân

Trong quy luật điều khiển tích phân,  $T_i$  là hằng số tích phân. Chọn  $T_i$  phải căn cứ vào hằng số thời gian trội nhất  $T$  của hệ thống; hằng số thời gian trội nhất  $T$  của hệ thống thể hiện quán tính của quá trình điều chỉnh. Hằng số tích phân  $T_i$  chọn vào cỡ bằng  $T$ .

Nếu chọn  $T_i$  quá nhỏ thì tín hiệu điều khiển  $u$  sẽ tăng quá nhanh mà không để cho hệ thống có thời gian khởi động đều đặn kịp theo tín hiệu điều khiển  $u$ . Nếu  $T_i$  chọn quá lớn, tín hiệu điều khiển  $u$  sẽ tăng tiến quá chậm chạp và quá trình điều khiển xảy ra hơi quá êm.

Quy luật điều khiển tích phân phản ứng một cách lặng lẽ đối với những thay đổi đột ngột của sai lệch và bảo đảm theo kịp tín hiệu đặt  $x_c$  một cách đều đặn. Do quy luật tích phân tác động chậm nên các hệ thống sử dụng quy luật này kém ổn định. Hiện nay quy luật này ít được sử dụng trong công nghiệp.

### 3.2.3. Quy luật điều khiển tỉ lệ, vi phân

Quy luật điều khiển này viết tắt là PD.

Giả thiết tín hiệu ra  $y$  đang giảm liên tục và  $y$  nhỏ hơn tín hiệu đặt  $x_c$ , khiến cho sai lệch  $\varepsilon > 0$  và  $\varepsilon$  đang tăng liên tục. Muốn cho tín hiệu ra  $y$  tăng và quay trở lại giá trị ổn định, phải tăng tín hiệu điều khiển  $u$ .

Ngược lại khi  $y$  tăng liên tục và  $y > x_c$  dẫn đến  $\varepsilon = x_c - y < 0$  và  $\varepsilon$  giảm liên tục. Để cho  $y$  giảm về giá trị ổn định phải giảm tín hiệu điều khiển  $u$ .

Ta nhận thấy ở đây không những phải quan tâm đến hướng biến thiên của sai lệch  $\varepsilon$  ( $\varepsilon > 0$  và tăng hay là  $\varepsilon < 0$  và giảm) mà còn cần thiết phải điều chế tín hiệu điều khiển  $u$  theo quan hệ phụ thuộc cả vào tốc độ biến thiên của sai lệch  $\varepsilon$  nữa vì nếu quá trình  $y$  giảm nhanh,  $\varepsilon$  tăng nhanh thì đòi hỏi phải có tác động điều khiển  $u$  mạnh; còn nếu quá trình  $y$  tăng nhanh,  $\varepsilon$  giảm nhanh thì phải có  $u$  yếu.

Muốn khắc phục sai lệch  $\varepsilon$  về cả hai phương diện hướng thay đổi và tốc độ thay đổi ta dựa vào đạo hàm của  $\varepsilon$  là  $\varepsilon' = \frac{d\varepsilon}{dt}$ . Nếu  $\varepsilon$  tăng ta có  $\varepsilon' > 0$ , nếu  $\varepsilon$  giảm ta có  $\varepsilon' < 0$ .

Nếu tốc độ biến thiên của  $\varepsilon$  lớn thì  $|\varepsilon'|$  sẽ lớn.

Dựa vào các nhận xét trên có thể tạo ra số hạng điều khiển tỉ lệ với  $\varepsilon'$  để thêm hoặc bớt vào số hạng tỉ lệ với  $\varepsilon$  nhằm tạo ra quy luật tỉ lệ, vi phân như sau:

$$u = K_1\varepsilon + K_2\varepsilon' = K_1 \left( \varepsilon + \frac{K_2}{K_1} \varepsilon' \right) = K (\varepsilon + T_d \cdot \varepsilon')$$

với:  $K = K_1$  là hệ số khuếch đại;

$T_d = \frac{K_2}{K_1}$  là hằng số thời gian vi phân.

Quy luật điều khiển tỉ lệ, vi phân PD thỏa mãn yêu cầu khắc phục sai lệch  $\varepsilon$  cả về hướng lẫn tốc độ biến thiên. Ví dụ về quá trình điều khiển cập bến của một tàu thủy lớn bao hàm hai tác động là tác động tỉ lệ và tác động vi phân. Khi con tàu còn cách xa bến

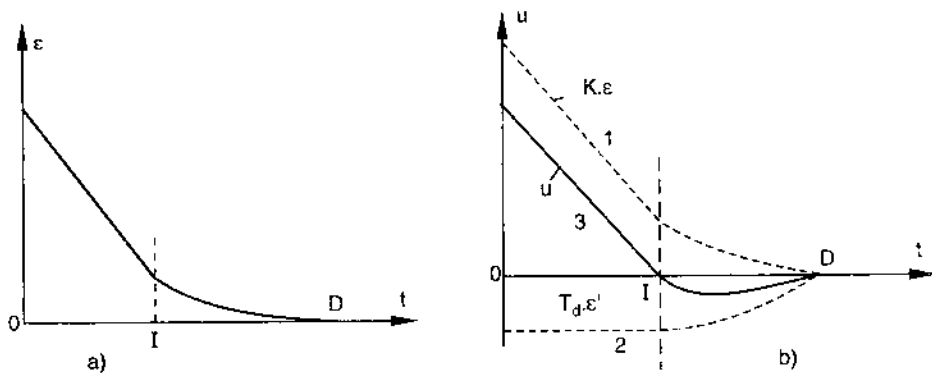
( $\varepsilon$  lớn) thì người lái tàu cho tàu tiến vào bờ với tốc độ lớn. Khi đã đến gần bến, vào thời điểm thích hợp người lái tàu bẻ bánh lái chân vịt và điều khiển để tàu từ từ áp mạn vào bờ. Trên hình 3.17a thể hiện rõ sai lệch  $\varepsilon$  là khoảng cách giữa con tàu và bờ lúc đầu giảm nhanh chóng, sau đó tốc độ giảm của  $\varepsilon$  chậm dần và cuối cùng tàu cập bến với tốc độ  $\varepsilon'$  hầu như bằng không. Phân tích các thành phần khác nhau của tác động điều khiển  $u$  trên hình 3.17b ta thấy:

- Đường 1 thể hiện thành phần tác động điều khiển tỉ lệ với  $\varepsilon$ ;
- Đường 2 thể hiện thành phần tác động điều khiển tỉ lệ với đạo hàm  $\varepsilon'$ ;
- Đường 3 là tác động điều khiển toàn phần  $u = K(\varepsilon + T_d \varepsilon')$

Tại thời điểm I là thời điểm người lái tàu bẻ bánh lái chân vịt và điều khiển cho tàu áp mạn vào bờ với tốc độ chậm dần. Tại thời điểm D tàu áp mạn vào bến với tốc độ bằng không ( $\varepsilon' = 0$ ).

Thành phần vi phân  $T_d \varepsilon'$  của tác động điều khiển cho phép khắc phục sai lệch  $\varepsilon$  một cách nhanh chóng (cấp bến nhanh của con tàu) mà không sợ có nguy cơ vượt quá tín hiệu đặt  $x_c$  tức là không sợ nguy cơ  $\varepsilon < 0$ . Nếu xảy ra  $\varepsilon < 0$  thì con tàu sẽ va đập vào bến gây tai nạn.

Trong các hệ thống điều khiển tự động, thành phần vi phân của tín hiệu điều khiển  $u$  cho phép cải thiện độ ổn định và tăng độ tác động nhanh của hệ thống điều khiển. Sở dĩ như vậy là do đối với khâu thực hiện quy luật đạo hàm tín hiệu ở đầu ra có pha vượt trước tín hiệu ở đầu vào một góc bằng  $\frac{\pi}{2}$ . Độ tác động nhanh của quy luật tỉ lệ vi phân còn cao hơn cả quy luật tỉ lệ. Tuy nhiên thành phần vi phân này sẽ phản ứng với các nhiễu cao tần có biên độ nhỏ và đó là điều không mong muốn. Đồng thời quy luật tỉ lệ vi phân cũng không làm giảm được sai lệch dư của hệ thống. Vì vậy quy luật điều khiển tỉ lệ, vi phân chỉ dùng khi đòi hỏi tốc độ tác động nhanh như khi cần điều khiển các tay máy.



**Hình 3.17:** Khoảng cách  $\varepsilon$  và tác động điều khiển  $u$  khi con tàu cập bến



### 3.2.4. Quy luật điều khiển tỉ lệ, tích phân

Quy luật điều khiển tỉ lệ, tích phân được gọi tắt là quy luật PI.

Để vừa tác động nhanh, vừa triệt tiêu được sai lệch tĩnh cần phải kết hợp quy luật điều khiển tỉ lệ với quy luật điều khiển tích phân để hình thành ra quy luật tỉ lệ, tích phân (PI). Khi đó tín hiệu điều khiển  $u$  được điều chế từ tín hiệu sai lệch  $\varepsilon$  theo biểu thức toán học:

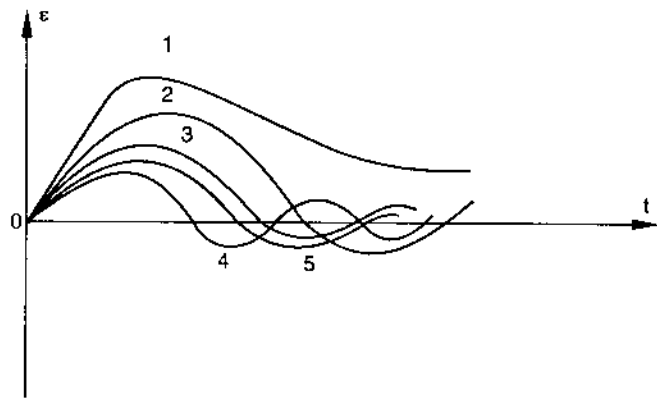
$$u = K_1 \varepsilon + K_2 \int \varepsilon dt$$

$$u = K \left( \varepsilon + \frac{1}{T_i} \int \varepsilon dt \right)$$

với:  $K = K_1$  là hệ số khuếch đại;

$T_i = \frac{K_1}{K_2}$  là hằng số thời gian tích phân.

Độ tác động nhanh của quy luật tỉ lệ, tích phân thấp hơn quy luật tỉ lệ nhưng cao hơn so với quy luật tích phân. Trên đồ thị hình 3.18 mô tả các quá trình quá độ của hệ thống điều khiển tự động sử dụng quy luật tỉ lệ, tích phân với các tham số  $K$  và  $T_i$  khác nhau.



Hình 3.18: Quá trình quá độ trong hệ thống điều khiển tự động khi dùng quy luật tỉ lệ, tích phân

Từ đồ thị này ta có nhận xét:

- Đường số 1: nhận được khi có hệ số  $K$  nhỏ và hằng số tích phân  $T_i$  lớn. Tác động điều khiển  $u$  yếu nên quá trình không có dao động.
- Đường số 2: nhận được khi  $K$  nhỏ và  $T_i$  cũng nhỏ. Tác động điều khiển  $u$  đã tương đối lớn và thiên về quy luật tích phân. Vì vậy tác động chậm, hệ thống dao động với tần số nhỏ. Không tồn tại sai lệch dư.
- Đường số 3: đường này mô tả quá trình quá độ khi hệ số  $K$  lớn và hằng số tích phân  $T_i$  lớn. Tác động điều khiển tương đối lớn và thiên về quy luật tỉ lệ nên hệ thống dao động với tần số lớn và có tồn tại sai lệch dư.
- Đường số 4: tương ứng với quá trình điều khiển khi có hệ số  $K$  lớn còn hằng số  $T_i$  nhỏ. Tác động điều khiển rất mạnh nên quá trình quá độ dao động mạnh, thời gian điều khiển kéo dài và không có sai lệch dư.

- Đường số 5: đường này được xem là đường mô tả quá trình xảy ra tối ưu khi hệ số khuếch đại  $K$  cũng như hằng số thời gian tích phân  $T_i$  được lựa chọn thích hợp với đối tượng điều khiển.

Trong thực tế quy luật điều khiển tỉ lệ, tích phân được sử dụng khá rộng rãi và đáp ứng được chất lượng của hầu hết các quy trình công nghệ. Tuy nhiên thành phần tích phân làm giảm độ tác động nhanh của hệ thống khi sử dụng quy luật tỉ lệ tích phân. Vì vậy nếu đối tượng điều khiển có nhiều tác động liên tục mà lại đòi hỏi độ chính xác điều khiển cao thì quy luật tỉ lệ, tích phân không đáp ứng được.

### 3.2.5. Quy luật điều khiển tỉ lệ, vi tích phân

Quy luật điều khiển tỉ lệ, vi tích phân được gọi tắt là quy luật PID.

Để tăng tốc độ tác động của quy luật điều khiển tỉ lệ, tích phân, trong thành phần của quy luật này ta thêm vào số hạng vi phân để hình thành quy luật tỉ lệ, vi tích phân. Khi đó tác động điều khiển được điều chế theo công thức toán học:

$$u = K_1 \varepsilon + K_2 \int \varepsilon dt + K_3 \frac{d\varepsilon}{dt}$$

$$u = K \left( \varepsilon + \frac{1}{T_i} \int \varepsilon dt + T_d \cdot \varepsilon' \right)$$

Trong đó:  $K = K_1$  là hệ số khuếch đại;

$$T_i = \frac{K_1}{K_2} \text{ là hằng số thời gian tích phân;}$$

$$T_d = \frac{K_3}{K_1} \text{ là hằng số thời gian vi phân.}$$

Tốc độ tác động của quy luật tỉ lệ, vi tích phân có thể còn cao hơn cả quy luật tỉ lệ tùy theo các tham số  $K$ ,  $T_i$ ,  $T_d$  và tần số của tín hiệu vào. Quy luật tỉ lệ, vi tích phân là quy luật hoàn hảo nhất. Nó đáp ứng được yêu cầu về chất lượng của hầu hết các quá trình công nghệ. Nhưng việc hiệu chỉnh các tham số ở đây phức tạp, đòi hỏi người sử dụng phải có một trình độ nhất định. Vì vậy trong công nghiệp quy luật tỉ lệ, vi tích phân chỉ sử dụng khi cần thiết, khi mà quy luật tỉ lệ, tích phân không thể đáp ứng được các yêu cầu về chất lượng của quá trình điều khiển.

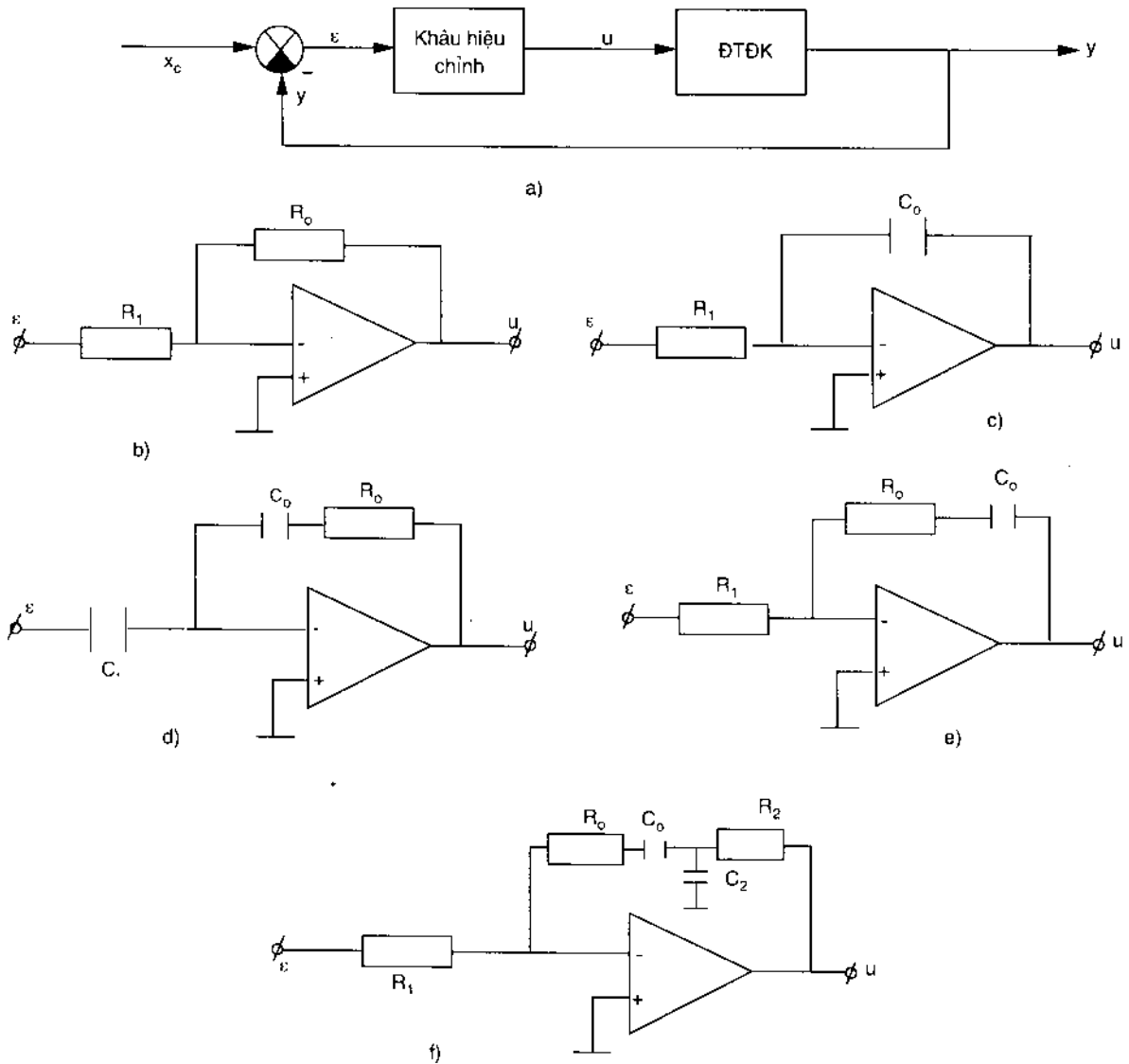
## 3.3. KHÁI NIỆM VỀ KHẤU HIỆU CHỈNH

### 3.3.1. Khâu hiệu chỉnh trong hệ thống điều khiển tương tự

Khâu hiệu chỉnh có chức năng điều chế ra tín hiệu điều khiển thích hợp  $u$ , nói chung là từ tín hiệu sai lệch  $\varepsilon$  (có những khả năng khác để điều chế ra tín hiệu điều khiển  $u$

không xuất phát từ sai lệch  $\varepsilon$ , ví dụ tín hiệu điều khiển  $u$  có thể được điều chế xuất phát từ vectơ trạng thái của quá trình điều khiển, mang hoặc chứa nhiều tin tức, thông tin hơn là một đại lượng cần được điều chỉnh  $y$ ) tuân theo các quy luật điều khiển đã giới thiệu ở phần trên. Trong điều khiển các hệ thống tương tự quy luật điều khiển tỉ lệ, vi tích phân (PID) là thông dụng nhất. Khâu hiệu chỉnh tương tự nói chung là một mạch lọc tương tự được tổng hợp trên cơ sở bộ khuếch đại thuật toán nối mạch theo kiểu khuếch đại tích phân, vi phân.

Trên hình 3.19 giới thiệu sơ đồ cấu trúc của các loại khâu hiệu chỉnh tương tự cơ bản.



**Hình 3.19:** Các loại khâu hiệu chỉnh cơ bản

Trên hình 3.19b là cấu trúc của khâu hiệu chỉnh tỉ lệ, điều chế tín hiệu điều khiển từ sai lệch theo quan hệ sau đây:

$$u = -\frac{R_o}{R_1} \cdot \varepsilon = -K \cdot \varepsilon \quad \text{với } K = \frac{R_o}{R_1}$$

Trên hình 3.19c là khâu hiệu chỉnh tích phân điều chế tín hiệu điều khiển  $u$  từ sai lệch theo quan hệ:

$$u = -\frac{1}{R_1 C_o} \int \varepsilon dt = -\frac{1}{T_i} \int \varepsilon dt$$

với

$$T_i = R_1 C_o$$

Hình 3.19d là khâu hiệu chỉnh tỉ lệ, vi phân thực hiện quan hệ sau:

$$u = -\left( \frac{C_1}{C_o} \varepsilon + C_1 R_o \varepsilon' \right)$$

$$u = -\frac{C_1}{C_o} (\varepsilon + R_o C_o \varepsilon') = -K (\varepsilon + T_d \varepsilon')$$

Trong đó:  $K = \frac{C_1}{C_o}$  ;  $T_d = R_o C_o$

Hình 3.19e là một khâu hiệu chỉnh tỉ lệ, tích phân thực hiện quan hệ:

$$u = -\left( \frac{R_o}{R_1} \varepsilon + \frac{1}{R_1 C_o} \int \varepsilon dt \right) = -\frac{R_o}{R_1} \left( \varepsilon + \frac{1}{R_o C_o} \int \varepsilon dt \right)$$

$$u = -K \left( \varepsilon + \frac{1}{T_i} \int \varepsilon dt \right)$$

với

$$K = \frac{R_o}{R_1} ; T_i = R_o C_o$$

Hình 3.19f là một khâu hiệu chỉnh tỉ lệ, vi tích phân điều chế tín hiệu điều khiển  $u$  theo quy luật:

$$u = K_1 \varepsilon + K_2 \int \varepsilon dt + K_3 \varepsilon'$$

Trong đó:  $K_1 = \frac{T_n + T_s}{T_i}$  ;  $K_2 = \frac{1}{T_i}$  ;  $K_3 = \frac{T_n \cdot T_s}{T_i}$

với

$$T_i = R_1 C_o$$

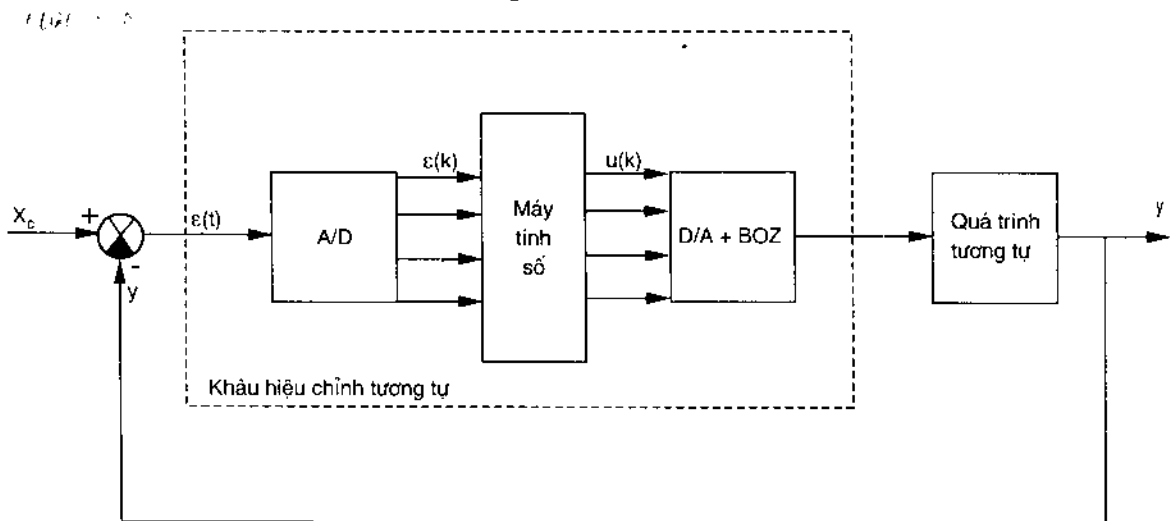
$$T_n = \frac{R_o C_o + R_2 C_2 + R_2 C_o}{2} + \sqrt{\frac{(R_o C_o + R_2 C_2 - R_2 C_o)^2}{4} - R_o C_o R_2 C_2}$$

$$T_s = \frac{R_0 C_0 + R_2 C_2 + R_2 C_0}{2} - \sqrt{\frac{(R_0 C_0 + R_2 C_2 - R_2 C_0)^2}{4} - R_0 C_0 R_2 C_2}$$

### 3.3.2. Khâu hiệu chỉnh trong hệ thống điều khiển tương tự có sử dụng máy tính số để thực hiện việc điều chế ra tín hiệu điều khiển u

Trong các hệ thống thuộc loại này, các quy luật điều khiển (như quy luật điều khiển tỉ lệ, vi tích phân chẳng hạn) được rời rạc hóa, khi đó thuật toán tích phân được chuyển thành phép lấy tổng; còn thuật toán vi phân được chuyển thành phép tính lấy hiệu số. Các phép tính đó được thực hiện trên máy tính số. Để có thể tiến hành các thuật toán tỉ lệ, tích phân, vi phân trên máy tính số, sai lệch vốn là tín hiệu tương tự  $\varepsilon(t)$  được chuyển đổi thành tín hiệu  $\varepsilon(k)$  nhờ mạch chuyển đổi tương tự - số A/D. Tín hiệu sai lệch đã được số hóa  $\varepsilon(k)$  được truy nhập vào máy tính. Máy tính thực hiện các thuật toán cần thiết theo quy luật điều khiển để tạo ra tín hiệu điều khiển dưới dạng số  $u(k)$ . Tín hiệu điều khiển dưới dạng số  $u(k)$  được bộ chuyển đổi số - tương tự D/A chuyển đổi thành tín hiệu điều khiển tương tự  $u(t)$  để tiến hành điều khiển các quá trình tương tự.

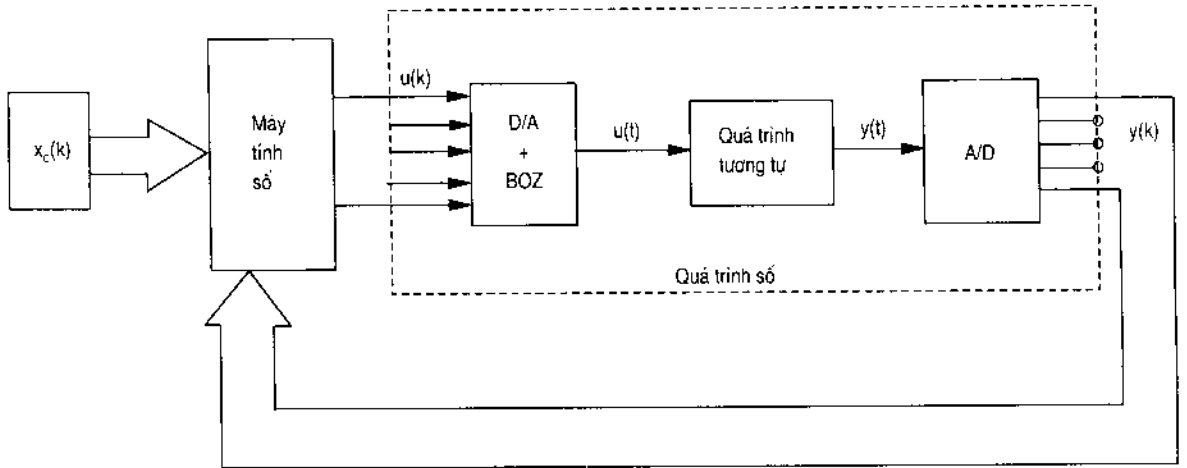
Sơ đồ khối của một hệ thống điều khiển tương tự có sử dụng máy tính số để tiến hành điều chế tín hiệu điều khiển  $u$  được thể hiện trên hình 3.20. Khâu hiệu chỉnh ở đây bao gồm mạch chuyển đổi tương tự số A/D, máy tính số và mạch chuyển đổi số - tương tự D/A. Vì tín hiệu vào của khâu hiệu chỉnh là tín hiệu sai lệch tương tự  $\varepsilon(t)$ , tín hiệu ở đầu ra của khâu hiệu chỉnh là tín hiệu điều khiển tương tự  $u(t)$  nên khâu hiệu chỉnh loại này cũng là một khâu hiệu chỉnh tương tự.



**Hình 3.20:** Hệ thống điều khiển tương tự dùng khâu hiệu chỉnh có máy tính số để điều chế tín hiệu điều khiển

### 3.3.3. Khâu hiệu chỉnh trong hệ thống điều khiển số sử dụng máy tính số

Trên hình 3.21 vẽ sơ đồ khối của hệ thống điều khiển số sử dụng máy tính số:



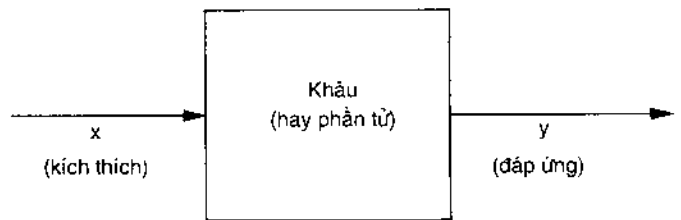
**Hình 3.21:** Sơ đồ cấu trúc hệ thống điều khiển số sử dụng máy tính số

Trong hệ thống điều khiển số sử dụng máy tính các tín hiệu chủ đạo  $x_c(k)$  và tín hiệu ra (tín hiệu cần được điều chỉnh)  $y(k)$  đều là các tín hiệu số. Các tín hiệu số này được gửi tới máy tính để tính toán ra trị số của sai lệch  $\varepsilon(k)$  và cũng chính máy tính này đóng vai trò một khâu hiệu chỉnh để điều chế ra tín hiệu điều khiển số  $u(k)$  theo quy luật điều khiển đã định.

Vì quá trình điều khiển là quá trình liên tục nên ở đây quá trình này phải được số hóa để có thể tương thích với máy tính số. Tín hiệu điều khiển do máy tính tính toán ra dưới dạng số  $u(k)$  được mạch chuyển đổi số - tương tự D/A có trang bị khâu giữ cấp không BOZ chuyển thành tín hiệu tương tự để điều khiển quá trình liên tục. Còn đại lượng ra  $y(t)$  của quá trình là đại lượng tương tự được mạch chuyển đổi tương tự - số A/D chuyển đổi thành tín hiệu số  $y(k)$  để gửi tới máy tính. Quá trình điều khiển trong hệ thống này trở thành một quá trình số.

### 3.4. CÁC ĐẶC TÍNH CỦA KHÂU HAY HỆ THỐNG

Một hệ thống tự động điều khiển bao gồm nhiều khâu hay nhiều phần tử khác nhau được ghép nối lại. Mỗi một phần tử hay mỗi một khâu có hai đặc tính cơ bản là đặc tính tĩnh và đặc tính động. Hai đặc tính này biểu diễn hai trạng thái của khâu là trạng thái tĩnh và trạng thái động. Trên



**Hình 3.22:** Một khâu của hệ thống tự động điều khiển

hình 3.22 là một khâu hay một phân tử, trên đó tín hiệu vào (kích thích) là  $x$  và tín hiệu ra (đáp ứng) là  $y$ . Ta lần lượt xét đến các đặc tính của khâu đó.

### 3.4.1. Đặc tính tĩnh

Đặc tính tĩnh của một khâu là phương trình mô tả quan hệ giữa tín hiệu ra  $y$  và tín hiệu vào  $x$  của khâu đó ở trạng thái xác lập. Đối với các khâu tuyến tính như khâu nguyên hàm, khâu tích phân, khâu vi phân, khâu trễ thì đặc tính tĩnh của chúng là các phương trình sau:

- Khâu nguyên hàm có đặc tính tĩnh:  $y = K.x$

với  $K$  là hệ số truyền của khâu.

- Khâu tích phân có đặc tính tĩnh:  $y = \frac{1}{T_i} \int x dt$

với  $T_i$  là hằng số thời gian tích phân.

- Khâu vi phân có đặc tính tĩnh:  $y = T_d \frac{dx}{dt}$

với  $T_d$  là hằng số thời gian vi phân.

- Khâu trễ có đặc tính tĩnh được mô tả bởi quan hệ:

$$y(t) = x(t-\tau)$$

Tất cả các khâu hay các phân tử mà đặc tính tĩnh của chúng không được liệt vào một trong bốn loại trên đều là khâu hay các phân tử phi tuyến.

### 3.4.2. Đặc tính động

Đặc tính động mô tả sự thay đổi của tín hiệu ra  $y$  của khâu hay của phân tử theo thời gian  $t$  khi có tác động kích thích  $x$  ở đầu vào. Đặc tính động mô tả quá trình động học xảy ra trong khâu hay phân tử, thường được biểu diễn bởi phương trình vi phân tuyến tính có dạng tổng quát:

$$a_0 \frac{d^n y}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \dots + a_n y = b_0 \frac{d^m x}{dt^m} + b_1 \frac{d^{m-1} x}{dt^{m-1}} + \dots + b_m x \quad (3-1)$$

Viết dưới dạng toán tử Laplace (như đã trình bày ở chương 2, mục 2.7) ta có:

$$(a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n) Y(p) = (b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \dots + b_m) X(p)$$

Từ đây hàm truyền đạt của khâu hay của phân tử là:

$$W(p) = \frac{b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \dots + b_m}{a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n}$$

Phương trình mẫu thức của hàm truyền đạt  $W(p)$ :

$$a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n = 0$$

Phương trình này gọi là phương trình đặc tính của khâu hay của phần tử.

### 3.4.3. Các đặc tính thời gian của một khâu hay một phần tử. Hàm quá độ, đường quá độ; hàm quá độ xung, đường quá độ xung

Các đặc tính thời gian của một khâu hay một phần tử là:

Hàm quá độ kí hiệu là  $h(t)$ , đường quá độ kí hiệu là  $H(t)$ ; hàm quá độ xung kí hiệu là  $k(t)$  (còn được gọi là hàm trọng lượng), đường quá độ xung kí hiệu là  $K(t)$  (hay đường trọng lượng).

Các đặc tính thời gian mô tả sự biến thiên của đáp ứng  $y$  ở đầu ra của một khâu hay một phần tử khi tín hiệu kích thích ở đầu vào  $x$  là tín hiệu chuẩn như tín hiệu bước nhảy, hay xung Dirac.

#### a) Hàm quá độ $h(t)$ , đường quá độ $H(t)$

• Hàm quá độ: hàm quá độ  $h(t)$  là đáp ứng ở đầu ra của khâu hay phần tử khi tác động kích thích ở đầu vào là một hàm bước nhảy đơn vị  $1(t)$  (hàm Heaviside). Mối quan hệ giữa hàm truyền đạt của khâu và ảnh Laplace của hàm quá độ của nó là:

$$W(p) = \frac{\mathcal{L}[h(t)]}{\mathcal{L}[1(t)]} = \frac{\mathcal{L}[h(t)]}{1/p} = p \cdot \mathcal{L}[h(t)]$$

Vậy ảnh Laplace của hàm quá độ  $h(t)$  là:

$$\mathcal{L}[h(t)] = \frac{W(p)}{p}$$

• Đường quá độ: đường quá độ  $H(t)$  là đáp ứng ở đầu ra của khâu hay phần tử khi tác động kích thích ở đầu vào là một bước nhảy có biên độ bằng  $A$ ; nghĩa là kích thích ở đầu vào là  $A \cdot 1(t)$ .

Theo tính chất xếp chồng của phần tử tuyến tính đường quá độ bằng:  $H(t) = A \cdot h(t)$ . Do đó ảnh Laplace của đường quá độ:

$$\mathcal{L}[H(t)] = A \cdot \mathcal{L}[h(t)] = A \cdot \frac{W(p)}{p}$$

#### b) Hàm quá độ xung, đường quá độ xung

• Hàm quá độ xung: hàm quá độ xung kí hiệu là  $k(t)$ , còn được gọi là hàm trọng lượng, là đáp ứng ở đầu ra của khâu hay phần tử khi tác động kích thích ở đầu vào là một xung Dirac đơn vị  $\delta(t)$ .



Quan hệ giữa hàm truyền đạt của khâu và ảnh Laplace của hàm quá độ xung là:

$$W(p) = \frac{\mathcal{L}[k(t)]}{\mathcal{L}[\delta(t)]} = \frac{\mathcal{L}[k(t)]}{1} = \mathcal{L}[k(t)]$$

Vậy hàm truyền đạt của một khâu chính là ảnh Laplace của hàm quá độ xung của khâu đó.

• Đường quá độ xung: đường quá độ xung kí hiệu là  $K(t)$  (còn gọi là đường trọng lượng) là đáp ứng ở đầu ra của khâu khi kích thích ở đầu vào không phải là xung đơn vị mà là xung Dirac  $A.\delta(t)$ . Do đó ta có đường quá độ xung bằng:  $K(t) = A.k(t)$ , và ảnh Laplace của đường quá độ xung là:

$$\mathcal{L}[K(t)] = A \cdot W(p)$$

Dùng hàm quá độ xung  $k(t)$  có thể xác định đáp ứng  $y(t)$  ở đầu ra của một khâu khi tín hiệu kích thích tác động ở đầu vào  $x(t)$  là một hàm bất kì.

Thực vậy, như đã chứng minh ở trên ta có:

$$W(p) = \mathcal{L}[k(t)]$$

mà 
$$W(p) = \frac{Y(p)}{X(p)}$$

Trong đó:  $Y(p)$  là ảnh Laplace của  $y(t)$ ;  $X(p)$  là ảnh Laplace của  $x(t)$ . Từ đó suy ra:

$$Y(p) = X(p) \cdot \mathcal{L}[k(t)]$$

Theo định lí về ảnh của tích xếp [công thức (2-10)] ta có:

$$Y(p) = X(p) \cdot \mathcal{L}[k(t)] = \mathcal{L}[x(t) * k(t)]$$

Vậy 
$$y(t) = x(t) * k(t) = \int_0^t x(\tau) \cdot k(t - \tau) d\tau$$

### 3.4.4. Các đặc tính tần số của một khâu hay một phần tử. Đặc tính biên độ - tần số, đặc tính pha - tần số; các đặc tính tần số lôgarit

Các đặc tính tần số mô tả quan hệ giữa tín hiệu đáp ứng ở đầu ra và tín hiệu kích thích ở đầu vào của một khâu hay một phần tử ở trạng thái xác lập và tín hiệu kích thích ở đầu vào là dao động điều hòa có tần số biến thiên.

Nếu kích thích ở đầu vào là tín hiệu dao động điều hòa có dạng tổng quát  $x(t) = A_x e^{j\omega t}$  thì ở trạng thái xác lập, tín hiệu đáp ứng ở đầu ra là dao động có dạng:

$$y(t) = A_y e^{j(\omega t + \varphi)}$$

Khi đó ta có các đạo hàm:  $\frac{d^m x(t)}{dt^m} = A_v (j\omega)^m e^{j\omega t}$

$$\frac{d^n y(t)}{dt^n} = A_r (j\omega)^n e^{j(\omega t + \varphi)}$$

Đem thay các đạo hàm này vào phương trình (3-1) mô tả động học của một khâu hay một phần tử ta được:

$$\left[ a_0 (j\omega)^n + a_1 (j\omega)^{n-1} + \dots + a_n \right] A_r e^{j(\omega t + \varphi)} = \left[ b_0 (j\omega)^m + b_1 (j\omega)^{m-1} + \dots + b_m \right] A_v e^{j\omega t} \quad (3-2)$$

Từ (3-2) ta nhận được:

$$W(j\omega) = \frac{A_r}{A_v} e^{j\varphi} = A e^{j\varphi} = \frac{b_0 (j\omega)^m + b_1 (j\omega)^{m-1} + \dots + b_m}{a_0 (j\omega)^n + a_1 (j\omega)^{n-1} + \dots + a_n} \quad (3-3)$$

Trong đó  $A = \frac{A_r}{A_v}$ .

Biểu thức (3-3) được gọi là hàm truyền đạt tần số  $W(j\omega)$  của một khâu hay một phần tử. So sánh biểu thức (3-3) của hàm truyền đạt tần số  $W(j\omega)$  với biểu thức (2-14) của hàm truyền đạt  $W(p)$  ta thấy có thể nhận được hàm truyền đạt tần số  $W(j\omega)$  từ hàm truyền đạt  $W(p)$  bằng cách thay biến số  $p$  bởi biến số  $j\omega$ .

Nếu tiến hành tách tử số và mẫu số của (3-3) ra thành phần thực và phần ảo ta có:

$$W(j\omega) = A e^{j\varphi} = \frac{R_1(\omega) + jI_1(\omega)}{R_2(\omega) + jI_2(\omega)} \quad (3-4)$$

Trong đó:

$R_1(\omega), R_2(\omega)$  là các đặc tính phân thực của tử số và mẫu số;

$I_1(\omega), I_2(\omega)$  là các đặc tính phần ảo của tử số và mẫu số.

Đem nhân tử số và mẫu số của (3-4) với biểu thức liên hợp của mẫu số  $R_2(\omega) - jI_2(\omega)$  rồi tách riêng phần thực, phần ảo ta có:

$$W(j\omega) = A e^{j\varphi} = \frac{R_1(\omega) \cdot R_2(\omega) + I_1(\omega) \cdot I_2(\omega)}{R_2^2(\omega) + I_2^2(\omega)} + j \frac{R_2(\omega) \cdot I_1(\omega) - R_1(\omega) \cdot I_2(\omega)}{R_2^2(\omega) + I_2^2(\omega)}$$

hay  $W(j\omega) = A e^{j\varphi} = R(\omega) + jI(\omega)$

Ở đây  $R(\omega) = \frac{R_1(\omega) \cdot R_2(\omega) + I_1(\omega) \cdot I_2(\omega)}{R_2^2(\omega) + I_2^2(\omega)}$  : là đặc tính tần số phân thực của khâu;

$I(\omega) = \frac{R_2(\omega) \cdot I_1(\omega) - R_1(\omega) \cdot I_2(\omega)}{R_2^2(\omega) + I_2^2(\omega)}$  : là đặc tính tần số phần ảo của khâu.

Đặc tính tần số phần thực là một hàm số chẵn vì  $R(\omega) = R(-\omega)$

Đặc tính tần số phần ảo là một hàm số lẻ vì  $I(\omega) = -I(-\omega)$

Môđun của hàm truyền đạt tần số  $W(j\omega)$  là:

$A = A(\omega) = \sqrt{R^2(\omega) + I^2(\omega)}$  là hàm số của tần số  $\omega$  và được gọi là đặc tính biên độ tần số của khâu hay của phân tử viết tắt là đặc tính BT.

Còn argument của  $W(j\omega)$  là:

$\varphi = \varphi(\omega) = \arctg \frac{I(\omega)}{R(\omega)}$  cũng là hàm số của  $\omega$  và được gọi là đặc tính pha tần

số, viết tắt là đặc tính PT. Trên hệ tọa độ có trục hoành biểu diễn tần số  $\omega$ , trục tung biểu diễn biên độ  $A(\omega)$  và pha  $\varphi(\omega)$ , khi cho tần số  $\omega$  biến thiên từ  $-\infty$  đến  $+\infty$  ta xây dựng được các đường đặc tính BT và PT.

Còn nếu trên trục tung ta biểu diễn phần ảo  $I(\omega)$ , trên trục hoành biểu diễn phần thực  $R(\omega)$ , khi cho  $\omega$  biến thiên từ  $-\infty$  đến  $+\infty$  ta xây dựng được đường cong gọi là đặc tính tần số biên độ pha viết tắt là đặc tính TBP.

Trên hình 3.23a, b là các ví dụ về đặc tính BT và PT. Ta nhận thấy đặc tính BT đối xứng qua trục tung, đặc tính PT đối xứng qua gốc tọa độ. Trên hình 3.23c là ví dụ về đặc tính TBP; đặc tính TBP đối xứng qua trục thực.

Vậy khi xây dựng các đặc tính BT, PT và TBP chỉ cần vẽ với  $\omega$  biến thiên từ  $0 \div +\infty$  rồi suy ra phần còn lại ứng với  $\omega = (0 \div -\infty)$ .

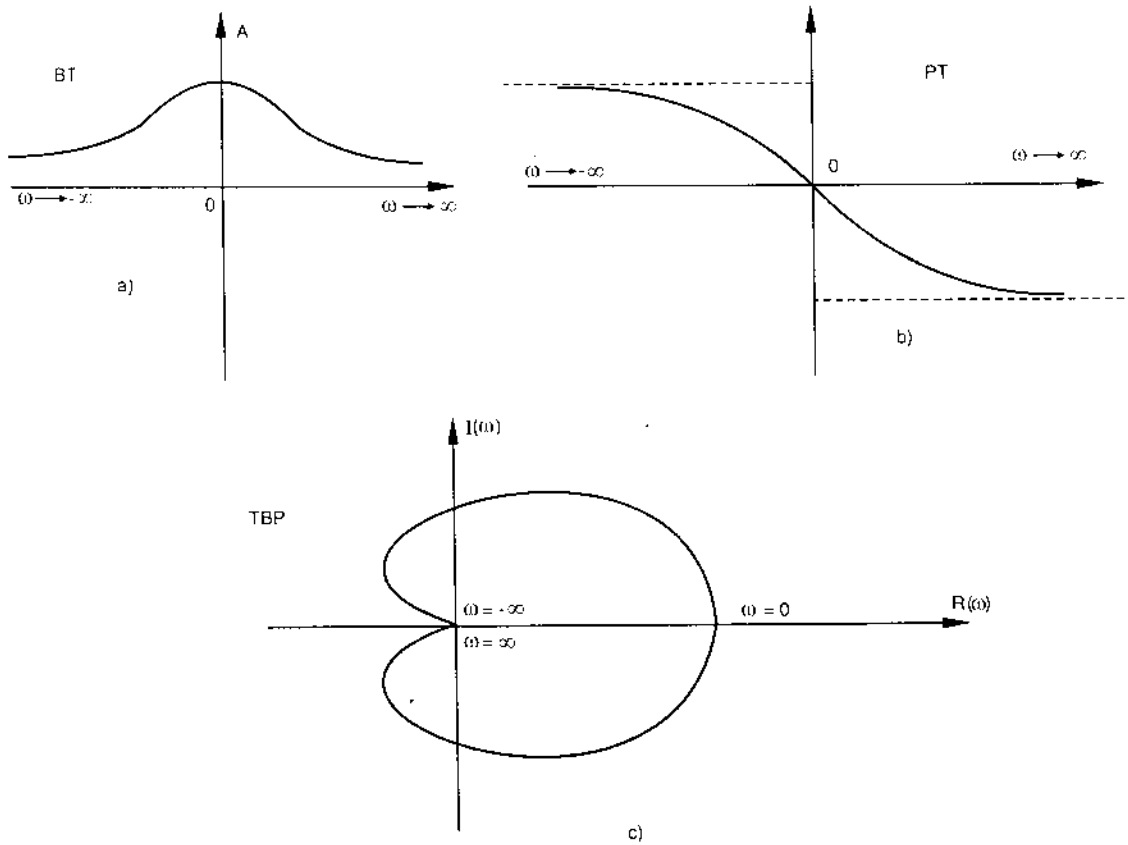
Các đặc tính tần số của một khâu hay một phân tử còn được biểu diễn dưới dạng đặc tính tần số lôgarit. Nếu lấy lôgarit hai vế của hàm truyền đạt tần số  $W(j\omega) = A(\omega) \cdot e^{j\varphi(\omega)}$  ta được:

$$\ln W(j\omega) = \ln A(\omega) + j\varphi(\omega)$$

Số hạng thứ nhất của vế phải là hàm số  $\ln A(\omega)$  được gọi là đặc tính biên độ tần số lôgarit viết tắt là đặc tính BTL; số hạng thứ hai  $\varphi(\omega)$  là đặc tính pha tần số lôgarit viết tắt là đặc tính PTL.

Đặc tính BTL thường được đo bằng đơn vị đêxiben (viết tắt là dB) với giá trị  $1 \text{ dB} = \frac{1}{10} \text{ ben}$ . Đơn vị ben là đơn vị đo lôgarit thập phân hệ số khuếch đại công suất của tín hiệu. Như vậy 1 ben ứng với hệ số khuếch đại công suất tín hiệu lên 10 lần. Vì công suất tỉ lệ với bình phương biên độ nên nếu tính theo đơn vị ben thì đặc tính BTL bằng  $20 \cdot \lg A(\omega)$  và khi tính theo đêxiben bằng  $20 \cdot \lg A(\omega)$  và được kí hiệu là:

$$L(\omega) = 20 \lg A(\omega)$$



**Hình 3.23:** Các đặc tính tần số của khâu hay phân tử

Đặc tính pha tần số lôgarit được tính theo độ. Khi xây dựng các đặc tính tần số lôgarit, thuận tiện nhất là lấy trục hoành không phải theo  $\omega$  mà theo lôgarit của tần số  $\log \omega$  và đơn vị tính của  $\log \omega$  là decade viết tắt là dec. Một decade (1dec) ứng với tần số tăng lên gấp 10 lần.

### 3.5. CÁC KHÂU ĐỘNG HỌC CƠ BẢN

Hệ thống điều khiển tự động gồm có các phần tử là các khâu động học cơ bản. Khâu động học cơ bản có các tính chất sau:

- Chỉ có một kích thích ở đầu vào và một đáp ứng ở đầu ra;
- Tín hiệu chỉ được truyền đi theo một chiều, nghĩa là có kích thích thì có đáp ứng, nhưng đáp ứng không ảnh hưởng đến kích thích;
- Quá trình động học của một khâu được mô tả bằng phương trình vi phân không quá bậc hai.

Các khâu động học cơ bản gồm có bốn loại: khâu nguyên hàm, khâu tích phân, khâu vi phân và khâu trễ.

### 3.5.1. Các khâu nguyên hàm

Khâu nguyên hàm là khâu tĩnh và gồm các loại sau:

#### a) Khâu khuếch đại

• Phương trình vi phân của khâu khuếch đại là  $y = K.x$ . Trong đó  $x$  là tín hiệu kích thích tác động ở đầu vào còn  $y$  là tín hiệu đáp ứng ở đầu ra của khâu;  $K$  là hệ số khuếch đại.

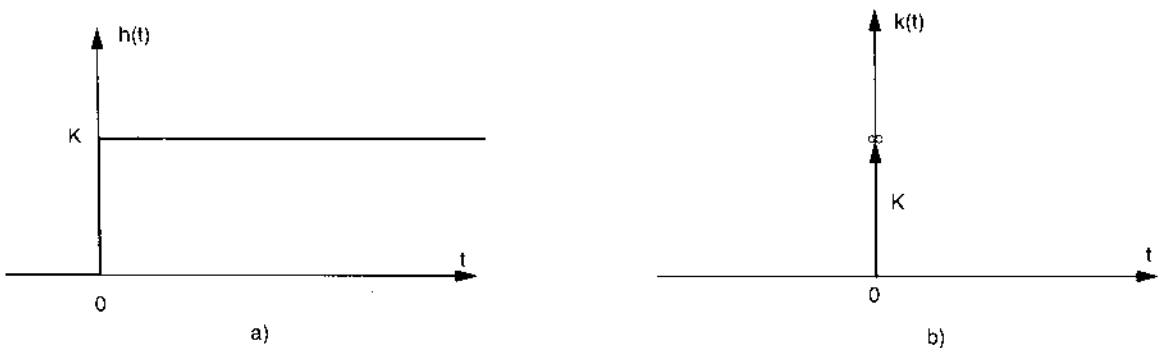
• Hàm truyền đạt của khâu khuếch đại  $W(p) = K$

• Các đặc tính thời gian của khâu khuếch đại là:

- Hàm quá độ:  $h(t) = K.1(t)$

- Hàm quá độ xung:  $k(t) = K.\delta(t)$

Trên hình 3.24a, b biểu diễn các đặc tính thời gian của khâu khuếch đại.



Hình 3.24: Các đặc tính thời gian của khâu khuếch đại

• Hàm truyền đạt tần số của khâu khuếch đại  $W(j\omega) = K$

- Đặc tính biên độ tần số BT:  $A(\omega) = K$

- Đặc tính pha tần số PT:  $\varphi(\omega) = 0^\circ$

- Đặc tính biên độ tần số lôgarit BTL:  $L(\omega) = 20\lg K$

Trên hình 3.25 mô tả các đặc tính tần số của khâu khuếch đại.

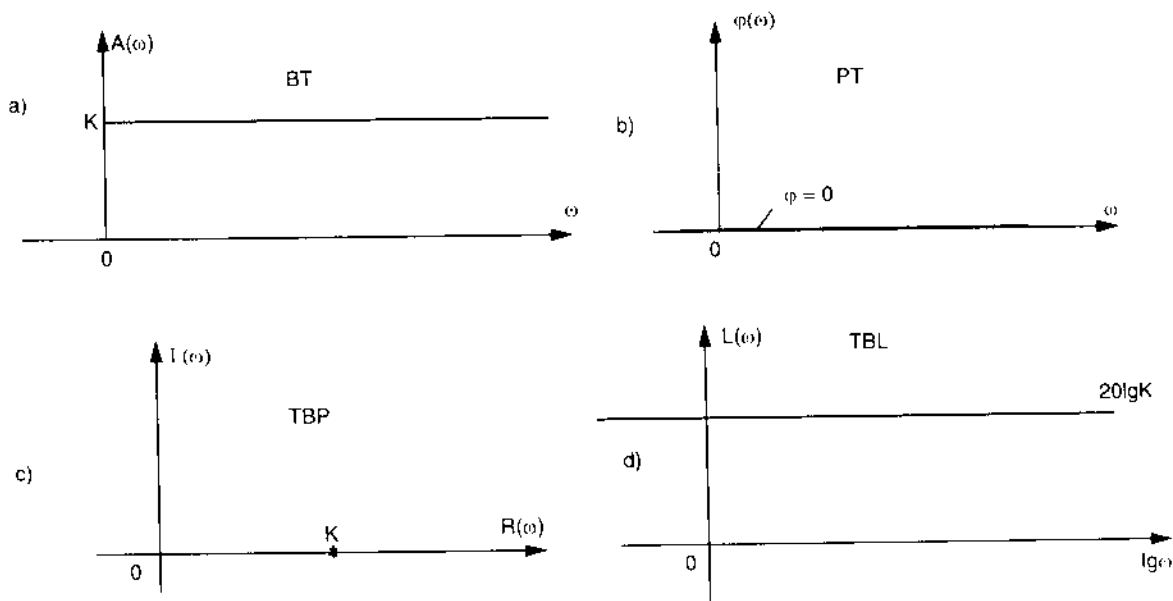
#### b) Khâu quán tính bậc nhất

• Phương trình vi phân của khâu quán tính bậc nhất:  $T \frac{dy}{dt} + y = Kx$

Trong đó:

-  $K$  là hệ số truyền đạt của khâu quán tính bậc nhất; đó cũng là hệ số khuếch đại ở trạng thái xác lập;

-  $T$  là hằng số thời gian của khâu.



**Hình 3.25:** Các đặc tính tần số của khâu khuếch đại

- Hàm truyền đạt  $W(p)$  của khâu quán tính bậc nhất:

Để xác định hàm truyền đạt của khâu ta viết phương trình vi phân của khâu dưới dạng toán tử Laplace:

$$(TP + 1)Y(p) = KX(p)$$

Do đó hàm truyền đạt có dạng:  $W(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{K}{TP + 1}$

- Các đặc tính thời gian của khâu bậc nhất:

- Hàm quá độ  $h(t)$ : để xác định hàm quá độ, ta thay  $x = 1(t)$  và  $y = h(t)$  vào phương trình vi phân của khâu quán tính bậc nhất để có:

$$T \frac{dh(t)}{dt} + h(t) = K \cdot 1(t)$$

Với các sơ kiện  $h(0) = 0$  và  $h(\infty) = K$ , ta có nghiệm của phương trình vi phân là:

$$h(t) = K(1 - e^{-\alpha t}) \text{ với } \alpha = \frac{1}{T}$$

Trên hình 3.26a là đồ thị của hàm quá độ  $h(t)$ .

- Hàm quá độ xung  $k(t)$ :

Sơ sánh ảnh của Laplace của hàm quá độ  $\mathcal{L}[h(t)]$  và ảnh Laplace của hàm quá độ xung  $\mathcal{L}[k(t)]$ :

$$\mathcal{L}[k(t)] = W(p)$$

$$\mathcal{L}[h(t)] = \frac{W(p)}{p}$$

Suy ra 
$$\mathcal{L}[k(t)] = p \cdot \mathcal{L}[h(t)] = \mathcal{L}[h'(t)]$$

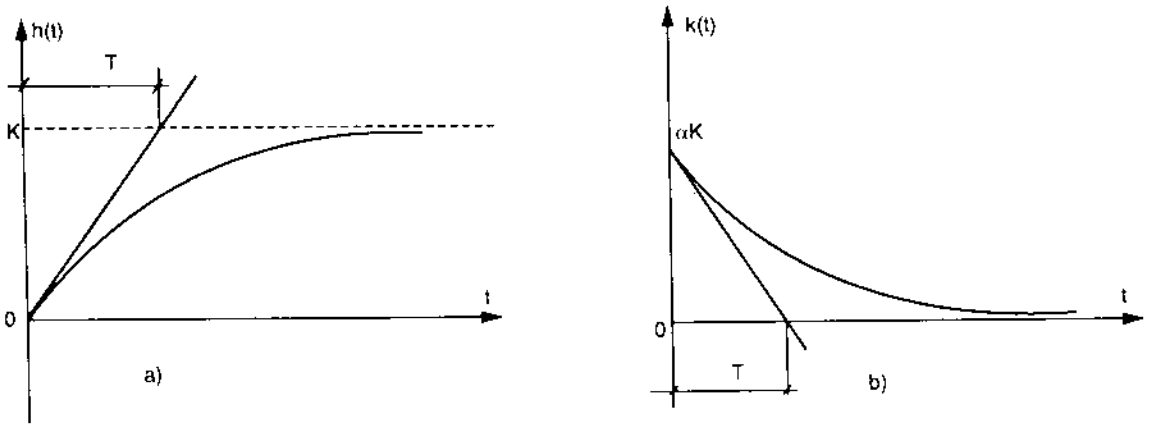
Điều này có nghĩa hàm quá độ xung  $k(t)$  chính là đạo hàm của hàm quá độ:

$$k(t) = \frac{dh(t)}{dt} = h'(t)$$

Đối với khâu quán tính bậc nhất hàm quá độ xung:

$$k(t) = \frac{d}{dt} [K(1 - e^{-at})] = \alpha K \cdot e^{-\alpha t}$$

Trên hình 3.26b là đồ thị của hàm quá độ xung của khâu quán tính bậc nhất.



**Hình 3.26:** Các đặc tính thời gian của khâu quán tính bậc nhất

- Đáp ứng  $y(t)$  ở đầu ra của khâu quán tính bậc nhất khi tác động kích thích ở đầu vào là hàm bậc nhất theo thời gian  $x(t) = at$ .

Ảnh Laplace của  $x(t)$  là : 
$$X(p) = \frac{a}{p^2}$$

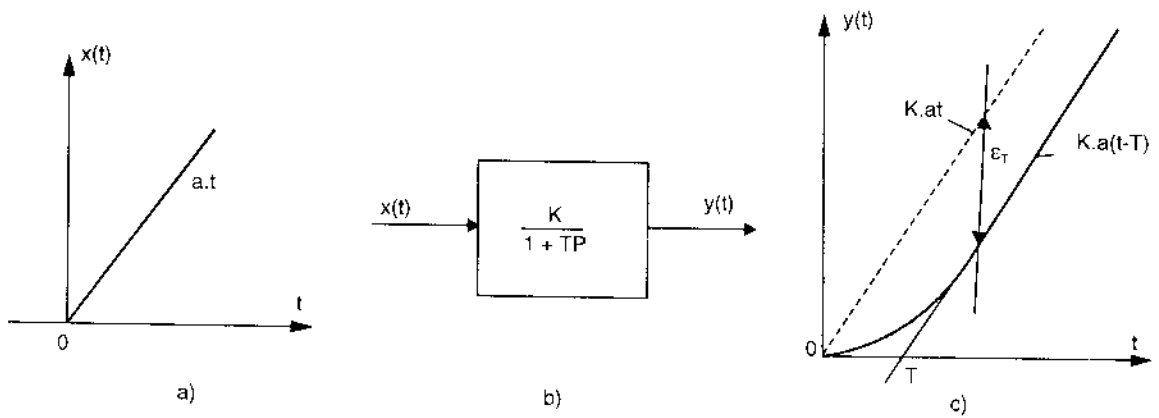
Ảnh Laplace của đáp ứng  $y(t)$  là:

$$Y(p) = W(p) \cdot X(p) = \frac{K}{1+Tp} \cdot \frac{a}{p^2} = \frac{K \cdot a}{p^2(1+Tp)}$$

Từ ảnh  $Y(p)$  suy ra được hàm gốc  $y(t)$ :

$$y(t) = K \cdot a \left( t - T + T \cdot e^{-\frac{t}{T}} \right)$$

Trên hình 3.27 là khâu quán tính bậc nhất có hàm truyền đạt  $W(p) = \frac{K}{1+Tp}$  cùng với kích thích  $x(t) = a \cdot t$  và đáp ứng  $y(t)$ .



**Hình 3.27:** Khâu quán tính bậc nhất, kích thích  $x(t) = a.t$  và đáp ứng  $y(t)$

Từ đồ thị của đáp ứng  $y(t)$  hình 3.27c, ta có nhận xét là: sau một khoảng thời gian  $t > 3T$  thì số hạng  $T.e^{-t/T}$  hầu như triệt tiêu hoàn toàn, lúc đó đáp ứng  $y(t)$  chỉ còn có dạng  $y(t) = K.a(t - T)$ . Đây cũng là một đường bậc nhất nhưng bị trễ một khoảng thời gian bằng  $T$  so với đường  $K.at$  là đáp ứng của khâu không có quán tính khi  $T = 0$ . Điều này xảy ra là do có quán tính nên khâu quán tính bậc nhất không thể theo kịp với những biến thiên của tín hiệu kích thích ở đầu vào.

Sai lệch động  $\epsilon_T = K.aT$  đối với một khâu quán tính bậc nhất tỉ lệ thuận với độ dốc  $a$  của tác động kích thích ở đầu vào; nghĩa là tốc độ biến thiên của kích thích ở đầu vào của khâu quán tính bậc nhất càng lớn thì sai lệch động  $\epsilon_T$  càng lớn.

- Hàm truyền đạt tần số của khâu quán tính bậc nhất:

$$W(j\omega) = \frac{K}{j\omega T + 1}$$

Đem nhân tử số và mẫu số với  $(1 - j\omega T)$  rồi tách riêng phần thực, phần ảo ta có:

$$W(j\omega) = \frac{K}{1 + (\omega T)^2} - j \frac{K.T.\omega}{1 + (\omega T)^2} = R(\omega) + jI(\omega)$$

Với  $R(\omega) = \frac{K}{1 + (\omega T)^2}$ ;  $I(\omega) = \frac{-K.T.\omega}{1 + (\omega T)^2}$

- Đặc tính biên độ tần số BT

$$A(\omega) = \sqrt{R^2(\omega) + I^2(\omega)} = \frac{K}{\sqrt{1 + (\omega T)^2}}$$

Đường đặc tính BT vẽ trên hình 3.28a.

- Đặc tính pha tần số PT:



$$\varphi(\omega) = \arctg \frac{I(\omega)}{R(\omega)} = -\arctg(\omega T)$$

Đặc tính PT vẽ trên hình 3.28b.

- Đặc tính tần số biên độ pha TBP:

Để xây dựng đặc tính tần số biên độ pha ta biến đổi như sau:

$$A^2(\omega) = R^2(\omega) + I^2(\omega) = \frac{K^2}{1 + (\omega T)^2}$$

suy ra

$$R^2(\omega) + I^2(\omega) + (\omega T)^2 [R^2(\omega) + I^2(\omega)] = K^2$$

Vì  $\omega T = \frac{I(\omega)}{R(\omega)}$  nên có thể viết:

$$[R^2(\omega) + I^2(\omega)]^2 = K^2 R^2(\omega)$$

hoặc

$$R^2(\omega) + I^2(\omega) = K \cdot R(\omega)$$

$$R^2(\omega) - K \cdot R(\omega) + \frac{K^2}{4} + I^2(\omega) = \frac{K^2}{4}$$

Cuối cùng ta có:

$$\left[ R(\omega) - \frac{K}{2} \right]^2 + I^2(\omega) = \left( \frac{K}{2} \right)^2$$

Từ biểu thức này ta nhận thấy phương trình của đường đặc tính tần số biên độ pha (TBP) là phương trình một đường tròn có bán kính bằng  $\frac{K}{2}$ , và có tọa độ của tâm là

$$\left[ R(\omega) = \frac{K}{2}; I(\omega) = 0 \right].$$

Khi cho tần số  $\omega$  biến thiên từ 0 đến  $\infty$  thì  $A(\omega)$  biến thiên từ  $A(0) = K$  đến  $A(\infty) = 0$ . Đồ thị biểu diễn đặc tính tần số biên độ pha là một nửa đường tròn nằm ở góc phần tư thứ tư của hệ tọa độ  $[R(\omega), I(\omega)]$  như vẽ trên hình 3.28c.

- Đặc tính biên độ tần số lôgarit BTL:

$$\text{Ta có: } L(\omega) = 20 \lg A(\omega) = 20 \lg K - 20 \lg \sqrt{1 + (\omega T)^2}$$

Nếu dựng chính xác từng điểm với giá trị của tần số  $\omega$  biến thiên từ 0 đến  $\infty$ , ta sẽ có đặc tính BTL là đường cong. Tuy nhiên một cách gần đúng có thể thay thế đặc tính này bằng những đoạn thẳng tiệm cận như sau:

Khi  $\omega \ll \frac{1}{T}$  có thể thay gần đúng  $L(\omega) \approx 20 \lg K$ ; còn khi  $\omega \gg \frac{1}{T}$  thì thay gần đúng  $L(\omega) \approx 20 \lg K - 20 \lg \omega T$  hay  $L(\omega) \approx 20 \lg K - 20 \lg T - 20 \lg \omega$

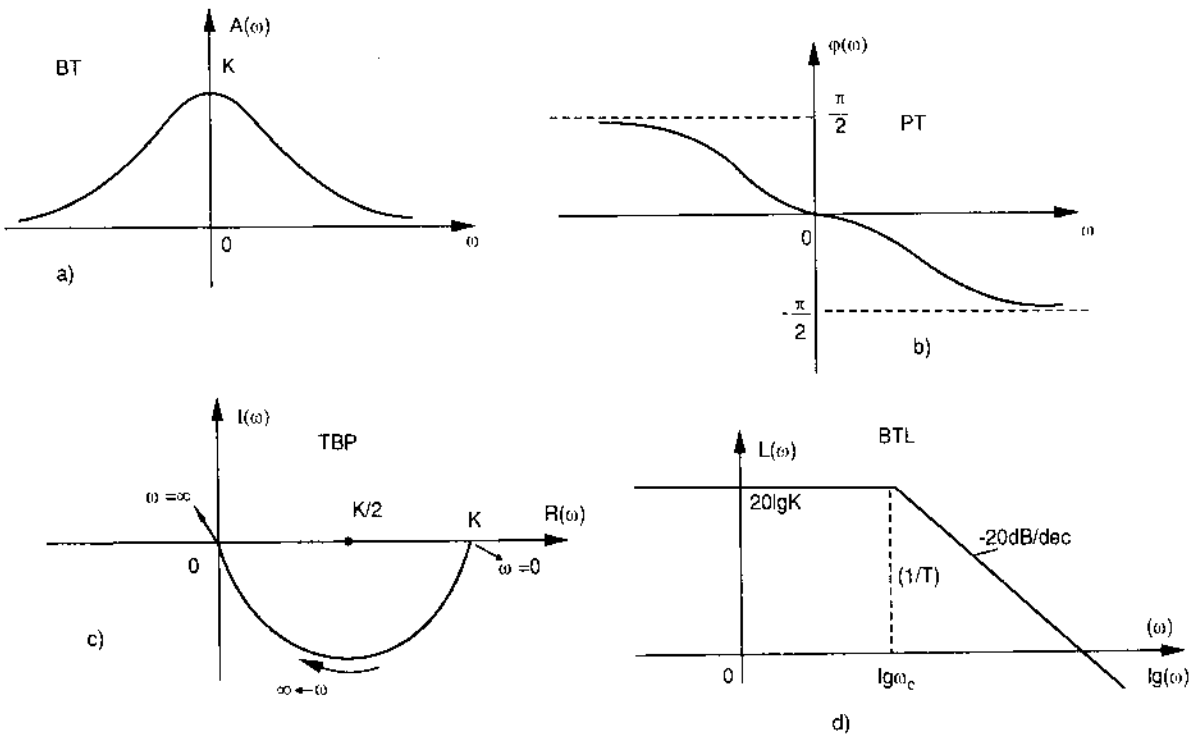
Vậy đặc tính BTL được thay bởi hai đoạn thẳng tiệm cận: ở dải tần số thấp đó là một nửa đường thẳng song song với trục hoành có tung độ bằng  $20\lg K$ ; ở dải tần số cao là đường thẳng xiên dốc xuống, có độ dốc bằng  $-20(\text{dB}/\text{dec})$  và cắt trục tung tại điểm  $(20\lg K - 20\lg T)$ . Trên hình 3.28d vẽ đặc tính BTL của khâu quán tính bậc nhất. Sai số lớn nhất của tiệm cận là tại điểm cắt của hai đoạn có hoành độ  $\omega_c = \frac{1}{T}$ . Vậy sai số cực

$$\text{đại là } \Delta L(\omega)_{\max} = 20\lg \sqrt{1 + (\omega_c T)^2} = 20\lg \sqrt{1 + \left(\frac{1}{T} \cdot T\right)^2} = 20\lg \sqrt{2} < 3(\text{dB})$$

Trong đó  $\omega_c = \frac{1}{T}$  gọi là tần số cắt.

Các đặc tính tần số trên hình 3.28a, b, c được xây dựng dựa vào bảng số liệu sau:

$\omega$	$R(\omega)$	$I(\omega)$	$A(\omega)$	$\varphi(\omega)$
0	K	0	K	0
$1/T$	$K/2$	$-K/2$	$K/\sqrt{2}$	$-\pi/4$
$\infty$	0	0	0	$-\pi/2$



**Hình 3.28:** Các đặc tính tần số của khâu quán tính bậc nhất

c) Khâu bậc hai

- Phương trình vi phân của khâu bậc hai:

$$T^2 \frac{d^2y}{dt^2} + 2\xi T \frac{dy}{dt} + y = K.x$$

Trong đó: T là hằng số thời gian;

K là hệ số truyền đạt;

$\xi$  là hệ số.

- Hàm truyền đạt của khâu bậc hai: viết phương trình vi phân dưới dạng toán tử:

$$(T^2 p^2 + 2\xi T p + 1) Y(p) = K.X(p)$$

Từ đây ta có hàm truyền đạt của khâu bậc hai:

$$W(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{K}{T^2 p^2 + 2\xi T p + 1}$$

- Các đặc tính thời gian của khâu bậc hai:

Xét hàm quá độ  $h(t)$  và hàm quá độ xung  $k(t)$ :

Để xác định hàm quá độ  $h(t)$  ta giải phương trình vi phân:

$$T^2 \frac{d^2h(t)}{dt^2} + 2\xi T \cdot \frac{dh(t)}{dt} + h(t) = K.l(t)$$

với các sơ kiện:  $h(0) = 0$ ,  $h'(0) = 0$ ,  $h(\infty) = K$

Để xác định nghiệm của phương trình vi phân này ta giải phương trình đặc tính của khâu:

$$T^2 p^2 + 2\xi T p + 1 = 0$$

Tính giá trị:  $\Delta' = (\xi T)^2 - T^2 = T^2(\xi^2 - 1)$

- Khi  $\xi > 1$  thì  $\Delta' > 0$  và phương trình đặc tính có hai nghiệm thực  $p_1, p_2$ . Trong trường hợp này khâu bậc hai là một khâu quán tính bậc hai và phương trình đặc tính của khâu có thể viết dưới dạng tích số:

$$T^2 p^2 + 2\xi T p + 1 = (T_1 p + 1)(T_2 p + 1) = 0$$

Trong đó:  $T_1 \cdot T_2 = T^2$ ;

$$T_1 + T_2 = 2\xi T;$$

Giải ra ta được:  $p_1 = -\frac{1}{T_1}$ ;  $p_2 = -\frac{1}{T_2}$

Giả sử  $T_1 > T_2$  thì hàm quá độ  $h(t)$  có dạng:

$$h(t) = K \left( 1 - \frac{T_1}{T_1 - T_2} e^{-t/T_1} + \frac{T_2}{T_1 - T_2} e^{-t/T_2} \right) \quad (3-5)$$

và hàm quá độ xung là:

$$k(t) = h'(t) = \frac{K}{T_1 - T_2} \left( e^{-t/T_1} - e^{-t/T_2} \right) \quad (3-6)$$

- Khi  $\xi = 1$  thì  $\Delta' = 0$  và phương trình đặc tính có nghiệm kép:

$$p_1 = p_2 = -\frac{1}{T_1} = -\frac{1}{T_2} = -\frac{1}{T} \text{ với } T_1 = T_2 = T.$$

Khi đó hàm quá độ có dạng:

$$h(t) = K \left[ 1 - \left( 1 + \frac{t}{T} \right) e^{-t/T} \right] \quad (3-7)$$

Hàm quá độ xung là:

$$k(t) = h'(t) = \frac{K}{T^2} \cdot t \cdot e^{-t/T} \quad (3-8)$$

- Khi  $\xi < 1$  thì  $\Delta' < 0$  và phương trình đặc tính có hai nghiệm phức liên hợp:

$$p_1 = \frac{-\xi + j\sqrt{1-\xi^2}}{T} = -\alpha + j\beta$$

$$p_2 = \frac{-\xi - j\sqrt{1-\xi^2}}{T} = -\alpha - j\beta$$

Trong đó:  $\alpha = \frac{\xi}{T}$ ;  $\beta = \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{T}$

Lúc này khâu bậc hai là khâu dao động và hàm quá độ có dạng:

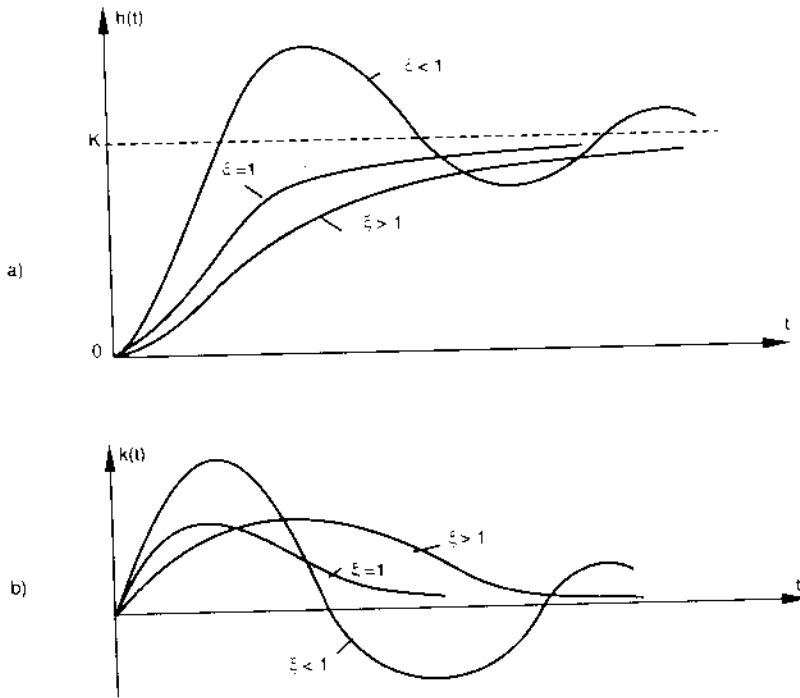
$$h(t) = K \left[ 1 - e^{-\alpha t} \left( \cos \beta t + \frac{\alpha}{\beta} \sin \beta t \right) \right] \quad (3-9)$$

Hàm quá độ xung là:

$$k(t) = h'(t) = K \cdot \alpha \cdot e^{-\alpha t} \left( \cos \beta t + \frac{\alpha}{\beta} \sin \beta t \right) - K e^{-\alpha t} \left( -\beta \sin \beta t + \alpha \cos \beta t \right)$$

$$k(t) = K \cdot \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\beta} e^{-\alpha t} \cdot \sin \beta t = \frac{K}{T^2 \beta} e^{-\alpha t} \sin \beta t \quad (3-10)$$

Trên hình 3.29 vẽ các đặc tính thời gian của khâu bậc hai với các hệ số  $\xi$  khác nhau.



**Hình 3.29:** Các đặc tính thời gian của khâu bậc hai

• Khảo sát vị trí của các điểm cực  $p$  của khâu bậc hai trên hệ tọa độ phức số để xét tính chất của quá trình quá độ của khâu bậc hai:

- Trong trường hợp hệ số  $\xi > 1$ : như đã xét ở phần trên, khâu bậc hai là một khâu quán tính có hàm truyền đạt dạng:

$$W(p) = \frac{K}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)}$$

Do đó khâu quán tính bậc hai có hai điểm cực thực:

$$p_1 = -\frac{1}{T_1} \quad \text{và} \quad p_2 = -\frac{1}{T_2}$$

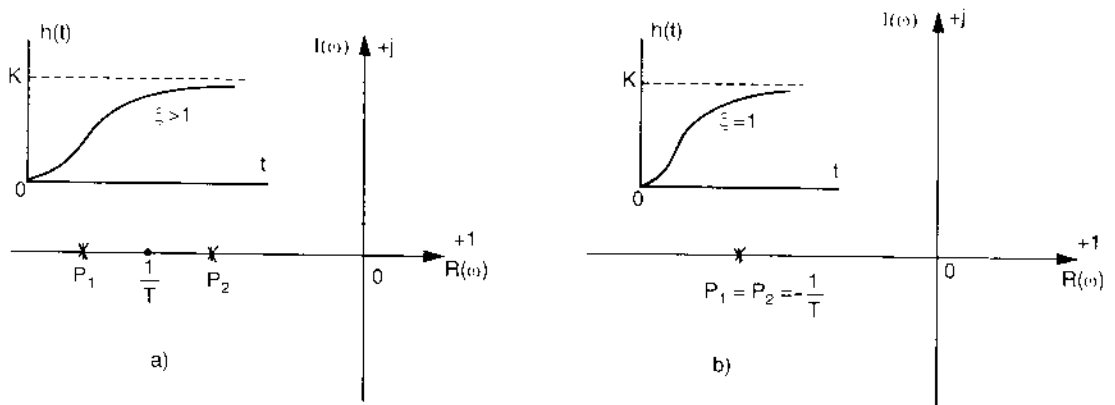
Trên hệ tọa độ phức các cực thực  $p_1, p_2$  được biểu diễn bởi các điểm cực  $P_1, P_2$  phân bố trên trục thực ở phía bên trái gốc tọa độ (với giả thiết  $T_1 > T_2$ ) như trên hình 3.30a.

Vì là khâu quán tính nên hàm quá độ  $h(t)$  có dạng hàm số mũ như biểu thức (3-5) và đồ thị của hàm quá độ có dạng như thể hiện trên hình 3.29a.

- Trong trường hợp hệ số  $\xi = 1$  thì khâu quán tính bậc hai có một nghiệm kép:

$$p_1 = p_2 = -\frac{1}{T_1} = -\frac{1}{T_2} = -\frac{1}{T}$$

Trên mặt phẳng phức, hai điểm cực  $P_1$  và  $P_2$  trùng nhau tại một điểm trên trục thực ở bên trái gốc tọa độ như vẽ trên hình 3.30b, và hàm quá độ  $h(t)$  cũng là một biểu thức hàm số mũ như (3-7) với đồ thị như vẽ trên hình 3.29a.



**Hình 3.30:** Phân bố các điểm cực của khâu quán tính bậc hai khi hệ số  $\xi \geq 1$

- Trường hợp hệ số  $\xi < 1$ : ta có khâu dao động với hàm truyền đạt:

$$W(p) = \frac{K}{T^2 p^2 + 2\xi T p + 1}$$

Khâu dao động này có hai cực phức liên hợp:

$$p_1 = \frac{-\xi + j\sqrt{1-\xi^2}}{T} = -\alpha + j\beta; \quad p_2 = \frac{-\xi - j\sqrt{1-\xi^2}}{T} = -\alpha - j\beta$$

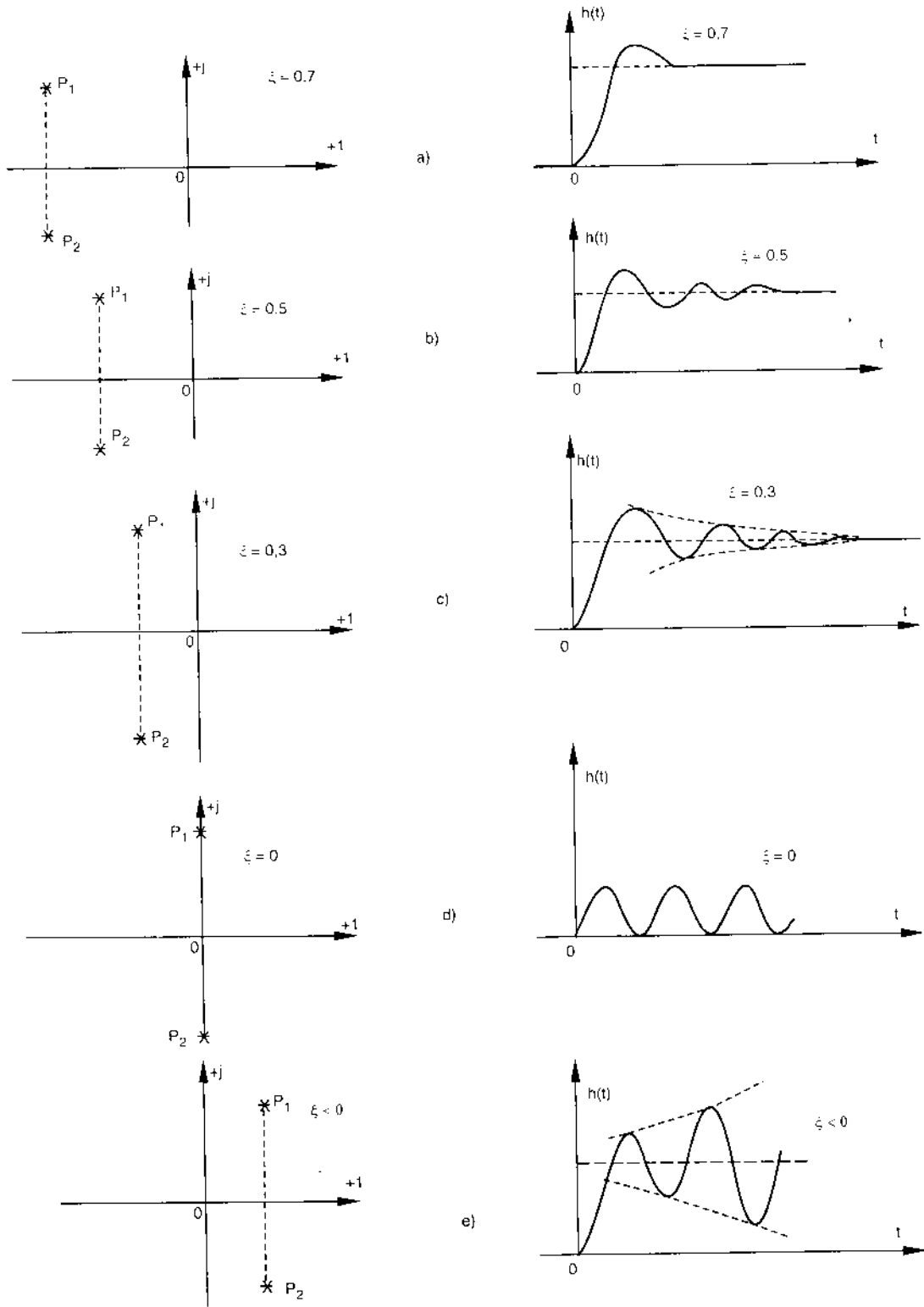
với: 
$$\alpha = \frac{\xi}{T}; \quad \beta = \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{T}$$

Hàm quá độ  $h(t)$  có dạng (3-9):

$$h(t) = K \left[ 1 - e^{-\alpha t} \left( \cos \beta t + \frac{\alpha}{\beta} \sin \beta t \right) \right]$$

Nếu hệ số  $\xi$  có trị số:  $0 < \xi < 1$  thì trên hệ tọa độ phức, các điểm cực  $P_1, P_2$  nằm bên trái trục ảo và đối xứng nhau qua trục thực. Dạng của đường cong biểu diễn hàm quá độ  $h(t)$  lúc này phụ thuộc vào giá trị của hệ số  $\xi$  tức là phụ thuộc vào vị trí của các điểm cực  $P_1, P_2$  trên mặt phẳng phức.

Nếu hệ số  $\xi$  có giá trị lớn (gần với giá trị 1) thì phần thực  $\alpha = \xi/T$  sẽ lớn, phần ảo  $\beta = \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{T}$  sẽ nhỏ. Các điểm cực  $P_1, P_2$  nằm cách xa trục ảo và gần sát trục thực. Đáp ứng  $h(t)$  lúc này sẽ dao động ít và quá trình dao động tắt nhanh như vẽ trên hình 3.31a với  $\xi = 0,7$ .



**Hình 3.31:** Phân bố các điểm cực  $p_1, p_2$  và hàm quá độ  $h(t)$  của khâu dao động bậc hai với các giá trị  $\xi$  khác nhau

Nếu hệ số  $\xi$  giảm đi thì phần thực  $\alpha$  giảm, phần ảo  $\beta$  tăng; các điểm cực  $P_1, P_2$  sẽ gần trục ảo và nằm xa trục thực. Số dao động của đường biểu diễn hàm quá độ tăng lên, quá trình dao động tắt chậm như vẽ trên hình 3.31b, c với hệ số  $\xi = 0,5; 0,3$ .

Khi  $\xi = 0$  thì phần thực triệt tiêu  $\alpha = 0$ , phần ảo  $\beta = \frac{1}{T}$ . Các điểm cực  $P_1, P_2$  phân bố trên trục ảo. Hàm quá độ  $h(t)$  là hàm số dao động điều hòa với tần số  $\omega = \frac{1}{T}$  như đồ thị vẽ trên hình 3.31d.

Khi hệ số  $\xi < 0$  thì các điểm cực  $P_1, P_2$  phân bố bên phải trục ảo vì lúc đó  $\alpha < 0$ . Kết quả là hàm quá độ  $h(t)$  là hàm số dao động tăng dần theo thời gian chứ không tắt dần như biểu diễn trên hình 3.31e và hệ thống trong trường hợp này không ổn định.

• Các đặc tính tần số của khâu bậc hai:

- Hàm truyền đạt tần số của khâu bậc hai có dạng:

$$W(j\omega) = \frac{K}{T^2(j\omega)^2 + 2\xi Tj\omega + 1} = \frac{K}{(1 - T^2\omega^2) + j2\xi T\omega}$$

Sau khi nhân tử số và mẫu số với  $(1 - T^2\omega^2) - j2\xi T\omega$  rồi tách riêng phần thực, phần ảo ta được:

$$W(j\omega) = \frac{K(1 - T^2\omega^2)}{(1 - T^2\omega^2)^2 + 4(\xi T\omega)^2} - j \frac{2K\xi T\omega}{(1 - T^2\omega^2)^2 + 4(\xi T\omega)^2}$$

Viết gọn lại ta có:

$$W(j\omega) = R(\omega) + jI(\omega)$$

Trong đó:

$$R(\omega) = \frac{K(1 - T^2\omega^2)}{(1 - T^2\omega^2)^2 + 4(\xi T\omega)^2}$$

$$I(\omega) = -\frac{2K\xi T\omega}{(1 - T^2\omega^2)^2 + 4(\xi T\omega)^2}$$

- Đặc tính biên độ tần số BT của khâu bậc hai có dạng:

$$A(\omega) = \sqrt{R^2(\omega) + I^2(\omega)} = \frac{K}{\sqrt{(1 - T^2\omega^2)^2 + 4(\xi T\omega)^2}}$$

Khảo sát đồ thị của đặc tính biên độ tần số BT cho thấy có thể tồn tại ba điểm cực trị ở các tần số sau:

$$\omega_1 = 0; \omega_c = \frac{1}{T}\sqrt{1 - 2\xi^2} \text{ và } \omega_2 = \infty$$

Tần số  $\omega_c$  chỉ tồn tại khi  $\xi < \sqrt{0,5} = 0,7 < 1$ .



Tần số  $\omega_c$  gọi là tần số cộng hưởng.

Trong trường hợp hệ số  $\xi > 1$  ta có khâu quán tính bậc hai với hàm truyền đạt:

$$W(p) = \frac{K}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)}$$

nên biểu thức của đặc tính biên độ tần số có dạng:

$$A(\omega) = \frac{K}{\sqrt{1 + (\omega T_1)^2} \cdot \sqrt{1 + (\omega T_2)^2}}$$

Trên hình 3.22a biểu diễn đường đặc tính biên độ tần số BT của khâu bậc hai.

- Đặc tính pha tần số PT của khâu bậc hai có biểu thức là:

$$\varphi(\omega) = \text{arctg} \frac{I(\omega)}{R(\omega)} = -\text{arctg} \frac{2\xi T \omega}{1 - \omega^2 T^2}$$

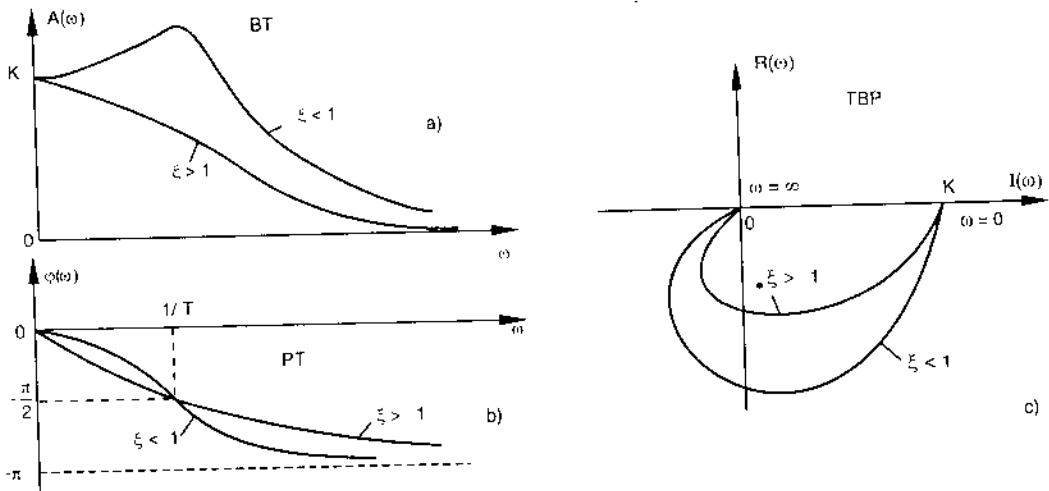
Đối với trường hợp hệ số  $\xi > 1$  ta có khâu quán tính bậc hai nên biểu thức của đặc tính pha tần số như sau:  $\varphi(\omega) = -\text{arctg}(\omega T_1) - \text{arctg}(\omega T_2)$

Trên hình 3.32b vẽ đặc tính pha tần số PT của khâu bậc hai.

- Đặc tính tần số biên độ pha TBP của khâu bậc hai được xây dựng từ các đặc tính phân thực  $R(\omega)$ , đặc tính phần ảo  $I(\omega)$  và có dạng như trên hình 3.32c.

Khi xây dựng các đặc tính tần số trên hình 3.32 ta dựa vào bảng số liệu sau:

$\omega$	$R(\omega)$	$I(\omega)$	$A(\omega)$	$\varphi(\omega)$
0	K	0	K	0
$1/T$	0	$-K/2\xi$	$K/2\xi$	$-\pi/2$
$\infty$	0	0	0	$-\pi$



Hình 3.32: Các đặc tính tần số của khâu bậc hai

- Đặc tính biên độ tần số lôgarit BTL:

Đối với khâu quán tính bậc hai có hệ số  $\xi > 1$ , đặc tính biên độ tần số lôgarit có biểu thức:

$$L(\omega) = 20\lg A(\omega) = 20\lg K - 20\lg \sqrt{1 + (\omega T_1)^2} - 20\lg \sqrt{1 + (\omega T_2)^2}$$

Có thể thay thế đường đặc tính BTL bằng ba đoạn tiệm cận sau với giả thiết  $T_1 > T_2$ :

Khi  $\omega < \omega_1 = \frac{1}{T_1}$  thì  $L(\omega) \approx 20\lg K$ ;

Khi  $\omega_1 < \omega < \omega_2 = \frac{1}{T_2}$  thì  $L(\omega) \approx 20\lg K - 20\lg T_1 - 20\lg \omega$ ;

Khi  $\omega > \omega_2$  thì  $L(\omega) \approx 20\lg K - 20\lg T_1 - 20\lg T_2 - 40\lg \omega$

Đường đặc tính biên độ tần số lôgarit của khâu quán tính bậc hai được tiệm cận hóa bởi ba đoạn thẳng có dạng như vẽ trên hình 3.33a.

Đối với khâu bậc hai dao động có  $\xi < 1$ , biểu thức của đặc tính tần số lôgarit là:

$$L(\omega) = 20\lg A(\omega) = 20\lg K - 20\lg \sqrt{(1 - \omega^2 T^2)^2 + 4(\xi \omega T)^2}$$

Khi  $\omega \ll \frac{1}{T}$  có thể thay  $L(\omega) \approx 20\lg K$

Khi  $\omega \gg \frac{1}{T}$  có thể thay  $L(\omega) \approx 20\lg K - 40\lg T - 40\lg \omega$

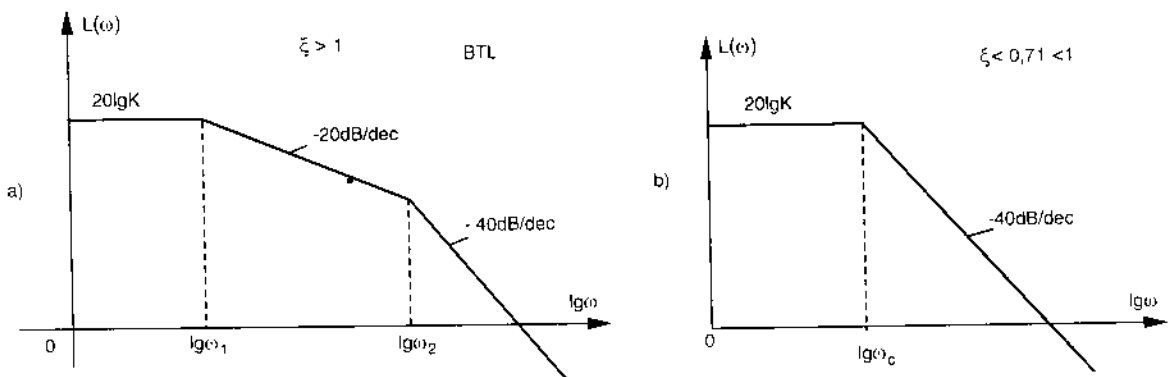
Vậy một cách gần đúng có thể vẽ đặc tính BTL của khâu dao động bậc hai bằng hai đường tiệm cận như ở hình 3.33b.

Sai số lớn nhất gặp phải khi tiệm cận hóa là tại tần số cộng hưởng  $\omega_c = \frac{1}{T} \sqrt{1 - 2\xi^2}$ .

Để cho đơn giản có thể lấy gần đúng  $\omega_c = \frac{1}{T}$ , khi đó có thể xác định sai số lớn nhất theo biểu thức:

$$\Delta L(\omega)_{\max} = \pm 20\lg(2\xi)$$

Để sai số này nhỏ hơn 3dB thì hệ số  $\xi$  phải có trị số nằm trong giới hạn  $0,38 < \xi < 0,71$ .



Hình 3.33: Đặc tính biên độ tần số lôgarit của khâu bậc hai

Nếu giá trị của hệ số  $\xi$  không nằm trong giới hạn này thì không thể thay thế đường đặc tính BTL bằng các đoạn thẳng tiệm cận vì sai số sẽ lớn và kém chính xác.

### 3.5.2. Khâu tích phân

Khâu tích phân là khâu phi tĩnh.

a) Khâu tích phân có phương trình vi phân dạng

$$y = K \int x dt \text{ hay } \frac{dy}{dt} = Kx = \frac{1}{T} x$$

Trong đó  $T = \frac{1}{K}$  là hằng số thời gian tích phân.

b) Hàm truyền đạt của khâu tích phân

Để xác định hàm truyền đạt  $W(p)$  của khâu tích phân, ta chuyển phương trình vi phân của khâu tích phân sang dạng toán tử:

$$pY(p) = \frac{1}{T} X(p)$$

suy ra 
$$W(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{1}{T \cdot p}$$

c) Các đặc tính thời gian của khâu tích phân

- Hàm quá độ  $h(t)$ :

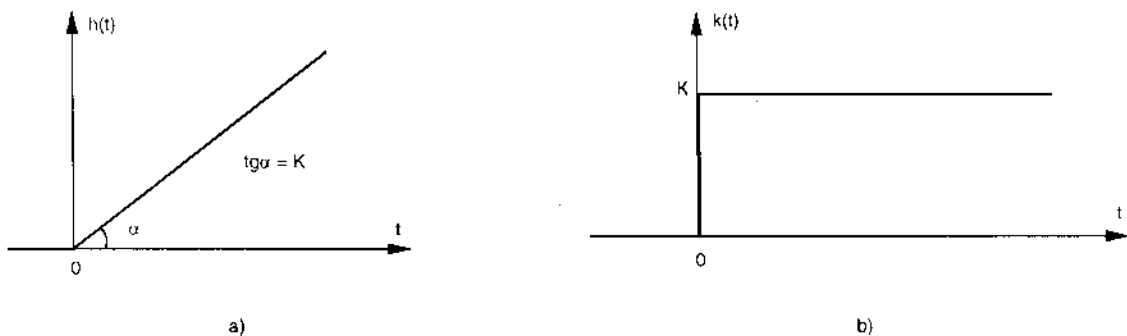
Ta có: 
$$h(t) = K \int 1(t) dt = K \cdot t = \frac{1}{T} \cdot t$$

Đồ thị của hàm quá độ  $h(t)$  vẽ trên hình 3.34a.

- Hàm quá độ xung  $k(t)$ :

$$k(t) = h'(t) = K = \frac{1}{T}$$

Đồ thị hàm quá độ xung vẽ trên hình 3.34b.



**Hình 3.34:** Hàm quá độ  $h(t)$  và hàm quá độ xung  $k(t)$  của khâu tích phân

*d) Các đặc tính tần số của khâu tích phân*

- Hàm truyền đạt tần số:

$$W(j\omega) = \frac{1}{T \cdot (j\omega)} = -j \frac{1}{\omega T} = R(\omega) + jI(\omega)$$

với  $R(\omega) = 0; I(\omega) = -\frac{1}{\omega T}$

- Đặc tính biên độ tần số BT:

Ta có:  $A(\omega) = \frac{1}{\omega T}$

Trên hình 3.35a vẽ đặc tính BT của khâu tích phân.

- Đặc tính pha tần số PT:

$$\varphi(\omega) = \text{arctg} \frac{I(\omega)}{R(\omega)} = \text{arctg} \left( \frac{-1}{\omega T} \right) = -\frac{\pi}{2}$$

Trên hình 3.35b vẽ đặc tính PT của khâu tích phân.

- Đặc tính tần số biên độ pha TBP:

Trên hệ tọa độ phức, đặc tính tần số biên độ pha là phần âm của trục ảo, trên đó biểu diễn phần ảo  $I(\omega) = -\frac{1}{\omega T}$ , vì phần thực  $R(\omega) = 0$ .

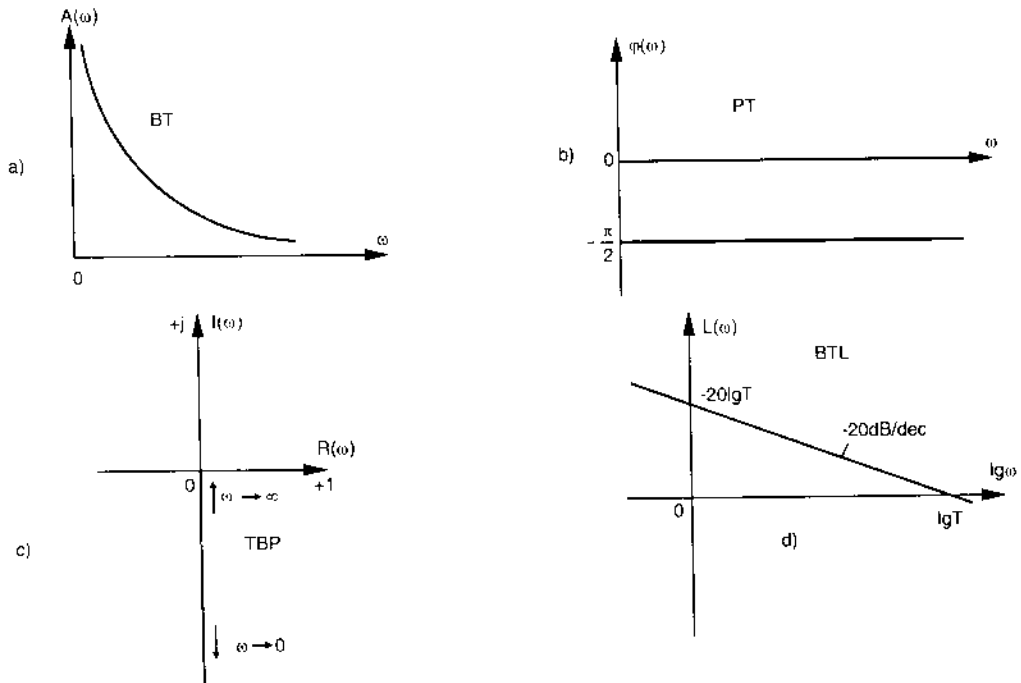
Khi tần số  $\omega$  tiến đến bằng không ( $\omega \rightarrow 0$ ) thì điểm biểu diễn số phức  $W(j\omega) = R(\omega) + jI(\omega)$  tiến ra xa vô cùng trên phần âm của trục ảo. Còn khi tần số  $\omega$  tiến đến vô cùng lớn ( $\omega \rightarrow \infty$ ) thì điểm biểu diễn  $W(j\omega)$  sẽ tiến đến gốc tọa độ. Trên hình 3.35c là đồ thị biểu diễn đặc tính TBP của khâu tích phân.

- Đặc tính biên độ tần số lôgarit:

Ta có biểu thức của đặc tính BTL:

$$L(\omega) = 20\lg A(\omega) = -20\lg T - 20\lg \omega$$

Đây là phương trình của một đường thẳng có độ dốc bằng  $-20\text{dB/dec}$ , cắt trục tung tại điểm có tung độ  $-20\lg T$ . Trên hình 3.35d là đường đặc tính biên độ tần số lôgarit của khâu tích phân.



Hình 3.35: Các đặc tính tần số của khâu tích phân

### 3.5.3. Khâu vi phân lí tưởng

a) Phương trình vi phân của khâu vi phân lí tưởng

$$y = T_d \frac{dx}{dt}$$

Trong đó  $T_d$  là hằng số thời gian vi phân.

b) Hàm truyền đạt của khâu vi phân

Chuyển phương trình vi phân sang dạng toán tử:

$$Y(p) = T_d \cdot p \cdot X(p)$$

suy ra hàm truyền đạt  $W(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = T_d \cdot p$

c) Các đặc tính thời gian của khâu vi phân

- Hàm quá độ:  $h(t) = T_d \cdot \frac{d1(t)}{dt} = T_d \cdot \delta(t)$

- Hàm quá độ xung:  $k(t) = h'(t) = T_d \cdot \frac{d\delta(t)}{dt} = T_d \cdot \delta'(t)$

Trên hình 3.36a, b biểu diễn hàm quá độ  $h(t)$  và hàm quá độ xung  $k(t)$  của khâu vi phân lí tưởng.

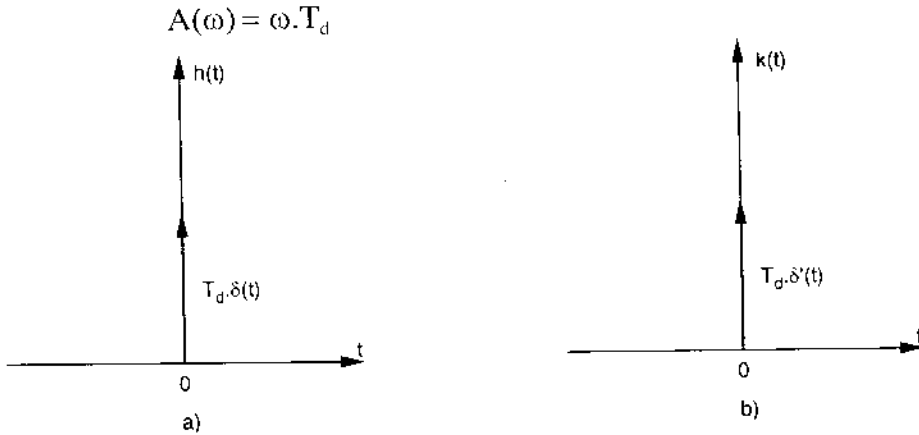
d) Các đặc tính tần số của khâu vi phân lí tưởng

- Hàm truyền đạt tần số của khâu vi phân lí tưởng có dạng:

$$W(j\omega) = T_d(j\omega) = R(\omega) + j.I(\omega)$$

với  $R(\omega) = 0$  ;  $I(\omega) = \omega.T_d$

- Đặc tính biên độ tần số của khâu vi phân lí tưởng:



Hình 3.36: Các đặc tính thời gian của khâu vi phân lí tưởng

Trên hình 3.37a là đường đặc tính BT của khâu vi phân lí tưởng.

- Đặc tính pha tần số của khâu vi phân lí tưởng là:

$$\varphi(\omega) = \text{arctg} \frac{I(\omega)}{R(\omega)} = \text{arctg} \frac{\omega T_d}{0} = \frac{\pi}{2}$$

Đường đặc tính PT của khâu vi phân lí tưởng vẽ trên hình 3.37b.

- Đặc tính tần số biên độ pha của khâu vi phân:

Vì  $W(j\omega) = R(\omega) + jI(\omega) = 0 + jT_d \cdot \omega$  nên quỹ đạo biểu diễn  $W(j\omega)$  khi tần số  $\omega$  biến thiên từ không đến vô cùng lớn là nửa phần dương của trục ảo, trên đó biểu diễn phần ảo  $I(\omega)$  của hàm truyền đạt tần số  $W(j\omega)$ . Trên hình 3.37c là đặc tính TBP của khâu vi phân lí tưởng.

- Đặc tính biên độ tần số lôgarít của khâu vi phân lí tưởng: biểu thức của đặc tính BTL là:

$$L(\omega) = 20 \lg A(\omega) = 20 \lg T_d + 20 \lg \omega$$

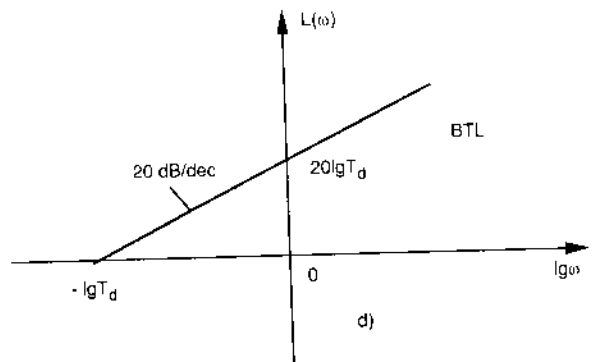
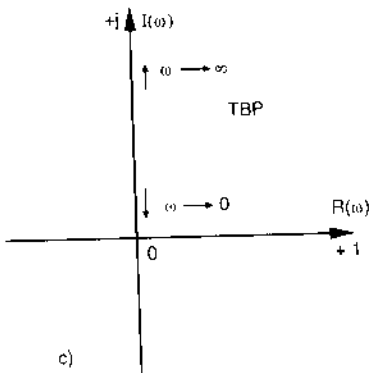
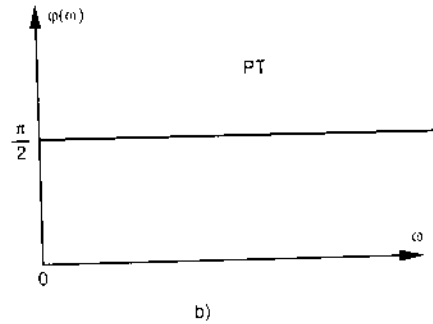
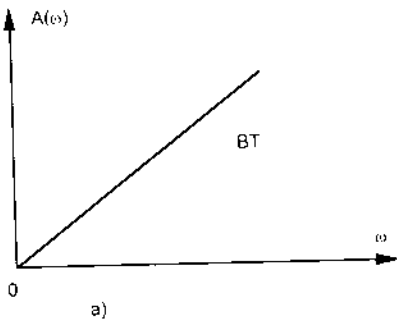
Đây là phương trình đường thẳng có độ dốc bằng  $20 \frac{\text{dB}}{\text{dec}}$ , cắt trục tung tại điểm có tung độ  $20 \lg T_d$  như vẽ trên hình 3.37d.

Tín hiệu ở đầu ra của khâu vi phân lí tưởng luôn luôn vượt pha trước tín hiệu ở đầu vào một góc bằng  $\frac{\pi}{2}$ .

### 3.5.4. Khâu trễ

a) Phương trình vi phân của khâu trễ có dạng

$$y(t) = x(t - \tau)$$



Hình 3.37: Các đặc tính tần số của khâu vi phân lí tưởng

b) Hàm truyền đạt  $W(p)$  của khâu trễ

Chuyển phương trình vi phân sang dạng toán tử ta có:

$$Y(p) = X(p) \cdot e^{-p\tau}$$

suy ra hàm truyền đạt:

$$W(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = e^{-p\tau}$$

c) Các đặc tính thời gian của khâu trễ

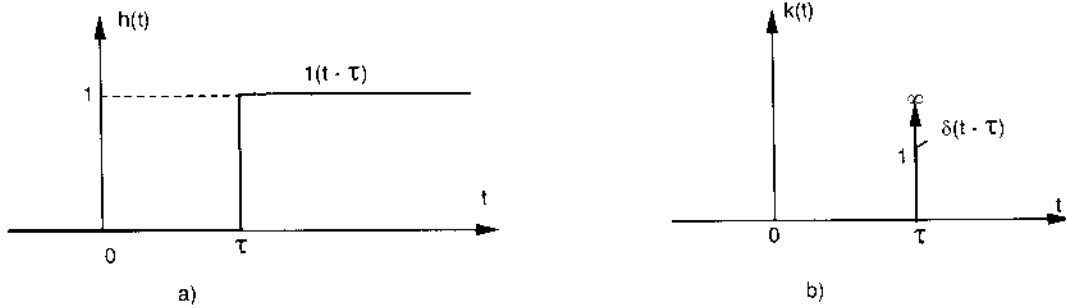
• Hàm quá độ  $h(t)$ :

Ta có: 
$$h(t) = 1(t - \tau)$$

- Hàm quá độ xung  $k(t)$ :

$$k(t) = h'(t) = \frac{d[1(t - \tau)]}{dt} = \delta(t - \tau)$$

Trên hình 3.38a, b biểu diễn các đặc tính thời gian của khâu trễ.



Hình 3.38: Các đặc tính thời gian của khâu trễ

d) Các đặc tính tần số của khâu trễ

- Hàm truyền đạt tần số của khâu trễ là:

$$W(j\omega) = e^{-j\omega\tau} = A(\omega) e^{j\varphi(\omega)}$$

với  $A(\omega) = 1$  ;  $\varphi(\omega) = -\omega\tau$ .

- Đặc tính biên độ tần số:

$$A(\omega) = 1$$

Trên hình 3.39a là đường đặc tính BT của khâu trễ.

- Đặc tính pha tần số:

$$\varphi(\omega) = -\omega\tau$$

Đường đặc tính PT của khâu trễ vẽ trên hình 3.39b

- Đặc tính tần số biên độ pha:

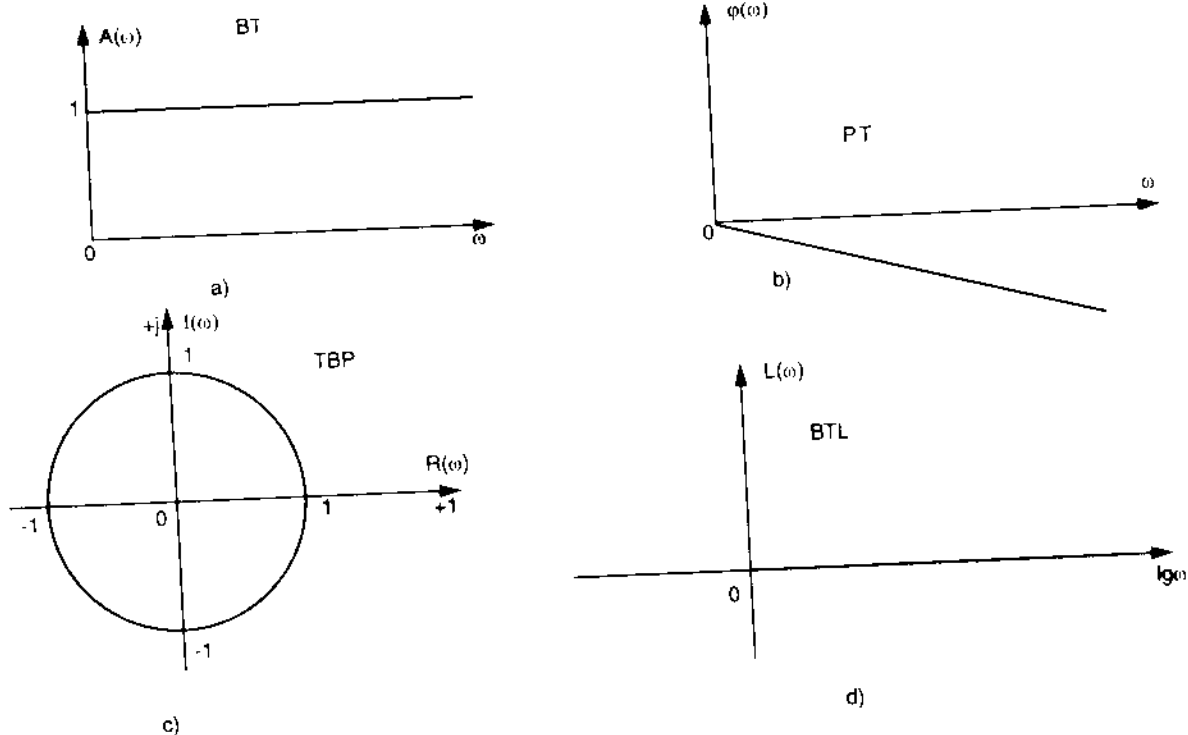
Vì hàm truyền đạt  $W(j\omega) = 1 \cdot e^{-j\omega\tau}$  có môđun  $|W(j\omega)| = 1$  với bất kì tần số  $\omega$  nào nên khi  $\omega$  biến thiên từ  $-\infty$  đến  $+\infty$  thì điểm biểu diễn  $W(j\omega)$  chạy trên đường tròn có tâm là gốc tọa độ, và bán kính bằng 1 như trên hình 3.39c.

- Đặc tính biên độ tần số lôgarit của khâu trễ có dạng:

$$L(\omega) = 20\lg A(\omega) = 20\lg 1 = 0$$

Đường biểu diễn đặc tính BTL là nửa đường thẳng trùng với trục hoành như vẽ trên hình 3.39d.





**Hình 3.39:** Các đặc tính tần số của khâu trễ

### 3.6. MỘT SỐ KHẤU ĐỘNG HỌC PHỨC TẠP

Trong sơ đồ cấu trúc của các hệ thống tự động điều khiển, ta còn gặp một số khâu mà quá trình động học của chúng tuy được mô tả bằng phương trình vi phân không quá bậc hai nhưng cấu trúc của chúng lại phức tạp và có thể coi như là sự kết hợp của một số khâu động học cơ bản đã giới thiệu ở tiết 3.5.

#### 3.6.1. Khâu không ổn định bậc một

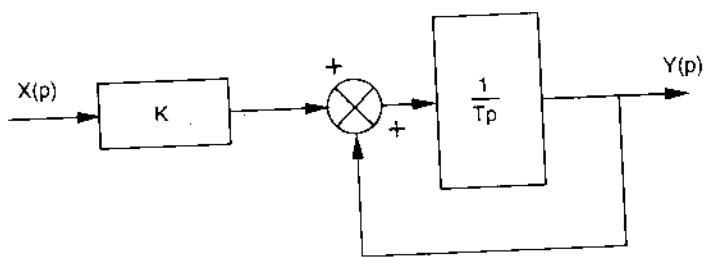
a) Khâu không ổn định bậc một có quá trình động học được mô tả bởi phương trình vi phân

$$T \cdot \frac{dy}{dt} - y = K \cdot x$$

b) Hàm truyền đạt của khâu

$$W(p) = -\frac{K}{Tp - 1}$$

Với hàm truyền đạt như vậy, khâu không ổn định bậc một có cấu trúc được xem



**Hình 3.40:** Sơ đồ cấu trúc khâu không ổn định bậc một

như là khâu tích phân có phản hồi dương mắc nối tiếp với khâu khuếch đại như mô tả trên hình 3.40.

c) Các đặc tính thời gian

- Hàm quá độ  $h(t)$ :

Hàm quá độ  $h(t)$  của khâu không ổn định bậc một nhận được bằng cách giải phương trình vi phân:

$$T \cdot \frac{dh(t)}{dt} - h(t) = K \cdot l(t)$$

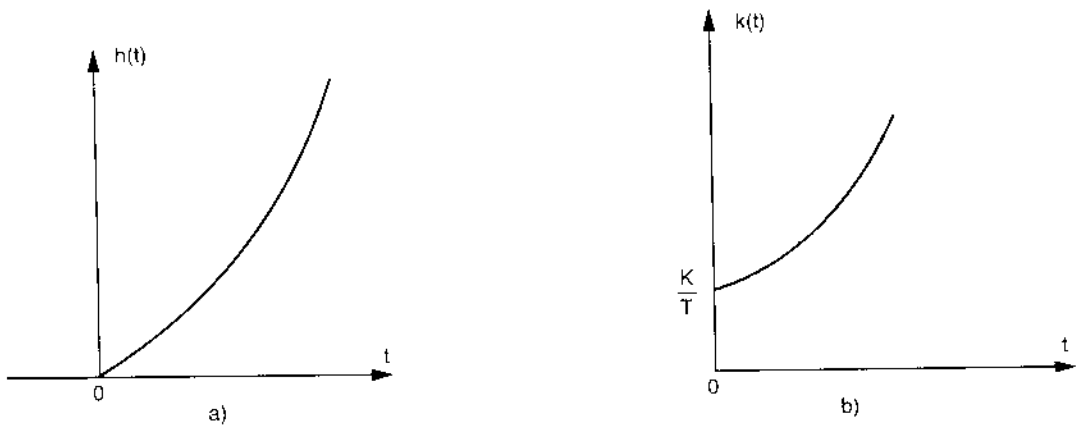
với các sơ kiện  $h(0) = 0$ ,  $h'(0) = \frac{K}{T}$ . Kết quả ta có:

$$h(t) = K(e^{t/T} - 1)$$

- Hàm quá độ xung  $k(t)$ :

$$k(t) = h'(t) = \frac{K}{T} e^{t/T}$$

Các đặc tính thời gian của khâu không ổn định bậc một được biểu diễn trên hình 3.41a, b.



Hình 3.41: Các đặc tính thời gian của khâu không ổn định bậc một

d) Các đặc tính tần số

- Hàm truyền đạt tần số:

$$W(j\omega) = \frac{K}{Tj\omega - 1} = \frac{K}{\omega^2 T^2 + 1} - j \frac{K\omega T}{\omega^2 T^2 + 1} = R(\omega) + jI(\omega)$$

Trong đó:  $R(\omega) = \frac{K}{\omega^2 T^2 + 1}$ ;  $I(\omega) = -\frac{K\omega T}{\omega^2 T^2 + 1}$

- Đặc tính biên độ tần số BT:

$$A(\omega) = \sqrt{R^2(\omega) + I^2(\omega)} = \frac{K}{\sqrt{\omega^2 T^2 + 1}}$$

Trên hình 3.42a vẽ đường đặc tính BT của khâu không ổn định bậc một.

- Đặc tính pha tần số PT:

$$\varphi(\omega) = -\arctg\omega T = -\pi + \arctg\omega T$$

Đường đặc tính PT được vẽ trên hình 3.42b.

- Đặc tính tần số biên độ pha TBP:

Với cách biến đổi tương tự như đối với khâu quán tính bậc một ta được biểu thức:

$$\left[ R(\omega) + \frac{K}{2} \right]^2 + I^2(\omega) = \left( \frac{K}{2} \right)^2$$

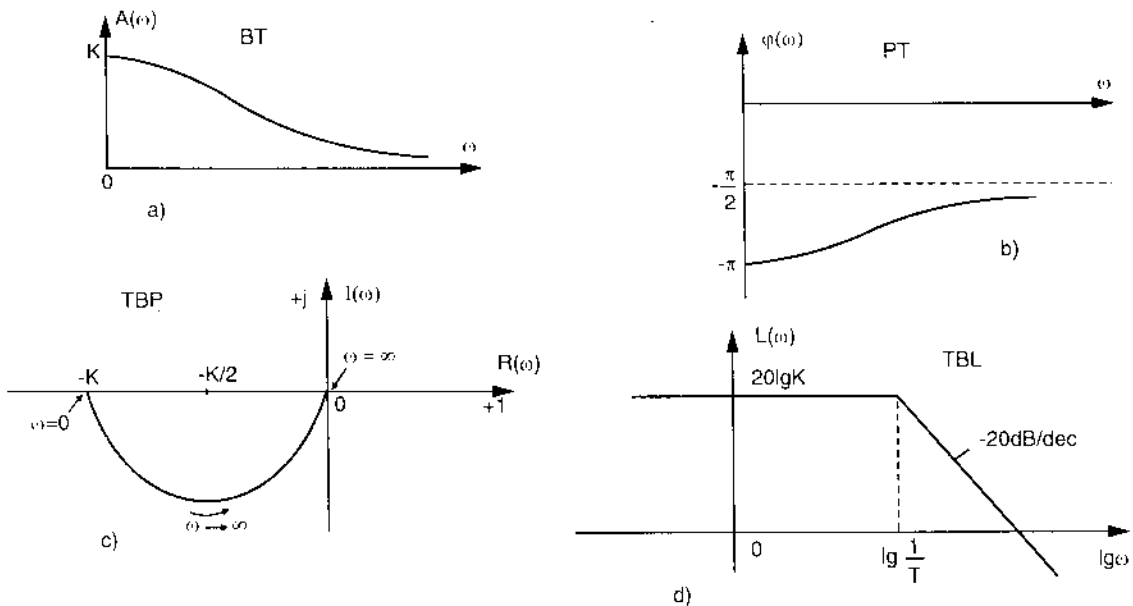
Vậy trên hệ tọa độ phức  $[R(\omega), jI(\omega)]$  phương trình này biểu diễn một đường tròn có bán kính bằng  $\frac{1}{2}K$ , có tâm là điểm có tọa độ  $\left[ R(\omega) = -\frac{K}{2}, I(\omega) = 0 \right]$ . Khi cho tần số  $\omega$

biến thiên từ 0 đến  $\infty$  ta có đường biểu diễn đặc tính TBP của khâu không ổn định bậc một là một nửa đường tròn nằm ở cung phần tư thứ ba như vẽ trên hình 3.42c.

- Đặc tính biên độ tần số lôgarit BTL:

Ta có: 
$$L(\omega) = 20\lg A(\omega) = 20\lg K - 20\lg \sqrt{\omega^2 T^2 + 1}$$

Biểu thức  $L(\omega)$  của khâu không ổn định bậc một giống hoàn toàn biểu thức  $L(\omega)$  của khâu quán tính bậc một nên đường đặc tính BTL của khâu không ổn định bậc một giống đặc tính BTL của khâu quán tính bậc một và được vẽ trên hình 3.42d.



**Hình 3.42:** Các đặc tính tần số của khâu không ổn định bậc một

Trong kĩ thuật, các phân tử thuộc về khâu không ổn định bậc một là các đối tượng như: động cơ diesel không có phụ tải quạt gió; động cơ điện không đồng bộ có phụ tải là mômen cản xung không đổi v.v...

### 3.6.2. Khâu vi phân thực

a) Phương trình vi phân của khâu vi phân thực

$$T \frac{dy}{dt} + y = K \cdot T \frac{dx}{dt}$$

b) Hàm truyền đạt của khâu vi phân thực

Sau khi chuyển phương trình vi phân về dạng toán tử ta nhận được hàm truyền đạt:

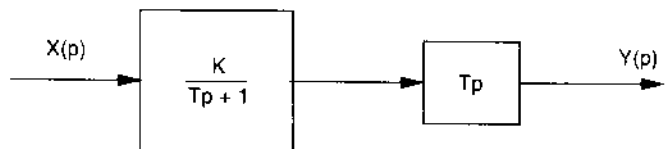
$$W(p) = \frac{K \cdot T \cdot p}{T p + 1}$$

Từ biểu thức của hàm truyền đạt  $W(p)$  ta có thể xem như khâu vi phân thực là cấu trúc mắc nối tiếp một khâu vi phân lí tưởng với một khâu quán tính bậc một như mô tả trên hình 3.43.

c) Các đặc tính thời gian

- Hàm quá độ  $h(t)$  của khâu vi phân thực:

Vì khâu quán tính bậc một có hàm quá độ là  $K(1 - e^{-t/T})$  nên có thể suy ra hàm quá độ của khâu vi phân thực bằng cách lấy đạo hàm:



Hình 3.43: Cấu trúc của khâu vi phân thực

$$h(t) = T \cdot \frac{d}{dt} [K(1 - e^{-t/T})] = K \cdot e^{-t/T}$$

- Hàm quá độ xung của khâu vi phân thực:

$$k(t) = h'(t) = -\frac{K}{T} e^{-t/T}$$

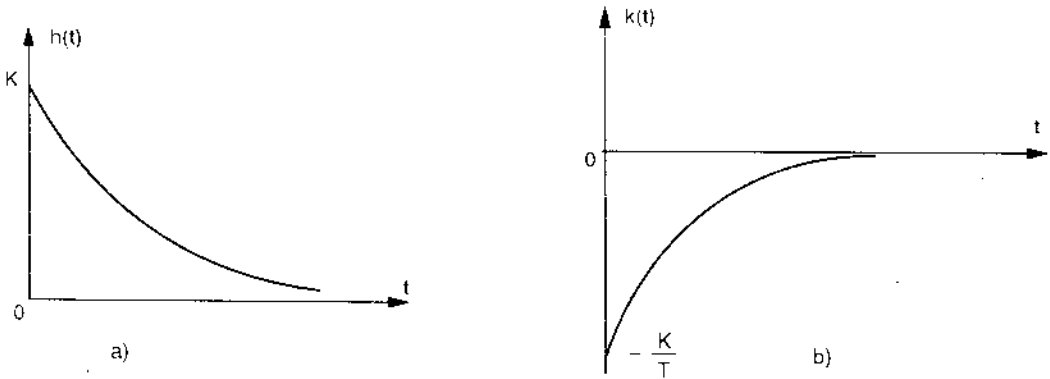
Trên hình 3.44a, b vẽ các đặc tính thời gian của khâu vi phân thực.

d) Các đặc tính tần số của khâu vi phân thực

- Hàm truyền đạt tần số:

$$W(j\omega) = \frac{K \cdot T \cdot j\omega}{T \cdot j\omega + 1} = \frac{KT \cdot \omega}{\sqrt{\omega^2 T^2 + 1}} e^{j \left( \frac{\pi}{2} - \arctg \omega \cdot T \right)} = A(\omega) e^{j\varphi(\omega)}$$

Trong đó:  $A(\omega) = \frac{KT\omega}{\sqrt{\omega^2 T^2 + 1}}$ ;  $\varphi(\omega) = \frac{\pi}{2} - \text{arctg}\omega T$



**Hình 3.44:** Các đặc tính thời gian của khâu vi phân thực

- Đặc tính biên độ tần số BT:

$$A(\omega) = \frac{KT\omega}{\sqrt{\omega^2 T^2 + 1}}$$

Đặc tính BT của khâu vi phân thực vẽ trên hình 3.45a.

- Đặc tính pha tần số PT:

$$\varphi(\omega) = \frac{\pi}{2} - \text{arctg}(\omega T)$$

Trên hình 3.45b biểu diễn đặc tính PT của khâu vi phân thực.

- Đặc tính tần số biên độ pha TBP:

Ta có thể phân tích hàm truyền đạt tần số của khâu vi phân thực thành hai số hạng như sau:

$$W(j\omega) = \frac{KTj\omega}{Tj\omega + 1} = K - \frac{K}{Tj\omega + 1}$$

Vì đặc tính TBP của khâu bậc một  $\frac{K}{Tj\omega + 1}$  là một nửa đường tròn nằm ở góc phần tư thứ tư của hệ tọa độ phức (xem hình 3.28c) nên có thể suy ra rằng đặc tính TBP của khâu vi phân thực được mô tả bằng công thức gồm hai số hạng  $K - \frac{K}{j\omega T + 1}$  là nửa đường tròn nằm ở góc phần tư thứ nhất của hệ tọa độ phức như thể hiện trên hình 3.45c.

- Đặc tính biên độ tần số lôgarit BTL:

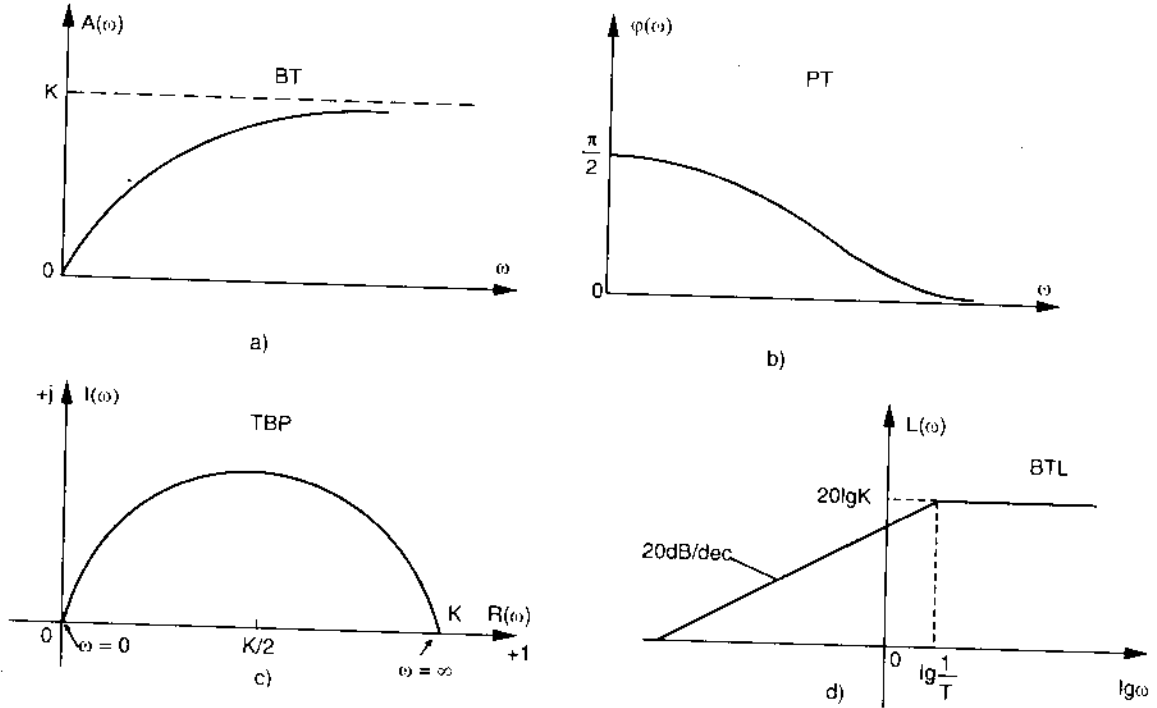
Ta có:  $L(\omega) = 20\lg A(\omega) = 20\lg KT\omega - 20\lg \sqrt{(\omega T)^2 + 1}$

Có thể tiệm cận hóa đặc tính BTL như sau:

- Khi  $\omega \ll \frac{1}{T}$  ta thay  $L(\omega) \approx 20\lg KT + 20\lg\omega$

- Khi  $\omega \gg \frac{1}{T}$  ta thay  $L(\omega) \approx 20\lg KT + 20\lg\omega - 20\lg(\omega T) = 20\lg K$

Trên hình 3.45d là đặc tính BTL được tiệm cận hóa của khâu vi phân thực.



Hình 3.45: Các đặc tính tần số của khâu vi phân thực

### 3.6.3. Khâu tỉ lệ tích phân

a) Phương trình vi phân của khâu tỉ lệ tích phân

$$y = K_1 x + K_2 \int x dt = K_1 x + \frac{1}{T} \int x dt$$

hoặc có thể viết dưới dạng:

$$\frac{dy}{dt} = K_1 \frac{dx}{dt} + \frac{1}{T} x$$

Trong đó  $T = \frac{1}{K_2}$  là hằng số thời gian tích phân.

b) Hàm truyền đạt  $W(p)$

$$W(p) = K_1 + \frac{1}{Tp}$$

Từ hàm truyền đạt  $W(p)$  này ta thấy cấu trúc của khâu tỉ lệ tích phân gồm một khâu tích phân mắc song song với khâu tỉ lệ như mô tả trên hình 3.46.

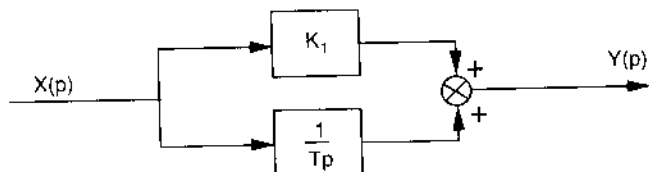
c) Các đặc tính thời gian của khâu tỉ lệ tích phân

- Hàm quá độ  $h(t)$ :

$$h(t) = K_1 + K_2 t$$

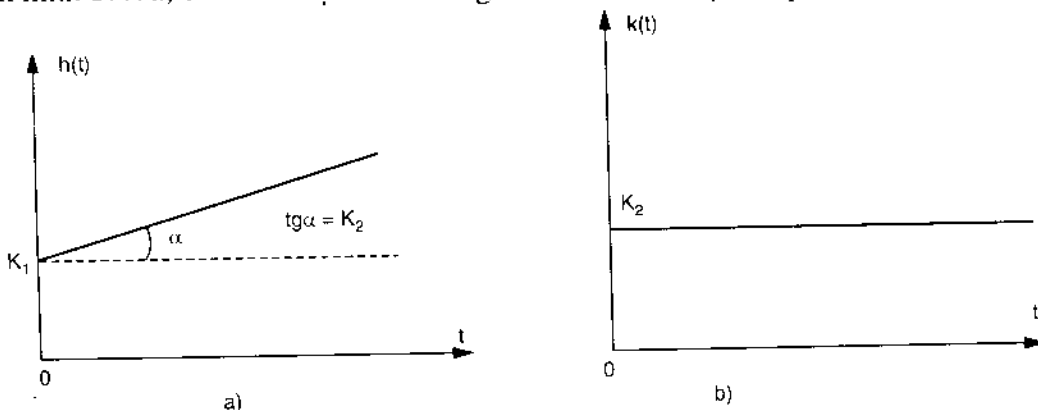
- Hàm quá độ xung  $k(t)$ :

$$k(t) = h'(t) = K_2$$



Hình 3.46: Cấu trúc khâu tỉ lệ tích phân

Trên hình 3.47a, b vẽ các đặc tính thời gian của khâu tỉ lệ tích phân.



Hình 3.47: Các đặc tính thời gian của khâu tỉ lệ tích phân

d) Các đặc tính tần số của khâu tỉ lệ tích phân

- Hàm truyền đạt tần số:

$$W(j\omega) = K_1 - j \frac{1}{\omega T} = R(\omega) + jI(\omega)$$

Trong đó  $R(\omega) = K_1$ ;  $I(\omega) = - \frac{1}{\omega T}$

- Đặc tính biên độ tần số BT:

$$A(\omega) = \sqrt{R^2(\omega) + I^2(\omega)} = \frac{\sqrt{(K_1 \omega T)^2 + 1}}{T \omega}$$

- Đặc tính pha tần số PT:

$$\varphi(\omega) = - \text{arctg} \frac{1}{\omega K_1 T}$$

- Đặc tính tần số biên độ pha TBP:

Từ biểu thức của  $W(j\omega)$  ta thấy rõ đặc tính TBP là nửa đường thẳng song song với trục ảo, nằm ở góc phần tư thứ tư của hệ tọa độ phức số và cắt trục thực tại hoành độ  $R(\omega) = K_1$ .

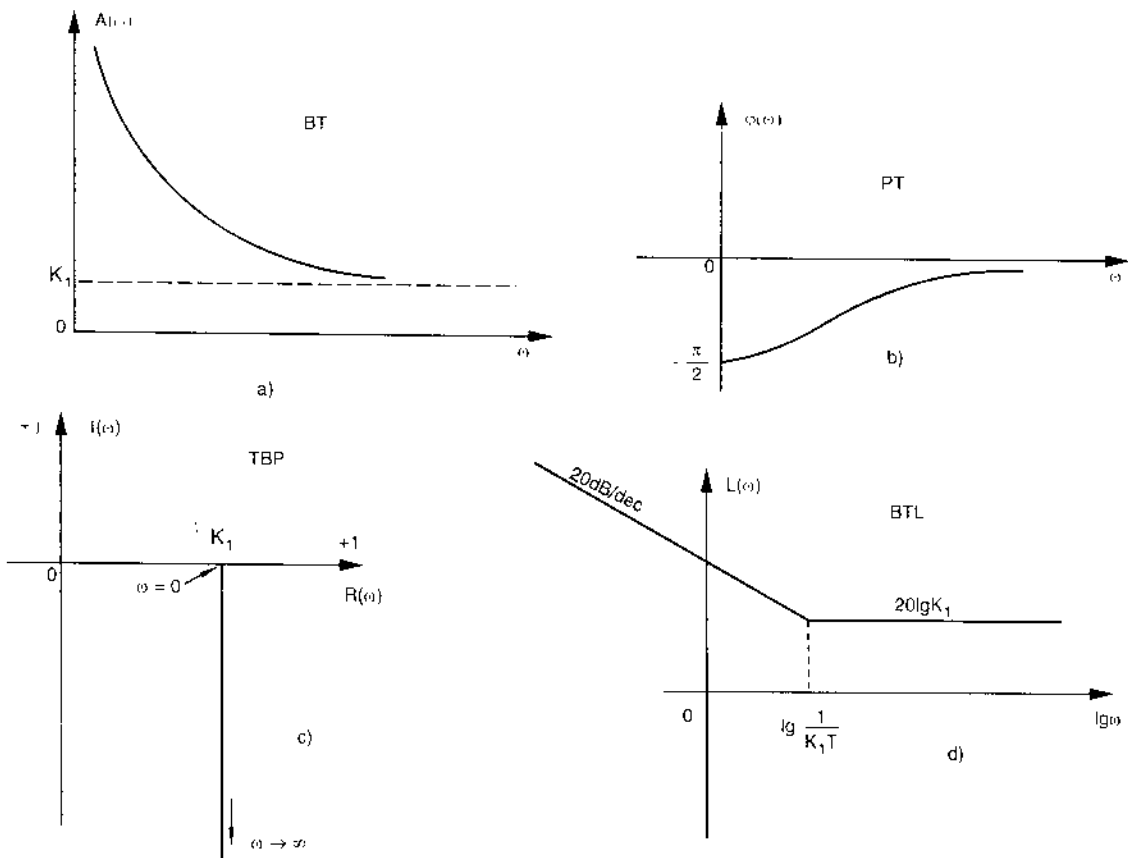
• Đặc tính biên độ tần số lôgarit BTL:

$$L(\omega) = 20\lg A(\omega) = 20\lg \sqrt{(K_1\omega T)^2 + 1} - 20\lg\omega T$$

Đặc tính này được thay bởi hai đoạn thẳng tiệm cận như sau:

- Khi  $\omega \ll \frac{1}{K_1 T}$  thì  $L(\omega) \approx -20\lg\omega T$
- Khi  $\omega \gg \frac{1}{K_1 T}$  thì  $L(\omega) \approx 20\lg K_1$

Trên hình 3.48 vẽ các đặc tính tần số của khâu tỉ lệ tích phân.



Hình 3.48: Các đặc tính tần số của khâu tỉ lệ tích phân

### 3.6.4. Khâu vi tích phân

a) Phương trình vi phân của khâu vi tích phân có dạng

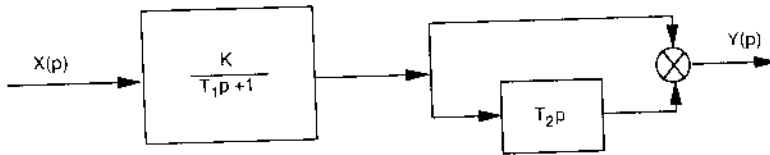
$$T_1 \frac{dy}{dt} + y = K \left( T_2 \frac{dx}{dt} + x \right)$$



b) Hàm truyền đạt của khâu là

$$W(p) = \frac{K(T_2 p + 1)}{T_1 p + 1}$$

Theo cấu trúc của hàm truyền đạt  $W(p)$  có thể suy ra khâu vi tích phân gồm khâu quán tính bậc nhất  $\frac{K}{T_1 p + 1}$  mắc nối tiếp với khâu tỉ lệ vi phân như hình 3.49.



Hình 3.49: Sơ đồ cấu trúc khâu vi tích phân

c) Các đặc tính thời gian của khâu vi tích phân

• Hàm quá độ  $h(t)$ :

Hàm quá độ của khâu có dạng:

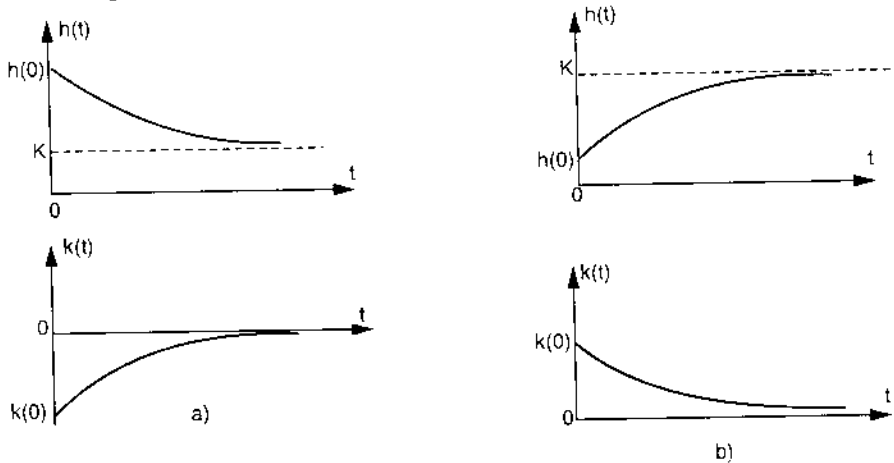
$$h(t) = K \left( 1 + \frac{T_2 - T_1}{T_1} \cdot e^{-t/T_1} \right); \quad h(0) = K \cdot \frac{T_2}{T_1}$$

• Hàm quá độ xung  $k(t)$ :

Hàm quá độ xung là:

$$k(t) = h'(t) = K \cdot \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot e^{-t/T_1}; \quad k(0) = K \cdot \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

Trên hình 3.50a vẽ các đặc tính thời gian khi  $T_2 > T_1$ ; còn trên hình 3.50b là các đặc tính thời gian với  $T_2 < T_1$ .



Hình 3.50: Các đặc tính thời gian của khâu vi tích phân

d) Các đặc tính tần số của khâu vi tích phân

- Hàm truyền đạt tần số của khâu:  $W(j\omega) = K \cdot \frac{T_2 \cdot j\omega + 1}{T_1 \cdot j\omega + 1}$

- Đặc tính biên độ tần số BT của khâu:

$$A(\omega) = K \cdot \frac{\sqrt{(\omega T_2)^2 + 1}}{\sqrt{(\omega T_1)^2 + 1}}$$

Tại giá trị  $\omega = 0$  thì  $A(0) = K$

Còn với giá trị  $\omega = \infty$  ta có  $A(\infty) = K \cdot \frac{T_2}{T_1}$

Trên hình 3.51a là đường đặc tính BT khi  $T_2 > T_1$  còn trên hình 3.52a là đường đặc tính BT khi  $T_2 < T_1$ .

- Đặc tính pha tần số PT của khâu:

Ta có:  $\varphi(\omega) = \text{arctg}(\omega T_2) - \text{arctg}(\omega T_1)$

Tại các giá trị  $\omega = 0$  và  $\omega = \infty$  ta đều có  $\varphi(0) = \varphi(\infty) = 0$

Đường đặc tính PT của khâu vi tích phân có cực trị tại giá trị tần số  $\omega_c = \frac{1}{\sqrt{T_1 \cdot T_2}}$ .

Do đó trong trường hợp  $T_2 > T_1$  thì  $\varphi(\omega)$  luôn luôn lớn hơn không và có giá trị cực đại bằng:

$$\varphi_{\max} = \text{arctg} \sqrt{\frac{T_2}{T_1}} - \text{arctg} \sqrt{\frac{T_1}{T_2}}$$

Còn trong trường hợp  $T_2 < T_1$  thì  $\varphi(\omega)$  luôn luôn có giá trị nhỏ hơn không và có giá trị cực tiểu bằng:

$$\varphi_{\min} = \text{arctg} \sqrt{\frac{T_2}{T_1}} - \text{arctg} \sqrt{\frac{T_1}{T_2}}$$

Trên các hình 3.51b, hình 3.52b là các đặc tính PT trong các trường hợp  $T_2 > T_1$  và  $T_2 < T_1$ .

- Đặc tính tần số biên độ pha TBP của khâu:

Ta xây dựng đặc tính TBP cho hai trường hợp  $T_2 > T_1$  và  $T_2 < T_1$ .

- Trường hợp  $T_2 > T_1$ :

Trong trường hợp này ta có thể viết hàm truyền đạt dưới dạng sau:

$$W(p) = K + K \cdot \frac{T_2 - T_1}{T_1} \cdot \frac{T_1 p}{T_1 p + 1}$$

Dem so sánh hàm truyền đạt này với hàm truyền đạt của khâu vi phân thực ta kết luận rằng: đặc tính TBP của khâu vi tích phân chính là đặc tính TBP của khâu vi phân thực có hằng số thời gian là  $T_1$ , có hệ số khuếch đại bằng  $K \cdot \frac{T_2 - T_1}{T_1}$  và được dịch sang phải  $K$  đơn vị như vẽ trên hình 3.51c.

- Trường hợp  $T_2 < T_1$ :

Lúc này ta viết hàm truyền đạt dưới dạng:

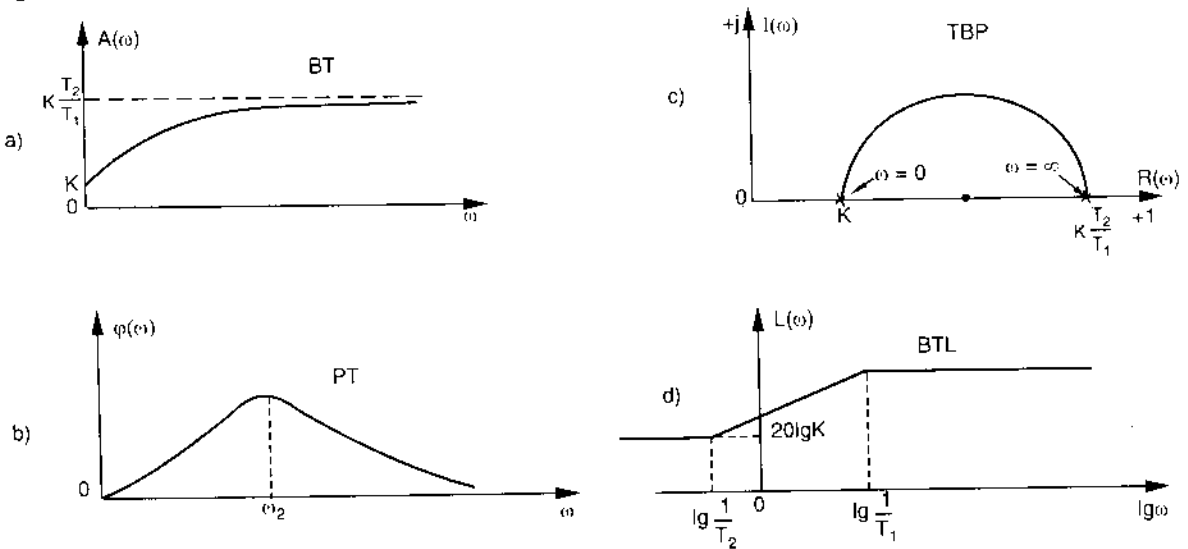
$$W(p) = K - K \cdot \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot \frac{T_1 p}{T_1 p + 1}$$

Từ hàm truyền đạt này cho thấy đặc tính TBP là nửa đường tròn nằm ở góc phần tư thứ tư, có bán kính bằng  $K(T_1 - T_2)/2T_1$  và có tâm ở trên trục thực cách gốc tọa độ một khoảng bằng  $K - K \cdot \frac{T_1 - T_2}{2T_1}$  như vẽ trên hình 3.52c.

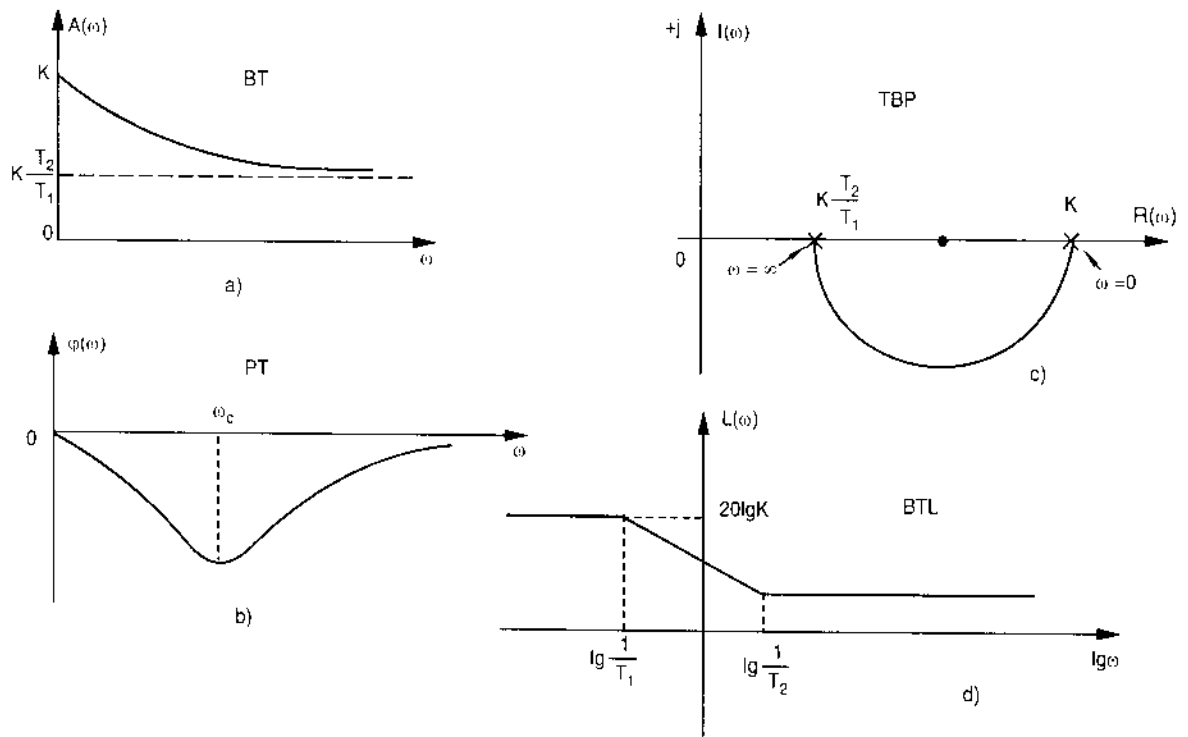
• Đặc tính biên độ tần số lôgarit BTL của khâu vi tích phân:

Ta có: 
$$L(\omega) = 20 \lg A(\omega) = 20 \lg K + 20 \lg \sqrt{(\omega T_2)^2 + 1} - 20 \lg \sqrt{(\omega T_1)^2 + 1}$$

Trên hình 3.51d là đặc tính BTL khi  $T_2 > T_1$ , còn trên hình 3.52d là đặc tính BTL khi  $T_2 < T_1$ .



Hình 3.51: Các đặc tính tần số của khâu vi tích phân khi  $T_2 > T_1$



**Hình 3.52:** Các đặc tính tần số của khâu vi tích phân khi  $T_2 < T_1$

### 3.7. ĐẶC TÍNH TẦN SỐ CỦA HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG

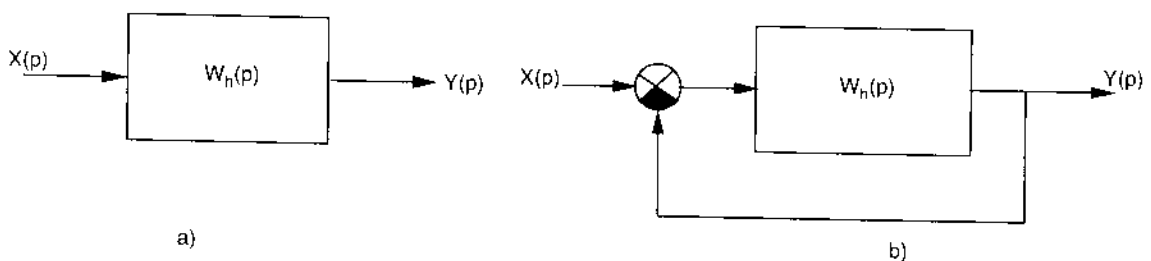
Các đặc tính tần số của hệ thống ĐKTD được suy ra từ hàm truyền đạt tần số  $W(j\omega)$ , nhận được khi thay  $p = j\omega$  vào hàm truyền đạt  $W(p)$  của hệ thống.

Hệ thống ĐKTD có hai loại là hệ thống hở và hệ thống kín với các sơ đồ khối vẽ trên hình 3.53.

Nếu hệ thống hở có hàm truyền đạt là  $W_h(p)$  thì hệ thống kín tương ứng có hàm truyền đạt là:

$$W_k(p) = \frac{W_h(p)}{1 + W_h(p)}$$

Ta tiến hành xây dựng đặc tính tần số của hệ thống kín và hệ thống hở.



**Hình 3.53:** Sơ đồ hệ thống hở (a) và hệ thống kín (b)

### 3.7.1. Các đặc tính tần số của hệ thống hở

Hệ thống hở thường gồm nhiều khâu hay phần tử ghép nối tiếp nhau. Vì vậy hàm truyền đạt của hệ thống hở là tích số các hàm truyền của các khâu thành phần và có dạng:

$$W_h(p) = W_1(p) \cdot W_2(p) \dots W_i(p) \dots W_n(p)$$

Xác định các đặc tính tần số của hệ thống hở thực chất là xác định các đặc tính tần số của hệ thống nối tiếp các khâu khi đã biết các đặc tính tần số của các khâu thành phần.

Khi viết hàm truyền đạt tần số của khâu thứ  $i$  dưới dạng:  $W_i(j\omega) = A_i(\omega) \cdot e^{j\varphi_i(\omega)}$  thì hàm truyền đạt tần số của hệ thống hở có dạng:

$$W_h(j\omega) = \prod_{i=1}^n A_i(\omega) \dots e^{j \sum_{i=1}^n \varphi_i(\omega)}$$

hoặc còn có thể viết dưới dạng:

$$W_h(j\omega) = R_h(\omega) + jI_h(\omega)$$

Từ đây ta có các đặc tính tần số của hệ thống hở là:

- Đặc tính biên độ tần số BT:

$$A_h(\omega) = \prod_{i=1}^n A_i(\omega)$$

- Đặc tính pha tần số PT:

$$\varphi_h(\omega) = \sum_{i=1}^n \varphi_i(\omega)$$

Với các giá trị  $\omega$  khác nhau có thể tính ra  $A_h(\omega)$  và  $\varphi_h(\omega)$  hoặc  $R_h(\omega)$  và  $I_h(\omega)$  để xây dựng đường đặc tính tần số biên độ pha TBP.

- Đặc tính biên độ tần số lôgarit BTL:

$$L(\omega) = 20 \lg A_h(\omega) = \sum_{i=1}^n 20 \lg A_i(\omega) = \sum_{i=1}^n L_i(\omega)$$

Như vậy đặc tính BTL của hệ thống hở bằng tổng các đặc tính BTL của các khâu thành phần.

*Ví dụ:* Xây dựng đặc tính BTL của hệ thống hở có hàm truyền đạt sau:

$$W_h(p) = \frac{K(T_2 p + 1)}{(T_1 p + 1)(T_3 p + 1)(T_4 p + 1)}$$

với  $K > 1$ ;  $T_1 > T_2 > 1 > T_3 > T_4$ .

Ta viết tách hàm truyền đạt  $W_h(p)$  của hệ thống thành bốn khâu riêng mắc nối tiếp:

$$W_h(p) = \frac{K}{(T_1p+1)} \cdot (T_2p+1) \cdot \frac{1}{(T_3p+1)} \cdot \frac{1}{(T_4p+1)}$$

Hàm truyền đạt tần số là:

$$W_h(j\omega) = \frac{K}{(T_1j\omega+1)} \cdot (T_2j\omega+1) \cdot \frac{1}{(T_3j\omega+1)} \cdot \frac{1}{(T_4j\omega+1)}$$

Các hàm truyền đạt tần số các khâu thành phần là:

$$W_1(j\omega) = \frac{K}{(T_1j\omega+1)} = \frac{K}{\sqrt{(\omega T_1)^2+1}} e^{-j \cdot \text{arctg}(\omega T_1)}$$

$$W_2(j\omega) = (T_2j\omega+1) = \sqrt{(\omega T_2)^2+1} e^{-j \cdot \text{arctg}(\omega T_2)}$$

$$W_3(j\omega) = \frac{1}{(T_3j\omega+1)} = \frac{1}{\sqrt{(\omega T_3)^2+1}} e^{-j \cdot \text{arctg}(\omega T_3)}$$

$$W_4(j\omega) = \frac{1}{(T_4j\omega+1)} = \frac{1}{\sqrt{(\omega T_4)^2+1}} e^{-j \cdot \text{arctg}(\omega T_4)}$$

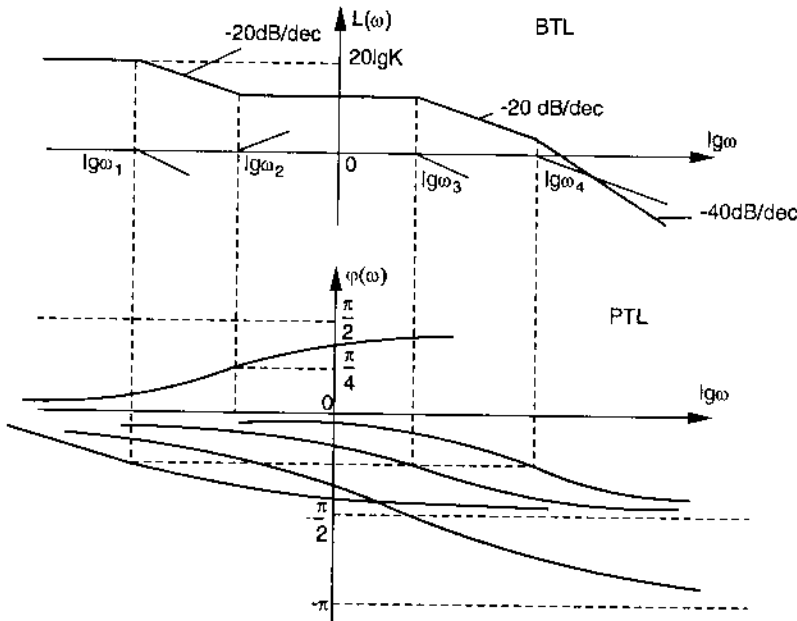
Do vậy đặc tính BTL của hệ thống hở:

$$L(\omega) = 20 \lg K - 20 \lg \sqrt{(\omega T_1)^2+1} + 20 \lg \sqrt{(\omega T_2)^2+1} - 20 \lg \sqrt{(\omega T_3)^2+1} - 20 \lg \sqrt{(\omega T_4)^2+1}$$

Còn đặc tính pha tần số lôgarit PTL là:

$$\varphi(\omega) = - \text{arctg}(\omega T_1) + \text{arctg}(\omega T_2) - \text{arctg}(\omega T_3) - \text{arctg}(\omega T_4)$$

Trên hình 3.54 vẽ các đặc tính BTL tiệm cận hóa và PTL.



Hình 3.54: Đặc tính BTL và PTL

### 3.7.2. Các đặc tính tần số của hệ thống kín

Khi viết hàm truyền đạt tần số của hệ thống hở dưới dạng

$$W_h(j\omega) = A_h(\omega) \cdot e^{j\varphi_h(\omega)}$$

thì hàm truyền đạt tần số của hệ thống kín tương ứng là:

$$W_k(j\omega) = \frac{A_h(\omega)e^{j\varphi_h(\omega)}}{1 + A_h(\omega) \cdot e^{j\varphi_h(\omega)}} = \frac{A_h(\omega)}{e^{-j\varphi_h(\omega)} + A_h(\omega)}$$

vì  $e^{-j\varphi_h(\omega)} = \cos \varphi_h(\omega) - j \sin \varphi_h(\omega)$  nên ta có:

$$W_k(j\omega) = \frac{A_h(\omega)}{A_h(\omega) + \cos \varphi_h(\omega) - j \sin \varphi_h(\omega)}$$

Sau khi biến đổi và tách riêng phần thực, phần ảo ta được:

$$W_k(j\omega) = \frac{A_h(\omega)[A_h(\omega) + \cos \varphi_h(\omega)]}{1 + A_h^2(\omega) + 2 \cos \varphi_h(\omega) \cdot A_h(\omega)} + j \frac{A_h(\omega) \cdot \sin \varphi_h(\omega)}{1 + A_h^2(\omega) + 2 \cos \varphi_h(\omega) \cdot A_h(\omega)}$$

Từ đây ta có đặc tính biên độ tần số BT của hệ thống kín:

$$A_k(\omega) = \frac{A_h(\omega)}{\sqrt{1 + A_h^2(\omega) + 2 \cos \varphi_h(\omega) \cdot A_h(\omega)}}$$

và đặc tính pha tần số PT của hệ thống kín:

$$\varphi_k(\omega) = \arctg \frac{\sin \varphi_h(\omega)}{A_h(\omega) + \cos \varphi_h(\omega)}$$

Dựa vào các biểu thức này có thể xây dựng các đường đặc tính tần số của hệ thống kín.

**Chương 4**  
**PHÂN TÍCH VÀ TỔNG HỢP MỘT HỆ THỐNG**  
**ĐIỀU KHIỂN THEO ĐIỀU KIỆN ỔN ĐỊNH**

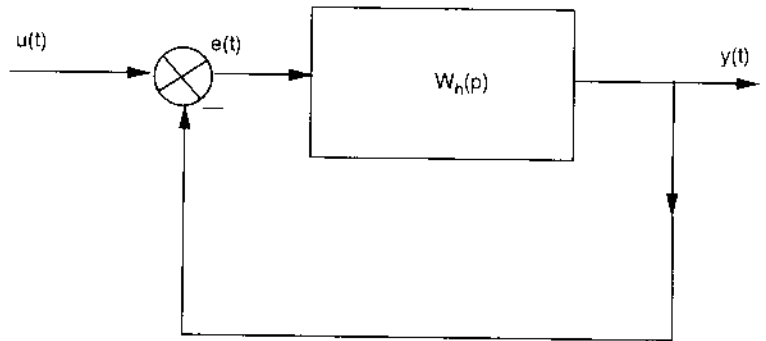
**4.1. ĐIỀU KIỆN ỔN ĐỊNH CỦA MỘT HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG TUYẾN TÍNH**

Ta xét một hệ thống tự động có sơ đồ cấu trúc như hình 4.1.

Trong đó  $y(t)$  là đại lượng đầu ra hoặc đại lượng cần điều khiển của hệ thống;

$u(t)$  là đại lượng đầu vào hoặc tín hiệu chỉ huy của hệ thống;

$W_h(p)$  là hàm truyền đạt của hệ thống hở.



*Hình 4.1*

Nếu hệ thống này tuyến tính thì phương trình vi phân của nó sẽ có dạng:

$$a_0 \frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_n y(t) = b_0 \frac{d^m u(t)}{dt^m} + b_1 \frac{d^{m-1} u(t)}{dt^{m-1}} + \dots + b_m u(t)$$

Trong đó:  $a_0, a_1, \dots, a_n; b_0, b_1, \dots, b_m$  là các hệ số không đổi;

$n$  là bậc của hệ thống và  $m \leq n$ .

Nghiệm của phương trình vi phân này có dạng:

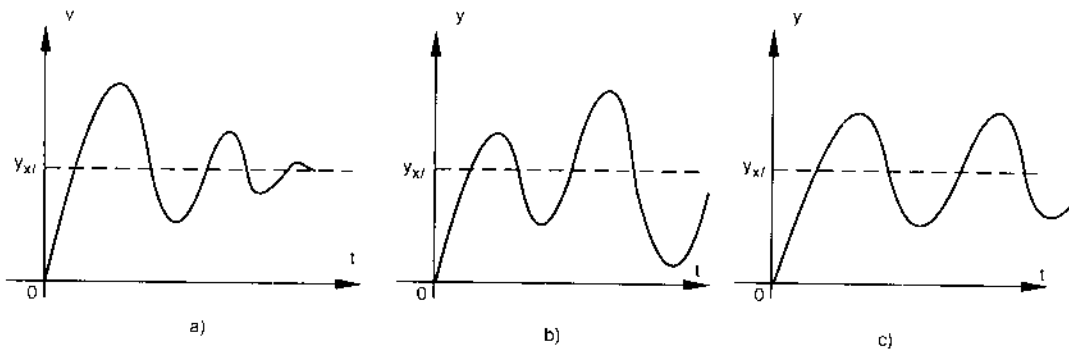
$$y(t) = y_{\kappa}(t) + y_{qd}(t)$$

Trong đó:  $y_{\kappa}(t)$  là nghiệm riêng của phương trình vi phân có vế phải và được gọi là thành phần xác lập của hệ thống;

Còn  $y_{qd}(t)$  là nghiệm chung của phương trình vi phân có vế phải bằng không và được gọi là thành phần quá độ của  $y(t)$ .

Đối với một hệ thống điều khiển tự động tuyến tính, đường biểu diễn  $y(t)$  có thể có một trong 3 dạng như hình 4.2a, b, c.





Hình 4.2

Nếu  $y_{qd}(t)$  là một dao động tắt dần theo thời gian hoặc  $\lim_{t \rightarrow \infty} y_{qd}(t) = 0$ , thì  $y(t)$  sẽ đạt được giá trị xác lập của nó  $y_{xl}(t)$  sau một thời gian nào đó (hình 4.2a) và ta nói hệ thống điều khiển là ổn định.

Ngược lại, nếu  $y_{qd}(t)$  là một dao động không tắt hoặc  $\lim_{t \rightarrow \infty} y_{qd}(t) \neq 0$ , thì  $y(t)$  sẽ không bao giờ đạt được giá trị xác lập  $y_{xl}(t)$  của nó.

Trong trường hợp đó nếu  $y_{qd}(t)$  là một dao động có biên độ tăng dần theo thời gian (hình 4.2b) thì ta nói hệ thống không ổn định, còn nếu  $y_{qd}(t)$  là một dao động có biên độ không đổi theo thời gian thì ta nói hệ thống ở giới hạn ổn định (hình 4.2c). Như vậy điều kiện ổn định của một hệ thống điều khiển tự động là thành phần quá độ  $y_{qd}(t)$  tắt dần theo thời gian hoặc  $\lim_{t \rightarrow \infty} y_{qd}(t) = 0$ .

Nếu không thỏa mãn điều kiện này thì hệ thống điều khiển được gọi là không ổn định hoặc ở giới hạn ổn định.

Từ giáo trình toán học ta cũng đã biết thành phần quá độ:

$$y_{qd}(t) = \sum_{i=1}^n C_i e^{p_i t}$$

Trong đó  $p_i$  là nghiệm của phương trình đặc tính:

$$a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n = 0 \quad (4-1)$$

Còn  $C_i$  là các hằng số tích phân được xác định theo các điều kiện ban đầu.

Phương trình đặc tính (4-1) có 2 dạng nghiệm: nghiệm thực  $p_i = \alpha_i$  và đôi nghiệm phức liên hợp  $p_i = \alpha_i \pm j\omega_i$ .

Mỗi nghiệm thực  $p_i = \alpha_i$  tương ứng với một thành phần của  $y_{qd}(t)$  là  $y_i = C_i e^{\alpha_i t}$ .

Còn mỗi đôi nghiệm phức  $p_i = \alpha_i \pm j\omega_i$  tương ứng với một thành phần của  $y_{qd}(t)$  là:

$$y_i = C_i e^{\alpha_i t} \sin(\omega_i t + \varphi_i)$$

Trong đó  $\varphi_i$  cũng là hằng số tích phân được xác định theo điều kiện ban đầu.

Do đó nếu phương trình đặc tính (4-1) có  $m$  đôi nghiệm phức liên hợp và  $(n - 2m)$  nghiệm thực thì:

$$y_{qd}(t) = \sum_{i=1}^m C_i e^{\alpha_i t} \sin(\omega_i t + \varphi_i) + \sum_{i=2m}^n C_i e^{\alpha_i t}$$

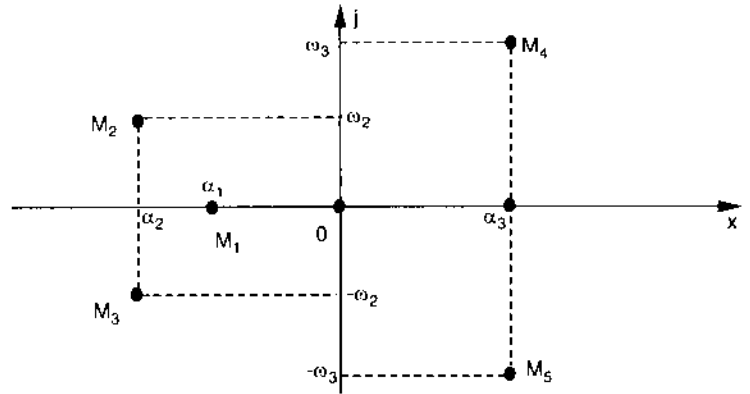
Từ biểu thức này của  $y_{qd}(t)$  ta dễ dàng thấy rằng để thực hiện điều kiện ổn định:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y_{qd}(t) = 0$$

thì tất cả các  $\alpha_i$  phải bé hơn không ( $\alpha_i < 0$ ). Như vậy điều kiện để một hệ thống điều khiển ổn định là phương trình đặc tính của nó chỉ có các nghiệm thực  $p_i = \alpha_i < 0$  hoặc các nghiệm phức  $p_i = \alpha_i \pm j\omega_i$  với  $\alpha_i < 0$ .

Người ta thường biểu diễn các nghiệm của phương trình đặc tính (4-1) trên một tọa độ phức như hình 4.3.

Trong đó trục ngang  $\overline{ox}$  gọi là trục thực, còn trục đứng  $\overline{oj}$  gọi là trục ảo.



Hình 4.3

Mỗi nghiệm thực  $p_i = \alpha_i$  được biểu diễn bằng một điểm trên trục thực, ví dụ điểm  $M_1$ .

Mỗi đôi nghiệm phức  $p_i = \alpha_i \pm j\omega_i$  được biểu diễn bằng 2 điểm đối xứng với trục thực, ví dụ điểm  $M_2, M_3$  hoặc  $M_4, M_5$ . Ngoài ra nếu  $\alpha_i < 0$  các điểm biểu diễn nghiệm nằm ở phía trái trục ảo  $\overline{oj}$  và các nghiệm này được gọi là nghiệm trái, ví dụ điểm  $M_1, M_2, M_3$ . Còn nếu  $\alpha_i > 0$  các điểm biểu diễn nghiệm nằm ở phía phải trục ảo  $\overline{oj}$  và các nghiệm này được gọi là nghiệm phải, ví dụ điểm  $M_4, M_5$ . Cuối cùng nếu  $\alpha_i = 0$  các điểm biểu diễn nghiệm nằm trên trục ảo.

Với cách biểu diễn các nghiệm như vậy, ta có thể nói rằng điều kiện ổn định của một hệ thống điều khiển là phương trình đặc tính của nó chỉ có nghiệm trái.

Trục ảo  $\overline{oj}$  là ranh giới giữa các nghiệm trái và nghiệm phải nên được gọi là ranh giới ổn định trong mặt phẳng nghiệm.

## 4.2. CÁC TIÊU CHUẨN ỔN ĐỊNH CỦA MỘT HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG

Theo điều kiện ổn định, để biết một hệ thống điều khiển có ổn định hay không, ta phải giải phương trình đặc tính của nó dạng:

$$a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n = 0$$

Nếu phương trình này chỉ có các nghiệm trái thì hệ thống ổn định. Nếu phương trình này có một hoặc nhiều nghiệm phải thì hệ thống không ổn định. Nếu phương trình này có nghiệm  $p_i = 0$  hoặc  $p_i = \pm j\omega_i$  thì hệ thống ở giới hạn ổn định.

Tuy nhiên các hệ thống điều khiển thường có phương trình đặc tính với bậc  $n$  khá cao. Do đó việc giải phương trình đặc tính không phải luôn luôn dễ dàng.

Để khắc phục khó khăn đó, người ta thường xét ổn định của các hệ thống điều khiển theo các tiêu chuẩn ổn định. Theo tiêu chuẩn ổn định, để biết một hệ thống điều khiển có ổn định hay không, ta không cần giải phương trình đặc tính của nó mà chỉ cần căn cứ vào các hệ số của phương trình đặc tính  $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$ , quan hệ giữa chúng hoặc căn cứ vào các đặc tính tần số của hệ thống.

Hiện nay người ta thường dùng 4 tiêu chuẩn ổn định: tiêu chuẩn Routh, tiêu chuẩn Hurwitz, tiêu chuẩn Mikhailôp và tiêu chuẩn Nyquist.

### 4.2.1. Tiêu chuẩn ổn định đại số Routh

Theo tiêu chuẩn này, để biết hệ thống có ổn định hay không, ta phải thiết lập bảng Routh như sau:

Từ phương trình đặc tính của hệ thống:

$$a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n = 0$$

ta lập bảng Routh gồm  $(n+1)$  hàng.

Ví dụ  $n = 5$  ta có bảng Routh gồm 6 hàng sau:

(1)	$a_0$	$a_2$	$a_4$	0
(2)	$a_1$	$a_3$	$a_5$	0
(3)	$b_0$	$b_2$	0	
(4)	$b_1$	$b_3$	0	
(5)	$c_0$	0		
(6)	$c_1$	0		

Hàng (1) gồm các hệ số của phương trình đặc tính với chỉ số chẵn tăng dần bắt đầu từ  $a_0$ , khi chỉ số lớn hơn  $n$  ta thay hệ số bằng không.

Hàng (2) gồm các hệ số của phương trình đặc tính với chỉ số lẻ tăng dần bắt đầu từ  $a_1$ , khi chỉ số lớn hơn  $n$  ta thay hệ số bằng không.

Hàng (3) gồm các số hạng được thiết lập từ các số hạng của hàng (1) và (2) theo công thức:

$$b_0 = -\frac{\begin{vmatrix} a_0 & a_2 \\ a_1 & a_3 \end{vmatrix}}{a_1} = \frac{a_1 a_2 - a_0 a_3}{a_1}; \quad b_2 = -\frac{\begin{vmatrix} a_0 & a_4 \\ a_1 & a_5 \end{vmatrix}}{a_1} = \frac{a_1 a_4 - a_0 a_5}{a_1}$$

Hàng (4) gồm các số hạng được thiết lập từ các số hạng của hàng (2) và (3) theo công thức:

$$b_1 = -\frac{\begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ b_0 & b_2 \end{vmatrix}}{b_0} = \frac{b_0 a_3 - a_1 b_2}{b_0}; \quad b_3 = -\frac{\begin{vmatrix} a_1 & a_5 \\ b_0 & 0 \end{vmatrix}}{b_0} = \frac{b_0 a_5}{b_0} = a_5$$

Hàng (5) gồm các số hạng được thiết lập từ các số hạng của hàng (3) và (4) theo công thức:

$$c_0 = -\frac{\begin{vmatrix} b_0 & b_2 \\ b_1 & b_3 \end{vmatrix}}{b_1} = \frac{b_1 b_2 - b_0 b_3}{b_1}$$

Hàng (6) gồm các số hạng được thiết lập từ các số hạng của hàng (4) và (5) theo công thức:

$$c_1 = -\frac{\begin{vmatrix} b_1 & b_3 \\ c_0 & 0 \end{vmatrix}}{c_0} = \frac{c_0 b_3}{c_0} = b_3$$

Sau khi thiết lập được bảng Routh của hệ thống ta có thể xác định hệ thống có ổn định hay không khi dựa vào tiêu chuẩn Routh sau đây:

*Điều kiện cần và đủ để một hệ thống điều khiển ổn định là các số hạng của cột đầu tiên của bảng Routh của hệ thống đó đều lớn hơn không.*

**Ví dụ 4.1:** Một hệ thống điều khiển có phương trình đặc tính:

$$p^5 + 3p^4 + 2p^3 + 10p^2 + 8p + 51$$

Hãy dùng tiêu chuẩn Routh để xem hệ thống này có ổn định hay không?

**Giải:** Hệ thống này có bảng Routh sau đây:

1	2	8	0
3	10	51	0
$-\frac{4}{3}$	-9	0	
$-\frac{41}{4}$	51	0	
-15,63	0		
51	0		

Cột đầu tiên của bảng Routh này có 3 số hạng âm nên hệ thống này không ổn định.

**Ví dụ 4.2:** Một hệ thống điều khiển có phương trình đặc tính:

$$p^4 + 2p^3 + 3p^2 + 8p + 3$$

Hãy xét ổn định của hệ thống theo tiêu chuẩn Routh.

**Giải:** Bảng Routh của hệ thống này như sau:

1	3	3
2	8	0
-1	3	0
14	0	
3	0	

Cột đầu tiên của bảng Routh này có một số hạng âm nên hệ thống này không ổn định.

#### 4.1.2. Tiêu chuẩn ổn định đại số Hurwitz

Theo tiêu chuẩn này, để biết hệ thống có ổn định hay không, ta phải thành lập định thức Hurwitz như sau:

Từ phương trình đặc tính của hệ thống:

$$a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n = 0$$

Ta có thể xác định định thức Hurwitz mẹ:

$$\Delta_n = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & a_7 \dots & 0 \\ a_0 & a_2 & a_4 & a_6 \dots & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 & a_5 \dots & 0 \\ 0 & a_0 & a_2 & a_4 \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 \dots & a_n \end{vmatrix}$$

Các số hạng đường chéo của định thức này là các hệ số của phương trình đặc tính với chỉ số tăng dần từ  $a_1$  đến  $a_n$ . Phía trên các số hạng đường chéo là các hệ số của phương trình đặc tính với chỉ số lớn hơn tăng dần; còn phía dưới các số hạng đường chéo là các hệ số của phương trình đặc tính với chỉ số nhỏ hơn giảm dần.

Khi chỉ số lớn hơn  $n$  hoặc bé hơn  $0$  ta thay hệ số bằng không.

Từ định thức Hurwitz mẹ, ta có thể xác định được các định thức Hurwitz con:

$$\Delta_1 = a_1; \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ a_0 & a_2 \end{vmatrix} = a_1 a_2 - a_0 a_3;$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 \\ a_0 & a_2 & a_4 \\ 0 & a_1 & a_3 \end{vmatrix} = a_1 \begin{vmatrix} a_2 & a_4 \\ a_1 & a_3 \end{vmatrix} - a_0 \begin{vmatrix} a_3 & a_5 \\ a_1 & a_3 \end{vmatrix}$$

$$= a_1(a_2 a_3 - a_1 a_4) - a_0(a_3^2 - a_1 a_5);$$

.....

$$\Delta_{n-1} = \frac{\Delta_n}{a_n}$$

Sau khi xác định được các định thức Hurwitz mẹ và con, ta có thể biết hệ thống có ổn định hay không dựa vào tiêu chuẩn ổn định Hurwitz sau đây:

*Điều kiện cần và đủ để một hệ thống điều khiển ổn định là  $a_0$  lớn hơn không và tất cả các định thức Hurwitz mẹ và con đều lớn hơn không.*

Dưới đây là sẽ vận dụng tiêu chuẩn ổn định Hurwitz trong một số trường hợp cụ thể.

\* Hệ thống điều khiển được mô tả bằng phương trình đặc tính bậc nhất:

$$a_0 p + a_1 = 0$$

Điều kiện cần và đủ để hệ thống này ổn định là  $a_0 > 0$  và  $\Delta_n = \Delta_1 = a_1 > 0$ .

\* Hệ thống điều khiển được mô tả bằng phương trình đặc tính bậc hai:

$$a_0 p^2 + a_1 p + a_2 = 0$$

Điều kiện cần và đủ để hệ thống này ổn định là  $a_0 > 0$ ;  $\Delta_n = \Delta_2 = \begin{vmatrix} a_1 & 0 \\ a_0 & a_2 \end{vmatrix} = a_1 a_2 > 0$

và  $\Delta_1 = a_1 > 0$ . Để thỏa mãn điều kiện này chỉ cần tất cả hệ số của phương trình đặc tính  $a_0, a_1, a_2$  đều dương.

Như vậy điều kiện cần và đủ để một hệ thống điều khiển mô tả bằng phương trình đặc tính bậc nhất hoặc bậc hai ổn định là tất cả các hệ số của phương trình đặc tính đều dương.

\* Hệ thống điều khiển được mô tả bằng phương trình đặc tính bậc ba:

$$a_0 p^3 + a_1 p^2 + a_2 p + a_3 = 0$$

Điều kiện cần và đủ để hệ thống này ổn định là:  $a_0 > 0$  ;

$$\Delta_0 = \Delta_3 = \Delta_2 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & 0 \\ a_0 & a_2 & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 \end{vmatrix} = a_3 \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ a_0 & a_2 \end{vmatrix} = a_3(a_1 a_2 - a_0 a_3) > 0;$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ a_0 & a_2 \end{vmatrix} = a_1 a_2 - a_0 a_3 > 0 ; \Delta_1 = a_1 > 0$$

Để thỏa mãn điều kiện này thì tất cả các hệ số  $a_0, a_1, a_2, a_3$  đều dương và  $a_1 a_2 - a_0 a_3 > 0$ .

Sau này ta quy ước gọi điều kiện tất cả các hệ số của phương trình đặc tính đều dương là điều kiện cần; còn điều kiện  $a_1 a_2 - a_0 a_3 > 0$  là điều kiện đủ.

\* Hệ thống được mô tả bằng phương trình đặc tính bậc bốn:

$$a_0 p^4 + a_1 p^3 + a_2 p^2 + a_3 p + a_4 = 0$$

Điều kiện cần và đủ để hệ thống này ổn định là:

$$a_0 > 0; \Delta_1 = a_1 > 0 ; \Delta_2 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ a_0 & a_2 \end{vmatrix} = a_1 a_2 - a_0 a_3 > 0;$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & 0 \\ a_0 & a_2 & a_4 \\ 0 & a_1 & a_3 \end{vmatrix} = a_1(a_2 a_3 - a_1 a_4) - a_0 a_3^2 > 0; \Delta_0 = \Delta_4 = a_4 \Delta_3 > 0$$

Để thỏa mãn điều kiện này cần thiết tất cả các hệ số của phương trình  $a_0, a_1, a_2, a_3, a_4$  đều dương (điều kiện cần) và quan hệ giữa chúng thỏa mãn 2 bất đẳng thức:  $a_1 a_2 - a_0 a_3 > 0$  và  $a_1(a_2 a_3 - a_1 a_4) - a_0 a_3^2 > 0$  (điều kiện đủ).

Như vậy đối với một hệ thống mô tả bằng phương trình đặc tính bậc nhất hoặc bậc hai, ta có thể khẳng định hệ thống đó là ổn định nếu tất cả các hệ số của phương trình đặc tính đều dương. Còn đối với một hệ thống được mô tả bằng phương trình đặc tính từ bậc ba trở lên, để khẳng định hệ thống đó là ổn định, ngoài yêu cầu tất cả các hệ số của phương trình đặc tính đều phải dương (điều kiện cần), còn phải thỏa mãn các điều kiện đủ tùy theo bậc của phương trình đặc tính. Ngược lại đối với một hệ thống được mô tả bằng phương trình đặc tính bậc bất kì, nếu trong phương trình đặc tính đó tồn tại một hoặc nhiều hệ số âm hoặc bằng không (vắng mặt) thì ta có thể khẳng định ngay hệ thống điều khiển đó là không ổn định.

**Ví dụ 4.3:** Một hệ thống điều khiển có phương trình đặc tính:

$$p^4 + 3p^3 + 2p^2 + 4p + 1 = 0$$

Hãy dùng tiêu chuẩn Hurwitz để xét ổn định của hệ thống.

**Giải:** Ta dễ dàng thấy rằng hệ thống này có phương trình đặc tính với các hệ số đều dương (thỏa mãn điều kiện cần) nên chỉ cần kiểm tra thêm hệ thống theo điều kiện đủ:

$$a_1 a_2 - a_0 a_3 > 0 \text{ và } a_1(a_2 a_3 - a_1 a_4) - a_0 a_3^2 > 0$$

Ta có:

$$a_1 a_2 - a_0 a_3 = 3 \times 2 - 1 \times 4 = 2 > 0$$

$$a_1(a_2 a_3 - a_1 a_4) - a_0 a_3^2 = 3(2 \times 4 - 3 \times 1) - 1 \times 4^2 = -1 < 0$$

Hệ thống không thỏa mãn điều kiện đủ. Do đó theo tiêu chuẩn Hurwitz hệ thống này không ổn định.

### 4.2.3. Tiêu chuẩn ổn định tần số Mikhailóp

Theo tiêu chuẩn này, để biết một hệ thống điều khiển có ổn định hay không ta phải dựa vào đường cong đặc tính của hệ thống đó.

Đường cong đặc tính của hệ thống được thiết lập như sau:

Nếu hệ thống có phương trình đặc tính:

$$a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + a_2 p^{n-2} + \dots + a_n = 0$$

thì vế trái của phương trình này  $D(p) = a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + a_2 p^{n-2} + \dots + a_n$  được gọi là đa thức đặc tính của hệ thống.

Khi thay  $p = j\omega$  trong đa thức này, ta nhận được đa thức đặc tính tần số của hệ thống dưới dạng:

$$D(j\omega) = a_0 \omega^n j^n + a_1 \omega^{n-1} j^{(n-1)} + a_2 \omega^{n-2} j^{(n-2)} + \dots + a_n$$

Trong đó  $n, (n-1), (n-2) \dots$  có thể là số chẵn hoặc số lẻ.

Nếu ta kí hiệu  $i$  là số nguyên dương bất kì, thì  $j$  mũ chẵn có thể kí hiệu là  $j^{2i}$  còn  $j$  mũ lẻ được kí hiệu là  $j^{(2i-1)}$ .

Ngoài ra ta có:

$$j^{2i} = \begin{cases} -1 & \text{khi } i \text{ lẻ} \\ +1 & \text{khi } i \text{ chẵn} \end{cases} \text{ và } j^{(2i-1)} = \begin{cases} j & \text{nếu } i \text{ lẻ} \\ -j & \text{nếu } i \text{ chẵn} \end{cases}$$

Điều đó có nghĩa là  $j$  mũ chẵn sẽ bằng  $(-1)$  hoặc  $(+1)$  (không còn  $j$  nữa); còn  $j$  mũ lẻ sẽ bằng  $j$  hoặc  $(-j)$ . Trên cơ sở đó đa thức đặc tính tần số  $D(j\omega)$  có thể đưa về dạng:

$$D(j\omega) = P(\omega) + jQ(\omega) = A(\omega)e^{j\theta(\omega)}$$

Trong đó:  $P(\omega)$  gồm các số hạng của đa thức đặc tính có  $j$  mũ chẵn;

$jQ(\omega)$  gồm các số hạng của đa thức đặc tính có  $j$  mũ lẻ;



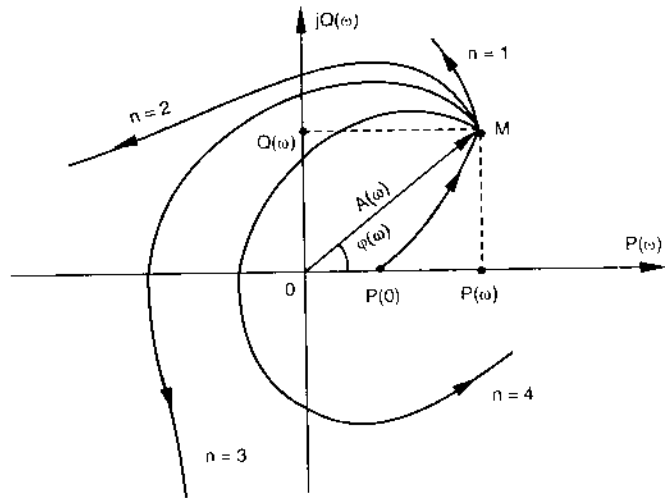
$$A(\omega) = \sqrt{P^2(\omega) + Q^2(\omega)};$$

$$\varphi(\omega) = \arctg \frac{Q(\omega)}{P(\omega)}$$

Trong tọa độ phức  $P(\omega)$  và  $jQ(\omega)$  (hình 4.4), mỗi giá trị của  $\omega$  xác định một cặp giá trị  $P(\omega)$  và  $Q(\omega)$ .

Đến lượt mỗi cặp giá trị  $P(\omega)$  và  $Q(\omega)$  xác định một điểm M trên mặt phẳng của hệ trục tọa độ này hoặc một vectơ  $\overline{OM}$  có độ dài  $A(\omega)$  và làm với trục thực  $P(\omega)$  một góc  $\varphi(\omega)$ .

Khi cho  $\omega$  biến thiên từ 0 đến  $\infty$  thì điểm M sẽ vẽ một đường cong nào đó.



Hình 4.4

Đường cong này được gọi là đường cong đặc tính của hệ thống điều khiển.

Căn cứ vào đường cong đặc tính của hệ thống, ta có thể biết hệ thống có ổn định hay không dựa vào tiêu chuẩn Mikhailóp như sau:

*Điều kiện cần và đủ để một hệ thống điều khiển ổn định là đường cong đặc tính của nó xuất phát từ trục thực  $P(\omega)$  và quay ngược chiều kim đồng hồ một góc  $n \frac{\pi}{2}$  khi  $\omega$  biến thiên từ 0 đến  $\infty$ . Trong đó  $n$  là bậc của phương trình đặc tính của hệ thống.*

Trên hình 4.4 là các đường cong đặc tính của một hệ thống điều khiển ổn định khi  $n = 1, n = 2, n = 3$  và  $n = 4$ .

**Ví dụ 4.4:** Một hệ thống điều khiển có phương trình đặc tính:

$$p^4 + 5p^3 + 6p^2 + 2p + 1 = 0$$

Hãy dùng tiêu chuẩn Mikhailóp để xét ổn định của hệ thống.

**Giải:** Đa thức đặc tính tần số của hệ thống này có dạng:

$$D(j\omega) = (j\omega)^4 + 5(j\omega)^3 + 6(j\omega)^2 + 2j\omega + 1$$

Khi thay  $j^4 = 1, j^3 = -j, j^2 = -1$  trong đa thức này ta nhận được:

$$D(j\omega) = \omega^4 - 5j\omega^3 - 6\omega^2 + 2j\omega + 1$$

$$= (\omega^4 - 6\omega^2 + 1) + j\omega(-5\omega^2 + 2) = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)}$$

Trong đó:

$$A(\omega) = \sqrt{(\omega^4 - 6\omega^2 + 1)^2 + \omega^2(-5\omega^2 + 2)^2};$$

$$\varphi(\omega) = \arctg \frac{\omega(-5\omega^2 + 2)}{\omega^4 - 6\omega^2 + 1}$$

Khi  $\omega = 0$  ta có  $A(\omega) = 1, \varphi(\omega) = 0$

Khi  $\omega = 0,63$  ta có  $\varphi(\omega) = 180^\circ, A(\omega) = 1,24$

Khi  $\omega = 1$  ta có  $A(\omega) = 5, \varphi(\omega) = 216^\circ,87$ .

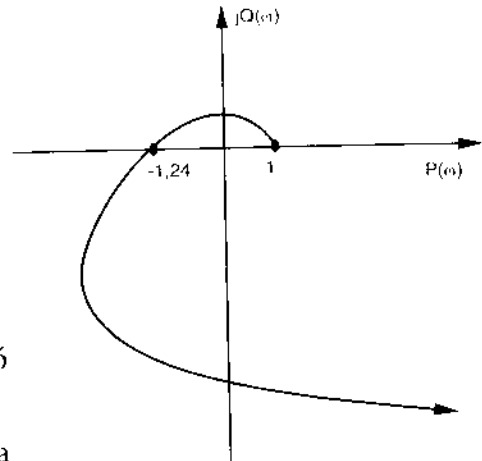
Khi  $\omega = 2$  ta có  $A(\omega) = 36,67, \varphi(\omega) = 281^\circ$

Khi  $\omega = \infty$  ta có  $A(\omega) = \infty, \varphi(\omega) = 2\pi = 4 \frac{\pi}{2}$

Đường cong đặc tính của hệ thống này có dạng như hình 4.5.

Ta dễ dàng thấy rằng đường cong đặc tính của hệ thống điều khiển này xuất phát từ trục thực và quay ngược chiều kim đồng hồ một góc  $n \frac{\pi}{2}$  khi

$\omega$  biến thiên từ 0 đến  $\infty$ . Do đó theo tiêu chuẩn Mikhailóp hệ thống này ổn định.



Hình 4.5

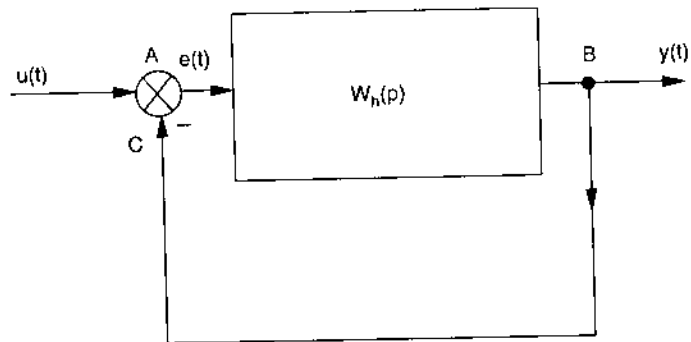
#### 4.1.4. Tiêu chuẩn ổn định tần số Nyquist

Ta thường gặp hệ thống điều khiển có sơ đồ cấu trúc như hình 4.6.

Trong đó phần từ A đến B được gọi là kênh thuận hoặc hệ thống hở. Hàm số truyền của phần này thường được kí hiệu là  $W_n(p)$ .

Còn kênh từ B đến C được gọi là kênh phản hồi âm đơn vị.

Hệ thống có sơ đồ cấu trúc như vậy được gọi là hệ thống kín.



Hình 4.6

Tiêu chuẩn Nyquist dùng để xét ổn định của một hệ thống kín trên cơ sở đặc tính tần số của hệ thống hở của nó.

Giả thiết hệ thống hở có hàm truyền đạt:

$$W_h(p) = \frac{b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \dots + b_m}{a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n}$$

Trong đó  $n$  là bậc của hệ thống hở và  $m \leq n$ .

Khi thay trong hàm truyền đạt này  $p = j\omega$ , ta nhận được hàm truyền đạt tần số của hệ thống hở:

$$W_h(j\omega) = \frac{b_0 (j\omega)^m + b_1 (j\omega)^{m-1} + \dots + b_m}{a_0 (j\omega)^n + a_1 (j\omega)^{n-1} + \dots + a_n}$$

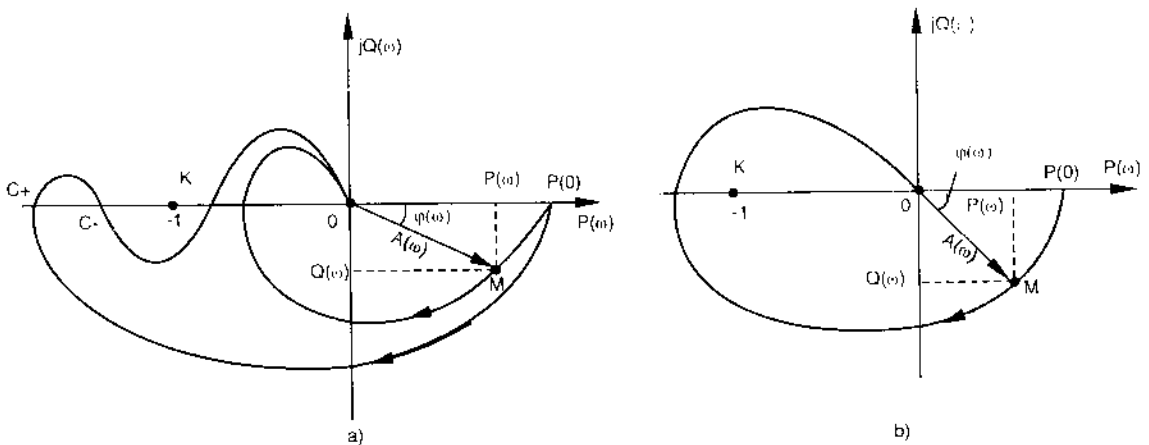
Hàm truyền đạt tần số này luôn luôn có thể đưa về dạng:

$$W_h(j\omega) = P(\omega) + jQ(\omega) = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)}$$

Trong đó  $P(\omega)$ ,  $Q(\omega)$  là các đa thức của  $\omega$ :

$$A(\omega) = \sqrt{P^2(\omega) + Q^2(\omega)}; \varphi(\omega) = \arctg \frac{Q(\omega)}{P(\omega)}$$

Trong mặt phẳng phức tọa độ  $P(\omega)$ ,  $jQ(\omega)$  (hình 4.7) mỗi giá trị của  $\omega$  xác định một điểm  $M$  có tọa độ  $P(\omega)$ ,  $Q(\omega)$  hoặc một vectơ  $\overline{OM}$  có độ dài  $A(\omega)$  và làm với trục thực  $P(\omega)$  một góc  $\varphi(\omega)$ .



Hình 4.7

Khi  $\omega$  biến thiên từ 0 đến  $\infty$  thì điểm  $M$  sẽ vẽ một đường cong nào đó trên mặt phẳng phức. Đường cong này được gọi là đặc tính tần số biên độ - pha của hệ thống hở.

Khi đã biết đặc tính tần số biên độ - pha của hệ thống hở, ta có thể xét ổn định của hệ thống kín khi dùng tiêu chuẩn Nyquist sau đây:

Nếu hệ thống hở ổn định hoặc ở ranh giới ổn định thì điều kiện cần và đủ để hệ thống kín ổn định là đường đặc tính tần số biên độ - pha của hệ thống hở không bao điểm  $K(-1, j0)$ . Điểm  $K$  được gọi là điểm tới hạn.

Trên hình 4.7a là các đường đặc tính tần số biên độ - pha của hệ thống hở không bao điểm  $K(-1, j0)$ . Hệ thống kín có hệ thống hở như vậy sẽ ổn định nếu hệ thống hở ổn định hoặc ở giới hạn ổn định. Còn trên hình 4.7b là các đặc tính tần số biên độ - pha của hệ thống hở bao điểm  $K(-1, j0)$ .

Hệ thống kín có hệ thống hở như vậy sẽ không ổn định, nếu hệ thống hở ổn định hoặc ở giới hạn ổn định.

Để dễ dàng nhận biết đường đặc tính biên độ - pha  $W_h(j\omega)$  có bao điểm  $K(-1, j0)$  hay không, ta có thể dùng quy tắc sau đây:

Nếu kí hiệu  $C_+$  là giao điểm giữa đường cong  $W_h(j\omega)$  với trục thực khi đường cong  $W_h(j\omega)$  đi từ phía dưới lên phía trên trục thực. Còn  $C_-$  là giao điểm của đường cong  $W_h(j\omega)$  với trục thực khi đường cong  $W_h(j\omega)$  đi từ phía trên xuống phía dưới trục thực, thì ta có thể khẳng định rằng đường cong  $W_h(j\omega)$  không bao điểm  $K(-1, j0)$  nếu trong khoảng  $(-\infty, -1)$  không có giao điểm giữa đường cong  $W_h(j\omega)$  với trục thực hoặc số giao điểm  $C_+$  bằng số giao điểm  $C_-$ .

Ngược lại đường cong  $W_h(p)$  sẽ bao điểm  $K(-1, j0)$  nếu không thỏa mãn điều kiện trên.

Khi dùng tiêu chuẩn ổn định Nyquist ta cần chú ý mấy điểm sau đây:

\* Trong giáo trình này ta chỉ giới hạn xét ổn định của các hệ thống kín khi hệ thống hở ổn định hoặc ở giới hạn ổn định, vì thực tế hệ thống hở thường ổn định. Để kiểm tra hệ thống hở có ổn định hay không, ta có thể dùng tiêu chuẩn Routh hoặc tiêu chuẩn Hurwitz.

\* Nếu hệ thống điều khiển kín có phản hồi âm không phải là đơn vị thì sơ đồ cấu trúc của nó có dạng như hình 4.8.

Trong trường hợp này, hàm truyền đạt của hệ thống hở sẽ là  $W_h(p) = H(p).B(p)$

Trong đó:  $H(p)$  là hàm truyền đạt của kênh thuận;

$B(p)$  là hàm truyền đạt của kênh phản hồi.

Và đặc tính tần số biên độ - pha của hệ thống hở được vẽ theo hàm truyền đạt tần số:

$$W_h(j\omega) = H(j\omega).B(j\omega)$$

**Ví dụ 4.5:** Một hệ thống điều khiển kín có sơ đồ cấu trúc như hình 4.8.

Biết: 
$$H(p) = \frac{1}{(T_1p+1)(T_2p+1)}$$

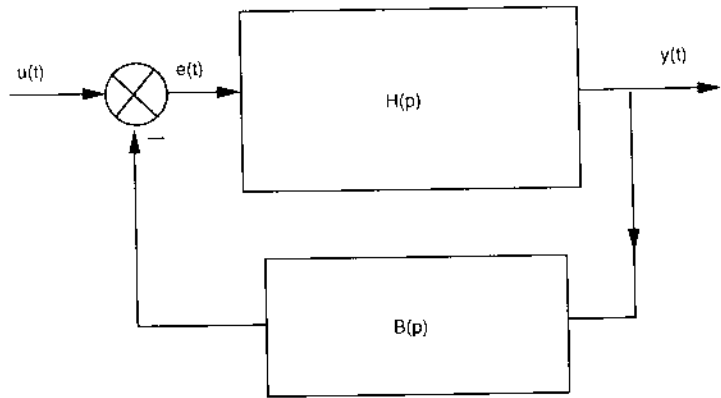
$$B(p) = \frac{1}{T_3p+1}$$

Trong đó:  $K = 10$ ,  $T_1 = 1\text{S}$ ;  
 $T_2 = 0,1\text{S}$ ;  $T_3 = 0,03\text{S}$ .

Trong trường hợp này hệ thống hở có hàm truyền đạt:

$$W_h(p) = \frac{K}{(T_1p+1)(T_2p+1)(T_3p+1)}$$

Sự ổn định của hệ thống kín theo tiêu chuẩn Nyquist được xét như sau:



Hình 4.8

Trước hết cần kiểm tra sự ổn định của hệ thống hở. Từ biểu thức của  $W_h(p)$  ta rút ra phương trình đặc tính của hệ thống hở:

$$(T_1p + 1)(T_2p + 1)(T_3p + 1) = 0$$

Phương trình này có 3 nghiệm thực:

$$p_1 = -\frac{1}{T_1} = -1 < 0; \quad p_2 = -\frac{1}{T_2} = -10 < 0; \quad p_3 = -\frac{1}{T_3} = -33,33 < 0$$

Do đó theo điều kiện ổn định hệ thống hở này ổn định.

Để xét ổn định của hệ thống kín theo tiêu chuẩn Nyquist, ta cần vẽ đặc tính tần số biên độ - pha của hệ thống hở.

Ta có:

$$W_h(p) = \frac{K}{(T_1p+1)(T_2p+1)(T_3p+1)}$$

$$= \frac{K}{T_1T_2T_3p^3 + (T_1T_2 + T_1T_3 + T_2T_3)p^2 + (T_1 + T_2 + T_3)p + 1}$$

Khi thay các giá trị bằng số của  $K$ ,  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $T_3$  ta có:

$$W_h(p) = \frac{10}{0,003p^3 + 0,133p^2 + 1,13p + 1}$$

$$W_h(j\omega) = \frac{10}{0,003(j\omega)^3 + 0,133(j\omega)^2 + 1,13j\omega + 1}$$

$$= \frac{10}{1 - 0,133\omega^2 + j\omega(1,13 - 0,003\omega^2)}$$

$$= \frac{10}{C e^{j\varphi_1}} = \frac{10}{C} e^{-j\varphi_1} = A e^{j\varphi}$$

Trong đó:  $C = \sqrt{(1 - 0,133\omega^2)^2 + \omega^2(1,13 - 0,003\omega^2)^2}$  ;

$$\varphi_1 = \arctg \frac{\omega(1,13 - 0,003\omega^2)}{1 - 0,133\omega^2};$$

$$A = \frac{10}{C} \text{ và } \varphi = -\varphi_1$$

Để vẽ gần đúng đặc tính biên độ - pha của hệ thống hở, ta chỉ cần tính giá trị của A và  $\varphi$  ứng với một vài giá trị của  $\omega$ . Ví dụ:

Khi  $\omega = 0$  ta có  $C = 1$  và  $A = 10$ ;  $\varphi_1 = 0$  và  $\varphi = 0$

Khi  $\omega = 1$  ta có  $C = 1,42$  và  $A = \frac{10}{1,42} = 7,04$ ;

$$\varphi_1 = \arctg \frac{1,127}{0,867} = 58^\circ 25' \text{ và } \varphi = -58^\circ 25'$$

Khi  $\omega = \infty$  ta có  $C = \infty$  và  $A = 0$ ;

$$\varphi_1 = \arctg(+\infty) = +\frac{3\pi}{2}; \varphi = -\frac{3\pi}{2}$$

Sau đó ta tìm giá trị  $\omega$  để  $\varphi = 180^\circ$ . Nếu ta kí hiệu giá trị  $\omega$  này là  $\omega_0$  ta có:

$$\varphi = -\varphi_1 = -\arctg \frac{\omega_0(1,13 - 0,003\omega_0^2)}{1 - 0,133\omega_0} = 180^\circ$$

Nói cách khác:

$$\frac{\omega_0(1,13 - 0,003\omega_0^2)}{1 - 0,133\omega_0} = \text{tg}180^\circ = \frac{\sin 180^\circ}{\cos 180^\circ}$$

vì  $\sin 180^\circ = 0$  và  $\cos 180^\circ = -1 < 0$  nên

$$\omega_0(1,13 - 0,003\omega_0^2) = 0 \quad (4-2)$$

$$1 - 0,133\omega_0 < 0 \quad (4-3)$$

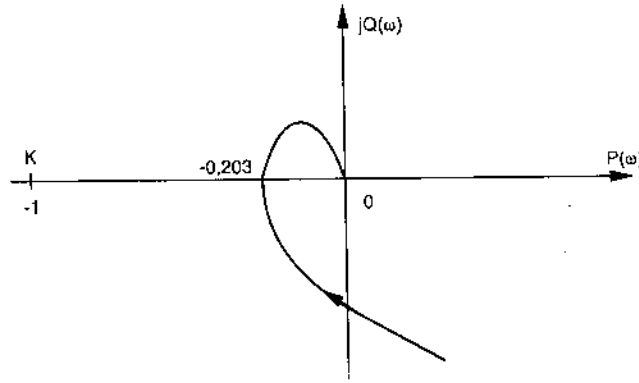
Phương trình (4-2) có 2 nghiệm  $\omega_0 = 0$  và  $\omega_0 = \sqrt{\frac{1,13}{0,003}} = 19,4$  (chỉ lấy nghiệm

dương vì chỉ xét  $\omega$  trong khoảng (0 đến  $\infty$ )). Song nghiệm  $\omega_0 = 0$  không thỏa mãn bất phương trình (4-3), do đó  $\varphi = 180^\circ$  khi  $\omega_0 = 19,4$ . Thay  $\omega = \omega_0 = 19,4$  trong biểu thức của C ta nhận được:

$$C = \sqrt{(1 - 0,133 \times 19,4^2)^2} = 49,1$$

và 
$$A = \frac{10}{C} = \frac{10}{49,1} = 0,203$$

Từ kết quả tính toán trên đây, ta có thể vẽ gần đúng đặc tính biên độ - pha của hệ thống hở như hình 4.9.



Hình 4.9

Ta dễ dàng thấy rằng đường cong đặc tính biên độ - pha này không bao điểm  $K(-1, j0)$ , nên hệ thống kín trên đây là ổn định.

### 4.3. VÙNG ỔN ĐỊNH TRONG KHÔNG GIAN CÁC THÔNG SỐ HIỆU CHỈNH

#### 4.3.1. Khái niệm về thông số hiệu chỉnh và vùng ổn định

Ta xét một hệ thống điều khiển có phương trình đặc tính:

$$a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n = 0$$

Theo tiêu chuẩn ổn định Routh và Hurwitz, sự ổn định của hệ thống phụ thuộc vào các hệ số  $a_0, a_1, \dots, a_n$ ; còn các hệ số này phụ thuộc vào các thông số của hệ thống. Do đó các thông số của hệ thống quyết định sự ổn định của hệ thống.

Người ta phân biệt hai loại thông số của hệ thống: thông số hiệu chỉnh và thông số không hiệu chỉnh. Thông số hiệu chỉnh là thông số có thể thay đổi được trong thời gian thiết kế cũng như trong vận hành hệ thống điều khiển. Thông thường các thông số của bộ điều khiển là thông số hiệu chỉnh.

Ví dụ một bộ điều khiển kiểu PID (kiểu tỉ lệ, tích phân, đạo hàm) được mô tả bằng hàm truyền đạt  $R(p) = K_p + \frac{K_i}{T_i p} + T_d p$

Các thông số  $K_p, K_i, T_i, T_d$  thường có thể thay đổi được và được gọi là các thông số hiệu chỉnh. Ngược lại thông số không hiệu chỉnh là thông số không thể thay đổi được. Các thông số của đối tượng điều khiển thường là thông số không hiệu chỉnh.

Ví dụ một đối tượng điều khiển được mô tả bằng hàm truyền đạt:

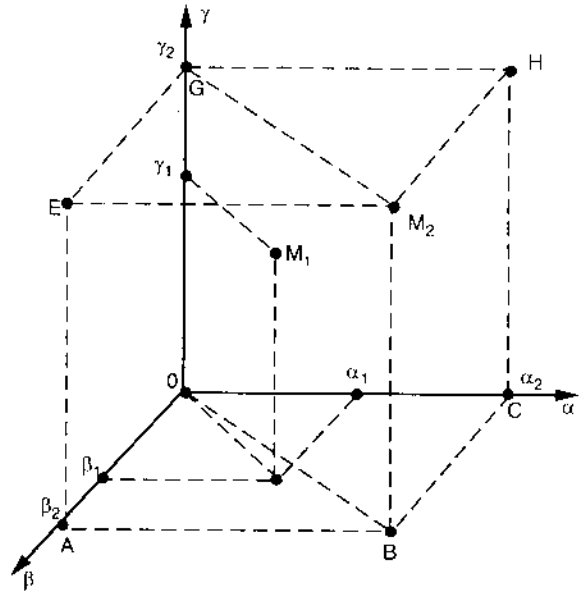
$$G(p) = \frac{K_0}{T^2 p^2 + 2\xi T p + 1}$$

Nếu các thông số  $K_0, T, \xi$  của đối tượng này không thể thay đổi được thì chúng được gọi là thông số không hiệu chỉnh.

Trong điều khiển tự động, ổn định của một hệ thống phụ thuộc vào giá trị các thông số của nó.

Do đó khi nghiên cứu ổn định của một hệ thống điều khiển một vấn đề quan trọng đặt ra là các thông số hiệu chỉnh biến thiên trong phạm vi nào thì hệ thống ổn định. Để giải quyết vấn đề này ta phải xác định vùng ổn định trong không gian các thông số hiệu chỉnh.

Giả sử hệ thống điều khiển có ba thông số hiệu chỉnh phải chọn là  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ . Để xác định vùng ổn định trong không gian các thông số này, ta thiết lập không gian ba chiều  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  như hình 4.10.



Hình 4.10

Mỗi điểm  $M_1$  trong không gian này sẽ tương ứng với một nhóm 3 giá trị  $\alpha_1$ ,  $\beta_1$ ,  $\gamma_1$  nhất định. Nếu hệ thống ổn định với nhóm giá trị này của các thông số thì điểm  $M_1$  được gọi là điểm ổn định trong không gian này.

Nếu hệ thống ổn định khi  $\alpha$  biến thiên từ 0 đến  $\alpha_2$  nào đó,  $\beta$  biến thiên từ 0 đến  $\beta_2$  nào đó, còn  $\gamma$  biến thiên từ 0 đến  $\gamma_2$  nào đó thì các điểm ổn định  $M_1$  sẽ nằm trong hình hộp  $OABCEGM_2H$  trong không gian này (hình 4.10). Hình hộp này được gọi là vùng ổn định và mặt bao vùng này được gọi là ranh giới ổn định trong không gian các thông số  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ .

#### 4.3.2. Xác định vùng ổn định trong mặt phẳng hai thông số hiệu chỉnh $\alpha$ và $\beta$

Giả sử hệ thống có phương trình đặc tính:

$$a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n = 0$$

Khi hệ thống có 2 thông số hiệu chỉnh phải chọn  $\alpha$ ,  $\beta$  thì các hệ số của phương trình này  $a_0, a_1, \dots, a_n$  hoặc độc lập với  $\alpha$ ,  $\beta$  hoặc là hàm số của  $\alpha$ ,  $\beta$ . Ta kí hiệu chung:

$a_0 = a_0(\alpha, \beta)$ ,  $a_1 = a_1(\alpha, \beta), \dots, a_n = a_n(\alpha, \beta)$  và ta có thể viết phương trình đặc tính dưới dạng:

$$a_0(\alpha, \beta) p^n + a_1(\alpha, \beta) p^{n-1} + \dots + a_n(\alpha, \beta) = 0$$



Như ta đã biết khi phương trình này có nghiệm  $p = j\omega$  với  $\omega$  biến thiên từ  $-\infty$  đến  $+\infty$ , nghĩa là có nghiệm nằm trên trục ảo của mặt phẳng nghiệm (hình 4.3) thì hệ thống sẽ nằm ở giới hạn ổn định.

Như vậy trong mặt phẳng 2 thông số  $\alpha$  và  $\beta$ , các điểm nằm trên giới hạn ổn định phải thỏa mãn phương trình:

$$a_0(\alpha, \beta)(j\omega)^n + a_1(\alpha, \beta)(j\omega)^{n-1} + \dots + a_n(\alpha, \beta) = 0$$

với  $\omega$  biến thiên từ  $-\infty$  đến  $+\infty$ .

Phương trình này có thể đưa về dạng:

$$\alpha P(j\omega) + \beta Q(j\omega) + R(j\omega) = 0$$

Trong đó:  $P(j\omega)$  là đa thức của  $j\omega$  có liên hệ với  $\alpha$ ;

$Q(j\omega)$  là đa thức của  $j\omega$  có liên hệ với  $\beta$ ;

$R(j\omega)$  là đa thức của  $j\omega$  độc lập với  $\alpha$  và  $\beta$ .

Khi phân tích:

$$P(j\omega) = P_1(\omega) + jP_2(\omega)$$

$$Q(j\omega) = Q_1(\omega) + jQ_2(\omega)$$

$$R(j\omega) = R_1(\omega) + jR_2(\omega)$$

Ta nhận được phương trình:

$$[\alpha P_1(\omega) + \beta Q_1(\omega) + R_1(\omega)] + j[\alpha P_2(\omega) + \beta Q_2(\omega) + R_2(\omega)] = 0$$

Phương trình này chỉ thỏa mãn khi cả phần thực và phần ảo của vế trái phương trình bằng không.

Từ đây ta có 2 phương trình:

$$\alpha P_1(\omega) + \beta Q_1(\omega) + R_1(\omega) = 0$$

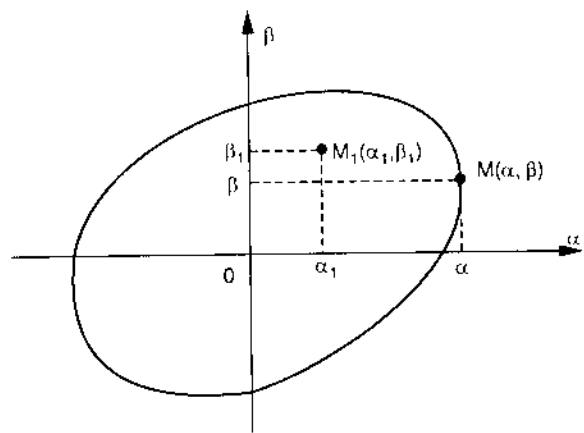
$$\alpha P_2(\omega) + \beta Q_2(\omega) + R_2(\omega) = 0$$

Nghiệm của hệ 2 phương trình này là:

$$\alpha = \frac{\Delta_1(\omega)}{\Delta(\omega)}; \quad \beta = \frac{\Delta_2(\omega)}{\Delta(\omega)}$$

Trong đó:

$$\Delta(\omega) = \begin{vmatrix} P_1(\omega) & Q_1(\omega) \\ P_2(\omega) & Q_2(\omega) \end{vmatrix}$$



Hình 4.11

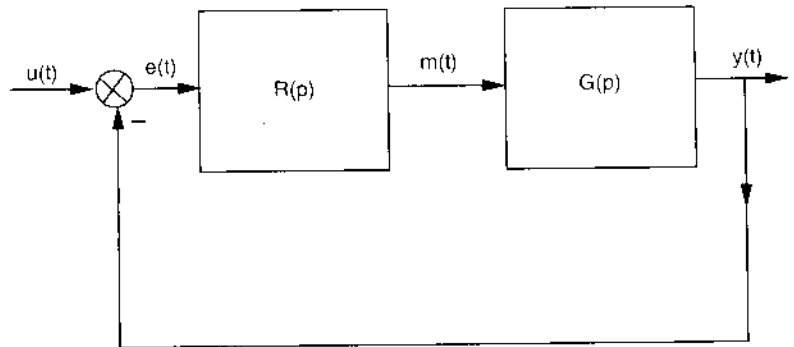
$$\Delta_1(\omega) = \begin{vmatrix} -R_1(\omega) & Q_1(\omega) \\ -R_2(\omega) & Q_2(\omega) \end{vmatrix}$$

$$\Delta_2(\omega) = \begin{vmatrix} P_1(\omega) & -R_1(\omega) \\ P_2(\omega) & -R_2(\omega) \end{vmatrix}$$

Ta dễ dàng thấy rằng  $\alpha$  và  $\beta$  đều phụ thuộc vào  $\omega$ . Do đó mỗi giá trị của  $\omega$  sẽ tương ứng với một cặp giá trị  $\alpha, \beta$ . Còn mỗi cặp giá trị  $\alpha, \beta$  xác định 1 điểm giới hạn ổn định  $M(\alpha, \beta)$  trên mặt phẳng  $\alpha, \beta$ . Khi cho  $\omega$  biến thiên từ  $-\infty$  đến  $+\infty$  thì các điểm  $M(\alpha, \beta)$  này sẽ vẽ 1 đường cong nào đó. Đường cong này chính là đường giới hạn ổn định trong mặt phẳng  $\alpha, \beta$  (hình 4.11).

Sau khi xác định được đường giới hạn ổn định, ta thường phải tìm vùng ổn định vì đường giới hạn ổn định mới chỉ phân biệt các vùng khác nhau chưa cho biết vùng nào là ổn định.

Trong trường hợp này người ta thường chọn một điểm thích hợp  $M_1(\alpha_1, \beta_1)$  của một trong các vùng đó. Nếu với cặp giá trị  $\alpha_1, \beta_1$  hệ thống ổn định (xét theo một trong các tiêu chuẩn ổn định) thì vùng chứa điểm  $M_1$  sẽ là vùng ổn định.



Hình 4.12

**Ví dụ 4.6:** Một hệ thống điều khiển có sơ đồ cấu trúc như hình 4.12.

$$\text{Biết } R(p) = C_1 + \frac{C_2}{p} ; \quad G(p) = - \frac{K}{p(Tp+1)}$$

Trong đó:  $K, T$  là các thông số dương không đổi và  $C_1, C_2$  là các hệ số dương có thể hiệu chỉnh.

Tìm vùng ổn định của hệ thống trong mặt phẳng các thông số hiệu chỉnh  $C_1$  và  $C_2$ ?

**Giải:** Để giải quyết bài toán này trước hết ta phải tìm phương trình đặc tính của hệ thống.

Ta có hàm truyền đạt của hệ thống này là:

$$W(p) = \frac{R(p) \cdot p}{1 + R(p)G(p)} = \frac{\left(C_1 + \frac{C_2}{p}\right) \left(\frac{K}{p(Tp+1)}\right)}{1 + \left(C_1 + \frac{C_2}{p}\right) \left(\frac{K}{p(Tp+1)}\right)}$$

$$= \frac{(C_1 p + C_2)K}{p^2(Tp+1) + (C_1 p + C_2)K}$$

Từ đây ta rút ra phương trình đặc tính của hệ thống:

$$p^2(Tp+1) + (C_1 p + C_2)K = 0$$

hoặc 
$$Tp^3 + p^2 + KC_1 p + C_2 K = 0$$

Sau khi tìm được phương trình đặc tính của hệ thống để tìm ranh giới ổn định trên mặt phẳng  $C_1, C_2$ , ta thay trong phương trình đặc tính  $p = j\omega$ . Ta có:

$$T(j\omega)^3 + (j\omega)^2 + KC_1(j\omega) + C_2 K = 0$$

hoặc 
$$-jT\omega^3 - \omega^2 + KC_1 j\omega + C_2 K = 0$$

hoặc 
$$(C_2 K - \omega^2) + j(KC_1 \omega - T\omega^3) = 0$$

Phương trình này chỉ thỏa mãn khi:

$$C_2 K - \omega^2 = 0$$

và 
$$KC_1 \omega - T\omega^3 = 0$$

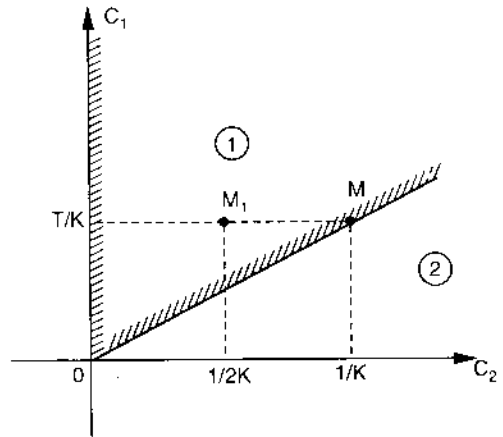
Từ 2 phương trình này ta rút ra

$$C_2 = \frac{\omega^2}{K} \quad \text{và} \quad C_1 = \frac{T\omega^2}{K} = TC_2$$

Khi  $\omega = 0$  ta có  $C_1 = C_2 = 0$

$$\omega = 1 \text{ ta có } C_2 = \frac{1}{K}; C_1 = \frac{T}{K}$$

$$\omega = \pm\infty \text{ ta có } C_1 = \infty; C_2 = \infty$$



Hình 4.13

Như vậy khi  $\omega$  biến thiên từ  $-\infty$  đến  $+\infty$  thì điểm  $M(C_2, C_1)$  sẽ vẽ một đường thẳng OM như trong hình 4.13. Đường thẳng này chính là ranh giới ổn định.

Kết hợp với điều kiện  $C_1 > 0; C_2 > 0$ , vùng ổn định chỉ có thể là một trong 2 vùng ① và ② (hình 4.13). Để biết vùng ổn định là vùng ① hay vùng ② ta xét một điểm thích hợp trong vùng ①. Ví dụ điểm  $M_1\left(\frac{1}{2K}; \frac{T}{K}\right)$ . Thay  $C_2 = \frac{1}{2K}; C_1 = \frac{T}{K}$  trong phương trình đặc tính của hệ thống ta nhận được phương trình:

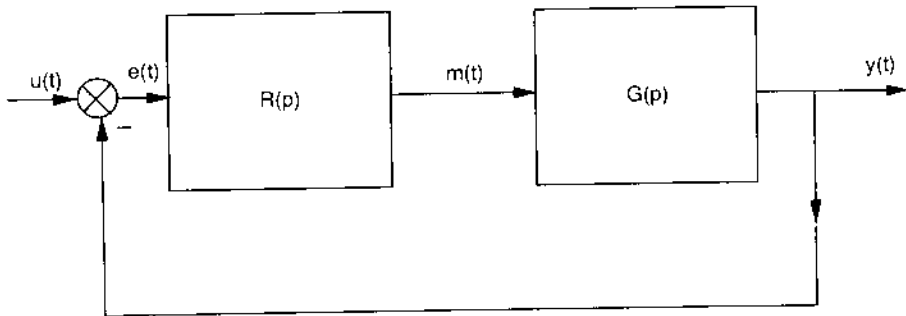
$$Tp^3 + p^2 + Tp + \frac{1}{2} = 0$$

Các hệ số của phương trình này  $a_0 = T > 0$ ;  $a_1 = 1 > 0$ ;  $a_2 = T > 0$ ;  $a_3 = 0,5 > 0$  và  $a_1 a_2 - a_0 a_3 = T - 0,5T = 0,5T > 0$

Do đó theo tiêu chuẩn Hurwitz hệ thống này ổn định và điểm  $M_1$  là điểm ổn định. Như vậy vùng ① chứa điểm  $M_1$  chính là vùng ổn định trong mặt phẳng  $C_2, C_1$ .

#### 4.4. TÌM HÀM TRUYỀN ĐẠT CỦA THIẾT BỊ ĐIỀU KHIỂN THEO ĐIỀU KIỆN ỔN ĐỊNH KHI BIẾT HÀM TRUYỀN ĐẠT CỦA ĐỐI TƯỢNG ĐIỀU KHIỂN

Sơ đồ cấu trúc của một hệ thống điều khiển tự động thường có dạng chung như hình 4.14.



Hình 4.14

Trong đó  $G(p)$  là hàm truyền đạt của đối tượng điều khiển và  $R(p)$  hàm truyền đạt của thiết bị điều khiển.

Một trong các bài toán điều khiển là tìm  $R(p)$  để hệ thống ổn định khi biết  $G(p)$ . Để giải quyết bài toán này ta có thể dựa vào một định lý sau đây:

Nếu hàm truyền đạt của đối tượng điều khiển là  $G(p)$  thì hệ thống sẽ ổn định khi thiết bị điều khiển có hàm truyền đạt:

$$R(p) = \frac{\lambda}{Tp(\gamma p + 1)} \cdot \frac{1}{G(p)}$$

Trong đó  $\lambda, T, \gamma$  là các hệ số dương bất kì.

Thật vậy, với  $R(p)$  này hàm truyền đạt của hệ thống kín sẽ là:

$$\begin{aligned} W_K(p) &= \frac{R(p)G(p)}{1 + R(p)G(p)} = \frac{\lambda / Tp(\gamma p + 1)}{1 + \frac{\lambda}{Tp(\gamma p + 1)}} \\ &= \frac{\lambda}{Tp(\gamma p + 1) + \lambda} = \frac{\lambda}{T\gamma p^2 + Tp + \lambda} \end{aligned}$$

Từ đây ta rút ra phương trình đặc tính của hệ thống:

$$T\gamma p^2 + Tp + \lambda = 0$$

Ta dễ dàng thấy rằng tất cả các hệ số của phương trình này đều dương nếu  $T, \lambda, \gamma$  đều dương.

Theo tiêu chuẩn Hurwitz, một hệ thống được mô tả bằng phương trình đặc tính bậc hai sẽ ổn định khi các hệ số của phương trình đặc tính đều dương. Do đó hệ thống này ổn định với mọi giá trị dương của  $T, \lambda, \gamma$ . Dưới đây ta sẽ tìm hàm truyền đạt của thiết bị điều khiển  $R(p)$  đối với một số đối tượng điều khiển khác nhau.

\* Đối tượng điều khiển là một khâu động học bậc nhất với hàm truyền đạt:

$$G(p) = \frac{K_o}{T_o p + 1}$$

Trong đó  $K_o, T_o$  là các số dương không đổi.

Trong trường hợp này để hệ thống ổn định ta phải chọn thiết bị điều khiển có hàm truyền đạt:

$$R(p) = \frac{\lambda}{Tp(\gamma p + 1)} \cdot \frac{T_o p + 1}{K_o}$$

Khi chọn  $\gamma = T_o$ , ta có:

$$R(p) = \frac{\lambda}{K_o T p} = \frac{K_i}{T_i p}$$

Trong đó  $K_i = \frac{\lambda}{K_o}$ ;  $T_i = T$  và  $\lambda, T$  là 2 số dương bất kì.

Thiết bị điều khiển có  $R(p)$  như vậy chính là thiết bị điều khiển kiểu tích phân (kiểu I).

\* Đối tượng điều khiển là một khâu động học bậc hai với hàm truyền đạt:

$$G(p) = \frac{K_o}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)}$$

Trong đó  $K_o, T_1, T_2$  là các hệ số dương không đổi.

Trong trường hợp này để hệ thống ổn định ta phải chọn thiết bị điều khiển có hàm truyền đạt:

$$R(p) = \frac{\lambda}{Tp(\gamma p + 1)} \cdot \frac{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)}{K_o}$$

Khi chọn  $\gamma = T_1$ , ta có:

$$R(p) = \frac{\lambda(T_2 p + 1)}{K_o T p} = \frac{\lambda T_2}{K_o T} + \frac{\lambda}{K_o T p} = K_p + \frac{K_i}{T_i p}$$

Trong đó  $K_p = \frac{\lambda T_2}{K_o T}$ ;  $K_i = \frac{\lambda}{K_o}$ ;  $T_i = T$  và  $\lambda, T$  là các số dương bất kì.

Thiết bị điều khiển có hàm truyền đạt như vậy chính là thiết bị điều khiển kiểu tỉ lệ và tích phân (kiểu PI).

\* Đối tượng điều khiển là khâu động học bậc 3 với hàm truyền đạt:

$$G(p) = \frac{K_o}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)(T_3 p + 1)}$$

Trong đó  $K_o, T_1, T_2$  là các hệ số dương không đổi.

Trong trường hợp này để hệ thống ổn định ta phải chọn thiết bị điều khiển có hàm truyền đạt:

$$R(p) = \frac{\lambda}{Tp(\gamma p + 1)} \cdot \frac{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)(T_3 p + 1)}{K_o}$$

Khi chọn  $\gamma = T_1$ , ta có:

$$\begin{aligned} R(p) &= \frac{\lambda(T_2 p + 1)(T_3 p + 1)}{K_o T p} = \frac{\lambda(T_2 + T_3)}{K_o T} + \frac{\lambda}{K_o T p} + \frac{\lambda T_2 T_3}{K_o T} p \\ &= \frac{\lambda}{K_o} \left( K_p + \frac{1}{T_1 p} + T_d p \right) \end{aligned}$$

Trong đó  $K_p = \frac{(T_2 + T_3)}{T}$ ;  $T_i = T$ ;  $T_d = \frac{T_2 T_3}{T}$ ;  $\lambda, T$  là các số dương bất kì.

Thiết bị điều khiển có hàm truyền đạt như vậy chính là thiết bị điều khiển kiểu tỉ lệ, tích phân và đạo hàm (kiểu PID).

\* Đối tượng điều khiển là khâu động học bậc 4 trở lên với hàm truyền đạt:

$$G(p) = \frac{K_o}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1) \dots (T_n p + 1)}$$

Trong đó  $n \geq 4$ ;  $T_1, T_2, \dots, T_n$  và  $K_o$  là các hệ số dương không đổi.

Trong trường hợp này để hệ thống ổn định ta phải chọn thiết bị điều khiển với hàm truyền đạt:

$$R(p) = \frac{\lambda}{Tp(\gamma p + 1)} \cdot \frac{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1) \dots (T_n p + 1)}{K_o}$$

Khi chọn  $\gamma = T_1$ , ta có:

$$R(p) = \frac{\lambda}{K_o T p} \cdot (T_2 p + 1)(T_3 p + 1) \dots (T_n p + 1)$$

Trong đó  $\lambda, T$  là các số dương bất kì.

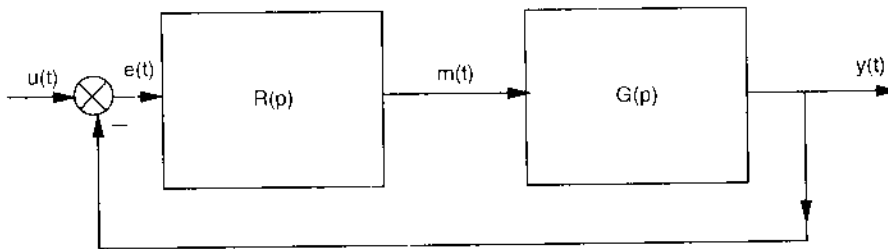
Thiết bị điều khiển có hàm truyền đạt như vậy được gọi là thiết bị điều khiển kiểu PID.  $D^2 \dots D^{n-2}$ . Trong thực tế thiết bị điều khiển kiểu này không thể chế tạo được.

Do đó trong trường hợp này, để điều khiển hệ thống người ta có thể dùng thiết bị điều khiển kiểu PID với hàm truyền đạt:

$$R(p) = K_p + \frac{K_i}{T_i p} + T_d p$$

Tuy nhiên, để hệ thống ổn định ta phải chọn các thông số  $K_p, K_i, T_i, T_d$  theo một trong các tiêu chuẩn ổn định.

**Ví dụ 4.7:** Một hệ thống điều khiển có sơ đồ cấu trúc như hình 4.15.



Hình 4.15

Trong đó đối tượng điều khiển có hàm truyền đạt:

$$G(p) = \frac{K_0}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)(T_3 p + 1)(T_4 p + 1)}$$

Trong đó  $K_0, T_1, T_2, T_3, T_4$  là các hệ số dương không đổi.

Hãy tìm hàm truyền đạt của thiết bị điều khiển  $R(p)$  để hệ thống ổn định.

**Giải:** Để điều khiển đối tượng như vậy ta có thể dùng thiết bị điều khiển kiểu PID với hàm truyền đạt:

$$R(p) = K \left( \frac{(T_1 p + 1)(T_d p + 1)}{T_i p} \right)$$

Thiết bị điều khiển kiểu này có 3 thông số:  $K, T_i, T_p$ . Trong đó để giải quyết bài toán một cách đơn giản, ta có thể chọn  $T_i = T_1; T_d = T_2$  còn  $K$  chọn theo tiêu chuẩn ổn định.

Trong trường hợp đó ta có:

$$R(p) = K \left( \frac{(T_1 p + 1) \cdot (T_2 p + 1)}{T_1 p} \right)$$

Còn hàm truyền đạt của hệ thống kín sẽ là:

$$W_K(p) = \frac{R(p) \cdot G(p)}{1 + R(p)G(p)} = \frac{K_o K}{T_1 p (T_3 p + 1) (T_4 p + 1) + K_o K}$$

Từ hàm truyền đạt này ta rút ra phương trình đặc tính của hệ thống:

$$T_1 p (T_3 p + 1) (T_4 p + 1) + K_o K = 0 \text{ hoặc}$$

$$T_1 T_3 T_4 p^3 + (T_1 T_3 + T_1 T_4) p^2 + T_1 p + K_o K = 0$$

Theo tiêu chuẩn Hurwitz, hệ thống này ổn định khi  $K > 0$  và  $(T_1 T_3 + T_1 T_4) T_1 - T_1 T_3 T_4 K_o K > 0$

Từ đó, để hệ thống ổn định ta chọn  $K$  ở trong khoảng  $0 < K < \frac{T_1 (T_3 + T_4)}{K_o T_3 T_4}$

\* Đối tượng có chứa khâu chậm trễ; ví dụ đối tượng là khâu động học bậc 2 chậm trễ với hàm truyền đạt:

$$G(p) = \frac{K_o e^{-p\tau}}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)}$$

Trong đó  $K_o, \tau, T_1, T_2$ , là các số thực dương.

Trong trường hợp này để hệ thống ổn định cần chọn thiết bị điều khiển với hàm truyền đạt:

$$R(p) = \frac{\lambda (T_1 p + 1)(T_2 p + 1)}{T_p (\gamma p + 1) K_o e^{-p\tau}}$$

Khi chọn  $\gamma = T_1$ , ta có:

$$R(p) = \frac{\lambda}{K_o T_p} (T_2 p + 1) e^{p\tau}$$

Trong thực tế thiết bị điều khiển có hàm truyền đạt như vậy rất khó chế tạo.

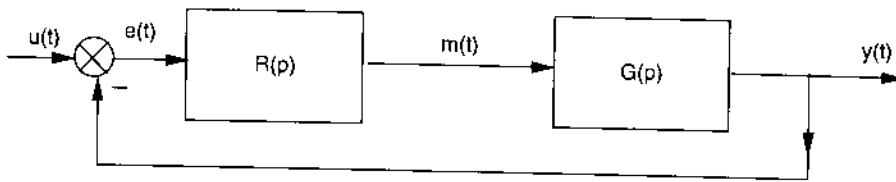
Do đó, để điều khiển các đối tượng như vậy, ta có thể dùng thiết bị điều khiển kiểu PI hoặc PID với hàm truyền đạt:

$$R(p) = K \frac{T_i p + 1}{T_i p} \text{ hoặc } R(p) = K \frac{(T_i p + 1)(T_d p + 1)}{T_i p}$$

Tất nhiên trong trường hợp này hệ thống không ổn định với mọi giá trị dương của các thông số  $K, T_i$ , hoặc  $K, T_i, T_d$  mà ta phải chọn các thông số này theo một trong các tiêu chuẩn ổn định.

**Ví dụ 4.8:** Một hệ thống điều khiển có sơ đồ cấu trúc như hình 4.16.





Hình 4.16

Biết hàm truyền đạt của đối tượng điều khiển là:

$$G(p) = \frac{K_o e^{-p\tau}}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)}$$

Trong đó  $K_o$ ,  $\tau$ ,  $T_1$ ,  $T_2$  là các số thực dương.

Tìm hàm truyền đạt của thiết bị điều khiển để hệ thống ổn định.

**Giải:** Để giải quyết đơn giản bài toán này, ta dùng thiết bị điều khiển kiểu PI với hàm truyền đạt:

$$R(p) = K \frac{T_i p + 1}{T_i p}$$

Trong đó  $T_i$  được chọn bằng  $T_1$ , còn  $K$  được chọn theo điều kiện ổn định của hệ thống.

Hàm truyền đạt của hệ thống kín trong trường hợp này sẽ là:

$$W_K(p) = \frac{R(p)G(p)}{1 + R(p)G(p)} = \frac{KK_o e^{-p\tau}}{T_1 p(T_2 p + 1) + KK_o e^{-p\tau}}$$

Từ đây ta rút ra phương trình đặc tính của hệ thống:

$$T_1 p(T_2 p + 1) + KK_o e^{-p\tau} = 0$$

Khi khai triển Taylor gần đúng hàm  $e^{-p\tau}$  ta có:

$$e^{-p\tau} = 1 + \frac{-p\tau}{1!} + \frac{(-p\tau)^2}{2!} + \frac{(-p\tau)^3}{3!} + \dots$$

Ta có thể xem gần đúng:

$$e^{-p\tau} = 1 - p\tau$$

Trong trường hợp đó phương trình đặc tính của hệ thống sẽ là:

$$T_1 p(T_2 p + 1) + KK_o(1 - p\tau) = 0 \text{ hoặc}$$

$$T_1 T_2 p^2 + (T_1 - KK_o \tau) p + KK_o = 0$$

Theo tiêu chuẩn ổn định Hurwitz, hệ thống này ổn định khi  $K > 0$  và  $K < \frac{T_1}{K_o \tau}$

Như vậy để hệ thống ổn định ta chọn thiết bị điều khiển kiểu PI với hàm truyền đạt:

$$R(p) = K \frac{(T_i p + 1)}{T_i p}$$

Trong đó  $T_i = T_1$  và  $0 < K < \frac{T_1}{K_o \tau}$

#### 4.5. CHỌN THÔNG SỐ HIỆU CHỈNH CỦA MỘT HỆ THỐNG THEO ĐIỀU KIỆN ỔN ĐỊNH

Như ta đã biết, phương trình đặc tính của một hệ thống điều khiển tuyến tính có dạng chung là:

$$a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n = 0$$

Nếu phương trình này có đủ các hệ số từ  $a_0$  đến  $a_n$ , không có hệ số nào bằng không thì hệ thống điều khiển được gọi là hệ thống có cấu trúc ổn định.

Để đảm bảo ổn định một hệ thống như vậy thường ta chỉ cần chọn các thông số hiệu chỉnh thích hợp.

Ta xét một số trường hợp sau đây:

\* Hệ thống điều khiển chỉ có một thông số cần chọn  $\alpha$

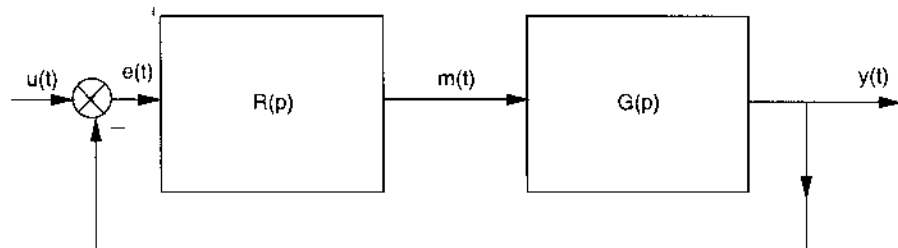
Trong trường hợp này các hệ số  $a_0, a_1, \dots, a_n$  của phương trình đặc tính hoặc không đổi hoặc là một hàm số của  $\alpha$ . Do đó ta có thể viết phương trình đặc tính dưới dạng:

$$a_0(\alpha) p^n + a_1(\alpha) p^{n-1} + \dots + a_n(\alpha) = 0$$

Khi đã biết phương trình đặc tính như vậy, ta có thể dùng tiêu chuẩn ổn định Routh hoặc tiêu chuẩn ổn định Hurwitz để chọn thông số  $\alpha$  đảm bảo hệ thống ổn định.

**Ví dụ 4.9.** Một hệ thống có sơ đồ cấu trúc như hình 4.17.

Trong đó  $R(p) = K$  và  $G(p) = \frac{2}{p(p+1)(p+3)}$



Hình 4.17

Hãy tìm giá trị  $K$  đảm bảo hệ thống ổn định.

**Giải:** Ta có hàm truyền đạt của hệ thống này:

$$W_{(K)P} = \frac{R(p)G(p)}{1 + R(p)G(p)} = \frac{2K}{p(p+1)(p+3) + 2K}$$

Từ đây ta rút ra phương trình đặc tính của hệ thống:

$$p(p+1)(p+3) + 2K = 0$$

hoặc

$$p^3 + 4p^2 + 3p + 2K = 0$$

Theo tiêu chuẩn Hurwitz, hệ thống này ổn định khi  $K > 0$  và  $4 \times 3 - 2K > 0$

Như vậy giá trị  $K$  để hệ thống ổn định nằm trong khoảng  $0 < K < 6$

\* Hệ thống điều khiển có 2 thông số hiệu chỉnh cần chọn.

Ta xét một hệ thống điều khiển có phương trình đặc tính:

$$a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n = 0$$

Nếu hệ thống có 2 thông số hiệu chỉnh cần chọn là  $\alpha$  và  $\beta$  thì các hệ số  $a_0, a_1, \dots, a_n$  của phương trình đặc tính hoặc độc lập với  $\alpha$  và  $\beta$  hoặc là một hàm số của  $\alpha$  và  $\beta$ .

Do đó ta có thể viết lại phương trình đặc tính dưới dạng:

$$a_0(\alpha, \beta) p^n + a_1(\alpha, \beta) p^{n-1} + \dots + a_n(\alpha, \beta) = 0$$

Từ phương trình đặc tính này ta có thể tìm chọn  $\alpha$  và  $\beta$  hoặc bằng cách xác định vùng ổn định trong mặt phẳng  $\alpha, \beta$  như đã xét trước đây hoặc bằng cách dùng tiêu chuẩn ổn định Routh và Hurwitz.

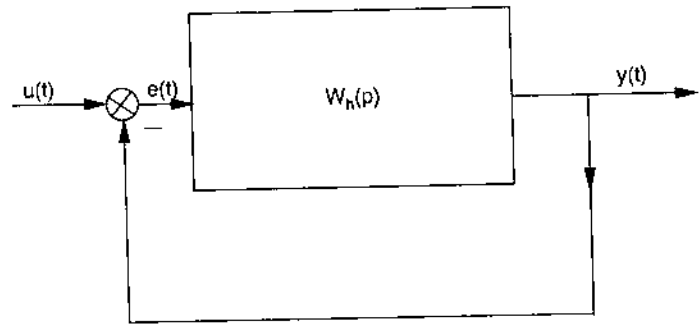
**Ví dụ 4.10:** Một hệ thống điều khiển có sơ đồ cấu trúc như hình 4.18.

Biết:

$$W_h(p) = \frac{K}{p(0,5p+1)(Tp+1)}$$

Hãy tìm chọn hai thông số hiệu chỉnh  $K$  và  $T$  để hệ thống ổn định.

**Giải:** Trong trường hợp này hàm truyền đạt của hệ thống kín sẽ là:



**Hình 4.18**

$$W_K(p) = \frac{W_h(p)}{1 + W_h(p)} = \frac{K}{p(0,5p+1)(Tp+1) + K}$$

Từ đây ta rút ra phương trình đặc tính của hệ thống:

$$p(0,5p+1)(Tp+1) + K = 0$$

hoặc

$$0,5Tp^3 + (0,5 + T)p^2 + p + K = 0 \quad (4-4)$$

Từ phương trình đặc tính này ta có thể chọn K và T theo 2 phương pháp sau đây:

*Phương pháp 1:* Xác định vùng ổn định trong mặt phẳng các thông số K và T.

Theo phương pháp này ranh giới ổn định trong mặt phẳng K, T được xác định từ phương trình đặc tính khi thay  $p = j\omega$  với  $\omega$  biến thiên từ  $-\infty$  đến  $+\infty$ . Nghĩa là từ phương trình:

$$0,5T(j\omega)^3 + (0,5 + T)(j\omega)^2 + j\omega + K = 0$$

hoặc 
$$-0,5Tj\omega^3 - (0,5 + T)\omega^2 + j\omega + K = 0$$

hoặc 
$$[K - (0,5 + T)\omega^2] + j\omega(1 - 0,5T\omega^2) = 0$$

Từ đây ta nhận được hệ 2 phương trình:

$$\begin{cases} 1 - 0,5T\omega^2 = 0 \\ K - (0,5 + T)\omega^2 = 0 \end{cases}$$

Từ 2 phương trình này ta có:

$$T = \frac{2}{\omega^2} \text{ và } K = 0,5\omega^2 + 2 = \frac{1}{T} + 2$$

Trên mặt phẳng tọa độ T và K (hình 4.19) mỗi giá trị  $\omega$  xác định một cặp T và K, còn mỗi cặp T, K xác định một điểm  $M(T, K)$  nằm trên ranh giới ổn định.

Ví dụ khi  $\omega = 1$  ta có điểm  $M_1$  với tọa độ  $T = 2$  và  $K = 2,5$ .

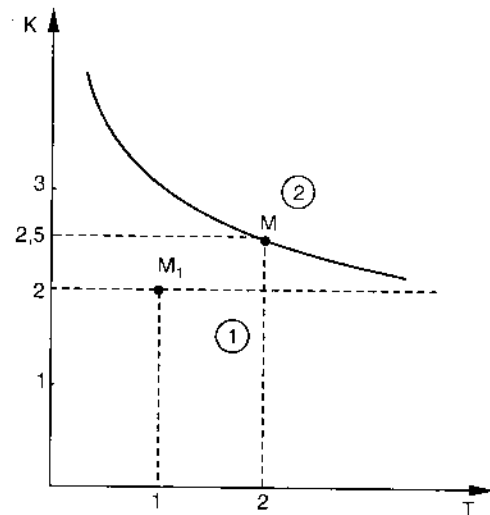
Khi  $\omega$  biến thiên từ  $-\infty$  đến  $+\infty$  thì điểm  $M(T, K)$  sẽ vẽ đường cong:

$$K = \frac{1}{T} + 2$$

Đường cong này là đường ranh giới ổn định. Ngoài ra từ phương trình đặc tính (4-4) ta dễ dàng thấy rằng điều kiện cần (chưa phải là đủ) để hệ thống

ổn định là  $K > 0$  và  $T > 0$ . Do đó trên hình 4.19 vùng ổn định chỉ có thể là vùng ① dưới đường cong ranh giới hoặc vùng ② trên đường cong ranh giới. Để biết vùng nào là vùng ổn định, ta xét điểm  $M_1$  trong vùng ① có  $T = 1$ ;  $K = 2$ . Thay các giá trị của T và K này vào phương trình đặc tính ta nhận được phương trình đặc tính dưới dạng:

$$0,5p^3 + 1,5p^2 + p + 2 = 0$$



Hình 4.19

Các hệ số của phương trình này  $a_0 = 0,5$ ;  $a_1 = 1,5$ ;  $a_2 = 1$  và  $a_3 = 2$  đều dương và:

$$a_1 a_2 - a_0 a_3 = 1,5 \times 1 - 0,5 \times 2 = 0,5 > 0$$

Do đó theo tiêu chuẩn Hurwitz, điểm  $M_1(1, 2)$  là điểm ổn định và vùng ① chứa điểm  $M_1$  là vùng ổn định...

*Phương pháp 2:* Dùng trực tiếp tiêu chuẩn ổn định Hurwitz đối với phương trình đặc tính của hệ thống:

$$0,5Tp^3 + (0,5 + T)p^2 + p + K = 0$$

Theo tiêu chuẩn Hurwitz, điều kiện cần và đủ để hệ thống ổn định là:

$$a_0 = 0,5T > 0; a_1 = (0,5 + T) > 0; a_3 = K > 0 \text{ và}$$

$$a_1 a_2 - a_0 a_3 = (0,5 + T) \times 1 - 0,5TK > 0$$

Do đó để hệ thống ổn định ta phải chọn  $T > 0$  và  $0 < K < \frac{1}{T} + 2$

Trong mặt phẳng các thông số  $T$  và  $K$ , vùng chứa các điểm có  $T$  và  $K$  như vậy chính là vùng ① hình 4.19. Điều đó có nghĩa là 2 phương pháp cho kết quả giống nhau.

#### 4.6. LỰA CHỌN KHẤU HIỆU CHỈNH THEO ĐIỀU KIỆN ỔN ĐỊNH

Ta xét một hệ thống điều khiển có phương trình đặc tính:

$$a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n = 0$$

Nếu trong các hệ số từ  $a_0$  đến  $a_n$  có một hoặc nhiều hệ số bằng không hoặc vắng mặt thì hệ thống điều khiển được gọi là hệ thống có cấu trúc không ổn định.

Để hệ thống như vậy trở nên ổn định, ta phải bổ sung vào hệ thống một khâu hiệu chỉnh nào đó. Người ta thường dùng hai loại khâu hiệu chỉnh: khâu hiệu chỉnh tăng pha và khâu hiệu chỉnh giảm pha.

Khâu hiệu chỉnh tăng pha là khâu có hàm truyền đạt:

$$W(p) = K \frac{aTp+1}{Tp+1}$$

Trong đó  $K$ ,  $a$ ,  $T$  là các hệ số không đổi và  $a > 1$ .

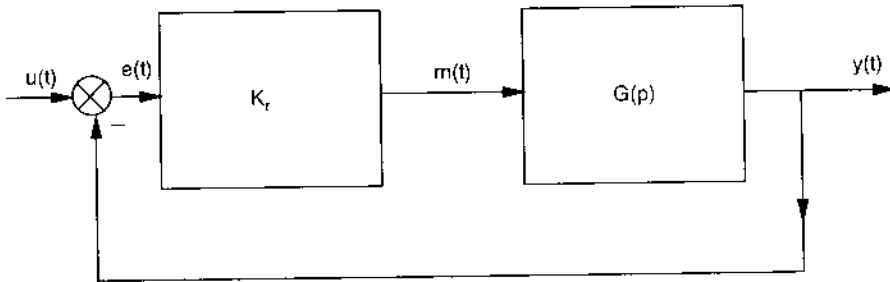
Còn khâu hiệu chỉnh giảm pha là khâu có hàm truyền đạt:

$$W(p) = K \frac{Tp+1}{bTp+1}$$

Trong đó  $K$ ,  $b$ ,  $T$  là các hệ số không đổi và  $b > 1$ .

Sau khi bổ sung vào hệ thống một trong các khâu như vậy, hệ thống thường trở nên có cấu trúc ổn định và nhiệm vụ của ta chỉ còn là lựa chọn các hệ số  $K$ ,  $a$ ,  $T$  (khâu tăng pha) hoặc  $K$ ,  $b$ ,  $T$  (khâu giảm pha) theo một trong các tiêu chuẩn ổn định.

**Ví dụ 4.1:** Một hệ thống điều khiển có sơ đồ cấu trúc như hình 4.20.



Hình 4.20

Trong đó  $K_r = 10$  và  $G(p) = \frac{1}{p^2(0,1p+1)}$

Chọn khâu hiệu chỉnh bổ sung vào hệ thống để hệ thống ổn định.

**Giải:** Khi chưa có khâu hiệu chỉnh, hệ thống này có hàm truyền đạt:

$$W_K(p) = \frac{K_r G(p)}{1 + K_r G(p)} = \frac{10}{p^2(0,1p+1)+10} = \frac{10}{0,1p^3 + 0,1p^2 + 10}$$

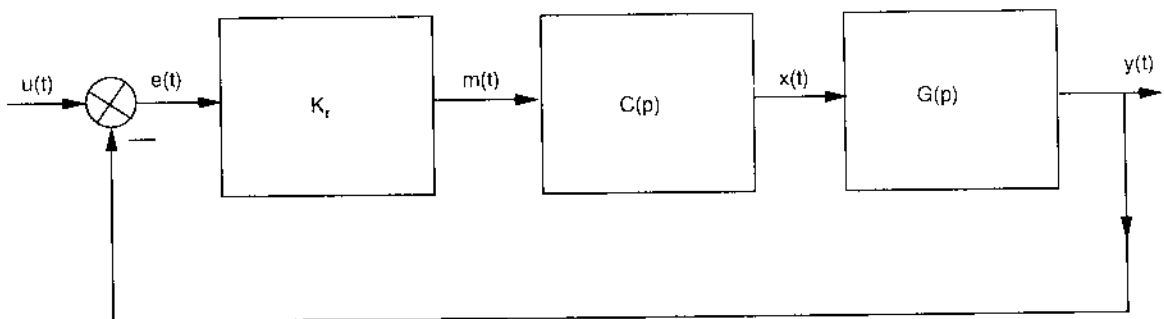
Từ đây ta rút ra phương trình đặc tính của hệ thống:

$$0,1p^3 + 0,1p^2 + 10 = 0$$

Phương trình này có  $a_0 = 0,1$ ;  $a_1 = 0,1$ ;  $a_3 = 10$ , vắng mặt hệ số  $a_2$  hoặc  $a_2 = 0$ . Do đó hệ thống điều khiển là một hệ thống có cấu trúc không ổn định. Để hệ thống trở nên ổn định, ta bổ sung vào hệ thống một khâu hiệu chỉnh tăng pha với hàm truyền đạt:

$$C(p) = K \frac{aTp+1}{Tp+1}$$

Khi đó hệ thống sẽ có sơ đồ cấu trúc như hình 4.21.



Hình 4.21

Hàm truyền đạt của hệ thống mới này là:

$$W_K(p) = \frac{K_r C(p)G(p)}{1 + K_r C(p)G(p)} = \frac{10K(aTp+1)}{(Tp+1)(0,1p+1)p^2 + 10K(aTp+1)}$$

$$= \frac{10K(aTp+1)}{0,1Tp^4 + (0,1+T)p^3 + p^2 + 10KaTp + 10K}$$

Từ đây ta rút ra phương trình đặc tính của hệ thống:

$$0,1Tp^4 + (0,1+T)p^3 + p^2 + 10KaTp + 10K = 0$$

Ta dễ dàng thấy rằng với các giá trị của a, T và K khác không, phương trình đặc tính có đủ mặt các hệ số từ  $a_0$  đến  $a_4$ , do đó hệ thống đã trở nên có cấu trúc ổn định. Nhiệm vụ của ta chỉ còn là chọn các hệ số a, T và K để hệ thống ổn định.

Để đơn giản tính toán ta có thể chọn trước  $K = 1$ ,  $T = 0,1$  và chỉ cần tìm hệ số a. Trong trường hợp này phương trình đặc tính của hệ thống có dạng:

$$0,01p^4 + 0,2p^3 + p^2 + ap + 10 = 0$$

Theo tiêu chuẩn ổn định Hurwitz, điều kiện cần và đủ để hệ thống này ổn định là:

$$a_3 = a > 0$$

$$a_1 a_2 - a_0 a_3 = 0,2 \times 1 - 0,01a > 0 \text{ hoặc } a < 20 \text{ và}$$

$$a_1(a_2 a_3 - a_1 a_4) - a_0 a_3^2 = 0,2(1 \times a - 0,2 \times 10) - 0,01a^2 > 0$$

hoặc

$$0,01a^2 - 0,2a + 0,4 < 0 \text{ hoặc } 7,7 < a < 17,7$$

Như vậy khâu hiệu chỉnh cần chọn có hàm truyền đạt  $C(p) = K \frac{aTp+1}{Tp+1}$

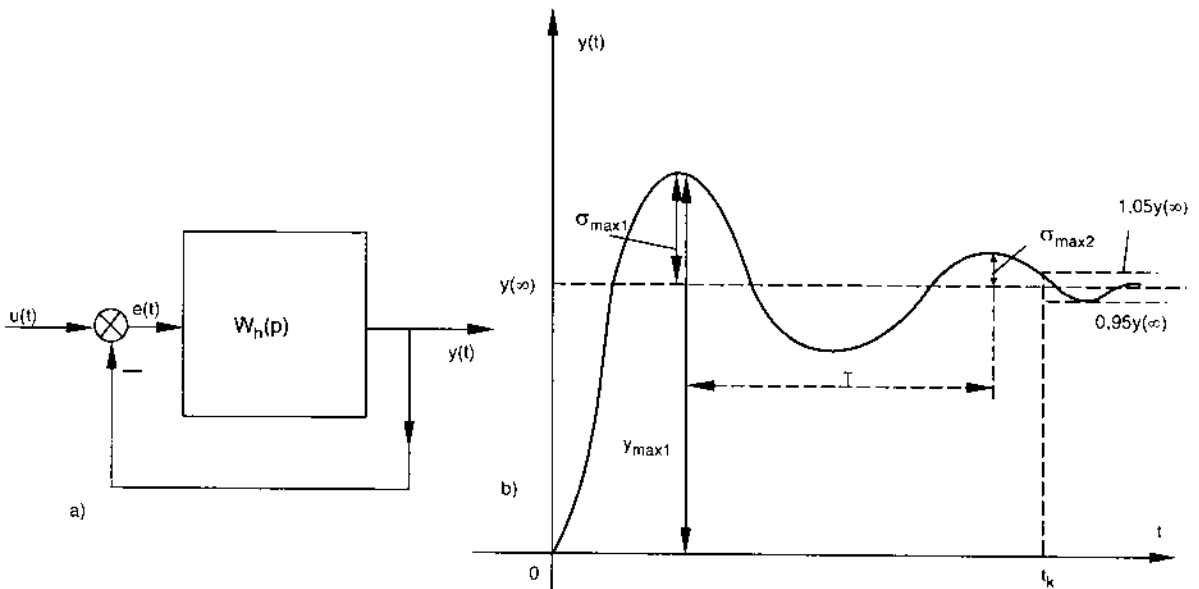
Trong đó  $K = 1$ ;  $T = 0,1$  và  $7,7 < a < 17,7$ .

## Chương 5

# ĐÁNH GIÁ CHẤT LƯỢNG CỦA MỘT HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN VÀ TỔNG HỢP HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN THEO TIÊU CHUẨN CHẤT LƯỢNG

### 5.1. CÁC CHỈ TIÊU CHẤT LƯỢNG CỦA MỘT HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN

Như ta đã biết ở các chương trước, sơ đồ cấu trúc của một hệ thống điều khiển tự động có dạng chung như hình 5.1a và nếu hệ thống ổn định thì đại lượng đầu ra  $y(t)$  có dạng chung như hình 5.1b.



**Hình 5.1**

Điều đó có nghĩa là nếu hệ thống ổn định thì dưới tác dụng của đại lượng đầu vào  $u(t)$ , đại lượng đầu ra  $y(t)$  sẽ dao động, nhưng nó sẽ đạt được giá trị xác lập  $y(\infty)$  sau một thời gian quá độ hữu hạn nào đó.

Ổn định là chỉ tiêu chất lượng đầu tiên của một hệ thống điều khiển.

Tuy nhiên ngoài chỉ tiêu ổn định, khi đánh giá chất lượng của một hệ thống điều khiển người ta còn quan tâm đến một số chỉ tiêu chất lượng khác sau đây:

- Thời gian quá trình quá độ  $t_k$ : đó là thời gian tính từ thời điểm gốc 0 đến lúc  $y(t)$  bắt đầu đi vào băng được xác định bởi 2 đường thẳng  $0,95y(\infty)$  và  $1,05y(\infty)$  (hình 5.1b).



- Độ quá điều chỉnh  $\sigma\% = \frac{y_{\max 1} - y(\infty)}{y(\infty)} 100\%$ . Trong đó  $y_{\max 1}$  là giá trị lớn nhất của  $y(t)$  trong quá trình quá độ.

- Độ dao động  $D\% = \frac{\sigma_{\max 2}}{\sigma_{\max 1}} 100\%$ . Trong đó  $\sigma_{\max 2}$  là độ quá điều chỉnh xảy ra sau  $\sigma_{\max 1}$  một chu kì dao động của  $y(t)$ .

- Số lần dao động  $N$  xung quanh giá trị  $y(\infty)$ .
- Sai lệch ở trạng thái xác lập

$$e(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t). \text{ Trong đó } e(t) = u(t) - y(t)$$

Chỉ tiêu chất lượng cuối cùng này dùng để đánh giá chất lượng của hệ thống ở trạng thái xác lập. Sai lệch  $e(\infty)$  càng bé thì chất lượng của hệ thống ở trạng thái xác lập càng tốt. Còn 4 chỉ tiêu đầu dùng để đánh giá chất lượng của hệ thống trong quá trình quá độ. Nếu  $T_{qd}$  càng bé,  $\sigma_{\max 1}$  càng nhỏ,  $D$  càng bé và  $N$  càng ít thì chất lượng của hệ thống trong quá trình quá độ càng tốt.

## 5.2. ĐÁNH GIÁ CHẤT LƯỢNG CỦA HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN Ở TRẠNG THÁI XÁC LẬP

Ta xét một hệ thống điều khiển có sơ đồ cấu trúc như hình 5.1a.

Để đánh giá chất lượng của hệ thống này ở trạng thái xác lập ta phải xác định sai lệch xác lập của nó:

$$e(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t)$$

Sai lệch  $e(t)$  được tạo ra hoặc do ảnh hưởng của nhiễu  $f$  hoặc do sự thay đổi của tác dụng đầu vào  $u(t)$  hoặc do cả 2 nguyên nhân này.

Trong tiết mục này ta chỉ hạn chế xét sai lệch  $e(t)$  do sự thay đổi của  $u(t)$  gây ra, còn ảnh hưởng của nhiễu  $f$  và cách khắc phục nó ta sẽ xét ở tiết mục sau.

Từ sơ đồ cấu trúc của hệ thống (hình 5.1a) ta có:

$$E(p) = U(p) - Y(p) = U(p) - E(p)W_h(p)$$

Từ đây ta rút ra:

$$E(p) = \frac{U(p)}{1 + W_h(p)}$$

Ta có thể viết  $W_h(p)$  dưới dạng:

$$W_h(p) = \frac{K}{p^r (a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + 1)}$$

Trong đó:  $r$  là số khâu tích phân nối tiếp trong hệ thống hở;

$K$  là hệ số khuếch đại;

$a_0, a_1, \dots, a_{n-1}$  là các hệ số không đổi nào đó.

Từ đây ta có:

$$K = \lim_{p \rightarrow 0} p^r W_h(p)$$

Theo tính chất giới hạn của toán tử Laplace ta có:

$$\begin{aligned} e(\infty) &= \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{p \rightarrow 0} pE(p) \\ &= \lim_{p \rightarrow 0} p \frac{U(p)}{1 + \frac{K}{p^r (a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + 1)}} \end{aligned}$$

Trong đó  $K = \lim_{p \rightarrow 0} p^r W_h(p)$ .

Sau đây ta sẽ xác định  $e(\infty)$  trong 3 trường hợp thường gặp:

\* Khi tác dụng đầu vào  $u(t) = A = \text{const}$ .

Trong trường hợp này  $U(p) = \frac{A}{p}$  và  $e(\infty)$  được kí hiệu là  $\varepsilon_0$ .

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } e(\infty) = \varepsilon_0 &= \lim_{p \rightarrow 0} \frac{p \frac{A}{p}}{1 + \frac{K}{p^r (a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + 1)}} \\ &= \lim_{p \rightarrow 0} \frac{A}{1 + \frac{K}{p^r (a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + 1)}} \end{aligned}$$

Trong đó  $K = \lim_{p \rightarrow 0} p^r W_h(p)$ .

Ta dễ dàng thấy rằng:

Khi  $r = 0$  thì  $e(\infty) = \varepsilon_0 = \frac{A}{1+K}$ ; còn khi  $r \geq 1$  thì  $e(\infty) = \varepsilon_0 = 0$ .

Như vậy khi  $u(t) = \text{const}$  thì sai lệch  $\varepsilon_0$  chỉ tồn tại khi hệ thống hở không chứa một khâu tích phân nào cả ( $r = 0$ ).

Nói cách khác để triệt tiêu  $\varepsilon_0$  hệ thống hở chỉ cần chứa một khâu tích phân.

\* Khi tác dụng đầu vào  $u(t) = at$  trong đó  $a = \text{const}$ .

Trong trường hợp này  $U(p) = \frac{a}{p^2}$  và  $e(\infty)$  được kí hiệu là  $\varepsilon_1$ .

Ta có:

$$e(\infty) = \varepsilon_1 = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{p \frac{a}{p^2}}{1 + \frac{K}{p^r (a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + 1)}}$$

$$= \lim_{p \rightarrow 0} \frac{a}{p + \frac{K}{p^{(r-1)} (a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + 1)}}$$

Trong đó  $K = \lim_{p \rightarrow 0} p^r W_h(p)$ .

Từ đây ta có:

- Khi  $r = 0$  thì  $\varepsilon_1 = \infty$ ;
- Khi  $r = 1$  thì  $\varepsilon_1 = \frac{a}{K}$ ;
- Còn khi  $r \geq 2$  thì  $\varepsilon_1 = 0$ .

Như vậy khi  $u(t) = at^2$ , để triệt tiêu sai lệch  $\varepsilon_1$  hệ thống hở phải chứa ít nhất là 2 khâu tích phân nối tiếp. Nếu hệ thống hở chỉ chứa một khâu tích phân thì hệ thống sẽ tồn tại một sai lệch  $\varepsilon_1$  hữu hạn, còn nếu hệ thống hở không chứa một khâu tích phân nào cả thì sai lệch  $\varepsilon_1$  là vô hạn.

\* Khi tác dụng đầu vào  $u(t) = \frac{1}{2} bt^2$ . Trong đó  $b = \text{const}$ .

Trong trường hợp này  $U(p) = \frac{b}{p^3}$  và  $e(\infty)$  được kí hiệu là  $\varepsilon_2$ .

Ta có:

$$e(\infty) = \varepsilon_2 = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{p \frac{b}{p^3}}{1 + \frac{K}{p^r (a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + 1)}}$$

$$= \lim_{p \rightarrow 0} \frac{b}{p^2 + \frac{K}{p^{(r-2)} (a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + 1)}}$$

Trong đó  $K = \lim_{p \rightarrow 0} p^r W_h(p)$ .

- Khi  $r = 0$  và  $r = 1$  thì  $e(\infty) = \varepsilon_2 = \infty$ ;
- Khi  $r = 2$  thì  $e(\infty) = \varepsilon_2 = \frac{b}{K}$ ;
- Khi  $r \geq 3$  thì  $e(\infty) = \varepsilon_2 = 0$ .

Như vậy khi  $u(t) = b \frac{t^2}{2}$ , để triệt tiêu sai lệch  $\varepsilon_2$  hệ thống hở phải chứa không ít hơn 3 khâu tích phân nối tiếp. Khi hệ thống hở chỉ chứa 2 khâu tích phân nối tiếp thì  $\varepsilon_2$  là hữu hạn, còn khi hệ thống hở chỉ chứa 1 khâu tích phân hoặc không chứa khâu tích phân nào thì  $\varepsilon_2$  là vô hạn.

**Ví dụ 5.1:** Một hệ thống điều khiển có sơ đồ cấu trúc như hình 5.1 và hàm truyền đạt của hệ hở  $W_h(p) = \frac{5p^2 + 20}{p(6p^2 + p + 1)}$

Xác định sai lệch xác lập của hệ thống này trong 3 trường hợp:  $u(t) = 5$ ;  $u(t) = 10t$  và  $u(t) = \frac{8}{2}t^2$

**Giải:** Trong cả 3 trường hợp ta có:

$K = \lim_{p \rightarrow 0} p^r W_h(p)$ . Trong đó  $r = 1$ , nên :

$$K = \lim_{p \rightarrow 0} \left( \frac{5p^2 + 20}{p(6p^2 + p + 1)} \right) = 20$$

- Khi  $u(t) = 5$

$$e(\infty) = \varepsilon_0 = 0$$

- Khi  $u(t) = 10t$

$$e(\infty) = \varepsilon_1 = \frac{a}{K} = \frac{10}{20} = 0,5$$

- Khi  $u(t) = \frac{8}{2}t^2$

$$e(\infty) = \varepsilon_2 = \infty$$

### 5.3. ĐÁNH GIÁ CHẤT LƯỢNG CỦA HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN TRONG QUÁ TRÌNH QUÁ ĐỘ

Biện pháp đánh giá chính xác nhất để đánh giá chất lượng của hệ thống trong quá trình quá độ là tính quá trình quá độ  $y(t)$  bằng cách giải phương trình vi phân của hệ thống dạng:

$$a_0 \frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_n y(t) = 0$$

Tuy nhiên việc giải phương trình vi phân này không phải luôn luôn thực hiện dễ dàng. Do đó người ta thường đánh giá gần đúng chất lượng của hệ thống trong quá trình quá độ bằng cách dùng các tiêu chuẩn chất lượng sau đây:

### 5.3.1. Tiêu chuẩn nghiệm

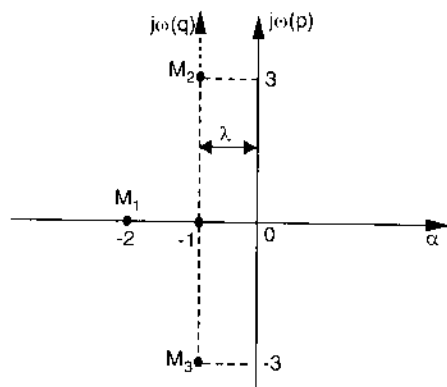
Ta xét một hệ thống có phương trình đặc tính:

$$a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n = 0$$

Phương trình này có thể có các nghiệm thực  $p_i = \alpha_i$  hoặc các đôi nghiệm phức liên hợp  $p_i = \alpha_i \pm j\omega_i$  hoặc có cả 2 loại nghiệm này.

Trên mặt phẳng phức tọa độ  $\alpha, j\omega$  (hình 5.2) mỗi nghiệm thực được biểu diễn bằng một điểm trên trục thực  $\alpha$ , còn mỗi đôi nghiệm phức liên hợp được biểu diễn bởi 2 điểm đối xứng qua trục thực  $\alpha$ . Ví dụ trên hình 5.2 điểm  $M_1$  biểu diễn nghiệm thực  $p_1 = -2$ ; còn điểm  $M_2, M_3$  biểu diễn đôi nghiệm phức liên hợp  $p_i = -1 \pm j3$ .

Từ chương trước chúng ta đã biết rằng nếu tất cả các nghiệm của phương trình đặc tính đều nằm ở phía trái trục ảo  $j\omega$  (nghiệm trái) thì hệ thống ổn định.



Hình 5.2

Ngoài ra ta cũng đã biết rằng mỗi nghiệm thực  $p_i = \alpha_i$  tương ứng với một thành phần quá độ  $y_i = A_i e^{\alpha_i t}$ ; còn mỗi đôi nghiệm phức  $p_i = \alpha_i \pm j\omega_i$  tương ứng với một thành phần quá độ  $y_i = C_i e^{\alpha_i t} \sin(\omega_i t + \varphi_i)$ . Trong đó  $A_i, C_i, \varphi_i$  là các hằng số tích phân,  $\alpha_i$  là phần thực của nghiệm.

Từ đây ta dễ dàng thấy rằng, nghiệm phân bố càng gần trục ảo  $j\omega$  thì  $\alpha_i$  càng ít âm và thành phần quá độ  $y_i(t)$  tắt càng chậm.

Bởi vì quá trình quá độ  $y(t)$  là sự kết hợp các thành phần quá độ  $y_i(t)$ . Do đó thời gian kết thúc quá trình quá độ  $y(t)$  sẽ được xác định theo thành phần  $y_i(t)$  tắt chậm nhất, nghĩa là theo thành phần  $y_i(t)$  tương ứng với nghiệm  $p_i$  gần trục ảo  $j\omega$  nhất.

Do đó căn cứ vào sự phân bố của nghiệm gần trục ảo nhất, ta có thể biết quá trình quá độ  $y(t)$  tắt nhanh hay chậm.

Ngoài ra sau một thời gian vận hành hệ thống điều khiển, các thông số của nó có thể thay đổi do vật liệu bị lão hóa hoặc do tác dụng của nhiệt, ẩm, ánh sáng và điện từ trường. Sự thay đổi của các thông số sẽ kéo theo sự thay đổi của các hệ số của phương trình đặc tính  $a_0, a_1, \dots, a_n$  và sự chuyển dịch vị trí của các nghiệm  $p_i$ .

Trong trường hợp đó nghiệm phân bố gần trục ảo  $j\omega$  nhất dễ dàng chuyển sang phía phải trục ảo và hệ thống mất ổn định.

Do đó đối với mỗi hệ thống điều khiển, người ta luôn đòi hỏi phải có một khoảng cách nào đó giữa trục ảo và nghiệm phân bố gần trục ảo nhất. Khoảng cách này càng lớn thì hệ thống càng khó mất ổn định. Do đó khoảng cách này được gọi là độ dự trữ ổn định và thường được kí hiệu là  $\lambda$ .

Như vậy căn cứ vào sự phân bố của nghiệm gần trục ảo  $j\omega$  nhất ta có thể biết hệ thống điều khiển có độ dự trữ ổn định  $\lambda$  lớn hay bé.

Khi đánh giá chất lượng của một hệ thống điều khiển người ta thường yêu cầu kiểm tra hệ thống đó có đảm bảo độ dự trữ ổn định  $\lambda$  nào đó hay không. Muốn vậy ta dùng một biến số mới  $q = p + \lambda$ , khi  $p = \alpha_i + j\omega$  thì  $q = (\alpha_i + \lambda) + j\omega$ .

Từ đây nếu ta kí hiệu trục ảo đối với nghiệm  $q$  là  $j\omega(q)$ , còn trục ảo đối với nghiệm  $p$  là  $j\omega(p)$  thì trục ảo  $j\omega(q)$  sẽ cách trục ảo  $j\omega(p)$  một đoạn  $\lambda$  về phía trái (hình 5.2).

Như ta đã biết, trục  $j\omega(p)$  là ranh giới ổn định của hệ thống đối với nghiệm  $p$ . Cũng như vậy trục ảo  $j\omega(q)$  là ranh giới ổn định của hệ thống đối với nghiệm  $q$ .

Ta dễ dàng thấy rằng nếu một hệ thống điều khiển ổn định đối với nghiệm  $q$  thì tất cả các nghiệm của phương trình đặc tính của nó sẽ nằm phía trái trục  $j\omega(q)$  cách xa trục  $j\omega(p)$  một đoạn  $\lambda$ . Điều đó có nghĩa là hệ thống này có độ dự trữ ổn định  $\lambda$  đối với nghiệm  $p$ .

Trên cơ sở đó, để kiểm tra một hệ thống điều khiển có đảm bảo độ dự trữ ổn định  $\lambda$  hay không, ta chỉ cần kiểm tra hệ thống này có đảm bảo ổn định đối với nghiệm  $q$  hay không.

Muốn vậy, ta chỉ cần thay  $p = q - \lambda$  trong phương trình đặc tính của hệ thống dạng:

$$a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n = 0$$

Ta nhận được phương trình đặc tính với biến số  $q$ :

$$a_0 (q - \lambda)^n + a_1 (q - \lambda)^{n-1} + \dots + a_n = 0$$

Phương trình này luôn luôn có thể đưa về dạng:

$$A_0 q^n + A_1 q^{n-1} + \dots + A_n = 0$$

Trong đó  $A_0, A_1, \dots, A_n$  là các hàm số của  $a_0, a_1, \dots, a_n$  và  $\lambda$ .

Khi biết các hệ số  $A_0, A_1, \dots, A_n$  của phương trình này, ta có thể dùng tiêu chuẩn Routh hoặc tiêu chuẩn Hurwitz để khẳng định hệ thống này có ổn định đối với nghiệm  $q$  hay không. Nếu hệ thống ổn định đối với nghiệm  $q$  thì nó đảm bảo độ dự trữ ổn định  $\lambda$ .

**Ví dụ 5.2:** Một hệ thống điều khiển có phương trình đặc tính.

$$p^3 + 8p^2 + 21p + 18 = 0$$

Yêu cầu kiểm tra hệ thống này có đảm bảo độ dự trữ ổn định  $\lambda = 1$  hay không.

**Giải:** Khi thay trong phương trình đặc tính của hệ thống  $p = q - \lambda = q - 1$ , ta có:

$$(q - 1)^3 + 8(q - 1)^2 + 21(q - 1) + 18 = 0$$

$$q^3 - 3q^2 + 3q - 1 + 8q^2 - 16q + 8 + 21q - 21 + 18 = 0$$

$$q^3 + 5q^2 + 8q + 4 = 0$$

Các hệ số của phương trình này đều dương và

$$a_1 a_2 - a_0 a_3 = 5 \times 8 - 1 \times 4 = 36 > 0.$$

Do đó theo tiêu chuẩn ổn định Hurwitz hệ thống này ổn định đối với nghiệm  $q$ .

Điều đó có nghĩa là hệ thống này đảm bảo độ dự trữ ổn định  $\lambda = 1$ .

Cũng căn cứ vào sự phân bố của các nghiệm của phương trình đặc tính của hệ thống, ta có thể biết độ dao động của quá trình quá độ khi  $u(t) = \delta(t)$  là:

$$D\% = \frac{y_{\max 2}}{y_{\max 1}} 100\%$$

Trong đó:  $y_{\max 1}$  là giá trị cực đại đầu tiên của quá trình quá độ  $y(t)$ ;

$y_{\max 2}$  là giá trị cực đại của  $y(t)$  sau  $y_{\max 1}$  một chu kỳ dao động.

Thực vậy, giả sử trong các nghiệm của phương trình đặc tính của hệ thống có chứa các đôi nghiệm phức liên hợp  $p_i = \alpha_i \pm j\omega_i$ . Mỗi đôi nghiệm phức như vậy sẽ tương ứng với một thành phần quá độ  $y_i(t) = C_i e^{\alpha_i t} \sin(\omega_i t + \varphi_i)$ . Trong đó  $C_i$  và  $\varphi_i$  là các hằng số tích phân (hình 5.3b). Nếu tại thời điểm  $t_m$  thành phần quá độ  $y_i(t) = y_{i\max 1}$  thì ta có  $y_{i\max 1} = C_i \cdot e^{\alpha_i t_m} (\omega_i t_m + \varphi_i)$ ; còn  $y_{i\max 2}$  sẽ đạt được sau  $y_{i\max 1}$  một chu kỳ  $T_i$ :

$$y_{i\max 2} = C_i \cdot e^{\alpha_i (t_m + T_i)} \sin(\omega_i t_m + 2\pi + \varphi_i)$$

Do đó độ dao động của thành phần quá độ  $y_i(t)$  sẽ là:

$$\begin{aligned} D_i \% &= \frac{y_{i\max 2}}{y_{i\max 1}} = \frac{C_i e^{\alpha_i (t_m + T_i)} \sin(\omega_i t_m + 2\pi + \varphi_i)}{C_i e^{\alpha_i t_m} \sin(\omega_i t_m + \varphi_i)} 100\% \\ &= e^{\alpha_i T_i} 100\% \end{aligned}$$

Khi thay  $T_i = \frac{2\pi}{\omega_i}$ , ta có:

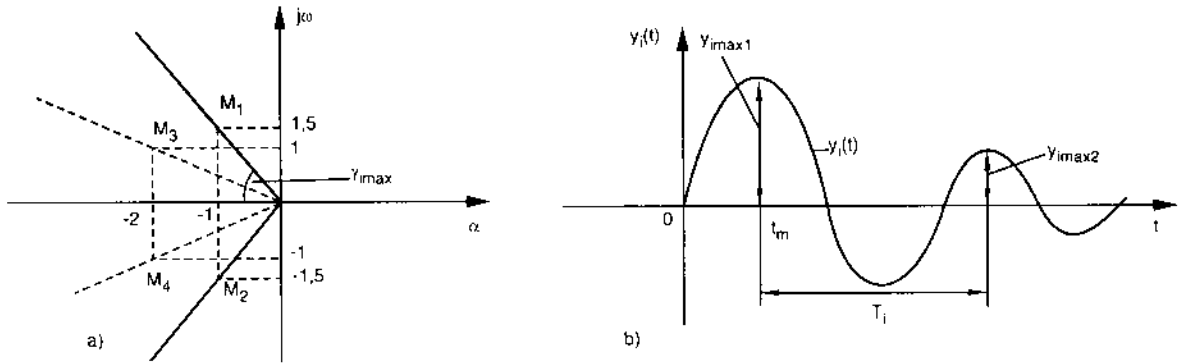
$$D_i \% = e^{\frac{2\pi \alpha_i}{\omega_i}} 100\%$$

Vì các hệ thống ổn định có  $\alpha_i < 0$  nên  $\alpha_i = -|\alpha_i|$

và 
$$D_i \% = e^{-2\pi \frac{|\alpha_i|}{\omega_i}} 100\%$$

Ta dễ dàng thấy rằng thành phần quá độ có độ dao động  $D_i\%$  lớn nhất sẽ tương ứng với nghiệm phức có  $\left| \frac{\alpha_i}{\omega_i} \right|$  bé nhất hoặc  $\left| \frac{\omega_i}{\alpha_i} \right|$  lớn nhất.

Trên mặt phẳng nghiệm (hình 5.3a), tỉ số  $\left| \frac{\omega_i}{\alpha_i} \right| = \operatorname{tg}\gamma_i$ . Trong đó  $\gamma_i$  là góc giữa nửa trục thực âm và đường nối điểm biểu diễn nghiệm phức  $p_i = \alpha_i + j\omega_i$  với điểm gốc O.



Hình 5.3

Do đó ta có thể nói rằng thành phần quá độ có độ dao động  $D_i\%$  lớn nhất sẽ tương ứng với nghiệm có góc  $\gamma_i$  lớn nhất. Khi kí hiệu góc này là  $\gamma_{imax}$  thì  $\operatorname{tg}\gamma_{imax}$  được gọi là mức dao động và kí hiệu là  $\mu$ .

Khi đánh giá chất lượng của quá trình quá độ, ta có thể xem độ dao động của nó:

$$D\% = D_i\%_{max} = e^{-2\pi \frac{1}{\mu}}$$

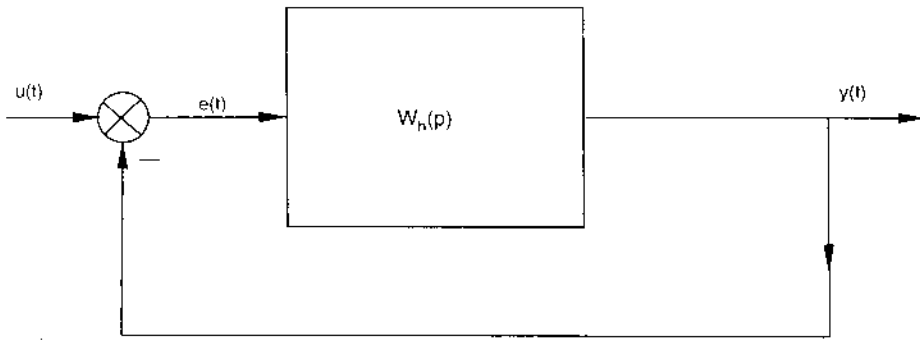
Điều đó có nghĩa là mức dao động  $\mu$  càng lớn thì độ dao động  $D\%$  của quá trình quá độ càng lớn. Do đó có thể đánh giá độ dao động của quá trình quá độ qua mức dao động  $\mu$  hoặc qua góc  $\gamma_{imax}$ . Hệ thống điều khiển có góc  $\gamma_{imax}$  càng bé hoặc  $\mu = \operatorname{tg}\gamma_{imax}$  càng bé thì độ dao động của quá trình quá độ của hệ thống đó càng bé và chất lượng của hệ thống đó càng tốt.

### 5.3.2. Tiêu chuẩn chất lượng tần số

Để đánh giá chất lượng của một hệ thống điều khiển, ta cần phải vẽ biểu đồ Nyquist hoặc biểu đồ Black của hệ thống đó.

Ta xét một hệ thống có sơ đồ cấu trúc như hình 5.4.





**Hình 5.4**

Trong đó  $W_h(p)$  là hàm truyền đạt của hệ thống hở. Khi thay  $p = j\omega$  trong  $W_h(p)$  ta nhận được hàm truyền đạt tần số của hệ thống hở  $W_h(j\omega)$ .

Hàm  $W_h(j\omega)$  luôn luôn có thể đưa về dạng:

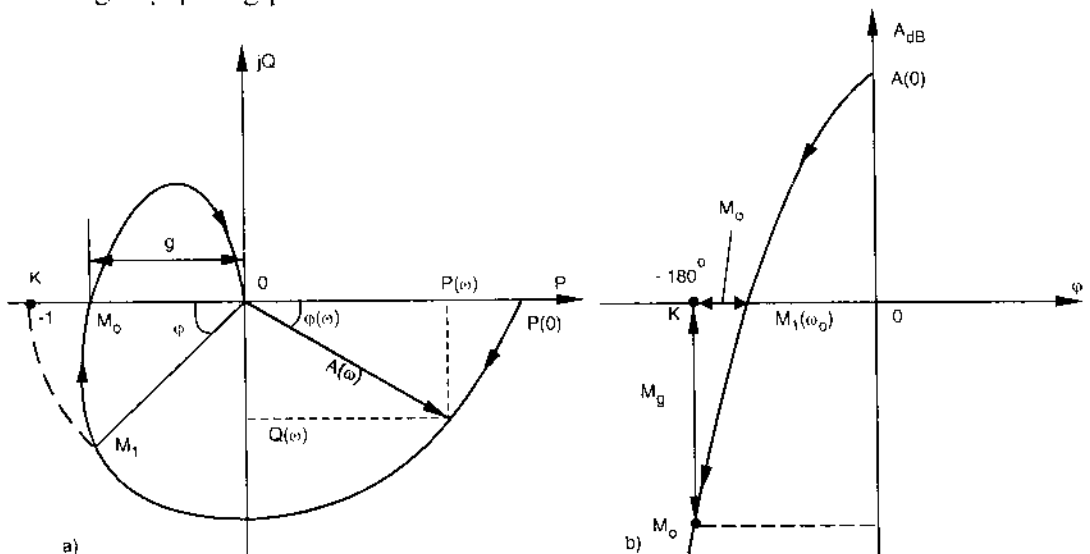
$$W_h(j\omega) = P(\omega) + jQ(\omega) = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)}$$

Trong đó:  $P(\omega)$ ,  $Q(\omega)$  là các đa thức của  $\omega$ ;

$$A(\omega) = \sqrt{P^2(\omega) + Q^2(\omega)} \text{ là biên độ của } W_h(j\omega);$$

$$\varphi(\omega) = \arctg \frac{Q(\omega)}{P(\omega)} \text{ là pha của } W_h(j\omega).$$

Trong mặt phẳng phức tọa độ  $P(\omega)$ ,  $jQ(\omega)$  (hình 5.5a), mỗi giá trị của  $\omega$  xác định một cặp giá trị  $P(\omega)$ ,  $jQ(\omega)$  hoặc  $A(\omega)$ ,  $\varphi(\omega)$ . Còn mỗi cặp giá trị này xác định một điểm  $M$  trong mặt phẳng phức.



**Hình 5.5**

Khi cho  $\omega$  biến thiên từ 0 đến  $\infty$ , điểm M sẽ vẽ một đường cong nào đó. Đường cong này được gọi là đặc tính biên độ pha hoặc đường cong Nyquist của hệ thống hở. Biểu đồ chứa đường cong này được gọi là biểu đồ Nyquist.

Nếu  $A(\omega)$  được tính theo đơn vị đêxiben (dB):

$$A_{dB} = 20\lg A(\omega)$$

còn  $\varphi(\omega)$  được tính theo độ thì đường biểu diễn quan hệ giữa  $A_{dB}$  và  $\varphi(\omega)$ , khi  $\omega$  biến thiên từ 0 đến  $\infty$  được gọi là đường cong Black. Biểu đồ chứa đường cong này được gọi là biểu đồ Black (hình 5.5b).

Theo tiêu chuẩn ổn định Nyquist, khi hệ thống hở ổn định hoặc ở giới hạn ổn định thì điều kiện cần và đủ để hệ thống kín ổn định là đường cong Nyquist của hệ thống hở không bao điểm  $K(-1, j0)$ . Điểm  $K(-1, j0)$  được gọi là điểm tới hạn. Trong biểu đồ Black điểm tới hạn K có tọa độ  $(-180^\circ, 0\text{dB})$ .

Khi so sánh biểu đồ Nyquist và biểu đồ Black của cùng một hệ thống người ta nhận thấy rằng khi hệ thống hở ổn định hoặc ở giới hạn ổn định thì hệ thống kín sẽ ổn định nếu theo chiều tăng của  $\omega$  điểm tới hạn K nằm ở phía trái đường cong Nyquist hoặc phía phải đường cong Black. Ngoài ra nếu các đường cong này càng cách xa điểm tới hạn K thì hệ thống kín có mức ổn định càng lớn.

Khi đánh giá chất lượng của một hệ thống điều khiển, người ta quan tâm đến 2 mặt của mức ổn định: mức ổn định theo biên độ và mức ổn định theo pha.

Trong biểu đồ Nyquist (hình 5.5a), mức ổn định theo biên độ được xác định bằng giá trị:

$$m_g = \frac{1}{g}$$

Trong đó  $g$  là khoảng cách giữa gốc tọa độ O và điểm cắt  $M_0$  của đường cong Nyquist với nửa âm của trục thực.

Còn mức ổn định theo pha được xác định bằng góc  $\varphi$  giữa các đoạn thẳng OK và  $OM_1$ , trong đó  $M_1$  là điểm cắt giữa vòng tròn tâm O bán kính OK và đường cong Nyquist. Rõ ràng nếu  $\varphi$  càng lớn,  $g$  càng nhỏ và  $m_g$  càng lớn thì đường cong Nyquist càng cách xa điểm tới hạn K và mức ổn định của hệ thống càng lớn.

Còn trong biểu đồ Black (hình 5.5b) mức ổn định theo biên độ  $M_g = |20\lg m_g|$  được xác định bằng đoạn  $KM_0$ , trong đó  $M_0$  là điểm có góc pha bằng  $-180^\circ$  trên đường cong Black. Còn mức ổn định theo pha  $M_\varphi$  bằng đoạn  $KM_1$ . Trong đó  $M_1$  là điểm cắt của đường cong Black với trục OK. Tần số  $\omega$  tương ứng với điểm  $M_1$  được gọi là tần số cắt và kí hiệu là  $\omega_c$ .

**Ví dụ 5.3:** Một hệ thống điều khiển có sơ đồ cấu trúc như hình 5.1a.

Biết 
$$W_h(p) = \frac{2}{(p+1)^2(p+2)}$$

Yêu cầu xác định các mức ổn định của hệ thống  $m_g$ ,  $\varphi$ ,  $M_g$ ,  $M_\varphi$ .

**Giải:** Ta có: 
$$W_h(j\omega) = \frac{2}{(j\omega+1)^2(j\omega+2)} = \frac{2}{(2-4\omega^2) + j\omega(3-\omega^2)}$$
  

$$= \frac{2}{C(\omega)e^{j\varphi'(\omega)}} = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)}$$

Trong đó: 
$$C(\omega) = \sqrt{(2-4\omega^2)^2 + \omega^2(3-\omega^2)^2};$$

$$\varphi'(\omega) = \text{arctg} \frac{\omega(3-\omega^2)}{2-4\omega^2};$$

$$A(\omega) = \frac{2}{C(\omega)} \text{ và } \varphi(\omega) = -\varphi'(\omega)$$

- Khi  $\omega = 0$ , ta có  $C(\omega) = 2$ ;  $A(\omega) = 1$ ;  $A_{dB} = 20\lg 1 = 0$ ;  $\varphi(\omega) = 0$

- Khi  $\omega = 1$ , ta có  $C(\omega) = \sqrt{8} = 2,83$ ;  $A(\omega) = \frac{2}{2,83} = 0,7$ ;  $A_{dB} = 20\lg 0,7 = -3,1$ ;  $\varphi(\omega) = -135^\circ$

$A(\omega)$  bằng 1 khi  $C(\omega) = \sqrt{(2-4\omega^2)^2 + \omega^2(3-\omega^2)^2} = 2$

hoặc 
$$(2-4\omega^2)^2 + \omega^2(3-\omega^2)^2 = 4$$

Đặt  $x = \omega^2$ . Ta nhận được phương trình:

$$(2-4x)^2 + x(3-x)^2 = 4$$

hoặc 
$$4 - 16x + 16x^2 + 9x - 6x^2 + x^3 = 4$$

hay 
$$x^3 + 10x^2 - 7x = 0$$

hay 
$$x(x^2 + 10x - 7) = 0$$

Phương trình này có 3 nghiệm:  $x = 0$ ;  $x = 0,65$  và  $x = -10,65$ . Với điều kiện  $x = \omega^2 > 0$ , ta chọn  $x = 0,65$ .

Từ đây ta có  $A(\omega)$  bằng 1 khi  $\omega = \sqrt{0,65} = 0,8$ . Như vậy khi  $\omega = \omega_0 = 0,8$ , ta có  $A(\omega_0) = 1$ ;  $A_{dB} = 0$  và  $\varphi(\omega_0) = -\text{arctg} \frac{0,8(3-0,8^2)}{2-4(0,8)^2} = -107^\circ,7$

Khi  $\omega = \sqrt{3}$  ta có  $\varphi(\omega) = -180^\circ$ ;  $A(\omega) = 0,2$  và  $A_{dB} = 20\lg 0,2 = -13,9$ .

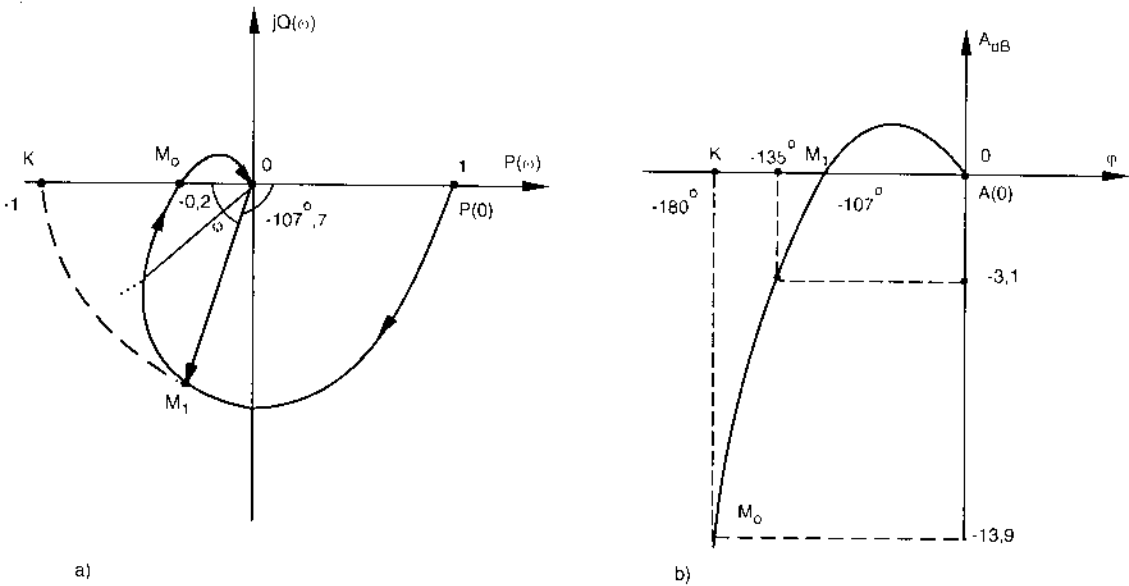
Khi  $\omega \rightarrow \infty$  thì  $A(\omega) \rightarrow 0$ ;  $A_{dB} \rightarrow -\infty$  và  $\varphi(\omega) \rightarrow -270^\circ$ . Như vậy ta có biểu đồ Nyquist như hình 5.6a và biểu đồ Black như hình 5.6b.

Từ các biểu đồ này ta rút ra:

$$g = 0,2; m_z = \frac{1}{g} = \frac{1}{0,2} = 5; M_p = 13,9\text{dB}$$

và mức ổn định theo pha  $M_\varphi = \varphi = 180^\circ - 107^\circ,7 = 72^\circ,3$

Ta cần chú ý rằng trong một số trường hợp để tìm mức ổn định theo pha  $M_\varphi$  của hệ thống điều khiển một cách dễ dàng hơn, ta có thể vẽ gần đúng đặc tính biên độ tần số  $A(\omega)$  của hệ thống hở. Trong đó  $A$  được tính theo decibel (dB) còn trục  $\omega$  được chia độ theo lôgarit cơ số 10 của  $\omega$  ( $\lg \omega$ ). Để minh họa điều này ta lấy một ví dụ sau đây:



Hình 5.6

Một hệ thống điều khiển cũng có sơ đồ cấu trúc như hình 5.1a. Biết

$$W_h(p) = \frac{600.000(p+10)}{p(p+1)(p+100)(p+200)}$$

Yêu cầu tìm mức ổn định theo pha  $M_\varphi$  của hệ thống kín.

Ta có hàm truyền đạt tần số của hệ thống hở này:

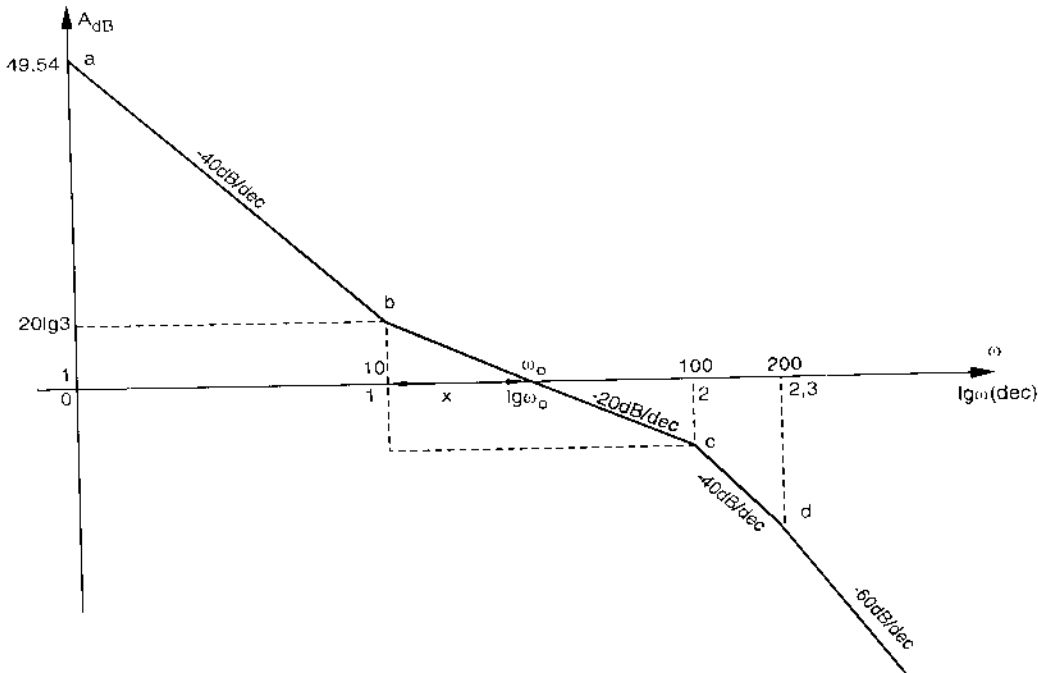
$$\begin{aligned} W_h(j\omega) &= \frac{600.000(j\omega+10)}{j\omega(j\omega+1)(j\omega+100)(j\omega+200)} \\ &= A(\omega)e^{j\varphi(\omega)} \end{aligned}$$

Trong đó:  $A(\omega) = \frac{600.000 \sqrt{10^2 + \omega^2}}{\omega \sqrt{1 + \omega^2} \cdot \sqrt{100^2 + \omega^2} \cdot \sqrt{200^2 + \omega^2}} ;$

$$A_{dB}(\omega) = 20\lg 600.000 + 20\lg \sqrt{10^2 + \omega^2} - 20\lg \omega - 20\lg \sqrt{1 + \omega^2} - 20\lg \sqrt{100^2 + \omega^2} - 20\lg \sqrt{200^2 + \omega^2} ;$$

$$\varphi(\omega) = \arctg \frac{\omega}{10} - \frac{\pi}{2} - \arctg \omega - \arctg \frac{\omega}{100} - \arctg \frac{\omega}{200}$$

Bây giờ ta vẽ gần đúng đặc tính  $A_{dB}(\omega)$ , trong đó A tính theo dB còn trục  $\omega$  được chia theo  $\lg \omega$  (đơn vị của  $\lg \omega$  được gọi là decadơ và ký hiệu là dec, 1dec =  $\lg 10$ )



Hình 5.7

Nội dung tính gần đúng là xem gần đúng:

$$\sqrt{a^2 + \omega^2} = \begin{cases} a & \text{khi } \omega < a \\ \omega & \text{khi } \omega > a \end{cases}$$

Trong đó a là một số nào đó.

Như vậy khi  $1 \leq \omega \leq 10$  hoặc  $0 \leq \lg \omega \leq 1$ , ta có:

$$\begin{aligned} A_{dB} &= 20\lg 600.000 + 20\lg 10 - 20\lg \omega - 20\lg \omega - 20\lg 100 - 20\lg 200 \\ &= 20\lg 300 - 40\lg \omega = 49,54 - 40\lg \omega \end{aligned}$$

Trong khoảng này, đường biểu diễn  $A_{dB}(\omega)$  là đoạn thẳng xuất phát từ điểm a có  $A_{dB} = 49,54$  và có độ dốc:

$$\frac{dA}{d \lg \omega} = -40 \text{dB/dec} \quad (\text{đoạn ab hình 5.7})$$

Trong khoảng  $10 \leq \omega \leq 100$  hoặc  $1 \leq \lg \omega \leq 2$ . Ta có:

$$\begin{aligned} A_{dB} &= 20 \lg 600.000 + 20 \lg \omega - 40 \lg \omega - 20 \lg 100 - 20 \lg 200 \\ &= 20 \lg 30 - 20 \lg \omega = 29,54 - 20 \lg \omega \end{aligned}$$

Đường biểu diễn  $A_{dB}(\omega)$  lúc đó sẽ là đoạn thẳng xuất phát từ điểm b và có độ dốc:

$$\frac{dA}{d \lg \omega} = -20 \text{dB/dec} \quad (\text{đoạn bc trên hình 5.7})$$

Trong khoảng  $100 \leq \omega \leq 200$  hoặc  $2 \leq \lg \omega \leq 2,3$ .

Ta có: 
$$\begin{aligned} A_{dB} &= 20 \lg 600.000 + 20 \lg \omega - 60 \lg \omega - 20 \lg 200 \\ &= 20 \lg 3000 - 40 \lg \omega = 69,54 - 40 \lg \omega \end{aligned}$$

Đường biểu diễn  $A_{dB}(\omega)$  lúc đó sẽ là đoạn thẳng xuất phát từ điểm C và có độ dốc:

$$\frac{dA}{d \lg \omega} = -40 \text{dB/dec} \quad (\text{đoạn cd trên hình 5.7})$$

Trong khoảng  $\omega > 200$  hoặc  $\lg \omega > 2,3$ :

Ta có: 
$$\begin{aligned} A_{dB} &= 20 \lg 600.000 + 20 \lg \omega - 80 \lg \omega \\ &= 20 \lg 600.000 - 60 \lg \omega = 115,56 - 60 \lg \omega \end{aligned}$$

Đường biểu diễn  $A_{dB}(\omega)$  lúc đó sẽ là đoạn thẳng xuất phát từ điểm d và có độ dốc:

$$\frac{dA}{d \lg \omega} = -60 \text{dB/dec}$$

Từ đồ thị hình 5.7, ta dễ dàng xác định được tần số góc cắt  $\omega_0$  của hệ thống (tần số góc  $\omega$  tương ứng với  $A = 1$  hoặc  $A_{dB} = 0$ ). Thực vậy từ đồ thị hình 5.7 ta có:

$$\frac{x}{20 \lg 3} = \frac{1}{20} \quad \text{hay} \quad x = \frac{20 \lg 3}{20} = \lg 3 \quad \text{và}$$

$$\lg \omega_0 = 1 + x = 1 + \lg 3 = \lg 30$$

Từ đây ta rút ra  $\omega_0 = 30 \text{rad/s}$ .

Khi thay  $\omega_0 = 30$  trong biểu thức của  $\varphi(\omega)$  ta có:

$$\begin{aligned}\varphi(\omega_0) &= \arctg 3 - \frac{\pi}{2} - \arctg 30 - \arctg 0,3 - \arctg 0,15 \\ &= 71^{\circ},56 - 90^{\circ} - 88^{\circ},09 - 16^{\circ},69 - 8^{\circ},53 = 131^{\circ},75\end{aligned}$$

Từ đây ta nhận được mức ổn định theo pha của hệ thống là:

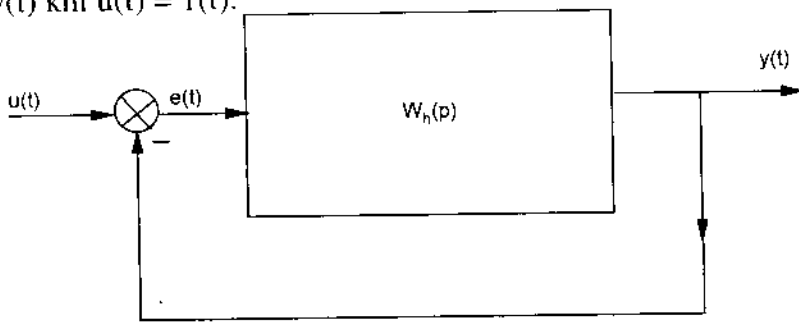
$$M_{\varphi} = |-180^{\circ} - \varphi(\omega_0)| = |-180^{\circ} - (-131^{\circ},75)| = 48^{\circ},25$$

Trong thực tế người ta thường yêu cầu hệ thống điều khiển tự động có mức ổn định theo biên độ  $M_p$  trong khoảng từ 10 đến 15dB và mức ổn định theo pha  $M_{\varphi}$  trong khoảng từ  $45^{\circ}$  đến  $75^{\circ}$ .

### 3. Tiêu chuẩn chất lượng tích phân

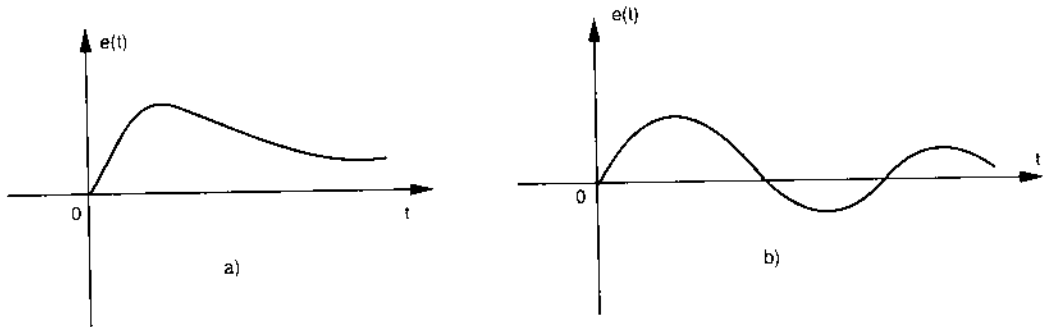
Ta xét một hệ thống điều khiển có sơ đồ cấu trúc như hình 5.8.

Để đánh giá chất lượng của hệ thống này, người ta xem xét dạng của đường cong  $e(t) = u(t) - y(t)$  khi  $u(t) = 1(t)$ .



Hình 5.8

Khi hệ thống điều khiển ổn định, đường cong  $e(t)$  có thể có một trong hai dạng:  $e(t)$  không đổi dấu (hình 5.9a) và  $e(t)$  dao động (hình 5.9b). Ta dễ dàng thấy rằng trong cả 2 dạng, nếu diện tích  $S$  giới hạn bởi đường cong  $e(t)$  và trục  $t$  càng bé thì quá trình quá độ  $e(t)$  tắt càng nhanh và chất lượng của hệ thống điều khiển càng tốt. Khi  $e(t)$  không đổi dấu như hình 5.9a thì diện tích  $S$  này được xác định bằng tích phân:



Hình 5.9

$$I_1 = \int_0^{\infty} e(t) dt$$

Còn khi  $e(t)$  có dạng dao động như hình 5.9b thì diện tích  $S$  này được xác định bằng tích phân:

$$I_1 = \int_0^{\infty} |e(t)| dt$$

Song tích phân này thường khó xác định, nên để đánh giá chất lượng của hệ thống có  $e(t)$  dao động, người ta dùng tích phân:

$$I_2 = \int_0^{\infty} e^2(t) dt$$

Ngoài ra nếu đạo hàm  $\frac{de(t)}{dt}$  càng bé thì  $e(t)$  có độ dao động càng bé. Do đó để đánh giá chất lượng của hệ thống, người ta còn dùng tích phân:

$$I_3 = \int_0^{\infty} \left[ e^2(t) + \tau^2 \left( \frac{de}{dt} \right)^2 \right] dt$$

Trong đó  $\tau$  là hệ số tỉ lệ có giá trị phụ thuộc vào mức quan tâm đến độ dao động.

Như vậy khi  $e(t)$  có dấu không đổi thì chất lượng của hệ thống được đánh giá theo  $I_1$ .

Tích phân  $I_1$  càng bé thì chất lượng của hệ thống càng tốt. Còn khi  $e(t)$  dao động thì chất lượng của hệ thống được đánh giá theo  $I_2$  hoặc  $I_3$ . Nếu tích phân  $I_2$  hoặc  $I_3$  càng nhỏ thì chất lượng của hệ thống càng tốt.

Để xác định các tích phân  $I_1, I_2, I_3$  người ta thường dựa vào ảnh Laplace  $E(p) = L\{e(t)\}$ .

Từ sơ đồ cấu trúc của hệ thống (hình 5.8) ta có:

$$E(p) = U(p) - Y(p) = U(p) - E(p)W_h(p)$$

Từ đó ta có:

$$E(p) = \frac{U(p)}{1 + W_h(p)}$$

Khi  $u(t) = 1(t)$  ta có  $U(p) = \frac{1}{p}$  và do đó:

$$E(p) = \frac{1}{p[1 + W_h(p)]}$$



Đối với một hệ thống tuyến tính  $E(p)$  luôn luôn có thể biểu diễn dưới dạng:

$$E(p) = \frac{b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \dots + b_m}{a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n}$$

Trong đó  $b_0, b_1, \dots, b_m$  và  $a_0, a_1, \dots, a_n$  là các hệ số không đổi và được gọi là các hệ số của  $E(p)$ .

Theo định nghĩa của ảnh Laplace, ta có:

$$E(p) = \int_0^{\infty} e(t) e^{-pt} dt$$

Do đó:

$$\lim_{p \rightarrow 0} E(p) = \lim_{p \rightarrow 0} \int_0^{\infty} e(t) e^{-pt} dt = \int_0^{\infty} e(t) dt = I_1$$

Từ đây ta có tích phân:

$$I_1 = \lim_{p \rightarrow 0} E(p) = \frac{b_m}{a_n}$$

Như vậy tích phân  $I_1$  có thể xác định dễ dàng từ các hệ số  $b_m$  và  $a_n$  của  $E(p)$ .

Tương tự tích phân  $I_2$  cũng là một hàm số của các hệ số của  $E(p)$ .

Để có thể dễ dàng tính toán tích phân  $I_2$ , người ta thường cho sẵn (không chứng minh) các biểu thức của  $I_2$  theo các hệ số của  $E(p)$  đối với các hệ thống điều khiển có  $m \leq (n-1)$ . Trong đó  $m$  và  $n$  là bậc của đa thức tử số và đa thức mẫu số của  $E(p)$ . Cụ thể

đối với hệ thống điều khiển bậc 1, nếu  $E(p) = \frac{b_0}{a_0 p + a_1}$  thì  $I_2 = \frac{b_0^2}{2a_0 a_1}$

Còn đối với hệ thống điều khiển bậc 2, nếu

$$E(p) = \frac{b_0 p + b_1}{a_0 p^2 + a_1 p + a_2} \text{ thì } I_2 = \frac{b_1^2 a_0 + b_0^2 a_2}{2a_0 a_1 a_2}$$

Đối với hệ thống điều khiển bậc 3, nếu  $E(p) = \frac{b_0 p^2 + b_1 p + b_2}{a_0 p^3 + a_1 p^2 + a_2 p + a_3}$  thì

$$I_2 = \frac{b_1^2 a_0 a_1 + (b_1^2 - 2b_0 b_1) a_0 a_3 + b_0^2 a_2 a_3}{2a_0 a_3 (a_1 a_2 - a_0 a_3)}$$

Còn đối với hệ thống điều khiển bậc 4, nếu  $E(p) = \frac{b_0 p^3 + b_1 p^2 + b_2 p + b_3}{a_0 p^4 + a_1 p^3 + a_2 p^2 + a_3 p + a_4}$  thì

$$I_2 = \frac{b_0^2 (a_2 a_3 a_4 - a_1 a_4^2) + (b_1^2 - 2b_1 b_2) a_0 a_3 a_4 + (b_2^2 - 2b_1 b_3) a_0 a_1 a_4}{2a_0 a_4 (a_1 a_2 a_3 - a_1^2 a_4 - a_0 a_3^2)}$$

Tương tự, tích phân  $I_3$  cũng được xác định theo các hệ số của  $E(p)$  và ảnh Laplace  $X(p) = L\left\{\frac{de}{dt}\right\}$ .

Ta có:

$$I_3 = \int_0^{\infty} \left( c^2(t) + \tau^2 \left( \frac{de}{dt} \right)^2 \right) dt = \int_0^{\infty} e^2(t) dt + \tau^2 \int_0^{\infty} \left( \frac{de}{dt} \right)^2 dt$$

Trong đó  $\int_0^{\infty} e^2(t) dt = I_2$  được xác định theo các hệ số của  $E(p)$  như trên; còn thành phần  $\int_0^{\infty} \left( \frac{de}{dt} \right)^2 dt$  chính là tích phân  $I_2$  đối với biến số  $x = \frac{de}{dt}$ . Do đó thành phần này có thể tính giống như đã tính đối với  $I_2$  trước đây, nhưng không phải theo các hệ số của  $E_2(p)$  mà theo các hệ số của  $X(p) = L\left\{\frac{de}{dt}\right\}$ .

Theo tính chất của toán tử Laplace ta có:

$$X(p) = L\left\{\frac{de}{dt}\right\} = pE(p) - e(0)$$

Trong đó  $e(0) = \lim_{t \rightarrow 0} e(t) = \lim_{p \rightarrow \infty} pE(p)$ . Do đó:

$$X(p) = pE(p) - \lim_{p \rightarrow \infty} pE(p)$$

Ảnh Laplace  $X(p)$  trên đây luôn luôn có thể đưa về dạng:

$$X(p) = \frac{b'_0 p^m + b'_1 p^{m-1} \dots + b'_m}{a'_0 p^n + a'_1 p^{n-1} + \dots + a'_n}$$

Trong đó  $b'_0, b'_1, \dots, b'_m$  và  $a'_0, a'_1, \dots, a'_n$  là các hệ số không đổi và được gọi là các hệ số của  $X(p)$ .

Nói cách khác nếu ta ký hiệu  $I_{2(e)} = \int_0^{\infty} e^2(t) dt$ , còn  $I_{2(x)} = \int_0^{\infty} \left( \frac{de}{dt} \right)^2 dt$  thì ta có:

$$I_3 = I_{2(e)} + \tau^2 I_{2(x)}$$

Trong đó  $I_{2(e)}$  và  $I_{2(x)}$  đều được tính theo cùng một công thức như đã tính  $I_2$  trước đây, chỉ có khác là  $I_{2(e)}$  được tính theo các hệ số của  $E(p)$  còn  $I_{2(x)}$  được tính theo các hệ số của  $X(p)$ .

**Ví dụ 5.4:** Một hệ thống điều khiển có sơ đồ cấu trúc như hình 5.8.

Biết  $W_n(p) = \frac{K}{p(T_1 p + 1)}$

Trong đó  $K, T_1$  là các hệ số dương không đổi.

Yêu cầu xác định các tích phân  $I_1, I_2$  và  $I_3$  (với  $\tau = 0,5$ ) của hệ thống này.

**Giải:** Ta có

$$E(p) = \frac{1}{p(1+W_n(p))} = \frac{1}{p\left(1+\frac{K}{p(T_1 p+1)}\right)}$$

$$= \frac{T_1 p + 1}{T_1 p^2 + p + K} = \frac{b_0 p + b_1}{a_0 p^2 + a_1 p + a_2}$$

Trong đó  $b_0 = T_1; b_1 = 1; a_0 = T_1; a_1 = 1; a_2 = K$ . Từ đây ta có:

$$I_1 = \frac{b_1}{a_2} = \frac{1}{K}$$

$$I_2 = \frac{b_1^2 a_0 + b_0^2 a_2}{2a_0 a_1 a_2} = \frac{T_1 + T_1^2 K}{2T_1 K} = \frac{1 + KT_1}{2K}$$

$$I_3 = I_{2(e)} + \tau^2 I_{2(x)}$$

Trong đó  $I_{2(e)} = I_2 = \frac{1 + KT_1}{2K}$ ; còn  $I_{2(x)}$  được xác định theo các hệ số của  $X(p)$ .

Ta có

$$X(p) = pE(p) - \lim_{p \rightarrow \infty} pE(p)$$

$$= \frac{p(T_1 p + 1)}{T_1 p^2 + p + K} - \lim_{p \rightarrow \infty} \frac{p(T_1 p + 1)}{T_1 p^2 + p + K}$$

$$= \frac{T_1 p^2 + p}{T_1 p^2 + p + K} - 1 = \frac{-K}{T_1 p^2 + p + K}$$

$$= \frac{b'_0 p + b'_1}{a'_0 p^2 + a'_1 p + a'_2}$$

Trong đó  $b'_0 = 0; b'_1 = -K; a'_0 = T_1; a'_1 = 1; a'_2 = K$

$$I_{2(x)} = \frac{b_1'^2 a'_0 + b_0'^2 a'_2}{2a'_0 a'_1 a'_2} = \frac{K^2 T_1}{2T_1 K} = \frac{K}{2}$$

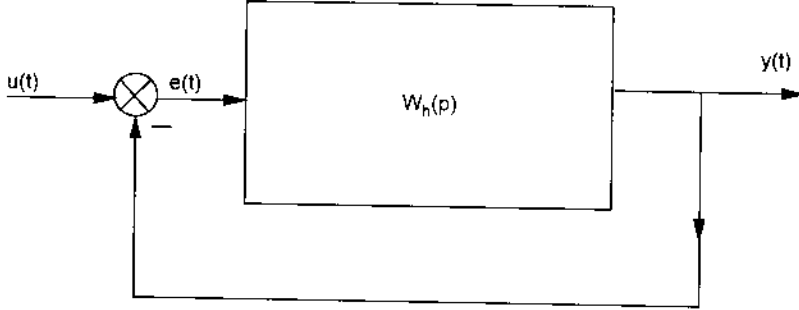
Như vậy

$$I_3 = \frac{1 + KT_1}{2K} + 0,5 \frac{K}{2} = \frac{1}{2} \left( T_1 + \frac{1}{K} + 0,5K \right)$$

5.4. CÁC BÀI TOÁN TỔNG HỢP HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN THEO CÁC TIÊU CHUẨN CHẤT LƯỢNG

5.4.1. Chọn thông số hiệu chỉnh của hệ thống theo tiêu chuẩn tích phân

Ta xét một hệ thống điều khiển có sơ đồ cấu trúc như hình 5.10.



Hình 5.10

Hệ thống này chứa một thông số hiệu chỉnh cần chọn  $\alpha$  nào đó. Hãy xác định  $\alpha$  để hệ thống có chất lượng tốt nhất theo tiêu chuẩn tích phân.

Như ta đã biết trước đây, đối với hệ thống hình 5.10 ta có:

$$E(p) = \frac{1}{p[1 + W_n(p)]} = \frac{b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \dots + b_m}{a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n}$$

Nếu trong hệ thống chứa thông số hiệu chỉnh cần chọn  $\alpha$  thì các hệ số của  $E(p)$  sẽ là một hàm số của  $\alpha$  hoặc không đổi. Do đó trong trường hợp này ta có thể viết:

$$E(p) = \frac{b_0(\alpha)p^m + b_1(\alpha)p^{m-1} + \dots + b_m(\alpha)}{a_0(\alpha)p^n + a_1(\alpha)p^{n-1} + \dots + a_n(\alpha)}$$

Từ đây ta dễ dàng thấy rằng vì các tích phân  $I_1, I_2, I_3$  phụ thuộc vào các hệ số của  $E(p)$  nên  $I_1, I_2, I_3$  sẽ là các hàm số của thông số phải chọn  $\alpha$  và ta có thể viết  $I_1 = I_1(\alpha); I_2 = I_2(\alpha); I_3 = I_3(\alpha)$ .

Như ta đã biết trước đây, nếu  $e(t)$  không đổi dấu thì chất lượng của hệ thống tốt nhất khi tích phân  $I_1$  bé nhất; còn nếu  $e(t)$  dao động thì chất lượng của hệ thống tốt nhất khi tích phân  $I_2$  hoặc  $I_3$  bé nhất.

Do đó nếu ta biết chắc là  $e(t)$  không đổi dấu thì thông số  $\alpha$  được chọn theo điều kiện  $I_1(\alpha)$  cực tiểu. Nói cách khác trong trường hợp này thông số  $\alpha$  được chọn theo điều kiện đạo hàm riêng:

$$\frac{\partial I_1(\alpha)}{\partial \alpha} = 0$$

còn trong trường hợp ta chưa biết dạng của  $e(t)$  thì thông số  $\alpha$  được chọn theo điều kiện  $I_2(\alpha)$  hoặc  $I_3(\alpha)$  cực tiểu. Điều đó có nghĩa là theo điều kiện đạo hàm riêng:

$$\frac{\partial I_2(\alpha)}{\partial \alpha} = 0 \text{ hoặc } \frac{\partial I_3(\alpha)}{\partial \alpha} = 0$$

**Ví dụ 5.5:** Một hệ thống có sơ đồ cấu trúc như hình 5.10.

Biết 
$$W_h(p) = \frac{K}{p(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)}$$

Trong đó  $T_1 = 0,01s$ ;  $T_2 = 0,03s$  và  $K > 0$ . Yêu cầu chọn  $K$  theo điều kiện  $I_2$  cực tiểu.

**Giải:** Ta có:

$$\begin{aligned} E(p) &= \frac{1}{p[1 + W_h(p)]} = \frac{1}{p \left( 1 + \frac{K}{p(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)} \right)} \\ &= \frac{T_1 T_2 p^2 + (T_1 + T_2)p + 1}{T_1 T_2 p^3 + (T_1 + T_2)p^2 + p + K} = \frac{b_0 p^2 + b_1 p + b_2}{a_0 p^3 + a_1 p^2 + a_2 p + a_3} \end{aligned}$$

Trong đó:  $a_0 = b_0 = T_1 T_2 = 0,01 \times 0,03 = 0,0003$ ;

$$a_1 = b_1 = T_1 + T_2 = 0,01 + 0,03 = 0,04; \quad a_2 = b_2 = 1 \text{ và } a_3 = K.$$

Từ đây ta có tích phân:

$$I_2 = \frac{b_2^2 a_0 a_1 + (b_1^2 - 2b_0 b_1) a_0 a_3 + b_0^2 a_2 a_3}{2a_0 a_3 (a_1 a_2 - a_0 a_3)}$$

Sau khi thay các hệ số trong biểu thức này bằng giá trị số của nó, ta nhận được:

$$I_2 = \frac{4 + 0,19K}{K(8 - 0,06K)} \quad \text{và} \quad \frac{\partial I_2}{\partial K} = \frac{0,01K^2 + 0,48K - 32}{K^2(8 - 0,06K)^2}$$

Giá trị  $K$  được chọn theo điều kiện đạo hàm riêng:

$$\frac{\partial I_2}{\partial K} = \frac{0,01K^2 + 0,48K - 32}{K^2(8 - 0,06K)^2} = 0$$

Từ đó ta rút ra:

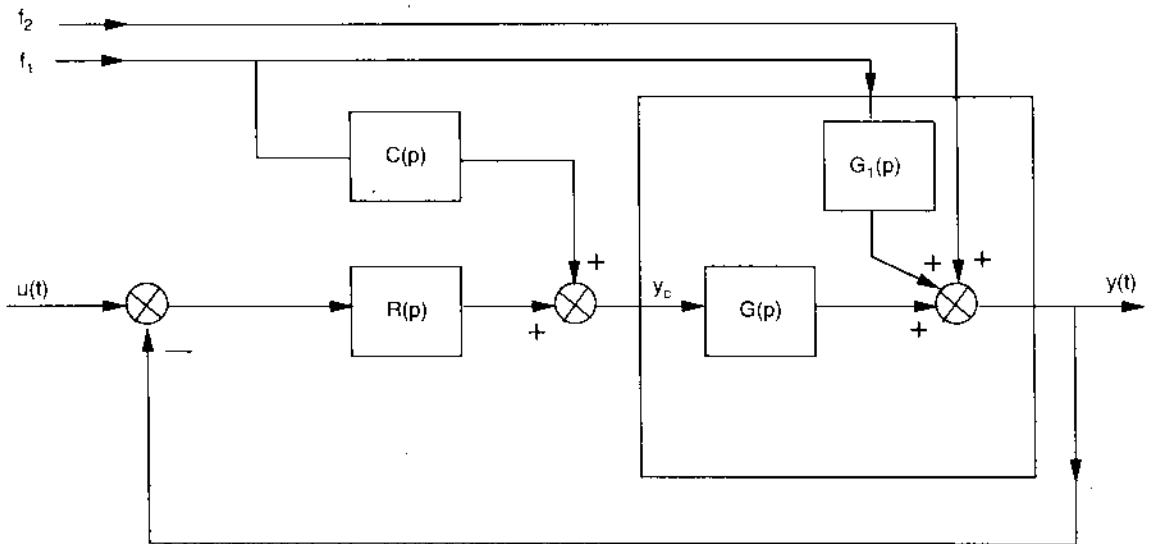
$$0,01K^2 + 0,48K - 32 = 0$$

Phương trình này có 2 nghiệm:  $K = 37$  và  $K = -85$

Theo điều kiện  $K > 0$ , ta chọn  $K = 37$

### 5.4.2. Chọn thiết bị điều khiển và khâu bù nhiễu theo tiêu chuẩn chất lượng khi biết hàm truyền đạt của đối tượng điều khiển

Các hệ thống điều khiển tự động thường có sơ đồ cấu trúc như hình 5.11.



Hình 5.11

Trong đó:  $f_1$  là nhiễu đo được và ảnh hưởng của nó đến đại lượng đầu ra  $y$  của hệ thống được biểu diễn bằng hàm truyền đạt  $G_1(p)$ ;

$f_2$  là nhiễu không đo được và tác dụng trực tiếp vào đầu ra của hệ thống;

$y_c$  là tác dụng điều khiển và ảnh hưởng của nó đến đại lượng đầu ra  $y$  được biểu diễn bằng hàm truyền đạt  $G(p)$ ;

$u$  là tín hiệu chỉ huy.

Phần có hàm truyền đạt  $R(p)$  là thiết bị điều khiển; còn phần có hàm truyền đạt  $C(p)$  là khâu bù nhiễu. Vấn đề đặt ra là chọn  $R(p)$ ,  $C(p)$  thế nào để hệ thống có chất lượng tốt khi biết  $G(p)$  và  $G_1(p)$ .

Nếu kí hiệu  $Y$ ,  $F_1$ ,  $F_2$ ,  $U$ ,  $Y_c$  là ảnh Laplace của  $y$ ,  $f_1$ ,  $f_2$ ,  $u$ ,  $y_c$  thì từ sơ đồ cấu trúc của hệ thống (hình 5.11) ta có:

$$Y = F_2 + F_1 G_1(p) + Y_c G(p)$$

Khi thay trong phương trình này  $Y_c = (U - Y)R(p) + F_1 C(p)$  ta có:

$$Y = F_2 + F_1 G_1(p) + (U - Y)R(p)G(p) + F_1 C(p)G(p)$$

$$Y = \frac{F_2}{1 + R(p)G(p)} + \frac{G_1(p) + C(p)G(p)}{1 + R(p)G(p)} F_1 + \frac{R(p)G(p)}{1 + R(p)G(p)} U$$

Phương trình theo ảnh Laplace trên đây tương ứng với phương trình theo gốc:

$$y(t) = e_2(t) + e_1(t) + y_u(t)$$

Trong đó  $e_2(t) = L^{-1} \left\{ \frac{F_2}{1 + R(p)G(p)} \right\}$  chính là sai lệch điều khiển do nhiễu  $f_2$  gây ra;

$e_1(t) = L^{-1} \left\{ \frac{G_1(p) + C(p)G(p)}{1 + R(p)G(p)} F_1 \right\}$  chính là sai lệch điều khiển do nhiễu  $f_1$  gây ra;

Còn  $y_u(t) = L^{-1} \left\{ \frac{R(p)G(p)}{1 + R(p)G(p)} U \right\}$  chính là phản ứng của hệ thống điều khiển đối với

tác dụng đầu vào  $u(t)$ .

Ta dễ dàng thấy rằng để bảo đảm chất lượng của một hệ thống như vậy, ta phải giải quyết 3 vấn đề:

a) Khắc phục sai lệch điều khiển  $e_2(t)$  do nhiễu  $f_2$  gây ra

Vấn đề này thường rất khó giải quyết. Do đó thông thường người ta chỉ yêu cầu triệt tiêu trị số xác lập  $e_2(\infty)$  của  $e_2(t)$ .

Theo tính chất của toán tử Laplace, ta có:

$$e_2(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} e_2(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p \frac{F_2}{1 + W_h(p)}$$

Trong đó  $W_h(p) = R(p)G(p)$  được gọi là hàm truyền đạt của hệ thống hở.

Như ta đã biết trước đây,  $W_h(p)$  có thể viết dưới dạng:

$$W_h(p) = \frac{K}{p^r (a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + 1)}$$

Do đó ta có:  $K = \lim_{p \rightarrow 0} p^r W_h(p)$

Trong đó  $r$  là số khâu tích phân nối tiếp trong hệ thống hở.

Từ đây ta có:

$$e_2(\infty) = \lim_{p \rightarrow 0} p \frac{F_2}{1 + \frac{K}{p^r (a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + 1)}}$$

Khi  $f_2 = A = \text{const}$ , ta có  $F_2 = \frac{A}{p}$  và

$$e_2(\infty) = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{A}{1 + \frac{K}{p^r (a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + 1)}}$$

Trong trường hợp này  $e_2(\infty) = 0$  khi  $r \geq 1$ . Điều đó có nghĩa là khi nhiễu  $f_2 = \text{const}$  thì  $e_2(\infty) = 0$  nếu trong hệ thống hở có chứa một số khâu tích phân nối tiếp lớn hơn hoặc bằng một.

Khi  $f_2 = at$  trong đó  $a = \text{const}$ , ta có  $F_2 = \frac{a}{p^2}$  và

$$e_2(\infty) = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{p \frac{a}{p^2}}{1 + \frac{K}{p^r (a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + 1)}}$$

$$= \lim_{p \rightarrow 0} \frac{a}{p + \frac{K}{p^{(r-1)} (a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + 1)}}$$

Trong trường hợp này  $e_2(\infty) = 0$  khi  $r \geq 2$ . Điều đó có nghĩa là khi nhiễu  $f_2 = at$  thì  $e_2(\infty) = 0$  nếu trong hệ thống hở có chứa 1 số khâu tích phân nối tiếp lớn hơn hoặc bằng hai.

Do đó để triệt tiêu sai lệch  $e_2(\infty)$  do nhiễu  $f_2$  gây ra, hệ thống hở phải chứa một hoặc nhiều khâu tích phân nối tiếp tùy theo dạng của  $f_2$ .

Bởi vì hàm truyền đạt của hệ thống hở  $W_h(p) = G(p)R(p)$ , nên khi đã biết  $G(p)$  ta phải chọn  $R(p)$  sao cho hệ thống hở chứa đủ số khâu tích phân cần thiết để triệt tiêu sai lệch  $e_2(\infty)$  do nhiễu  $f_2$  gây ra.

Ví dụ một hệ thống có hàm truyền đạt của đối tượng  $G(p) = \frac{K_o}{(Tp+1)}$  và nhiễu

$f_2 = \text{const}$ . Để triệt tiêu  $e_2(\infty)$  do dạng nhiễu này gây ra, hệ thống hở  $W_h(p) = G(p)R(p)$  phải chứa ít nhất một khâu tích phân. Nhưng trong  $G(p)$  không chứa một khâu tích phân nào cả, nên ta phải chọn  $R(p)$  chứa ít nhất một khâu tích phân. Một trong các phương án chọn thỏa mãn yêu cầu này là dùng thiết bị điều khiển kiểu PI với hàm truyền đạt:

$$R(p) = K \frac{(T_i p + 1)}{T_i p}$$

b) Khắc phục sai lệch  $e_1(t)$  do nhiễu  $f_1$  gây ra

Ta có 
$$e_1(t) = L^{-1} \left\{ \frac{G_1(p) + C(p)G(p)}{1 + R(p)G(p)} F_1 \right\}$$

Do đó để triệt tiêu  $e_1(t)$  ta cần chọn khâu bù nhiễu có hàm truyền đạt  $C(p)$  sao cho:



$$G_1(p) + C(p)G(p) = 0$$

Từ đó ta rút ra hàm truyền đạt cần chọn của khâu bù nhiều là:

$$C(p) = - \frac{G_1(p)}{G(p)}$$

Đáng tiếc là trong thực tế rất khó chế tạo khâu bù nhiều có hàm truyền đạt  $C(p)$  xác định theo công thức này. Hơn nữa hàm  $G_1(p)$  thường chỉ có thể xác định gần đúng, do đó khâu bù nhiều  $C(p)$  thường không triệt tiêu hết  $e_1(t)$  mà chỉ giảm đáng kể ảnh hưởng xấu của nhiễu  $f_1$ .

*c) Chọn hàm truyền đạt  $R(p)$  của thiết bị điều khiển để hệ thống có chất lượng tốt*

Một hệ thống điều khiển có chất lượng tốt là một hệ thống ổn định và có các chỉ tiêu chất lượng mong muốn.

Nếu ta kí hiệu  $H(p)$  là hàm truyền đạt của một hệ thống có chất lượng tốt thì hàm truyền đạt  $R(p)$  của thiết bị điều khiển sẽ được chọn sao cho hàm truyền đạt của hệ

thống kín đang xét  $W_K(p) = \frac{R(p)G(p)}{1+R(p)G(p)}$  đúng bằng  $H(p)$ .

Điều đó có nghĩa là:

$$\frac{R(p)G(p)}{1+R(p)G(p)} = H(p) \text{ hay } R(p) = \frac{H(p)}{G(p)[1-H(p)]}$$

Từ công thức này ta dễ dàng thấy rằng khi đã biết  $G(p)$ , để chọn  $R(p)$  ta phải chọn  $H(p)$ . Trong thực tế người ta thường chọn:

$$H(p) = \frac{1}{T^2 p^2 + 2\xi T p + 1}$$

Trong đó:  $T$  là hằng số thời gian;

$\xi$  là hệ số tắt với giá trị  $\xi < 1$ .

Với  $H(p)$  như vậy, phương trình vi phân của hệ thống sẽ có dạng:

$$T^2 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 2\xi T \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = u(t)$$

Trong đó  $u(t)$ ,  $y(t)$  là các tín hiệu đầu vào và đầu ra của hệ thống.

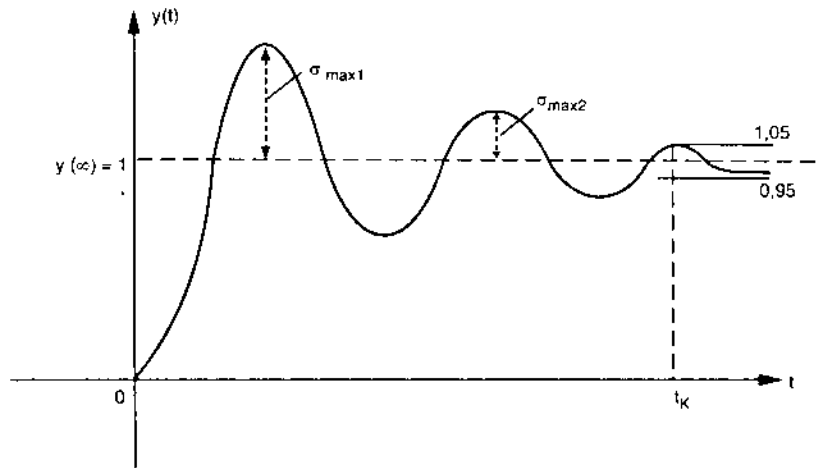
Nghiệm của phương trình vi phân này khi  $u(t) = 1$  là:

$$y(t) = 1 - \frac{1}{\sqrt{1-\xi^2}} e^{-\xi\omega_n t} \sin\left(\omega_n t \sqrt{1-\xi^2} + \varphi\right)$$

Trong đó:  $\varphi = \arccos\xi$ ;

$\omega_n = \frac{1}{T}$  được gọi là tần số góc riêng không tắt ( $\xi = 0$ ) của hệ thống.

Đường cong biểu diễn hàm số  $y(t)$  như vậy có dạng như hình 5.12.



Hình 5.12

Từ hàm số  $y(t)$  và đường cong biểu diễn nó ta có thể rút ra các chỉ tiêu chất lượng của hệ thống như sau.

\* Thời gian quá trình quá độ:

$$t_K = \frac{1}{\omega_n \xi} \log_e 20$$

\* Độ quá điều chỉnh:

$$\partial\sigma_o = \frac{\partial_{\max 1}}{y(\infty)} 100\% = 100e^{-\pi\xi\sqrt{1-\xi^2}}$$

\* Độ dao động:

$$D = \frac{\partial_{\max 2}}{\partial_{\max 1}} = e^{-2\pi\xi\sqrt{1-\xi^2}}$$

\* Số lần dao động:  $N = \frac{1}{2\xi}$

Ngoài ra ta có:

$$H(p) = \frac{R(p)G(p)}{1+R(p)G(p)} = \frac{W_h(p)}{1+W_h(p)}$$

Trong đó  $W_h(p) = R(p)G(p)$  là hàm truyền đạt của hệ thống hở.

Từ công thức này ta rút ra:

$$W_h(p) = \frac{H(p)}{1-H(p)} = \frac{1/(T^2 p^2 + 2\xi T p + 1)}{1 + \frac{1}{T^2 p^2 + 2\xi T p + 1}} = \frac{1}{p(T^2 p + 2\xi T)}$$

Ta dễ dàng thấy rằng hệ thống hở chứa một khâu tích phân. Do đó như ta đã biết trong tiết mục xác định sai lệch xác lập của hệ thống trước đây, sai lệch xác lập của hệ thống này khi  $u(t) = \text{const}$  là:

$$\varepsilon_0 = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$$

còn sai lệch xác lập của hệ thống này khi  $u(t) = t$  là:

$$\varepsilon_1 = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \frac{2\xi}{\omega_n}$$

Từ các chỉ tiêu chất lượng của hệ thống này, ta dễ dàng thấy rằng để quá trình quá độ của hệ thống tắt nhanh và có độ quá điều chỉnh và độ dao động bé thì ta phải chọn các hệ số  $\xi$  và  $\omega_n$  lớn. Tuy nhiên hệ số  $\xi$  phải nhỏ hơn 1 và  $\omega_n$  phải nhỏ hơn một giới hạn nào đó để tránh sự bão hòa của cơ cấu thực hiện (điều đó sẽ được giải thích trong một ví dụ sau này).

Thông thường người ta chọn hệ số tắt  $\xi = 0,7$ . Khi đã chọn  $\xi$  ta có thể chọn  $\omega_n$  theo công thức:

$$\omega_n = \frac{2\xi}{\varepsilon_1} = \frac{1,4}{\varepsilon_1}$$

Trong đó  $\varepsilon_1$  là sai lệch xác lập cho phép của hệ thống khi  $u(t) = t$ .

Khi đã chọn được  $\xi$  và  $\omega_n$  ta xác định được:

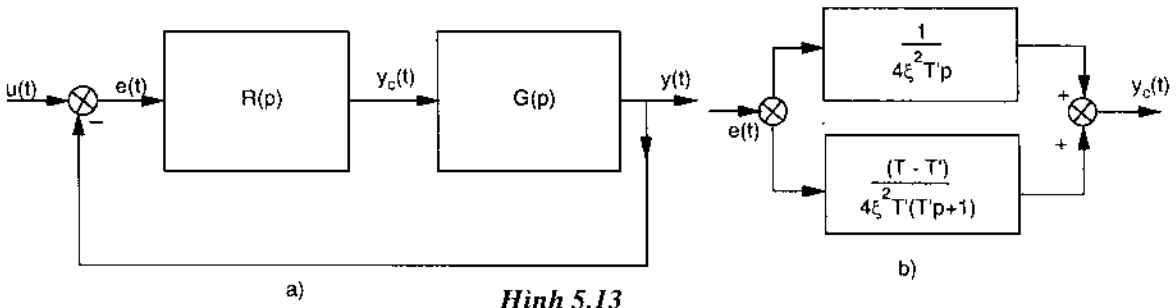
$$H(p) = \frac{1}{\left(\frac{p}{\omega_n}\right)^2 + 2\xi \frac{p}{\omega_n} + 1}$$

và từ đây ta rút ra hàm truyền đạt  $R(p)$  của thiết bị điều khiển cần chọn là:

$$R(p) = \frac{H(p)}{G(p)[1-H(p)]} = \frac{1}{G(p) \frac{p}{\omega_n} \left(\frac{p}{\omega_n} + 2\xi\right)}$$

Trong đó  $G(p)$  là hàm truyền đạt của đối tượng điều khiển.

**Ví dụ 5.6:** Một hệ thống điều khiển có sơ đồ cấu trúc như hình 5.13a.



Hình 5.13

Biết  $G(p) = \frac{1}{Tp+1}$ . Yêu cầu chọn  $R(p)$  và phân tích tín hiệu  $y_c(t)$ .

**Giải:** Nếu ta chọn hàm truyền đạt của hệ thống là:  $H(p) = \frac{1}{\frac{p^2}{\omega_n^2} + 2\xi \frac{p}{\omega_n} + 1}$ , ta sẽ có:

$$R(p) = \frac{H(p)}{G(p)[1-H(p)]} = \frac{\omega_n}{2\xi p} \left( \frac{1+Tp}{1+T'p} \right)$$

Trong đó  $T' = \frac{1}{2\xi\omega_n}$

Khi thay  $\omega_n = \frac{1}{2\xi T'}$  trong biểu thức của  $R(p)$  ta có:

$$R(p) = \frac{1}{4\xi^2 T'} \left[ \frac{1}{p} + \frac{T-T'}{1+T'p} \right] = \frac{1}{4\xi^2 T' p} + \frac{1(T-T')}{4\xi^2 T'(T'p+1)}$$

Như vậy thiết bị điều khiển là 2 khâu mắc song song như hình 5.13b.

Như ta đã nói ở trên, để hệ thống điều khiển có chất lượng tốt, người ta thường chọn hệ số tắt  $\xi = 0,7$ ; còn  $\omega_n$  có thể chọn theo công thức:

$$\omega_n = \frac{2\xi}{\varepsilon_1} = \frac{1,4}{\varepsilon_1}$$

Trong đó  $\varepsilon_1$  là sai lệch xác lập cho phép của hệ thống khi  $u(t) = t$ .

Ví dụ khi  $\varepsilon_1 = 0,5$  thì  $\omega_n = \frac{1,4}{0,5} = 2,8 \text{ rad/s}$ . Trong trường hợp đó:

$$T' = \frac{1}{2\xi\omega_n} = \frac{1}{1,4 \times 2,8} = 0,255$$

và

$$R(p) = \frac{1}{4\xi^2 T'} \left( \frac{1}{p} + \frac{T-T'}{T'p+1} \right) = 2 \left( \frac{1}{p} + \frac{T-0,255}{0,255p+1} \right)$$

Để giải thích tại sao không được chọn  $\omega_n$  quá lớn, ta hãy phân tích tín hiệu  $y_c(t)$  theo một vài giá trị của  $\omega_n$ . Từ sơ đồ cấu trúc của hệ thống (hình 5.13) ta có:

$$Y_c(p) = R(p)[U(p) - Y(p)] = R(p)U(p) \left( 1 - \frac{Y(p)}{U(p)} \right)$$

Vì  $\frac{Y(p)}{U(p)} = H(p) = \frac{1}{\frac{p^2}{\omega_n^2} + 2\xi \frac{p}{\omega_n} + 1}$  và  $R(p) = \frac{H(p)}{G(p)[1-H(p)]}$

nên 
$$Y_c(p) = \frac{H(p)}{G(p)[1-H(p)]} \cdot U(p)[1-H(p)] = \frac{H(p)}{G(p)} U(p)$$

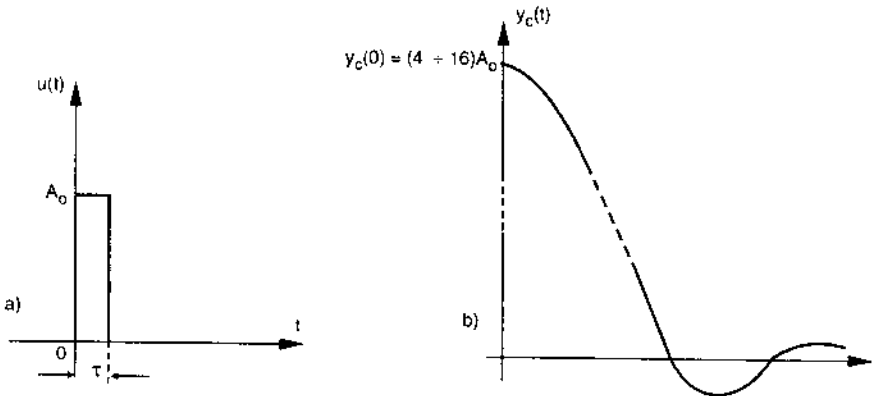
$$= \frac{Tp+1}{\frac{p^2}{\omega_n^2} + 1,4 \frac{p}{\omega_n} + 1} U(p)$$

Giả thiết  $u(t)$  là một xung chữ nhật có biên độ  $A_o$  và thời hạn  $\tau$  như hình 5.14a thì  $y_c(t)$  là nghiệm của phương trình vi phân bậc 2:

$$\frac{1}{\omega_n^2} \frac{d^2 y_c(t)}{dt^2} + \frac{1,4}{\omega_n} \frac{dy_c(t)}{dt} + y_c(t) = T \frac{du(t)}{dt} + u(t)$$

Trong đó  $u(t) = A_o \tau \delta(t)$  hoặc  $U(p) = A_o \tau$

Đường cong hàm số  $y_c(t)$  trong trường hợp này có dạng như hình 5.14b.



**Hình 5.14**

Theo tính chất của toán tử Laplace, ta có:

$$y_c(0) = \lim_{p \rightarrow \infty} pY_c(p) = T\omega_n^2 A_o \tau$$

Trong đó  $T$  là hằng số thời gian của đối tượng điều khiển.

Từ công thức này ta dễ dàng thấy rằng nếu  $\tau = T$  và chọn  $\omega_n = \frac{2}{T}$  thì:

$$y_c(0) = T \left( \frac{2}{T} \right)^2 A_o T = 4A_o$$

Còn nếu  $\tau = T$  và chọn  $\omega_n = \frac{4}{T}$  thì:

$$y_c(0) = T \left( \frac{4}{T} \right)^2 A_o T = 16A_o$$

Sự tăng nhảy vọt của tác dụng điều khiển  $y_c$  như vậy có thể không chấp nhận được vì nó có nguy cơ làm cơ cấu điều khiển bão hòa.

Do đó  $\omega_n$  phải nhỏ hơn một giá trị giới hạn nào đó phụ thuộc vào loại cơ cấu điều khiển và biên độ  $A_o$  của tín hiệu chỉ huy  $u(t)$ .

Khi chọn hàm truyền đạt  $R(p)$  của thiết bị điều khiển, ta còn cần phải lưu ý thêm rằng hàm truyền đạt:

$$R(p) = \frac{H(p)}{G(p)[1-H(p)]} \text{ luôn luôn có dạng:}$$

$$R(p) = \frac{b_o p^m + b_1 p^{m-1} + \dots + b_m}{a_o p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n}$$

Trong đó:  $a_o, a_1, \dots, a_n$  và  $b_o, b_1, \dots, b_m$  là các hệ số không đổi;

$m$  là bậc của đa thức tử số;

$n$  là bậc của đa thức mẫu số.

Trong thực tế người ta chỉ chế tạo được các thiết bị điều khiển với hàm truyền đạt  $R(p)$  có  $m \leq n$  được gọi là điều kiện chế tạo.

Như vậy  $H(p)$  không những phải đảm bảo hệ thống có chất lượng tốt mà còn phải thỏa mãn điều kiện chế tạo của  $R(p)$ .

Do đó khi chọn  $H(p) = \frac{1}{\frac{p^2}{\omega^2} + 2\xi \frac{p}{\omega} + 1}$  không thỏa mãn điều kiện chế tạo của  $R(p)$  ta

phải chọn  $H(p)$  khác.

Để thuận tiện cho việc chọn  $H(p)$  người ta giới thiệu một số hàm truyền đạt  $H(p)$  của các hệ thống điều khiển có chất lượng tốt.

Khi cần một hệ thống điều khiển có chất lượng tốt và khử sai lệch xác lập khi  $u(t) = \text{const}$  ( $\varepsilon_0 = 0$ ) ta có thể chọn một trong các  $H(p)$  sau đây:

$$* \quad H(p) = \frac{1}{r+1}. \text{ Trong đó } r = \frac{p}{\omega_n}$$

$$* \quad H(p) = \frac{1}{r^2 + 1,4r + 1}$$

$$* \quad H(p) = \frac{1}{r^3 + 1,75r^2 + 2,15r + 1}$$

$$* \quad H(p) = \frac{1}{r^4 + 2,1r^3 + 3,4r^2 + 2,7r + 1}$$

$$* \quad H(p) = \frac{1}{r^5 + 2,8r^4 + 5r^3 + 5,5r^2 + 3,4r + 1}$$

$$* \quad H(p) = \frac{1}{r^6 + 3,3r^5 + 6,6r^4 + 8,6r^3 + 7,5r^2 + 4r + 1}$$

Còn khi cần một hệ thống điều khiển có chất lượng tốt và khử sai lệch xác lập khi  $u(t) = \text{const}$  hoặc biến thiên bậc nhất theo thời gian 1 ( $\varepsilon_0 = \varepsilon_1 = 0$ ) ta có thể chọn một trong các  $H(p)$  sau đây:

$$* \quad H(p) = \frac{1+3,2r}{r^2 + 3,2r + 1}. \text{ Trong đó } r = \frac{p}{\omega_n}$$

$$* \quad H(p) = \frac{3,3r + 1}{r^3 + 1,8r^2 + 3,3r + 1}$$

$$* \quad H(p) = \frac{1+5,1r}{r^4 + 2,4r^3 + 4,9r^2 + 5,1r + 1}$$

$$* \quad H(p) = \frac{5,2r + 1}{r^5 + 2,2r^4 + 6,5r^3 + 6,3r^2 + 5,2r + 1}$$

$$* \quad H(p) = \frac{6,8r + 1}{r^6 + 6,1r^5 + 13,4r^4 + 17,2r^3 + 14,1r^2 + 6,8r + 1}$$

Trong các hàm truyền đạt  $H(p)$  trên đây, tần số góc riêng  $\omega_n$  được chọn theo sai lệch xác lập cho phép của hệ thống  $\varepsilon_1$  hoặc  $\varepsilon_2$ .

Đối với các hệ thống có  $\varepsilon_0 = 0$ , tần số góc riêng  $\omega_n$  được chọn theo  $\varepsilon_1$  khi  $u(t) = t$ ; còn đối với các hệ thống có  $\varepsilon_0 = \varepsilon_1 = 0$ , tần số góc riêng  $\omega_n$  được chọn theo  $\varepsilon_2$  khi  $u(t) = \frac{1}{2}t^2$ .

**Ví dụ 5.7:** Một hệ thống điều khiển có cấu trúc như hình 5.13a.

Biết hàm truyền đạt của đối tượng là:

$$G(p) = \frac{K_o}{p(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)}$$

Trong đó  $K_o$ ,  $T_1$ ,  $T_2$  là các hệ số dương không đổi.

Yêu cầu chọn hàm truyền đạt  $R(p)$  của thiết bị điều khiển để hệ thống có chất lượng của quá trình quá độ tốt và các sai lệch xác lập  $\epsilon_o = 0$  khi  $u(t) = \text{const}$  và  $\epsilon_1 = 0,5$  khi  $u(t) = t$ .

**Giải:** Trong trường hợp này nếu ta vẫn chọn hàm truyền đạt của hệ thống:

$$H(p) = \frac{1}{\frac{1}{\omega_n^2} p^2 + 1,4 \frac{p}{\omega_n} + 1}$$

như trước đây thì:

$$R(p) = \frac{H(p)}{G(p)[1-H(p)]} = \frac{T_1 T_2 p^2 + (T_1 + T_2)p + 1}{\frac{K_o}{\omega_n^2} p + \frac{1,4 K_o}{\omega_n}}$$

Hàm  $R(p)$  này có bậc của đa thức tử số lớn hơn bậc của đa thức mẫu số, nên không thỏa mãn điều kiện chế tạo.

Để thỏa mãn điều kiện chế tạo ta có thể chọn:

$$H(p) = \frac{1}{\frac{1}{\omega_n^4} p^4 + \frac{2,1}{\omega_n^3} p^3 + \frac{3,4}{\omega_n^2} p^2 + \frac{2,7}{\omega_n} p + 1}$$

Trong trường hợp này hàm truyền đạt của thiết bị điều khiển sẽ là:

$$R(p) = \frac{H(p)}{G(p)[1-H(p)]} = \frac{T_1 T_2 p^2 + (T_1 + T_2)p + 1}{\frac{K_o}{\omega_n^4} p^3 + \frac{2,1 K_o}{\omega_n^3} p^2 + \frac{3,4 K_o}{\omega_n^2} p + \frac{2,7 K_o}{\omega_n}}$$

Ta dễ dàng thấy rằng hàm  $R(p)$  này thỏa mãn điều kiện chế tạo vì bậc của đa thức tử số nhỏ hơn bậc của đa thức mẫu số.

Bây giờ chúng ta phải chọn  $\omega_n$ . Tương ứng với hàm  $H(p)$  trên đây ta có hàm truyền đạt của hệ thống hở:

$$W_h(p) = \frac{H(p)}{1-H(p)} = \frac{1}{p \left( \frac{1}{\omega_n^4} p^3 + \frac{2,1}{\omega_n^3} p^2 + \frac{3,4}{\omega_n^2} p + \frac{2,7}{\omega_n} \right)}$$



và sai lệch xác lập của hệ thống khi  $u(t) = t$  là:

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{K}$$

Trong đó  $K = \lim_{p \rightarrow 0} pW_h(p) = \frac{\omega_n}{2,7}$

Từ đây ta rút ra:

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{K} = \frac{2,7}{\omega_n}$$

Theo điều kiện bài toán  $\varepsilon_1 = 0,5$  ta có:

$$\varepsilon_1 = \frac{2,7}{\omega_n} = 0,5 \text{ hoặc } \omega_n = \frac{2,7}{0,5} = 5,4 \text{ rad/s}$$

### 5.4.3. Chọn các thông số của thiết bị điều khiển theo tiêu chuẩn chất lượng Naslin

Nội dung chủ yếu của tiêu chuẩn chất lượng Naslin là đánh giá độ quá điều chỉnh của hệ thống điều khiển theo các hệ số của hàm truyền đạt của nó.

Ta có thể phát biểu tiêu chuẩn này trong ba trường hợp sau đây:

\* Khi hàm truyền đạt của hệ thống có dạng:

$$W_K(p) = \frac{a_n}{a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_{n-1} p + a_n}$$

thì theo tiêu chuẩn Naslin, hệ thống này sẽ có độ quá điều chỉnh  $\sigma\%$  nhỏ hơn trị số cho phép của nó  $\sigma\%_{cf}$  nếu thỏa mãn điều kiện:

$$\frac{a_1^2}{a_0 a_2} \geq \alpha; \frac{a_2^2}{a_1 a_3} \geq \alpha; \dots; \frac{a_{n-1}^2}{a_{n-2} a_n} \geq \alpha$$

Trong đó  $\alpha = 0,5 (4,8 - \lg \sigma\%_{cf})$

\* Khi hàm truyền đạt của hệ thống có dạng:

$$W_K(p) = \frac{a_{n-1} p + a_n}{a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_{n-1} p + a_n}$$

thì theo tiêu chuẩn Naslin, hệ thống này sẽ có độ quá điều chỉnh  $\sigma\% < \sigma\%_{cf}$  cũng với điều kiện như trường hợp thứ nhất, nhưng thay hệ số  $\alpha$  bởi hệ số:

$$\alpha_c = 4\alpha - 4,5$$

\* Khi hàm truyền đạt của hệ thống có dạng:

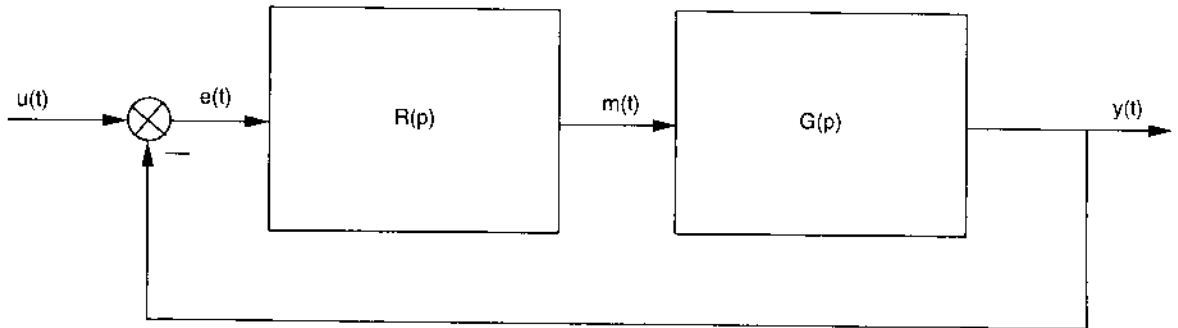
$$W_K(p) = \frac{b_0 p + b_1}{a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_{n-1} p + a_n}$$

thì theo tiêu chuẩn Naslin, hệ thống này sẽ có độ quá điều chỉnh  $\sigma\% < \sigma\%_{cf}$  cũng với điều kiện như trường hợp thứ nhất, nhưng thay hệ số  $\alpha$  bởi hệ số:

$$\alpha_c = 1,5 + 4 \frac{a_n b_o}{a_{n-1} b_1} (\alpha - 1,5)$$

Ta có thể dùng tiêu chuẩn Naslin này để chọn các thông số của thiết bị điều khiển đảm bảo hệ thống có độ quá điều chỉnh  $\sigma\% < \sigma\%_{cf}$ . Để minh họa điều này, ta xét một ví dụ sau đây:

Một hệ thống có sơ đồ cấu trúc như hình 5.15



Hình 5.15

Biết hàm truyền đạt của đối tượng là:

$$G(p) = \frac{7}{(Tp + 1)(5Tp + 1)}$$

còn thiết bị điều khiển thuộc kiểu PI có hàm truyền đạt:

$$R(p) = \frac{K(T_i p + 1)}{T_i p}$$

Yêu cầu chọn 2 thông số  $K$  và  $T_i$  của thiết bị để hệ thống điều khiển có độ quá điều chỉnh  $\sigma\% < 10\%$ .

Ta có thể giải bài toán này theo một trong hai phương án sau đây:

\* *Phương án 1:* Chọn trước  $T_i = 5T$ , trong trường hợp đó hàm truyền đạt của hệ thống hở là:

$$\begin{aligned} W_h(p) &= R(p)G(p) = K \frac{(5Tp + 1)}{5Tp} \cdot 7 \frac{1}{(Tp + 1)(5Tp + 1)} \\ &= \frac{7K}{5Tp(Tp + 1)} \end{aligned}$$

và hàm truyền đạt của hệ thống kín là:

$$W_K(p) = \frac{W_h(p)}{1 + W_h(p)} = \frac{7K}{5Tp(Tp+1) + 7K}$$

$$= \frac{7K}{5T^2 p^2 + 5Tp + 7K} = \frac{a_2}{a_0 p^2 + a_1 p + a_2}$$

Trong đó  $a_0 = 5T^2$ ,  $a_1 = 5T$ ,  $a_2 = 7K$ .

Theo tiêu chuẩn Naslin, hệ thống này sẽ có độ quá điều chỉnh  $\sigma\% < 10\%$  nếu:

$$\frac{a_1^2}{a_0 a_2} = \frac{(5T)^2}{5T^2 \times 7K} = \frac{5}{7K} \geq \alpha$$

Trong đó  $\alpha = 0,5(4,8 - \lg 10) = 0,5 \times 3,8 = 1,9$

Từ đây ta có  $\frac{5}{7K} \geq 1,9$  hoặc  $K \leq \frac{5}{1,9 \times 7} = 0,37$

Ta chọn  $K = 0,37$ . Trong trường hợp này thiết bị điều khiển có hàm truyền đạt:

$$R(p) = 0,37 \frac{(5Tp+1)}{5Tp} = 0,37 + \frac{0,074}{Tp}$$

\**Phương án 2*: Không chọn trước  $T_i$ . Trong trường hợp này hàm truyền đạt của hệ thống kín sẽ là:

$$W_K(p) = \frac{R(p)G(p)}{1 + R(p)G(p)} = \frac{7K(T_i p + 1)}{T_i p(Tp+1)(5Tp+1) + 7K(T_i p + 1)}$$

$$= \frac{7KT_i p + 7K}{5T_i T^2 p^3 + 6T_i T p^2 + T_i(7K+1)p + 7K} = \frac{b_0 p + b_1}{a_0 p^3 + a_1 p^2 + a_2 p + a_3}$$

Trong đó  $b_0 = 7KT_i$ ,  $b_1 = 7K$ ;  $a_0 = 5T_i T^2$ ,  $a_1 = 6T_i T$ ,  $a_2 = T_i(7K+1)$ ,  $a_3 = 7K$ .

Theo tiêu chuẩn Naslin, hệ thống này sẽ có độ quá điều chỉnh  $\sigma\% < 10\%$  nếu:

$$\frac{a_1^2}{a_0 a_2} = \frac{(6T_i T)^2}{5T_i T^2 \times T_i(7K+1)} = \frac{7,2}{7K+1} \geq \alpha_c$$

và

$$\frac{a_2^2}{a_1 a_3} = \frac{T_i^2(7K+1)^2}{6T_i T \cdot 7K} = \frac{T_i(7K+1)^2}{42KT} \geq \alpha_c$$

Trong đó  $\alpha_c = 1,5 + 4 \cdot \frac{a_3 b_0}{a_2 b_1} (\alpha - 1,5)$  với  $\alpha = 0,5(4,8 - \lg 10) = 1,9$ . Khi thay các giá trị của  $a_3$ ,  $b_0$ ,  $a_2$ ,  $b_1$  trong công thức của  $\alpha_c$  ta có:

$$\alpha_c = 1,5 + 4 \cdot \frac{7K \cdot 7KT_i}{T_i(7K+1)7K} (1,9 - 1,5) = 1,5 + 1,6 \frac{7K}{7K+1}$$

Trong biểu thức này K có thể tính gần đúng theo công thức:

$$\frac{a_1^2}{a_0 a_2} = \frac{(6T_1 T)^2}{5T_1 T^2 \times T_1 (7K+1)} = \frac{36}{5(7K+1)} = \frac{7,2}{7K+1} \geq \alpha = 1,9$$

Từ đây ta rút ra  $K \leq 0,4$  hoặc  $K_{\max} = 0,4$ .

Để xác định  $\alpha_c$  người ta thường lấy  $K = K_{\max} = 0,4$ . Trong trường hợp đó:

$$\alpha_c = 1,5 + 1,6 \frac{7 \times 0,4}{7 \times 0,4 + 1} = 2,68$$

Sau khi xác định được  $\alpha_c$ , ta có:

$$\frac{a_1^2}{a_0 a_2} = \frac{7,2}{7K+1} \geq \alpha_c = 2,68 \text{ hay } K \leq 0,24$$

và

$$\frac{a_2^2}{a_1 a_3} = \frac{T_1 (7K+1)^2}{42KT} \geq \alpha_c = 2,68$$

Khi chọn  $K = 0,24$  ta có  $T_1 \geq \frac{2,68 \times 42 \times 0,24T}{(7 \times 0,24 + 1)^2} = 3,76T$

Từ đây ta chọn  $T_1 = 4T$  và thiết bị điều khiển có hàm truyền đạt:

$$R(p) = 0,24 \frac{(4Tp+1)}{4Tp} = 0,24 + \frac{0,06}{Tp}$$

#### 5.4.4. Chọn khâu hiệu chỉnh để hệ thống điều khiển có mức ổn định theo pha $M_\phi$ bằng trị số yêu cầu

Để làm khâu hiệu chỉnh như vậy, ta có thể dùng khâu tăng pha.

Hàm truyền đạt của khâu tăng pha là:

$$C(p) = K \frac{aTp+1}{Tp+1}$$

Trong đó K, T, a là các hệ số không đổi và  $a > 1$ .

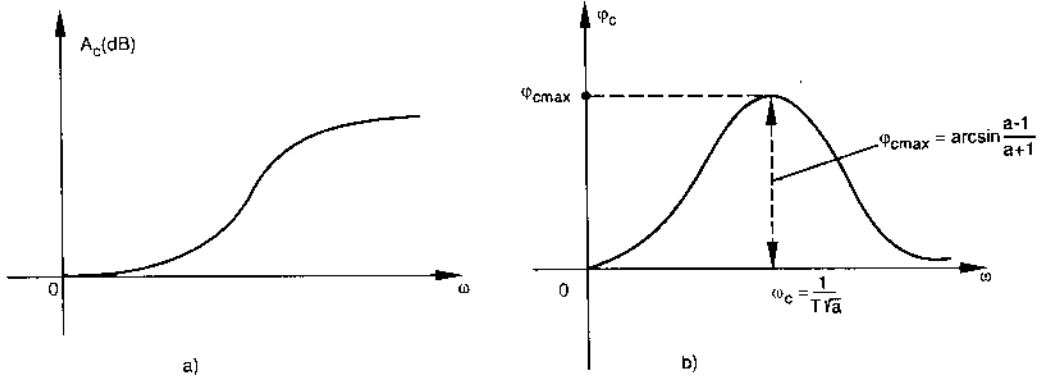
Tương ứng ta có hàm truyền đạt tần số của khâu tăng pha:

$$C(j\omega) = K \frac{aT(j\omega)+1}{T(j\omega)+1} = A_c(\omega) e^{j\varphi_c(\omega)}$$

Trong đó:  $A_c(\omega) = K \sqrt{\frac{1+(aT\omega)^2}{1+(\omega T)^2}}$ ;

$$\varphi_c(\omega) = \arctg aT\omega - \arctg \omega T.$$

Từ các biểu thức của  $A_c(\omega)$  và  $\varphi_c(\omega)$  trên đây, ta có các đặc tính tần số biên độ và đặc tính tần số pha của khâu tăng pha như hình 5.16a, b.



Hình 5.16

Ta có: 
$$\frac{d\varphi_c}{d\omega} = \frac{aT}{1+(a\omega T)^2} - \frac{T}{1+(\omega T)^2} = \frac{T(a - a\omega^2 T^2 - 1 - a^2 \omega^2 T^2)}{[1+(a\omega T)^2][1+(\omega T)^2]}$$

Tần số góc  $\omega$  để  $\varphi_c$  đạt cực đại được rút ra từ phương trình:

$$\frac{d\varphi_c}{d\omega} = 0 \text{ hoặc } a - a\omega^2 T^2 - 1 - a^2 \omega^2 T^2 = 0$$

Từ đây ta có  $\varphi_c = \varphi_{cmax}$  khi  $\omega = \omega_c = \frac{1}{T\sqrt{a}}$

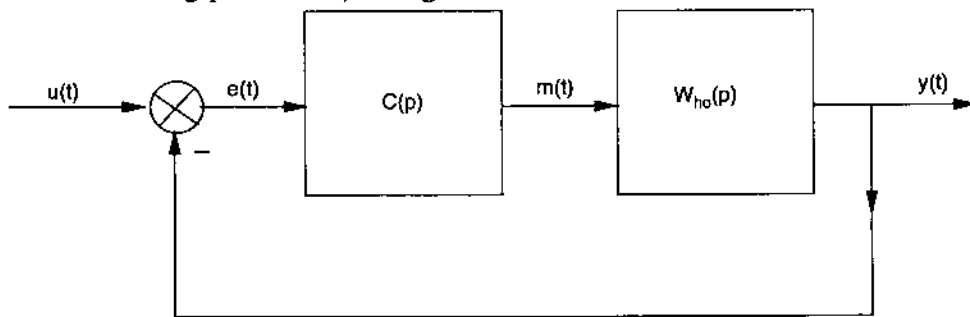
Thay giá trị  $\omega = \omega_c$  vào biểu thức của  $\varphi_c(\omega)$  và  $A_c(\omega)$ . Ta có

$$\varphi_{cmax} = \arcsin \frac{a-1}{a+1} \text{ và}$$

$$A(\omega_c) = K\sqrt{a} \text{ và}$$

$$A_{dB}(\omega_c) = 20\lg A(\omega) = 20\lg K - 10\lg a$$

Khi đưa khâu tăng pha vào hệ thống điều khiển như hình 5.17.



Hình 5.17

Ta có hàm truyền đạt của hệ thống hở:

$$W_h(p) = W_{ho}(p)C(p)$$

Trong đó  $W_{ho}(p)$  là hàm truyền đạt của hệ thống hở khi chưa đưa vào hệ thống khâu hiệu chỉnh tăng pha.

Tương ứng ta có hàm truyền đạt tần số của hệ thống:

$$W_h(j\omega) = W_{ho}(j\omega)C(j\omega)$$

Giả thiết  $W_{ho}(j\omega) = A_o(\omega)e^{j\varphi_o(\omega)}$  còn  $C(j\omega) = A_c(\omega)e^{j\varphi_c(\omega)}$  thì:

$$\begin{aligned} W_h(j\omega) &= A_o(\omega)A_c(\omega)e^{j[\varphi_o(\omega)+\varphi_c(\omega)]} \\ &= A(\omega)e^{j\varphi(\omega)} \end{aligned}$$

Trong đó:  $A(\omega) = A_o(\omega)A_c(\omega)$ ;

$$A_{dB}(\omega) = 20\lg A(\omega) = 20\lg A_o(\omega) + 20\lg A_c(\omega);$$

$$\varphi(\omega) = \varphi_o(\omega) + \varphi_c(\omega).$$

Như vậy khi đưa khâu tăng pha vào hệ thống,  $A_{dB}(\omega)$  tăng lên một lượng bằng:

$$20\lg A_c(\omega) = 20\lg K + 20\lg \sqrt{\frac{1+(a\omega T)^2}{1+(\omega T)^2}}$$

còn  $\varphi(\omega)$  tăng lên một lượng bằng:

$$\varphi_c(\omega) = \arctg aT\omega - \arctg \omega T$$

Đặc biệt khi  $\omega = \omega_c$  (tần số góc tương ứng với  $\varphi_{cmax}$ )  $A_{dB}(\omega)$  tăng một lượng:

$$20\lg A_c(\omega) = 20\lg K \sqrt{a}$$

còn  $\varphi(\omega)$  tăng một lượng:

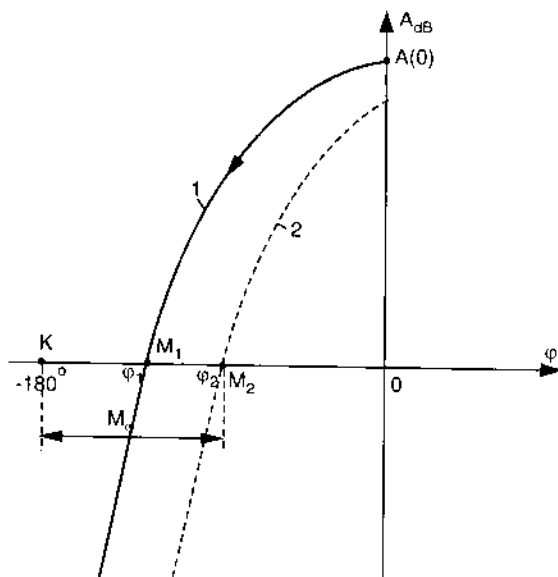
$$\varphi_{cmax} = \arcsin \frac{a-1}{a+1}$$

Trên cơ sở đó, ta có thể xác định hàm truyền đạt  $C(p)$  của khâu hiệu chỉnh tăng pha như sau:

Trước hết từ hàm truyền đạt tần số:

$$W_{ho}(j\omega) = A_o(\omega)e^{j\varphi_o(\omega)}$$

ta có thể vẽ đường cong Black của hệ thống hở khi chưa có khâu hiệu chỉnh.



Hình 5.18

Ví dụ đường cong này có dạng như đường cong 1 hình 5.18.

Khi vẽ được đường cong Black này, ta xác định được điểm cắt  $M_1$  của đường cong này với trục pha  $\varphi$ . Giả thiết điểm  $M_1$  này tương ứng với tần số góc  $\omega = \omega_0$  và có các tọa độ  $A_{dB} = 0$  và  $\varphi = \varphi_1$  nào đó (tần số góc  $\omega_0$  được xác định bằng cách giải phương trình  $A_o(\omega_0) = 1$ , còn  $\varphi_1$  được xác định từ biểu thức  $\varphi_o(\omega)$  khi thay  $\omega = \omega_0$ ). Khi biết giá trị yêu cầu của mức ổn định theo pha của hệ thống  $M_\varphi$ , ta có thể xác định được điểm cắt yêu cầu  $M_2$  của đường cong Black với trục pha  $\varphi$  có tọa độ  $A_{dB} = 0$  và  $\varphi = \varphi_2 = -180^\circ + M_\varphi$

Ta dễ dàng thấy rằng khâu hiệu chỉnh  $C(j\omega)$  phải được chọn sao cho khi có khâu hiệu chỉnh và  $\omega = \omega_0$ , đường cong Black của hệ thống hở phải cắt trục pha  $\varphi$  tại điểm yêu cầu  $M_2$  với tọa độ  $A_{dB} = 0$  và  $\varphi = \varphi_2$ . Ví dụ đường cong 2 hình 5.18. Điều đó có nghĩa là cần thiết:

$$A_{dB}(\omega_0) = 20\lg A_o(\omega_0) + 20\lg A_c(\omega_0) = 0$$

và 
$$\varphi(\omega_0) = \varphi_o(\omega_0) + \varphi_c(\omega_0) = \varphi_2 = -180^\circ + M_\varphi$$

Khi thay  $20\lg A_o(\omega_0) = 0$  và  $\varphi_o(\omega_0) = \varphi_1$  vào các biểu thức trên, ta rút ra yêu cầu:

$$20\lg A_c(\omega_0) = 0$$

và 
$$\varphi_c(\omega_0) = \varphi_2 - \varphi_1 = -180^\circ - \varphi_1 + M_\varphi$$

Mặt khác đối với khâu hiệu chỉnh tăng pha, khi  $\omega = \omega_c = \frac{1}{T\sqrt{a}}$  ta có:

$$\varphi_c(\omega_c) = \varphi_{cmax} = \arcsin \frac{a-1}{a+1}$$

và 
$$A_{dBc}(\omega_c) = 20\lg K \sqrt{a}$$

Từ đây nếu chọn  $\omega_c = \omega_0$  ta sẽ có:

$$20\lg A_c(\omega_0) = 20\lg K \sqrt{a} = 0$$

và 
$$\varphi_c(\omega_0) = \arcsin \frac{a-1}{a+1} = -180^\circ - \varphi_1 + M_\varphi$$

Trên cơ sở đó, khi biết  $M_\varphi$ ,  $\omega_0$  và  $\varphi_1$  ta có thể xác định hệ số  $a$  theo công thức:

$$\frac{a-1}{a+1} = \sin [M_\varphi - (180^\circ + \varphi_1)]$$

Khi xác định được hệ số  $a$  ta có thể chọn hệ số  $T$  theo công thức:

$$\frac{1}{T\sqrt{a}} = \omega_0 \text{ hoặc } T = \frac{1}{\omega_0 \sqrt{a}}$$

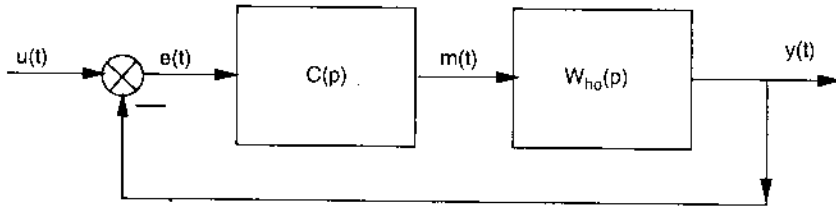
Cuối cùng ta có thể tìm hệ số  $K$  theo công thức:

$$K\sqrt{a} = 1 \text{ hoặc } K = \frac{1}{\sqrt{a}}$$

Khi đã xác định được trị số yêu cầu của các hệ số  $a$ ,  $T$ ,  $K$  như trên; ta nhận được hàm truyền đạt của khâu hiệu chỉnh tăng pha phải chọn:

$$C(p) = K \frac{aTp+1}{Tp+1}$$

**Ví dụ 5.8:** Một hệ thống điều khiển có sơ đồ cấu trúc như hình 5.19.



Hình 5.19

Biết 
$$W_{ho}(p) = \frac{10}{p^2(0,1p+1)}$$

Yêu cầu chọn khâu hiệu chỉnh tăng pha  $C(p)$  đưa vào hệ thống để hệ thống có mức ổn định theo pha  $M_\phi = 50^\circ$ .

**Giải:** Tương ứng với  $W_{ho}(p)$  ta có hàm truyền đạt tần số:

$$\begin{aligned} W_{ho}(j\omega) &= \frac{10}{(j\omega)^2(0,1j\omega+1)} = \frac{10}{-\omega^2(0,1j\omega+1)} \\ &= A_o(\omega)e^{j\phi_o(\omega)} \end{aligned}$$

Trong đó  $A_o(\omega) = \frac{10}{\omega^2 \sqrt{1+(0,1\omega)^2}}$  và

$$\phi_o(\omega) = -(\arctg 0,1\omega + 180^\circ)$$

Khi cho  $\omega$  các giá trị từ 0 đến  $\infty$  ta vẽ được đường cong Black của hệ thống hở khi chưa có khâu hiệu chỉnh như đường cong 1 hình 5.20. Tần số góc  $\omega_o$  tương ứng với điểm cắt  $M_1$  của đường cong này với trục pha  $\phi$  được xác định từ phương trình:

$$A_{dB}(\omega_o) = 20\lg A_o(\omega_o) = 0 \text{ hoặc } A_o(\omega_o) = 1$$

hay 
$$\omega_o^2 \sqrt{1+(0,1\omega_o)^2} = 10$$

hoặc 
$$\omega_o^4 (1+0,01\omega_o^2) = 100$$

hoặc 
$$100\omega_o^6 + \omega_o^4 - 100 = 0$$



Nghiệm của phương trình này là  $\omega_0 = 3,09$ . Khi thay giá trị này của  $\omega_0$  vào  $\varphi_0(\omega)$  ta có:

$$\varphi_0(\omega_0) = \varphi_1 = -(\arctg 0,1 \times 3,09 + 180^\circ) = -197^\circ,15$$

Từ đây ta có thể xác định được các hệ số  $a$ ,  $T$ ,  $K$  của khâu hiệu chỉnh  $C(p)$

$$= K \frac{aT p + 1}{T p + 1} \text{ như sau:}$$

$$\begin{aligned} \frac{a-1}{a+1} &= \sin[M_\varphi - (180^\circ + \varphi_1)] = \sin[50^\circ - (180^\circ - 197^\circ,15)] \\ &= \sin 67^\circ,15 = 0,92 \end{aligned}$$

Từ đây rút ra  $a = 24$ .

Khi biết  $a$ , ta có thể xác định  $T$  theo công thức:

$$T = \frac{1}{\omega \sqrt{a}} = \frac{1}{3,09 \sqrt{24}} \approx 0,05$$

Cuối cùng ta có:

$$K = \frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{1}{\sqrt{24}} = 0,2$$

Như vậy khâu hiệu chỉnh phải chọn có hàm truyền đạt:

$$C(p) = 0,2 \frac{24 \times 0,05 p + 1}{0,05 p + 1} = 0,2 \frac{1,2 p + 1}{0,05 p + 1}$$

Khi đưa vào hệ thống khâu hiệu chỉnh  $C(p)$  như vậy, đường cong Black của hệ thống sẽ có dạng như đường cong 2 hình 5.20 và hệ thống có mức ổn định theo pha  $M_\varphi = 50^\circ$ .

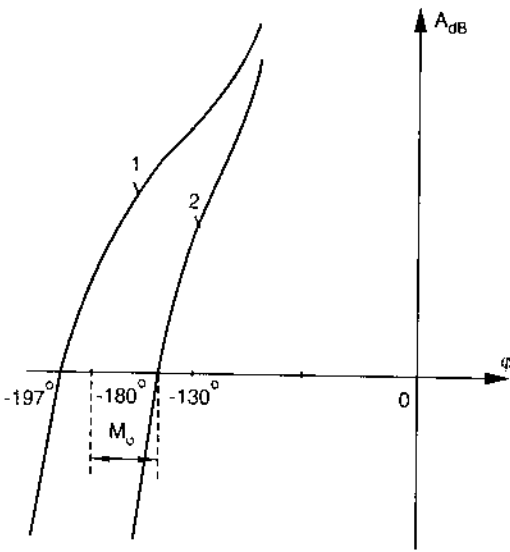
Ta cần lưu ý rằng trong bài toán này ta có thể tìm tần số cắt  $\omega_0$  một cách dễ dàng hơn bằng cách vẽ gần đúng đặc tính  $A_0(\omega)$ . Trong đó  $A_0$  được tính theo dexiben (dB) và trục  $\omega$  được chia độ theo  $\lg \omega$  (hình 5.21).

Thực vậy ta có 
$$A_0(\omega) = \frac{10}{\omega^2 \sqrt{1 + (0,1\omega)^2}}$$

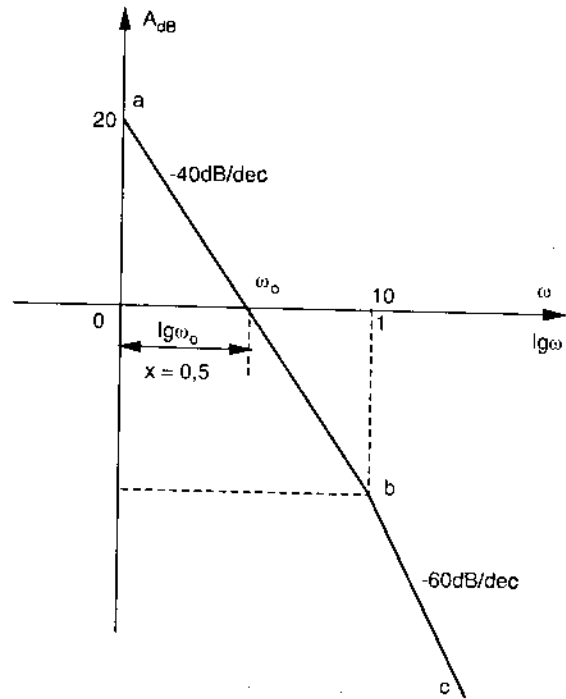
hay 
$$A_0(\omega)_{dB} = 20 \lg 10 - 20 \lg \omega^2 - 20 \lg \sqrt{1 + (0,1\omega)^2}$$

Trong khoảng  $1 \leq \omega \leq 10$  hoặc  $0 \leq \lg \omega \leq 1$  ta xem gần đúng  $\sqrt{1 + (0,1\omega)^2} = 1$ , lúc đó:

$$A_0(\omega)_{dB} = 20 \lg 10 - 40 \lg \omega - 20 \lg 1 = 20 - 40 \lg \omega$$



Hình 5.20



Hình 5.21

Đặc tính  $A_o(\omega)_{dB}$  là đoạn thẳng xuất phát từ điểm a có  $A_{dB} = 20dB$  và có độ dốc  $\frac{dA}{d \lg \omega} = -40dB/dec$  (đoạn ab trên hình 5.21).

Trong khoảng  $10 \leq \omega < \infty$  hoặc  $1 \leq \lg \omega < \infty$ , ta xem gần đúng  $\sqrt{1+(0,1\omega)^2} = 0,1\omega$ , lúc đó  $A_o(\omega)_{dB} = 20 \lg 10 - 40 \lg \omega - 20 \lg 0,1\omega = 40 \lg 10 - 60 \lg \omega = 40 - 60 \lg \omega$

Đặc tính  $A_o(\omega)_{dB}$  là đoạn thẳng xuất phát từ điểm b và có độ dốc:

$$\frac{dA}{d \lg \omega} = -60dB/dec \text{ (đoạn bc trên hình 5.21).}$$

Từ đặc tính  $A(\omega)$  này ta có thể nhận được  $\lg \omega_0 = x = 0,5$  hoặc  $\omega_0 = 3,16 rad/s$ . Kết quả này gần đúng với giá trị  $\omega_0$  nhận được trước đây.

## Chương 6

# PHƯƠNG TRÌNH TRẠNG THÁI VÀ ĐIỀU KIỆN ĐIỀU KHIỂN ĐƯỢC, QUAN SÁT ĐƯỢC CỦA MỘT HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG

### 6.1. KHÁI NIỆM VỀ BIẾN SỐ, PHƯƠNG TRÌNH VÀ KHÔNG GIAN TRẠNG THÁI

Để hiểu về biến số và phương trình trạng thái ta hãy xét 2 ví dụ sau đây:

**Ví dụ 6.1:** Một động cơ điện một chiều có sơ đồ nguyên lí như hình 6.1.

Ta có thể xem động cơ này như một khâu động học có biến số đầu vào là điện áp cung cấp  $V$  và biến số đầu ra là góc quay của trục động cơ  $\theta$ .

Ngoài ra tại mỗi thời điểm  $t$ , trạng thái của động cơ còn được xác định bởi một số biến số khác như dòng điện qua động cơ  $I$ , tốc độ góc của trục động cơ  $\omega$ . Các biến số này được gọi là biến số trạng thái.

Thông thường ngoài các biến số trạng thái  $I$ ,  $\omega$ , đại lượng đầu ra  $\theta$  cũng có thể xem như một biến số trạng thái. Như vậy động cơ điện này có 3 biến số trạng thái là  $\theta$ ,  $\omega$  và  $I$ .

Bây giờ ta hãy xét quan hệ giữa các biến số trạng thái này với các đại lượng đầu vào và đầu ra của động cơ.

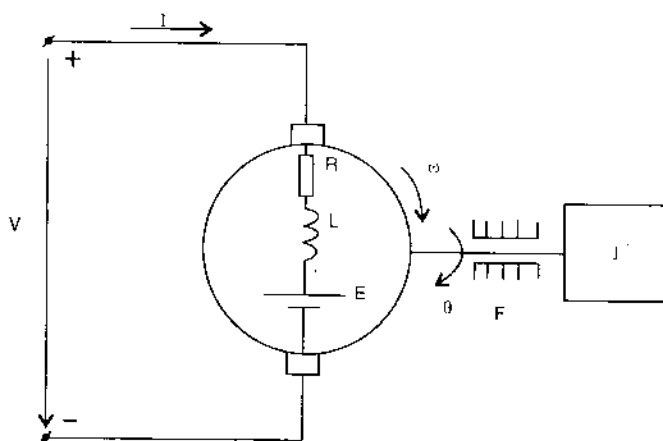
Từ sơ đồ nguyên lí hình 6.1. Ta có:

$$V = RI + L \frac{dI}{dt} + E$$

Trong đó  $E = K_c \omega$  với  $K_c$  là hệ số tỉ lệ.

Ngoài ra ta có:

$$M_q = K_m I = F\omega + J \frac{d\omega}{dt}$$



Hình 6.1

Trong đó:  $K_m$  là hệ số tỉ lệ ( $K_m = K_e$ );

$F$  hệ số ma sát của ổ trục;

$J$  mômen quán tính của động cơ và tải.

Từ các phương trình trên ta rút ra 3 phương trình vi phân:

$$\frac{d\theta}{dt} = \dot{\theta} = \omega$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \dot{\omega} = -\frac{F}{J}\omega + \frac{K_m}{J}I$$

$$\frac{dI}{dt} = \dot{I} = -\frac{K_e}{L}\omega - \frac{R}{L}I + V$$

Khi ta kí hiệu  $\theta = x_1$ ;  $\omega = x_2$ ;  $I = x_3$ , đại lượng đầu ra  $\theta = y$  và đại lượng đầu vào  $V = u$ , ta có thể viết lại 3 phương trình trên dưới dạng:

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\dot{x}_2 = -\frac{F}{J}x_2 + \frac{K_m}{J}x_3$$

$$\dot{x}_3 = -\frac{K_e}{L}x_2 - \frac{R}{L}x_3 + u$$

Ba phương trình này có thể viết dưới dạng ma trận:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{F}{J} & \frac{K_m}{J} \\ 0 & -\frac{K_e}{L} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

và

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

Các phương trình trên có thể viết gọn lại dưới dạng:

$$\dot{X} = AX + Bu$$

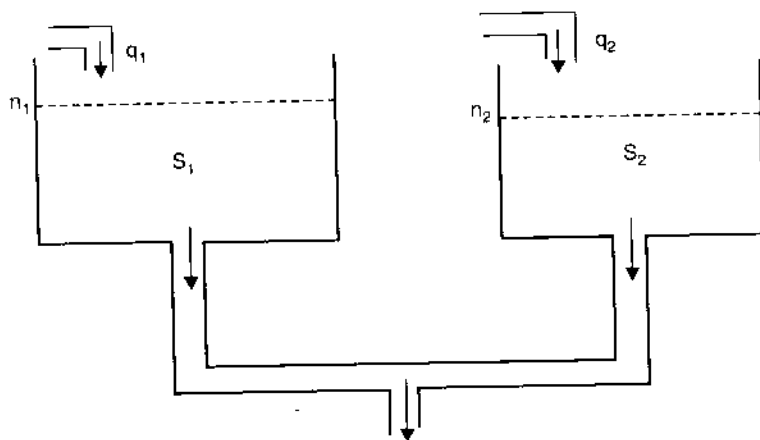
$$y = CX$$

Trong đó  $\dot{X}$ ,  $X$ ,  $A$ ,  $B$  là các ma trận:

$$\dot{X} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix}; X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}; A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{F}{J} & \frac{K_m}{J} \\ 0 & -\frac{K_e}{L} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Phương trình trên được gọi là phương trình trạng thái của động cơ điện một chiều.

**Ví dụ 6.2:** Một hệ thống cung cấp nước gồm 2 bể chứa nước có tiết diện là  $S_1, S_2$  và các ống dẫn nước như hình 6.2.



Hình 6.2

Ta chọn biến số đầu vào của hệ thống là lưu lượng nước  $q_1, q_2$  chảy vào 2 bể chứa nước, đại lượng đầu ra đồng thời là biến số trạng thái của hệ thống là các mức nước  $n_1$  và  $n_2$  của 2 bể.

Trong trường hợp đó theo lí thuyết về thủy lực học ta có:

$$S_1 \frac{dn_1(t)}{dt} = q_1(t) - \alpha_1 n_1(t) + \beta_1 [n_2(t) - n_1(t)]$$

$$S_2 \frac{dn_2(t)}{dt} = q_2(t) - \alpha_2 n_2(t) + \beta_2 [n_1(t) - n_2(t)]$$

Trong đó  $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2$  là các hệ số tỉ lệ.

Ta có thể viết lại hai phương trình trên dưới dạng:

$$\begin{aligned} \frac{dn_1}{dt} &= -\frac{1}{S_1} (\alpha_1 + \beta_1) n_1(t) + \frac{\beta_1}{S_1} n_2(t) + \frac{1}{S_1} q_1(t) \\ &= a_{11} n_1(t) + a_{12} n_2(t) + b_1 q_1(t) \\ \frac{dn_2}{dt} &= \frac{\beta_2}{S_2} n_1(t) - \frac{1}{S_2} (\alpha_2 + \beta_2) n_2(t) + \frac{1}{S_2} q_2(t) \\ &= a_{21} n_1(t) + a_{22} n_2(t) + b_2 q_2(t) \end{aligned}$$

Trong đó:  $a_{11} = -\frac{1}{S_1} (\alpha_1 + \beta_1)$ ;  $a_{12} = \frac{\beta_1}{S_1}$ ;  $b_1 = \frac{1}{S_1}$ ;

$$a_{21} = \frac{\beta_2}{S_2}; a_{22} = -\frac{1}{S_2} (\alpha_2 + \beta_2); b_2 = \frac{1}{S_2}$$

Nếu ta kí hiệu  $x_1 = n_1$  và  $\dot{x}_1 = \frac{dn_1}{dt}$ ;  $x_2 = n_2$  và  $\dot{x}_2 = \frac{dn_2}{dt}$ ;  $u_1 = q_1(t)$ ;  $u_2 = q_2(t)$ , ta sẽ nhận được 2 phương trình dưới dạng:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + b_1u_1 \\ \dot{x}_2 &= a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + b_2u_2\end{aligned}$$

Ngoài ra nếu ta kí hiệu 2 đại lượng đầu ra là  $y_1$  và  $y_2$  ta sẽ có:

$$\begin{aligned}y_1 &= x_1 \\ y_2 &= x_2\end{aligned}$$

Tất cả phương trình trên đây có thể viết dưới dạng ma trận:

$$\begin{aligned}\dot{X} &= AX + B\bar{u} \\ \bar{y} &= CX\end{aligned}$$

Trong đó:

$$\begin{aligned}\dot{X} &= \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix}; X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}; \bar{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix}; \bar{u} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}; \\ A &= \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} b_1 & 0 \\ 0 & b_2 \end{bmatrix}; C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\end{aligned}$$

Các phương trình này được gọi là phương trình trạng thái của hệ thống cấp nước trên đây.

Qua 2 ví dụ trên ta dễ dàng thấy rằng một hệ thống điều khiển có một hoặc nhiều đại lượng đầu vào và một hoặc nhiều đại lượng đầu ra có thể được mô tả bởi phương trình trạng thái dưới dạng:

$$\begin{aligned}\dot{X} &= AX + B\bar{u} \\ \bar{y} &= CX + D\bar{u}\end{aligned}$$

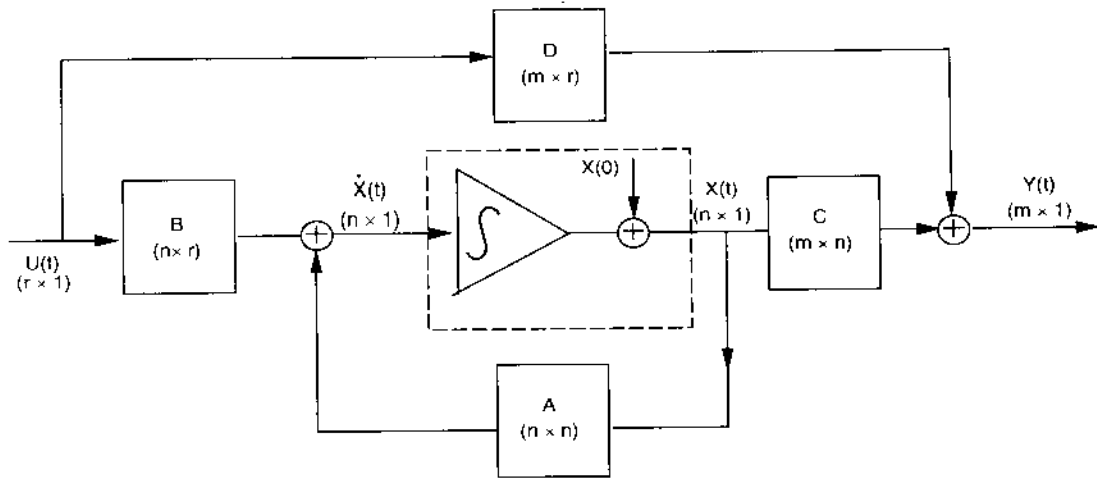
Trong đó:  $X$  là ma trận biến số trạng thái;

$\bar{u}$  là ma trận biến số đầu vào;

$\bar{y}$  là ma trận biến số đầu ra;

$A, B, C, D$  là các ma trận quan hệ.

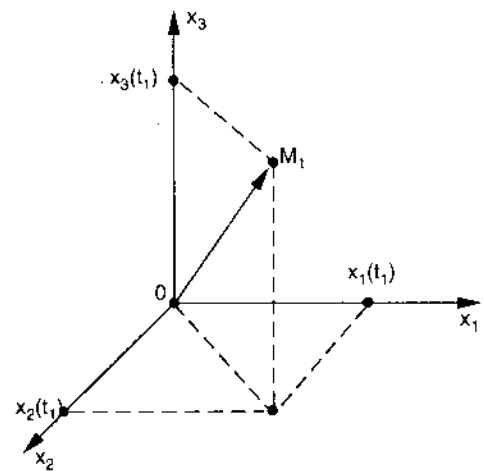
Các phương trình trạng thái như vậy có thể được biểu diễn bằng một sơ đồ khối như hình 6.3.



Hình 6.3

Nếu một phần tử hoặc hệ thống điều khiển có  $n$  biến số trạng thái  $x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)$  thì tại mỗi thời điểm  $t$ , ma trận trạng thái  $X$  có thể được biểu diễn bằng một điểm  $M$  hoặc một vectơ  $\overline{OM}$  trong không gian  $n$  chiều  $x_1, x_2, \dots, x_n$ .

Không gian này được gọi là không gian trạng thái. Ví dụ nếu  $n = 3$  thì tại một thời điểm  $t_1$  nào đó, ma trận trạng thái  $X$  được biểu diễn bằng điểm  $M_1$  có tọa độ  $x_1(t_1), x_2(t_1), x_3(t_1)$  hoặc vectơ  $\overline{OM_1}$  trong không gian 3 chiều  $x_1, x_2, x_3$  như hình 6.4. Do đó ma trận trạng thái  $X$  còn được gọi là vectơ trạng thái.



Hình 6.4

Cũng như vậy các ma trận cột  $\bar{u}, \bar{y}$  còn được gọi là vectơ biến số đầu vào và vectơ biến số đầu ra.

## 6.2. XÁC ĐỊNH PHƯƠNG TRÌNH TRẠNG THÁI CỦA MỘT HỆ THỐNG TUYẾN TÍNH LIÊN TỤC KHI BIẾT SƠ ĐỒ CẤU TRÚC VÀ HÀM TRUYỀN ĐẠT CỦA NÓ

### 6.2.1. Hệ thống có cấu trúc và hàm truyền đạt gồm khâu quán tính bậc một và khâu phản hồi tích phân như hình 6.5

Kênh thuận của hệ thống này là một khâu quán tính bậc nhất, còn kênh ngược là một khâu tích phân.

Trong trường hợp này người ta thường chọn các biến số trạng thái  $x_1, x_2$  là các tín hiệu ra của các khâu của kênh thuận và ngược. Từ đó ta có:

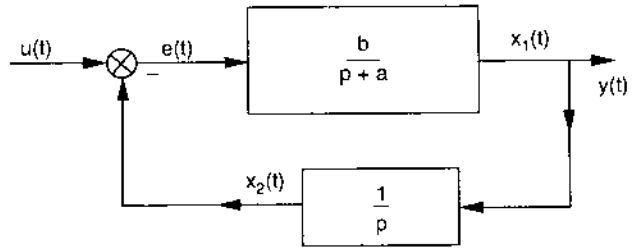
$$\frac{x_1(p)}{e(p)} = \frac{b}{p+a} \text{ nên } (p+a)x_1(p) = be(p) = b[u - x_2(p)]$$

và  $\frac{x_2(p)}{x_1(p)} = \frac{1}{p}$  nên  $px_2(p) = x_1(p)$

Như vậy ta có 2 phương trình theo ảnh Laplace:

$$(p+a)x_1(p) = b[u(p) - x_2(p)]$$

$$px_2(p) = x_1(p)$$



Hình 6.5

Tương ứng với 2 phương trình này ta nhận được 2 phương trình gốc:

$$\dot{x}_1(t) = -ax_1(t) - bx_2(t) + bu(t)$$

$$\dot{x}_2(t) = x_1(t)$$

Hai phương trình này có thể được viết dưới dạng ma trận:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a & -b \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b \\ 0 \end{bmatrix} u$$

Ngoài ra ta có đại lượng đầu ra:

$$y(t) = x_1(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

Nói cách khác phương trình trạng thái của hệ thống này có dạng:

$$\dot{X} = AX + Bu$$

$$y = CX$$

Trong đó  $X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$ ;  $A = \begin{bmatrix} -a & -b \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ ;  $B = \begin{bmatrix} b \\ 0 \end{bmatrix}$  và  $C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$

### 6.2.2. Hệ thống điều khiển có hàm truyền đạt dưới dạng một đa thức chia cho tích số của n thừa số bậc nhất

$$W(p) = \frac{b_0 p^n + b_1 p^{n-1} + \dots + b_n}{(p+\lambda_1)(p+\lambda_2)\dots(p+\lambda_n)} = \frac{y(p)}{u(p)}$$

Trong đó:  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$  là các số thực;

$b_0, b_1, \dots, b_n$  là các hệ số không đổi;

$y, u$  là các đại lượng đầu ra và đầu vào của hệ thống.

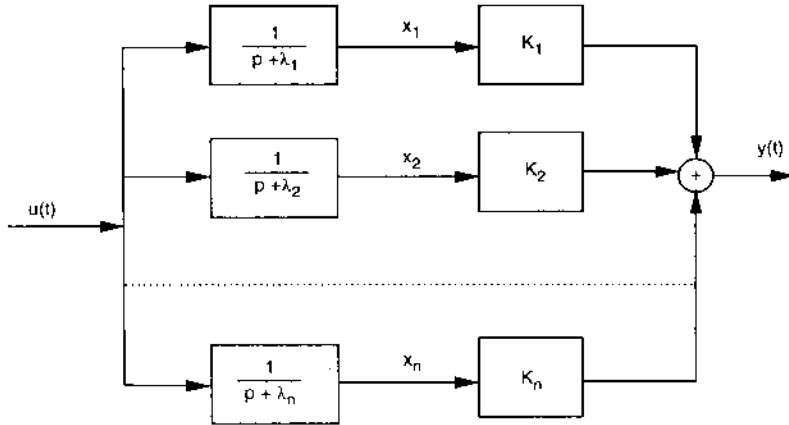
Trong trường hợp này người ta thường phân tích  $W(p)$  thành dạng:



$$W(p) = \frac{K_1}{p+\lambda_1} + \frac{K_2}{p+\lambda_2} + \dots + \frac{K_n}{p+\lambda_n}$$

Trong đó  $K_1, K_2, \dots, K_n$  là các số thực.

Một hệ thống với hàm truyền đạt như vậy có thể biểu diễn bằng một sơ đồ khối như hình 6.6.



Hình 6.6

Nếu chọn các biến số trạng thái của hệ thống  $x_1, x_2, \dots, x_n$  là các biến số đầu ra của các khâu quán tính bậc nhất  $\frac{1}{p+\lambda_i}$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) ta sẽ có:

$$x_i(p) = \frac{1}{p+\lambda_i} u(p)$$

Từ đó rút ra:  $x_i(p)(p+\lambda_i) = u(p)$  và phương trình gốc tương ứng của nó là:

$$\dot{x}_i(t) = -\lambda_i x_i + u(t)$$

Khi thay  $i = 1, 2, \dots, n$  ta có:

$$\dot{x}_1 = -\lambda_1 x_1 + u$$

$$\dot{x}_2 = -\lambda_2 x_2 + u$$

.....

$$\dot{x}_n = -\lambda_n x_n + u$$

Hoặc viết dưới dạng ma trận:

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \vdots \\ \dot{x}_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\lambda_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -\lambda_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & -\lambda_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix} u$$

Ngoài ra ta có biến số đầu ra:

$$y = \begin{vmatrix} K_1 & K_2 & \dots & K_n \end{vmatrix} \begin{vmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{vmatrix}$$

Các phương trình này có thể viết dưới dạng gọn hơn:

$$\begin{aligned} \dot{X} &= AX + Bu \\ y &= CX \end{aligned}$$

Trong đó:

$$\dot{X} = \begin{vmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \vdots \\ \dot{x}_n \end{vmatrix}; X = \begin{vmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{vmatrix}; A = \begin{vmatrix} -\lambda_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -\lambda_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & -\lambda_n \end{vmatrix};$$

$$B = \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{vmatrix}; C = \begin{vmatrix} K_1 & K_2 & \dots & K_n \end{vmatrix}$$

Ví dụ một hệ thống điều khiển có hàm truyền đạt:

$$W(p) = \frac{p+10}{(p+1)(p+2)(p+5)}$$

Ta có thể phân tích hàm truyền đạt này thành dạng:

$$W(p) = \frac{2,25}{p+1} - \frac{2,67}{p+2} + \frac{0,48}{p+5}$$

Từ đó phương trình trạng thái của hệ thống này sẽ là:

$$\begin{vmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -5 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{vmatrix} u$$

$$y = \begin{vmatrix} 2,25 & -2,67 & 0,48 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{vmatrix}$$

Trong đó các biến số trạng thái  $x_1, x_2, x_3$  là các đại lượng đầu ra của các khâu quán tính bậc 1 trong sơ đồ khối hình 6.6.

### 6.2.3. Hệ thống điều khiển có hàm truyền đạt dưới dạng một hằng số chia cho một đa thức

$$W(p) = \frac{K}{p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n} = \frac{y(p)}{u(p)}$$

Trong đó  $K, a_1, a_2, \dots, a_n$  là các hệ số không đổi.

Trong trường hợp này ta có:

$$y(p) (p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n) = Ku(p)$$

Tương ứng ta có phương trình gốc:

$$\frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_1 \frac{d^{(n-1)} y(t)}{dt^{(n-1)}} + \dots + a_n y(t) = Ku(t)$$

Khi chọn các biến số trạng thái là:

$$x_1 = y; x_2 = \dot{x}_1; x_3 = \dot{x}_2; \dots; x_n = \dot{x}_{n-1}$$

ta sẽ có các phương trình:

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\dot{x}_2 = x_3$$

$$\dot{x}_3 = x_4$$

.....

$$\dot{x}_n = -a_n x_1 - a_{n-1} x_2 - \dots - a_1 x_n + Ku$$

Các phương trình này có thể viết dưới dạng ma trận:

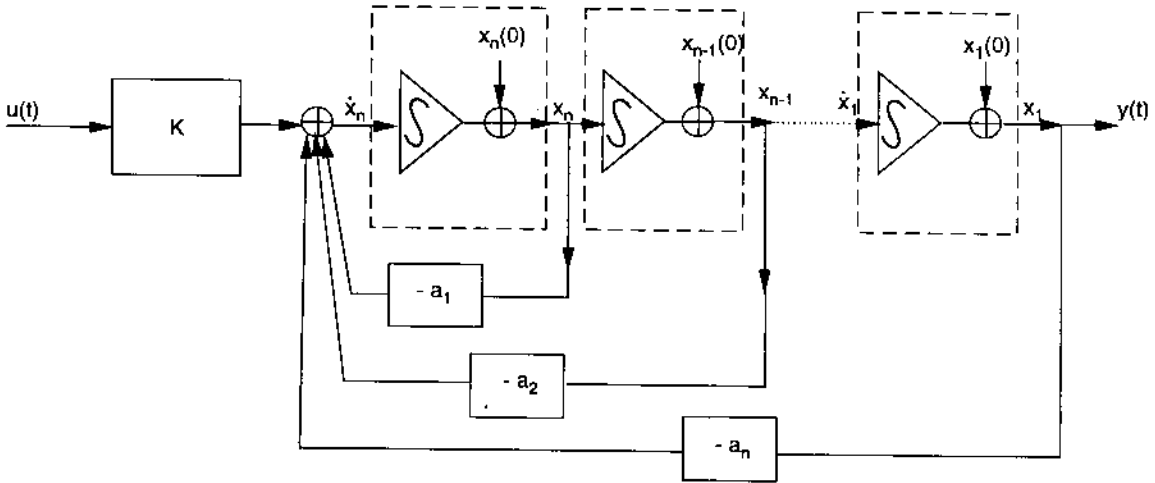
$$\begin{aligned} \dot{X} &= AX + Bu \\ y &= CX \end{aligned}$$

Trong đó:

$$\dot{X} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \vdots \\ \dot{x}_n \end{bmatrix}; X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}; A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -a_n & -a_{n-1} & \dots & -a_1 & \end{bmatrix};$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ K \end{bmatrix}; C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}$$

Hệ thống với phương trình trạng thái như vậy có thể biểu diễn bằng mô hình như hình 6.7.



Hình 6.7

Ví dụ nếu hàm truyền đạt của hệ thống có dạng:

$$W(p) = \frac{3}{p^3 + 2,5p + 4p + 1} = \frac{y(p)}{u(p)}$$

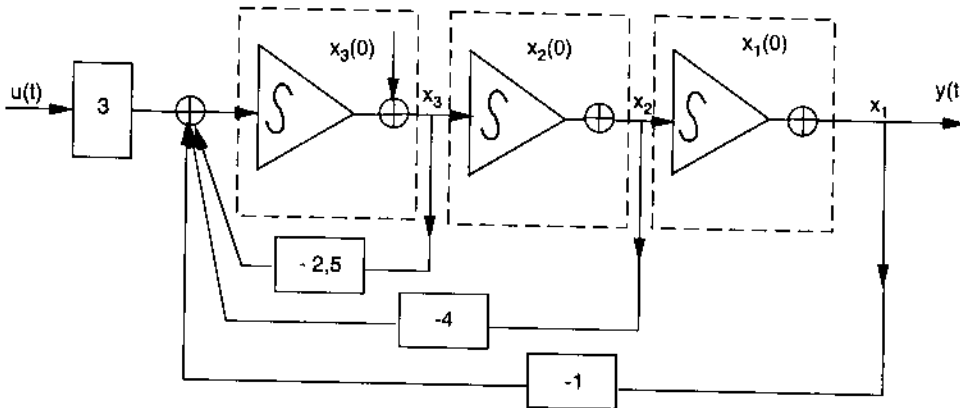
thì khi chọn các biến số trạng thái là  $x_1 = y$ ;  $x_2 = \dot{x}_1 = \dot{y}$ ;  $x_3 = \dot{x}_2 = \ddot{y}$ , ta sẽ nhận được phương trình trạng thái:

$$\dot{X} = AX + Bu$$

$$y = CX$$

Trong đó  $\dot{X} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix}$ ;  $X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$ ;  $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & -4 & -2,5 \end{bmatrix}$ ;  $B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix}$ ;  $C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

và hệ thống điều khiển như vậy có thể được biểu diễn bằng mô hình như hình 6.8.



Hình 6.8

Ta cần chú ý một điều rằng cùng một hệ thống điều khiển, ta có thể chọn các biến số trạng thái theo cách khác nhau và nhận được phương trình trạng thái khác nhau. Ví dụ đối với cùng một hệ thống điều khiển có hàm truyền đạt:

$$W(p) = \frac{K}{p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n} = \frac{y(p)}{u(p)}$$

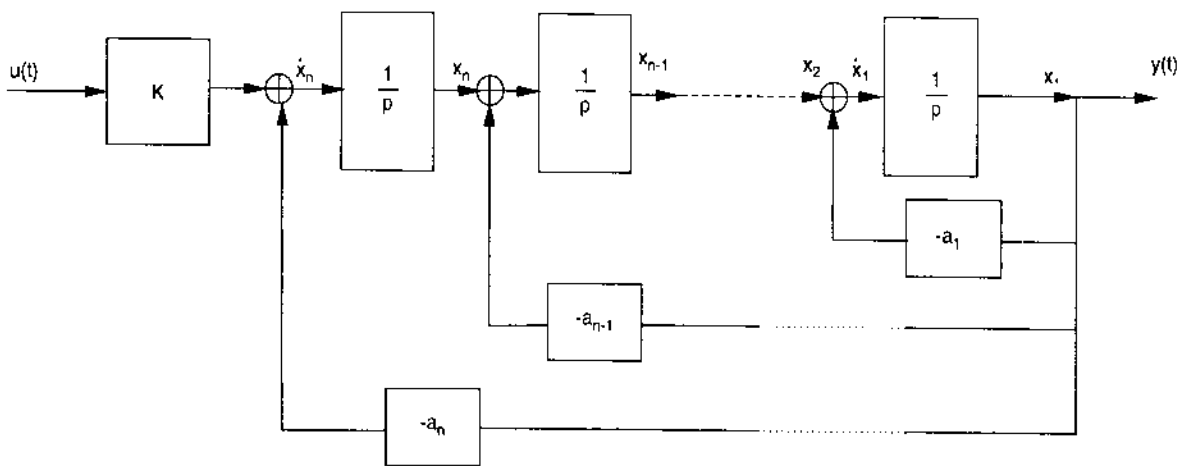
ta có thể chọn biến số trạng thái  $x_1, x_2, \dots, x_n$  và nhận được phương trình trạng thái như vừa xét ở trên.

Ngoài ra ta có thể chọn biến số trạng thái một cách khác như sau:

Từ hàm truyền đạt  $W(p)$  ta nhận được phương trình  $y(p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n) = Ku$ . Khi chia cả 2 vế của phương trình này cho  $p^n$  ta có:

$$y = -a_1 \frac{1}{p} y - a_2 \frac{1}{p^2} y - \dots - a_{n-1} \frac{1}{p^{(n-1)}} y - a_n \frac{1}{p^n} y + \frac{1}{p^n} Ku$$

Phương trình này có thể được biểu diễn bằng một sơ đồ khối như hình 6.9.



Hình 6.9

Khi lựa chọn các biến số trạng thái  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$  là các biến số đầu ra của các khâu tích phân  $\frac{1}{p}$  trong sơ đồ hình 6.9. Ta nhận được các phương trình:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -a_1 x_1 + x_2 \\ \dot{x}_2 &= -a_2 x_2 + x_3 \\ &\dots \\ \dot{x}_{n-1} &= -a_{n-1} x_{n-1} + x_n \\ \dot{x}_n &= -a_n x_n + Ku \end{aligned}$$

và  $y = x_1$

Các phương trình này có thể viết dưới dạng ma trận:

$$\dot{X} = AX + Bu$$

$$y = CX$$

Trong đó  $\dot{X} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \vdots \\ \dot{x}_n \end{bmatrix}$ ;  $X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$ ;  $A = \begin{bmatrix} -a_1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ -a_2 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -a_{n-1} & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -a_n & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}$ ;  $B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ K \end{bmatrix}$ ;  $C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}$

Ví dụ một hệ thống điều khiển có hàm truyền đạt:

$$W(p) = \frac{10}{2p^3 + 4p^2 + 6p + 3} = \frac{y(p)}{u(p)}$$

Khi chia tử số và mẫu số của  $W(p)$  này cho 2 ta nhận được hàm truyền đạt:

$$W(p) = \frac{5}{p^3 + 2p^2 + 3p + 1,5} = \frac{y(p)}{u(p)}$$

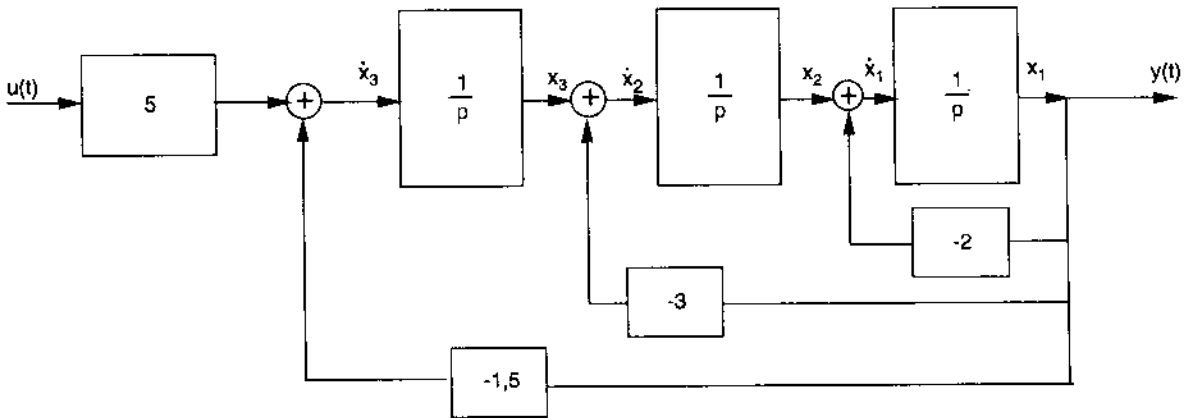
Từ đây ta rút ra phương trình:

$$y(p^3 + 2p^2 + 3p + 1,5) = 5u$$

Khi chia 2 vế của phương trình này cho  $p^3$  ta có:

$$y = -2 \frac{1}{p} y - 3 \frac{1}{p^2} y - 1,5 \frac{1}{p^3} y + 5u$$

Phương trình này có thể được biểu diễn bằng một sơ đồ khối như hình 5.10.



Hình 6.10

Khi lựa chọn các biến số trạng thái  $x_1; x_2; x_3$  là các biến số đầu ra của các khâu tích phân  $\frac{1}{p}$  trong sơ đồ hình 6.10, ta có các phương trình:

$$\dot{x}_1 = -2x_1 + x_2$$

$$\dot{x}_2 = -3x_2 + x_3$$

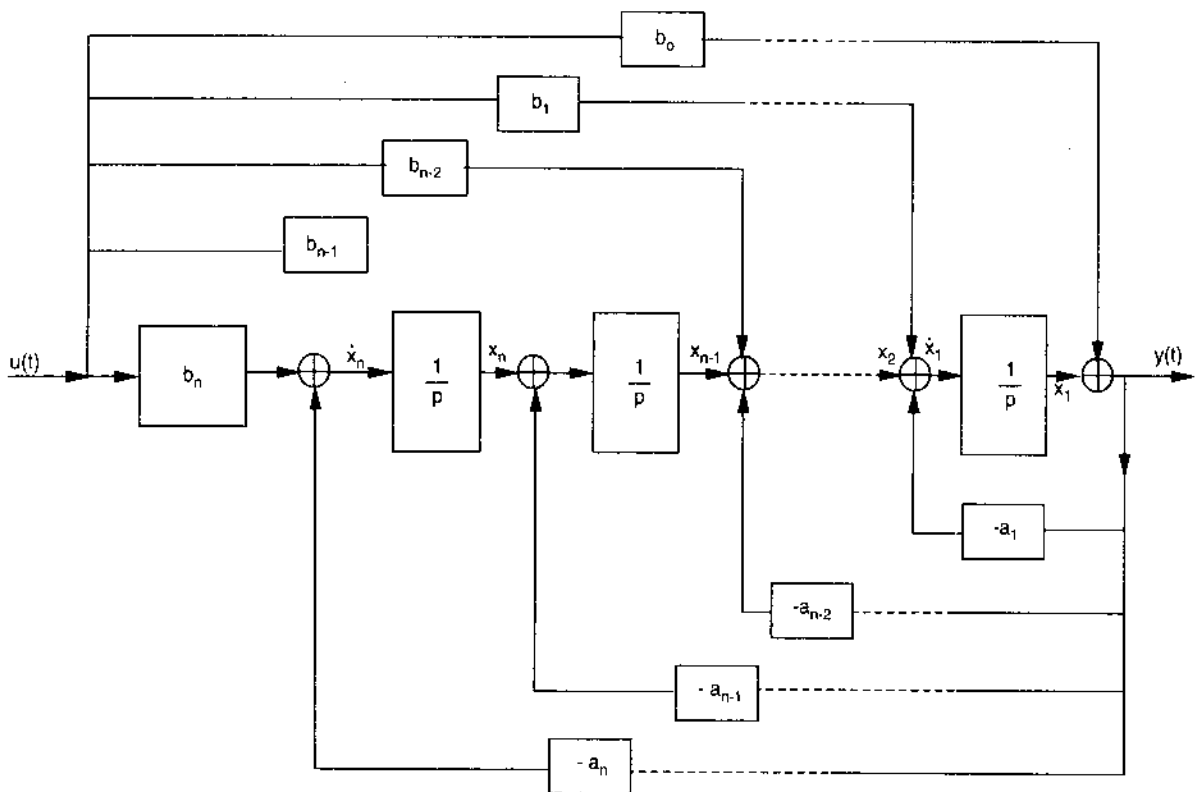
$$\dot{x}_3 = -1,5x_3 + 5u$$

và  $y = x_1$

Các phương trình trên có thể viết dưới dạng ma trận:

$$\begin{vmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -2 & 1 & 0 \\ -3 & 0 & 1 \\ -1,5 & 0 & 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 5 \end{vmatrix} u$$

$$y = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{vmatrix}$$



Hình 6.11

**6.2.4. Hệ thống điều khiển có hàm truyền đạt dưới dạng thương số của hai đa thức**

$$W(p) = \frac{b_0 p^n + b_1 p^{n-1} + \dots + b_n}{p^n + a_1 p^{n-1} + a_2 p^{n-2} + \dots + a_n} = \frac{y(p)}{u(p)}$$

Từ hàm truyền đạt này ta rút ra phương trình:

$$y(p^n + a_1 p^{n-1} + a_2 p^{n-2} + \dots + a_n) = u(b_0 p^n + b_1 p^{n-1} + \dots + b_n)$$

Khi chia 2 vế của phương trình này cho  $p^n$  ta có:

$$y = -a_1 \frac{1}{p} y - a_2 \frac{1}{p^2} y - \dots - a_n \frac{1}{p^n} y + b_0 u + b_1 \frac{1}{p} u + \dots + b_n \frac{1}{p^n} u$$

Phương trình này có thể biểu diễn bằng một sơ đồ cấu trúc như hình 6.11.

Khi chọn các biến số trạng thái  $x_1, x_2, \dots, x_n$  là các biến số đầu ra của các khâu tích phân  $\frac{1}{p}$  của sơ đồ hình 6.11, ta sẽ có các phương trình sau:

$$y = x_1 + b_0 u$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -a_1 y + x_2 + b_1 u = -a_1(x_1 + b_0 u) + x_2 + b_1 u \\ &= -a_1 x_1 + x_2 + (b_1 - a_1 b_0) u \end{aligned}$$

Tương tự

$$\dot{x}_2 = -a_2 x_1 + x_3 + (b_2 - a_2 b_0) u$$

$$\dots$$

$$\dot{x}_{n-1} = -a_{n-1} x_1 + x_n + (b_{n-1} - a_{n-1} b_0) u$$

$$\dot{x}_n = -a_n x_1 + (b_n - a_n b_0) u$$

Các phương trình có thể viết dưới dạng ma trận:

$$\dot{X} = AX + Bu$$

$$y = CX + Du$$

Trong đó  $\dot{X} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \vdots \\ \dot{x}_n \end{bmatrix}$ ;  $X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$ ;  $A = \begin{bmatrix} -a_1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ -a_2 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -a_{n-1} & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -a_n & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}$ ;  $B = \begin{bmatrix} b_1 - a_1 b_0 \\ b_2 - a_2 b_0 \\ \vdots \\ b_{n-1} - a_{n-1} b_0 \\ b_n - a_n b_0 \end{bmatrix}$ ;

$$C = |1 \ 0 \ \dots \ 0| ; D = |b_0 \ 0 \ \dots \ 0|$$



Ví dụ một hệ thống có hàm truyền đạt:

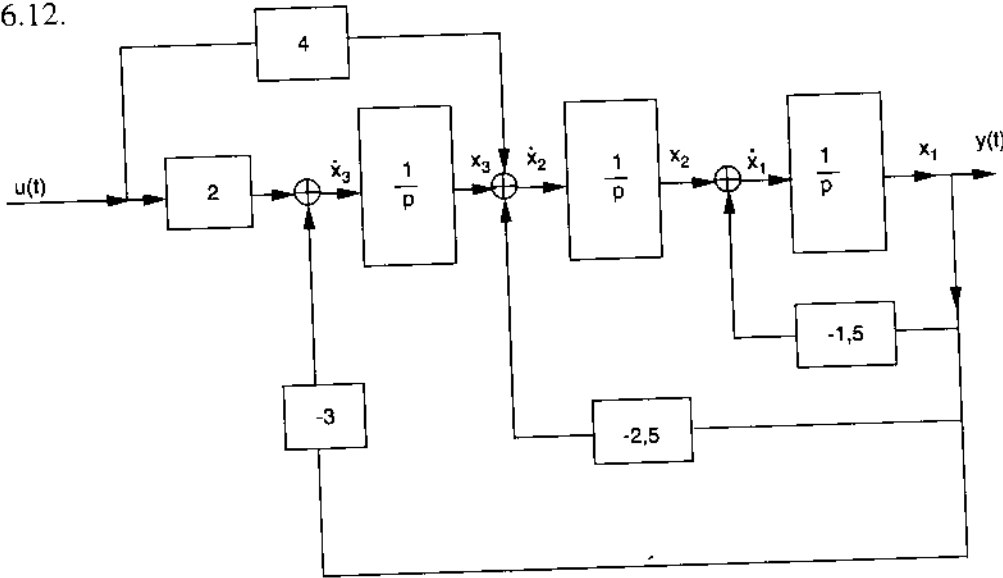
$$W(p) = \frac{8p+4}{2p^3+3p^2+5p+6} = \frac{y(p)}{u(p)}$$

Khi chia tử số và mẫu số của hàm truyền đạt này cho 2 ta nhận được hàm truyền đạt:

$$W(p) = \frac{4p+2}{p^3+1,5p^2+2,5p+3} = \frac{b_0p^3+b_1p^2+b_2p+b_3}{p^3+a_1p^2+a_2p+a_3} = \frac{y(p)}{u(p)}$$

Trong đó  $b_0 = b_1 = 0$ ;  $b_2 = 4$ ;  $b_3 = 2$ ;  $a_1 = 1,5$ ;  $a_2 = 2,5$ ;  $a_3 = 3$

Hệ thống có hàm truyền đạt như vậy có thể biểu diễn bằng một sơ đồ cấu trúc như hình 6.12.



Hình 6.12

Khi chọn các biến số trạng thái  $x_1, x_2, x_3$  là các biến số đầu ra của các khâu tích phân  $\frac{1}{p}$  trong sơ đồ hình 6.12, ta nhận được phương trình trạng thái của hệ thống dưới dạng:

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1,5 & 1 & 0 \\ -2,5 & 0 & 1 \\ -3 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} u$$

$$y = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$$

## 6.3. ĐIỀU KIỆN ĐIỀU KHIỂN ĐƯỢC CỦA MỘT HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG

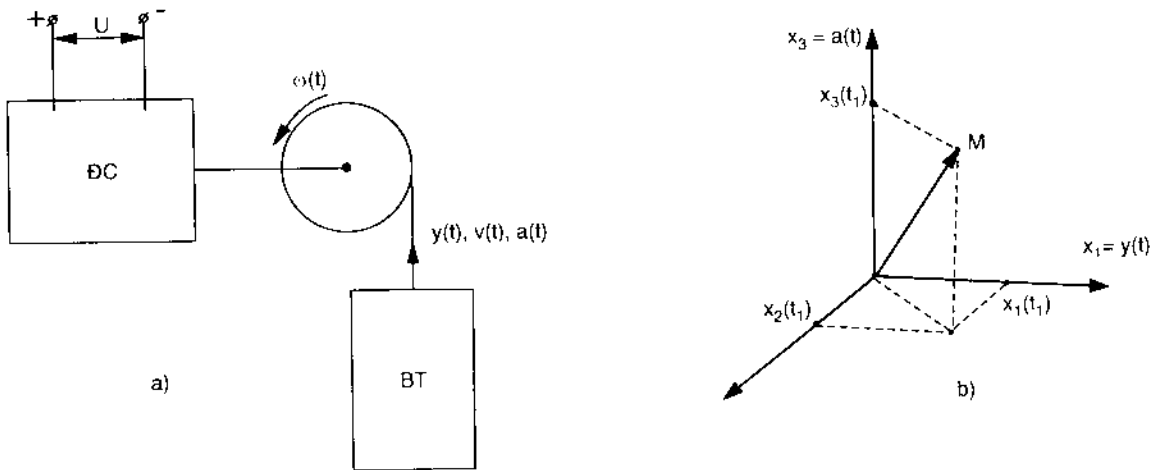
### 6.3.1. Khái niệm về tính điều khiển được

Để dễ dàng hiểu được khái niệm này, trước hết ta xét một ví dụ sau đây:

Một thang máy được truyền động bằng một động cơ điện một chiều có sơ đồ khối như hình 6.13a.

Ta có thể xem đại lượng đầu vào của thang máy là điện áp  $U$  cung cấp cho động cơ điện ĐC, còn đại lượng đầu ra là vị trí  $y(t)$  của buồng thang BT.

Trạng thái của buồng thang tại mỗi thời điểm được xác định bằng 3 biến số: vị trí của buồng thang  $y(t)$ , tốc độ chuyển dịch của buồng thang  $v(t)$  và gia tốc chuyển động của buồng thang  $a(t)$ .



Hình 6.13

Từ đó nếu ta chọn 3 biến số trạng thái của buồng thang là  $x_1 = y(t)$ ;  $x_2 = v(t)$  và  $x_3 = a(t)$  thì tại mỗi thời điểm vectơ trạng thái  $X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$  sẽ chỉ trạng thái của buồng

thang tại thời điểm đó.

Nếu ta biểu diễn vectơ trạng thái này trong không gian trạng thái 3 chiều  $x_1, x_2, x_3$  như hình 6.13b, thì tại mỗi thời điểm vectơ trạng thái  $X$  sẽ được biểu diễn bằng một điểm trong không gian này. Ví dụ điểm  $M(x_1(t_1), x_2(t_1), x_3(t_1))$  biểu diễn vectơ trạng thái hoặc trạng thái của buồng thang tại thời điểm  $t_1$ .

Ta dễ dàng thấy rằng các biến số trạng thái  $x_1 = y(t)$ ;  $x_2 = v(t)$ ;  $x_3 = a(t)$  đều phụ thuộc vào điện áp  $U$  cung cấp cho động cơ điện. Do đó để điều khiển trạng thái của buồng thang, ta chỉ cần thay đổi điện áp  $U$ .

Nếu bằng cách thay đổi điện áp U (đại lượng đầu vào của hệ thống thang máy) ta có thể đạt được trạng thái mong muốn bất kì của buồng thang hoặc điểm mong muốn bất kì trong không gian trạng thái của buồng thang thì hệ thống thang máy trên được gọi là hoàn toàn điều khiển được.

Từ ví dụ trên ta có thể tổng quát hóa như sau:

Một hệ thống điều khiển tự động được mô tả bằng phương trình trạng thái:

$$\begin{aligned} \dot{X} &= AX + B\bar{u} \\ \bar{y} &= CX + D\bar{u} \end{aligned}$$

Trong đó:  $\bar{u}$  là véctơ biến số đầu vào;

$X$  là véctơ trạng thái;

$\bar{y}$  là véctơ biến số đầu ra;

A, B, C, D là các ma trận quan hệ.

Hệ thống trên đây được gọi là hoàn toàn điều khiển được nếu bằng cách thay đổi véctơ  $\bar{u}$  ta có thể đạt được véctơ trạng thái X bất kì hoặc điểm bất kì trong không gian trạng thái trong một thời gian hữu hạn.

### 6.3.2. Điều kiện điều khiển được

a) *Khái niệm về hạng của ma trận*

Một ma trận A gồm m hàng n cột:

$$A(m \times n) = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{vmatrix}$$

Nếu  $m = n$  thì A được gọi là ma trận vuông cấp n. Giả sử p là số tự nhiên không lớn hơn m và n; nếu từ ma trận A trích ra các ma trận vuông cấp p thì định thức của mỗi ma trận trích ra được gọi là định thức con cấp p của ma trận A. Hạng của ma trận A là cấp p lớn nhất của định thức con khác không của ma trận A và ta kí hiệu là  $\text{ranK}(A)$ .

Ví dụ một ma trận:

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 6 \\ 4 & 10 \end{vmatrix}$$

Từ A ta có thể trích ra các ma trận vuông cấp 2:

$$A_1 = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 6 \end{vmatrix}; A_2 = \begin{vmatrix} 2 & 6 \\ 4 & 10 \end{vmatrix}; A_3 = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 10 \end{vmatrix}$$

Định thức của các ma trận này là:

$$\det A_1 = 0; \det A_2 = -4; \det A_3 = -2$$

Như vậy  $\text{ran}K(A) = 2$

b) Điều kiện điều khiển được

Người ta đã chứng minh rằng một hệ thống điều khiển có  $n$  biến số trạng thái  $x_1, x_2, \dots, x_n$  và được mô tả bằng phương trình trạng thái:

$$\dot{X} = AX + B\bar{u}$$

sẽ hoàn toàn điều khiển được nếu ma trận:

$$P = \begin{vmatrix} B & AB & A^2B & \dots & A^{n-1}B \end{vmatrix}$$

có hạng bằng  $n$ :

Thực vậy trong lý thuyết toán học người ta đã chứng minh được rằng với giá trị bất kỳ của  $X$ , phương trình  $\dot{X} = AX + B\bar{u}$  sẽ có ít nhất một lời giải  $\bar{u}$  nếu và chỉ nếu ma trận  $P$  có hạng bằng  $n$ .

**Ví dụ 6.3:** Một hệ thống điều khiển có 3 biến số trạng thái  $x_1, x_2, x_3$  và được biểu diễn bằng phương trình trạng thái:

$$\dot{X} = AX + B\bar{u}$$

Trong đó:

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 0 & 2 & 4 \\ 0 & 4 & 6 \end{vmatrix}; B = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{vmatrix}$$

Yêu cầu kiểm tra hệ thống này có hoàn toàn điều khiển được không.

**Giải:** Ta có:

$$AB = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 0 & 2 & 4 \\ 0 & 4 & 6 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 5 \\ 4 \\ 6 \end{vmatrix}$$

$$A^2B = A \cdot AB = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 0 & 2 & 4 \\ 0 & 4 & 6 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 5 \\ 4 \\ 6 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 47 \\ 32 \\ 52 \end{vmatrix}$$

$$P = \begin{vmatrix} B & AB & A^2B \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 5 & 47 \\ 4 & 32 \\ 1 & 6 & 52 \end{vmatrix}$$

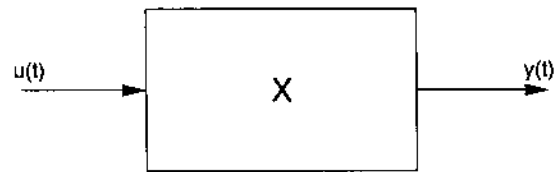
$$\det P = 1 \begin{vmatrix} 5 & 47 \\ 4 & 32 \end{vmatrix} = -28 \neq 0$$

Do đó hạng của P bằng 3 và hệ thống điều khiển trên đây hoàn toàn điều khiển được.

#### 6.4. TÍNH QUAN SÁT ĐƯỢC VÀ TIÊU CHUẨN QUAN SÁT ĐƯỢC CỦA MỘT HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN TỰ ĐỘNG

##### 6.4.1. Khái niệm về tính quan sát được

Một hệ thống điều khiển được kí hiệu như hình 6.14. Hệ thống có vectơ biến số đầu vào là  $\bar{u}(t)$ , vectơ biến số đầu ra là  $\bar{y}(t)$  và vectơ trạng thái X. Hệ thống được gọi là quan sát được nếu bằng cách quan sát  $\bar{u}(t)$  và  $\bar{y}(t)$  trong một thời gian hữu hạn từ thời điểm bắt đầu quan sát  $t_0$ , ta có thể xác định được trạng thái X của hệ thống tại thời điểm  $t_0$ .



Hình 6.14

Ví dụ đối với thang máy hình 6.13a, biến số đầu vào là điện áp U cung cấp cho động cơ truyền động, biến số đầu ra là vị trí  $y(t)$  của buồng thang và trạng thái của buồng thang được xác định bằng 3 biến số trạng thái  $x_1 = y(t)$ ;  $x_2 = v(t)$ ;  $x_3 = a(t)$ , nếu bằng cách quan sát U và  $y(t)$  trong một thời gian hữu hạn bắt đầu từ thời điểm  $t_0$  ta có thể xác định được trạng thái của buồng thang tại thời điểm  $t_0$ , nghĩa là xác định được  $y(t_0)$ ,  $v(t_0)$  và  $a(t_0)$  thì thang máy được gọi là hoàn toàn quan sát được.

##### 6.4.2. Tiêu chuẩn quan sát được của một hệ thống điều khiển

Người ta đã chứng minh được rằng một hệ thống tự động được mô tả bằng phương trình trạng thái:

$$\dot{X} = AX + B\bar{u}$$

$$\bar{y} = CX$$

là hoàn toàn quan sát được khi và chỉ khi ma trận:

$$L = \left| C', A'C', (A')^2 C', \dots, (A')^{(n-1)} C' \right|$$

có hạng bằng n.

Trong đó:  $C'$  là ma trận chuyển vị của ma trận  $C$ ;

$A'$  là ma trận chuyển vị của ma trận  $A$ ;

$n$  là số biến số trạng thái của hệ thống.

**Ví dụ 6.4:** Một hệ thống điều khiển có 3 biến số trạng thái và được mô tả bằng phương trình trạng thái:

$$\dot{X} = AX + B\bar{u}$$

$$\bar{y} = CX$$

Trong đó:

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \end{vmatrix}; \quad B = \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{vmatrix}; \quad C = \begin{vmatrix} 0 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

Yêu cầu kiểm tra hệ thống điều khiển này có hoàn toàn quan sát được không.

**Giải:** Ta có:

$$C' = \begin{vmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{vmatrix}; \quad A' = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

$$A'C' = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 \\ 5 \\ 5 \end{vmatrix}$$

$$(A')^2 C' = A'A'C' = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 2 \\ 5 \\ 5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 12 \\ 20 \\ 17 \end{vmatrix}$$

$$L = \left| C' \quad A'C' \quad (A')^2 C' \right| = \begin{vmatrix} 0 & 2 & 12 \\ 2 & 5 & 20 \\ 1 & 5 & 17 \end{vmatrix}$$

$$\det(L) = -2 \begin{vmatrix} 2 & 12 \\ 5 & 17 \end{vmatrix} + 1 \begin{vmatrix} 2 & 12 \\ 5 & 20 \end{vmatrix} = -44 - 20 = -64 \neq 0$$

Do đó hạng của  $L$  đúng bằng 3 và hệ thống điều khiển trên đây là hoàn toàn quan sát được.

## PHẦN II

# HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN XUNG

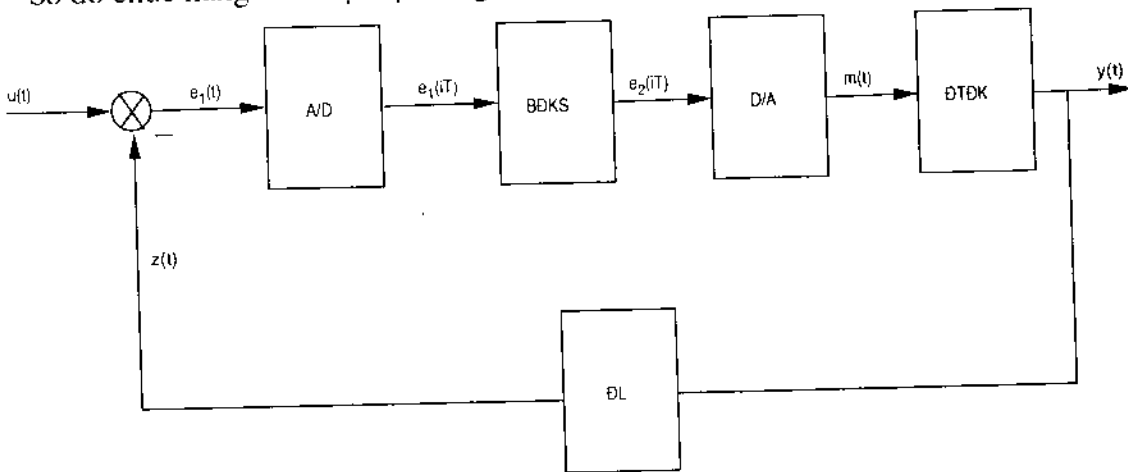
### Chương 7

## HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN XUNG - SỐ

#### 7.1. KHÁI NIỆM CHUNG VỀ HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN XUNG - SỐ

Trong điều khiển tự động hiện nay, người ta thường dùng máy tính số hoặc bộ điều khiển số (bộ vi xử lý) hoặc các thiết bị biến đổi xung. Các hệ thống điều khiển có chứa các phần tử xung - số như vậy được gọi là các hệ thống điều khiển xung - số.

Sơ đồ chức năng của một hệ thống điều khiển xung - số như hình 7.1



**Hình 7.1**

Hệ thống này thường chứa 5 bộ phận chính:

1. Đối tượng điều khiển ĐTĐK: đó là một thiết bị hoặc quá trình liên tục. Tín hiệu đầu vào và đầu ra của nó  $x(t)$ ;  $y(t)$  là các hàm liên tục của thời gian.
2. Cơ cấu đo lường ĐL dùng để đo tín hiệu đầu ra  $y(t)$  và kết quả đo được đưa trở lại đầu vào để so sánh với tín hiệu chỉ thị  $u(t)$ .
3. Bộ biến đổi tương tự - số A/D dùng để biến đổi tín hiệu liên tục  $e(t)$  thành tín hiệu rời rạc  $e(iT)$ .

Ví dụ trên hình 7.2 nếu  $e(t)$  là đường cong 1 thì  $e(iT)$  là một dãy giá trị rời rạc  $e(0)$ ,  $e(T)$ ,  $e(2T)$ , ...,  $e(nT)$ .

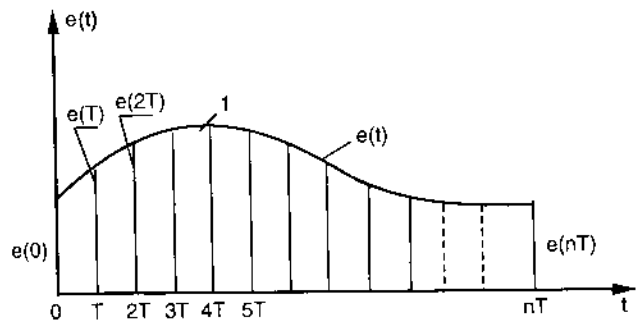
Quá trình biến đổi như vậy còn gọi là quá trình lấy mẫu và  $T$  được gọi là chu kỳ lấy mẫu.

4. Bộ điều khiển số BDKS (bộ vi xử lý) hoặc máy tính số dùng để tạo ra tín hiệu điều khiển  $x(iT)$ .

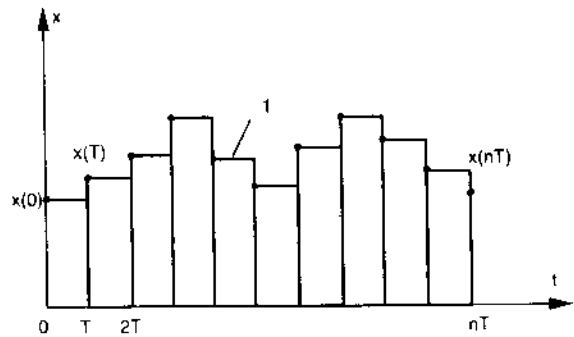
5. Bộ biến đổi số - tương tự D/A, dùng để biến đổi tín hiệu điều khiển dạng rời rạc  $x(iT)$  thành tín hiệu điều khiển dạng liên tục  $x(t)$ .

Ví dụ trên hình 7.3 nếu lưu giữ mỗi giá trị rời rạc  $x(0), x(T), x(2T), \dots, x(nT)$  trong một thời gian  $T$  thì ta sẽ nhận được một tín hiệu liên tục  $x(t)$  như đường 1.

Do đó bộ biến đổi D/A còn được gọi là phân tử lưu giữ cấp không.



Hình 7.2

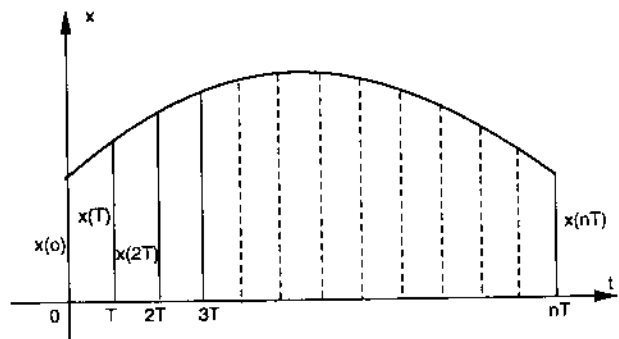


Hình 7.3

## 7.2. CÁC PHÉP TÍNH ĐỐI VỚI HÀM RỜI RẠC $x(iT)$

### 7.2.1. Tích phân số

Giả thiết một hàm liên tục  $x(t)$  được biểu diễn bằng đường cong 1 trên hình 7.4. Khi tiến hành lấy mẫu đường cong này với thời gian lấy mẫu  $T$ , ta sẽ được một dãy số  $x(0), x(T), x(2T), \dots, x(nT)$ . Dãy số này được gọi là hàm rời rạc và kí hiệu là  $x(iT)$ . Đặc biệt khi  $T = \text{const}$ , hàm rời rạc được kí hiệu là  $x(i)$ . Như vậy hàm rời rạc  $x(iT)$  chính là một dãy các giá trị của  $x(t)$  tại các thời điểm  $iT$  ( $i = 0, 1, 2, \dots, n$ ).



Hình 7.4

Nếu tích phân của hàm liên tục  $x(t)$  là:

$$y(t) = \int_0^t x(\tau) d\tau$$



thì tương ứng ta có tích phân số của hàm rời rạc  $x(iT)$  là:

$$y(iT) = \sum_{i=0}^{n-1} T x(iT)$$

Về ý nghĩa hình học  $y(t)$  chính là diện tích giới hạn bởi đường cong  $x(t)$  với trục hoành  $t$ , còn tích phân số  $y(iT)$  là tổng diện tích  $n$  hình chữ nhật có chiều rộng là  $T$  và chiều cao là  $x(iT)$ , trong đó  $i = 0, 1, 2, \dots, n - 1$ .

### 7.2.2. Sai phân của hàm rời rạc $x(i)$

Người ta định nghĩa sai phân bậc nhất của hàm rời rạc  $x(i)$  là:

$$\Delta x(i) = x(i + 1) - x(i)$$

Còn sai phân bậc 2 của  $x(i)$  là:

$$\begin{aligned} \Delta^2 x(i) &= \Delta x(i + 1) - \Delta x(i) \\ &= x(i + 2) - x(i + 1) - [x(i + 1) - x(i)] \\ &= x(i + 2) - 2x(i + 1) + x(i) \end{aligned}$$

Tổng quát sai phân bậc  $K$  của  $x(i)$  là:

$$\begin{aligned} \Delta^K x(i) &= \Delta^{K-1} x(i + 1) - \Delta^{K-1} x(i) \\ &= \sum_{j=0}^K (-1)^{(K-j)} \frac{K!}{j(K-j)!} x(i + j) \end{aligned}$$

### 7.2.3. Phép biến đổi Z của hàm rời rạc $f(iT)$

Như ta đã biết hàm rời rạc  $f(iT)$  chính là một dãy số các giá trị của hàm liên tục  $f(t)$  tại các thời điểm  $iT$ , trong đó  $i = 0, 1, 2, \dots, \infty$ .

Do đó ta có thể viết:

$$f(iT) = \sum_{i=0}^{\infty} f(t) \delta(t - iT)$$

Trong đó  $\delta(t - iT)$  là hàm số xung Dirac.

$$\delta(t - iT) = \begin{cases} 1 & \text{khi } t = iT \\ 0 & \text{khi } t \neq iT \end{cases}$$

Biến đổi Laplace của hàm rời rạc  $f(iT)$  là:

$$\begin{aligned}
F^*(p) &= \int_0^{\infty} f(iT) e^{-pt} dt \\
&= \int_0^{\infty} \sum_{i=0}^{\infty} f(t) \delta(t - iT) e^{-pt} dt \\
&= \sum_{i=0}^{\infty} \int_0^{\infty} f(t) \delta(t - iT) e^{-pt} dt
\end{aligned}$$

vì  $\delta(t - iT) = 0$  tại mọi thời điểm  $t \neq iT$  nên:

$$\int_0^{\infty} f(t) \delta(t - iT) e^{-pt} dt = f(iT) e^{-piT}$$

và

$$F^*(p) = \sum_{i=0}^{\infty} f(iT) e^{-piT}$$

Khi đặt  $e^{pT} = Z$ , ta có:

$$F^*(p) = \sum_{i=0}^{\infty} f(iT) Z^{-i}$$

Hàm  $F^*(p)$  này được gọi là phép biến đổi  $Z$  của hàm rời rạc  $f(iT)$  và kí hiệu là  $F(Z)$  hoặc  $Z\{f(iT)\}$ .

Như vậy biến đổi  $Z$  của hàm rời rạc  $f(iT)$  chính là biến đổi Laplace của hàm rời rạc này và được xác định theo công thức:

$$F(Z) = Z\{f(iT)\} = \sum_{i=0}^{\infty} f(iT) Z^{-i}$$

Ví dụ nếu  $f(t) = 1(t)$  thì  $f(iT) = 1(iT)$  và:

$$\begin{aligned}
F(Z) &= Z\{1(iT)\} = \sum_{i=0}^{\infty} 1(iT) Z^{-i} \\
&= 1 + Z^{-1} + Z^{-2} + \dots + Z^{-\infty} \\
&= 1 \frac{Z^{-\infty} - 1}{Z^{-1} - 1} = \frac{-1}{Z^{-1} - 1} = \frac{1}{1 - Z^{-1}} = \frac{Z}{Z - 1}
\end{aligned}$$

Trên bảng 7.1 người ta cho  $F(Z)$  của các hàm số gốc  $f(t)$  cơ bản.

Bảng 7.1

f(t)	F(Z)	f(t)	F(Z)
$\delta(T)$	1	$\frac{1}{a}(at - 1 + e^{-at})$	$\frac{ZT}{(Z-1)^2} \frac{(1-e^{-aT})Z}{a(Z-1)(Z-e^{-aT})}$
1	$\frac{Z}{(Z-1)}$	$e^{-at}(1 - at)$	$\frac{Z^2 - Ze^{-aT}(1+aT)}{(Z-e^{-aT})^2}$
t	$\frac{TZ}{(Z-1)^2}$	sinat	$\frac{Z \sin aT}{Z^2 - 2Z \cos aT + 1}$
$\frac{1}{2}t^2$	$\frac{T^2 Z(Z+1)}{2(Z-1)^3}$	cosat	$\frac{Z^2 - Z \cos aT}{Z^2 - 2Z \cos aT + 1}$
$e^{-at}$	$\frac{Z}{(Z-e^{-aT})}$	$e^{-at} \sin \omega t$	$\frac{Ze^{-aT} \sin \omega t}{Z^2 - 2Ze^{-aT} \cos \omega T + e^{-2aT}}$
$te^{-at}$	$\frac{TZe^{-aT}}{(Z-e^{-aT})^2}$	$e^{-at} \cos \omega t$	$\frac{Z(Z-e^{-aT} \cos \omega t)}{Z^2 - 2Ze^{-aT} \cos \omega T + e^{-2aT}}$
$\frac{1}{2}t^2 e^{-at}$	$\frac{1}{2}T^2 \frac{(Z+e^{-aT})Ze^{-2aT}}{(Z-e^{-aT})^3}$		
$1 - e^{-at}$	$\frac{(1-e^{-aT})Z}{(Z-1)(Z-e^{-aT})}$		

Biến đổi Z của hàm rời rạc có một số tính chất cơ bản sau đây:

a) Tính chất dịch hàm gốc

Nếu  $Z\{f(i)\} = F(Z)$  và  $f(i) = 0$  khi  $i < 0$  thì:

$$Z\{f(i-1)\} = Z^{-1}F(Z)$$

$$Z\{f(i+1)\} = ZF(Z) - Zf(0)$$

$$Z\{f(i+2)\} = Z^2F(Z) - Z^2f(0) - Zf(1)$$

.....

$$Z\{f(i+m)\} = Z^mF(Z) - \sum_{j=0}^{m-1} f(j)Z^{m-j}$$

Trong đó m là số nguyên dương.

Đặc biệt nếu tất cả điều kiện ban đầu bằng không:  $f(0) = f(1) = f(2) = \dots = f(m) = 0$  thì

$$Z\{f(i + m)\} = Z^m F(Z)$$

b) Tính chất tuyến tính

Nếu  $Z\{f_1(i)\} = F_1(Z)$  và  $Z\{f_2(i)\} = F_2(Z)$  thì

$$Z\{af_1(i) + bf_2(i)\} = aF_1(Z) + bF_2(Z)$$

Trong đó a và b là các hệ số không đổi:

c) Giá trị đầu và cuối của hàm gốc

Nếu  $Z\{f(i)\} = F(Z)$  thì

$$f(0) = \lim_{|Z| \rightarrow \infty} (Z) F(Z)$$

và

$$f(\infty) = \lim_{Z \rightarrow 1} (Z-1)F(Z)$$

d) Tổng hàm gốc (nếu có)

Nếu  $Z\{f(i)\} = F(Z)$  thì

$$\sum_{i=0}^{\infty} f(i) = \lim_{Z \rightarrow 1} F(Z)$$

e) Biến đổi Z của sai phân tiến  $\Delta f(i)$  và sai phân lùi  $\nabla f(i)$

Theo định nghĩa sai phân tiến  $\Delta f(i) = f(i + 1) - f(i)$  và sai phân lùi  $\nabla f(i) = f(i) - f(i - 1)$ .  
 Nếu  $Z\{f(i)\} = F(Z)$  thì

$$Z\{\Delta f(i)\} = (Z - 1) F(Z) - Zf(0)$$

và

$$Z\{\nabla f(i)\} = (1 - Z^{-1}) F(Z)$$

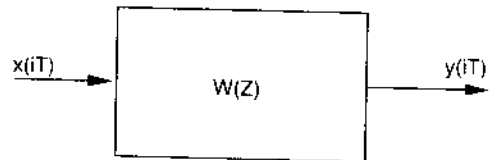
### 7.3. HÀM TRUYỀN ĐẠT CỦA HỆ THỐNG XUNG - SỐ

#### 7.3.1. Định nghĩa hàm truyền đạt

Giả thiết có một phần tử hoặc một hệ thống xung số được kí hiệu như hình 7.5

Nếu tín hiệu vào của phần tử đó là  $x(iT)$  và tín hiệu ra của phần tử đó là  $y(iT)$  thì hàm truyền đạt của phần tử hoặc hệ thống đó sẽ là:

$$W(Z) = \frac{Z\{y(iT)\}}{Z\{x(iT)\}} = \frac{Y(Z)}{X(Z)}$$

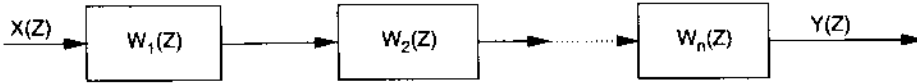


Hình 7.5

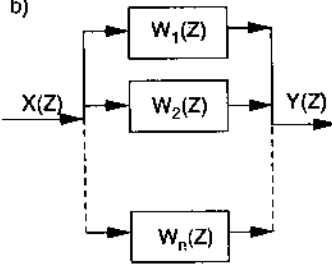
### 7.3.2. Hàm truyền đạt của một nhóm các phần tử

Cũng giống như hệ thống điều khiển liên tục, trong hệ thống điều khiển xung-số, các phần tử hoặc khâu động học có thể được mắc nối tiếp (hình 7.6a) hoặc mắc song song (hình 7.6b) hoặc mắc theo kiểu phản hồi âm (hình 7.6c) hoặc mắc theo kiểu phản hồi dương (hình 7.6d).

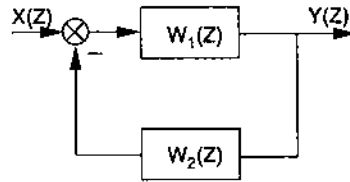
a)



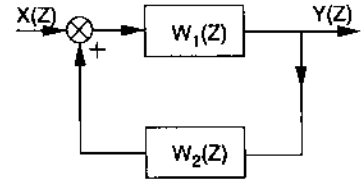
b)



c)



d)



Hình 7.6

Cũng chứng minh giống như trong hệ thống điều khiển liên tục, ta có hàm truyền đạt của một nhóm phân tử hoặc khâu động học nối tiếp bằng tích các hàm truyền đạt của mỗi khâu thành phần:

$$W(Z) = \frac{Y(Z)}{X(Z)} = W_1(Z) \cdot W_2(Z) \dots W_n(Z)$$

Còn hàm truyền đạt của các khâu động học mắc song song bằng tổng các hàm truyền đạt của mỗi khâu động học thành phần:

$$W(Z) = \frac{Y(Z)}{X(Z)} = W_1(Z) + W_2(Z) + \dots + W_n(Z)$$

Hàm truyền đạt của các khâu động học mắc theo kiểu phản hồi âm sẽ là:

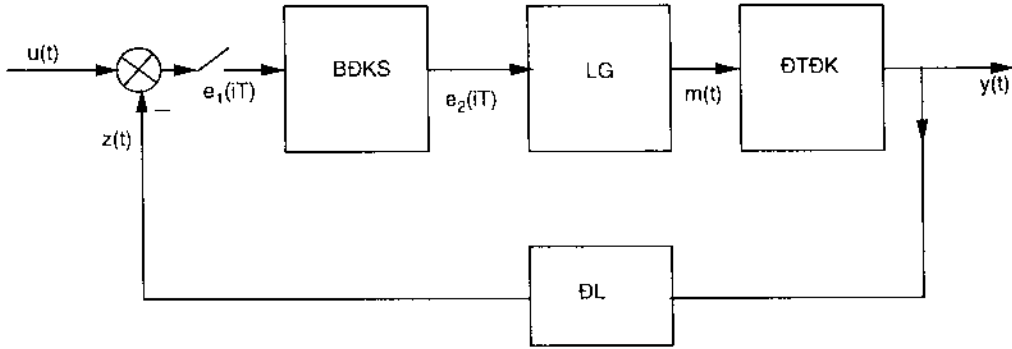
$$W(Z) = \frac{Y(Z)}{X(Z)} = \frac{W_1(Z)}{1 + W_1(Z)W_2(Z)}$$

Còn hàm truyền đạt của các khâu động học mắc theo kiểu phản hồi dương sẽ là:

$$W(Z) = \frac{Y(Z)}{X(Z)} = \frac{W_1(Z)}{1 - W_1(Z)W_2(Z)}$$

### 7.3.3. Hàm truyền đạt của một hệ thống điều khiển xung - số kín

Hệ thống xung - số hình 7.1 có thể biểu diễn lại như hình 7.7.



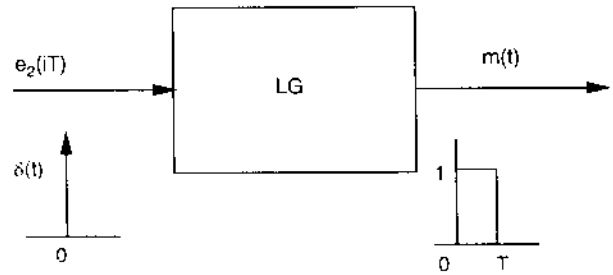
Hình 7.7

Ở đây phần tử biến đổi tương tự - số A/D được biểu diễn dưới dạng một công tắc chỉ được khép kín tức thời tại các thời điểm  $iT$  với  $i = 0, 1, 2, \dots, n$ . Còn phần tử biến đổi số - tương tự D/A được thay thế bằng phần tử lưu giữ cấp không LG.

Để xác định hàm truyền đạt của cả hệ thống xung - số này, chúng ta phải xác định hàm truyền đạt của mỗi bộ phận của hệ thống.

#### a) Hàm truyền đạt của phần tử lưu giữ cấp không LG

Chức năng của phần tử lưu giữ cấp không LG (hình 7.8) là lưu giữ mỗi giá trị rời rạc của tín hiệu đầu vào  $e_2(iT)$  trong thời gian  $T$ . Do đó nếu tín hiệu đầu vào là hàm Dirac  $\delta(t)$  thì tín hiệu đầu ra sẽ là một xung hình chữ nhật với biên độ bằng 1 và thời hạn  $T$ .



Hình 7.8

Thực vậy việc lưu giữ tín hiệu đầu vào  $\delta(t)$  trong một thời gian  $T$  có thể mô tả toán học dưới dạng:

$$m(t) = \int_0^{\infty} \delta(t) dt - \int_T^{\infty} \delta(t) dt = 1(t) - 1(t - T)$$

Hàm này là một xung chữ nhật như ta đã nói ở trên. Như vậy hàm truyền đạt theo tín hiệu liên tục của phần tử lưu giữ là:

$$\begin{aligned} W_{LG}(p) &= \frac{L\{m(t)\}}{L\{e_2(t)\}} = \frac{L\{1(t) - 1(t - T)\}}{L\{\delta(t)\}} \\ &= \frac{1}{p}(1 - e^{-pT}) \end{aligned}$$

b) Hàm truyền đạt của nhóm gồm phân tử lưu giữ và đối tượng điều khiển

Giả thiết đối tượng điều khiển có hàm truyền đạt theo tín hiệu liên tục là:

$$W_{DT}(p) = \frac{L\{y(t)\}}{L\{m(t)\}} = G(p)$$

thì hàm truyền đạt theo tín hiệu liên tục của nhóm gồm phân tử lưu giữ và đối tượng điều khiển là:

$$\begin{aligned} W(p) &= W_{LG}(p) \cdot W_{DT}(p) \\ &= (1 - e^{-pT}) \frac{1}{p} G(p) = \frac{1}{p} G(p) - \frac{1}{p} G(p) e^{-pT} \end{aligned}$$

Để tìm hàm truyền đạt của nhóm này theo tín hiệu số (tín hiệu rời rạc) ta kí hiệu hàm gốc :  $L^{-1}\{W(p)\}$  là  $f(t)$  và hàm gốc  $L^{-1}\left\{\frac{1}{p} G(p)\right\}$  là  $h(t)$ , ta có :

$$\begin{aligned} f(t) &= L^{-1}\{W(p)\} = L^{-1}\left\{\frac{1}{p} G(p)\right\} - L^{-1}\left\{\frac{1}{p} G(p) e^{-pT}\right\} \\ &= h(t) - h(t - T) \end{aligned}$$

Tương ứng ta sẽ có:

$$f(iT) = h(iT) - h(iT - T)$$

và hàm truyền đạt theo tín hiệu số của nhóm này là:

$$\begin{aligned} W(Z) &= Z\{f(iT)\} = Z\{h(iT) - h(iT - T)\} \\ &= (1 - Z^{-1})Z\{h(iT)\} \end{aligned}$$

Ví dụ nếu  $G(p) = \frac{a}{p(p+a)}$ . Trong đó  $a$  là hệ số không đổi thì

$$\begin{aligned} h(t) &= L^{-1}\left\{\frac{1}{p} G(p)\right\} = L^{-1}\left\{\frac{a}{p^2(p+a)}\right\} \\ &= \frac{1}{a}(at - 1 + e^{-at}) \end{aligned}$$

$$Z\{h(iT)\} = \frac{ZT}{(Z-1)^2} + \frac{(e^{-aT} - 1)Z}{a(Z-1)(Z - e^{-aT})}$$

và

$$W(Z) = (1 - Z^{-1})Z\{h(iT)\} = \frac{T}{Z-1} + \frac{e^{-aT} - 1}{a(Z - e^{-aT})}$$

c) Hàm truyền đạt của bộ điều khiển số

Bộ điều khiển số thường là máy tính số (digital computer) hoặc bộ điều khiển PID số. Máy tính số thường được biểu diễn toán học dưới dạng phương trình sai phân lùi:

$$\begin{aligned} e_2(iT) + a_1 e_2[(i-1)T] + \dots + a_n e_2[(i-n)T] &= \\ = b_0 e_1(iT) + b_1 e_1[(i-1)T] + \dots + b_m e_1[(i-m)T] \end{aligned}$$

Trong đó  $a_1, a_2, \dots, a_n; b_0, b_1, \dots, b_m$  là các hệ số không đổi.

Khi thực hiện phép biến đổi Z cả 2 vế của phương trình này ta nhận được:

$$E_2(Z) (1 + a_1 Z^{-1} + a_2 Z^{-2} + \dots + a_n Z^{-n}) = E_1(Z) (b_0 + b_1 Z^{-1} + \dots + b_m Z^{-m})$$

Trong đó  $E_2(Z) = Z \{e_2(iT)\}$  và  $E_1(Z) = Z\{e_1(iT)\}$ .

Từ đây ta rút ra hàm truyền đạt theo tín hiệu số của máy tính số:

$$R(Z) = \frac{E_2(Z)}{E_1(Z)} = \frac{b_0 + b_1 Z^{-1} + \dots + b_m Z^{-m}}{1 + a_1 Z^{-1} + a_2 Z^{-2} + \dots + a_n Z^{-n}}$$

Ví dụ nếu máy tính được biểu diễn bằng phương trình:

$$e_2(iT) + 0,25e_2[(i-1)T] = 1,2e_1(iT) - 0,4e_1[(i-1)T]$$

thì 
$$R(Z) = \frac{E_2(Z)}{E_1(Z)} = \frac{1,2 - 0,4Z^{-1}}{1 + 0,25Z^{-1}}$$

Còn hàm truyền đạt của bộ điều khiển PID số có dạng chung là:

$$R(Z) = K_p + \frac{K_i T(Z+1)}{2(Z-1)} + \frac{K_d(Z-1)}{TZ}$$

Trong đó:  $K_p, K_i$  và  $K_d$  là các hệ số tỉ lệ, hệ số tích phân và hệ số đạo hàm;

$T$  là chu kỳ lấy mẫu.

d) Hàm truyền đạt của cơ cấu đo lường

Nếu hàm truyền đạt theo tín hiệu liên tục của cơ cấu đo lường là  $W_{DL}(p)$  thì hàm truyền đạt theo tín hiệu số của nó sẽ là:

$$W_{DL}(Z) = \frac{Z\{z(iT)\}}{Z\{y(iT)\}} = Z\{v(t)\}$$

Trong đó  $v(t) = L^{-1}\{W_{DL}(p)\}$ .

Ví dụ nếu  $W_{DL}(p) = \frac{1}{p+a}$  thì  $v(t) = L^{-1}\left\{\frac{1}{p+a}\right\} = e^{-at}$  và



$$W_{DL}(Z) = Z \left\{ e^{-at} \right\} \frac{Z}{Z - e^{-aT}}$$

Khi xác định được hàm truyền đạt của các bộ phận, ta có thể xác định được hàm truyền đạt của cả hệ thống kín theo công thức:

$$W_K(Z) = \frac{R(Z).W(Z)}{1 + R(Z).W(Z).W_{DL}(Z)}$$

Trong đó:  $R(Z)$  hàm truyền đạt của máy tính số hoặc bộ điều khiển PID số;

•  $W(Z)$  hàm truyền đạt của nhóm gồm phần tử lưu giữ và đối tượng điều khiển;

$W_{DL}(Z)$  hàm truyền đạt của cơ cấu đo lường.

**Ví dụ 7.1:** Một hệ thống xung số có sơ đồ khối như hình 7.7.

Biết đối tượng điều khiển ĐTĐK có hàm truyền đạt:

$$W_{DT} = \frac{a}{p + a}$$

Thiết bị điều khiển TBĐK là bộ điều khiển PID số với  $K_p = 1$ ;  $K_i = 1,5$ ;  $K_d = 0$ .

Cơ cấu đo lường có hàm truyền đạt:

$$W_{DL}(p) = 1$$

Yêu cầu xác định hàm truyền đạt của cả hệ thống kín khi  $a = 10$  và chu kỳ lấy mẫu  $T = 0,1s$ .

**Giải:** Ta có hàm truyền đạt của nhóm gồm phần tử lưu giữ LG và đối tượng điều khiển ĐTĐK là:

$$W(p) = (1 - e^{-pT}) \frac{a}{p(p+a)}$$

$$h(t) = L^{-1} \left\{ \frac{a}{p(p+a)} \right\} = 1 - e^{-at}$$

$$Z\{h(iT)\} = \frac{(1 - e^{-aT})Z}{(Z-1)(Z - e^{-aT})}$$

và

$$W(Z) = (1 - Z^{-1}) Z\{h(iT)\} = \frac{Z-1}{Z} \left( \frac{(1 - e^{-aT})Z}{(Z-1)(Z - e^{-aT})} \right)$$

$$= \frac{1 - e^{-aT}}{Z - e^{-aT}}$$

Hàm truyền đạt của bộ điều khiển PID số là:

$$R(Z) = 1 + \frac{1,5T(Z+1)}{2(Z-1)} = \frac{2(Z-1) + 1,5T(Z+1)}{2(Z-1)}$$

Hàm truyền đạt của cơ cấu đo lường  $W_{DL}(p) = 1$  tương ứng:

$$v(t) = L^{-1}\{W_{DL}(p)\} = \delta(t)$$

và

$$W_{DL}(Z) = Z\{\delta(t)\} = 1$$

Như vậy hàm truyền đạt của cả hệ thống kín này là:

$$\begin{aligned} W_K(Z) &= \frac{R(Z).W(Z)}{1 + R(Z).W(Z).W_{DL}(Z)} \\ &= \frac{[2(Z-1) + 1,5T(Z+1)](1 - e^{-aT})}{2(Z-1)(Z - e^{-aT}) \left[ 1 + \frac{[2(Z-1) + 1,5T(Z+1)](1 - e^{-aT})}{2(Z-1)(Z - e^{-aT})} \right]} \\ &= \frac{[2(Z-1) + 1,5T(Z+1)](1 - e^{-aT})}{2(Z-1)(Z - e^{-aT}) + [2(Z-1) + 1,5T(Z+1)](1 - e^{-aT})} \end{aligned}$$

Khi thay trong biểu thức này  $a = 10$ ,  $T = 0,1s$ . Ta nhận được:

$$\begin{aligned} W_K(Z) &= \frac{[2(Z-1) + 0,15(Z+1)](1 - e^{-1})}{2(Z-1)(Z - e^{-1}) + [2(Z-1) + 0,15(Z+1)](1 - e^{-1})} \\ &= \frac{1,36Z - 1,17}{2Z^2 - 1,38Z - 0,43} \end{aligned}$$

#### 7.4. ĐIỀU KIỆN ỔN ĐỊNH CỦA MỘT HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN XUNG - SỐ

Hàm truyền đạt của một hệ thống điều khiển xung-số có dạng chung là:

$$W_K(Z) = \frac{b_0 Z^m + b_1 Z^{m-1} + \dots + b_m}{a_0 Z^n + a_1 Z^{n-1} + \dots + a_n}$$

Trong đó  $b_0, b_1, \dots, b_m; a_0, a_1, \dots, a_n$  là các hệ số không đổi.

Mẫu số của  $W_K(Z)$  này được gọi là đa thức đặc tính và phương trình đặc tính của hệ thống sẽ là:

$$a_0 Z^n + a_1 Z^{n-1} + \dots + a_n = 0$$

Trong đó  $Z = e^{pT}$  còn  $p = \alpha + j\omega$ .

Cũng giống như trong hệ thống điều khiển liên tục, người ta chứng minh được rằng nếu phương trình đặc tính trên đây có tất cả các nghiệm  $Z_i = e^{p_i T}$  với  $p_i = \alpha_i + j\omega_i$ ; trong đó  $\alpha_i < 0$  thì hệ thống điều khiển xung số ổn định. Ngược lại hệ thống điều khiển xung số sẽ không ổn định nếu trong các nghiệm của phương trình đặc tính của nó chỉ cần tồn tại một nghiệm  $Z_i = e^{p_i T}$ , trong đó  $p_i$  có phần thực  $\alpha_i > 0$ .

Ta có:

$$Z_i = e^{p_i T} = e^{(\alpha_i + j\omega_i) T} = e^{\alpha_i T} e^{j\omega_i T}$$

$$= e^{\alpha_i T} (\cos \omega_i T + j \sin \omega_i T)$$

Nếu kí hiệu môđun của  $Z_i$  là  $|Z_i|$  ta có:

$$|Z_i| = |e^{\alpha_i T}| \sqrt{\cos^2 \omega_i T + \sin^2 \omega_i T} = e^{\alpha_i T}$$

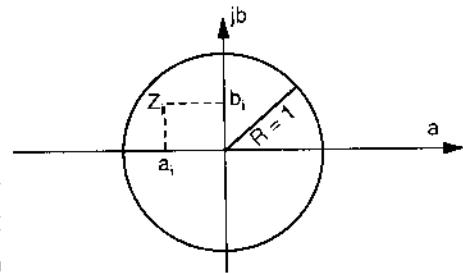
- Khi  $\alpha_i < 0$  ta có  $|Z_i| < 1$ ;
- Khi  $\alpha_i > 0$  ta có  $|Z_i| > 1$ ;
- Khi  $\alpha_i = 0$  ta có  $|Z_i| = 1$ .

Như vậy ta có thể phát biểu: điều kiện ổn định của một hệ thống điều khiển xung-số là tất cả các nghiệm  $Z_i$  của phương trình đặc tính của nó có môđun bé hơn một ( $|Z_i| < 1$ ).

Nếu ta biểu diễn các nghiệm của phương trình đặc tính của một hệ thống xung-số dưới dạng:

$$Z_i = a_i + jb_i$$

thì trong mặt phẳng phức tọa độ  $a$  và  $jb$  (hình 7.9), mỗi nghiệm  $Z_i$  được biểu diễn bằng một điểm có tọa độ  $a_i$  và  $b_i$  tương ứng (điểm nghiệm). Nếu trong mặt phẳng này ta vẽ một vòng tròn có tâm là gốc tọa độ  $O$  và bán kính  $R = 1$  thì ta dễ dàng thấy rằng:



Hình 7.9

Nếu tất cả các điểm nghiệm của phương trình đặc tính nằm trong vòng tròn này thì hệ thống xung số ổn định. Vòng tròn này được gọi là ranh giới ổn định trên mặt phẳng nghiệm; chỉ cần tồn tại một điểm nghiệm nằm ngoài vòng tròn này thì hệ thống xung-số không ổn định.

Ví dụ hệ thống xung-số đã xét ở ví dụ 7.1 trước đây có hàm truyền đạt khi  $a = 10$  và  $T = 0,1s$  là:

$$W_k(Z) = \frac{1,36Z - 1,17}{2Z^2 - 1,38Z - 0,43}$$

Phương trình đặc tính của hệ thống này sẽ là:

$$2Z^2 - 1,38Z - 0,43 = 0$$

Phương trình này có 2 nghiệm  $Z_1 = 0,92$  và  $Z_2 = -0,23$ . Môđun của 2 nghiệm này đều nhỏ hơn một ( $|Z_1| < 1$ ;  $|Z_2| < 1$ ) nên hệ thống điều khiển xung-số trên đây là ổn định.

**7.5. TIÊU CHUẨN ỔN ĐỊNH HURWITZ ĐỐI VỚI HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN XUNG - SỐ**

Ta xét một hệ thống điều khiển xung - số có phương trình đặc tính:

$$a_0Z^n + a_1Z^{n-1} + \dots + a_n = 0$$

Theo điều kiện ổn định, hệ thống này sẽ ổn định nếu tất cả các nghiệm của phương trình đặc tính này có môđun nhỏ hơn một ( $|Z_i| < 1$ ). Như vậy để khẳng định một hệ thống điều khiển xung - số có ổn định hay không, ta phải giải phương trình đặc tính của nó để tìm các nghiệm  $Z_i$ . Đáng tiếc là việc giải một phương trình bậc cao ( $n > 2$ ) không phải luôn luôn dễ dàng.

Để khắc phục khó khăn này, người ta thay:

$$Z = \frac{v+1}{v-1}$$

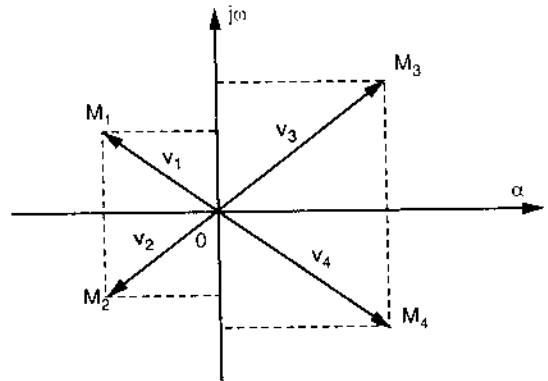
Trong đó  $v$  là một biến số phức có dạng  $v = \alpha + j\omega$

Trong trường hợp đó:

$$Z = \frac{\alpha + j\omega + 1}{\alpha + j\omega - 1} \text{ và } |Z| = \frac{\sqrt{(\alpha+1)^2 + \omega^2}}{\sqrt{(\alpha-1)^2 + \omega^2}}$$

Khi  $|Z| = 1$  thì  $\alpha = 0$  và  $v = j\omega$ .

Như vậy nếu ranh giới ổn định trong mặt phẳng nghiệm  $Z$  là vòng tròn có bán kính  $|Z| = 1$  (hình 7.9) thì ranh giới ổn định trong mặt phẳng nghiệm  $v$  sẽ là trục ảo  $v = j\omega$  (hình 7.10).



Hình 7.10

Ngoài ra khi nghiệm  $v = \alpha + j\omega$  với  $\alpha < 0$ ; ví dụ  $v_1, v_2$  hình 7.10 (nghiệm trái) thì  $|Z| < 1$  và hệ thống ổn định.

Còn khi nghiệm  $v = \alpha + j\omega$  với  $\alpha > 0$ ; ví dụ  $v_3, v_4$  hình 7.10 thì  $|Z| > 1$  và hệ thống không ổn định.

Như vậy nghiệm  $v$  của phương trình đặc tính đối với hệ thống xung-số cũng có vai trò đối với ổn định của hệ thống giống như nghiệm  $p$  trong hệ thống điều khiển liên tục.

Do đó ta có thể dùng tiêu chuẩn Hurwitz đối với hệ thống xung-số khi dùng nghiệm  $v$ . Cụ thể nếu hệ thống điều khiển xung số có phương trình đặc tính:

$$a_0 Z^n + a_1 Z^{n-1} + \dots + a_n = 0$$

Để xét ổn định của hệ thống này, ta thay trong phương trình này  $Z = \frac{v+1}{v-1}$  và ta nhận được phương trình đặc tính với biến số  $v$  dưới dạng:

$$A_0 v^n + A_1 v^{n-1} + \dots + A_n = 0$$

Trong đó  $A_0, A_1, \dots, A_n$  là các hàm số của  $a_0, a_1, \dots, a_n$ .

Theo tiêu chuẩn Hurwitz hệ thống này ổn định nếu  $A_0 > 0$  và tất cả định thức Hurwitz được thành lập từ các hệ số  $A_1, A_2, \dots, A_n$  có trị số lớn hơn không.

**Ví dụ 7.2:** Một hệ thống điều khiển xung - số có phương trình đặc tính:

$$5Z^3 + 4Z^2 + 2Z + 1 = 0$$

Yêu cầu kiểm tra tính ổn định của hệ thống này.

**Giải:** Khi thay trong phương trình đặc tính của hệ thống  $Z = \frac{v+1}{v-1}$  ta có:

$$5 \frac{(v+1)^3}{(v-1)^3} + 4 \frac{(v+1)^2}{(v-1)^2} + 2 \frac{v+1}{v-1} + 1 = 0$$

Từ phương trình này ta rút ra:

$$5(v+1)^3 + 4(v+1)^2(v-1) + 2(v+1)(v-1)^2 + (v-1)^3 = 0$$

$$5(v^3 + 3v^2 + 3v + 1) + 4(v^3 + v^2 - v - 1) + 2(v^3 - v^2 - v + 1) + v^3 - 3v^2 + 3v - 1 = 0$$

$$12v^3 + 14v^2 + 12v + 2 = 0$$

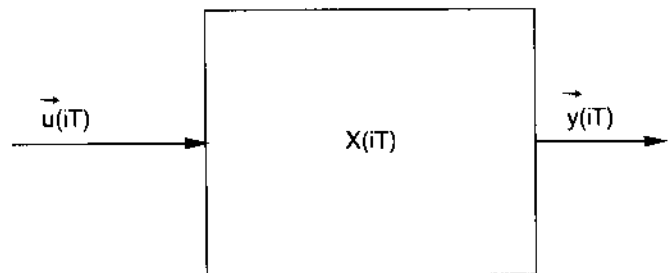
Phương trình bậc 3 này có tất cả hệ số lớn hơn không và định thức  $A_1 A_2 - A_0 A_3 = 14 \times 12 - 12 \times 2 = 144 > 0$  nên theo tiêu chuẩn Hurwitz hệ thống điều khiển xung - số này ổn định.

## 7.6. PHƯƠNG TRÌNH TRẠNG THÁI CỦA HỆ THỐNG XUNG-SỐ

### 7.6.1. Dạng chung của phương trình trạng thái của hệ thống xung-số

Ta xét một hệ thống xung-số có kí hiệu như hình 7.11.

Trong đó  $\vec{u}(iT)$  là véctơ biến số đầu vào của hệ thống;  $\vec{y}(iT)$  là



Hình 7.11

véc tơ biến số đầu ra của hệ thống; còn  $x_1(iT), x_2(iT), \dots, x_n(iT)$  là các biến số trạng thái của hệ thống.

Phương trình trạng thái của một hệ thống xung - số như vậy sẽ có dạng chung là:

$$X[(i+1)T] = A_d X(iT) + B_d \bar{u}(iT)$$

$$\bar{y}(iT) = C_d X(iT)$$

Trong đó:

$$X((i+1)T) = \begin{bmatrix} x_1((i+1)T) \\ x_2((i+1)T) \\ \vdots \\ x_n((i+1)T) \end{bmatrix}; X(iT) = \begin{bmatrix} x_1(iT) \\ x_2(iT) \\ \vdots \\ x_n(iT) \end{bmatrix}; A_d, B_d, C_d \text{ là các ma trận quan hệ.}$$

Các ma trận  $X((i+1)T)$  và  $X(iT)$  còn được gọi là các véc tơ trạng thái của hệ thống ở các thời điểm  $(i+1)T$  và  $iT$ .

### 7.6.2. Thành lập phương trình trạng thái của một hệ thống xung-số

Ta trở lại xét hệ thống xung-số có sơ đồ hình 7.7. Ta có thể chia hệ thống này thành 2 phần: phần liên tục và phần xung - số.

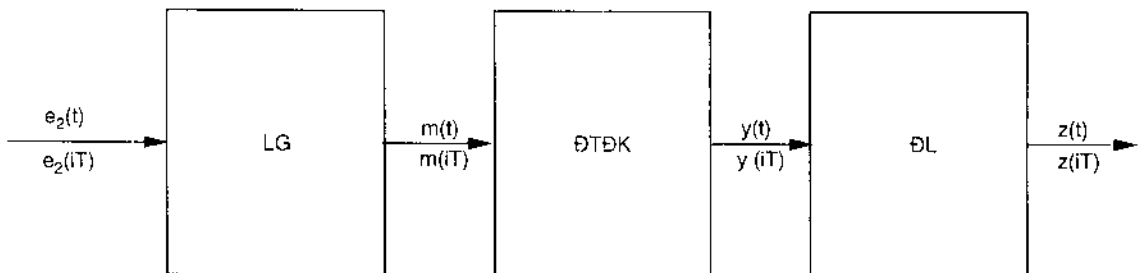
Phần liên tục thường bao gồm phần tử lưu giữ cấp không LG, đối tượng điều khiển ĐTDK và cơ cấu đo lường ĐL. Còn phần xung-số thường là máy tính số hoặc bộ điều khiển số BDKS.

Để dễ dàng thành lập phương trình trạng thái của cả hệ thống, người ta thường thành lập riêng phương trình trạng thái của phần liên tục và phương trình trạng thái của phần xung-số, sau đó kết hợp các phương trình này lại.

Dưới đây ta sẽ xét riêng cách thành lập phương trình trạng thái của mỗi phần.

a) Cách thành lập phương trình trạng thái của phần liên tục

Giả thiết phần liên tục bao gồm các phần tử lưu giữ LG, đối tượng điều khiển ĐTDK, cơ cấu đo lường ĐL như hình 7.12.



Hình 7.12

Nếu hàm truyền đạt của đối tượng là  $W_{DT}(p)$  và hàm truyền đạt của cơ cấu đo lường là  $W_{DL}(p)$  thì hàm truyền đạt của phần liên tục không có phần tử lưu giữ LG là:

$$W_{LT}(p) = \frac{z(p)}{m(p)} = W_{DT}(p)W_{DL}(p)$$

Khi biết hàm truyền đạt  $W_{LT}(p)$ , ta có thể dùng một trong các phương pháp được trình bày trong chương 6 để xác định phương trình trạng thái của phần này dưới dạng:

$$\dot{X} = AX + Bm(t)$$

$$z(t) = CX$$

Từ các phương trình này, tại thời điểm  $iT$  ta có:

$$\dot{X}(iT) = AX(iT) + Bm(iT)$$

$$z(iT) = CX(iT)$$

Vì chu kỳ lấy mẫu  $T$  thường rất bé, nên ta có thể xem gần đúng:

$$\dot{X}(iT) = \frac{X((i+1)T) - X(iT)}{T}$$

Từ đó ta có:

$$\begin{aligned} X((i+1)T) &= X(iT) + T\dot{X}(iT) \\ &= X(iT) + T[AX(iT) + Bm(iT)] \\ &= (I + TA)X(iT) + TBm(iT) \\ &= A_d X(iT) + B_d m(iT) \end{aligned}$$

Trong đó  $A_d = I + TA$ ;  $B_d = TB$  và  $I$  là ma trận đơn vị.

Ngoài ra vì phần tử lưu giữ LG giữ nguyên giá trị của  $e_2(iT)$  tại các thời điểm  $iT$ . Do đó:

$$m(iT) = e_2(iT)$$

Như vậy phương trình trạng thái của phần liên tục (kể cả phần tử lưu giữ LG) là:

$$X((i+1)T) = A_d X(iT) + B_d e_2(iT)$$

$$z(iT) = C_d X(iT)$$

Trong đó:  $X(iT)$  là véctơ trạng thái của phần liên tục không kể đến phần tử lưu giữ LG;

$$A_d = I + TA, B_d = TB, C_d = C.$$

Với  $A, B, C$  là các ma trận quan hệ trong phương trình trạng thái liên tục của phần liên tục, không kể đến phần tử lưu giữ LG.

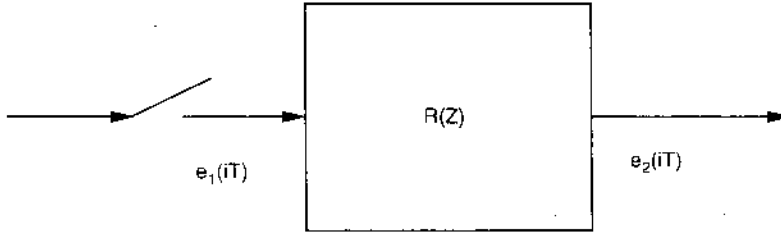
*b) Cách thành lập phương trình trạng thái của phần xung - số*

Ta hãy xét một phần xung - số có kí hiệu như hình 7.13. Hàm truyền đạt của phần xung - số (máy tính số hoặc bộ điều khiển số) thường có dạng chung là:

$$R(Z) = \frac{Z\{e_2(iT)\}}{Z\{e_1(iT)\}} = \frac{b_0 Z^n + b_1 Z^{n-1} + \dots + b_n}{Z^n + a_1 Z^{n-1} + a_2 Z^{n-2} + \dots + a_n}$$

Khi kí hiệu  $Z\{e_2(iT)\} = E_2(Z)$ ;  $Z\{e_1(iT)\} = E_1(Z)$ . Ta có:

$$E_2(Z)(Z^n + a_1 Z^{n-1} + a_2 Z^{n-2} + \dots + a_n) = E_1(Z)(b_0 Z^n + b_1 Z^{n-1} + \dots + b_n)$$



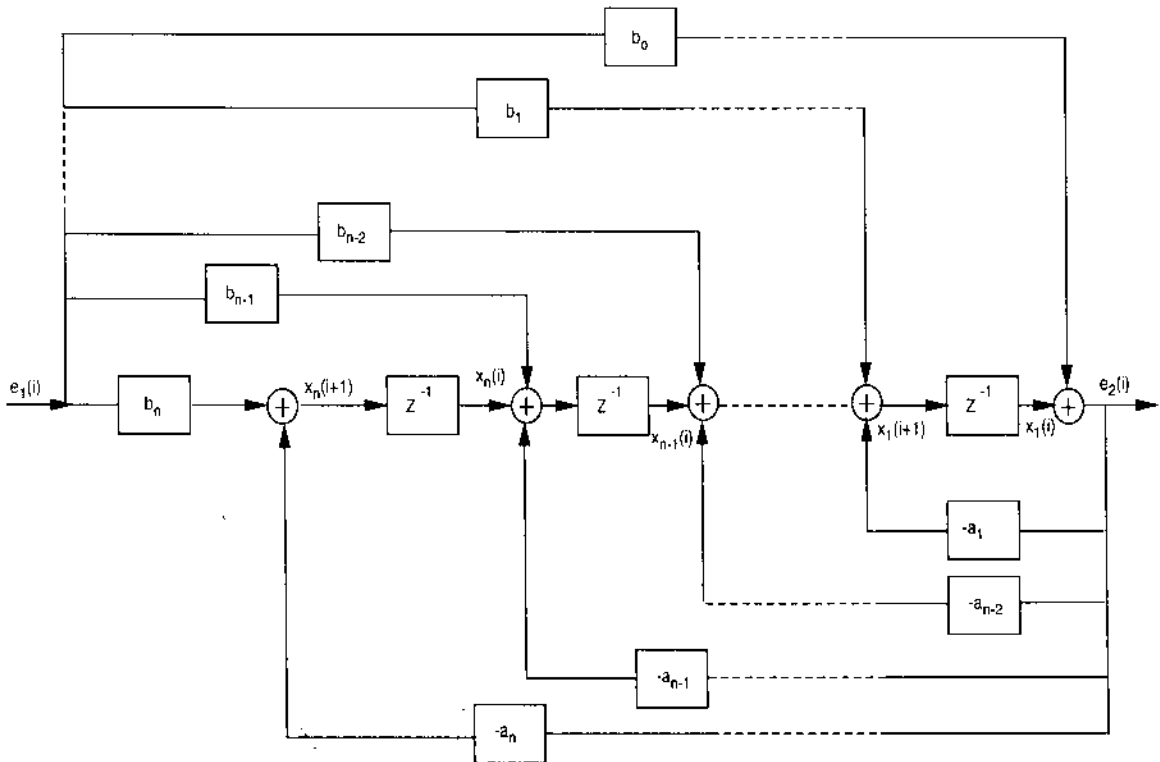
Hình 7.13

Khi chia 2 vế của phương trình này cho  $Z^n$  ta nhận được:

$$E_2(Z) = -a_1 Z^{-1} E_2(Z) - a_2 Z^{-2} E_2(Z) - \dots - a_n Z^{-n} E_2(Z) + b_0 E_1(Z) + b_1 Z^{-1} E_1(Z) + \dots + b_n Z^{-n} E_1(Z)$$

Phương trình này có thể biểu diễn bằng một sơ đồ cấu trúc như hình 7.14.

Trong sơ đồ hình 7.14 này, các khâu có kí hiệu  $Z^{-1}$  được gọi là khâu chậm trễ.



Hình 7.14



Nếu ta chọn các biến số trạng thái của phần này  $x_1(i), x_2(i), \dots, x_n(i)$  là các biến số đầu ra của các khâu chậm trễ thì ta sẽ nhận được các phương trình:

$$e_2(i) = x_1(i) + b_0 e_1(i)$$

$$x_1(i+1) = -a_1 e_2(i) + x_2(i) + b_1 e_1(i)$$

$$= -a_1 x_1(i) + x_2(i) + (b_1 - a_1 b_0) e_1(i)$$

Tương tự:

$$x_2(i+1) = -a_2 x_1(i) + x_3(i) + (b_2 - a_2 b_0) e_1(i)$$

.....

$$x_{n-1}(i+1) = -a_{n-1} x_1(i) + x_n + (b_{n-1} - a_{n-1} b_0) e_1(i)$$

$$x_n(i+1) = -a_n x_1(i) + (b_n - a_n b_0) e_1(i)$$

Các phương trình này có thể viết dưới dạng ma trận:

$$X(i+1) = AX(i) + Be_1(i)$$

$$e_2(i) = CX(i) + De_1(i)$$

Trong đó:

$$X(i+1) = \begin{bmatrix} x_1(i+1) \\ x_2(i+1) \\ \vdots \\ x_n(i+1) \end{bmatrix}; \quad X(i) = \begin{bmatrix} x_1(i) \\ x_2(i) \\ \vdots \\ x_n(i) \end{bmatrix}$$

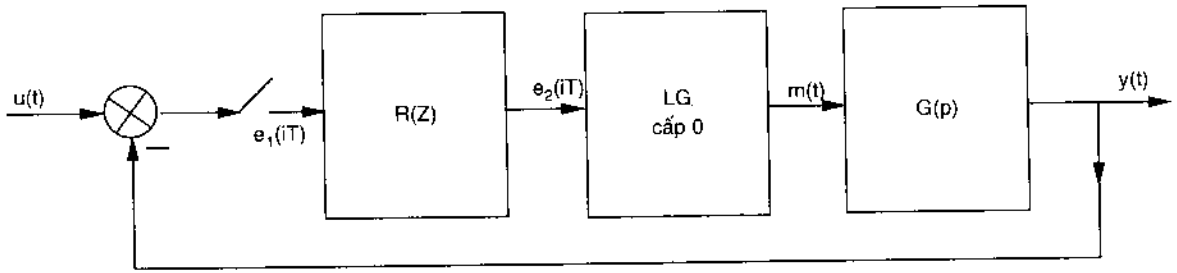
$$A = \begin{bmatrix} -a_1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ -a_2 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -a_{n-1} & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -a_n & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} b_1 - a_1 b_0 \\ b_2 - a_2 b_0 \\ \vdots \\ b_{n-1} - a_{n-1} b_0 \\ b_n - a_n b_0 \end{bmatrix}$$

$$C = |1 \quad 0 \dots 0|; \quad D = |b_0 \quad 0 \dots 0|$$

Khi kết hợp phương trình trạng thái của phần xung-số này với phương trình trạng thái của phần liên tục ta sẽ nhận được phương trình trạng thái của hệ thống.

**Ví dụ 7.3:** Một hệ thống xung-số có sơ đồ cấu trúc như hình 7.15. Biết đối tượng điều khiển ĐTK có hàm truyền đạt:

$$G(p) = \frac{10}{p(p+5)}$$



Hình 7.15

Cơ cấu đo lường có hàm truyền đạt  $F(p) = 1$ , còn thiết bị điều khiển TBĐT là một bộ điều khiển PI số với hàm truyền đạt:

$$R(Z) = K_p + \frac{K_i T(Z+1)}{2(Z-1)} \text{ với } K_p = 1; K_i = 1,6; T = 0,1s.$$

Yêu cầu xác định phương trình trạng thái của hệ thống.

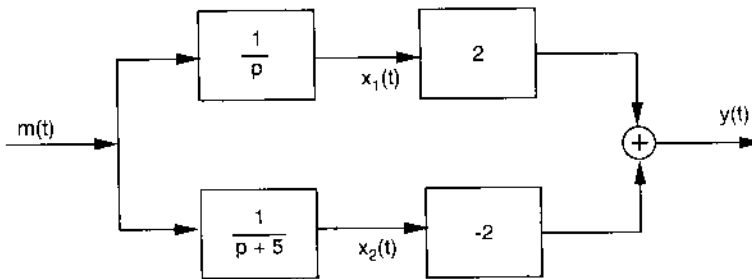
**Giải:** Ta có hàm truyền đạt của phần liên tục không kể phần tử lưu giữ LG là:

$$W_{LT}(p) = G(p) \cdot F(p) = \frac{10}{p(p+5)} = \frac{y(p)}{m(p)}$$

Ta có: 
$$\frac{10}{p(p+5)} = \frac{2}{p} - \frac{2}{p+5}$$

và 
$$y(p) = m(p) \left[ \frac{2}{p} + \left( \frac{-2}{p+5} \right) \right]$$

Từ đây ta có thể biểu diễn phần liên tục bằng một sơ đồ khối như hình 7.16.



Hình 7.16

Khi chọn các biến số trạng thái  $x_1(t)$ ;  $x_2(t)$  của phần liên tục là các đại lượng đầu ra của các khâu tích phân  $\frac{1}{p}$  và khâu quán tính bậc nhất  $\frac{1}{p+5}$ , ta nhận được các phương trình:

$$px_1(p) = m(p)$$

$$(p+5)x_2(p) = m(p)$$

$$y(p) = 2x_1(p) - 2x_2(p)$$

Từ đó ta có các phương trình gốc:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= m(t) \\ \dot{x}_2(t) &= -5x_2(t) + m(t) \\ y(t) &= 2x_1(t) - 2x_2(t)\end{aligned}$$

hoặc viết dưới dạng ma trận:

$$\begin{aligned}\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} m(t) \\ y(t) &= \begin{bmatrix} 2 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}\end{aligned}$$

Các phương trình này có thể viết dưới dạng gọn hơn:

$$\begin{aligned}\dot{X} &= AX + Bm(t) \\ y(t) &= CX\end{aligned}$$

Trong đó  $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -5 \end{bmatrix}$ ;  $B = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ ;  $C = \begin{bmatrix} 2 & -2 \end{bmatrix}$

Khi chuyển sang tín hiệu số phân liên tục này sẽ có phương trình trạng thái:

$$\begin{aligned}\begin{bmatrix} x_1(i+1) \\ x_2(i+1) \end{bmatrix} &= A_d \begin{bmatrix} x_1(i) \\ x_2(i) \end{bmatrix} + B_d m(i) \\ y(i) &= C_d \begin{bmatrix} x_1(i) \\ x_2(i) \end{bmatrix}\end{aligned}$$

Trong đó:

$$\begin{aligned}A_d = I + TA &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -5T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1-5T \end{bmatrix} \\ B_d = TB &= \begin{bmatrix} T \\ T \end{bmatrix} \text{ và } C_d = C = \begin{bmatrix} 2 & -2 \end{bmatrix}\end{aligned}$$

Khi thay trong các phương trình này  $T = 0,1s$  và  $m(i) = e_2(i)$ , ta nhận được phương trình trạng thái của phân liên tục (kể cả phân tử lưu giữ LG) là:

$$\begin{bmatrix} x_1(i+1) \\ x_2(i+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0,5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(i) \\ x_2(i) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0,1 \\ 0,1 \end{bmatrix} e_2(i)$$

$$y(i) = \begin{vmatrix} 2 & -2 \\ x_1(i) \\ x_2(i) \end{vmatrix}$$

Để xác định phương trình trạng thái của bộ điều khiển PI số, ta dựa vào hàm truyền đạt của nó:

$$\begin{aligned} R(Z) &= 1 + \frac{1,6 \times 0,1(Z+1)}{2(Z-1)} = 1 + \frac{0,08(Z+1)}{Z-1} \\ &= \frac{1,08Z - 0,92}{Z-1} = \frac{E_2(Z)}{E_1(Z)} \end{aligned}$$

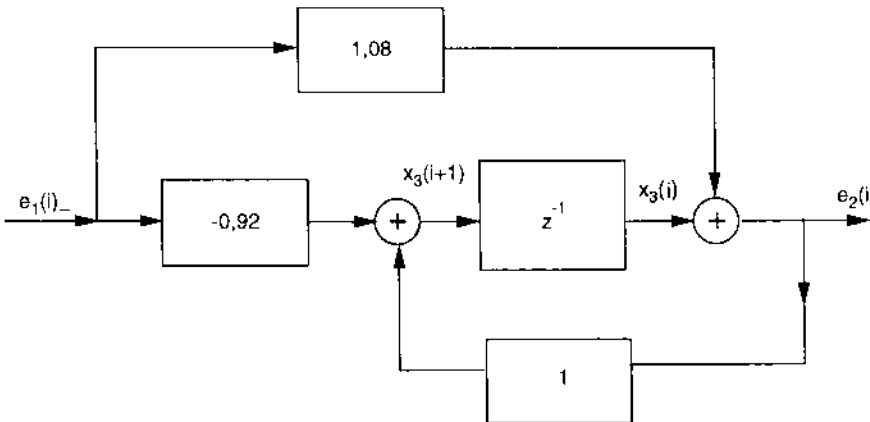
Từ đây ta rút ra:

$$E_2(Z)(Z-1) = E_1(Z)(1,08Z - 0,92)$$

Khi chia 2 vế của phương trình này cho  $Z$  ta nhận được:

$$E_2(Z) = Z^{-1}E_2(Z) + 1,08E_1(Z) - 0,92Z^{-1}E_1(Z)$$

Phương trình trên có thể biểu diễn bằng một sơ đồ khối như hình 7.17.



Hình 7.17

Khi chọn biến số trạng thái  $x_3(i)$  của bộ điều khiển số là đại lượng đầu ra của khâu chậm trễ  $Z^{-1}$ , ta nhận được phương trình trạng thái của nó:

$$\begin{aligned} x_3(i+1) &= e_2(i) - 0,92e_1(i) \\ &= x_3(i) + 1,08e_1(i) - 0,92e_1(i) \\ &= x_3(i) + 0,16e_1(i) \end{aligned}$$

Khi thay trong phương trình này  $e_1(i) = u(i) - y(i)$  hay  $e_1(i) = u(i) - [2x_1(i) - 2x_2(i)] = u(i) - 2x_1(i) + 2x_2(i)$ , ta có:

$$\begin{aligned} x_3(i+1) &= x_3(i) + 0,16[u(i) - 2x_1(i) + 2x_2(i)] \\ &= -0,32x_1(i) + 0,32x_2(i) + x_3(i) + 0,16u(i) \end{aligned}$$

Ngoài ra cũng từ sơ đồ hình 7.17 ta nhận được:

$$\begin{aligned} e_2(i) &= x_3(i) + 1,08e_1(i) \\ &= x_3(i) + 1,08 [u(i) - 2x_1(i) + 2x_2(i)] \\ &= x_3(i) - 2,16x_1(i) + 2,16x_2(i) + 1,08u(i) \end{aligned}$$

Khi thay giá trị của  $e_2(i)$  này vào phương trình trạng thái của phần liên tục, ta nhận được:

$$\begin{aligned} x_1(i+1) &= x_1(i) + 0,1e_2(i) \\ &= x_1(i) + 0,1[x_3(i) - 2,16x_1(i) + 2,16x_2(i) + 1,08u(i)] \\ &= x_1(i) - 0,216x_1(i) + 0,216x_2(i) + 0,1x_3(i) + 0,108u(i) \\ &= 0,784x_1(i) + 0,216x_2(i) + 0,1x_3(i) + 0,108u(i) \\ x_2(i+1) &= 0,5x_2(i) + 0,1e_2(i) \\ &= 0,5x_2(i) + 0,1[x_3(i) - 2,16x_1(i) + 2,16x_2(i) + 1,08u(i)] \\ &= -0,216x_1(i) + 0,716x_2(i) + 0,1x_3(i) + 0,108u(i) \end{aligned}$$

Như vậy phương trình trạng thái của hệ thống xung - số này sẽ có dạng:

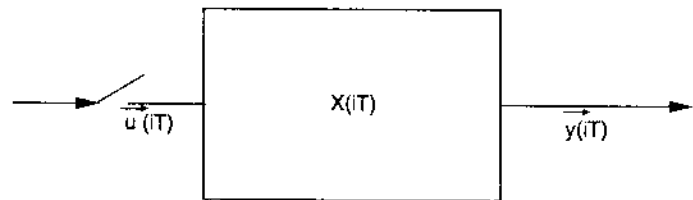
$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} x_1(i+1) \\ x_2(i+1) \\ x_3(i+1) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0,784 & 0,216 & 0,1 \\ -0,216 & 0,716 & 0,1 \\ -0,32 & 0,32 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(i) \\ x_2(i) \\ x_3(i) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0,108 \\ 0,108 \\ 0,16 \end{bmatrix} u(i) \\ y(i) &= \begin{bmatrix} 2 & -2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(i) \\ x_2(i) \\ x_3(i) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

## 7.7. TÍNH ĐIỀU KHIỂN ĐƯỢC VÀ QUAN SÁT ĐƯỢC CỦA MỘT HỆ THỐNG XUNG - SỐ

### 7.7.1. Định nghĩa tính điều khiển được và quan sát được của một hệ thống xung-số

Một hệ thống xung-số được kí hiệu như hình 7.18

Nếu hệ thống có véc tơ biến số đầu vào là  $\vec{u}(iT)$ , véc tơ biến số đầu ra là  $\vec{y}(iT)$  vào trạng thái của hệ thống được biểu diễn bằng véc tơ trạng thái:



Hình 7.18

$$X(iT) = \begin{bmatrix} x_1(iT) \\ x_2(iT) \\ \vdots \\ x_n(iT) \end{bmatrix}$$

thì hệ thống được gọi là hoàn toàn điều khiển được nếu bằng cách thay đổi  $\bar{u}(iT)$  có thể chuyển hệ thống từ trạng thái ban đầu bất kì  $X(0)$  đến trạng thái cuối bất kì  $X(nT)$  trong một thời gian hữu hạn  $nT$ .

Còn hệ thống được gọi là hoàn toàn quan sát được nếu bằng cách quan sát  $\bar{u}(iT)$  và  $\bar{y}(iT)$  trong một thời gian hữu hạn từ thời điểm ban đầu  $i = 0$  đến thời điểm  $nT$  ta có thể xác định được trạng thái ban đầu của hệ thống  $X(0)$ .

### 7.7.2. Tiêu chuẩn điều khiển được và quan sát được của một hệ thống xung số

Một hệ thống xung - số có  $n$  biến số trạng thái và có phương trình trạng thái:

$$X(i + 1) = A_d X(i) + B_d \bar{u}(i)$$

$$\bar{y}(i) = C_d X(i)$$

Khi lần lượt thay trong phương trình thứ nhất  $i = 0$  đến  $n$  ta có:

$$X(1) = A_d X(0) + B_d \bar{u}(0)$$

$$X(2) = A_d X(1) + B_d \bar{u}(1) = A_d^2 X(0) + A_d B_d \bar{u}(0) + B_d \bar{u}(1)$$

.....

$$X(n) = A_d^n X(0) + A_d^{n-1} B_d \bar{u}(0) + \dots + B_d \bar{u}(n-1)$$

Từ đây ta rút ra:

$$X(n) - A_d^n X(0) = \begin{bmatrix} A_d^{n-1} B_d & A_d^{n-2} B_d & \dots & B_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{u}(0) \\ \bar{u}(1) \\ \vdots \\ \bar{u}(n-1) \end{bmatrix}$$

Từ lí thuyết toán học người ta đã chứng minh rằng với giá trị bất kì của  $X(n)$  và  $X(0)$  đã biết, phương trình trên sẽ có một nghiệm  $\bar{u}(i)$  duy nhất nếu ma trận:

$$M = \begin{bmatrix} A_d^{n-1} B_d & A_d^{n-2} B_d & \dots & B_d \end{bmatrix} \text{ có hạng bằng } n.$$

Trong đó  $n$  là số biến số trạng thái của hệ thống.

Như vậy tiêu chuẩn để một hệ thống xung - số hoàn toàn điều khiển được là ma trận  $M$  có hạng bằng  $n$ :

$$\text{RanK}(M) = n$$

Cũng như vậy khi ta lần lượt thay  $i = 0$  đến  $n - 1$  trong phương trình  $\bar{y}(i) = C_d X(i)$  và giả thiết  $\bar{u}(i) = 0$ , ta sẽ nhận được các phương trình:

$$\begin{aligned} \bar{y}(0) &= C_d X(0) \\ \bar{y}(1) &= C_d X(1) = C_d A_d X(0) \\ &\dots\dots\dots \\ \bar{y}(n-1) &= C_d A_d^{n-1} X(0) \end{aligned}$$

Từ đây ta có:

$$\begin{bmatrix} \bar{y}(0) \\ \bar{y}(1) \\ \vdots \\ \bar{y}(n-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_d \\ C_d A_d \\ \vdots \\ C_d A_d^{n-1} \end{bmatrix} X(0)$$

Trong lí thuyết toán học người ta đã chứng minh được rằng với  $\bar{y}(0), \bar{y}(1), \dots, \bar{y}(n-1)$  đã biết, phương trình này sẽ có một nghiệm  $X(0)$  duy nhất nếu ma trận:

$$N = \begin{bmatrix} C_d' & A_d' C_d' & \dots & (A_d')^{n-1} C_d' \end{bmatrix}$$

có hạng bằng n.

Trong đó:  $C_d'$  là ma trận chuyển vị của  $C_d$ ;

$A_d'$  là ma trận chuyển vị của  $A_d$ ;

n số biến số trạng thái của hệ thống.

Như vậy tiêu chuẩn để một hệ thống xung - số hoàn toàn quan sát được là ma trận N có hạng bằng n:

$$\text{RanK}(N) = n$$

**Ví dụ 7.4:** Một hệ thống xung - số có 3 biến số trạng thái  $x_1(i), x_2(i), x_3(i)$  và được mô tả bằng phương trình trạng thái:

$$X(i+1) = A_d X(i) + B_d u(i)$$

$$y(i) = C_d X(i)$$

Trong đó:  $u(i), y(i)$  là biến số đầu vào và đầu ra của hệ thống;

$$A_d = \begin{bmatrix} 1 & 10T & 0 \\ -10 & -9 & 42T \\ -62,5T & 0 & -0,25 \end{bmatrix}; B_d = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 100T & 0 \\ 0 & 0 & 62,5T \end{bmatrix}; C_d = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Yêu cầu kiểm tra hệ thống này có điều khiển được và quan sát được hay không khi chu kì lấy mẫu  $T = 0,1s$ .

**Giải:** Khi  $T = 0,1s$  ta có:

$$A_d B_d = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -10 & -9 & 4,2 \\ -6,25 & 0 & -0,25 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 6,25 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 10 & 0 \\ 0 & -90 & 26,25 \\ 0 & 0 & -1,56 \end{vmatrix}$$

$$A_d^2 B_d = A_d A_d B_d = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -10 & -9 & 4,2 \\ -6,25 & 0 & -0,25 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 0 & 10 & 0 \\ 0 & -90 & 26,25 \\ 0 & 0 & -1,56 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & -80 & 26,25 \\ 0 & 710 & -242,8 \\ 0 & -62,5 & 0,39 \end{vmatrix}$$

$$M = \begin{vmatrix} A_d^2 B_d & A_d B_d & B_d \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & -80 & 26,25 & 0 & 10 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 710 & -242,8 & 0 & -90 & 26,25 & 0 & 10 & 0 \\ 0 & -62,5 & 0,39 & 0 & 0 & -1,56 & 0 & 0 & 6,25 \end{vmatrix}$$

Một trong các định thức con cấp 3 của M là:

$$\det \begin{vmatrix} 10 & 0 & 0 \\ -90 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 6,25 \end{vmatrix} = 6,25 \begin{vmatrix} 10 & 0 \\ -90 & 10 \end{vmatrix} = 625 \neq 0$$

Do đó ma trận M có hạng bằng 3 và hệ thống xung - số được xét trên đây là hoàn toàn điều khiển được.

Ngoài ra ta có:

$$A'_d = \begin{vmatrix} 1 & -10 & -6,25 \\ 1 & -9 & 0 \\ 0 & 4,2 & -0,25 \end{vmatrix}; C'_d = \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$A'_d C'_d = \begin{vmatrix} 1 & -10 & -6,25 \\ 1 & -9 & 0 \\ 0 & 4,2 & -0,25 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$(A'_d)^2 C'_d = A'_d A'_d C'_d = \begin{vmatrix} 1 & -10 & -6,25 \\ 1 & -9 & 0 \\ 0 & 4,2 & -0,25 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -9 \\ -8 \\ 4,2 \end{vmatrix}$$

$$N = \begin{vmatrix} C'_d & A'_d C'_d & (A'_d)^2 C'_d \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -9 \\ 0 & 1 & -8 \\ 0 & 0 & 4,2 \end{vmatrix}$$

$$\det(N) = 1 \begin{vmatrix} 1 & -8 \\ 0 & 4,2 \end{vmatrix} = 4,2 \neq 0$$



Do đó ma trận N có hạng bằng 3 và hệ thống được xét trên đây hoàn toàn quan sát được.

Ta cần chú ý một điều rằng vì các ma trận  $A_d, B_d, C_d$  thường phụ thuộc vào chu kỳ lấy mẫu T, nên tính điều khiển được và quan sát được của một hệ thống xung - số cũng phụ thuộc vào chu kỳ lấy mẫu T.

### 7.8. TÍNH TOÁN QUÁ TRÌNH QUÁ ĐỘ CỦA MỘT HỆ THỐNG XUNG - SỐ

Để tính toán quá trình quá độ của một hệ thống xung - số, ta có thể dựa vào phương trình trạng thái của nó:

$$X(i + 1) = AX(i) + Bu(i)$$

$$y(i) = CX(i)$$

Khi thay  $u(i) = 1$  và cho  $i$  các giá trị  $0, 1, 2, \dots, K$  ta sẽ nhận được giá trị của đại lượng đầu ra của hệ thống  $y(i)$ .

Tại các thời điểm  $iT$  khi biết điều kiện ban đầu  $X(0)$ :

$$y(0) = CX(0)$$

$$y(1) = CX(1) = C[AX(0) + B]$$

$$= CAX(0) + CB$$

$$y(2) = CA^2X(0) + CAB + CB$$

.....

$$y(K) = CA^KX(0) + CA^{K-1}B + \dots + CB$$

Các giá trị này có thể được viết dưới dạng ma trận:

$$\begin{bmatrix} y(0) \\ y(1) \\ y(2) \\ \vdots \\ y(K) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^K \end{bmatrix} X(0) + \begin{bmatrix} 0 \\ CB & 0 \\ CAB & CB & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ CA^K B & CA^{K-1} B & \dots & CB & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}$$

Từ các giá trị  $y(0), y(1), \dots, y(K)$  ta có thể vẽ đường cong quá độ của hệ thống.

**Ví dụ 7.5:** Một hệ thống xung - số có 2 biến số trạng thái  $x_1(i), x_2(i)$  và được mô tả toán học bằng phương trình trạng thái:

$$X(i + 1) = AX(i) + Bu(i)$$

$$y(i) = CX(i)$$

Trong đó:

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 4T \\ -5T & 2T \end{vmatrix}; B = \begin{vmatrix} 10T \\ 0 \end{vmatrix}; C = \begin{vmatrix} 1 & 0 \end{vmatrix}$$

Tính toán quá trình quá độ của hệ thống khi chu kì lấy mẫu  $T = 0,1s$  và  $x_1(0) = x_2(0) = 0$

**Giải:** Khi  $x_1(0) = x_2(0) = 0$  và  $T = 0,1s$ , ta có:

$$X(0) = \begin{vmatrix} x_1(0) \\ x_2(0) \end{vmatrix} = 0$$

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 0,4 \\ -0,5 & 0,2 \end{vmatrix}; B = \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \end{vmatrix}; C = \begin{vmatrix} 1 & 0 \end{vmatrix}$$

$$CA = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -0,5 & 0,2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0,4 \\ -0,5 & 0,2 \end{vmatrix}$$

$$CA^2 = CA.A = \begin{vmatrix} 1 & 0,4 \\ -0,5 & 0,2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 0,4 \\ -0,5 & 0,2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0,8 & 0,5 \\ 0,34 & 0,304 \end{vmatrix}$$

$$CA^3 = CA^2.A = \begin{vmatrix} 0,8 & 0,5 \\ 0,34 & 0,304 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 0,4 \\ -0,5 & 0,2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0,55 & 0,42 \\ 0,19 & 0,204 \end{vmatrix}$$

$$CA^4 = CA^3.A = \begin{vmatrix} 0,55 & 0,42 \\ 0,19 & 0,204 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 0,4 \\ -0,5 & 0,2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0,34 & 0,304 \\ 0,19 & 0,204 \end{vmatrix}$$

$$CA^5 = CA^4.A = \begin{vmatrix} 0,34 & 0,304 \\ 0,19 & 0,204 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 0,4 \\ -0,5 & 0,2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0,19 & 0,204 \\ 0,19 & 0,204 \end{vmatrix}$$

$$CB = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \end{vmatrix} = 1$$

$$CAB = \begin{vmatrix} 1 & 0,4 \\ 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \end{vmatrix} = 1$$

$$CA^2B = \begin{vmatrix} 0,8 & 0,5 \\ 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \end{vmatrix} = 0,8$$

$$CA^3B = \begin{vmatrix} 0,55 & 0,42 \\ 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \end{vmatrix} = 0,55$$

$$CA^4B = \begin{vmatrix} 0,34 & 0,304 \\ 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \end{vmatrix} = 0,34$$

$$CA^5B = \begin{vmatrix} 0,19 & 0,204 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \end{vmatrix} = 0,19$$

Như vậy:

$$y(0) = CX(0) = 0; y(1) = CB = 1$$

$$y(2) = CAB + CB = 1 + 1 = 2$$

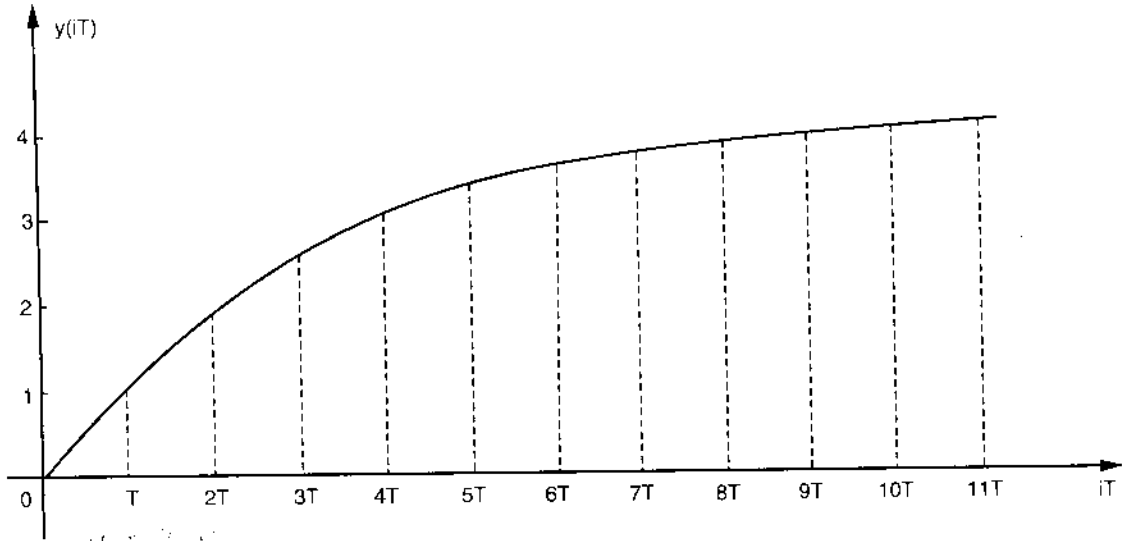
$$y(3) = CA^2B + CAB + CB = 0,8 + 1 + 1 = 2,8$$

$$y(4) = CA^3B + CA^2B + CAB + CB = 0,55 + 2,8 = 3,35$$

$$y(5) = CA^4B + CA^3B + CA^2B + CAB + CB = 0,34 + 3,35 = 3,69$$

$$y(6) = CA^5B + CA^4B + CA^3B + CA^2B + CAB + CB = 0,19 + 3,69 = 3,88$$

Cũng tính toán tương tự ta có  $y(7) = 3,97$ ;  $y(8) = 4,01$ ;  $y(9) = 4,03$ ;  $y(10) = 4,04$ ;  $y(11) = 4,045$  và đường cong quá trình quá độ  $y(iT)$  của hệ thống như hình 7.19.



**Hình 7.19**

Ta dễ dàng nhận thấy rằng vì các ma trận  $A$ ,  $B$ ,  $C$  trong phương trình trạng thái của hệ thống thường phụ thuộc vào chu kỳ lấy mẫu  $T$  nên quá trình quá độ của hệ thống  $y(iT)$  cũng phụ thuộc vào  $T$ .

# PHẦN III

## TỰ ĐỘNG HOÁ TRONG CÔNG NGHIỆP XÂY DỰNG

### Chương 8

#### TỰ ĐỘNG HOÁ CÁC QUÁ TRÌNH CÔNG NGHỆ TRONG NHÀ MÁY CÔNG NGHIỆP XÂY DỰNG

##### 8.1. KHÁI NIỆM CHUNG

Nền công nghiệp xây dựng hiện nay đang ngày càng phải đối đầu với nhiều thách thức mới. Nhu cầu đặt ra là vừa phải tăng về số lượng và chất lượng, vừa phải làm giảm giá thành sản phẩm. Vấn đề này chỉ có thể thực hiện được với các giải pháp tối ưu và điều khiển tự động các quá trình công nghệ.

Một trong những nguyên nhân cơ bản cản trở quá trình tự động hoá là sự hạn chế và số liệu biểu diễn các tính chất động học của đối tượng điều khiển và các quá trình công nghệ.

Mặt khác, vấn đề tổng hợp một hệ thống điều chỉnh tự động chất lượng cao sẽ trở nên bất khả thi nếu thiếu những tổ hợp trang thiết bị có kết cấu phức tạp để có thể làm thay đổi những tính chất động học của đối tượng điều khiển tự động. Đặc thù của phần lớn các xí nghiệp xây dựng công nghiệp là dây chuyền sản xuất mang tính chu kỳ liên tục, cần phải đồng bộ hoá các phân đoạn công nghệ trong dây chuyền - một vấn đề rất phức tạp đòi hỏi sự có mặt của các hệ thống điều khiển tự động. Để thực hiện vấn đề này, trước hết cần phải tự động hoá các tổ hợp độc lập (cân định lượng, máy trộn, thiết bị xử lý gia công nhiệt và độ ẩm của vật liệu, máy nghiền...). Dưới đây ta nghiên cứu một vài phương hướng và giải pháp tự động hoá các tổ hợp dây chuyền công nghệ.

##### 8.2. TỰ ĐỘNG HOÁ CÁC HỆ THỐNG TRUYỀN TẢI

Hệ thống truyền tải là một tổ hợp trang thiết bị và phương tiện dùng để xử lý và truyền tải nguyên vật liệu theo một dây chuyền công nghệ độc lập.

Có hai loại hệ thống truyền tải: truyền tải đơn giản và truyền tải phức tạp.

Hệ truyền tải đơn giản là hệ thống có sơ đồ công nghệ thẳng không phân nhánh phức tạp, ví dụ tuyến tập kết cốt liệu trong nhà máy bê tông loại nhỏ, trạm trộn bê tông tự động tại công trường...

Hệ truyền tải phức tạp là hệ thống có sơ đồ công nghệ phân nhánh phức tạp, ví dụ các kho cốt liệu công suất lớn, nhà máy nghiền - phân liệu với các tổ hợp phối liệu.

Hệ thống truyền tải có thể bao gồm một vài công đoạn trong đó các quá trình thực hiện độc lập trong một dây chuyền công nghệ chung. Ranh giới giữa công đoạn thường là các bunke. Theo đặc điểm công nghệ, phân thành hai nhóm hệ thống truyền tải.

Nhóm thứ nhất bao gồm:

- Hệ thống truyền tải có xử lý cơ khí nguyên vật liệu (các kho cốt liệu và ximăng, các xí nghiệp nghiền đá...).

- Hệ thống truyền tải có xử lý cơ khí và sấy vật liệu theo dây chuyền nung sấy (các nhà máy nghiền khô - phân liệu; các tổ hợp phối liệu...).

- Hệ thống truyền tải có xử lý cơ khí với các phương pháp công nghệ ướt (các trạm trộn bê tông).

Nhóm thứ hai bao gồm các hệ thống truyền tải có xử lý cơ khí và xử lý nhiệt đối với vật liệu, ví dụ trong các nhà máy sản xuất bê tông atphan, các xí nghiệp vật liệu xây dựng có các phân xưởng nung sấy có sử dụng các phương pháp trộn xử lý vật liệu. Ở phần này ta chỉ xét hệ thống truyền tải có xử lý cơ khí theo hướng vận chuyển và tập kết nguyên vật liệu.

Đối tượng chính được đề cập để phân tích, đánh giá các giải pháp tự động hoá là hệ thống băng chuyền tự động, một phần của cả hệ thống điều chỉnh và điều khiển tự động chung, bao gồm bộ phận tiếp liệu, băng tải và bunke thu liệu.

Các tham số chính của quá trình công nghệ này là tải trọng phân bố theo chiều dài của băng tải và vận tốc chuyển động của nó. Những chỉ số này sẽ quyết định công suất của hệ thống truyền tải.

Việc điều chỉnh công suất khi tốc độ chuyển động của băng tải không thay đổi (chế độ xác lập) có thể thực hiện bằng cách thay đổi dòng chảy của vật liệu tại bộ phận tiếp liệu. Trong trường hợp điều chỉnh với tốc độ của băng tải thay đổi, có thể tăng hoặc giảm tốc độ một cách tự động tùy theo quy luật thay đổi công suất theo yêu cầu.

Mối quan hệ giữa tốc độ chuyển động và tải trọng động của băng tải được xác định qua đặc tính tĩnh của hệ thống băng chuyền.

Trường hợp hệ thống băng tải được chất liệu từ các bunke hoặc thùng chứa qua các cửa van, dòng vật liệu hoàn toàn không đều dẫn đến tải trọng động của băng chuyền thường bị thay đổi đi rất nhiều.

Khi xảy ra quá tải, hệ thống tự động, sau một khoảng thời gian xác định (thời gian chậm sau), sẽ làm giảm hoặc ngừng hẳn quá trình chất liệu lên băng tải.

Hệ thống băng chuyền tải phải có mối liên kết khoá truyền. Sơ đồ khoá truyền sẽ loại bỏ tất cả các quá trình khởi động không theo ý muốn do những lỗi hoặc sự cố trên

dây chuyền. Sơ đồ khối phải đơn giản, tiện lợi trong sử dụng, không cần nhiều cáp dẫn, lắp đặt được các thiết bị kiểm tra và cấp thông tin tín hiệu hồi tiếp về trạng thái của dây chuyền cũng như về nguyên nhân sự cố.

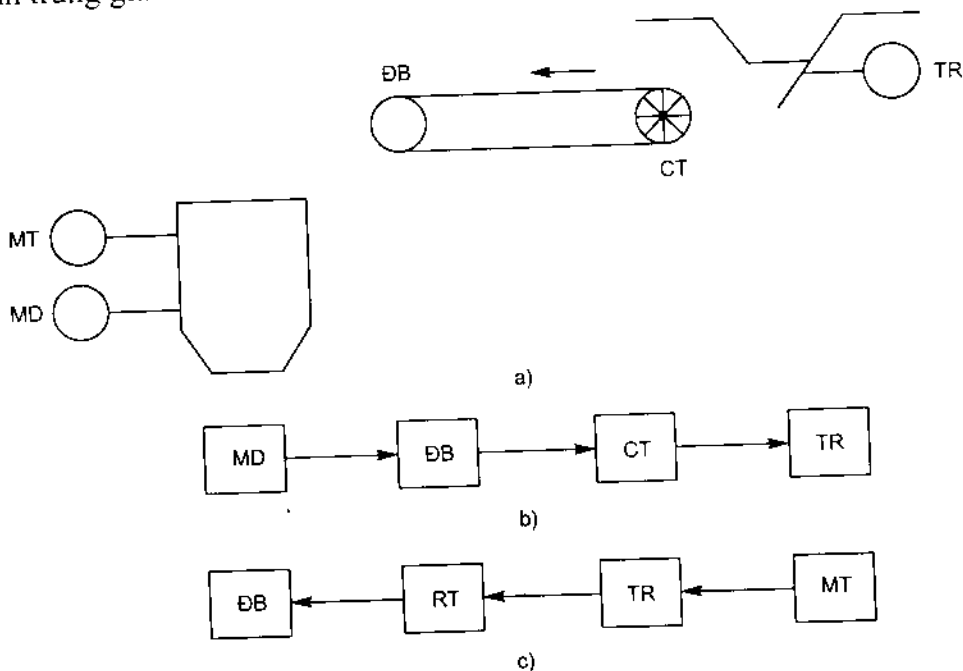
Trong thiết kế và trên thực tế có sử dụng nhiều sơ đồ mở máy tự động các động cơ cho hệ thống băng chuyền tải (mở máy theo dòng, theo thời gian và theo vận tốc).

Trên hình 8.1a là sơ đồ hệ thống băng chuyền, trong đó bao gồm băng tải, bunke tiếp liệu và bunke chất liệu. Sơ đồ có tính đến trình tự đóng mạch các cơ cấu ngược với dòng chảy của nguyên vật liệu.

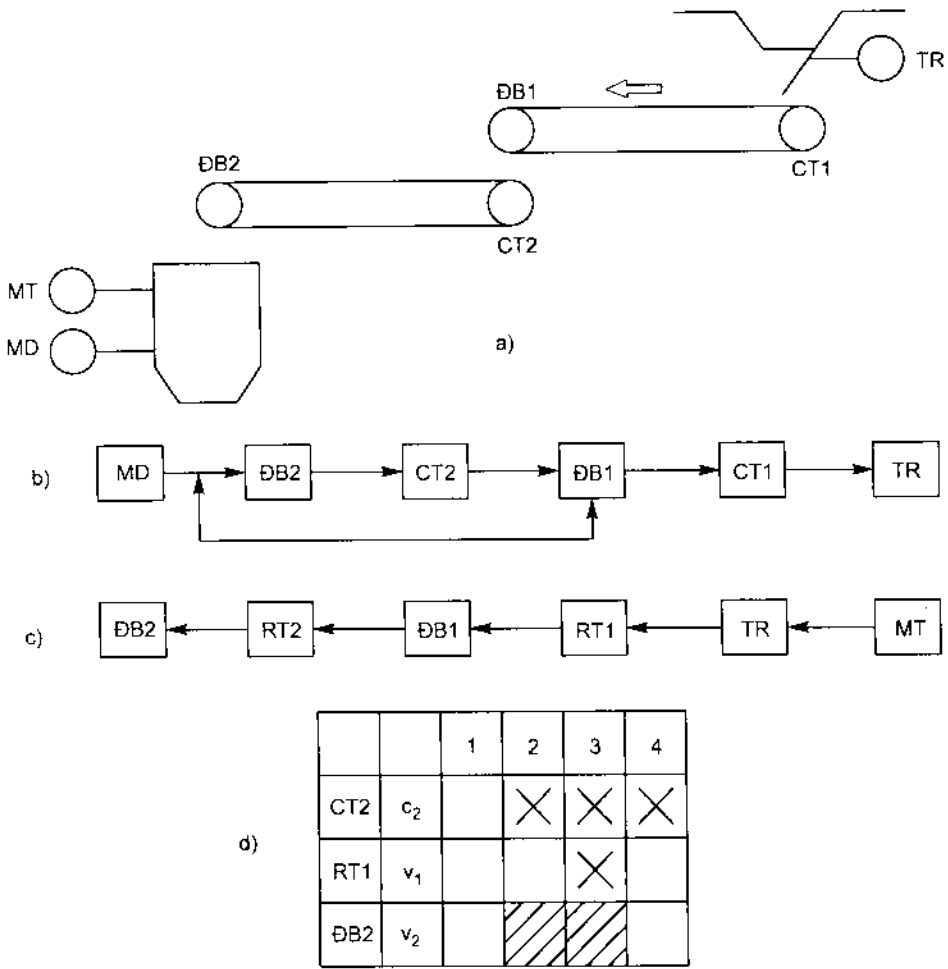
Cơ cấu đầu ra là động cơ kéo tải băng chuyền (ĐB) khởi động theo tín hiệu từ cảm biến (Đattric) mức dưới (MD) của bunke (khi mức liệu trong bunke thấp dưới quy định). Cơ cấu đầu vào là máy tiếp liệu rung (TR) vận hành theo tín hiệu của cảm biến tốc độ (CT) sau khi băng tải chuyển động (hình 8.1b).

Quá trình ngắt mạch máy tiếp liệu rung được thực hiện bằng tín hiệu của cảm biến mức trên (MT) khi bunke đầy; còn băng tải được ngắt mạch bằng tín hiệu từ role thời gian (RT) sau khi chất liệu kết thúc (hình 8.1c). Nếu vật liệu đưa vào bunke bằng hai băng tải nối tiếp (hình 8.2a), động cơ ĐB1 sẽ đóng vai trò cơ cấu trung gian. Sơ đồ điều khiển nêu trên hình 8.2b. Bảng trạng thái của ĐB1 nếu không có tín hiệu sẽ không thể lập được (hình 8.2c, hình 8.2d).

Trên cơ sở bảng trạng thái (hình 8.3a), ta có thể xác định được hàm logic cho cơ cấu thừa hành trung gian.



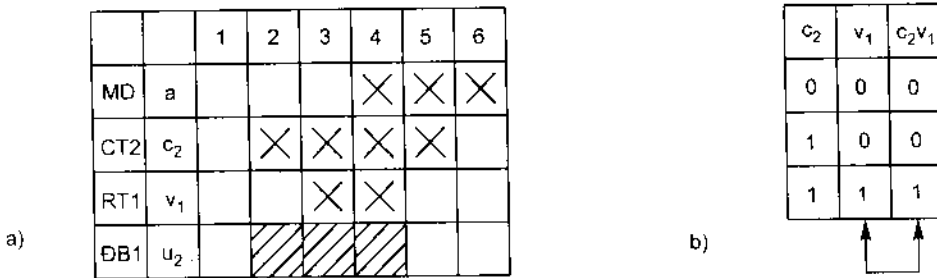
**Hình 8.1:** Băng chuyền tải có bộ phận chất liệu và dỡ liệu  
a- Sơ đồ công nghệ; b, c- Sơ đồ khối



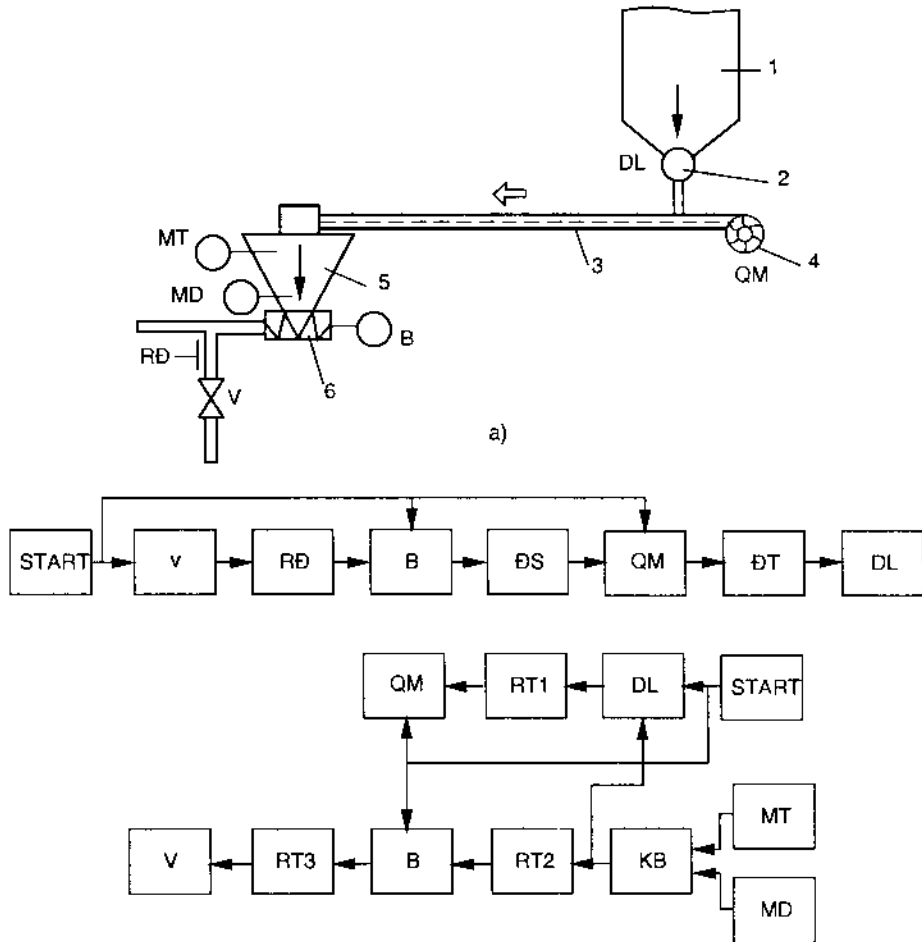
**Hình 8.2:** Hệ thống chuyển tải với hai băng tải và bộ phận chất liệu và dỡ liệu  
 a- Sơ đồ nguyên lý; b- Sơ đồ đóng mạch dây chuyển; c- Sơ đồ ngắt mạch dây chuyển; d- Bảng trạng thái

$$F(u_2) = \bar{a}c_2\bar{v}_1 \vee \bar{a}c_2v_1 \vee ac_2v_1 = \\ = \bar{a}c_2 \vee c_2v_1 = \bar{a}c_2 \vee v_1$$

Trong đó a, c, v là các biến số thực.



**Hình 8.3:** Điều khiển bằng cơ cấu thừa hành trung gian  
 a- Bảng trạng thái; b- Bảng tương quan



**Hình 8.4:** Tự động hóa quá trình vận chuyển xi măng

a- Sơ đồ công nghệ: 1. Bunke; 2. Cửa van; 3. Máy dẫn; 4. Quạt; 5. Bunke thu; 6. Bơm khí nén;  
 b- Sơ đồ khối.

Trên hình 8.4a là sơ đồ truyền tải xi măng từ bunke tiếp liệu kiểu máng tới bunke chất liệu dùng bơm kiểu trục vít dùng khí nén.

Khi đưa tín hiệu khởi động từ nút khởi động START (hình 8.4b), đóng mạch van tiết liệu VT đưa khí nén vào trong khoang của bơm trục vít. Sau đó, bằng tín hiệu role của động cơ RD, đóng mạch hệ truyền động của bơm B. Hệ thống quạt của máng dẫn QM và bộ dỡ liệu DL đóng mạch theo tín hiệu từ các cảm biến ĐS và ĐT, các cảm biến này cố định trạng thái của các cơ cấu trước đó theo chiều khởi động.

Khi ngừng tín hiệu START, đầu tiên là ngắt mạch bộ dỡ liệu DL, sau khi hết nguyên vật liệu, role thời gian RT1 sẽ ngắt mạch QM.

Cơ cấu thừa hành của bơm trục vít dùng khí nén sẽ bị ngắt mạch theo trình tự với khoảng thời gian chậm sau khi bunke chất liệu hết xi măng. Trạng thái của bunke được kiểm tra bằng khâu KB qua tín hiệu từ hai Đattric mức MT và MD.



Tín hiệu của khâu KB được sử dụng như một tín hiệu khoá truyền làm ngắt mạch bộ phận dữ liệu DL ngay cả trong trường hợp chất liệu vượt mức trên đối với bunke 5.

### 8.3. TỰ ĐỘNG HOÁ CÁC QUÁ TRÌNH NHIỆT

#### 8.3.1. Đặc điểm của các quá trình nhiệt trong các nhà máy xây dựng công nghiệp

Trong các nhà máy xây dựng công nghiệp, các quá trình nhiệt có thể là quá trình sấy, quá trình chưng hấp và nung các thành phẩm bê tông cốt thép, nung nóng sơ bộ cốt liệu, thiêu nung keramzit và các sản phẩm đồ gốm, các quá trình trong hệ thống tổ nôi hơi và các lò luyện v.v... cũng như các quá trình làm lạnh cốt liệu của hỗn hợp bê tông.

Các hệ thống điều khiển tự động quá trình nung và sấy có thể phân loại theo các đại lượng điều chỉnh, bao gồm hai nhóm:

- Điều khiển tự động các tham số của chất tải nhiệt hoặc chất sấy khô.
- Điều chỉnh tự động các tham số của vật liệu sấy hoặc nung.

Nhóm hệ thống thứ nhất dùng để điều chỉnh tự động nhiệt độ và độ ẩm của chất tải nhiệt hoặc chất sấy khô. Trong thực tế hệ thống thuần túy thuộc nhóm này bị hạn chế áp dụng do kỹ thuật đo độ ẩm trung bình vật liệu nung và sấy tương đối phức tạp và thiếu chính xác.

Trong các dây chuyền công nghệ với hiện diện của quá trình nhiệt, luôn có sự tác động trực tiếp của nhiệt dung lên tính chất động học của các quá trình quá độ điều này làm ảnh hưởng tới việc phân tích, tính toán và lựa chọn loại hệ thống điều chỉnh và điều khiển tự động.

Các thiết bị nung chủng loại khác nhau và thiết bị sấy kiểu đối lưu... đều có tính chất quán tính hoặc độ  $\tau$  rất lớn, hằng số thời gian phải tính đến vài chục phút.

Các thiết bị nung và sấy bằng dòng cao tần có độ  $\tau$  thấp hơn và đặc trưng bằng thời gian sấy từ vài giây tới vài phút.

Trong quá trình đốt, sấy và nung, tùy theo dây chuyền công nghệ và sơ đồ điều khiển tự động, có thể tự động kiểm tra và điều chỉnh các thông số sau: nhiệt độ đốt vật liệu, độ ẩm của vật liệu, độ chênh nhiệt độ đầu vào và đầu ra của chất tải nhiệt hoặc chất sấy khô cũng như khối lượng chất tải nhiệt. Ngay các thiết bị đo dùng để kiểm tra các thông số trên cũng có tính quán tính cho dù nhỏ hơn rất nhiều so với của đối tượng điều chỉnh.

#### 8.3.2. Tự động hoá quá trình sấy

Sấy khô nhân tạo là phương pháp tách lượng ẩm dư thừa trong quá trình công nghệ tại các nhà máy xây dựng công nghiệp và được thực hiện trong thiết bị sấy (máy sấy) có tính toán đường cấp nhiệt và không khí.

Theo phương pháp truyền nhiệt và tách ẩm, có các phương án sấy như sau:

a) Sấy đối lưu, trong đó cấp nhiệt và tách ẩm bằng không khí nóng hoặc ga sôi theo phương pháp đối lưu (ngược dòng); vật liệu nghiền khô nhanh (sét, cát, đá dăm...). Có thể sấy khô theo phương pháp này.

b) Sấy tiếp xúc, trong đó nhiệt để sấy được truyền từ bề mặt kim loại nóng qua tiếp xúc với vật liệu và việc tách ẩm thường được thực hiện bằng không khí.

Ngoài ra còn có các phương pháp sấy khác: bằng các tia hồng ngoại, dòng cao tần v.v... song ít được sử dụng và phổ biến trong công nghiệp xây dựng.

Quá trình sấy được đánh giá bằng hệ số dẫn ẩm và hệ số trao đổi độ ẩm, song việc xác định những hệ số này rất khó ngay cả với điều kiện tại các phòng thí nghiệm. Do vậy, để đơn giản, có thể đánh giá gián tiếp bằng hệ số sấy hoặc đại lượng nghịch đảo với hệ số sấy là hằng số thời gian sấy  $T_s$ .

Để tính toán quá trình sấy, cần phân biệt giữa độ ẩm và hàm lượng nước.

Hàm lượng nước  $U$  (vẫn thường gọi là độ ẩm tuyệt đối) được hiểu là tỉ số giữa lượng nước chứa trong vật thể  $M_n$  và khối lượng của vật thể khô tuyệt đối  $M_o$ , có nghĩa là:

$$U = \frac{M_n}{M_o}$$

Độ ẩm  $W_n$  (vẫn thường gọi là độ ẩm tương đối) được hiểu là tỉ số giữa lượng nước chứa trong vật thể  $M_n$  và khối lượng vật liệu ẩm:

$$W_n = \frac{M_n}{M_o + M_n}$$

Độ ẩm có thể đo trực tiếp hoặc gián tiếp và được biểu thị bằng các đại lượng điện.

Quá trình sấy được đặc trưng bằng phương trình:

$$g = \frac{dW}{dt} = W_o K$$

Trong đó:  $g$  - khối lượng vật liệu khô tuyệt đối, kg;

$W$  - độ ẩm tuyệt đối, kg nước/kg khô;

$W_o$  - lượng ẩm tách ra từ vật sấy trong đơn vị thời gian, kg/giây;

$K$  - hệ số (số thứ nguyên).

Thời gian sấy là khoảng thời gian cần để làm giảm hàm lượng nước chứa trong vật liệu từ trị số ban đầu tới trị số cuối theo yêu cầu.

Lượng ẩm thoát ra theo không khí từ khoang sấy được tính theo công thức:

$$B = \int_0^t (a_v - a_r) q \cdot dt$$

Trong đó:  $a_v$  và  $a_r$  - độ ẩm tuyệt đối của không khí tại cửa vào và cửa ra của khoang sấy;  
 $q$  - lưu lượng không khí thổi qua khoang;  
 $t$  - thời gian đo.

Tốc độ sấy  $N$  được tính gần đúng bằng:

$$N = \frac{q \cdot F}{G_0}$$

Trong đó:  $F$ ,  $G_0$  - diện tích bề mặt bốc hơi và trọng lượng vật liệu sấy khô;  
 $q$  - cường độ sấy, có nghĩa là cường độ bay hơi nước từ bề mặt ẩm.

Tự động hoá công nghệ sấy có nghĩa là tự động hoá các trang thiết bị gồm thiết bị vận chuyển, truyền động điện, trợ giúp điều khiển tự động chế độ sấy khô, chuẩn bị chất sấy khô...

Việc tự động hoá phải đảm bảo cường độ sấy cực đại, nghĩa là tăng công suất bằng cách giảm thời gian sấy. Biện pháp kinh tế và hữu hiệu nhất là làm tăng hệ số sử dụng năng lượng hữu ích, ở đây được hiểu là làm giảm suất tiêu hao nhiệt trên 1 đơn vị lượng ẩm được tách.

Các hệ thống điều chỉnh tự động cho thiết bị sấy được phân thành hệ thống điều chỉnh các tham số của chất làm khô và hệ thống điều chỉnh các tham số của vật liệu sấy.

Hệ thống tự động có thể làm ổn định nhiệt độ vật liệu và cũng có thể đảm bảo các chỉ số tối ưu theo lượng nhiệt tiêu hao và các tham số khác. Dưới đây là các nguyên lý cơ bản của các hệ thống tự động hoá quá trình nhiệt trong máy sấy. Sự thay đổi lượng nhiệt đưa vào khoang sấy và tốc độ chuyển dịch vật liệu trong khoang là tác động mạnh nhất lên quá trình sấy. Trong khi đó sự thay đổi tốc độ chảy vòng của vật liệu bằng không khí và năng suất giãn vật liệu có ảnh hưởng ít hơn. Tốc độ chảy vòng của vật liệu do không khí trong khoang thường không được điều chỉnh do nhiều lý do khác nhau (thông gió, điều kiện môi trường...). Sử dụng phổ biến nhất là các sơ đồ điều khiển tự động lượng nhiệt cung cấp qua việc điều chỉnh nhiệt độ không khí trong khoang sấy.

Trong hệ thống điều chỉnh tự động nhiệt độ không khí trong khoang sấy của thiết bị sấy kiểu đối lưu bằng phương pháp thay đổi lưu lượng hơi đưa vào, đối tượng điều chỉnh là máy sấy; các phần tử nhạy cảm là các cảm biến nhiệt độ không khí lắp đặt tại các điểm khống chế của khoang sấy, cơ cấu thừa hành là các van điều chỉnh hơi; bộ điều chỉnh là thiết bị so sánh trị số nhiệt độ ban đầu và trị số nhiệt độ theo yêu cầu, từ đó

thiết lập một lệnh điều khiển tới cơ cấu thừa hành. Trong phần lớn các quá trình công nghệ của hệ thống sấy vận hành theo nguyên lí liên tục đều đòi hỏi duy trì mức của chất làm khô (không khí, nhiên liệu cháy, các hỗn hợp khí...) là không đổi. Vì vậy hệ thống điều chỉnh tự động cho các hệ thiết bị này phải là hệ thống làm ổn định.

Trong các hệ thống sấy vận hành theo nguyên tắc chu kì, chỉ cần duy trì sự thay đổi nhiệt độ chất làm khô theo quy luật trong quá trình sấy và hệ thống điều chỉnh tự động là một hệ thống chương trình.

Hệ thống tự động phải đảm bảo hiệu chỉnh tự động (đôi khi bằng tay) chế độ sấy với mọi thay đổi điều kiện sấy (hàm lượng nước chứa trong cát, độ ẩm không khí...) bằng cách làm thay đổi nhiệt độ, lưu lượng chất tải nhiệt hoặc dòng chảy của vật liệu sấy khô.

Trên hình 8.5a là sơ đồ máy sấy một khoang không có tuần hoàn chất làm khô - không khí. Nguồn nhiệt là thiết bị nung gió (lò gió nóng), trong đó không khí tươi được làm nóng.

Trên sơ đồ, chỉ số 1 chỉ các tham số đầu vào; các chỉ số 2 chỉ tham số ở đầu ra của máy sấy;  $U$  là hàm lượng nước chứa trong vật liệu;  $G_1$  là lượng vật liệu sấy trong 1 giờ;  $G_0$  là lượng vật liệu khô tuyệt đối, kg/h;  $\theta$  là nhiệt độ;  $L_1$  là lưu lượng không khí;  $y, y_0$  là nhiệt lượng của không khí, Kcal/Kg không khí nóng;  $\varphi_i$  là nhiệt lượng của hơi nước chứa trong không khí ẩm tách từ máy sấy ( $i = 1, 2$ ).

Trên hình 8.5b là sơ đồ máy sấy có chu trình sấy nóng theo ba khoang, trên hình 8.5c - với khí hồi và hình 8.5d - với tuần hoàn theo vùng và sấy nóng theo cấp.

Trên hình 8.6 là sơ đồ công nghệ tự động hoá tang sấy. Trong sơ đồ có tính đến kiểm tra và điều chỉnh nhiệt độ và độ loãng khí trong buồng đốt cũng như khí thải trên toàn tuyến (khu vực làm sạch khí), kiểm tra và điều khiển các van điều chỉnh và van chặn trên các tuyến ống dẫn nhiên liệu và không khí quá trình làm sạch khí, hệ thống tín hiệu ánh sáng và âm thanh về mối tương quan nhiên liệu - không khí...

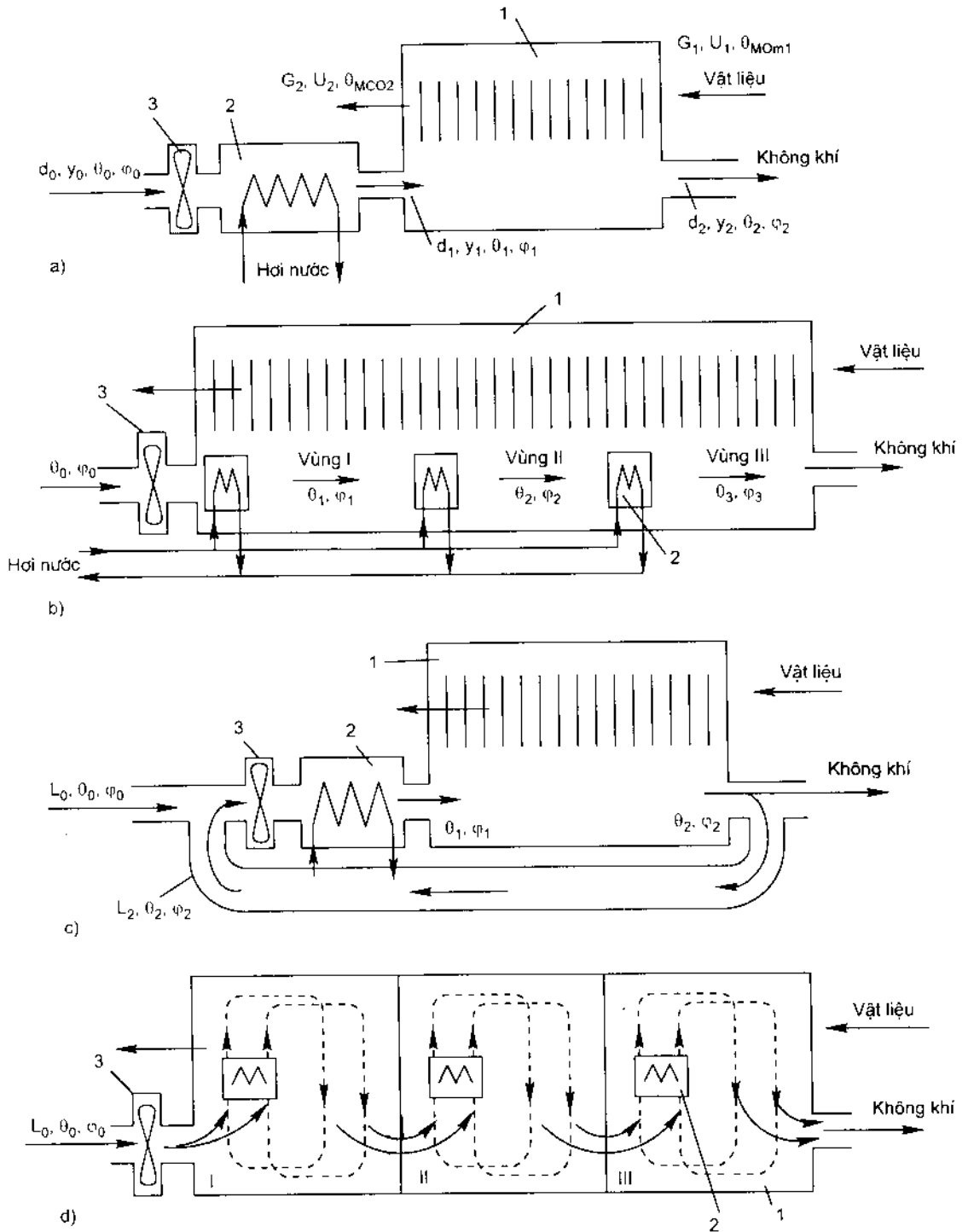
Trên hình vẽ hình 8.7 có nêu sơ đồ nguyên lí tự động hoá tang sấy.

### 8.3.3. Tự động hoá lò gia nhiệt và lò nung

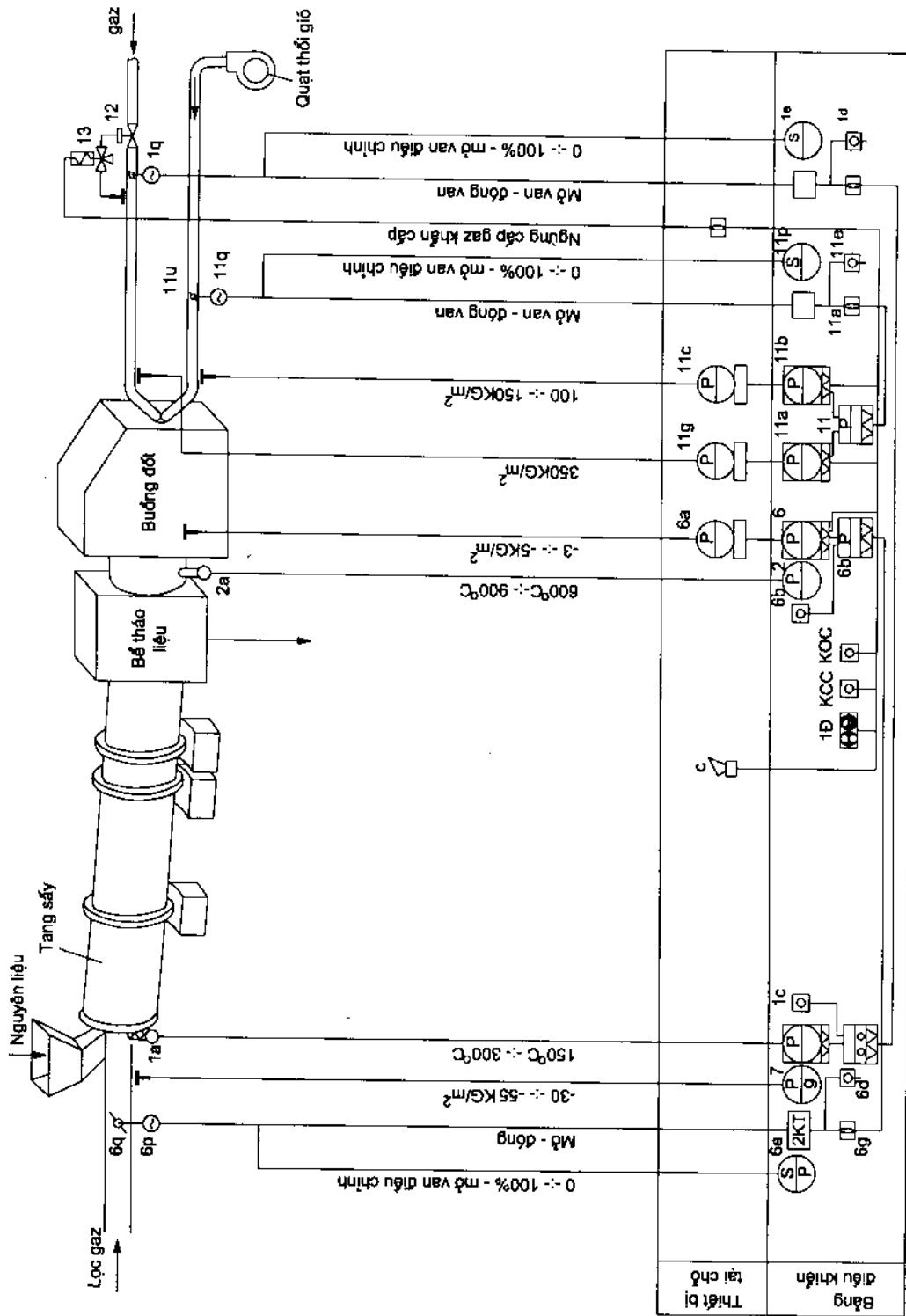
Đặc thù của các lò gia nhiệt và lò nung sử dụng trong xây dựng công nghiệp là tại vùng làm việc, nhiệt độ chất tải nhiệt rất cao. Các lò này có thể làm việc theo chu trình hoặc liên tục.

Quá trình gia nhiệt và nung được thực hiện theo một quy trình công nghệ, trong đó có chỉ định nhiệt độ và áp suất trong khoang máy, thời gian nung và sai số cho phép.

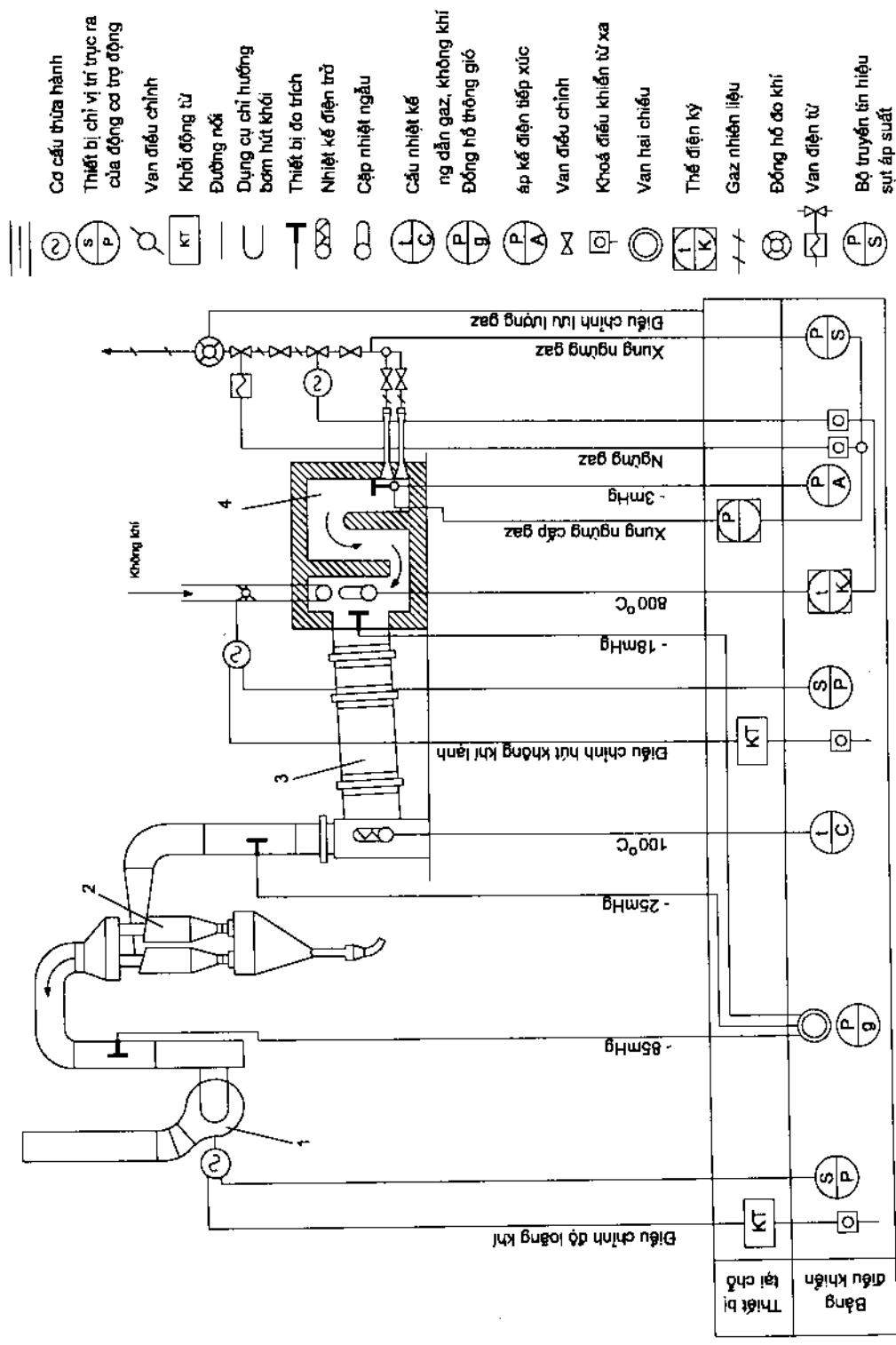
Việc phân tích chế độ nung trong các lò tuynen chỉ rõ rằng thực tế dao động về nhiệt độ tại các điểm công tác trong lò có thể đạt tới  $\pm 50^\circ\text{C}$ , do vậy giới hạn cho phép về độ lệch nhiệt độ so với yêu cầu là  $\pm 15^\circ\text{C}$ .



**Hình 8.5:** Sơ đồ tính toán máy sấy  
*a- Máy sấy một khoang; b- Sấy theo vùng gồm ba khoang;  
 c- Với khí hơi; d- Tuần hoàn theo vùng và sấy nóng theo cấp.*  
 1. Khoang sấy; 2. Khoang nung gió; 3. Quạt



Hình 8.6: Sơ đồ công nghệ tự động hoá tang sấy



**Hình 8.7.** Sơ đồ nguyên lý điều khiển tự động tang máy  
 1. Bơm hút khí; 2. Xi-lon; 3. Tang sấy; 4. Bường đốt

Đối với các lò tăng nhiệt làm việc theo chu trình, đại lượng điều chỉnh là nhiệt độ tại các vị trí xác định. Các đại lượng điều khiển là vị trí các van và cánh chắn điều chỉnh lượng nhiên liệu đưa vào, dòng khí và gaz.

Các tác động bên ngoài là sự thay đổi thành phần và lượng tiêu hao nhiên liệu, áp suất không khí, sự thay đổi các tham số nhiệt liên quan tới quá trình tiếp và tháo liệu.

Nếu gần đúng coi như chỉ điều khiển bằng cách làm thay đổi lượng nhiên liệu đưa vào, đối tượng điều chỉnh có thể được đặc trưng bằng phương trình vi phân bậc 1:

$$Q = g'(v_{tb} - v_{mt}) + C \frac{dv_{tb}}{dt}$$

Trong đó: Q - lượng nhiệt thoát ra trong lò sau một đơn vị thời gian (đại lượng điều khiển);

$v_{tb}$  - nhiệt độ trung bình lò;

C - dung tích lò;

$v_{mt}$  - nhiệt độ môi trường xung quanh;

$g'$  - hệ số dẫn nhiệt của hệ thống lò - môi trường bên ngoài.

Mặc dù các tham số  $g'$  và C phụ thuộc vào nhiệt độ, trong tính toán đơn giản có thể coi là không đổi. Giữa nhiệt độ trung bình  $v_{tb}$  và nhiệt độ của thiết bị tăng nhiệt hoặc một điểm nào đó của lò biểu thị là đại lượng điều chỉnh xác định được trong quá trình điều khiển, luôn tồn tại khoảng thời gian chậm sau  $\tau$  theo phương trình:

$$v(t) = v_{tb}(t - \tau)$$

Trên hình 8.8 là sơ đồ lò tăng nhiệt kiểu thông suốt. Quá trình trao đổi nhiệt giữa môi trường nóng cố định đặc trưng bằng hàm phân bố nhiệt độ:

$$U = U(y, t); 0 \leq y \leq L; 0 \leq t \leq T$$

và vật liệu chuyển động theo chiều dương của trục y với vận tốc v, phụ thuộc vào thời gian t,  $v(t) \geq 0; 0 \leq t \leq T$ .

Trạng thái của vật liệu nung đốt trong lò được đặc trưng bằng hàm phân bố nhiệt theo chiều dày của lớp vật liệu, chiều dài lò và thời gian:

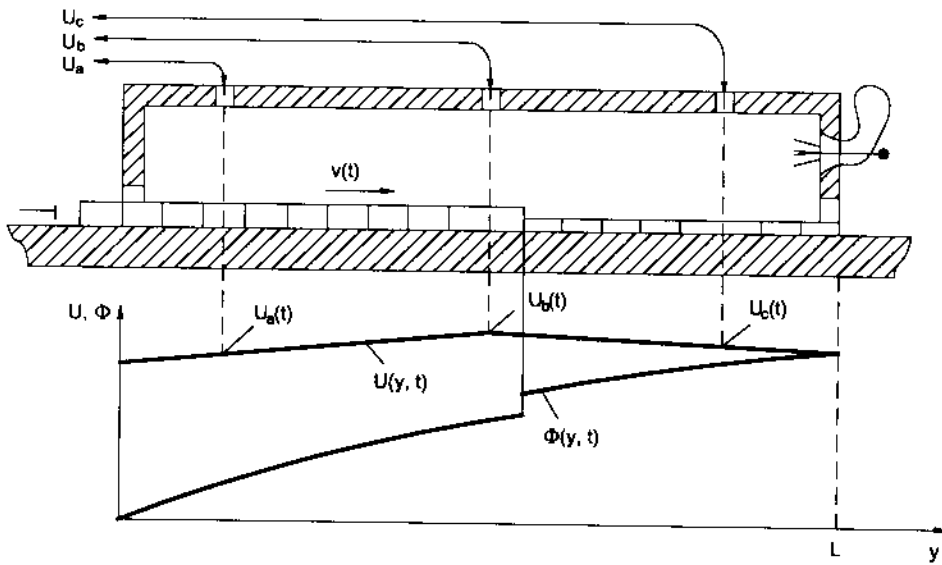
$$\Phi = \Phi(x, y, t); 0 \leq x \leq s; 0 \leq y \leq L; 0 \leq t \leq T$$

Trong sơ đồ: v - vận tốc;

$U_a, U_b, U_c$  - hàm số biểu thị phân bố nhiệt theo chiều dài của lò;

$\Phi$  - hàm phân bố nhiệt độ.





Hình 8.8: Sơ đồ lò tăng nhiệt kiểu thông suốt

#### 8.3.4. Tự động hoá quá trình gia công nhiệt các cấu kiện bê tông cốt thép

Trong thực tế, tùy theo chất lượng xi măng sử dụng và bê tông cũng như yêu cầu rút ngắn thời gian hoá cứng bê tông cho các cấu kiện sản xuất theo công nghệ khác nhau, quá trình hoá cứng của bê tông có thể được tăng nhanh hơn bằng các phương pháp sau:

- Tác động cơ khí:

Khuấy cưỡng bức, đầm lèn vữa bê tông bằng đầm rung có tải trọng, ép rung, cán thành phẩm...

- Tác động hoá học :

Dùng các chất phụ gia, thuỷ hoá xi măng.

- Tác động vật lí:

Chủ yếu là sử dụng các quá trình gia công nhiệt (chưng hấp, gia công chưng áp, sấy điện, sấy bằng gaz, gia công trong môi trường nước hoặc dầu...).

Gia công nhiệt ẩm các cấu kiện bê tông xi măng làm tăng nhanh quá trình hoá cứng và chất lượng hơn rất nhiều so với để hoá cứng tự nhiên. Thành phẩm đạt được 50% độ bền vững so với thiết kế chỉ sau vài giờ và đạt mức yêu cầu sau 28 ngày.

Gia công nhiệt ẩm cấu kiện bê tông cốt thép được thực hiện trong môi trường nóng (từ 60°C đến 200°C tùy theo đặc điểm dây chuyền công nghệ) và ẩm ( $W_{độ ẩm} = 100\%$ ).

Môi trường nóng tới 100°C được tạo trong các khoang chưng hấp, với nhiệt độ 150°C - 200°C trong các khoang chưng áp.

Công nghệ gia công nhiệt ẩm bao gồm chu trình tăng nhiệt, duy trì đẳng áp và làm nguội.

Yếu tố bắt buộc trong chu trình là phải quạt thông gió hố giếng trước khi mở nắp để tháo chuyển cấu kiện và chuẩn bị cho công đoạn tiếp theo. Quá trình thông gió được điều khiển chung cùng sơ đồ với khoang chưng hấp.

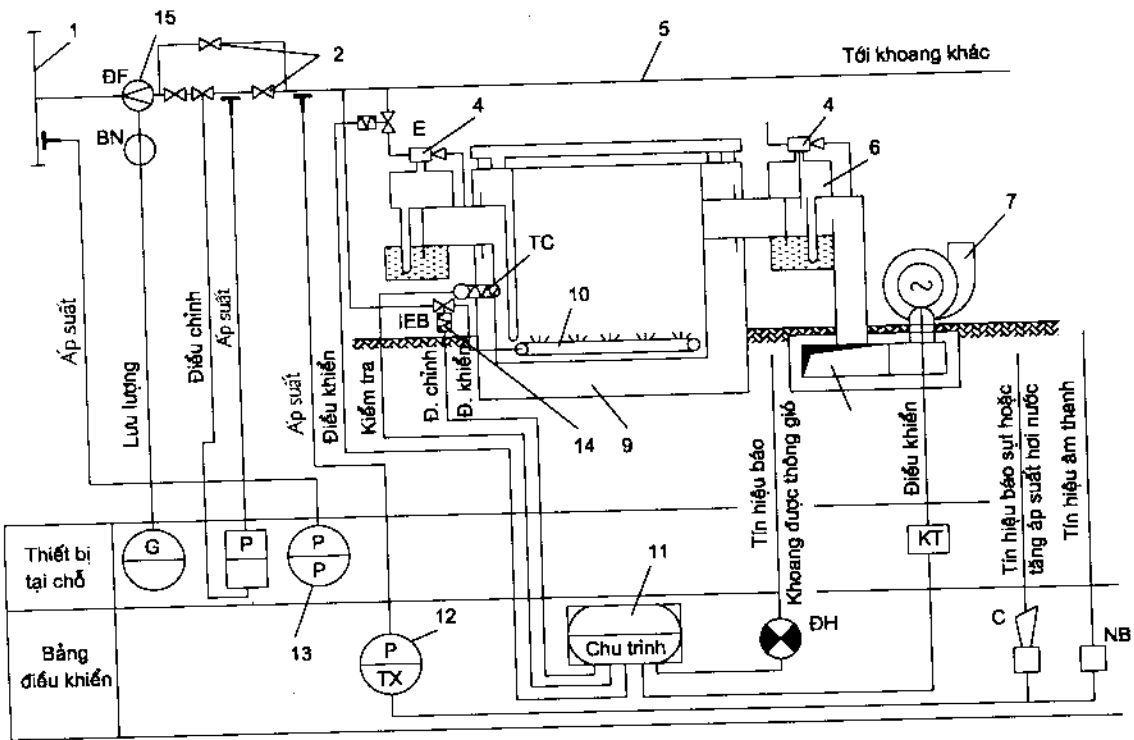
Hình 8.9a và hình 8.9b mô tả sơ đồ nguyên lí và sơ đồ kết cấu cho hệ thống điều khiển tự động quá trình gia công nhiệt các cấu kiện bê tông cốt thép.

Sau khi truyền tới thiết bị (12) tại bảng điều khiển, xung từ bộ định trị theo chương trình (11) được so sánh với mức của tín hiệu cũng được truyền tới bộ định trị này từ bộ định trị bằng tay; giá trị của xung được định trị một lần khi hiệu chỉnh hệ thống và không thay đổi trong quá trình vận hành. Việc điều chỉnh sẽ được thực hiện tùy theo mối tương quan giữa giá trị tham số và giá trị định mức của tín hiệu tạo từ Đattric nhiệt độ đặt trong khoang. Khi nhiệt độ đạt tới  $t = t_{dm}$ , tín hiệu của bộ định trị theo chương trình sẽ giảm theo cấp tới trị số nhỏ hơn so với tín hiệu từ bộ định trị bằng tay. Cũng như khi trị số định mức nhỏ hơn so với tham số (trong khoang, nhiệt độ môi trường nước - không khí là không đổi), tín hiệu xung sẽ đóng cơ cấu thừa hành làm ngừng đưa hơi nước, đồng thời tín hiệu từ bộ định trị bằng tay bắt đầu làm tăng trị số định mức, thậm chí có độ dư để tránh trường hợp cơ cấu thừa hành đường cấp hơi nước vào khoang đóng trở lại.

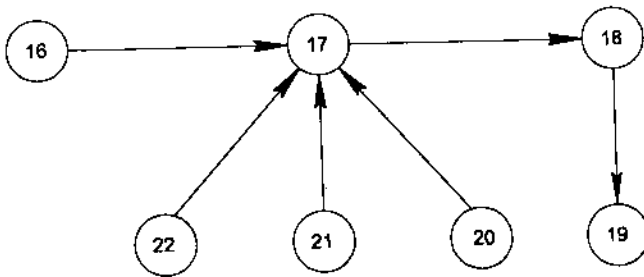
• Tại thời điểm này là chế độ quạt thông gió. Tín hiệu được tạo trong bộ so sánh được truyền tới cơ cấu mở cửa khoang, cửa khoang sẽ được mở nhờ một xung dùng khí nén và hơi nước được đưa tới các bơm phun của cửa van (không nêu trên sơ đồ), đồng thời cửa van dùng khí và thông gió cho khoang cũng được mở.

Ở đây kĩ thuật khí nén có tính ưu việt rất cao do có độ tin cậy lớn, đơn giản trong vận hành, giá thành rẻ, ngoài ra trang thiết bị dùng khí nén rất an toàn về cháy nổ.

Như đã nêu trên, trong chu trình công nghệ chưng hấp, quá trình thông gió cho khoang là cực kì quan trọng. Ở giai đoạn cuối của mỗi chu trình cần phải gia cường việc tháo dỡ. Trì trệ trong tháo dỡ sẽ làm giảm khả năng thông thoát của dây chuyền nói riêng và của cả xí nghiệp nói chung.



a)



b)

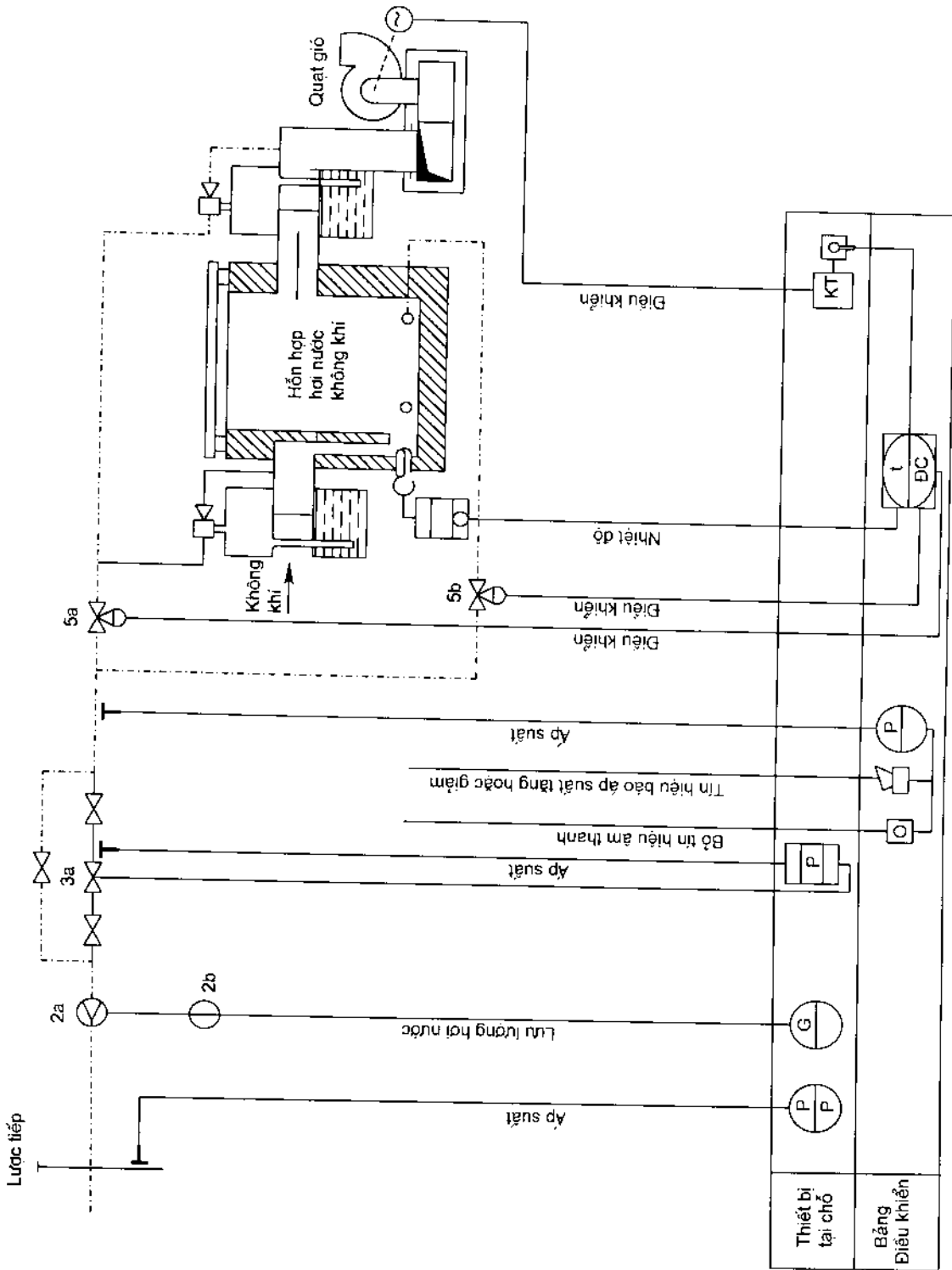
**Hình 8.9:** Tự động hoá khoang chưng hấp theo chu trình trong gia công nhiệt các cấu kiện bê tông cốt thép

a- Sơ đồ nguyên lý; 1. Thanh lọc tiếp; 2. Van đóng mở bằng tay; 3. Cửa van; 4. Bơm phun; 5. Ống dẫn hơi nước; 6. Cửa thông gió; 7. Quạt gió; 8. Đường thông gió; 9. Khoang chưng hấp; 10. Bộ điều tiết có lò đốt; 11. Bộ điều chỉnh nhiệt độ theo chương trình; 12. Áp kế điện tiếp xúc; 13. Áp kế; 14. Bộ điều chỉnh trực tiếp; 15. Lưu lượng kế;

ĐT - Khởi động từ; C - Còi; NB - Nút bấm; ĐH - Đèn hiệu; 1E, 1EB - Van điện từ; TC - Nhiệt kế điện trở; ĐF - Màn ngăn Điafam; BN - Bình ngưng;

b- Sơ đồ kết cấu; 16. Chất tải nhiệt; 17. Bộ điều chỉnh; 18. Khoang chưng hấp; 19. Cấu kiện; 20. Bộ định trị nhiệt độ; 21. Bộ định trị tốc độ tăng nhiệt; 22. Bộ định trị nhiệt độ của môi trường không khí - nước

Hiện nay, đạt hiệu quả cao và sử dụng rộng rãi nhất trong tự động hoá quá trình thông gió cho các dây chuyền chưng hấp sản phẩm bê tông cốt thép là các sơ đồ dùng kỹ thuật khí nén. Trên hình 8.10 là sơ đồ điều khiển tự động và tín hiệu quá trình thông gió cho khoang chưng hấp.



Hình 8.10: Sơ đồ nguyên lý hệ thống thông gió tự động khoang chưng hấp

## 8.4. TỰ ĐỘNG HOÁ QUÁ TRÌNH ĐỊNH LƯỢNG

### 8.4.1. Đặc điểm chung của các máy định lượng

Các quá trình định lượng nguyên liệu, bán thành phẩm và các loại phụ gia khác nhau là một trong những khâu rất quan trọng trong dây chuyền công nghệ của các nhà máy xây dựng công nghiệp.

Các máy định lượng tự động, tùy theo đặc điểm dây chuyền công nghệ, có những cấu tạo và tính năng khác nhau song tất cả đều phải đáp ứng những yêu cầu như đối với một cơ cấu trong dây chuyền và phải đảm bảo định lượng chính xác và tin cậy.

Các máy định lượng sử dụng trong các nhà máy xây dựng công nghiệp có thể được phân loại theo nhiều cách khác nhau. Trong đó: theo loại vật liệu gồm có định lượng vật liệu rời và vật liệu lỏng; theo nguyên lý gồm máy định lượng theo trọng lượng, theo thể tích và định lượng tổng hợp; theo nguyên tắc điều khiển gồm loại điều khiển bằng tay, bán tự động và tự động.

Cân định lượng dùng cho vật liệu rời và lỏng được phân loại như sau:

Theo nguyên lý làm việc (liên tục và không liên tục); theo dạng thiết bị đo của cơ cấu định lượng - kiểu tay đòn, kiểu góc phân tử, kiểu lò xo, đo ứng biến (tenxomet) dùng điện, bộ dị hướng bằng từ tính, kiểu thủy lực; theo loại thiết bị tiếp liệu - máy định lượng nạp liệu không cưỡng bức (dùng trọng lực, phễu có cửa điều chỉnh, ống có van v.v..) và máy định lượng nạp liệu cưỡng bức (băng chuyền, đĩa xoay, guồng xoắn, kiểu rung ...).

Các máy định lượng tác động không liên tục được sử dụng trong các dây chuyền sản xuất có sơ đồ công nghệ mang tính chu kỳ với mục đích đảm bảo đúng liều lượng của các thành phần liệu với sai lệch nhỏ nhất so với định mức không vượt quá quy chuẩn kỹ thuật hiện hành.

Ví dụ: tiêu chuẩn chính xác đối với định lượng vật liệu ban đầu theo trọng lượng: xi măng  $\pm 1\%$ , cốt liệu  $\pm 2\%$ . Theo định mức tiêu chuẩn, tiêu chuẩn chính xác trong định lượng được quy định: xi măng  $\pm 2\%$  (chỉ theo trọng lượng), cốt liệu  $\pm 3\%$  theo trọng lượng; đồng định lượng  $\pm 5\%$ . Bộ định lượng phải thực hiện những chức năng sau: nạp liệu vào đồ hứng theo chương trình cho trước (theo trọng lượng hoặc thể tích), chỉ và ghi sản lượng, chỉ báo tổng khối lượng vật liệu chảy qua bộ định lượng, gia công tín hiệu đưa vào hệ thống điều khiển dây chuyền tổng hợp, phễu cấp liệu - máy định lượng - máy trộn, trong đó bao gồm cả hệ thống tín hiệu và tính toán. Định lượng theo thể tích không đáp ứng được độ chính xác theo yêu cầu trong công nghiệp xây dựng nên hiện nay không sử dụng trong các nhà máy hiện hành.

### 8.4.2. Máy định lượng tự động kiểu không liên tục (tỉ lệ)

Máy định lượng tự động làm việc kiểu không liên tục thực chất là một cái cân tự động cân bằng, có thiết bị role điều khiển quá trình tiếp liệu.

Đặc thù của cân tự động là khối lượng vật liệu sau mỗi lần cân định lượng là không đổi.

Về cấu tạo, máy định lượng tự động loại này bao gồm thiết bị (cơ cấu) nạp liệu, cơ cấu cân và các bộ phận điều khiển van cửa và cân: vật liệu định lượng được đưa vào thùng cân (bunke) của máy định lượng. Sau khi cân, vật liệu tháo theo đáy thùng, đáy được mở bằng cơ khí theo lệnh của người thao tác hoặc của hệ thống điều khiển tự động (tuỳ theo loại máy định lượng và hệ thống điều khiển). Máy định lượng tự động kiểu không liên tục có thể vận hành theo một, hai, ba và bốn phân đoạn.

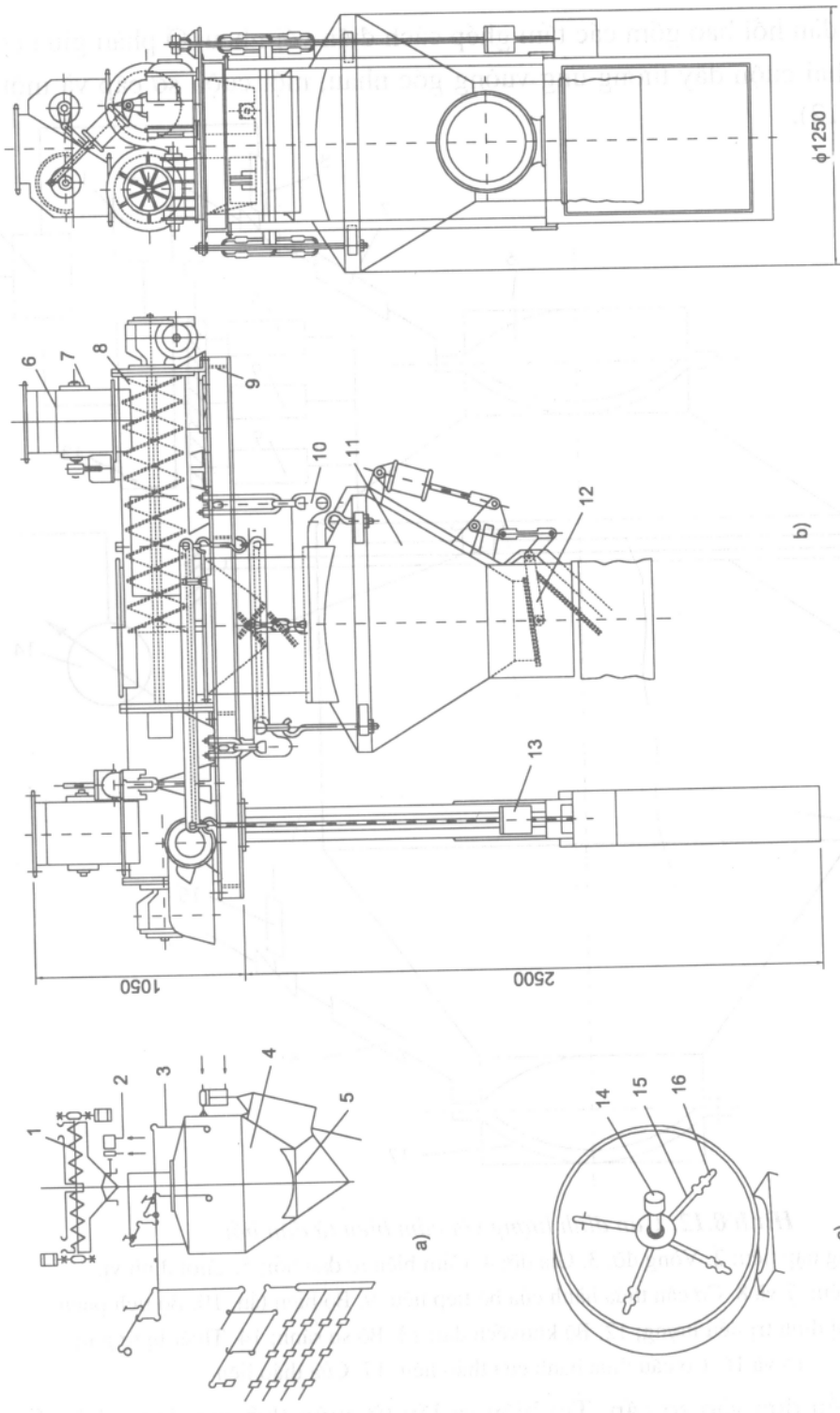
Loại theo một phân đoạn dùng định lượng cho một loại vật liệu.

Loại thứ hai và ba phân đoạn, thùng cân được phân thành hai hoặc ba ngăn và định lượng trình tự hai hoặc ba loại vật liệu. Thời gian định lượng bằng tổng thời gian định lượng cho hai hoặc ba loại vật liệu.

Trên hình 8.10a là sơ đồ máy định lượng ximăng của Liên Xô (cũ) [11] - 1200 có các đòn cân chia độ (loại cũ) và trên hình 8.11b là máy định lượng ximăng [15] dùng cảm biến điện trở (kiểu mới) do Nga chế tạo. Thiết bị quy cách cho các máy định lượng tự động dùng để trang bị cho các máy loại tỉ lệ đang hiện hành, thay thế cho các loại có cảm biến quang điện, từ - thuỷ ngân hoặc cảm biến dùng thuỷ ngân. Thiết bị quy cách hoá được chế tạo dạng đĩa có đĩa chia độ, đường kính đĩa chia độ 400 - 500mm, được trang bị các bộ định trị tỉ lệ không liên tục và các thiết bị truyền chỉ báo cách khoảng, dạng bộ chỉ báo cách khoảng có mặt chia độ và bộ chỉ báo - định trị đường kính đĩa chia độ 300, 400 và 500mm.

Tuỳ theo sơ đồ mạch của máy định lượng, thiết bị quy chuẩn cho phép: a) Cân trước theo tỉ lệ đã định các loại vật liệu khác nhau đồng thời lưu lại trong thiết bị phối liệu (ví dụ, trong các máy trộn bê tông atphan); b) Cân trước theo tỉ lệ xác định các loại vật liệu và tháo liệu sau mỗi lần cân; c) Xác định trước giá trị tỉ lệ để cân cho một loại vật liệu và chuyển giá trị tỉ lệ nọ sang giá trị tỉ lệ kia (ví dụ trong các nhà máy bê tông sản xuất các loại bê tông mác khác nhau). Đầu cân của máy định lượng (hình 8.11c) có một vài kim chỉ, trên mỗi kim lắp đặt cuộn dây của cảm biến. Nhờ núm vặn hoặc tay quay từ bàn điều khiển, hoặc bàn điều khiển tự động, các kim chỉ có thể xê dịch dẫn đến làm dịch chuyển theo các cuộn dây mắc trong mạch cộng hưởng (Đattric) đi một giá trị yêu cầu của thang đo. Khi chất liệu vào bunke, kim chỉ quay quanh trục của nó và miếng kim loại gắn trên kim (cờ hiệu). Khi liệu lượng đạt trị số yêu cầu, sẽ lọt vào khe giữa các cuộn dây của một trong các mạng phát tạo tín hiệu truyền tới role làm đóng van điều tiết tương ứng của bộ phận tiếp liệu.

Chuyển động quay của kim chỉ theo chiều kim đồng hồ chỉ quá trình nạp liệu vào bunke, kim dừng - đóng van (cửa chắn) bunke tiếp liệu, kim quay ngược chiều kim đồng hồ - dỡ liệu. Khi kim chỉ ở vị trí 0 của đĩa chia độ, thiết bị đóng cắt sẽ ngắt mạch và quá trình tháo liệu kết thúc.

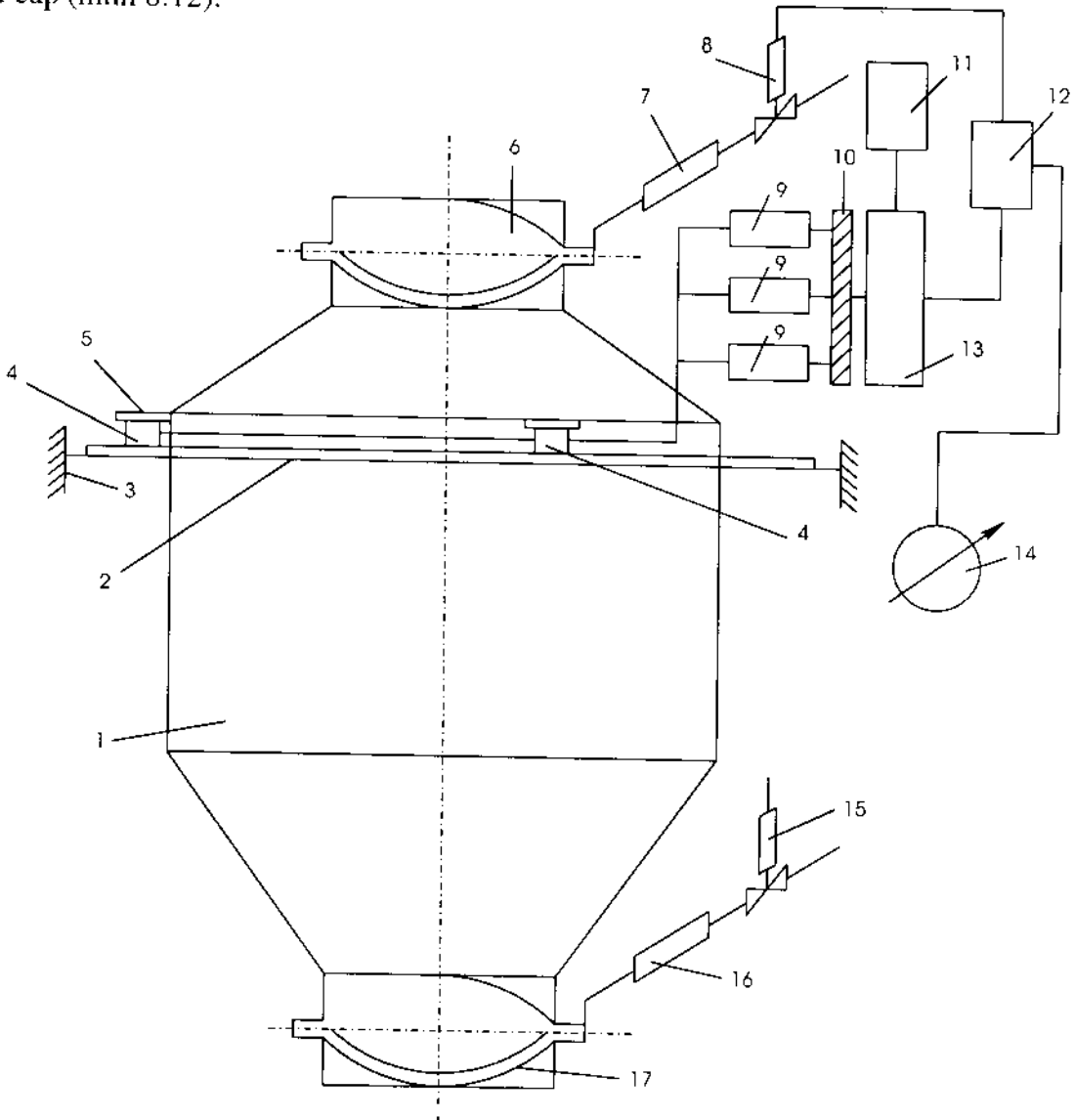


**Hình 8.11: Máy định lượng tự động dùng trong dây chuyền sản xuất nhôm**

- a- Loại có cân chia độ; 1. Guồng xoắn; 2.5. Cửa van điều khiển bằng điện - khí nén; 3. Giá cân; 4. Bunke; 6. Ống tiếp liệu; 7.12. Van điều khiển bằng điện - khí nén; 8. Bộ tiếp liệu kiểu guồng xoắn; 9. Khung đỡ; 10. Cơ cấu tay đòn; 11. Bunke; 13. Cơ cấu chỉ báo có mặt chia độ; c- Mặt cân nhiều kim; 14. Tay quay; 15. Kim chỉ; 16. Bộ phát tín hiệu.

Cùng với máy định lượng dùng tenxơ điện trở, ngành càng được phổ biến loại máy có cảm biến từ đàn hồi kiểu biến áp làm việc ở chế độ ép (co hẹp).

Cảm biến từ đàn hồi bao gồm các tấm ghép cách điện với nhau. Ở phần giữa có 4 lỗ, qua bốn lỗ đặt hai cuộn dây tương ứng vuông góc nhau, một cuộn sơ cấp và một cuộn thứ cấp (hình 8.12).



**Hình 8.12:** Cân định lượng với cảm biến từ đàn hồi

1. Thùng nạp liệu; 2. Vòng đỡ; 3. Giá đỡ; 4. Cảm biến từ đàn hồi; 5. Chốt định vị;  
 6. Cửa nạp liệu; 7 và 8. Cơ cấu thừa hành của bộ tiếp liệu; 9. Bộ biến tần; 10. Bộ tích phân;  
 11. Thiết bị định trị liều lượng; 12. Bộ khuếch đại; 13. Bộ so sánh; 14. Thiết bị tự ghi;  
 15 và 16. Cơ cấu thừa hành của tháo liệu; 17. Cửa tháo liệu

Dòng xoay chiều đưa vào sơ cấp. Tín hiệu ra lấy từ cuộn thứ cấp dạng điện áp tỉ lệ với lực nén (tác động của khối vật liệu trong gầu định lượng).



Để tăng độ chính xác định lượng, các cảm biến từ đàn hồi được trang bị các thiết bị biến đổi trọng lượng thành tần số tại đầu vào cơ cấu khuếch đại của chi tiết thừa hành qua bộ tích phân và bộ so sánh với lệnh định lượng.

Trên hình 8.12 là sơ đồ của máy định lượng với loại cảm biến này. Máy định lượng bao gồm thùng nạp liệu 1, gắn trên nó là ba chốt chặn 5, các chốt (cữ chặn) từ trực tiếp lên 3 cảm biến từ đàn hồi 4, các cảm biến được gắn trên vòng 2 lệch nhau  $120^\circ$ , vòng lắp ráp trên giá 3. Tín hiệu tỉ lệ với trọng lượng vật liệu từ bộ cảm biến từ đàn hồi 4 truyền tới bộ biến tần 9, sau đó tới bộ tích phân 10 và bộ so sánh 13 với bộ định trị liều lượng 11 làm việc như một máy phát tần. Tín hiệu chênh lệch từ bộ so sánh 13 truyền tới bộ khuếch đại 12 của chi tiết thừa hành 7 và 8 trong thiết bị tiếp liệu.

Để ghi báo từ xa trọng lượng vật liệu, sử dụng thiết bị tự ghi 14.

Thiết bị tháo liệu có cửa chắn 17 và cơ cấu thừa hành 16 và 15 dùng để tháo liệu cho máy định lượng, máy tiếp liệu, thiết bị nạp liệu; cảm biến có phân tử nhạy cảm dùng để biến đổi trọng lượng thành tín hiệu điện; bộ phận đo lường (thiết bị ghi và chỉ báo), bộ phận điều chỉnh (máy điều chỉnh) gia chế tín hiệu để truyền tới cơ cấu thừa hành làm thay đổi chế độ tiếp liệu (chuyển dịch cửa van, thay đổi vận tốc băng tải v.v...).

Sơ đồ đơn giản của máy định lượng liên tục có con lăn làm cơ cấu cân nêu trên hình 8.13a, tín hiệu từ con lăn truyền tới bộ biến đổi. Nếu sử dụng thiết bị điều chỉnh trực tiếp, con lăn liên kết với cánh gạt 1 bằng hệ thống tay đòn, cánh gạt làm thay đổi dòng liệu (tiết diện ngang của dòng liệu). Tính ưu việt của loại này là kết cấu rất đơn giản song độ định lượng chính xác thấp vì con lăn dịch chuyển không chỉ do tải trọng trên băng chuyền mà còn phụ thuộc vào các tham số của bản thân băng chuyền, những tham số này sẽ thay đổi trong quá trình sử dụng.

Mặt khác hệ thống cân đo dùng tay đòn rất ảnh hưởng tới độ điều chỉnh chính xác, cánh gạt chuyển động trong lớp vật liệu tạo nên ma sát phụ cộng với những va đập dẫn đến làm cản trở nhiều tới dao động tự do của hệ tay đòn - nguyên nhân chính làm giảm độ nhạy của hệ thống. Đây là nhược điểm cơ bản của tất cả các loại cân tự động kiểu liên tục.

Trên hình 8.13b là sơ đồ đơn giản của cân định lượng liên tục có băng tải lượng kiểu con lắc.

Khi tải trọng trên băng tải lượng thay đổi, băng tải sẽ thay đổi vị trí so với ban đầu (định trị bởi bộ biến đổi 2). Nếu hệ thống được trang bị bộ điều chỉnh trực tiếp thì vai trò của bộ điều chỉnh chính là hệ thống tay đòn liên kết với cánh gạt.

Băng chuyền kiểu con lắc, qua hệ tay đòn, có thể liên kết với bộ biến đổi kiểu điện cảm, bộ biến đổi này sẽ biến đổi độ dịch chuyển của băng chuyền thành tín hiệu điện. Bộ điều chỉnh gia công tín hiệu tạo một tác động điều khiển làm thay đổi tốc độ động

cơ, từ đó làm thay đổi tốc độ vận chuyển vật liệu, có nghĩa là điều hoà những biến đổi của tải trọng trên băng tải lượng.

Một trong những yêu cầu cơ bản nhất đối với bất kỳ loại máy định lượng nào là đảm bảo độ chính xác định liệu.

Các chỉ số cơ bản đối với thiết bị định lượng bao gồm công suất  $Q$  và độ chính xác định liệu  $\Delta G$ .

Công suất của thiết bị định lượng được tính theo công thức:

$$Q = K.G.v$$

Trong đó:  $K$  - hệ số tính đến độ chính xác của hệ thống;

$G$  - trọng lượng vật liệu trên băng tải;

$v$  - vận tốc băng chuyển.

Độ chính xác định lượng sau khoảng thời gian  $t$  được tính theo biểu thức:

$$\Delta G = \int_0^t \Delta Q(t) . dt$$

Trong đó:  $\Delta G$  - sai số định lượng trong khoảng thời gian xác định;

$\Delta Q(t)$  - độ lệch sản lượng của máy định liệu.

Băng tải lượng có hệ treo song song thực chất là một băng chuyển tải treo hoàn toàn trên một cơ cấu cân đồng với một lực tác động bằng trọng lượng của bản thân băng tải và của lượng vật liệu trên nó.

Ở những máy định lượng có băng tải con lắc hoặc kiểu dầm chìa, quá trình tháo liệu thực hiện ở cuối băng chuyển, tại điểm có tay đòn lớn hơn tính từ gối tựa.

#### 8.4.3. Máy định lượng tự động kiểu liên tục

Máy định lượng tự động kiểu tác động liên tục dùng để định lượng tự động lượng vật liệu trong một đơn vị thời gian, đúng theo sản lượng yêu cầu đối với vật liệu rời hoặc lỏng.

Máy đồng tự động (định lượng theo thể tích) dùng để duy trì khối lưu lượng của vật liệu định lượng theo yêu cầu (thể tích).

Máy định lượng tổng hợp tác động liên tục, cũng như máy định lượng, dùng để duy trì lượng vật liệu cần định lượng theo chương trình cho trước.

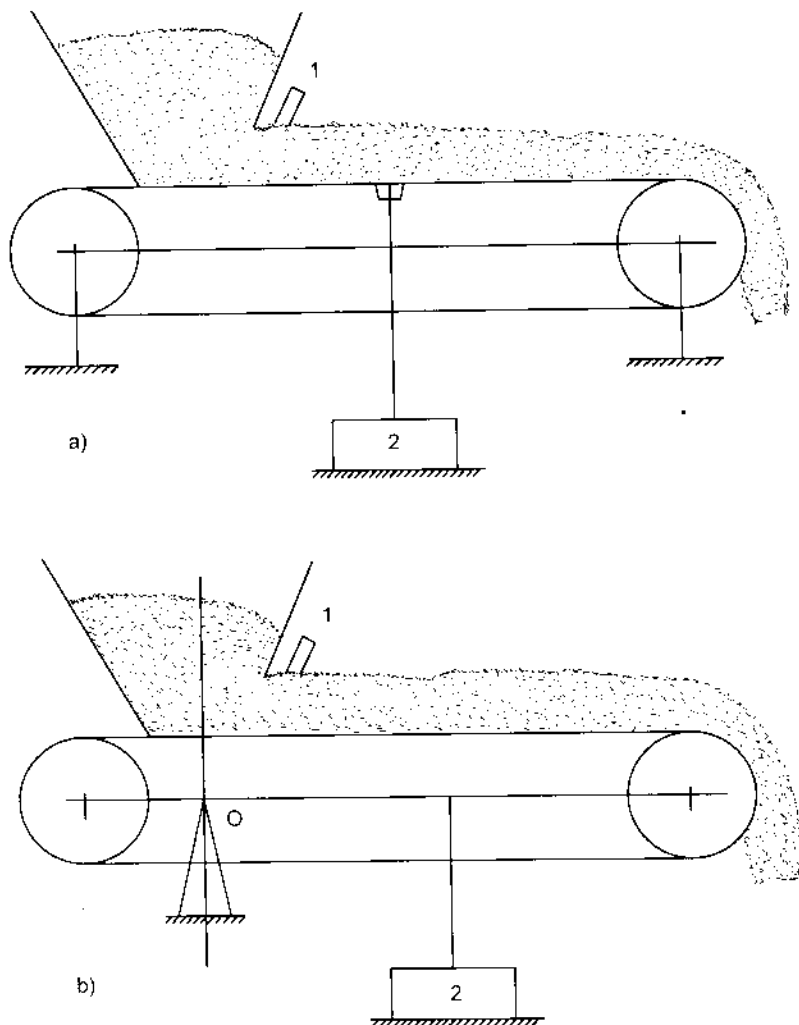
Sự khác biệt giữa máy loại định lượng tổng hợp và máy định lượng là trong đó quá trình định lượng được thực hiện theo hai giai đoạn (hoặc nhiều hơn). Giai đoạn thứ nhất là định lượng theo thể tích, giai đoạn thứ hai là định lượng theo khối (cân). Thông thường, phân biệt thành hai loại: máy định lượng một cấp và máy định lượng hai cấp.

Ở máy định lượng một cấp, bàn cân hoặc cân cân và thiết bị tiếp liệu liên kết trong cùng một tổ hợp. Ở máy hai cấp, hai bộ phận này là những phân tử độc lập.

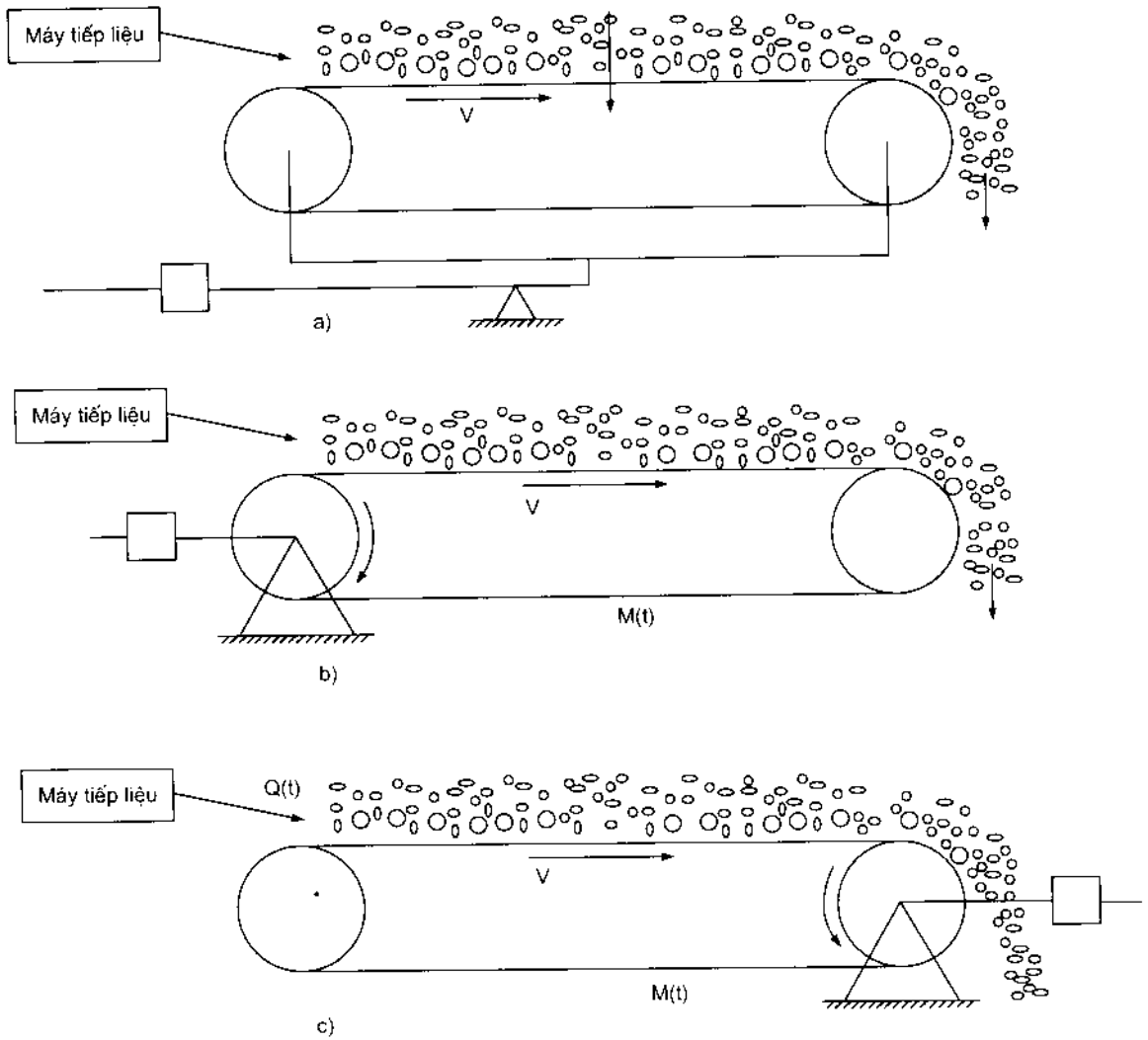
Máy định lượng một cấp điều chỉnh liều lượng vật liệu bằng cách thay đổi tốc độ băng chuyển tải hoặc tải trọng theo chiều dài của băng truyền tải khi vận tốc của băng chuyển không thay đổi.

Đối với máy định lượng hai cấp, tốc độ vận chuyển của vật liệu trên băng tải không thay đổi, liều lượng được điều chỉnh bằng cách thay đổi lưu lượng dòng liệu đưa tới băng chuyển. Để điều hoà những sai lệch lưu lượng so với yêu cầu, trong hệ thống điều khiển tự động có lắp đặt các thiết bị đo cường độ băng chuyển và hiệu chỉnh trị số của chúng.

Máy định liệu kiểu băng tải được phân thành các bộ phận chính như sau:



**Hình 8.13:** Máy định lượng kiểu băng chuyển (băng tải lượng)  
*a- Với con lăn trọng lượng (con lăn cân bằng); b- Với con lắc trọng lượng (con lắc cân bằng).*



**Hình 8.14:** Sơ đồ băng tải lượng với các hệ thống treo khác nhau  
*a- Phẳng song song; b- Kiểu con lắc; c- Kiểu dầm chừa*

Trên hình 8.14 là các sơ đồ của máy định lượng kiểu băng chuyền có cơ cấu treo khác nhau.

Trong các sơ đồ này,  $Q(t)$  là công suất máy tiếp liệu;  $G(t)$ ,  $M(t)$  - tương ứng là khối lượng vật liệu và mômen từ vật liệu tác động lên băng tải;  $t$  - thời gian vật liệu chứa trên băng chuyền;  $v$  - vận tốc băng chuyền.

Hàm truyền của loại có cơ cấu treo phẳng song song có dạng:

$$W(p) = \frac{1 - e^{-pt}}{p}$$

Hàm truyền của loại có cơ cấu treo kiểu con lắc:

$$W(p) = v \cdot \frac{1 - e^{-p\tau}(1 + p\tau)}{p^2}$$

Còn của loại có cơ cấu treo kiểu dầm chìa có dạng:

$$W(p) = \frac{v e^{-p\tau} - 1 + p\tau}{p^2}$$

Trong đó:  $p$  - toán tử Laplace;

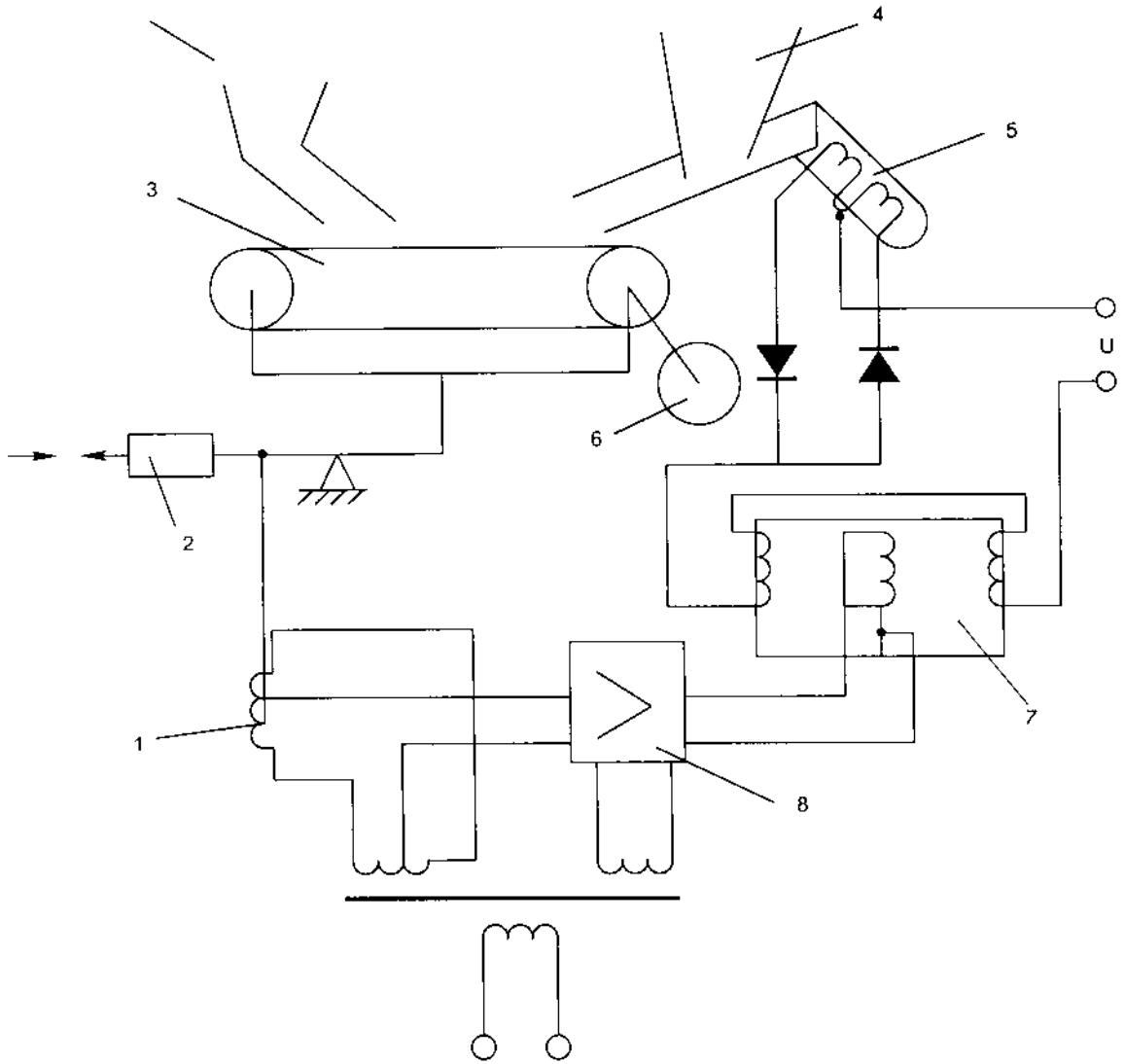
$\tau$  - thời gian chậm sau.

Ta xét một ví dụ về hệ thống ổn định của cân định lượng tự động loại C-313A II, sơ đồ nguyên lý nêu trên hình 8.15. Cân định lượng bao gồm băng tải lượng truyền tải trọng lên hệ thống cân, máy tiếp liệu kiểu rung đưa vật liệu từ bunke sang băng tải lượng.

Trong các cân định lượng loại này, cảm biến độ dịch chuyển kiểu điện cảm của băng tải lượng lắp đặt tại đầu vào của máy điều chỉnh. Qua bộ khởi động và cơ cấu thừa hành, máy điều chỉnh sẽ làm thay đổi chế độ làm việc của máy tiếp liệu.

Xét về nguyên lý làm việc của sơ đồ, ta thấy độ dịch chuyển của tải trọng 2 chính là trị số quy định của tải lượng truyền lên băng tải 3. Khi trọng tải bằng giá trị yêu cầu, hệ thống tay đòn ở trạng thái nằm ngang (trạng thái cân bằng) và lõi thép của cảm biến trọng lực 1 ở vị trí cân bằng tương ứng.

Trong trường hợp này, trong đường chéo của mạch cầu không có tín hiệu điện. Khi xuất hiện sự thay đổi tải trọng (tác động nhiễu), hệ tay đòn lệch khỏi vị trí nằm ngang và làm chuyển dịch lõi thép cảm biến 1 dẫn đến làm mất cân bằng mạch cầu và tại đầu ra của khối điện tử 8 xuất hiện tín hiệu có chiều phụ thuộc vào tải trọng trên băng tải lượng tăng hay giảm. Khối 8 sẽ truyền tín hiệu này (sau khi biến đổi) tới cuộn dây của khuyếch đại từ 7. Cuộn dây tải của khuyếch đại từ mắc nối tiếp với các cuộn của máy rung điện từ 5. Dòng điện trong cuộn dây của máy rung sẽ phụ thuộc vào trị số và chiều của dòng điện trong cuộn dây của khuyếch đại từ, và như vậy công suất của máy tiếp liệu sẽ thay đổi tương ứng với dòng điện trong máy rung; có nghĩa là khi tải trọng trên băng tải lượng giảm, dòng điện trong máy rung điện từ sẽ tăng và công suất máy tiếp liệu cũng tăng theo. Công suất máy tiếp liệu sẽ tăng cho tới thời điểm lõi thép của cảm biến trọng lực trở lại vị trí, trong đó mạch cầu được cân bằng.



**Hình 8.15:** Sơ đồ nguyên lý ổn định của máy định lượng tác động liên tục C-313A II

1. Cảm biến kiểu điện cảm; 2. Hệ thống cơ cấu treo; 3. Băng tải; 4. Bunke;  
5. Máy rung kiểu điện từ; 6. Cơ cấu thừa hành; 7. Khuếch đại từ; 8. Khuếch đại điện từ

## 8.5. TỰ ĐỘNG HOÁ QUÁ TRÌNH GIA CÔNG VẬT LIỆU KHÔNG QUẶNG

### 8.5.1. Đặc điểm chung của các quá trình gia công

Công nghệ sản xuất vật liệu xây dựng không quặng rất đa dạng và phụ thuộc vào tính chất của nguyên liệu ban đầu, vào yêu cầu đối với thành phẩm hoặc bán thành phẩm. Quá trình công nghệ nghiền - phân loại trong các nhà máy được tạo thành từ những phân đoạn riêng biệt theo một sơ đồ kín: bộ phận nghiền vật liệu thành nhiều loại kích thước khác nhau, loại lớn hơn so với quy định của phân đoạn gia công sẽ chuyển trở lại nghiền tiếp và số còn lại sẽ chảy qua máy nghiền.

Sau khi nghiền ở giai đoạn hai, phần lớn sử dụng sơ đồ mạch hở; quá trình đồng nhất với các chất làm giàu cho sản phẩm cuối thường được thực hiện bằng luồng khí trong các xyclon, máy phân li, v.v... hoặc bằng chất lỏng trong các máy rửa kiểu guồng xoắn, xyclon thuỷ lực, bể lắng, bể tuyển nổi và các thiết bị khác.

Quá trình nghiền và tuyển khoáng có mức sử dụng năng lượng cao.

Các thiết bị nghiền và phân loại được đặc trưng bằng tính liên tục do có rất nhiều yếu tố làm ảnh hưởng tới quá trình vận hành. Tác động chính lên quá trình nghiền và phân loại là sự thay đổi lượng tải của máy nghiền và máy sàng, độ dao động về kích thước và độ bền vững của vật nghiền, chế độ bôi trơn của các máy chính không đảm bảo v.v...

Trên hình 8.16 là sơ đồ nguyên lí đơn giản của hệ thống nghiền - phân loại tự động (không có bộ phận tuyển quặng). Hệ thống bao gồm ba giai đoạn, trong hai giai đoạn đầu - nghiền theo chu trình hở, giai đoạn ba - theo chu trình kín. Tại giai đoạn 2, quá trình nghiền được thực hiện theo hai nhánh song song. Trong sơ đồ, phân liệu có kích thước  $0 \div 2\text{mm}$  và  $0 \div 5\text{mm}$  được tách ra cho mục đích khác.

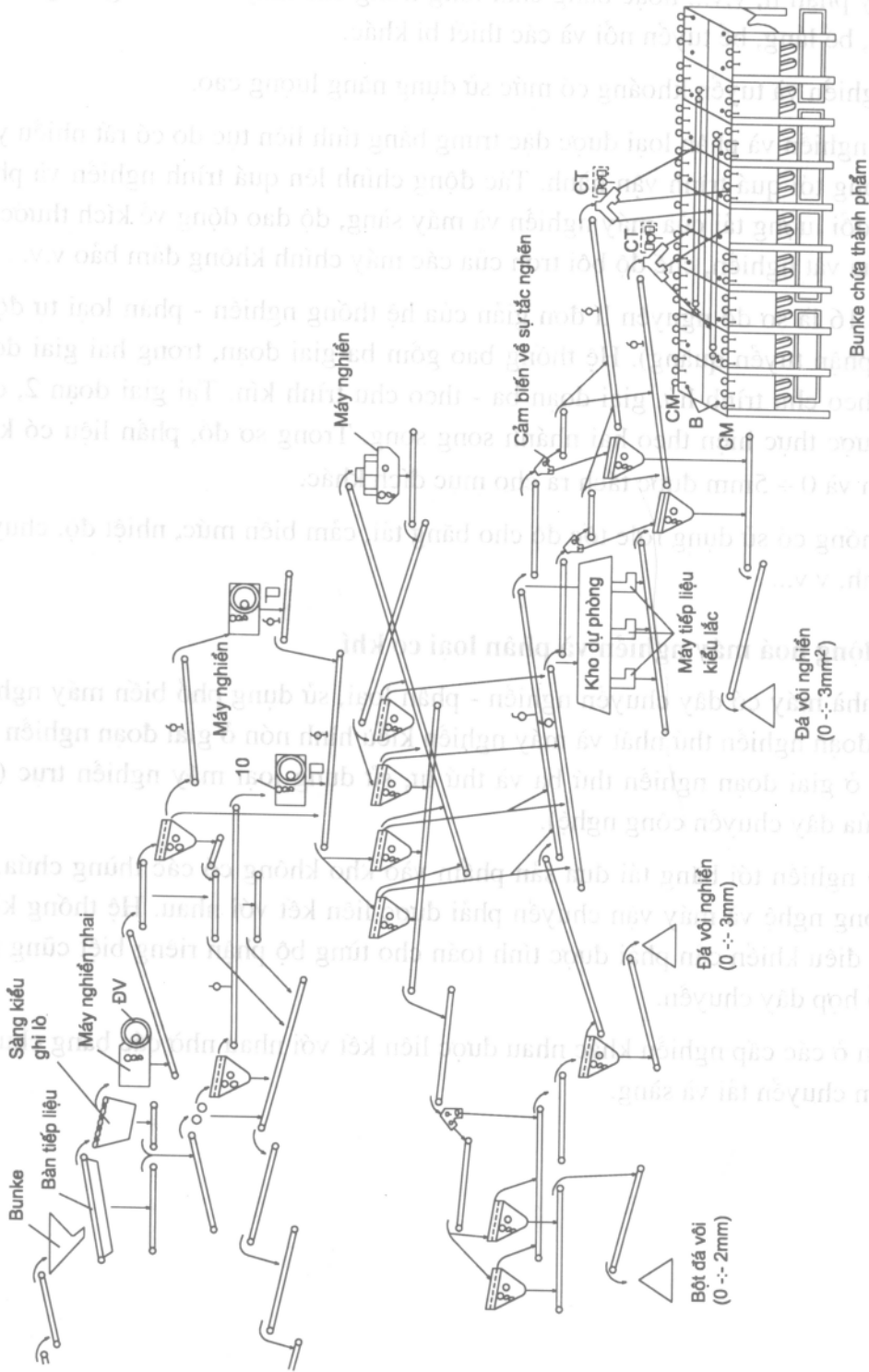
Trong hệ thống có sử dụng role tốc độ cho băng tải, cảm biến mức, nhiệt độ, chuyển mạch hành trình, v.v...

### **8.5.2. Tự động hoá máy nghiền và phân loại cơ khí**

Trong các nhà máy có dây chuyền nghiền - phân loại, sử dụng phổ biến máy nghiền má trong giai đoạn nghiền thứ nhất và máy nghiền kiểu hình nón ở giai đoạn nghiền thứ hai và thứ ba, ở giai đoạn nghiền thứ ba và thứ tư, sử dụng loại máy nghiền trục (tuỳ theo đặc thù của dây chuyền công nghệ).

Khi từ máy nghiền tới băng tải đưa sản phẩm vào kho không có các thùng chứa, tất cả các máy công nghệ và máy vận chuyển phải được liên kết với nhau. Hệ thống kiểm tra tự động và điều khiển cần phải được tính toán cho từng bộ phận riêng biệt cũng như cho toàn bộ tổ hợp dây chuyền.

Máy nghiền ở các cấp nghiền khác nhau được liên kết với nhau nhờ các băng chuyển tải với các cụm chuyển tải và sàng.



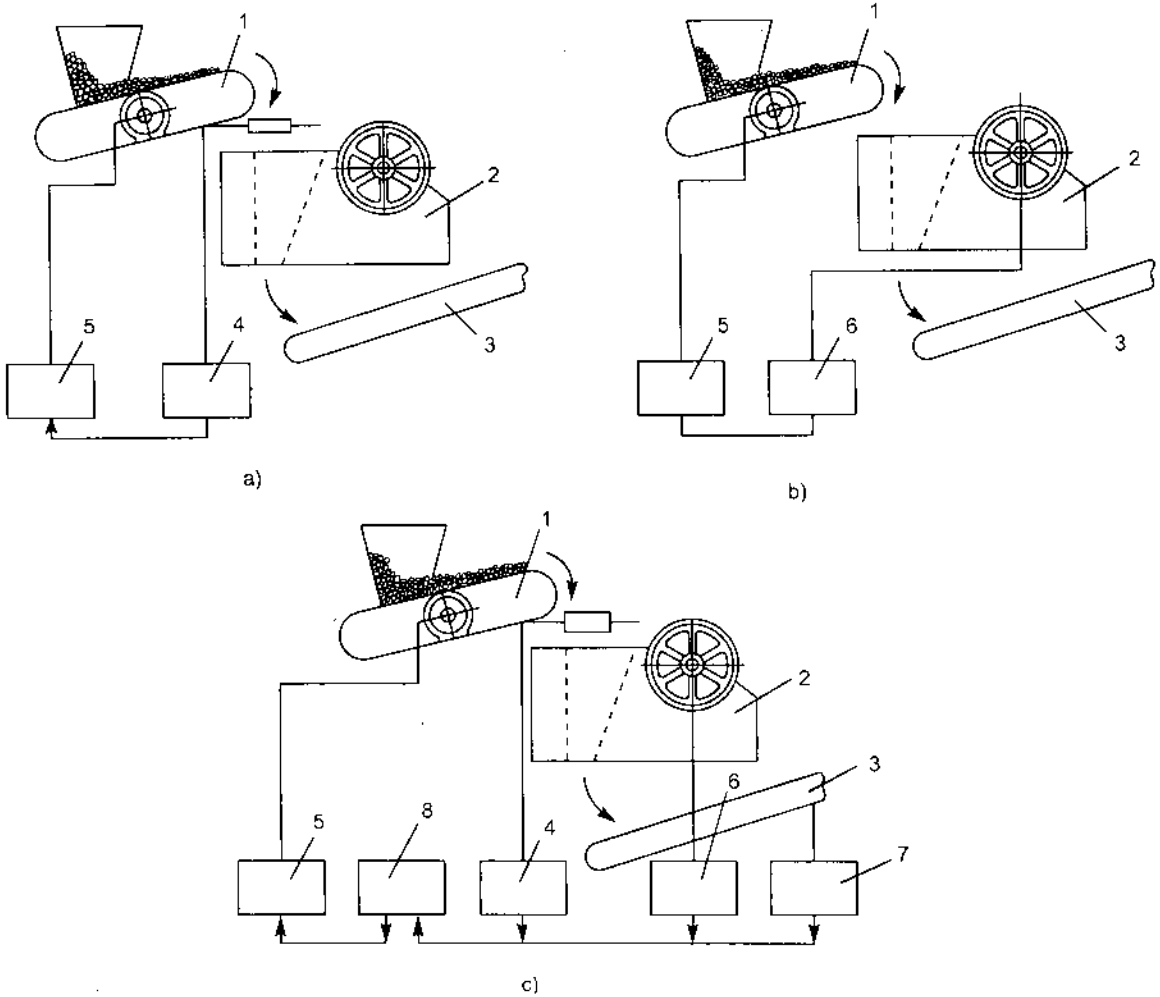
**Hình 8.16:** Sơ đồ chức năng hệ thống nghiền - phân loại

CT - Chi tiết thừa hành; CM - Cảm biến mức; B - Chuyển mạch hành trình;  
TC - Nhiệt kế điện trở; ĐV - Cảm biến tốc độ



Hệ thống tự động phải đảm bảo vận hành an toàn đối với các máy nghiền và đảm bảo công suất nghiền lớn nhất.

Trên hình 8.17 là sơ đồ điều khiển quá trình tiếp liệu cho các máy nghiền dựa trên phép đo tự động mức chất liệu của miệng máy nghiền, công suất sử dụng của động cơ dẫn động và tải trọng theo chiều dài của băng tải lượng khi nhận vật liệu nghiền.



**Hình 8.17:** Sơ đồ chức năng điều khiển quá trình tiếp liệu cho máy nghiền  
 a - Điều khiển tự động nhờ thiết bị đo mức vật liệu; b - Điều khiển tự động nhờ thiết bị đo mức bằng role dòng; c - Điều khiển theo tổ hợp các tham số

1. Bàn tiếp liệu; 2. Máy nghiền; 3. Băng tải; 4. Thiết bị đo mức; 5. Bộ phận khởi động; 6. Thiết bị đo công suất máy nghiền; 7. Thiết bị đo công suất hệ truyền động của băng tải; 8. Bộ điều chỉnh

Trong các sơ đồ này, tín hiệu về độ sai lệch so với yêu cầu của chế độ nghiền sẽ tác động lên hệ thống làm điều chỉnh tốc độ của máy tiếp liệu.

Để kiểm tra mức chất liệu tại miệng máy nghiền khi đang có tải và đang nghiền, chỉ có thể sử dụng phương pháp đo không tiếp điểm trong đó phân tử nhạy cảm và các chi tiết kèm theo đặt trong máy nghiền cùng với vật liệu nghiền.

Công suất sử dụng của động cơ là tham số gián tiếp không thể phản ánh được tình trạng của quá trình nghiền. Dòng điện trong động cơ không phụ thuộc đồng nhất vào mức chất liệu ở khoang máy nghiền vì có khả năng vật liệu kích thước lớn nằm ngay tại phần trên miệng máy nghiền. Trong trường hợp này, công suất tiêu hao không tăng, không có tín hiệu báo dừng tiếp liệu và có thể dẫn đến làm tắc nghẽn máy nghiền. Ngoài ra, khi vật liệu có độ cứng thấp và độ mịn cao, tải của động cơ thấp gần như ở chế độ không tải, điều này sẽ dẫn đến làm tăng tải lượng của máy nghiền và kết quả là làm tắc nghẽn băng chuyển tải.

Hệ thống trên có khả năng làm ổn định công suất, song độ tin cậy không cao đối với tất cả các trường hợp thay đổi chế độ vận hành của máy nghiền có thể xảy ra.

Độ tin cậy của hệ thống có thể được nâng cao nếu sử dụng sơ đồ điều khiển tổng hợp với các cảm biến kiểm tra mức chất liệu trong khoang nghiền hoặc kiểm tra tải lượng trên băng tải, nơi tiếp nhận sản phẩm nghiền. Khác với máy nghiền má ở giai đoạn nghiền thứ nhất, dao động độ hạt trung bình tại đầu vào của các máy nghiền hình côn (tại giai đoạn nghiền thứ hai và thứ ba) không lớn, bản thân dòng liệu đưa vào nghiền đã được ổn định nhờ hệ thống trước đó. Hệ thống điều khiển máy nghiền hình côn phải đảm bảo mối liên kết khoá truyền với các tổ hợp máy nghiền tại giai đoạn nghiền thứ nhất và giai đoạn nghiền thứ ba, đảm bảo điều chỉnh chế độ nghiền, chế độ nhiệt và áp suất, hệ thống bôi trơn v.v... Hệ thống điều khiển và điều chỉnh tổng hợp máy nghiền hình côn dựa trên nguyên lý điều chỉnh theo xuất công suất sử dụng và mối tương quan giữa các phân sản phẩm nghiền.

Điều chỉnh theo mối tương quan giữa các phân sản phẩm nghiền (giữa hai phần) có thời gian truyền tải trễ lớn vì cảm biến trọng lực của các phân độc lập chỉ có thể lắp đặt sau vị trí sàng, tương đối xa đối tượng điều chỉnh là máy nghiền.

Trên hình 8.18 nêu sơ đồ tổng hợp (theo tương quan thành phần hạt và xuất công suất tiêu thụ) điều chỉnh tự động tỉ lệ giữa các phân hạt.

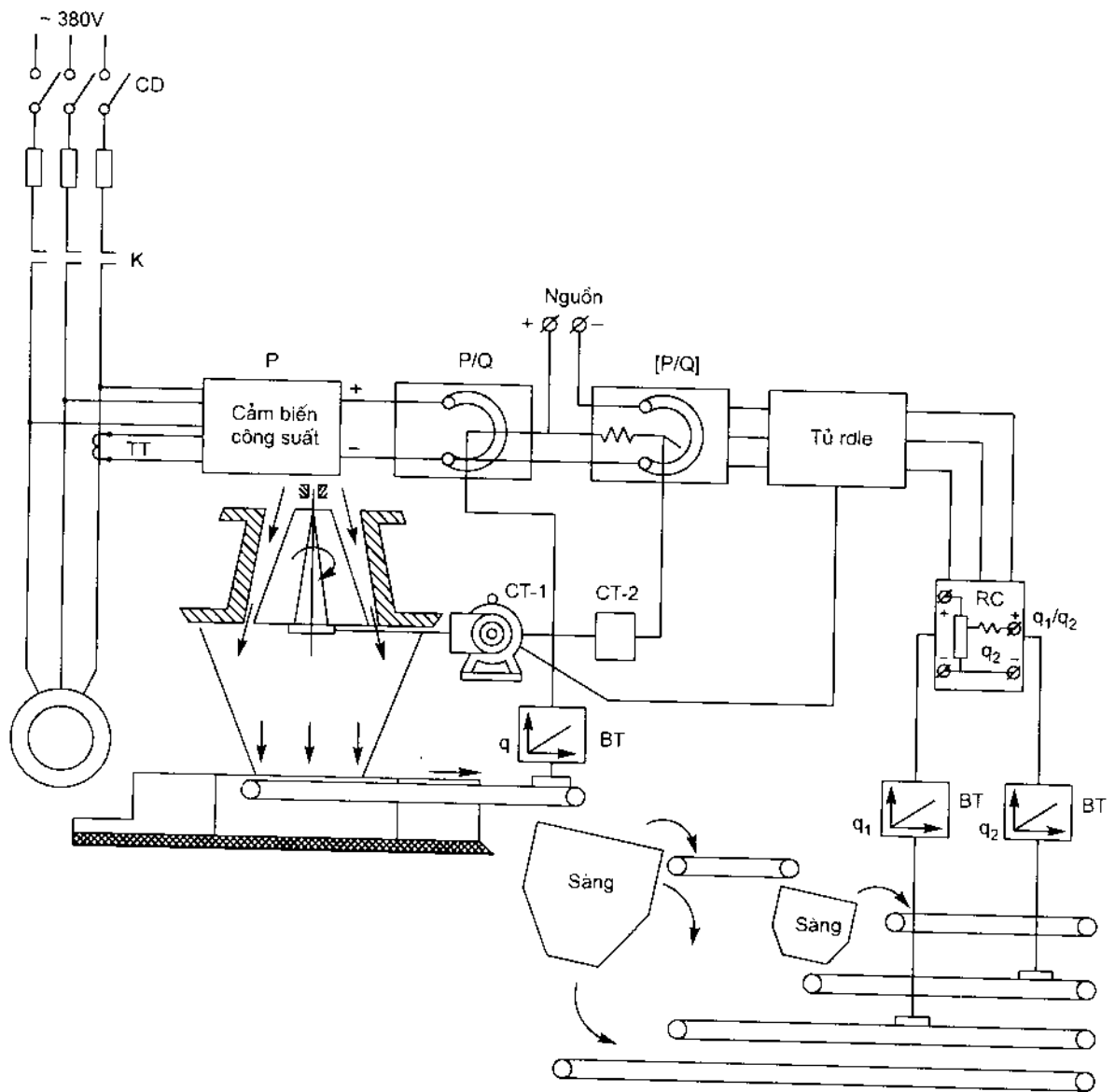
Tín hiệu tổng của các tín hiệu từ cảm biến độ tương quan phân hạt và xuất công suất tiêu thụ sẽ tác động lên cơ cấu thừa hành làm thay đổi bán kính quay của côn nghiền.

### **8.5.3. Tự động hoá quá trình nghiền**

Nghiền vật liệu không vượt quá kích thước hạt vài chục micromet là một trong những quá trình chiếm dung tích năng lượng lớn nhất trong công nghiệp xây dựng.

Lượng tiêu thụ năng lượng điện của các nhà máy tuyển khoáng khi nghiền các loại khoáng sản phi kim loại bằng từ 7 đến 22KW/h tính cho một tấn sản phẩm nghiền.

Nguyên liệu ban đầu của quá trình nghiền phần lớn là sản phẩm nghiền của các máy nghiền đập (quá trình nghiền đập nguyên liệu thô) hình 8.18. Trong công nghiệp xây dựng, sử dụng phần lớn các loại máy nghiền bi một khoang, hai khoang, ba khoang hoặc máy nghiền băng lõi có trang bị máy tiếp liệu với công suất điều chỉnh.



**Hình 8.18:** Sơ đồ chức năng tự động hoá máy nghiền hình côn  
(Điều chỉnh mối tương quan giữa các phần hạt theo tín hiệu về khối lượng của chúng và xuất công suất tiêu thụ)

- P/Q - Mạch phân điện áp cho xuất công suất tiêu thụ;
- [P/Q] - Xuất công suất tiêu thụ cho trước;
- BT - Thiết bị ghi trọng lượng băng tải từ xa;
- RC - Rơ le cực hoá;
- $q_1/q_2$  - Phân tử so sánh (chiết áp).

Các loại máy nghiền hình ống làm việc theo công nghệ nghiền khô và nghiền ướt. Ở chế độ nghiền khô, trong khoang nghiền chỉ có vật liệu nghiền và kết cấu của khoang (bì sứ tròn hoặc hình trụ). Ở chế độ nghiền ướt có nước qua khoang nghiền.

Quá trình nghiền được thực hiện theo chu trình hở cũng như chu trình kín, trong đó vật liệu nghiền qua phân li bằng không khí hoặc phân li ướt và thành phần có cỡ hạt lớn hơn sẽ trở lại máy nghiền. Phổ biến hơn là sơ đồ vận hành với chu trình kín, trong đó từ máy tiếp liệu vật liệu được đưa vào máy nghiền, sau đó từ máy nghiền tới máy phân li dùng không khí hoặc máy phân li loại thủy lực (trong phương pháp nghiền ướt). Từ đó thành phần liệu có độ hạt lớn hơn so với yêu cầu sẽ trở lại máy nghiền, còn loại đạt yêu cầu được đưa ra khỏi máy phân loại tới công đoạn tiếp theo trong dây chuyền...

Các đại lượng điều chỉnh trong các loại sơ đồ này là: dòng vật liệu từ máy tiếp liệu vào máy nghiền, độ loãng khí, vận tốc không khí trong máy phân loại dùng không khí hoặc lượng nước đưa vào trong máy phân loại trong phương pháp nghiền ướt.

Ngoài ra, tác động lên dây chuyền còn có các yếu tố như tính chất vật liệu nghiền, độ mòn của lớp lót trong của máy, độ mòn của bi sứ v.v...

Nguyên lí điều chỉnh tự động quá trình nghiền dựa trên hai phương pháp điều chỉnh tải cơ bản - phương pháp đo bằng sóng âm và phương pháp tính theo trọng lượng.

Trong phương pháp thứ nhất có sử dụng hệ thống duy trì tỉ số giữa tín hiệu âm học và khối lượng vật liệu đưa vào nghiền. Thực chất của phương pháp này là làm ổn định mức âm tạp trong máy nghiền, xác định mức chất liệu vật liệu nghiền tương ứng với lượng hạt thô trong các khoang máy nghiền. Khi lượng tải của máy nghiền giảm, biên độ âm tạp (dao động âm thanh) sẽ tăng và ngược lại.

Mức chất liệu của máy nghiền có thể đo được bằng phương pháp điện - âm học theo các thông số sau: a) Biên độ của phổ tạp âm (cường độ tạp âm); b) Biên độ cực đại của phổ tạp âm trong dải tần được chọn; c) Tín hiệu tần số biên độ của phổ tạp âm cực đại.

Thiết bị cảm biến (Đattric) mức tạp âm có thể là bất kì loại loa điện động nào.

Nhược điểm của phương pháp đo bằng sóng âm là thường xuyên phải hiệu chỉnh mức âm tạp do lớp lót trong của máy bị mài mòn, ảnh hưởng của âm nhiễu bên ngoài từ các máy nghiền kề cận cũng như từ các loại tín hiệu nhiễu khác.

Trong phương pháp tính theo trọng lượng, lượng vật liệu tại cửa vào và cửa ra của máy nghiền được cân bằng. Nếu sai lệch sẽ phải tăng hoặc giảm mức chất liệu từ các thiết bị tiếp liệu vào máy nghiền.

Sơ đồ điều chỉnh hai tầng mức tải của máy nghiền - loại nghiền theo hai giai đoạn, phân li bằng không khí theo chu trình kín được nêu trên hình 8.19a.

Sự thay đổi tính nghiền tán của vật liệu sẽ dẫn đến làm thay đổi mức chất liệu trong khoang nghiền thứ nhất.

Những thay đổi của tính nghiền tán được cảm thụ nhờ các Microphone hoặc cảm biến rung M. Tín hiệu từ cảm biến M, được biến đổi nhờ bộ biến đổi khuếch đại BKD,

truyền tới bộ điều chỉnh BDC-I, cơ cấu thừa hành của bộ điều chỉnh CT-I sẽ làm thay đổi mức chất liệu cho máy nghiền.

Để điều hoà các tác động nhiễu một cách hiệu quả nhất, thường sử dụng bộ điều chỉnh tỉ lệ theo tín hiệu điện - âm học với liên lạc hồi tiếp cứng theo trạng thái trực cơ của cơ cấu thừa hành CT-I (trên hình vẽ không nêu đường liên lạc hồi tiếp này).

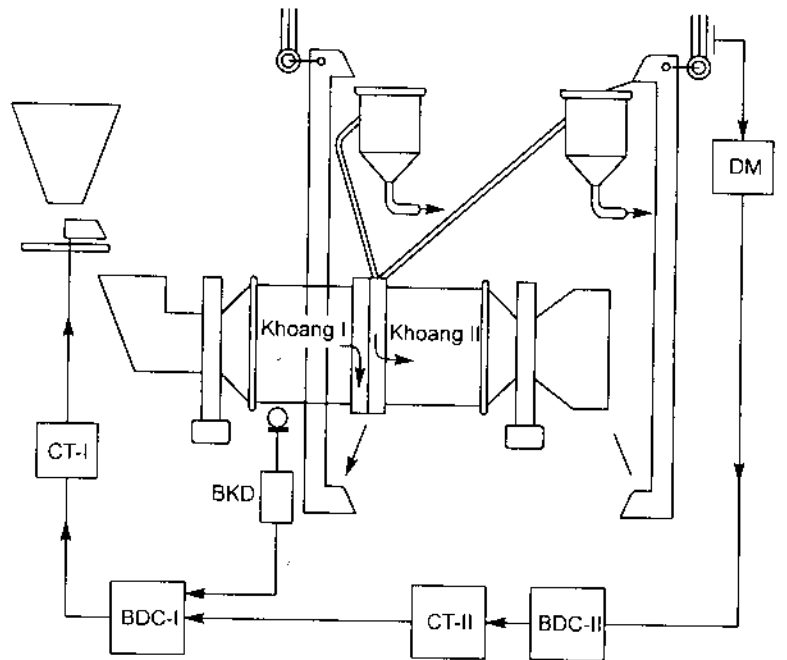
Tầng điều chỉnh thứ hai gồm Đattric DM nhạy cảm với những thay đổi công suất của hệ truyền động băng nâng, bộ điều chỉnh BDC-II và cơ cấu thừa hành CT-II, tầng này thực hiện việc hiệu chỉnh trị số quy định của bộ điều chỉnh BDC-I, tức là điều hoà tất cả những tác động nhiễu còn lại - những tác động không làm ảnh hưởng tới tín hiệu điện - âm học mà lại dẫn đến làm thay đổi quá trình chất liệu tuần hoàn trong giai đoạn hai.

Những tác động nhiễu này thường yếu và êm nên có thể điều hoà bằng bộ điều chỉnh BDC-II và không cần tính đến thời gian trễ.

Tính tuân thủ của tầng điều chỉnh thứ nhất được hạn chế theo những điều kiện duy trì mức chất liệu trong khoang I sao cho không vượt quá giới hạn quy định.

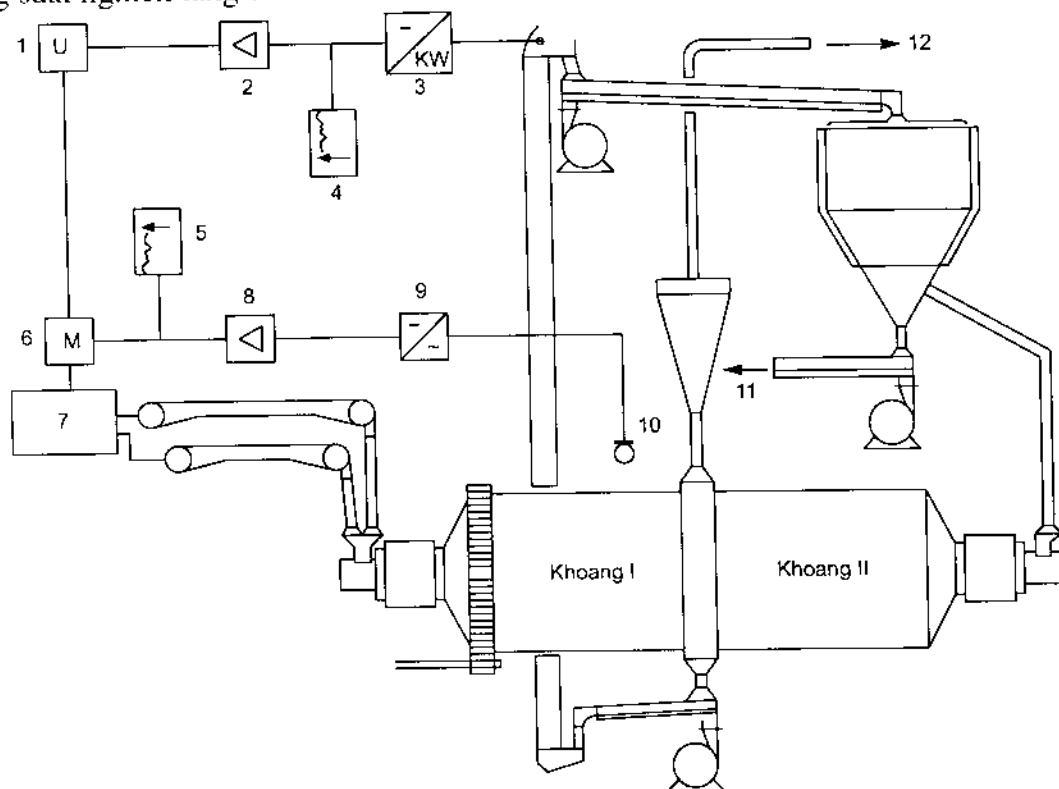
Nếu mức chất liệu trong khoang I vượt quá giới hạn cho phép sẽ có nguy cơ tắc nghẽn vật liệu trong máy nghiền.

Vì vậy, khi tín hiệu điện - âm học giảm tới một trị số giới hạn nào đó, tác động hiệu chỉnh của bộ điều chỉnh BDC-II sẽ ngừng mà không phụ thuộc vào lượng tải của băng nâng và mức chất liệu trong khoang I được duy trì nhờ bộ điều chỉnh BDC-I tác động lên máy tiếp liệu cho máy nghiền. Trạng thái này sẽ tiếp diễn cho tới khi tín hiệu điện - âm học (từ tầng điều chỉnh thứ hai) chỉ báo không được quá giới hạn đối với mức chất liệu ở khoang I. Khi đó lập lại chế độ điều chỉnh hai tầng theo tín hiệu điện - âm học và tín hiệu tải của băng nâng.



Hình 8.19: Hệ thống điều chỉnh tự động chất liệu cho máy nghiền

Một hãng chế tạo máy của Liên Xô "Пализис" đã cho đưa vào sử dụng loại máy nghiền hình ống hai khoang có hệ thống điều chỉnh tự động trong đó sử dụng các tín hiệu thu bằng Microphone và tín hiệu về công suất yêu cầu của động cơ gầu nâng dùng để chuyển tải vật liệu nghiền từ khoang I (hình vẽ 8.20). Thiết bị thu âm là loa điện động đặc biệt. Theo các tài liệu của hãng sản xuất, tạp âm trong máy nghiền được phân tách theo biên độ và tần số, có khả năng làm thích ứng giữa các thiết bị với máy nghiền nhờ hai bộ chuyển đổi giới hạn đo, điều hoà được tất cả những tạp âm lạ, lọc được bụi và an toàn trong sử dụng. Cũng theo số liệu của "Пализис", với máy nghiền loại này, công suất nghiền tăng đến 15%.



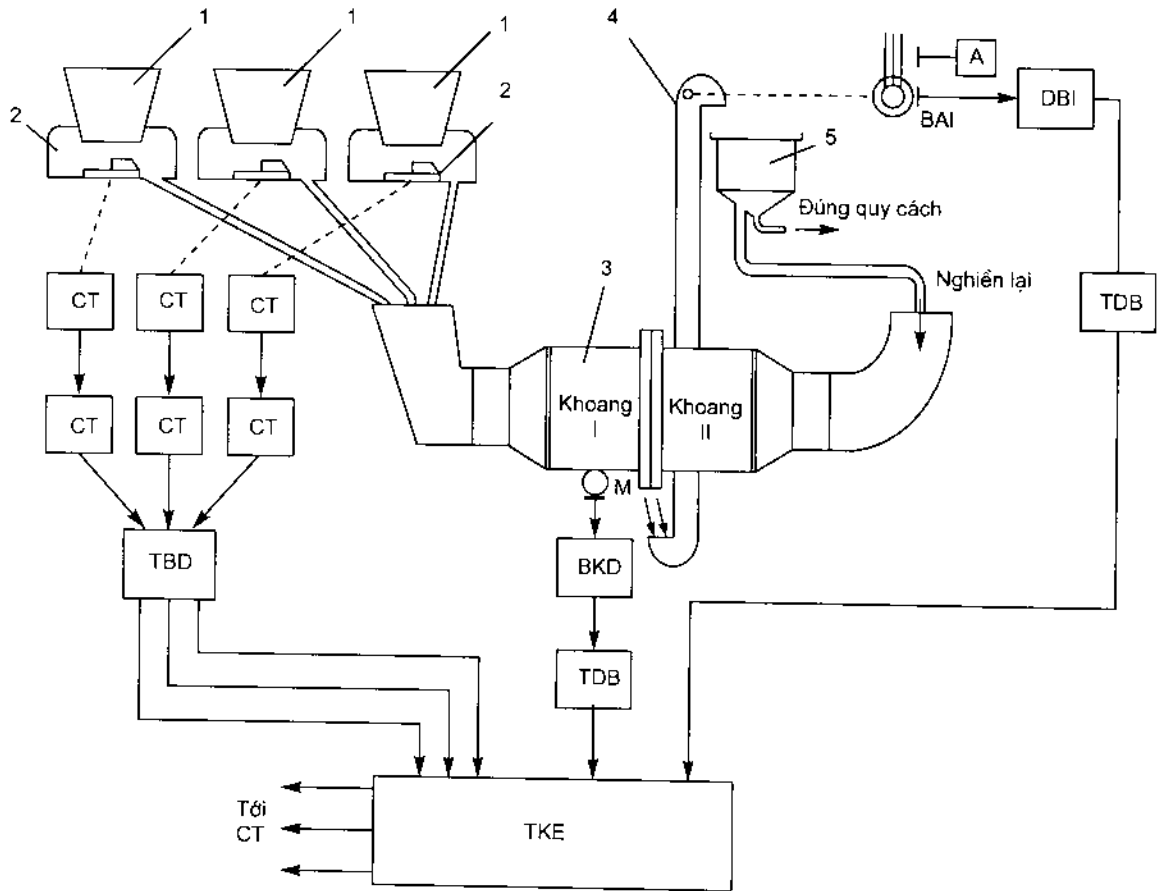
**Hình 8.20:** Hệ thống điều chỉnh tự động chất liệu cho máy nghiền của hãng "Пализис"

1. Bộ điều chỉnh điện áp; 2,8 - Bộ khuếch đại; 3. Bộ biến đổi trị số công suất đo được của động cơ gầu nâng; 4. Thiết bị tự ghi trị số công suất gầu nâng; 5. Thiết bị tự ghi mức chất liệu cho máy nghiền;
6. Bộ điều chỉnh MIC; 7. Bộ điều chỉnh trọng lượng; 9. Bộ biến đổi trị số đo mức tạp âm trong máy;
10. Microphone; 11. Thành phẩm nghiền; 12. Tới phin lọc

Hệ thống điều chỉnh tự động nêu trên chỉ đảm bảo quá trình tiếp liệu ban đầu không đổi khi cỡ hạt trung bình của nguyên liệu thay đổi không đáng kể. Trường hợp cỡ hạt thay đổi, cần điều chỉnh mức chất liệu theo một quy luật xác định.

Trên hình 8.21 là sơ đồ công nghệ điều chỉnh tự động quá trình nghiền ba thành phần liệu trong máy nghiền hai khoang phân li bằng không khí theo chu trình kín.

Sản phẩm nghiền của khoang I qua băng nâng tới máy phân tách bằng không khí. Tại đây, phần liệu nghiền đúng quy cách được đưa tới phân đoạn công nghệ tiếp theo; phần liệu nghiền có kích thước hạt lớn quá so với yêu cầu được đưa vào khoang II trước khi tới băng nâng.



**Hình 8.21:** Sơ đồ công nghệ điều chỉnh tự động quá trình nghiền ba thành phần liệu.

1. Bunkê; 2. Bộ tiếp liệu kiểu bàn quay; 3. Máy xay ống; 4. Băng nâng; 5. Bộ phận tách dùng không khí;

A-Ampemet; TKE - Thế điện kế điện tử; BAI- Biến dòng; DBI - Đattric của bộ biến dòng;

BKD - Bộ biến đổi khuếch đại; M - Microphone; TDB - Thiết bị đo - biến đổi;

TCX - Thiết bị chỉ báo từ xa; CT - cơ cấu thừa hành.

## TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Теория Автоматического Управления  $T_1$ ,  $T_2$  А. Б. Петушил. Высшая школа, Москва 1972, 1978.
2. Основы Автоматики и Технической Кибернетики. Г. С. Поспелов и А. А. Красовский. Москва 1962.
3. Теория Автоматического Управления  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $T_3$  А. А. Воронов. Высшая школа, Москва 1977, 1984.
4. Systèmes et asservissements lineaires échantillonnés. Yves Sévely. Dunod, Paris 1973.
5. Théorie et calcul des asservissements linéaires. Jean - Charles Gille. Bordas, Paris 1982.
6. Commande et régulation par ordinateur numérique. Claude Foulard. Eyrolles, Paris 1979.
7. Technologie et calcul pratique des systèmes asservis. P. Naslin. Dunod, Paris 1968.
8. Commande des systèmes linéaires. Philippe de Larminat. Hermès, Paris 1993.
9. Exercices d'automatique. M. Rivoire. Eyrolles, Paris 1992.
10. Commande électronique des moteurs à courant alternatif. R. Chauprade. Eyrolles, Paris 1980.
11. Автоматическое управление технологическими процессами на предприятиях строительной индустрии .В. И. МАРСОВ; В. А. С. ЛАВУЦКИЙ. Строиздат, 1975.
12. Автоматизация технологических процессов и учёта на предприятиях строительной индустрии. Г. Г. Зеличенко, Высшая школа, 1975.
13. Modern theory for automatic system. K. T. LEONGEKA, Science, 1970.
14. L'automatisation en pneumatique et la résolution des problèmes de logique. C. L. Rougeron. Energie, 1974.
15. Lí thuyết điều khiển tự động  $T_1$ . Phạm Công Ngô. Nhà xuất bản Khoa học và Kỹ thuật, Hà Nội 1998.
16. Cơ sở lí thuyết điều khiển tự động. Nguyễn Văn Hòa. Nhà xuất bản Khoa học và Kỹ thuật, Hà Nội 1998.
17. Điều khiển tự động. Nguyễn Thị Phương Hà. Nhà xuất bản Khoa học và Kỹ thuật, Hà Nội 1990.



# MỤC LỤC

	<i>Trang</i>
<i>Lời nói đầu</i>	3
<b>Chương I. Khái niệm cơ bản về hệ thống điều khiển tự động</b>	<b>5</b>
1.1. Các định nghĩa, các khái niệm cơ bản	5
1.1.1. Các phần tử cơ bản của hệ thống điều khiển tự động	5
1.1.2. Các nguyên tắc điều khiển cơ bản	7
1.1.3. Các trạng thái của hệ thống điều khiển tự động	8
1.1.4. Phân loại các hệ thống điều khiển tự động	9
1.1.5. Ví dụ về hệ thống điều khiển tự động	14
1.1.6. Nhiệm vụ của lý thuyết điều khiển tự động	18
1.2. Các đại lượng đặc trưng và các chỉ tiêu của hệ thống tự động điều khiển	19
1.2.1. Các đại lượng đặc trưng của hệ thống tự động điều khiển	19
1.2.2. Các chỉ tiêu của hệ thống tự động điều khiển	20
<b>PHẦN I. HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN TUYẾN TÍNH LIÊN TỤC</b>	
<b>Chương II. Mô tả toán học các phần tử của hệ thống điều khiển tuyến tính liên tục</b>	<b>22</b>
2.1. Phép biến đổi Laplace thuận và ngược	22
2.2. Các tính chất của phép biến đổi Laplace	24
2.2.1. Ảnh Laplace của tổng các hàm số	24
2.2.2. Tính chất tuyến tính	24
2.2.3. Ảnh Laplace của đạo hàm $\mathcal{L}\left[\frac{df(t)}{dt}\right]$	24
2.2.4. Ảnh Laplace của tích phân $\mathcal{L}\left[\int f(t)dt\right]$	25
2.2.5. Các định lý về giá trị bờ $f(0)$ ; $f(\infty)$ của $f(t)$	26
2.2.6. Định lý dịch gốc	27
2.2.7. Định lý dịch ảnh	27
2.2.8. Ảnh Laplace của tích xếp $f(t) * g(t)$	28
2.2.9. Định lý tương tự	28
	285

2.3. Xác định ảnh của một vài hàm số. Hàm bước nhảy	29
2.3.1. Hàm bước nhảy đơn vị $1(t)$ và hàm bước nhảy $A(t)$	29
2.3.2. Ảnh của hàm số bậc nhất $f(t) = a \cdot t$ (hình 2.3)	30
2.3.3. Ảnh của hàm số mũ $f(t) = e^{-at}$ (hình 2.4)	31
2.3.4. Ảnh của các hàm số $\sin \omega t$ , $\cos \omega t$	31
2.3.5. Ảnh của các hàm số $e^{-\alpha t} \sin \omega t$ và $e^{-\alpha t} \cos \omega t$	31
2.3.6. Ảnh của $\text{sh} \omega t$ và $\text{ch} \omega t$	31
2.3.7. Ảnh của $e^{-\alpha t} \text{sh} \omega t$ và $e^{-\alpha t} \text{ch} \omega t$	32
2.3.8. Ảnh của hàm số $t^n$	32
2.3.9. Ảnh của hàm $e^{-\alpha t} \cdot t^n$	32
2.4. Áp dụng để xác định ảnh Laplace của một số tín hiệu thông thường	33
2.4.1. Ảnh của tín hiệu chữ nhật (hình 2.5)	33
2.4.2. Ảnh của một sóng xoay chiều chữ nhật	33
2.4.3. Ảnh của tín hiệu $f(t)$ biến thiên tuần hoàn với chu kỳ $T$	34
2.5. Xung đơn vị (xung Dirac) và ảnh của xung đơn vị	35
2.5.1. Định nghĩa hàm xung đơn vị $\delta(t)$	35
2.5.2. Bản chất của hàm xung đơn vị $\delta(t)$	36
2.5.3. Ảnh Laplace của hàm xung đơn vị $\mathcal{L}\{\delta(t)\}$	38
2.5.4. Ví dụ	38
2.6. Phép biến đổi Laplace ngược để xác định hàm số gốc $f(t)$ từ hàm số ảnh $F(p)$	41
2.6.1. Các nghiệm của mẫu thức $B(p) = 0$ đều các nghiệm số thực khác nhau. Công thức khai triển Heaviside	42
2.6.2. Trường hợp khi mẫu thức $B(p) = 0$ có 1 nghiệm phức liên hợp	43
2.6.3. Trường hợp khi mẫu thức $B(p) = 0$ có nghiệm kép.	44
2.7. Hàm truyền đạt của hệ thống tuyến tính. Phương pháp Evans để phân tích chất của một hệ thống tuyến tính	45
2.7.1. Hàm truyền đạt $W(p)$ của một hệ thống tuyến tính	45
2.7.2. Phương pháp EVANS để phân tích quá trình quá độ của một hệ thống tuyến tính. Khái niệm về các điểm Zéro và các điểm cực	47
2.8. Xác định hàm truyền đạt của hệ thống phức tạp theo hàm truyền đạt của các khâu: đại số sơ đồ và graph tín hiệu	53
2.8.1. Đại số sơ đồ khối	53
2.8.2. Graph tín hiệu để xác định hàm truyền đạt của hệ thống điều khiển	59

<b>Chương III. Tín hiệu điều khiển, các khâu động học điển hình trong hệ thống điều khiển tự động</b>	63
3.1. Tín hiệu, tín hiệu điều khiển	63
3.1.1. Tín hiệu tương tự, tín hiệu rời rạc, tín hiệu số	63
3.1.2. Lượng tử hóa tín hiệu	64
3.1.3. Chuyển đổi tương tự - số (A/D) và chuyển đổi số - tương tự (D/A)	67
3.1.4. Tín hiệu điều khiển	69
3.2. Các quỹ luật điều khiển	71
3.2.1. Quy luật điều khiển tỉ lệ	71
3.2.2. Quy luật điều khiển tích phân	73
3.2.3. Quy luật điều khiển tỉ lệ, vi phân	75
3.2.4. Quy luật điều khiển tỉ lệ, tích phân	77
3.2.5. Quy luật điều khiển tỉ lệ, vi tích phân	78
3.3. Khái niệm về khâu hiệu chỉnh	78
3.3.1. Khâu hiệu chỉnh trong hệ thống điều khiển tương tự	78
3.3.2. Khâu hiệu chỉnh trong hệ thống điều khiển tương tự có sử dụng máy tính số để thực hiện việc điều chế ra tín hiệu điều khiển u	81
3.3.3. Khâu hiệu chỉnh trong hệ thống điều khiển số sử dụng máy tính số	82
3.4. Các đặc tính của khâu hay hệ thống	82
3.4.1. Đặc tính tĩnh	83
3.4.2. Đặc tính động	83
3.4.3. Các đặc tính thời gian của một khâu hay một phần tử. Hàm quá độ, đường quá độ; hàm quá độ xung, đường quá độ xung	84
3.4.4. Các đặc tính tần số của một khâu hay một phần tử. Đặc tính biên độ - tần số, đặc tính pha - tần số; các đặc tính tần số lôgarit	85
3.5. Các khâu động học cơ bản	88
3.5.1. Các khâu nguyên hàm	89
3.5.2. Khâu tích phân	103
3.5.3. Khâu vi phân lí tưởng	105
3.5.4. Khâu trễ	107
3.6. Một số khâu động học phức tạp	109
3.6.1. Khâu không ổn định bậc một	109
3.6.2. Khâu vi phân thực	112
3.6.3. Khâu tỉ lệ tích phân	114
3.6.4. Khâu vi tích phân	116

3.7. Đặc tính tần số của hệ thống điều khiển tự động	120
3.7.1. Các đặc tính tần số của hệ thống hở	121
3.7.2. Các đặc tính tần số của hệ thống kín	123
<b>Chương IV. Phân tích và tổng hợp một hệ thống điều khiển theo điều kiện ổn định</b>	124
4.1. Điều kiện ổn định của một hệ thống điều khiển tự động tuyến tính	124
4.2. Các tiêu chuẩn ổn định của một hệ thống điều khiển tự động	127
4.2.1. Tiêu chuẩn ổn định đại số Routh	127
4.2.2. Tiêu chuẩn ổn định đại số Hurwitz	129
4.2.3. Tiêu chuẩn ổn định tần số Mikhailóp	132
4.2.4. Tiêu chuẩn ổn định tần số Nyquist	134
4.3. Vùng ổn định trong không gian các thông số hiệu chỉnh	139
4.3.1. Khái niệm về thông số hiệu chỉnh và vùng ổn định	139
4.3.2. Xác định vùng ổn định trong mặt phẳng hai thông số hiệu chỉnh $\alpha$ và $\beta$	140
4.4. Tìm hàm truyền đạt của thiết bị điều khiển theo điều kiện ổn định khi biết hàm truyền đạt của đối tượng điều khiển	144
4.5. Chọn thông số hiệu chỉnh của một hệ thống theo điều kiện ổn định	150
4.6. Lựa chọn khâu hiệu chỉnh theo điều kiện ổn định	153
<b>Chương V. Đánh giá chất lượng của một hệ thống điều khiển và tổng hợp hệ thống điều khiển theo tiêu chuẩn chất lượng</b>	156
5.1. Các chỉ tiêu chất lượng của một hệ thống điều khiển	156
5.2. Đánh giá chất lượng của hệ thống điều khiển ở trạng thái xác lập	157
5.3. Đánh giá chất lượng của hệ thống điều khiển trong quá trình quá độ	160
5.3.1. Tiêu chuẩn nghiệm	161
5.3.2. Tiêu chuẩn chất lượng tần số	164
5.3.3. Tiêu chuẩn chất lượng tích phân	171
5.4. Các bài toán tổng hợp hệ thống điều khiển theo các tiêu chuẩn chất lượng	176
5.4.1. Chọn thông số hiệu chỉnh của hệ thống theo tiêu chuẩn tích phân	176
5.4.2. Chọn thiết bị điều khiển và khâu bù nhiễu theo tiêu chuẩn chất lượng khi biết hàm truyền đạt của đối tượng điều khiển	178
5.4.3. Chọn các thông số của thiết bị điều khiển theo tiêu chuẩn chất lượng Naslin	189
5.4.4. Chọn khâu hiệu chỉnh để hệ thống điều khiển có mức ổn định theo pha $M_\phi$ bằng trị số yêu cầu	192

<b>Chương VI. Phương trình trạng thái và điều kiện điều khiển được, quan sát được của một hệ thống điều khiển tự động</b>	199
6.1. Khái niệm về biến số, phương trình và không gian trạng thái	199
6.2. Xác định phương trình trạng thái của một hệ thống tuyến tính liên tục khi biết sơ đồ cấu trúc và hàm truyền đạt của nó	203
6.2.1. Hệ thống có cấu trúc và hàm truyền đạt gồm khâu quán tính bậc một và khâu phản hồi tích phân như hình 6.5	203
6.2.2. Hệ thống điều khiển có hàm truyền đạt dưới dạng một đa thức chia cho tích số của $n$ thừa số bậc nhất	204
6.2.3. Hệ thống điều khiển có hàm truyền đạt dưới dạng một hằng số chia cho một đa thức	207
6.2.4. Hệ thống điều khiển có hàm truyền đạt dưới dạng thương số của hai đa thức	212
6.3. Điều kiện điều khiển được của một hệ thống điều khiển tự động	214
6.3.1. Khái niệm về tính điều khiển được	214
6.3.2. Điều kiện điều khiển được	215
6.4. Tính quan sát được và tiêu chuẩn quan sát được của một hệ thống điều khiển tự động	217
6.4.1. Khái niệm về tính quan sát được	217
6.4.2. Tiêu chuẩn quan sát được của một hệ thống điều khiển	217

## PHẦN II. HỆ THỐNG ĐIỀU KHIỂN XUNG

<b>Chương VII. Hệ thống điều khiển xung - số</b>	219
7.1. Khái niệm chung về hệ thống điều khiển xung - số	219
7.2. Các phép tính đối với hàm rời rạc $x(iT)$	220
7.2.1. Tích phân số	220
7.2.2. Sai phân của hàm rời rạc $x(i)$	221
7.2.3. Phép biến đổi Z của hàm rời rạc $f(iT)$	221
7.3. Hàm truyền đạt của hệ thống xung - số	224
7.3.1. Định nghĩa hàm truyền đạt	224
7.3.2. Hàm truyền đạt của một nhóm các phần tử	225
7.3.3. Hàm truyền đạt của một hệ thống điều khiển xung - số kín	226
7.4. Điều kiện ổn định của một hệ thống điều khiển xung - số	230
7.5. Tiêu chuẩn ổn định Hurwitz đối với hệ thống điều khiển xung - số	232
7.6. Phương trình trạng thái của hệ thống xung - số	233

7.6.1. Dạng chung của phương trình trạng thái của hệ thống xung - số	233
7.6.2. Thành lập phương trình trạng thái của một hệ thống xung - số	234
7.7. Tính điều khiển được và quan sát được của một hệ thống xung - số	241
7.7.1. Định nghĩa tính điều khiển được và quan sát được của một hệ thống xung - số	241
7.7.2. Tiêu chuẩn điều khiển được và quan sát được của một hệ thống xung - số	242
7.8. Tính toán quá trình quá độ của một hệ thống xung - số	245

### **PHẦN III. TỰ ĐỘNG HOÁ TRONG CÔNG NGHIỆP XÂY DỰNG**

<b>Chương VIII. Tự động hoá các quá trình công nghệ trong nhà máy công nghiệp xây dựng</b>	248
8.1. Khái niệm chung	248
8.2. Tự động hoá các hệ thống truyền tải	248
8.3. Tự động hoá các quá trình nhiệt	253
8.3.1. Đặc điểm của các quá trình nhiệt trong các nhà máy xây dựng công nghiệp	253
8.3.2. Tự động hoá quá trình sấy	253
8.3.3. Tự động hoá lò gia nhiệt và lò nung	256
8.3.4. Tự động hoá quá trình gia công nhiệt các cấu kiện bê tông cốt thép	261
8.4. Tự động hoá quá trình định lượng	265
8.4.1. Đặc điểm chung của các máy định lượng	265
8.4.2. Máy định lượng tự động kiểu không liên tục (tỉ lệ)	265
8.4.3. Máy định lượng tự động kiểu liên tục	270
8.5. Tự động hoá quá trình gia công vật liệu không quặng	274
8.5.1. Đặc điểm chung của các quá trình gia công	274
8.5.2. Tự động hoá máy nghiền và phân loại cơ khí	275
8.5.3. Tự động hoá quá trình nghiền	278
<b>Tài liệu tham khảo</b>	284

# TỰ ĐỘNG HÓA TRONG XÂY DỰNG

*Chịu trách nhiệm xuất bản:*

BÙI HỮU HẠNH

*Biên tập:* ĐÀO NGỌC DUY  
*Chế bản:* PHẠM HỒNG LÊ  
*Sửa bản in:* ĐÀO NGỌC DUY  
*Trình bày bìa:* NGUYỄN HỮU TÙNG

---

In 800 cuốn, khổ 19 × 27cm, tại Xưởng in Nhà xuất bản Xây dựng. Giấy chấp nhận đăng ký  
kế hoạch xuất bản số 137/XB-QLXB ngày 1-2-2001. In xong nộp lưu chiểu tháng 9 - 2001



$\frac{6T6.5}{XD - 2001}$	137 - 2001
---------------------------	------------

**Giá : 39.000đ**