

PGS.TS TẠ DUY LIÊM

MÁY MÓC VÀ THIẾT BỊ CÔNG NGHỆ CAO
TRONG SẢN XUẤT CƠ KHÍ

ROBOT

VÀ HỆ THỐNG CÔNG NGHỆ ROBOT HÓA



NHÀ XUẤT BẢN KHOA HỌC VÀ KỸ THUẬT



TRƯỜNG ĐẠI HỌC BÁCH KHOA HÀ NỘI
CHƯƠNG TRÌNH HỢP TÁC ĐÀO TẠO QUỐC TẾ - ITP

PGS. TS. TẠ DUY LIÊM

**MÁY MÓC VÀ THIẾT BỊ CÔNG NGHỆ CAO
TRONG SẢN XUẤT CƠ KHÍ**

**ROBOT VÀ HỆ THỐNG
CÔNG NGHỆ ROBOT HOÁ**

(Giáo trình cao học – ngành cơ khí)



**NHÀ XUẤT BẢN KHOA HỌC VÀ KỸ THUẬT
ĐẠI HỌC BÁCH KHOA HÀ NỘI
CHƯƠNG TRÌNH HỢP TÁC ĐÀO TẠO QUỐC TẾ
INTERNATIONAL TRAINING PROGRAMME - ITP**

LỜI NÓI ĐẦU

Cùng bạn đọc

Cuốn giáo trình "Máy móc và thiết bị công nghệ cao trong sản xuất cơ khí" được biên soạn theo đề cương trong chương trình khung của bậc đào tạo cao học Khoa Cơ khí Trường Đại học Bách khoa Hà Nội.

Sách nhằm phục vụ cho học viên học tập, tham khảo trong quá trình nghe thuyết trình các chuyên đề hoặc chuẩn bị đề cương làm luận văn tốt nghiệp thạc sĩ. Bởi vậy những kiến thức trong cuốn sách này không còn mang tính giáo khoa kinh điển mà thiên về nội dung cập nhật ở trình độ kỹ thuật và công nghệ đương thời. Bạn đọc cần chủ động tham khảo nhiều tài liệu chuyên môn trên cùng lĩnh vực để đối chiếu so sánh và rút ra những vấn đề chính mình quan tâm.

Bộ sách này gồm hai tập:

Tập 1 chủ yếu nói về một phương tiện kỹ thuật và công nghệ tuy đã khá phổ biến nhưng chưa được giảng dạy hệ thống trong nhà trường, đó là robot công nghiệp và hệ thống máy tự động linh hoạt robot hoá. Những vấn đề nền móng sẽ được đề cập để bạn đọc có thể tiếp cận từ kiến thức cơ bản nhất đến khả năng tự nghiên cứu thêm về robot các thế hệ mới.

Tập 2 sẽ đề cập đến những thiết bị, máy móc thông minh và các hệ thống cơ điện tử ứng dụng trong kỹ thuật. Cách tiếp cận mới với các vấn đề truyền thống, một tầm nhìn bao quát hơn đối với các thế hệ thiết bị công nghệ cơ điện tử sẽ được phân tích. Chúng tôi đang nỗ lực chuẩn bị cho nội dung của tập 2 để sớm ra mắt bạn đọc.

Tác giả xin chân thành cảm ơn các đồng nghiệp đã giúp đỡ tận tình trong quá trình biên soạn và mong nhận được nhiều nhận xét phê bình của bạn đọc để lần sau tái bản giáo trình được hoàn thiện hơn.

Tác giả

MỤC LỤC

	Trang
Chương 1	
Những quan niệm và phương thức tổ chức sản xuất tự động hoá hiện đại	9
1.1. Phân loại các hệ thống tự động	10
1.2. Tổ chức dòng lưu thông chi tiết	13
1.3. Tổ chức dòng lưu thông dao cụ tự động hoá	16
1.4. Mức độ tự động hoá của các hệ thống máy và hệ thống gia công	21
Chương 2	
Hệ thống máy tự động linh hoạt robot hoá	24
2.1. Khuynh hướng tự động hoá dòng lưu thông chi tiết trong sản xuất loạt vừa và nhỏ	24
2.2. Những nguyên tắc căn bản khi thiết lập một hệ thống tự động linh hoạt có sử dụng tay máy, người máy làm nhiệm vụ vận chuyển và trao đổi phôi liệu	27
2.3. Yêu cầu đặt ra với các trung tâm gia công NC được huy động vào hệ thống máy	29
2.4. Phân loại hệ thống máy tự động linh hoạt	30
2.5. Ứng dụng lý thuyết phục vụ hệ thống trong điều hành nhiều máy cùng lúc	33
2.6. Mô hình toán học của hệ thống chờ, khép kín, nhiều kênh phục vụ: “M/M/n”	40
2.7. Mô hình toán học của hệ thống chờ, khép kín, một kênh phục vụ: “M/M/1” và ví dụ áp dụng	43
Chương 3	
Nhập môn robot công nghiệp	48
3.1. Robot công nghiệp của những năm 1980	48
3.2. Định nghĩa và phân loại robot công nghiệp	51
3.3. Sơ đồ khối “tổ chức kỹ thuật của robot”	57

Chương 4	
Các phép biến đổi đồng nhất	63
4.1. Một số khái niệm và ký hiệu	63
4.2. Các phép biến đổi (Transformation)	66
4.3. Biểu diễn một hệ toạ độ (Frame) và mô tả một vật thể (Object)	71
4.4. Phép quay tổng quát	78
4.5. Bài toán ngược: tìm góc quay, trục quay tương đương	82
4.6. Biểu diễn phương trình biến đổi (Transformation equations)	86
4.7. Kết luận chương 4	88
Chương 5	
Phương trình động học của robot	89
5.1. Dẫn nhập	89
5.2. Phép quay Euler	91
5.3. Phép quay Roll, Pitch, Yaw	92
5.4. Xác định vị trí	94
5.5. Đặc trưng của ma trận T_6	97
5.6. Đặc trưng của các ma trận A_i	97
5.7. Xác định T_6 theo các ma trận A_i	101
5.8. Hệ phương trình động học của robot Stanford	102
5.9. Hệ phương trình động học của robot Elbow	105
Chương 6	
Giải phương trình động học robot hay là phương trình động học ngược	109
6.1. Ba điều kiện thiết yếu của bài toán động học ngược	110
6.2. Lời giải của phép biến đổi Euler	111
6.3. Lời giải của phép biến đổi Roll, Pitch, Yaw	115
6.4. Lời giải của phép biến đổi toạ độ mặt cầu	116
6.5. Giải bài toán động học ngược của robot Stanford	117
6.6. Giải bài toán động học ngược của robot Elbow	122
6.7. Kết luận chương 6	126

Chương 7	
Thiết kế quỹ đạo robot	128
7.1. Các khái niệm về bài toán quỹ đạo	128
7.2. Quỹ đạo đa thức bậc ba	130
7.3. Quỹ đạo tuyến tính với cung ở hai đầu là parabol (LSPB)	133
7.4. Quỹ đạo Bang Bang Parabolic Blend (BBPB)	136
7.5. Quỹ đạo Pick and Place Operation (PAPO)	137
7.6. Chuyển động tọa độ	138
Chương 8	
Động lực học robot	142
8.1. Các quan hệ vi phân	142
8.2. Cơ học Lagrange với các vấn đề động lực của robot	153
8.3. Phương trình động lực học robot biểu diễn qua phép biến đổi đồng nhất	157
8.4. Quan hệ lực và mômen (Force and moment relation)	163
TÀI LIỆU THAM KHẢO	171

CHƯƠNG 1

NHỮNG QUAN NIỆM VÀ PHƯƠNG THỨC TỔ CHỨC SẢN XUẤT TỰ ĐỘNG HOÁ HIỆN ĐẠI

Bạn đọc đã biết, trong một thời gian dài ngành chế tạo máy đã tập trung giải quyết việc tự động hoá toàn bộ các nhà máy sản xuất loạt lớn và hàng khối. Người ta đã từng nghĩ rằng khó có thể áp dụng phương thức sản xuất tự động vào các nhà máy sản xuất loại vừa và nhỏ, vì rằng những chương trình cứng, những đầu gia công nhiều trục với các dao cụ chuyên dùng, cũng như các máy móc và đồ gá chuyên dùng... không thể thích hợp được với nhiệm vụ gia công thường xuyên thay đổi. Trong khi đó loại hình sản xuất loạt vừa và nhỏ cũng như sản xuất đơn chiếc chiếm tới 75 - 80% khối lượng công việc. Nếu bỏ qua vấn đề triển khai kỹ thuật tự động ở khu vực sản xuất này thì ý nghĩa của tự động hoá sẽ bị thu hẹp, công nghiệp không thể phát triển mạnh mẽ như thời đại đòi hỏi.

Đặc trưng quan trọng hàng đầu của sản xuất loạt vừa và nhỏ thể hiện ở tính linh hoạt (flexibility). Nhìn vào một quá trình sản xuất được tự động hoá theo quan điểm hiện đại, ta thấy nổi bật lên các đối tượng của ba dòng vận động:

1. Dòng vận động vật chất M (Material);
2. Dòng vận động thông tin I (Information);
3. Dòng điều phối năng lượng E (Energy).

Trong gia công cắt gọt kim loại, ta có thể chia dòng vận động vật chất thành các dòng lưu thông sau:

- Lưu thông chi tiết gia công;
- Lưu thông dao cụ cắt gọt;
- Lưu thông các phần tử gá lắp;
- Lưu thông vật liệu phụ và vật liệu phế thải...

Thử phân tích lưu thông của dòng chi tiết, bạn đọc có thể thấy: thực chất của dòng chi tiết bao gồm các địa chỉ (address) mà chúng phải được vận chuyển tới, chúng phải được lưu lại một thời gian để thực hiện các quá trình kỹ thuật và

công nghệ, cũng như để thoả mãn các điều kiện tổ chức sản xuất, chúng phải được tiếp tục chuyển đi cho đến khi toàn bộ quá trình chế tạo kết thúc.

Nói cách khác, dòng lưu thông chi tiết bao gồm nhiều đoạn vận động, trên đó các tiến trình công tác mang những nét đặc trưng riêng biệt.

Trong một hệ thống tự động hoá tổng hợp, việc *điều khiển toàn bộ quá trình sản xuất* có một chức năng trọng yếu. Đặc tính linh hoạt của quá trình được thể hiện ở tính liên tục, tính nhịp điệu, tính tỷ lệ, tính song song của các dòng vận động. Dưới con mắt kinh tế, mức độ tự động hoá của một cơ sở sản xuất không phải luôn luôn là tối đa, mà tùy thuộc những điều kiện cụ thể phải xác định được mức độ tự động hoá tối ưu, thích hợp với số lượng sản phẩm, đảm bảo chất lượng gia công cao nhất cũng như giá thành rẻ nhất cho phép. Trong thập kỷ 70 - 80 thế kỷ trước, phương hướng chỉ đạo là giảm bớt tối đa thời gian chuẩn kết và thời gian phụ xuất hiện trong quá trình gia công loạt vừa và nhỏ. Sự phát triển của kỹ thuật điều khiển theo chương trình số với ưu điểm căn bản là có tính linh hoạt cao đã là bước quyết định của quá trình tiến tới tự động hoá sản xuất loạt vừa và nhỏ. Ngày nay mục tiêu *tăng năng suất lao động thông qua tự động hoá toàn bộ quá trình sản xuất* trở thành chiến lược quan trọng nhất của mọi ngành kinh tế, trước hết là của ngành công nghiệp chế tạo máy.

1.1. PHÂN LOẠI CÁC HỆ THỐNG TỰ ĐỘNG

1.1.1. Trung tâm gia công điều khiển theo chương trình số NC

Trung tâm gia công điều khiển theo chương trình số là phương tiện thực hiện mục tiêu: thông qua *gia công toàn bộ* các chi tiết tương tự với nhiều biện pháp công nghệ trong phạm vi một lần gá kẹp, đạt tới năng suất cao và tính kinh tế ưu việt. Phạm vi ứng dụng của trung tâm gia công NC rất rộng lớn. Để hoàn thành các nhiệm vụ công nghệ đặt ra, các trung tâm gia công NC phải thoả mãn những đòi hỏi sau đây:

- Thực hiện nhiều biện pháp công nghệ khác nhau.
- Bàn kẹp chi tiết phải có khả năng quay và lật để thực hiện gia công nhiều mặt toạ độ.
- Tự động đổi dao, đổi chi tiết để giảm bớt thời gian phụ hữu ích.
- Có kết cấu hai trục chính, một để thực hiện quá trình gia công thô và một để thực hiện gia công tinh và tinh xác nhằm đảm bảo độ chính xác gia công.

Khi sử dụng trung tâm gia công NC, do tập hợp được các chi tiết tương tự, số chi tiết trong loạt sản phẩm tăng làm cho giá thành tổng cộng trên mỗi chi tiết nhỏ hơn nhiều so với các máy NC thông thường. Ưu điểm quan trọng này là kết quả của việc giảm đáng kể thời gian dừng máy hữu ích (do điều kiện kỹ thuật hoặc do người điều khiển máy, ví dụ các tiêu hao thời gian phụ khi điều chỉnh máy hoặc khi đo kiểm...).

1.1.2. Hệ thống máy tự động linh hoạt điều khiển theo chương trình số

Nhằm mục đích gia công tổng hợp, toàn bộ một chi tiết hoặc nhiều chi tiết tương tự trong các loạt sản xuất nhỏ khác nhau, khuynh hướng thiết lập hệ thống tự động linh hoạt điều khiển NC ngày càng phát triển. Hệ thống máy tự động linh hoạt điều khiển NC thực chất là một tập hợp nhiều máy NC hoặc nhiều trung tâm gia công NC, liên kết với nhau thông qua dòng lưu thông chi tiết và lưu thông dao cụ được điều khiển bởi máy tính điện tử. Ban đọc cần lưu ý những đường dây hay những dây chuyền tự động từ các máy tổ hợp trước đây đều được quan niệm là những hệ thống máy có chương trình CỨNG, nhằm giải quyết các nhiệm vụ của sản xuất loạt lớn và hàng khối. Cũng như vậy, một tập hợp các máy NC được điều khiển bởi một cụm điện toán trung tâm (nguyên tắc DNC) trong đó không có mối liên hệ thông qua một dòng lưu thông chi tiết tự động hoá, cũng không được gọi là một hệ thống tự động hoá linh hoạt điều khiển NC. Nói cách khác, dòng lưu thông chi tiết tự động hoá là đặc tính quyết định của hệ thống tự động linh hoạt điều khiển NC. Ngoài ra, tùy thuộc mức độ tự động hoá khác nhau, tùy thuộc mục đích kinh tế, kỹ thuật khác nhau mà hệ thống tự động linh hoạt điều khiển NC có thể huy động thêm các cụm chức năng khác. Ví dụ: các thiết bị vận chuyển và trao đổi chi tiết (gá đặt, định vị, định tâm...), các cụm điều khiển gia công, kiểm tra và thử nghiệm, các cụm thiết bị điều hành dòng lưu thông vật liệu phụ, khai thác phoi và vật liệu phế thải cũng như các cụm thiết bị liên quan đến dòng lưu thông thông tin. Ưu điểm cơ bản của hệ thống tự động linh hoạt điều khiển NC là giảm bớt tối đa thời gian vận chuyển, thời gian chờ, thời gian nằm đọng của chi tiết trước và giữa các quá trình gia công và kiểm nghiệm. Ưu điểm này có được là nhờ sử dụng hệ thống điện toán điều khiển gia công trong hệ thống tự động linh hoạt. Toàn bộ quá trình chế tạo các chi tiết trong loạt sản xuất nhỏ được thực hiện ở mức độ tự động hoá rất cao và rất chất lượng.

Bạn đọc cũng cần lưu ý sự khác biệt giữa hệ thống máy và hệ thống gia công tự động linh hoạt:

Một hệ thống gia công tự động linh hoạt bắt đầu từ khâu phân chia một nhiệm vụ gia công và kết thúc khi đưa ra các chi tiết đã được hoàn thiện đảm bảo chất lượng.

Trong khi đó, một hệ thống máy tự động linh hoạt còn có những phần tử chức năng quan trọng khác như khu vực chuẩn bị công nghệ, tổ chức dòng lưu thông M và I, kho chứa phôi liệu, vị trí chuẩn bị chi tiết (gá kẹp, định vị...), kho chứa thành phẩm, kho chứa các phụ kiện máy cũng như bộ phận bảo dưỡng và thay đổi cấu trúc hệ thống.

Để thiết lập một hệ thống máy tự động linh hoạt phải thực hiện những công việc cơ bản sau:

- Lựa chọn trước một phạm vi các chi tiết gia công.
- Phân tích thời gian gia công (cố định các trạng thái THỰC).
- Tổng hợp các dữ liệu chi tiết (kích thước, dung sai...).
- Đánh giá các dữ liệu chi tiết.
- Xác định các nguyên công gia công.
- Lựa chọn một hệ thống điều khiển thích hợp.
- Tính toán mức độ tự động hoá cần thiết.
- Tính toán tiềm năng những yêu cầu.
- Xác định lựa chọn các hệ thống máy khác nhau.
- Ghép nối các hệ thống kho lưu trữ và vận chuyển (các loại thiết bị tổ chức dòng lưu thông chi tiết, lưu thông dao cụ và các khu vực lưu trữ).
- Xác định trước các chi tiết điển hình có tính đại diện.
- Phân tích, phân chia các nhiệm vụ gia công.
- Tính toán kinh tế.
- Lựa chọn lần cuối cho một hệ thống máy xác định.

Nói tóm lại việc thiết lập một hệ thống tự động linh hoạt phải đảm bảo đặc tính *linh hoạt* (mềm) của toàn bộ hệ thống. Nó thể hiện ở chỗ: một loạt các thiết bị gia công điều khiển NC được nối ghép với nhau thông qua một hệ thống điều hành dòng lưu thông vật chất M và lưu thông thông tin I, sao cho một mặt gia công tự động từng nguyên công được bảo đảm, mặt khác trong một phạm vi

xác định trước, các nhiệm vụ gia công khác nhau trên các chi tiết khác nhau vẫn được thực hiện liên tục mà không cần đến sự thay đổi kết cấu máy hoặc gá lắp.

1.2. TỔ CHỨC DÒNG LƯU THÔNG CHI TIẾT

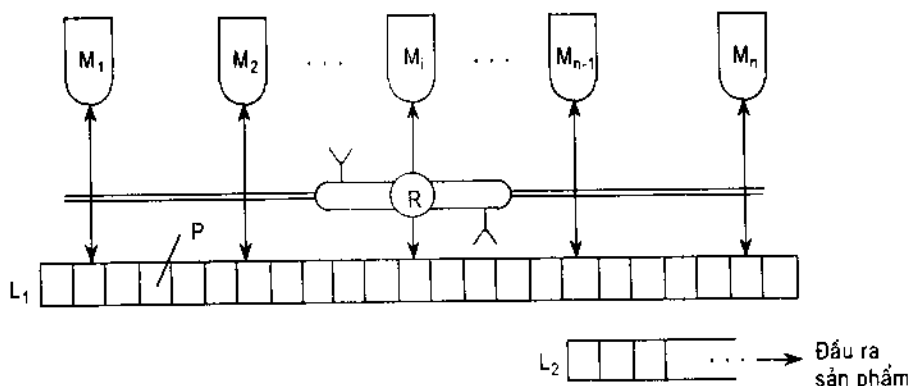
Về nguyên tắc, cấu trúc của các hệ thống tự động linh hoạt chịu ảnh hưởng trực tiếp bởi phương thức tổ chức dòng chi tiết trong hệ thống máy. Những yêu cầu cần quán triệt khi lựa chọn phương án tổ chức dòng chi tiết là:

- Có đường vận chuyển ngắn nhất.
- Có tính linh hoạt trong thứ tự các nguyên công gia công.
- Có mức độ chất tải tối ưu đối với các trạm gia công.
- Có thời gian thông thoát chi tiết ngắn nhất.
- Có điều kiện phục vụ nhiều máy thông qua thiết bị chuyển đổi.
- Có giá thành chế tạo thấp.

Nghiên cứu các hệ thống tự động linh hoạt hiện có trên thế giới ta thấy rõ: trong nguyên tắc tổ chức dòng chi tiết có ba phương án cơ bản và một phương án mở rộng.

1.2.1. Hệ thống máy với nguyên tắc “nối ghép thay thế”

Hình 1.1 trình bày sơ đồ nguyên tắc của phương án nối ghép này.



Hình 1.1. Hệ thống máy nối ghép theo nguyên tắc thay thế

M_i - Trạm công nghệ; R - Robot; P - Bàn kẹp chuẩn (palette); L_1 - Kho phối liệu; L_2 - Kho thành phẩm

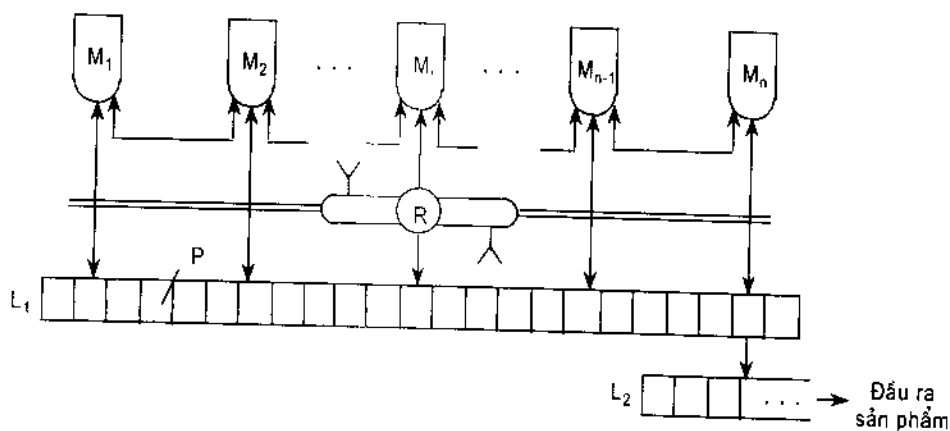
Cả trong phương án đặt các trạm công nghệ trên đường thẳng hoặc đường tròn, đặc tính cơ bản của hệ thống là:

Các trung tâm gia công đứng trong hệ thống được nối ghép với ổ tích lũy trung tâm một cách song song, không phụ thuộc nhau. Trong hệ thống chỉ có mối quan hệ trao đổi phối liệu và chi tiết đã gia công giữa ổ tích lũy trung tâm và từng trạm công nghệ riêng lẻ.

Một trình tự công nghệ từ trạm này sang trạm khác là không bắt buộc, nếu có cũng phải thông qua ổ tích lũy trung tâm để chuyển đổi (ổ tích lũy “tích cực”). Do đặc tính này mà những đòi hỏi về mặt tổ chức đối với hệ thống điều khiển đặt ra đơn giản, tạo điều kiện cho các cơ cấu vận chuyển và trao đổi phối liệu dễ dàng phục vụ nhiều máy. Các trạm gia công được chất tải cao về thời gian, tuy nhiên việc sử dụng các tính năng kỹ thuật của chúng không được triệt để. Nói cách khác, tính linh hoạt của hệ thống bị hạn chế một cách đáng kể.

1.2.2. Hệ thống máy với nguyên tắc “nối ghép bổ sung”

Hình 1.2 mô tả nguyên tắc tổ chức của hệ thống “nối ghép bổ sung”. Ở đây có thêm mối quan hệ trao đổi phối liệu hoặc bán thành phẩm giữa các trạm công nghệ khác nhau. Một trình tự công nghệ đi qua các trạm được xác định từ chương trình điều khiển, chi tiết sẽ được gia công hoàn thiện trên đường lưu thông của chúng, các trạm công nghệ “bổ sung” những tính năng kỹ thuật cho nhau, cùng tham gia gia công hoàn thiện cho chi tiết. Theo đó những yêu cầu điều hành dòng chi tiết đặt ra cho hệ thống điều khiển sẽ phức tạp hơn, tùy thuộc số trạm công nghệ có trong hệ thống và số địa chỉ mà một tiến trình công nghệ phải đi qua. Khả năng phục vụ nhiều máy của các cơ cấu vận chuyển và trao đổi phối liệu bị hạn chế...



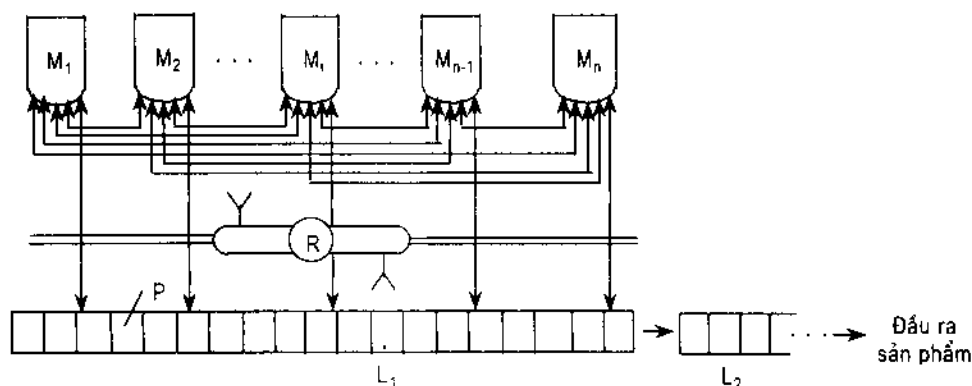
Hình 1.2. Hệ thống máy theo nguyên tắc “nối ghép bổ sung”

Ở một mức độ nhất định, việc phân chia các nhiệm vụ gia công trên các trạm công nghệ phải đạt được những thời gian chu kỳ xấp xỉ nhau. Với nguyên tắc nối ghép này, hệ thống tỏ ra có tính linh hoạt cao hơn, các trạm công nghệ được khai thác triệt để hơn những tính năng kỹ thuật của chúng

1.2.3. Hệ thống máy với nguyên tắc “nối ghép tổ hợp”

Hình 1.3 trình bày sơ đồ nguyên tắc “nối ghép tổ hợp” hệ thống, trong đó tồn tại bất cứ một mối quan hệ trao đổi nào. Đây là hệ thống máy có tính linh hoạt cao hơn cả so với hai hệ thống vừa mô tả.

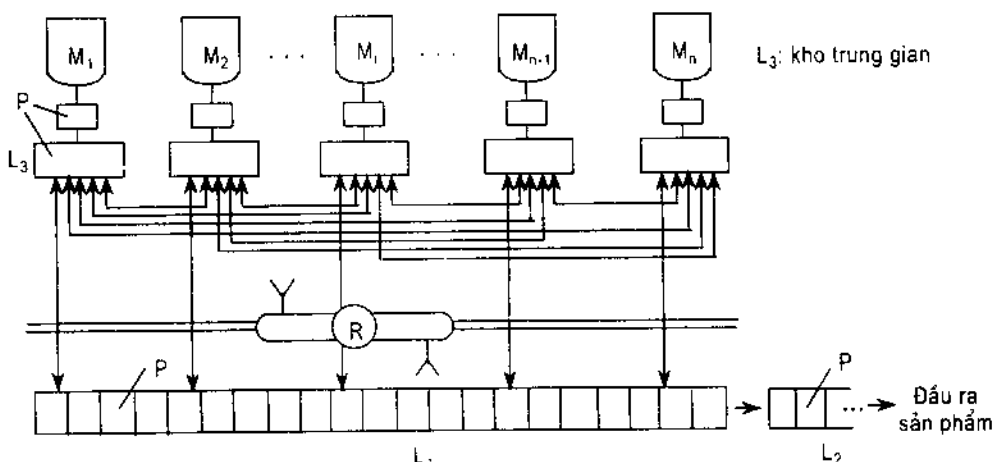
Các trung tâm gia công vừa được chất tải cao về mặt thời gian, vừa có điều kiện phát huy triệt để tính năng kỹ thuật của chúng. Các phương tiện vận chuyển và trao đổi phiêu lưu có điều kiện phục vụ nhiều máy. Hiện nay, các hệ thống tự động linh hoạt chủ yếu được thiết lập theo nguyên tắc nối ghép này.



Hình 1.3. Hệ thống máy theo nguyên tắc “nối ghép tổ hợp”

1.2.4. Hệ thống máy theo nguyên tắc “nối ghép mở rộng”

Theo nguyên tắc nối ghép này, nhờ có thêm các ổ tích trữ trung gian (hình 1.4) - đảm nhiệm địa chỉ “trung chuyển” - mà tính linh hoạt của hệ thống được nâng cao thêm một mức, đặc biệt là linh hoạt về mặt thời gian. Ở đầu dòng lưu thông chi tiết “chảy” nhanh thì ở đó có ổ tích trữ trung gian điều hoà, tránh được hiện tượng ứ tràn hoặc bế tắc trong lưu thông chung của dòng chi tiết trong hệ thống máy. Trình tự công nghệ có thể là bất kỳ, chu kỳ thời gian của mỗi công đoạn không cần gò ép để đạt tính xấp xỉ, trái lại có thể tùy ý khai thác tối đa các chế độ cắt gọt rất khác nhau, vừa đảm bảo chất lượng bề mặt gia công cũng như các điều kiện kỹ thuật khác.



Hình 1.4. Hệ thống máy theo nguyên tắc “nối ghép mở rộng”

1.3. TỔ CHỨC DÒNG LƯU THÔNG DAO CỤ TỰ ĐỘNG HOÁ

Tự động hoá dòng lưu thông dao cụ được thực hiện theo hai giai đoạn:

Giai đoạn 1: Điều chỉnh các dao cắt và nạp chúng vào ổ tích dao. Giai đoạn này thường được tiến hành bằng tay hoặc cơ khí hoá và tự động hoá từng phần. (Mài dao để đảm bảo các góc cạnh và bề mặt của từng phần tử cắt hoặc lắp ghép các mảnh cắt vào một thân tổ hợp...).

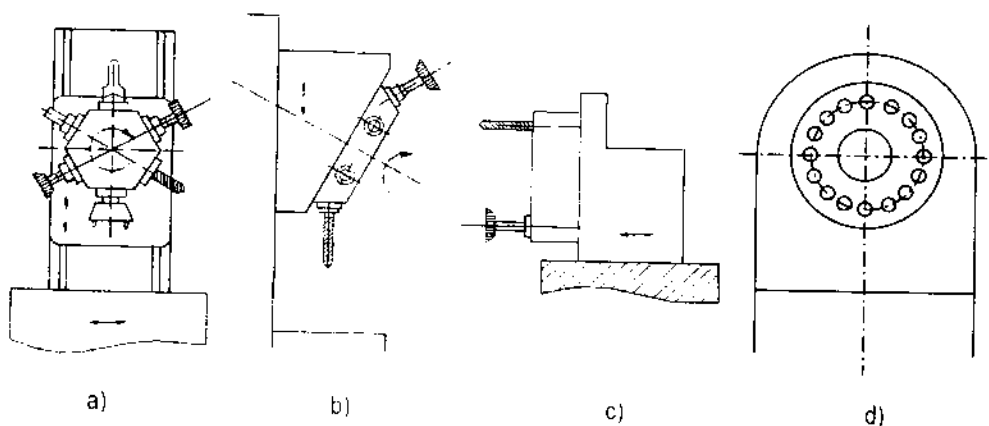
Giai đoạn 2: Lấy dao đã gia công từ ổ kẹp dao trên trục công tác nạp trở lại ổ tích dao và thay vào ổ kẹp dao của trục chính một dao khác đến lượt gia công. Đây là giai đoạn đổi dao trên máy, được thực hiện tự động hoá một cách triệt để. Kết cấu và nguyên tắc hoạt động của các cơ cấu đổi dao chịu ảnh hưởng của các yếu tố sau đây:

- Số lượng dao đòi hỏi trong quy trình công nghệ.
- Không gian chuyển đổi giữa trục chính và ổ tích dao.
- Thứ tự dao cụ, cách sắp xếp, địa chỉ và mã hoá địa chỉ của chúng trong ổ tích dao.
- Lượng điều chỉnh dao hoặc điều chỉnh sai lệch của dao thực hiện trên máy trong quá trình điều khiển máy.

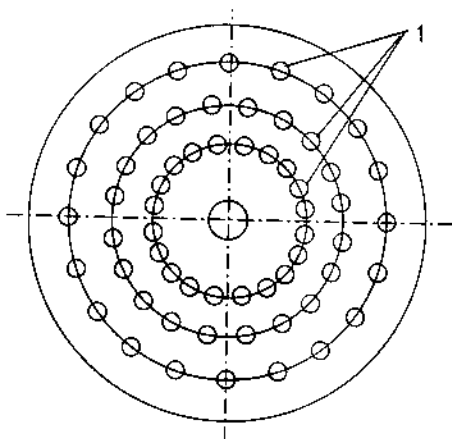
Nhằm mục đích hạn chế đến mức thấp nhất các chi phí cho các thiết bị đổi dao tự động, cần thiết phải xác định số lượng dao cụ trên mỗi trạm công nghệ là nhỏ nhất như có thể. Ở đây đặt ra vấn đề hợp lý hoá giữa số lượng dao trong ổ tích dao với tính năng kỹ thuật của mỗi trung tâm gia công ngay từ giai đoạn thiết kế.

Những đầu revolve hình sao hoặc hình trống (xem hình 1.5) thường bị hạn chế về khả năng tích dao. Đầu revolve hình sao được thiết kế cho khu vực điều chỉnh kẹp dao, hoặc được lắp vào ụ trục chính nhiều trục công tác.

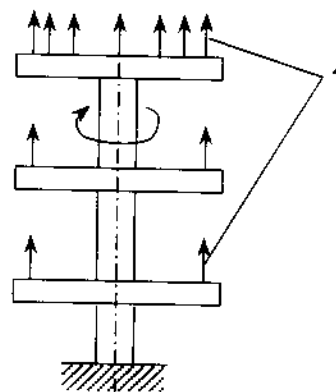
Khi cần tích lũy nhiều dao cụ, ta thường dùng các kết cấu phù hợp như: ổ tích lũy dao dạng đĩa (hình 1.6), ổ tích dao nhiều tầng (hình 1.7), ổ tích dao dạng xích (hình 1.8) và các kết cấu khác.



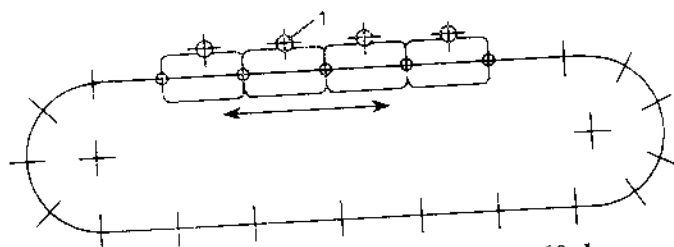
Hình 1.5. Các đầu revolve tích nạp và trao đổi dao với số lượng dao hạn chế



**Hình 1.6. Ổ tích dao dạng đĩa
cho 100 dao**



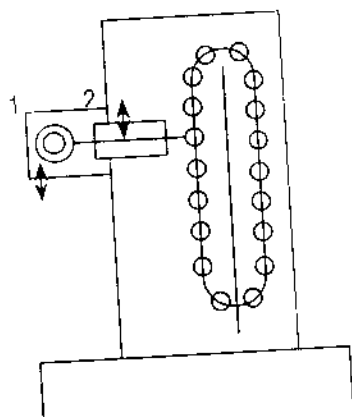
**Hình 1.7. Ổ tích dao dạng
nhiều tầng cho 150 dao**



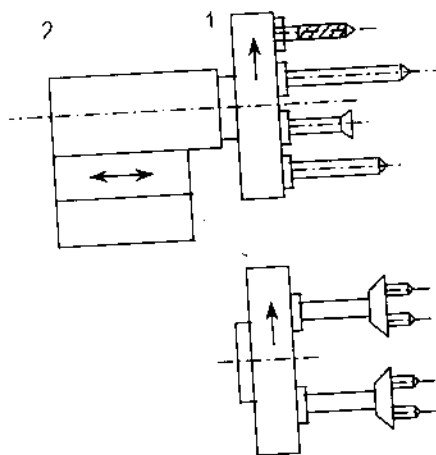
Hình 1.8. Ổ tích dao dạng xích cho 60 dao

Các dạng ổ tích dao được phân biệt bởi các tiêu hao cho chuyển động đi tới vị trí dao, số lượng các chuyển động và chiều dài của đường vận chuyển dao cụ. Kết cấu đổi dao trình bày trên hình 1.9 thực hiện theo nguyên tắc thời gian đổi dao tính vào thời gian nguyên công. Trục chính khi đổi dao phải đứng yên. Trái lại ở các máy có kết cấu hai trục chính (hình 1.10), trục bên trên được thay dao trong khi trục phía dưới đang thực hiện gia công cơ bản và do đó thời gian nguyên công chỉ tính thêm khoảng đóng mạch đổi đầu dao revolve. Giải pháp có ưu điểm đặc biệt là những đầu khoan nhiều trục, trong đó có thể đổi đồng thời nhiều dao cùng lúc như hình 1.11 mô tả.

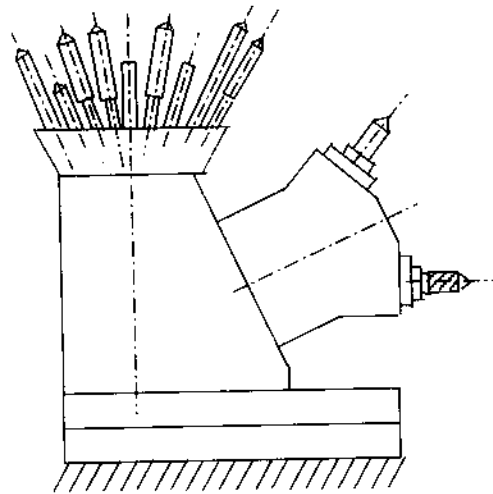
Trên hình 1.12 trình bày một hệ thống máy tự động linh hoạt bao gồm 4 trung tâm gia công điều khiển NC giống nhau, trong đó dòng lưu thông dao cụ được tổ chức ở mức độ tự động hoá đặc biệt cao. Mỗi trung tâm gia công có một ổ tích dao dạng xích tam giác (khoảng 50 dao) hoặc dạng xích đường thẳng. Các xích trữ dao này được nối ghép liền với các cánh tay máy đổi dao.



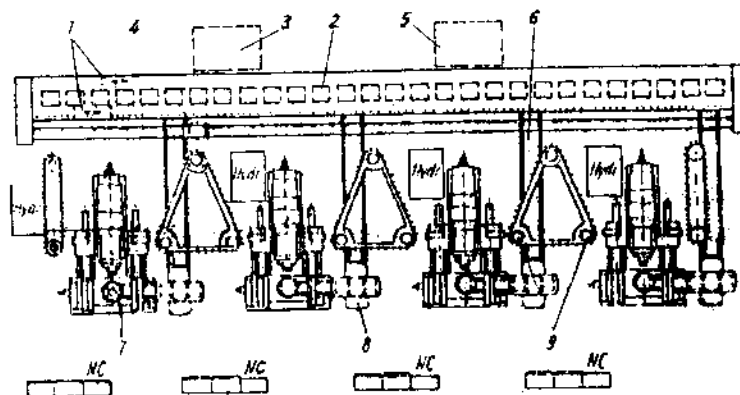
Hình 1.9. Thiết bị đổi dao tự động trên máy một trục chính



Hình 1.10. Thiết bị đổi dao tự động trên máy hai trục chính



Hình 1.11. Đồi dao tự động ở những đầu khoan điều chỉnh trước



Hình 1.12. Hệ thống máy tự động linh hoạt gia công các chi tiết không tròn

Trong mặt tường của giá tích lũy palette 2 có một trung tâm tàng trữ dao cụ. Trung tâm này được nối ghép với các xích trữ dao thông qua một xe chuyển dao. Một tổ chức phân phối như vậy cho phép thực hiện mang chuyển bất cứ dao cụ nào tới bất cứ máy nào.

Trong dòng lưu thông dao cụ, việc sắp xếp dao và địa chỉ hoá vị trí của chúng là một vấn đề quan trọng. Các phương án sắp xếp dao trong ổ tích dao có thể thực hiện theo nhiều cách khác nhau:

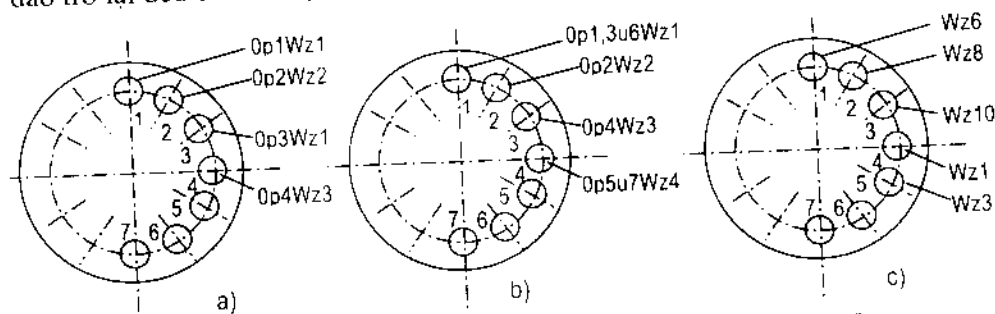
- Xếp đặt dao theo trình tự các nguyên công gia công (hình 1.13a). Những dao cụ giống nhau trong những bước nguyên công khác nhau được lặp lại trong

ổ tích dao nhiều lần để tránh vận chuyển phức tạp. Khi nạp dao đầu tiên vào ổ tích dao, cần phải chú ý cẩn thận tuyệt đối để tránh nhầm lẫn thứ tự dùng dao trong quy trình công nghệ.

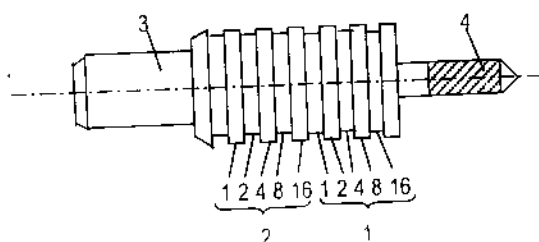
- Xếp đặt dao theo thứ tự chỗ đặt trong ổ tích dao (hình 1.13b).

Số thứ tự trong ổ bằng số thứ tự dao cụ, mỗi dao có một vị trí cố định của nó trong ổ tích lũy. Ta gọi đó là sự mã hoá địa chỉ theo vị trí của ổ tích dao.

- Xếp đặt dao theo thứ tự bất kỳ (hình 1.13c). Các dao cụ được mã hoá, ví dụ theo cốt mã trình bày trên hình 1.14. Một thiết bị đọc, dọc trên các vòng mã hoá, chọn ra dao gia công ở bước tiếp theo. Việc nạp dao lần đầu tiên hoặc nạp dao trở lại đều có thể thực hiện bất kỳ.



Hình 1.13. Những khả năng xếp đặt dao cụ khác nhau trong ổ tích lũy



Hình 1.14. Nguyên tắc mã hoá dao cụ theo SIMON

Để thực hiện mã hoá dao cụ, có thể dùng các dấu hiệu của hệ nhị phân thông qua:

L - đường kính vòng tròn lớn.

O - đường kính vòng tròn nhỏ.

hoặc là, trong trường hợp các đường kính đều bằng nhau ta dùng những đặc tính vật liệu thích hợp. Ví dụ:

L - trạng thái từ hoá.

O - trạng thái không tự hoá.

Đoạn mã hoá có thể chia làm hai khu vực:

- 1) Nằm vị trí hệ nhị phân mô tả số hiệu dao cụ.
- 2) Nằm vị trí hệ nhị phân mô tả số hiệu nhóm dao.

Như vậy ta có tới $2^5 \times 2^5 = 32^2 = 1024$ khả năng phân biệt dao, đủ dùng cho bất cứ ổ tích lũy dao nào.

1.4. MỨC ĐỘ TỰ ĐỘNG HOÁ CỦA CÁC HỆ THỐNG MÁY VÀ HỆ THỐNG GIA CÔNG

Đối với một hệ thống tự động linh hoạt, việc tính toán mức độ tự động hoá của chúng là thực sự cần thiết. Trước hết, mức độ tự động hoá cho một quá trình công nghệ bất kỳ được tính toán bởi:

$$A^0 = 1 - \frac{t_{\text{aut}}}{t_{\text{mech}} + t_{\text{hant}}}$$

trong đó:

t_{mech} hoặc t_{hant} - thời gian cần thiết phải xảy ra trong quy trình công nghệ nào đó các công việc cơ khí hoá hoặc làm bằng tay.

t_{aut} - thời gian cần thiết cho cùng công việc ấy khi nó được tự động hoá.

Với định nghĩa như vậy về mức độ tự động hoá, mọi trạng thái cũ (bằng tay, cơ khí hoặc tự động hoá với tổn hao nhỏ) được so sánh với trạng thái mới của dạng tự động hoá cao hơn trong các quá trình gia công. Chừng nào một công đoạn nào đó còn phải thực hiện gia công, thì A^0 còn luôn luôn nhỏ hơn 1. Chỉ khi $t_{\text{aut}} = 0$ mới có $A^0 = 1$ và đây là điều lý tưởng không thể có.

Ví dụ: $t_{\text{mech}} = 20$ phút (trạng thái cũ)

$t_{\text{aut}} = 5$ phút (trạng thái mới)

$$A^0 = 1 - \frac{5}{20} = 0.75$$

Khi tính toán mức độ tự động hoá của một hệ thống máy, ta có thể dựa vào kinh nghiệm kiểm chứng của Klein: "Các yếu tố chức năng riêng lẻ của một hệ thống máy có mức độ tự động hoá tỷ lệ với chênh lệch tiêu hao đầu tư giữa giải pháp hiện có (làm việc cơ khí hoặc trong giai đoạn làm bằng tay) và giải pháp tự động hoá".

Ví dụ: Tính toán mức độ tự động hoá của một hệ thống máy có các yếu tố chức năng riêng lẻ như ở bảng sau:

TT	Chức năng	Tỷ lệ chênh lệch g	Mức độ tự động hoá A°
1	Cắm nắm chuyển đổi chi tiết ngoài hệ thống máy	0,05	0,1
2	Chuẩn bị chi tiết ngoài hệ thống máy	0,05	0,1
3	Chuẩn bị các phương tiện làm việc và vận hành	0,05	0,1
4	Dòng chi tiết	0,1	0,2
5	Các trạm gia công	0,4	0,7
6	Dòng vật liệu phụ	0,05	0,1
7	Khai thác phôi	0,05	0,1
8	Kiểm tra chất lượng	0,15	0,6

Mức độ tự động hoá toàn bộ hệ thống được xác định bởi:

$$A_{\Sigma}^0 = \sum A_i^0 \cdot g_i = 0,05 \times 0,1 + \dots + 0,15 \times 0,6 = 0,435.$$

Bạn đọc đã biết, trong nhiều kết quả nghiên cứu công nghệ sản xuất loại hình loạt vừa, loạt nhỏ và đơn chiếc cho thấy, cho đến nay mới chỉ có chừng 33% tổng thời gian làm việc là thời gian cơ bản; còn lại 67% là thời gian phụ, thời gian chuẩn kết và thời gian vận chuyển, trao đổi chi tiết gia công (chiếm tới 40%). Việc vận chuyển và trao đổi phôi liệu gồm những thao tác đơn điệu với nhịp độ bắt buộc, có thời gian chu kỳ ngắn, trong nhiều trường hợp phải thực hiện trong những điều kiện khó khăn như tiếng ồn, bụi bặm, nóng bức hoặc môi trường có độc tố...

Trong kỹ thuật tự động hoá chế tạo cơ khí, việc thiết kế chế tạo và sử dụng những thiết bị tổ chức, điều hành dòng chi tiết và dao cụ, thoả mãn tốt những yêu cầu của nguyên công vận chuyển và trao đổi phôi liệu, trở thành hướng phát triển có tầm quan trọng, quyết định hiệu quả kinh tế và kỹ thuật của tự động hoá sản xuất loạt vừa, loạt nhỏ và đơn chiếc. Đã từ lâu trong kỹ thuật tự động hoá chế tạo cơ khí người ta nhận ra một nhược điểm, đó là sự tiến bộ không ngang bằng giữa hai khu vực: gia công cắt gọt và vận chuyển, trao đổi phôi liệu. Tình trạng này đặc biệt nghiêm trọng đối với loại hình sản xuất loạt vừa và nhỏ. Lý do căn bản là loạt sản xuất nhỏ, thường xuyên thay đổi về kích thước, hình dáng

kết cấu và các yêu cầu kỹ thuật dẫn đến sự thay đổi quy luật lưu thông dòng chi tiết và dao cụ mà những trang thiết bị “cứng” không sao giải quyết được.

Nhờ sự ra đời và phát triển của kỹ thuật người máy công nghiệp với khả năng chương trình hoá linh hoạt, nhược điểm đó đã và đang được khắc phục ngày một triệt để, nâng trình độ tự động hoá loại vừa và nhỏ lên một bước quyết định.

Nói tóm lại, mục tiêu phấn đấu có một phương thức gia công kinh tế, tự động hoá đủ mức hợp lý cho các chi tiết loại vừa và nhỏ, có hình dáng, kích thước, chất lượng vật liệu và yêu cầu kỹ thuật rất khác nhau, chỉ có thể đạt tới thông qua triển khai ứng dụng các *hệ thống tự động linh hoạt robot hoá*, trong đó ngoài quá trình gia công tự động trên các trạm gia công riêng lẻ, còn có thêm dòng chi tiết, dòng dao cụ, dòng vật liệu phụ tự động hoá và một dòng thông tin phân tầng tổng hợp, quản lý và điều hành toàn bộ quá trình công nghệ.

CHƯƠNG 2

HỆ THỐNG MÁY TỰ ĐỘNG LINH HOẠT ROBOT HOÁ

2.1. KHUYNH HƯỚNG TỰ ĐỘNG HOÁ DÒNG LƯU THÔNG CHI TIẾT TRONG SẢN XUẤT LOẠT VỪA VÀ NHỎ

2.1.1. Phát triển các trung tâm gia công điều khiển NC

Sự phát triển các trung tâm gia công NC, như đã phân tích là nhằm mục tiêu có thể gia công hoàn thiện những chi tiết khác nhau trên cùng một thiết bị công nghệ. Để xác định vai trò công nghệ của một trung tâm gia công NC, có thể xuất phát từ hai đặc trưng chủ yếu dưới đây.

a. Đặc trưng làm việc tự động

- Một quá trình gia công tự động với nguyên tắc điều khiển theo chương trình số các chức năng đóng ngắt và thông tin đường dịch chuyển...

- Một quá trình chuyển đổi dao cụ tự động từ ổ tích dao có số lượng dao đủ lớn cho các quy trình công nghệ đòi hỏi.

- Một quá trình chuyển đổi chi tiết tự động sao cho tỷ lệ thời gian gá đặt và tháo dỡ so với tổng thời gian gia công có ý nghĩa quyết định, nâng cao hiệu quả sử dụng của trung tâm gia công.

- Một khả năng lập lại nhanh chóng các nguyên công công nghệ riêng lẻ cho những quy trình khác nhau.

b. Đặc trưng linh hoạt hay là tính “mềm”

Để đảm bảo tính linh hoạt của trung tâm gia công, các thiết kế kỹ thuật phải thoả mãn được những đòi hỏi sau đây:

- Thực hiện được tất cả các biện pháp công nghệ đặt ra cho một chủng loại chi tiết xác định. Chẳng hạn đối với các chi tiết không tròn, tối thiểu là tiến hành được mọi nguyên công gia công có chuyển động cắt là chuyển động quay tròn của dao với những thông số hình học lớp cắt xác định.

Hoặc đối với chi tiết tròn xoay, tối thiểu là các nguyên công có chuyển động cắt quay tròn hoặc do dao, hoặc do chi tiết thực hiện với những thông số

hình học lớp cắt xác định.

- Có khả năng lựa chọn điều kiện cắt tối ưu trong những vùng thay đổi rộng về tốc độ quay và lượng chạy dao. Các chuyển động hỗ trợ như: chuyển động của bàn máy, chiều cắt và vùng làm việc của các cụm kết cấu có thể được tổ hợp một cách bất kỳ.

- Tối thiểu phải gia công được tất cả các bề mặt chi tiết song song với một trục trong một lần gá.

- Chuyên đổi nhanh chóng cấu trúc toàn trung tâm khi cần thiết.

Nói tóm lại, các trung tâm gia công NC có khả năng thực hiện một quá trình làm việc hoàn toàn tự động trong quy trình gia công hoàn thiện, hợp nhất, nghĩa là gia công được các chi tiết khác nhau theo một trình tự lựa chọn tự do mà không có chi phí cho việc trang bị lại các thiết bị gia công.

Để làm rõ tính ưu việt của việc gia công các chi tiết trên trung tâm gia công điều khiển theo chương trình số, bạn đọc có thể xem một ví dụ điển hình sau đây:

- Chi tiết gia công: Vỏ hộp máy nén khí - loạt chi tiết: 20 chiếc.
- Quy trình công nghệ: 1301 nguyên công - 68 loại dao (từ khoan tâm, khoan, khoét, cắt ren, doa, phay phẳng, tiện mặt, cắt rãnh...) - 11 hướng cắt gọt
- 2 lần gá kẹp.

- Gia công trên các loại máy thông thường:

- Thời gian gia công cho từng chi tiết: 20,5 giờ.

- Thời gian chế tạo cả loạt: 9 tuần lễ.

- Gia công trên trung tâm gia công NC:

- Thời gian gia công cho từng chi tiết: 4,5 giờ.

- Thời gian chế tạo cả loạt: 1,5 tuần lễ.

Qua ví dụ này, dễ nhận thấy dù gia công đơn chiếc hoặc gia công hàng loạt, việc sử dụng trung tâm gia công NC luôn đạt hiệu quả cao so với các thế hệ thiết bị thông thường. Tuy nhiên cho đến nay hiệu quả sử dụng các trung tâm gia công NC vẫn chưa được khai thác triệt để. Thành phần của thời gian sử dụng trong tổng quỹ thời gian sẵn sàng hoạt động của trung tâm mới chỉ chiếm 40%. Phần còn lại dùng vào thời gian chạy thử, hỏng máy, sửa chữa, thiếu sót lãng phí trong tổ chức sản xuất hoặc chưa tổ chức làm việc ca 3. Điều đó nói lên rằng, cả về mặt kỹ thuật điều khiển cũng như kỹ thuật máy, các trung tâm gia

công NC còn cần phải không ngừng được nghiên cứu hoàn thiện. Sự phát triển tiếp tục của chúng là đi theo khuynh hướng tăng cường khả năng ghép nối để hình thành các hệ thống máy tự động linh hoạt, thực hiện các chu trình gia công nhiều cấp. Như vậy, về mức độ tự động hoá, trung tâm gia công NC nằm giữa các máy điều khiển theo chương trình số “đơn giản” (thực hiện tự động từng nguyên công gia công riêng lẻ) và các hệ thống máy tự động linh hoạt (gia công hoàn thiện chi tiết kể cả điều khiển chương trình cho các công đoạn vận chuyển và trao đổi phôi liệu, bán thành phẩm, dao cụ cũng như vật liệu phụ).

2.1.2. Phát triển các hệ thống máy tự động linh hoạt

Thực tế phần lớn các xí nghiệp chế tạo cơ khí ở mức độ phát triển đòi hỏi đảm bảo một quá trình gia công tự động tối ưu (với một lượng lao động ít nhất về cơ bắp và tính chế nhất về trí tuệ) để làm ra được những sản phẩm có kích thước và hình dáng kết cấu rất khác nhau, những họ chi tiết có yêu cầu kỹ thuật, phẩm chất vật liệu đa dạng và ngay cả những loạt chi tiết rất nhỏ vẫn đảm bảo được tính kinh tế của công nghệ tự động.

Mục tiêu đó, yêu cầu đó chỉ có thể thoả mãn nhờ các hệ thống tự động linh hoạt, trong đó ngoài một quá trình gia công tự động ở từng trạm công nghệ riêng lẻ còn có những dòng lưu thông chi tiết giữa các trạm công nghệ và một dòng lưu thông thông tin tổng hợp điều hành. Lưu thông chi tiết và lưu thông thông tin đòi hỏi những giải pháp mới, thích ứng với những điều kiện riêng biệt của xí nghiệp (tùy thuộc vào giá thành sản phẩm, mức độ tự động hoá cũng như tổ chức loạt sản phẩm) nhằm đảm bảo hiệu quả kinh tế tối đa cho chủ đầu tư. So với các trung tâm gia công NC, các hệ thống máy tự động linh hoạt chứng tỏ một tiềm năng kỹ thuật lớn hơn nhiều. Đặc tính linh hoạt (flexibility) đặt nền móng cho kỹ thuật gia công tự động các loạt sản phẩm vừa và nhỏ, trong đó họ chi tiết có thể gộp thành từ những khoảng kích thước khá rộng hoặc từ những hình dáng kết cấu có mức khác biệt rất lớn. Tính linh hoạt càng thể hiện ưu việt hơn đối với các chi tiết có thời gian gia công dài trên từng trạm công nghệ riêng lẻ.

Đương nhiên mức độ linh hoạt của một hệ thống máy tự động cũng đồng thời là yếu tố quyết định nhiều nhất mức giá trị đầu tư kinh tế vào thiết kế, lắp đặt hệ thống. “Mức linh hoạt” và “mức đầu tư” sẽ được điều hoà bởi chỉ tiêu “khai thác tiềm năng kỹ thuật một cách triệt để” trên từng trạm công nghệ. Đối với giá thành sản phẩm thì biện pháp giảm giá thành có ý nghĩa nhất là rút ngắn

tối đa tổng thời gian “lưu + thông” của chi tiết qua hệ thống, nói cách khác là biện pháp đẩy nhanh tốc độ dòng lưu thông chi tiết.

Từ các khía cạnh vừa phân tích, bạn đọc dễ nhận ra vấn đề là: Dòng chi tiết trong nội bộ một hệ thống máy cần phải có mức độ tự động hoá tương đương với trình độ tự động hoá trên từng trạm công nghệ riêng lẻ. Đối với yêu cầu vừa nêu trên, các tay máy, người máy công nghiệp thực hiện nhiệm vụ khai thác, vận chuyển và trao đổi phôi liệu, bán thành phẩm, thành phẩm cũng như các gá lắp, dao cụ và vật liệu phụ... đóng một vai trò quyết định.

Có thể nói: các trung tâm gia công NC có tính linh hoạt cao và những tay máy, người máy điều khiển theo chương trình nhiều trục chuyển động là hai cơ sở kỹ thuật căn bản nhất đối với quá trình thiết lập một hệ thống máy tự động linh hoạt.

2.2. NHỮNG NGUYÊN TẮC CĂN BẢN KHI THIẾT LẬP MỘT HỆ THỐNG TỰ ĐỘNG LINH HOẠT CÓ SỬ DỤNG TAY MÁY - NGƯỜI MÁY LÀM NHIỆM VỤ VẬN CHUYỂN VÀ TRAO ĐỔI PHÔI LIỆU

(HỆ THỐNG TỰ ĐỘNG LINH HOẠT ROBOT HOÁ)

Cấu trúc của một hệ thống máy linh hoạt chịu ảnh hưởng trực tiếp và quyết định bởi cách tổ chức dòng lưu thông chi tiết. Khi tổ chức một dòng lưu thông chi tiết, phải đảm bảo những yêu cầu cơ bản dưới đây.

2.2.1. Đường vận chuyển ngắn nhất

Đường vận chuyển chi tiết cần ngắn nhất như điều kiện thực tế cho phép. Độ dài của đường vận chuyển là yếu tố quyết định mức độ đơn giản hay phức tạp, theo đó là giá đầu tư vào các thiết bị vận chuyển và thời gian để vận chuyển, trao đổi chi tiết.

Yêu cầu này được quan tâm đặc biệt đối với đoạn vận chuyển chính yếu trong hệ thống, đó là các đoạn: - “Kho tích lũy chính - Kho tích lũy vận chuyển” - “Kho tích lũy trung chuyển - bàn máy của trung tâm gia công”.

2.2.2. Tính linh hoạt trong thứ tự gia công trên các trạm công nghệ

Về mặt nguyên tắc, tính linh hoạt luôn luôn đặt ra đối với bất kỳ hệ thống nào. Tuy nhiên chúng được hạn định cho những trường hợp gia công ưu tiên nhất. Hiện tại chỉ có những hệ thống máy thiết lập cho những nhiệm vụ công

ngành có giới hạn là tỏ ra có tính kinh tế hợp lý, vì rằng nhiệm vụ công nghệ càng mở rộng, tức là tính linh hoạt đòi hỏi càng cao thì giá thành đầu tư cho thiết bị càng lớn. Bởi vậy nghiên cứu kỹ lưỡng sự phân loại các chủng họ chi tiết gia công để định hướng công nghệ ưu tiên, có giới hạn vẫn là một nội dung không thể bỏ qua trước khi lên dự án thiết lập hệ thống máy.

2.2.3. Chất tải tối ưu các trạm công nghệ

Mức chất tải của một hệ thống máy bao gồm nhiều trạm gia công được xác định bởi mức chất tải của từng trạm công nghệ riêng lẻ:

$$\eta_{MS} = \frac{\sum_{i=1}^m T_{Ni}}{m \cdot T_l} \cdot 100\%$$

trong đó: η_{MS} - hiệu suất chất tải của hệ thống;

m - số lượng các trạm công nghệ riêng lẻ trong hệ thống;

T_{Ni} - thời gian sử dụng trên từng trạm;

T_l - quỹ thời gian sẵn sàng hoạt động của từng trạm công nghệ.

Ở đây rõ ràng là hoạt động của các robot vận chuyển và trao đổi chi tiết có ảnh hưởng quyết định nhất. Hoạt động của các thiết bị tổ chức dòng chi tiết phải đảm bảo sao cho các trạm công nghệ liên tục được chất tải, hay là có những khoảng thời gian dừng máy ngắn nhất.

2.2.4. Thời gian lưu thông chi tiết ngắn nhất

Thời gian lưu thông chi tiết không chỉ có ý nghĩa trong nội bộ một hệ thống mà còn đẩy nhanh lưu thông của dòng vật chất trong hoạt động của toàn xí nghiệp. Những lãng phí vô ích như việc chứa chất phối liệu và thành phẩm trong các kho chính và kho trung chuyển sẽ được giảm bớt, nhờ vậy làm tăng một cách đáng kể hiệu quả kinh tế trong hoạt động của toàn xí nghiệp.

2.2.5. Điều hành nhiều máy cùng lúc

Điều hành nhiều máy cùng lúc trong phạm vi một hệ thống máy là mô hình tổ chức kỹ thuật - công nghệ trong đó quá trình phục vụ (trao đổi chi tiết - phối liệu) nhiều trạm công nghệ được thực hiện tự động, đồng thời và không phụ thuộc nhau thông qua các thiết bị tổ chức dòng lưu thông chi tiết (robot công nghiệp). Nhờ mô hình điều hành nhiều máy cùng lúc mà nâng cao được đáng kể hiệu suất, khi mà thành phần lao động sống trong một đơn vị sản phẩm giảm tới

mức tối thiểu cùng với việc tăng thành phần lao động quá khứ trong đơn vị sản phẩm đó.

Quá trình điều hành nhiều máy cùng lúc càng được chú trọng ở đoạn vận chuyển chính: “ô tích lũy trung tâm - tay máy - trạm công nghệ”. Để thoả mãn yêu cầu đó, các robot thường dùng đều có khả năng chạy được và quay được. Chúng có thể có 1 hoặc 2 cánh tay thao tác đối ngược.

2.2.6. Giá thành tối thiểu cho các thiết bị vận chuyển và trao đổi

Nhằm chọn được giải pháp có giá thành hợp lý, các tay máy, người máy cũng như các thiết bị huy động vào hệ thống vận chuyển và trao đổi thường được thiết kế và chế tạo theo nguyên tắc môđun hoá cụm kết cấu. Các thiết bị được môđun hoá thường có giá thành thấp hơn tới 4 hoặc 5 lần so với các thiết bị được thiết kế theo nhiệm vụ kỹ thuật đặt ra.

2.3. YÊU CẦU ĐẶT RA VỚI CÁC TRUNG TÂM GIA CÔNG NC ĐƯỢC HUY ĐỘNG VÀO HỆ THỐNG MÁY

Để phát huy hết tiềm năng kỹ thuật của mỗi trung tâm gia công huy động vào hệ thống máy linh hoạt, các trung tâm phải có khả năng nối ghép thích ứng vào hệ thống, nghĩa là chúng phải có những điều kiện về mặt kỹ thuật điều khiển và hình dáng kết cấu sao cho việc tổ chức dòng chi tiết và dòng thông tin tự động được thuận lợi. Những điều kiện này thể hiện ở những khía cạnh sau đây:

- Dạng kết cấu cơ bản của các trung tâm gia công phải giống hoặc tương tự nhau, không quá khác biệt.
- Các cụm máy chuyển động cũng như các cụm công tác phải thoả mãn những yêu cầu phối hợp về không gian và kích thước vùng làm việc.
- Vị trí đặt máy (nền móng máy), tính thông thoáng của không gian làm việc phải đồng nhất.
- Có đầy đủ thiết bị tổ chức dòng lưu thông dao cụ trên trung tâm và có khả năng phối hợp lưu thông dao cụ trong toàn hệ thống.
- Hệ điều khiển có khả năng thích ứng với hệ thống điều khiển chung theo nguyên tắc phân cấp cấu trúc.
- Các cụm thiết bị, phụ tùng, gá lắp được thiết kế và chế tạo theo nguyên tắc môđun hoá, có thể thay đổi tự động, chính xác và nhanh chóng.

- Mức độ tự động hoá của mỗi trung tâm phải thích hợp với những điều kiện riêng khi tổ chức thành hệ thống.

- Thân máy, bàn máy, dụng cụ gá lắp của các trung tâm phải giống nhau hoặc đồng nhất về tiêu chuẩn, kiểu dáng để tạo điều kiện đơn giản hoá nguyên tắc làm việc của hệ thống vận chuyển và trao đổi chi tiết, thực hiện trao đổi chi tiết trong thời gian ngắn nhất và đảm bảo độ chính xác định vị, gá kẹp.

- Cả các trung tâm gia công và thiết bị vận chuyển trao đổi đều phải tạo điều kiện gá lắp chi tiết lên bàn kẹp chuẩn ngoài vùng làm việc của hệ thống máy và ngoài thời gian tác động của các trạm công nghệ.

Như đã đề cập, cấu trúc của một hệ thống máy phải dựa trên cơ sở phân tích đặc tính công nghệ và yêu cầu kỹ thuật của chủng loại chi tiết gia công trong hệ thống, phải dựa trên hạng loại và số lượng các trung tâm gia công, cấu trúc và nguyên tắc làm việc của thiết bị vận chuyển và trao đổi chi tiết cũng như dựa trên dạng loại, kích thước và số lượng của các dao cụ huy động vào hệ thống.

2.4. PHÂN LOẠI HỆ THỐNG MÁY TỰ ĐỘNG LINH HOẠT

Phân loại hệ thống máy tự động linh hoạt có thể dựa trên những cơ sở khác nhau như ví dụ dưới đây.

2.4.1. Phân loại theo chủng loại chi tiết

- Các chi tiết tròn xoay có tỷ lệ chiều dài / đường kính = $l/d < 1$ trong vùng kích thước đường kính:

- a) Từ 2 đến 60 mm
- b) Từ 40 đến 125 mm
- c) Từ 100 đến 630 mm.

- Các chi tiết tròn xoay có tỷ lệ chiều dài / đường kính = $l/d < 6$ trong vùng kích thước đường kính:

- a) Từ 2 đến 60 mm
- b) Từ 40 đến 125 mm
- c) Từ 100 đến 630 mm.

- Các chi tiết có góc cạnh (prisma) với kích thước khối:

- a) 300 mm × 300 mm × 250 mm

b) 600 mm × 600 mm × 500 mm

c) 2000 mm × 2000 mm × 1600 mm.

và có hình dáng bất kỳ.

2.4.2. Phân loại theo tiêu chuẩn kỹ thuật của chi tiết gia công

Ví dụ đối với bánh răng:

a) Môđun $m < 1,5$

b) Môđun $m = 1,5$ đến 4.

Đối với họ trục cũng được xác định theo kiểu dáng và khoảng kích thước tương tự.

Khi phân loại hệ thống máy theo chủng loại chi tiết, việc nghiên cứu phân tích công nghệ chế tạo chủng loại họ chi tiết nào đó phải được thực hiện rất triệt để.

Ví dụ sau đây trình bày một phân tích về quỹ thời gian và sự mất mát thời gian khi lựa chọn máy trong hệ thống về tiềm năng thời gian của chúng.

Một chủng loại họ chi tiết tròn xoay sau khi phân tích công nghệ có những yêu cầu thời gian gia công như sau:

- Gia công thô (trên TTGC tiện) 3800 giờ
- Gia công tinh (trên TTGC tiện) 14000 giờ
- Gia công các công việc phay 9000 giờ
- Gia công các công việc mài 4100 giờ.

Một năm lịch có 8760 giờ, giá trị này gọi là “Quỹ thời gian toàn bộ”.

Với một chế độ lao động 5 ngày / 1 tuần lễ, 3 ca / 1 ngày thì giờ nghỉ cuối tuần và một số ngày lễ đã chiếm tới 2660 giờ và do đó quỹ thời gian có thể sử dụng máy còn lại 6100 giờ. Ở đây thời gian dùng máy để nghỉ và bảo dưỡng, sửa chữa vật được tận dụng vào các ngày thứ bảy. Nếu tính thêm các thời gian dùng máy vì những nguyên nhân khác ở mức 18% thì quỹ thời gian có thể dùng máy chỉ còn 5000 giờ/năm, nghĩa là máy hoàn toàn làm việc liên tục.

- Nếu chọn một trung tâm tiện thô thì mất mát thời gian là 1200 giờ (không tận dụng được khả năng làm việc của máy).

- Nếu chọn 3 trung tâm tiện tinh thì mất 1000 giờ máy lãng phí.

- Nếu chọn 2 trung tâm phay thì mất 1000 giờ máy lãng phí và

- Nếu chọn 1 trung tâm mài thì mất 900 giờ máy lãng phí.

Trị số thực của thời gian mất mát (không sử dụng máy) có thể tìm được chính xác khi làm tổng kết năm.

Ví dụ nêu trên chỉ có ý nghĩa thuần túy lý thuyết.

Khi lập dự án cho một hệ thống máy nhất thiết phải khảo sát phân thời gian công học của từng máy và nhất là khi có nhiều máy phải dừng cùng lúc do nhiều nguyên nhân kỹ thuật khác nhau.

Quỹ thời gian tuyệt đối: $T_B = 60 \text{ phút} \times 365 \text{ ngày} \times 3 \text{ ca} \times 8 \text{ giờ} = 525.600 \text{ phút}$			
Nghỉ lễ Nghỉ cuối tuần	Thời gian sẵn sàng làm việc: $T_{BS} = 60 \times 250 \times 3 \times 8 = 360.000 \text{ phút}$		
	Sửa chữa Bảo dưỡng 18%	Thời gian gia công: $T_{FB} = 60 \times 210 \times 3 \times 8 = 302.400 \text{ phút}$	
Định lượng theo thống kê, thực nghiệm cho họ chi tiết	$T_{\text{lãng phí}}$		$T_{\text{sử dụng}}$
	Nhiều	Lãng phí có điều kiện	$T_{\text{phụ hữu ích}}$
	t_A	t_W	t_{WS}
			t_p
			t_{WZ}
			t_K
			$T_N = \sum_k \sum_j \sum_i T_{Nijk}$
			T_V : lưu chi tiết trên trạm CN

Thời gian tính trong lý thuyết phục vụ:

$$T_N = \sum_i \sum_j \sum_k (t_{WS} + t_p + t_{WZ} + t_K + \dots)_{ijk}$$

Hình 2.1. Phân tích quỹ thời gian

T_A - thời gian chuẩn kết; t_W - thời gian chờ được đổi chi tiết; t_{WS} - đổi chi tiết; t_p - định vị gá kẹp; t_{WZ} - đổi dao; t_K - kiểm tra; Các thời gian khác: làm sạch, lật đổi phương...

Do nguyên nhân đầu tư lớn và giá thành giờ máy rất cao, các hệ thống tự động linh hoạt cần được tận dụng triệt để về quỹ thời gian làm việc. Người ta đã đề nghị tăng quỹ thời gian sẵn sàng làm việc của các hệ thống lên tới 6500 giờ/năm với cách tính như sau:

Giờ dừng máy bảo dưỡng 416 giờ/năm.

Các ngày nghỉ bắt buộc 360 giờ/năm.

Giờ dừng máy vì các sự cố khác 1484 giờ/năm (18% tổng quỹ).

Hình 2.1 trình bày nội dung phân tích quỹ thời gian máy. Bạn đọc thấy rõ việc tính toán quỹ thời gian theo đơn vị phút chứng tỏ việc quản lý hoạt động của hệ thống máy có ý nghĩa kinh tế và kỹ thuật ra sao trong sản xuất linh hoạt.

2.5. ỨNG DỤNG LÝ THUYẾT PHỤC VỤ HỆ THỐNG TRONG ĐIỀU HÀNH NHIỀU MÁY CÙNG LÚC

Để xử lý toán học cho một hệ thống điều hành nhiều máy cùng lúc, “lý thuyết phục vụ” được phát triển với tư cách là một lĩnh vực ứng dụng các tính toán xác suất. Trong ứng dụng thực tế, lý thuyết phục vụ trước hết để “mô tả” toán học cho một hệ thống điều hành. Mô tả toán học xây dựng cho các hệ thống điều hành cũng được gọi là “mô hình phục vụ”. Nó đưa ra hình ảnh về cách thức tác dụng và hoạt động lý thuyết của hệ thống điều hành đó, đồng thời đưa ra một số chỉ tiêu so sánh và đánh giá hiệu quả hoạt động lý thuyết của hệ thống được xử lý.

2.5.1. Đặc trưng của hệ thống tự động linh hoạt nhỏ đứng về mặt tổ chức dòng lưu thông chi tiết

Một hệ thống tự động linh hoạt nhỏ, chẳng hạn bao gồm từ một số giới hạn các trung tâm gia công điều khiển NC và một robot trung tâm, thực tế là một hệ thống điều hành nhiều máy cùng lúc.

- Do số lượng các trung tâm gia công trong hệ thống là có hạn, ta gọi đó là “hệ thống phục vụ khép kín”. Trong hệ thống này, không có “nguyên vọng phục vụ” hay “yêu cầu phục vụ” nào bị bỏ qua. Do vậy ta gọi đó là một “hệ thống chờ” hoặc “hệ thống chờ khép kín”.

- Một “yêu cầu phục vụ” chính là tín hiệu của một trạm công nghệ báo cho biết nó vừa kết thúc gia công một chi tiết và chờ một sự phục vụ (đổi chi tiết mới).

Bạn đọc có thể thấy ngay rằng, trên thực tế không có hệ thống phục vụ khép kín nào lại không bị chờ đợi hoặc chờ đợi có điều kiện. Nếu có chăng là ở những điều kiện tổ chức hành chính, xã hội - mặc nhiên không đề cập tới trong phạm vi các hệ thống kỹ thuật. Vậy thì “hoàn cảnh đặc trưng” của một hệ thống khép kín là:

Xuất hiện một tín hiệu “gọi”. Tín hiệu được chuyển đến trung tâm điều hành, nhưng mọi phương tiện phục vụ đều đang “bận”. Tín hiệu này không thể

bị bỏ qua nên phải đứng vào “hàng chờ” và chờ cho đến khi mọi yêu cầu phục vụ xuất hiện trước nó đều đã được giải quyết.

Để đơn giản hoá, ta có thể đồng nhất hai khái niệm “hệ thống chờ khép kín” và “hệ thống điều hành nhiều máy cùng lúc”. Và theo đó có thể đồng nhất các cặp khái niệm sau đây:

- “Đối tượng” với “trạm công nghệ”.
- “Yêu cầu phục vụ” với “trạng thái dừng máy” của trung tâm gia công.
- “Kênh phục vụ” và “phương tiện phục vụ” (ví dụ tay máy thứ i).
- “Khoảng cách đi tới giữa các yêu cầu” với “thời gian lưu chi tiết trên trung tâm để gia công”.
- “Thời gian phục vụ” với “thời gian đổi chi tiết”.

Ngoài ra ta còn sử dụng ký hiệu “M/M/n” cho một “hệ thống chờ - khép kín - nhiều kênh phục vụ”. Trong đó:

M (bên trái) biểu thị quá trình các yêu cầu phục vụ xuất hiện và đi tới.

M (ở giữa) biểu thị quá trình phục vụ của các kênh (phương tiện phục vụ - ví dụ robot).

Cả hai quá trình nêu trên đều phải thoả mãn những điều kiện của định lý xác suất Poisson - Markoff mới có thể ứng dụng được các phép tính xác suất theo định nghĩa. Ta sẽ chứng minh các điều kiện của định lý Poisson - Markoff ở mục tiếp theo.

n (bên phải) là số kênh phục vụ trong hệ thống.

Từ tổng quỹ “thời gian sẵn sàng hoạt động” của các trung tâm gia công (trạm công nghệ), trong các khảo sát về vấn đề phục vụ (chuyển đổi chi tiết) ta chia ra ba thành phần thời gian phục vụ như sau:

1. Thời gian lưu chi tiết trên trung tâm gia công để xử lý công nghệ:

$$t_V = t_N + t_P + t_{WZ} + t_K + \dots$$

trong đó: t_N - thời gian cắt gọt;

t_P - thời gian phụ hữu ích trên trạm công nghệ;

t_{WZ} - thời gian đổi dao;

t_K - thời gian đo kiểm v.v.

2. Thời gian chuyển đổi chi tiết gia công t_{WS}

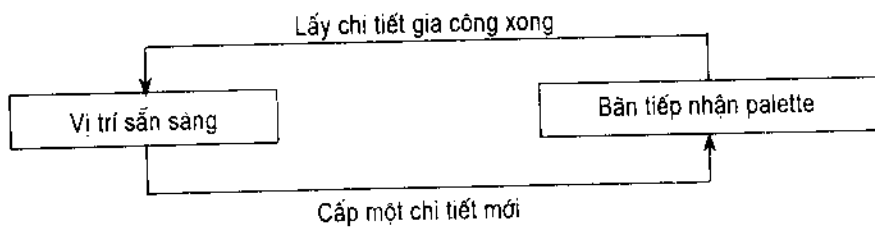
3. Thời gian chờ được phục vụ t_w (là thời gian dừng máy cho điều kiện tổ chức phục vụ).

Mục tiêu thiết lập các hệ thống máy linh hoạt dùng robot làm phương tiện phục vụ là:

- Tăng cường thời gian lưu chi tiết để tận dụng tiềm năng kỹ thuật của các trạm công nghệ.

- Giảm bớt thời gian phục vụ (thời gian chuyển đổi) để nâng cao hiệu suất của các kênh phục vụ.

Đó cũng chính là mục tiêu tối ưu hoá hệ thống điều hành nhiều máy cùng lúc hay là hệ thống chờ khép kín.



Hình 2.2. Chuyển đổi chi tiết

2.5.2. Thử lại các điều kiện ứng dụng của mô hình phục vụ dạng giải tích

Mỗi một nghiên cứu trên lĩnh vực “lý thuyết phục vụ” đều phải bắt đầu bằng việc kiểm tra “đặc trưng dòng các yêu cầu phục vụ đi tới” xem có thoả mãn đặc trưng của dòng Poisson (trường hợp đơn giản nhất) hay không? Sau đây là ba điều kiện được kiểm nghiệm.

2.5.2.1. Điều kiện ổn định

Xác suất xuất hiện k yêu cầu phục vụ trong khoảng thời gian $(T, T + t)$ không phụ thuộc vào thời điểm T mà chỉ là một hàm số của bản thân k và t . Ta có công thức định nghĩa:

$$P_k(t) = \frac{(\lambda \cdot t)^k \cdot e^{-\lambda \cdot t}}{k!} \quad (2.1)$$

Ở đây λ là số lượng trung bình các yêu cầu phục vụ xuất hiện trong một đơn vị thời gian hay còn gọi là “cường độ dòng yêu cầu”.

2.5.2.2. Điều kiện không có tác dụng kéo theo

Xác suất xuất hiện k yêu cầu phục vụ trong khoảng thời gian $(T, T + t)$ không phụ thuộc vào điều đã có bao nhiêu yêu cầu phục vụ xuất hiện cho đến thời gian T và chúng được xếp như thế nào trong hàng chờ. Điều đó có nghĩa là số lượng các yêu cầu phục vụ là một đại lượng xác suất độc lập xuất hiện trong những khoảng thời gian không trùng lặp.

2.5.2.3. Điều kiện trình tự đơn lẻ

Xác suất xuất hiện hai hay nhiều yêu cầu phục vụ ở cùng một thời điểm là không tồn tại trong thực tế. Điều đó có nghĩa là:

$$\lim_{t \rightarrow 0} \frac{P_{\geq 1}(t)}{t} = 0 \quad (2.2)$$

hay là $P_{\geq 1}(t) = 0(t)$

trong đó $P_{\geq 1}(t)$ là xác suất xuất hiện hai hay nhiều yêu cầu phục vụ trong khoảng t .

Từ các điều kiện vừa nêu trên, bạn đọc thấy rõ phân bố Poisson đóng vai trò rất quan trọng trong lý thuyết phục vụ ứng dụng vào hệ thống điều hành nhiều máy cùng lúc.

Hàm xác suất của phân bố Poisson được biểu diễn là:

$$P_k(\lambda) = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!} \quad (k = 0, 1, 2, \dots) \quad (2.3)$$

Hàm này có kỳ vọng $E(k) = \lambda$ với k là các giá trị xác suất không liên tục tuân theo phân bố Poisson. Nói cách khác hàm xác suất (2.3) được xác định rõ ràng phân bố Poisson thông qua kỳ vọng $E(k) = \lambda$. Đồng thời những tính chất vừa khảo sát trên đây cũng cho ta sự đồng nhất giữa kỳ vọng và phương sai của phương trình xác suất:

$$E(k) = D(k) = \lambda \quad (2.4)$$

Bạn đọc cần lưu ý rằng, khi khảo sát “đặc trưng dòng các yêu cầu phục vụ đi tới” chỉ cần một trong ba điều kiện kiểm nghiệm không thoả mãn thì không thể áp dụng phân bố Poisson trong các phương trình xác suất và do đó không áp dụng được “mô hình phục vụ” trong hệ thống điều hành nhiều máy cùng lúc.

Mặt khác có thể kiểm chứng phân bố Poisson bằng thực nghiệm: Quan sát

dòng yêu cầu phục vụ của một hệ thống nhiều máy nào đó trong những khoảng thời gian nhất định. Số lượng yêu cầu phục vụ xuất hiện trong từng đơn vị thời gian được ghi chép lại, sau đó đánh giá các giá trị phân bố như kỳ vọng $E(k)$ và phương sai $D(k)$. Nếu chúng có sự đồng nhất thì các đặc trưng phân bố Poisson được thoả mãn.

Trên thực tế gia công cắt gọt các chi tiết máy, ta nhận thấy rằng về lý thuyết, trong phạm vi một loạt sản phẩm đồng nhất thì thời gian gia công là như nhau. Yêu cầu phục vụ sẽ xuất hiện sau mỗi khoảng thời gian t_v . Nhưng giữa các loạt chi tiết khác nhau thì thời gian t_N là rất khác biệt. Thời gian máy chịu ảnh hưởng bởi hàng loạt các yếu tố có tính xác suất như:

- Lực ma sát.
- Độ mòn của dao cụ trong phạm vi tuổi thọ của chúng.
- Dao động của tần số hoặc điện áp lưới điện cung cấp hoặc của các dòng dầu, dòng khí áp lực cao.
- Sự không ổn định của các quá trình gia tốc, phanh hãm.
- Thời gian đóng mạch khác biệt của các mối tiếp xúc do các khe hở và hiện tượng phát tia lửa điện.
- Sự trượt, trễ trong khớp nối của xích truyền...

Nhiều nghiên cứu đã kết luận: ngay trong những chu kỳ công nghệ giống nhau, nhóm dao cụ đồng nhất như nhau mà thời gian cắt gọt cũng khác biệt ít nhất tới 5%. Điều đó nói lên rằng sự phân bố t_v ngay trong phạm vi loạt sản phẩm đồng nhất cũng có đặc tính ngẫu nhiên ở một giới hạn nhất định. Ngay cả thời gian đổi chi tiết t_{ws} cũng có khác biệt nhưng khoảng dao động không lớn như thời gian lưu chi tiết trên trung tâm gia công t_v . Dù sao trình tự phục vụ đã có mức biến động trong từng trường hợp cụ thể. Do đó hoàn cảnh đặc trưng của hệ thống điều hành nhiều máy cùng lúc là một trung tâm gia công buộc phải chờ phục vụ trong khi một trung tâm khác đang được phục vụ. Cũng vì vậy mà cường độ dòng yêu cầu phục vụ phụ thuộc vào số trạm công nghệ trong hệ thống và phụ thuộc vào trạng thái làm việc thực tế của các kênh phục vụ.

Nhiều nghiên cứu thực nghiệm đã công bố đều đi tới kết luận: dòng yêu cầu phục vụ và quá trình phục vụ trong đại đa số các hệ thống máy tự động linh hoạt đều thoả mãn các điều kiện phân bố Poisson, và có thể sử dụng mô hình phục vụ Poisson - Markoff được trình bày sau đây.

2.5.3. Bộ thông số của hệ thống

a. Thời gian lưu chỉ tiết trên trung tâm gia công để xử lý công nghệ t_V .

t_V là một đại lượng ngẫu nhiên - liên tục. Nó được xác định bởi khoảng cách thời gian đi tới của hai yêu cầu phục vụ kế tiếp nhau do một trạm công nghệ trong hệ thống phát ra, không tính đến thời gian chờ phục vụ:

$$t_V > 0$$

b. Cường độ trung bình của dòng yêu cầu phục vụ trong một đơn vị thời gian:

$$\lambda = \frac{1}{E(t_V)} \quad (2.5)$$

c. Số lượng các trạm công nghệ, tiềm chứa các yêu cầu phục vụ trong một hệ thống phục vụ khép kín, ký hiệu: m .

d. Thời gian phục vụ t_{WS} được tính từ lúc bắt đầu đến lúc kết thúc một quá trình đối chỉ tiết:

$$t_{WS} > 0$$

e. Cường độ phục vụ hay là số lượng trung bình các phương tiện phục vụ (robot) làm việc liên tục trong một đơn vị thời gian:

$$\mu = \frac{1}{E(t_{WS})} \quad (2.6)$$

g. Từ các thông số λ và μ dẫn ra hệ số bận rộn β đặc trưng cho mức chất tải các phương tiện phục vụ do một trạm công nghệ yêu cầu:

$$\beta = \frac{\lambda}{\lambda + \mu} = \frac{E(t_V)}{E(t_V) + E(t_{WS})} \quad (2.7)$$

và hệ số bận rộn β_g đặc trưng cho mức chất tải các phương tiện phục vụ do tất cả các trạm công nghệ yêu cầu:

$$\beta_g = m \cdot \beta \quad (2.8)$$

h. Các thông số hệ thống khác là những đại lượng ngẫu nhiên không âm và chẵn như:

l_V - số lượng các trạm công nghệ ở trạng thái dừng;

l_W - số lượng các trạm công nghệ đứng trong hàng chờ;

l_p - số lượng các kênh phục vụ bị chiếm hay là số các trạm công nghệ đang được phục vụ.

Do đó.

$$l_v = l_w + l_b \quad (2.9)$$

l_f - số lượng các kênh phục vụ còn rỗi việc (kênh phục vụ chưa bị chiếm).

Nếu gọi n là tổng số kênh phục vụ thì:

$$n = l_0 + l_f \quad (2.10)$$

l_0 - số lượng các trạm công nghệ đang làm việc.

2.5.4. Các đại lượng đặc trưng của một hệ thống chờ khép kín, nhiều kênh phục vụ M/M/n

Bằng các đại lượng đặc trưng xác định bởi các phương trình xác suất trạng thái, có thể miêu tả được tình trạng hoạt động của hệ thống điều hành nhiều máy cùng lúc, hay là hệ thống chờ khép kín nhiều kênh phục vụ. Chúng bao gồm:

a) Chiều dài trung bình của hàng chờ:

$$L_w = E(l_w) = \sum_{k=n+1}^m (k-n)P_k \quad (2.11)$$

b) Thời gian trung bình trong hàng chờ:

$$t_w = \frac{L_w}{\lambda} \quad (2.12)$$

c) Số lượng trung bình các kênh phục vụ bị chiếm:

$$L_b = E(l_b) = \sum_{k=0}^n k \cdot P_k + n \cdot \sum_{k=n+1}^m P_k \quad (2.13)$$

d) Mức chất tải các kênh phục vụ:

$$\eta_b = \frac{L_b}{n} \quad (2.14)$$

e) Số lượng trung bình các kênh phục vụ còn rỗi:

$$L_f = n - L_b \quad (2.15)$$

g) Hệ số lãng phí không sử dụng của một kênh phục vụ:

$$v_f = \frac{L_f}{n} = 1 - \eta_b \quad (2.16)$$

h) Số lượng trung bình các trạm công nghệ ở trạng thái dừng:

$$L_v = E(l_v) = L_w + L_b \quad (2.17)$$

i) Số lượng trung bình các trạm công nghệ ở trạng thái làm việc:

$$L_0 = E(I_0) = m - \sum_{k=1}^m k.P_k$$

k) Mức chất tải của một trạm công nghệ:

$$\eta_0 = \frac{L_0}{m} = \frac{m - L_v}{m} = 1 - \frac{L_v}{m} \quad (2.19)$$

Trong thực tế để đánh giá “chất lượng phục vụ” của một hệ thống chờ khép kín, người ta coi thời gian chờ trung bình trong hàng chờ t_w (cho đến lúc bắt đầu được phục vụ) là đặc biệt quan trọng. Ngoài ra chiều dài trung bình của hàng chờ L_w cũng rất có ý nghĩa, bởi vì nó nói lên một cách gián tiếp mức chất tải của các trạm công nghệ cũng như các kênh phục vụ.

2.6. MÔ HÌNH TOÁN HỌC CỦA HỆ THỐNG CHỜ, KHÉP KÍN, NHIỀU KÊNH PHỤC VỤ “M/M/n”

Bạn đọc dễ nhận thấy giá trị n (số lượng kênh phục vụ) bao giờ cũng ít hơn m (số lượng đối tượng phục vụ):

$$n < m$$

Hãy giả thiết sự phục vụ một yêu cầu đòi hỏi chỉ một kênh phục vụ là đủ. Trên thực tế việc chuyển đổi một chi tiết cũng do một robot thực hiện. Bây giờ ta hãy mô tả bằng giải tích hệ thống phục vụ M/M/n. Mô hình này bao gồm một loạt các mối quan hệ toán học xác suất và giải tích dưới đây.

2.6.1. Xác suất trạng thái của hệ thống phục vụ

a) Xác suất xuất hiện k yêu cầu phục vụ:

$$P_k = \begin{cases} \frac{m!}{k!(m-k)!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k P_0 & \text{với } 0 \leq k \leq n \\ \frac{m!}{n! n^{k-n} (m-k)!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k P_0 & \text{với } n \leq k \leq m \end{cases} \quad (2.20)$$

b) Xác suất rỗng (không có yêu cầu phục vụ nào xuất hiện):

$$P_0 = \left[\sum_{k=0}^n \frac{m!}{k!(m-k)!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k + \sum_{k=n+1}^m \frac{m!}{n! n^{k-n} (m-k)!} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^k \right]^{-1} \quad (2.21)$$

c) Xác suất xuất hiện thêm một yêu cầu phục vụ (đặc tính tuần tự):

$$P_{k+1} = \begin{cases} \frac{m-k}{k+1} \left(\frac{\lambda}{\mu} \right) P_k & \text{với } 0 \leq k \leq n \\ \frac{m-k}{n} \left(\frac{\lambda}{\mu} \right) P_k & \text{với } n \leq k \leq m \end{cases} \quad (2.22)$$

d) Xác suất chờ:

$$P_w = \sum_{k=n}^m P_k \quad (2.23)$$

e) Chiều dài hàng chờ trung bình:

$$L_w = \sum_{k=n+1}^m (k-n) P_k = \left(1 + \frac{\lambda}{\mu} \right) \cdot L_v - \frac{\lambda}{\mu} \cdot m \quad (2.24)$$

g) Thời gian trung bình:

$$T_w = \frac{L_w}{\lambda} = \left(\frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\mu} \right) \cdot L_v - \frac{m}{\mu} \quad (2.25)$$

h) Số lượng trung bình các kênh phục vụ bị chiếm:

$$L_b = \sum_{k=1}^n k \cdot P_k + n \sum_{k=n+1}^m P_k = L_v - L_w = \frac{\lambda}{\mu} (m - L_v) \quad (2.26)$$

i) Mức chất tải của một kênh phục vụ:

$$\eta_b = \frac{\lambda}{\mu \cdot n} (m - L_v) \quad (2.27)$$

k) Số lượng trung bình các trạm công nghệ ở trạng thái dừng máy:

$$L_v = \sum_{k=1}^m k \cdot P_k \quad (2.28)$$

l) Số lượng trung bình các trạm công nghệ đang làm việc:

$$L_0 = \sum_{k=1}^m k \cdot (1 - P_k) = m - L_v \quad (2.29)$$

m) Mức chất tải của một trạm công nghệ:

$$\eta_0 = \frac{m - L_v}{m} = 1 - \frac{L_v}{m} \quad (2.30)$$

n) Quan hệ tổng cộng:

$$L_w + L_b + L_0 = L_v + L_0 = m \quad (2.31)$$

2.6.2. Đặc tính giá thành của hệ thống M/M/n

Khi khảo sát quá trình phục vụ trong một hệ thống chờ khép kín, không thể bỏ qua các khía cạnh kinh tế của vấn đề. Ta sẽ đưa ra ở đây "đại lượng giá thành chuyên dụng" như một đại lượng ngoại lệ không kể đến giá thành cố định (cho đầu tư các trạm công nghệ hay các phương tiện phục vụ) cũng như giá luân chuyển trong hoạt động kinh tế công nghiệp nói chung.

Các thông số có mặt trong đại lượng giá thành chuyên dụng bao gồm:

K_h - giá thành phục vụ cho một trạm công nghệ do một kênh phục vụ đảm nhiệm (đối một chi tiết).

K_w - giá thành chờ đợi của một kênh phục vụ khi trạm công nghệ bị hỏng hóc, không làm việc hoặc sự chờ đợi của trạm công nghệ cho đến lúc được phục vụ.

K_f - giá thành do các kênh phục vụ không bị chiếm (rỗi việc) tính trong một đơn vị thời gian.

Hàm giá thành tương đối xác định đại lượng giá thành chuyên dụng là:

$$R = \frac{(K_h + K_w)L_h + K_f(n - L_h) + K_w L_w}{L_n}$$

Hàm giá thành tương đối R đưa ra giá thành trung bình trong một đơn vị thời gian sản xuất của một trạm công nghệ.

Do trong hệ thống chờ khép kín, không một yêu cầu phục vụ nào bị bỏ qua nên chắc chắn trong một đơn vị thời gian, số lượng yêu cầu xuất hiện cũng chính bằng số lượng yêu cầu được phục vụ, nghĩa là:

$$\lambda L_0 = \mu L_h \quad (2.23)$$

hay:

$$\frac{\lambda}{\mu} = \frac{L_h}{L_0}$$

Từ đó hàm R có thể rút gọn là:

$$R = \frac{nK_f + K_w L_w}{L_n} + \frac{\lambda}{\mu} (K_h + K_w - K_f) \quad (2.34)$$

Đại lượng $\frac{\lambda}{\mu} (K_h + K_w - K_f)$ không phụ thuộc vào m và n , ta có thể thay thế

hàm R trở thành một hàm số của m thông qua một toán tử đơn giản:

$$D(m) = \frac{nK_l + K_w L_w(m)}{L_n(m)} \quad (2.35)$$

Từ $D(m)$ có thể thiết lập các toán đồ xác định giá thành tối thiểu cho đại lượng giá thành chuyên dụng tùy thuộc tham số m là số trạm công nghệ có mặt trong hệ thống.

Ý nghĩa “chuyên dụng” của đại lượng giá thành vừa khảo sát trên đây cũng có thể quan niệm là một thành phần của giá thành “tổ chức dòng lưu thông chi tiết” trong hệ thống tự động linh hoạt. Nó chiếm từ 10 đến 15% tổng giá thành của việc tổ chức dòng lưu thông này.

2.7. MÔ HÌNH TOÁN HỌC CỦA HỆ THỐNG CHỜ, KHÉP KÍN, MỘT KÊNH PHỤC VỤ: “M/M/1” VÀ VÍ DỤ ÁP DỤNG

2.7.1. Mô hình toán học

Trong hàng loạt tài liệu, nhiều tác giả đã khảo sát các mô hình phục vụ có đặc trưng khác nhau. Ở đây tác giả cung cấp cho bạn đọc thêm mô hình M/M/1 là do đặc tính riêng cần quan tâm ở hệ thống này.

Đó là đặc tính $t_{ws} = \text{const}$ trong khi t_v tiếp tục tuân theo phân bố hàm mũ của luật phân bố Poisson. Để đơn giản hoá các phương trình giải tích và xác suất đã khảo sát trong mô hình M/M/n, ta đưa ra một đại lượng hỗ trợ:

$$\delta = 1 + \sum_{j=1}^{m-1} \left(\frac{m-1}{j} \right) \prod_{k=1}^j \frac{k\lambda}{(C^k - 1)} \quad (2.36)$$

Nhờ đại lượng hỗ trợ này, các mối quan hệ giải tích trong mô hình M/M/1 được đơn giản rất nhiều và tập hợp lại thành một mô hình như sau:

$$L_n = \frac{m\delta\mu}{\mu + \lambda m\delta} \quad (2.37)$$

$$L_b = \eta_b = \frac{\lambda}{\mu} L_n = \frac{\lambda m\delta}{\mu + \lambda m\delta} \quad (2.38)$$

$$L_w = m \frac{1 - \delta + \frac{\lambda}{\mu} \delta(m-1)}{1 + \frac{\lambda}{\mu} \delta m} = m \frac{\mu(1 - \delta) + \lambda\delta(m-1)}{\mu + \lambda\delta m} \quad (2.39)$$

$$\eta_n = \frac{\delta}{1 + \frac{\lambda}{\mu} m\delta} = \frac{\mu\delta}{\mu + \lambda m\delta} \quad (2.40)$$

2.7.2. Ví dụ áp dụng

2.7.2.1. Xác định thông số đầu vào

1. Xác định thời gian lưu chi tiết trung bình trên một trung tâm gia công để xử lý công nghệ:

Khi nghiên cứu họ chi tiết có góc cạnh prisma 250, ta được kết quả:

- Tổng thời gian cắt gọt kim loại trong một lần gá kẹp:

Số dụng cụ	1	2	3	4	5	6	7	8
Dao phay vào cắt	0,4	0,8	1,2	1,6	2,0	2,4	2,8	3,2
Dao khoan vào cắt	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	1,6
Tổng $T_{cắt} = T_N$	0,6	1,2	1,8	2,4	3,0	3,6	4,2	4,8

- Tỷ lệ giữa thời gian phụ hữu ích và thời gian cắt gọt $T_p : T_N = 1 : 2$

- Hệ thống sử dụng 5 trung tâm gia công.

- Thời gian lưu chi tiết trên mỗi trạm công nghệ $t_v = 0,72$ phút.

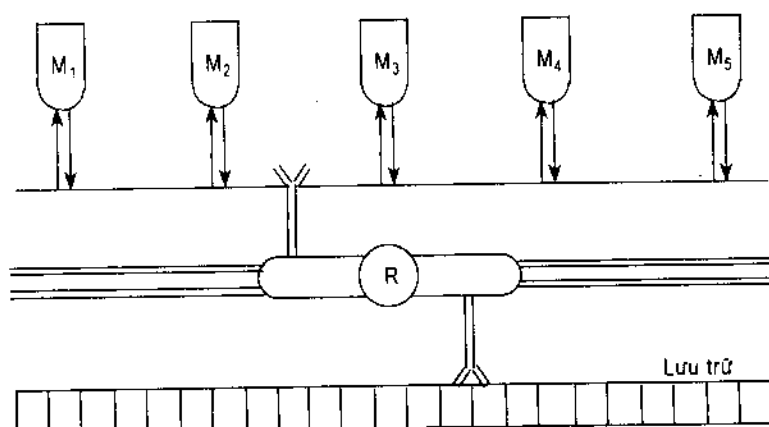
2. Xác định thời gian phục vụ t_{ws} :

t_{ws} bao gồm các thành phần sau:

- Đóng mạch cho cánh tay máy 1 vươn tới	0,2 s
- Tay máy 1 vươn tới ($l = 320$ mm, $v = 500$ mm/s)	0,64 s
- Cầm nắm bàn gá chuẩn palette 1	0,2 s
- Ngắt mạch vươn tới	0,2 s
- Các phần tử kẹp nhả palette 1	0,2 s
- Tháo kẹp palette 1	0,2 s
- Đóng mạch cho tay máy 1 co lại	0,2 s
- Tay máy 1 co lại	0,64 s
- Ngắt mạch co lại	0,2 s
- Đóng mạch quay thân robot	0,2 s
- Quay thân robot $180^\circ/180^\circ/s$	0,1 s
- Ngắt mạch quay	0,2 s
- Đóng mạch tay máy 2 vươn tới	0,2 s
- Tay máy 2 vươn tới	0,64 s
- Ngắt mạch vươn tới	0,64 s
- Các phần tử kẹp nâng lên	0,2 s

- Kẹp bàn gá chuẩn palette 2	0,2 s
- Đóng mạch cho cánh tay máy 2 co lại	0,2 s
- Mở ngón tay nhả palette 2	đồng thời
- Tay máy 2 co lại	0,64 s
- Ngắt mạch co lại	0,2 s
Bắt đầu cắt gọt!	Tổng 6,76 s
Vậy $T_{ws} = 0.11$ phút.	

3. Mô tả hệ thống (hình 2.3):



Hình 2.3. Mô tả hệ thống

- Số lượng các trạm công nghệ: $m = 5$
- Số kênh phục vụ: $n = 1$
- Cường độ yêu cầu phục vụ: $\lambda = 1,38$
- Cường độ phục vụ: $\mu = 9,09$

2.7.2.2. Mô tả hệ thống

Ta có thể dùng các phương trình tập hợp trong mô hình M/M/n để mô tả hoạt động của hệ hống M/M/1.

1. Hệ số bận rộn của kênh phục vụ:

$$\beta_s = \frac{1,38 \times 5}{1,38 + 9,09} = 0,66$$

2. Xác suất trạng thái hệ thống:

$$P_0 = \left[\sum_{k=0}^1 \frac{5!}{k!(5-k)!} \left(\frac{1,38}{9,09} \right)^k + \sum_{k=2}^5 \frac{5!}{k!^{k-1}(5-k)!} \left(\frac{1,38}{9,09} \right)^k \right]^{-1} = 0,399$$

$$P_1 = \frac{5-0}{1} \cdot \frac{1,38}{9,09} \cdot 0,399 = 0,303$$

$$P_2 = \frac{5-1}{1} \cdot \frac{1,38}{9,09} \cdot 0,303 = 0,184$$

$$P_3 = \frac{5-2}{1} \cdot \frac{1,38}{9,09} \cdot 0,184 = 0,083$$

$$P_4 = \frac{5-3}{1} \cdot \frac{1,38}{9,09} \cdot 0,083 = 0,025$$

$$P_5 = \frac{5-4}{1} \cdot \frac{1,38}{9,09} \cdot 0,025 = 0,003$$

$$\text{Thử lại } \sum_{k=0}^5 P_k = 0,9999.$$

3. Xác suất chờ:

$$P_w = 1 - 0,399 = 0,601$$

4. Số lượng trung bình các trạm công nghệ ở trạng thái dừng:

$$L_v = 1 \times 0,303 + 2 \times 0,184 + 3 \times 0,083 + 4 \times 0,025 + 5 \times 0,003 = 1,044$$

5. Chiều dài trung bình của hàng chờ:

$$L_w = 1 + \frac{1,38}{9,09} \times 1,044 - \frac{1,38}{9,09} \times 5 = 0,443$$

6. Số lượng trung bình các trạm công nghệ làm việc:

$$L_o = 5 - 1,044 = 3,956$$

7. Mức chất tải của một trạm công nghệ:

$$\eta_0 = 1 - \frac{1,044}{5} = 0,791$$

8. Số lượng trung bình kênh phục vụ bị chiếm:

$$L_b = 1,044 - 0,443 = 0,601$$

9. *Mức chất tải của một kênh phục vụ:*

$$\eta_k = \frac{1,38}{9,09 \times 1} \times (5 - 1,044) = 0,600$$

10. *Thời gian chờ trung bình:*

$$T_w = \frac{0,443}{1,38} = 0,321$$

Kết luận: Từ các số liệu đã tính toán có thể kết luận: “Chất lượng phục vụ” của hệ thống máy nói trên là tốt. Dự án thiết lập hệ thống có thể chấp nhận được.

CHƯƠNG 3

NHẬP MÔN ROBOT CÔNG NGHIỆP

3.1 ROBOT CÔNG NGHIỆP CỦA NHỮNG NĂM 1980

3.1.1. Vài nét về lịch sử phát triển

Từ năm 1921 trên sân khấu múa rối châu Âu đã xuất hiện con rối Robota với tên gọi là “lực sĩ” (Force Man) do các nghệ sĩ Tiệp Khắc (trước đây) trình diễn. Có lẽ đó là ý tưởng ban đầu cho các nhà sáng chế kỹ thuật về những cơ cấu máy móc bắt chước các thao tác lao động cơ bắp của con người. Cho đến những năm trước Đại chiến Thế giới thứ II, việc triển khai ứng dụng những cơ cấu như vậy trong kỹ thuật trở thành nhu cầu thực sự, nhằm đáp ứng những thao tác cần thiết trong môi trường phóng xạ ở các viện nghiên cứu năng lượng nguyên tử. Teleoperator (những cơ cấu điều khiển từ xa) ra đời và ngày càng phát triển. Đó là những cơ cấu phỏng sinh học bao gồm những khâu, những khớp và những dây chằng gắn liền với hệ điều hành là cánh tay của người thao tác thông qua các cơ cấu khuếch đại cơ khí. Teleoperator có thể cầm nắm, nâng hạ, dịch chuyển, đảo lật, buông thả các đối tượng trong một không gian hoạt động xác định. Tuy các thao tác khá tinh vi khéo léo nhưng tốc độ hoạt động chậm, lực tác dụng hạn chế và hệ điều khiển thuần túy là cơ học. Ngày nay Teleoperator tồn tại trong tiêu chuẩn kỹ thuật (ví dụ tiêu chuẩn kỹ thuật JISB 0121 - 1979 của Nhật Bản) với tư cách là “nhóm tay máy điều khiển bằng tay” (Manuelle Manipulator).

Từ những năm 1950, cùng với sự phát triển của kỹ thuật điều khiển theo chương trình số với chỗ dựa là các cơ cấu điều phối vô cấp (servo mechanism) và các hệ điện toán (computation), ngay lập tức các ý tưởng kết hợp hệ điều khiển NC với các cơ cấu điều khiển xa được hình thành và triển khai nghiên cứu... Sự phối hợp tuyệt vời giữa khả năng linh hoạt khéo léo của Teleoperator với độ thông minh nhạy bén của hệ điều khiển NC đã đưa ra kết quả là một thế hệ máy móc tự động cao cấp ra đời với tên gọi “Người máy” (Robot). Năm 1961 người máy công nghiệp (Industrial robot) đầu tiên được đưa ra thị trường (Robot UNIMAT-USA) với lời quảng cáo hấp dẫn: “Từ nay công

nghe chế tạo cơ khí của Hoa Kỳ đã có thêm một loại công nhân mới. Nó không gia nhập công đoàn, không uống cà phê trong giờ nghỉ. Nó có thể làm việc liên tục 24 giờ trong ngày mà không quan tâm đến tiền thưởng hay lương hưu. Nó nắm vững công việc phải làm trong vài phút và luôn hoàn thành tốt nhiệm vụ được giao. Nó không bao giờ than phiền về điều kiện làm việc nóng bức, khó chịu, nguy hiểm và độc hại, cũng không kêu ca với những công việc buồn chán, tẻ nhạt đơn điệu. Nó là người máy công nghiệp”.

Tiếp sau đó, trên bản quyền phát minh sáng chế của Mỹ, các nước Anh (1967), Thụy Điển, Nhật Bản (1968), Đức (1971), Pháp (1972), Italia (1973) lần lượt đưa ra các mẫu robot công nghiệp của họ. Cho đến năm 1980, thế giới công nghiệp có trên 200 công ty với khoảng 300 mẫu hình robot công nghiệp (IR) và trong sản xuất thực tế, cho đến năm 1990 toàn thế giới đã triển khai ứng dụng chừng 300.000 IR, với giá trung bình từ 10.000 đến 250.000 USD / 1 đơn vị IR. Bảng 3.1 thống kê số lượng IR triển khai trong công nghiệp của 7 nước phát triển cao (theo Team Consult Switzerland).

Bảng 3.1. Tình hình triển khai IR ở các nước công nghiệp phát triển cao

Nước	Số lượng		
	1984		1987
	Số lượng (cỗ máy)	Tỷ lệ, %	
Nhật Bản	30.000	44	106.000
Mỹ	15.000	22	30.000
CHLB Đức	6.000	9	14.900
Thụy Điển	5.000	7,5	—
Anh	2.000	3	4.300
Pháp	2.000	3	6.600
Italia	1.500	2	6.600
Các khu vực khác	1.500	2	—

3.1.2. Robot và công nghệ cấp cao (high. tech)

Robot và công nghệ cấp cao là những khái niệm của sản xuất tự động hóa hiện đại. Từ thực tế về chi phí sản xuất nêu trong ví dụ dưới đây:

Năm	Chi phí / 1 giờ lao động	
	Robot	Nhân lực (người)
1960	9 USD	5 USD
1980 ÷ 1990	6 USD	20 UDS

Các nước công nghiệp phát triển đã đưa ra chiến lược dùng tự động hoá hiện đại (IR + High. Tech) kéo các xí nghiệp công nghiệp đầu tư ở nước ngoài (trước đây vì lý do lương công nhân rẻ mạt) trở về chính quốc (dùng lao động là robot công nghiệp). Chẳng hạn công ty North American Philips đã đưa các hãng chế tạo vô tuyến truyền hình Magnavox Sylvania, Philco từ Mexico về Tennessee hoặc đưa các hãng chế tạo Camera từ Đài Loan về Pennsylvania. Ví dụ khác: Xí nghiệp chế tạo máy điều hòa không khí Toshiba do áp dụng 11 robot đã giảm biên chế từ 29 xuống còn 5 người. Xí nghiệp Video Cassette của Hitachi qua triển khai 11 robot và 52 máy tự động khác đã làm giảm thời gian chế tạo từ 25 xuống 3 phút/chiếc và giảm biên chế từ 170 xuống 33 người. Chính phủ các nước này đã áp dụng những biện pháp hỗ trợ hữu hiệu như coi robot công nghiệp là một ngành công nghiệp quan trọng, xây dựng nhiều chương trình nhà nước và áp dụng những tiến bộ khoa học vào sản xuất robot; khuyến khích bằng cách ưu tiên thuế và đặt ra những quy chế có lợi cho cả người sản xuất và người sử dụng robot công nghiệp. Nhờ vậy chỉ sau một khoảng thời gian ngắn, miền ứng dụng IR trở nên rộng lớn, đa dạng với cơ sở nguồn lực phát triển là: “lực đẩy” của công nghệ (technological push) và - “lực kéo” của thị trường (market pull).

Ở Mỹ có thể đưa ra ví dụ sau về các lĩnh vực ứng dụng robot (bảng 3.2).

Bảng 3.2

Lĩnh vực	1985	1990
Hàn	35%	5%
Phục vụ máy NC và hệ thống TĐLH	20%	25%
Đúc	10%	5%
Lắp ráp	10%	35%
Phun phủ	10%	5%
Sơn	5%	15%
Các ứng dụng khác	10%	10%

Từ năm 1990, robot dùng trong lắp ráp phát triển mạnh, tốc độ tăng trưởng của chúng đạt tới 200% tại các nước Nhật Bản, CHLB Đức và Anh. Tính theo đầu người, cứ 10.000 công nhân lắp ráp có 221 robot (Nhật Bản) và 21 robot (Anh) trong đó 15% ứng dụng trong công nghiệp điện tử, 40% trong lắp ráp máy cơ điện và 45% trong lắp ráp cơ khí chung.

Từ cuối những năm 70 của thế kỷ XX, các Hội nghị Quốc tế về gia công kim loại (IKM 1976 Vacsava, IKM 1978 Matcova) đều khẳng định rằng, trong những năm cuối thế kỷ trước, lực lượng và khả năng cạnh tranh của các nước công nghiệp tiên tiến là tùy thuộc vào vấn đề họ đã làm chủ lĩnh vực người máy công nghiệp ở mức độ nào?

Vậy robot công nghiệp là gì?

3.2. ĐỊNH NGHĨA VÀ PHÂN LOẠI ROBOT CÔNG NGHIỆP

3.2.1. Định nghĩa robot công nghiệp (IR)

Người máy công nghiệp là một máy tự động linh hoạt thay thế từng phần hoặc toàn bộ các hoạt động cơ bắp và hoạt động trí tuệ của con người trong nhiều khả năng thích nghi khác nhau.

Về nội dung kỹ thuật cơ khí và điều khiển điện tử, IR là sự tổ hợp khả năng hoạt động linh hoạt của các cơ cấu điều khiển từ xa (teleoperator) với mức độ "trí thức" ngày càng phong phú của hệ thống điều khiển theo chương trình số cũng như kỹ thuật chế tạo các đầu cảm biến, đầu đo phản hồi, công nghệ lập trình và các phát triển của trí khôn nhân tạo, hệ chuyên gia v.v.

IR có khả năng chương trình hóa linh hoạt trên nhiều trục chuyển động, biểu thị cho số bậc tự do của chúng, IR được trang bị những bàn tay máy hoặc cơ cấu chấp hành, giải quyết những nhiệm vụ xác định trong các quá trình công nghệ: hoặc trực tiếp tham gia thực hiện các nguyên công (sơn, hàn, phun phủ, rót kim loại vào khuôn đúc, lắp ráp cụm thiết bị hoặc lắp ráp máy) hoặc phục vụ các quá trình tổ chức dòng lưu thông vật chất (chỉ tiết, dao cụ, gá lắp...) với những thao tác cầm nắm, vận chuyển và trao đổi các đối tượng vật chất với các trạm công nghệ trong một hệ thống máy tự động linh hoạt.

Trên thực tế có nhiều định nghĩa về robot công nghiệp cùng tồn tại. Sau đây chúng ta điểm qua một số định nghĩa.

** Định nghĩa theo tiêu chuẩn AFNOR Pháp*

IR là một cơ cấu chuyển đổi tự động có thể chương trình hóa, lập lại các chương trình, tổng hợp các chương trình đặt ra trên các trục tọa độ; có khả năng định vị, di chuyển các đối tượng vật chất: chi tiết, dao cụ gá lắp... theo những hành trình thay đổi đã chương trình hóa nhằm thực hiện các nhiệm vụ công nghệ khác nhau.

** Định nghĩa theo tiêu chuẩn VDI 2860/BRD*

IR là một thiết bị có nhiều trục, thực hiện các chuyển động có thể chương trình hóa và nối ghép các chuyển động của chúng trong những khoảng cách tuyến tính hay phi tuyến của động trình. Chúng được điều khiển bởi các bộ phận hợp nhất ghép kết nối với nhau, có khả năng học và nhớ các chương trình; chúng được trang bị dụng cụ hoặc các phương tiện công nghệ khác để thực hiện các nhiệm vụ sản xuất trực tiếp và gián tiếp.

** Định nghĩa theo FOCT-1980*

IR là máy tự động liên kết giữa một tay máy và một cụm điều khiển chương trình hóa, thực hiện một chu trình công nghệ một cách chủ động với sự điều khiển có thể thay thế những chức năng tương tự của con người.

Bản chất của các định nghĩa khác nhau trên đây giúp ta thấy được một ý nghĩa quan trọng là: Riêng một mình robot thì không thể “làm nên mùa xuân công nghiệp”. Nó phải được liên hệ chặt chẽ với máy móc, công cụ và các thiết bị công nghệ tự động khác trong một hệ thống tự động tổng hợp. Bởi vậy trong quá trình phân tích và thiết kế, không thể quan niệm robot như một đơn vị cấu trúc biệt lập, trái lại đó phải là những thiết kế tổng thể của “Hệ thống tự động linh hoạt robot hóa” cho phép thích ứng nhanh và đơn giản khi nhiệm vụ sản xuất thay đổi. Theo đó các mẫu hình robot phải đảm bảo có:

- Thủ pháp cầm nắm, chuyển đổi tối ưu.
- Trình độ hành nghề khôn khéo, linh hoạt.
- Kết cấu phải tuân theo nguyên tắc môđun hóa.

3.2.2. Phân loại robot công nghiệp

Để phân nhóm, phân loại robot có thể dựa trên những cơ sở kỹ thuật khác nhau. Dưới đây trình bày một số cách phân loại chủ yếu.

3.2.2.1. Phân loại theo số bậc tự do trong trường công tác

Lấy hai hình thức chuyển động nguyên thủy làm chuẩn:

- Chuyển động thẳng theo các hướng x, y, z trong không gian ba chiều thông thường tạo nên những khối hình có góc cạnh, gọi là Prismatic, ký hiệu P.
- Chuyển động quay quanh các trục x, y, z ký hiệu R (Rotation).

Với 3 bậc tự do, robot sẽ hoạt động trong trường công tác với các hình khối tùy thuộc tổ hợp P và R.

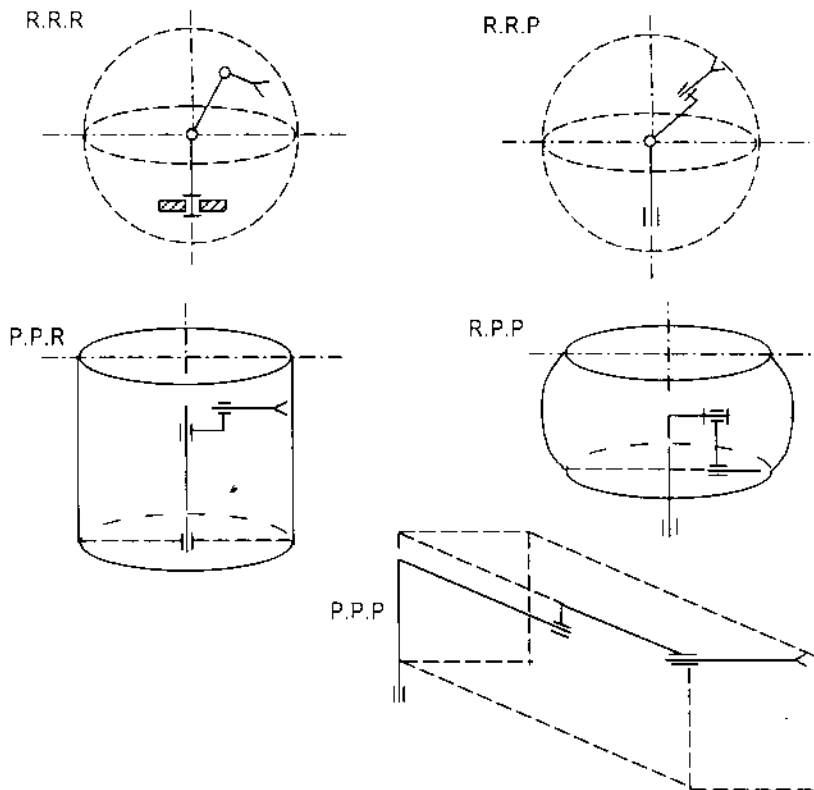
Ví dụ: PPP : Khối hộp (lập phương hoặc chữ nhật) (cubical)

RPP : Khối trụ (cylindrical)

RRP : Khối cầu (spherical)

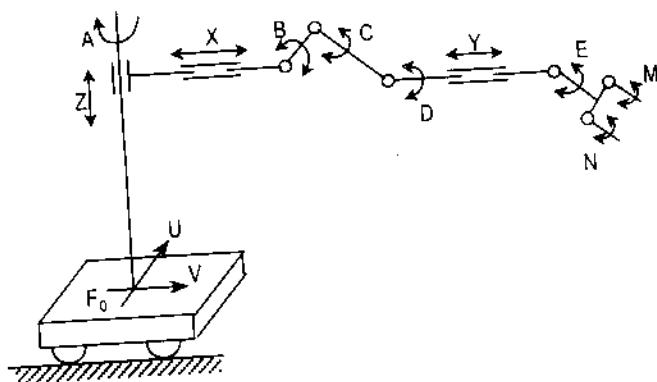
RRR : Khối cầu (revolute)

Hình 3.1 trình bày không gian của trường công tác tùy thuộc phương án tổ hợp các bậc tự do nêu trong ví dụ trên.



Hình 3.1

Lĩnh vực hoạt động của robot ngày càng mở rộng, trong trường công tác của nó, robot cần phải thao tác ngày càng khéo léo, tinh vi. Số bậc tự do vì vậy có thể không hạn chế nếu như bên cạnh một hệ tọa độ cơ bản (Frame original - F_0) ta còn đặt nhiều hệ tọa độ trung gian, hệ tọa độ mở rộng khác (xem hình 3.2).



Hình 3.2. Số bậc tự do (hay số khả năng chuyển động độc lập) của robot

M,N - cầm nắm, nhả buông; XYZ, ABCDE - các thao tác cần thiết của cánh tay và cổ tay: co duỗi, nâng hạ, quay lắc...; UV - tọa độ mở rộng

Bạn đọc sẽ thấy khi số bậc tự do tăng lên sẽ kéo theo nhiều vấn đề kỹ thuật và kinh tế phải giải quyết. Vì vậy việc chọn số bậc tự do và phương án tổ hợp để thiết lập không gian làm việc (trường công tác) của robot nhất thiết phải đảm bảo tính hợp lý và tối ưu đối với tính năng kỹ thuật xác định của robot. Phức tạp về cấu trúc, tinh vi về thao tác như cánh tay của con người cũng chỉ tới 27 bậc tự do kể từ khớp bả vai đến các khớp đốt xương ngón tay.

Bảng 3.3 đưa ra một thống kê trên 200 mẫu robot về phương diện tổ hợp bậc tự do, theo đó, nhận thấy phổ biến là loại robot có trường công tác là một khối trụ với tổ hợp PPR (72%). Số bậc tự do trên 4 chiếm không nhiều. Tất nhiên robot càng tinh vi thì giá trị đầu tư càng nhiều. Điều cốt yếu là nhà công nghiệp phải lựa chọn một cách kinh tế và thỏa đáng về kỹ thuật khi quyết định triển khai một tổ hợp tự động robot hóa.

Bảng 3.3. Tổ hợp số bậc tự do

3T	4%	4%	–	–
2T	3%	72%	3%	–
1T	–	2%	10%	–
0T	–	–	–	2%
Tịnh tiến / Quay	0R	1R	2R	3R

3.2.2.2. Phân loại theo phương pháp điều khiển

Có hai nguyên tắc điều khiển cơ bản:

- Điều khiển điểm (point to point)
- Điều khiển quỹ đạo liên tục (continuous path control)

Cách phân loại này dựa vào tính chất đặc trưng của quỹ đạo điều khiển.

Về mặt kỹ thuật điều khiển, robot cũng áp dụng điều khiển theo chương trình số (NC). Bạn đọc có thể đối chiếu với cơ sở phân loại điều khiển NC đã trình bày trong nhiều sách của tác giả. Ngoài ra, do năng tính kỹ thuật đặc biệt của robot, vấn đề điều khiển nó thường gắn liền với kỹ thuật cảm biến (sensor technic). Theo đó có thể xét đến sự khác biệt giữa các nguyên tắc cảm biến và nội suy, ví dụ:

- Cảm biến điện áp vô cấp (Potentionmeter) làm việc theo hệ tuyệt đối (Absolute)
- Cảm biến quang (Optical) làm việc theo hệ tuyệt đối hoặc hệ gia số (Absolute / Incremental)
- Cảm biến resolver (phần tử hai pha/ phần động một pha) làm việc theo nguyên lý phân giải kiểu cảm ứng...).

3.2.2.3. Phân loại theo hệ thống năng lượng

a. Hệ năng lượng điện thường dùng các động cơ điện một chiều (hệ DC: Direct Current) hoặc các động cơ bước (Stepp motor)

Đặc tính của hệ năng lượng này là hoạt động chính xác, tin cậy, đạt công suất khá và có tính tuyến tính cao, dễ điều khiển. Hệ năng lượng điện cũng đảm bảo được vệ sinh môi trường, kết cấu gọn, dẫn truyền năng lượng đơn giản.

Những yêu cầu cần đặt ra nhằm nâng cao chất lượng và hiệu quả sử dụng năng lượng đối với hệ này là:

- Sử dụng các loại vật liệu ít chịu ảnh hưởng của từ trường trái đất.
- Tiếp tục nâng cao công suất và hiệu quả công tác.
- Xử lý các cụm nối ghép trong mạch nguồn, mạch điều khiển và điều chỉnh, nâng cao hơn nữa độ tin cậy.

b. Hệ năng lượng thủy lực- khí động (Hydraulic / Pneumatic)

Đối với hệ thủy lực có thể đạt tới công suất cao, đáp ứng những điều kiện làm việc nặng, tuy nhiên hệ thống thủy lực thường cồng kềnh do kết cấu bể dầu, van, lọc, hệ thống dẫn ngược... Yêu cầu đặt ra với dòng dầu và chất liệu dầu thủy lực rất cao, mặc dầu vậy vẫn còn tồn tại độ phi tuyến lớn khó xử lý khi điều khiển.

Hệ khí nén có kết cấu gọn nhẹ hơn do không cần dẫn ngược nhưng lại phải gắn liền với một trung tâm tạo khí nén. Hệ này làm việc với công suất trung bình nhỏ, kém chính xác, thường chỉ thích hợp với các robot hoạt động theo chương trình định sẵn với các thao tác đơn giản "nhấc lên - đặt xuống" (pick and place).

3.2.2.4. Phân loại theo hệ thống truyền động

a. Hệ truyền động gián tiếp (Indirect driver)

Hệ thống này sử dụng các kết cấu truyền dẫn cơ khí thường gặp như bánh răng, dây đai, bộ truyền xích. Cao hơn có thể gặp bộ truyền vít đai ốc bi (leadscrew/ballscrew). Nhược điểm đáng chú ý là tồn tại tính phi tuyến, tính trễ và bị mòn, tạo khe hở động học làm cho hiệu ứng trễ và phi tuyến ngày càng nặng hơn. Mặt khác những tổn hao về công suất, về tốc độ đã hạn chế hiệu suất chung của toàn hệ truyền động.

b. Hệ truyền động trực tiếp (Direct driver)

Trong hệ thống này, các cơ cấu chấp hành được nối ghép trực tiếp với nguồn động lực, kết cấu do đó rất gọn nhẹ và loại bỏ được những hạn chế của hệ truyền động gián tiếp.

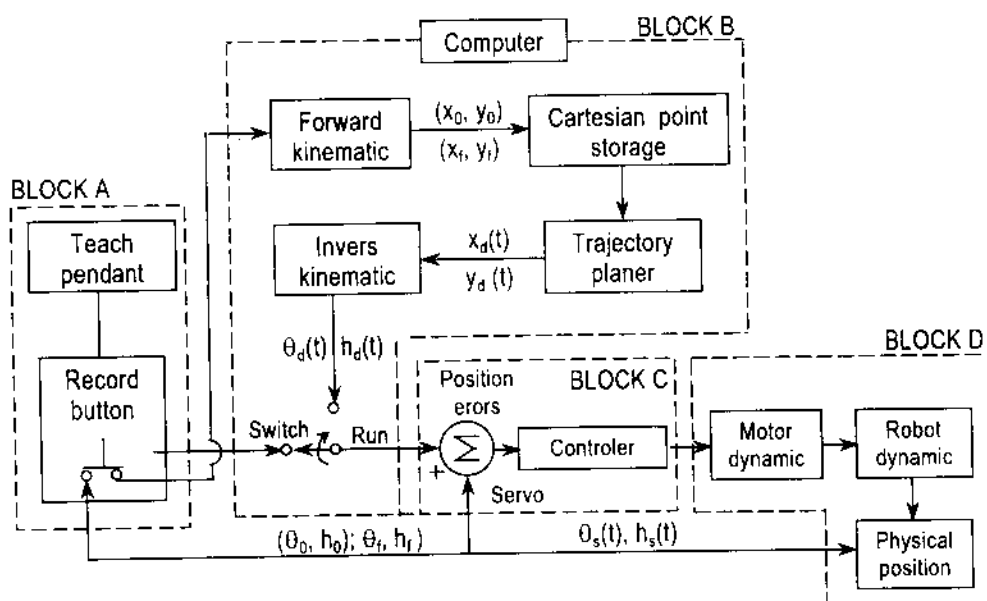
Khó khăn phải tiếp tục giải quyết là cần thiết kế và chế tạo các động cơ có số vòng quay thích hợp và điều khiển được vô cấp trên một dải rộng. Riêng đối với động cơ bước cần tiếp tục nâng cao công suất bằng các giải pháp khác nhau để thích hợp với yêu cầu hoạt động của các cơ cấu chấp hành.

3.2.2.5. Phân loại theo độ chính xác (precision)

Trong hoạt động của robot, cần thiết phân biệt độ chính xác tuyệt đối (accuracy) và độ chính xác lặp lại (repeatability) để đánh giá mức độ tin cậy trong một chu kỳ làm việc đơn lẻ và trong một quá trình làm việc lâu dài. Mặt khác để đánh giá trên một miền kích thước hay một phạm vi chức năng rộng hơn, người ta còn đưa ra độ chính xác phân giải (resolution) để nghiên cứu đánh giá mức độ chính xác trên các miền phân giải khác nhau. Từ đó triển khai hoạt động của robot sẽ đảm bảo được khả năng thích ứng cao, khai thác được hết tính năng kỹ thuật của chúng.

3.3. SƠ ĐỒ KHỐI “TỔ CHỨC KỸ THUẬT CỦA ROBOT”

Hình 3.3 trình bày nguyên tắc tổ chức kỹ thuật của robot dưới dạng sơ đồ khối (Block Diagram). Sơ đồ này gồm 4 khối lớn.



Hình 3.3. Tổ chức kỹ thuật robot

- * Block A là khối thu thập và chuyển giao dữ liệu đầu vào.
- Cụm Teach pendant: Thực hiện các quá trình dạy học cho robot.
- Cụm Record button: Lưu trữ và chuyển giao các dữ liệu cảm nhận vật lý

trong quá trình học, gọi là “bộ dữ liệu cảm nhận vật lý”, bao gồm các tọa độ dài và tọa độ góc của vị trí đầu, vị trí cuối của một động trình $[(\theta_0, h_0); (\theta_f, h_f)]$.

* Blok B là khối não bộ của robot, bao gồm các cụm vi xử lý, giải quyết các vấn đề sau:

- Cụm Forward kinematic: Thiết lập và giải các bài toán động học trên cơ sở bộ thông số đầu vào (θ_i, h_i) .

- Cụm Cartesian point storage: Lưu trữ và chuyển giao các kết quả của quá trình giải bài toán động học thuận, ví dụ các vị trí hình học của động trình hay còn gọi là “bộ dữ liệu hình học” $[(X_0, Y_0); (X_f, Y_f)]$:

- Cụm Trajectory planer: Lập trình quỹ đạo đi qua các điểm hình học đã hoặc chưa “day” để hình thành toàn bộ quỹ đạo chuyển động cần có $[X_d(t), Y_d(t)]$ của cơ cấu chấp hành cuối (Tools).

- Cụm Invers kinematic: Giải các bài toán động học ngược, tìm ra các thông số điều khiển hay là “bộ dữ liệu điều khiển” $[\theta_d(t), h_d(t)]$.

* Block C là khối điều khiển, bao gồm bộ so sánh cập giá trị “Cần - Thực”, các bộ biến đổi khuếch đại và phát tín hiệu điều khiển (theo nguyên tắc điều khiển NC).

*Block D là khối cơ cấu chấp hành, bao gồm nguồn động lực (motor dynamic), các cơ cấu chấp hành (robot dynamic) và các bộ cảm nhận vật lý riêng trên chúng (physical positions).

Qua phân tích mô phỏng tổ chức kỹ thuật của robot, có thể nhận thấy các bộ thông số kỹ thuật chủ yếu sau:

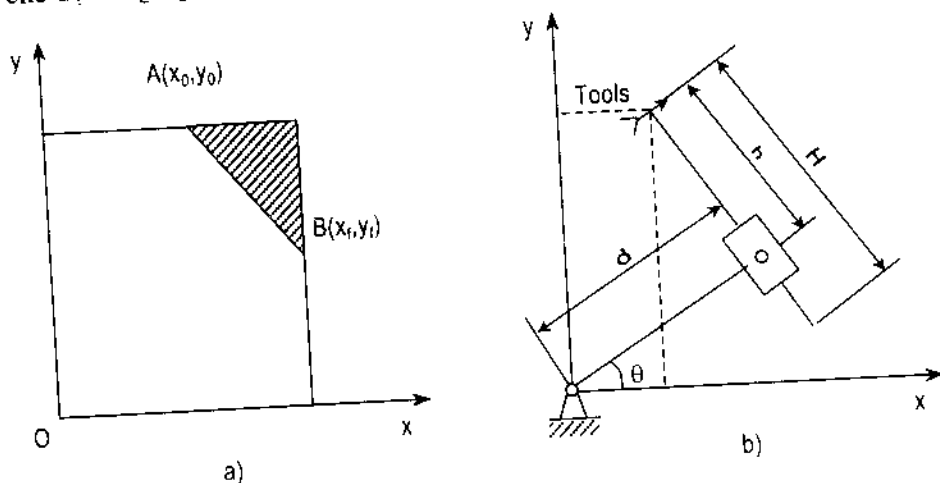
- Bộ thông số cảm nhận vật lý;
- Bộ thông số vị trí hình học;
- Bộ thông số điều khiển;

được “Biến và Chuyển” liên tục từ cụm chức năng này sang cụm chức năng khác thông qua các ràng buộc thể hiện ở các hệ thống phương trình động học thuận ngược, đồng thời không tách rời quỹ đạo chuyển động tổng quát trong trường công tác của robot.

Bởi vậy công việc giải quyết chính yếu của quá trình thiết kế động học robot công nghiệp là việc thiết lập và giải quyết hệ phương trình động học thuận và ngược. Kết quả tìm được sẽ đóng vai trò quan trọng trong việc giải quyết các

phương trình động lực học và nhất là trong tính toán điều khiển robot thiết kế.

Để dễ tiếp cận hơn với tổ chức kỹ thuật robot trong thực tế, bạn đọc hãy điem qua ví dụ minh họa sau đây: “Một robot cầm mỏ cắt quang điện có nhiệm vụ cắt một mảnh thép ở góc phải của một tấm thép trình bày trên hình 3.4. Đoạn động trình AB có tọa độ $A(x_0, y_0)$ $B(x_f, y_f)$. Tốc độ cắt $V^* = \text{const}$ được xác định từ chế độ công nghệ tối ưu” (hình 3.4).



Hình 3.4. Ví dụ minh họa

Trường công tác của robot giới hạn bởi:

$$-90^\circ < \theta < 90^\circ ; 0 < h < H ; d = \text{const}$$

Các biến số chia thành hai nhóm:

- Nhóm dữ liệu hình học, có thể quan sát được (visually observed) bao gồm đoạn $[x_0, y_0]; (x_f, y_f)$.
- Nhóm dữ liệu cảm nhận vật lý (physically sensed) gồm các giá trị trong dải $[(\theta_0, h_0); (\theta_f, h_f)]$.

Ban đầu, thông qua cụm dạy học điều khiển bằng tay đưa cơ cấu chấp hành cuối (Tools) đến các điểm $A(x_0, y_0)$ và $B(x_f, y_f)$, các bộ cảm nhận vật lý liên thu thập và lưu trữ các giá trị của nhóm dữ liệu tương ứng $\theta_0, h_0, \theta_f, h_f$ trên toàn quỹ đạo. Bộ thông số này thông qua các phương trình động học thuận trở thành bộ thông số hình học, ngay cả các giá trị x_0, y_0, x_f, y_f cũng được tính lại. Ta có hệ phương trình động học thuận suy từ nguyên lý kết cấu (hình 3.4b):

$$x = d\cos\theta - h\sin\theta \quad (3.1a)$$

$$y = d\sin\theta + h\cos\theta \quad (3.1b)$$

Với hệ phương trình (3.1a), (3.1b) có thể tính toán các giá trị bằng số đối với x_0, y_0, x_f, y_f và cả các giá trị tức thời liên tục trên quỹ đạo: $x_d(t), y_d(t)$.

Chẳng hạn, thời gian cắt:

$$T_c = \frac{\sqrt{(x_f - x_0)^2 + (y_f - y_0)^2}}{V} \quad (3.2)$$

Với $0 < t < T$ ta có:

$$x_d(t) = x_0 + \frac{x_f - x_0}{T_c} t$$

$$y_d(t) = y_0 + \frac{y_f - y_0}{T_c} t$$

hay là thay T_c bởi (3.2) ta có:

$$x_d(t) = x_0 + \frac{(x_f - x_0) \cdot V}{\sqrt{(x_f - x_0)^2 + (y_f - y_0)^2}} \cdot t \quad (3.3a)$$

$$y_d(t) = y_0 + \frac{(y_f - y_0) \cdot V}{\sqrt{(x_f - x_0)^2 + (y_f - y_0)^2}} \cdot t \quad (3.3b)$$

Như đã phân tích, các giá trị của bộ dữ liệu hình học được lưu trữ ở cụm Cartesian point storage. Bây giờ hãy thiết lập và giải hệ phương trình động học ngược. Bạn đọc dễ thấy đặc tính phi tuyến chỉ định ngay trong hệ phương trình (3.1a), (3.1b) với mối quan hệ $y = f(x)$ tương quan đồng nhất về bậc của phương trình:

$$(1a)^2 + (1b)^2 \Rightarrow x^2 + y^2 = h^2 + d^2 \quad (3.4)$$

Cũng từ (3.1a) ta có: $\cos\theta = \frac{x}{d} + \frac{h}{d} \sin\theta$

và từ (3.1b) ta có: $\cos\theta = \frac{y}{h} - \frac{d}{h} \sin\theta$

Vậy suy ra: $\sin\theta = \frac{yh - xh}{h^2 + d^2} \quad (3.5a)$

$$\cos\theta = \frac{xd + yh}{h^2 + d^2} \quad (3.5b)$$

Từ hệ phương trình (3.5a), (3.5b) suy ra:

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{y_d - x_h}{x_d + y_h}$$

và do đó:
$$\theta = \operatorname{arctg} 2 \left(\frac{y_d - x_h}{x_d + y_h} \right) \quad (3.6a)$$

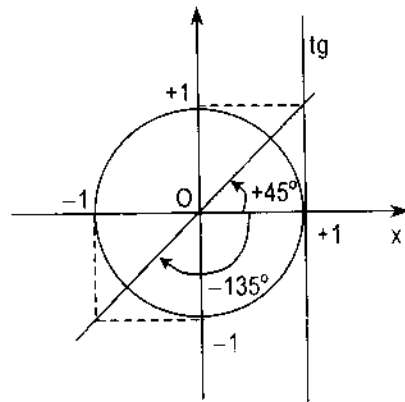
Chú ý quan trọng: Bạn đọc để ý số 2 trong công thức (3.6a), xin đọc là “*ắc tang hai biến*” trong các biểu thức, ví dụ:

$$\operatorname{arctg} 2 \left(\frac{y}{x} \right)$$

ắc tang hai biến nhằm mục đích xác định được góc THỰC - DUY NHẤT với dấu của tỷ thức $\left(\frac{y}{x} \right)$ xác định. Chẳng hạn:

$$\operatorname{arctg} 2 \left(\frac{-1}{-1} \right) = -135^\circ$$

trong khi $\operatorname{arctg} 2 \left(\frac{1}{1} \right) = 45^\circ$.



Hình 3.5. Phân biệt nghiệm bởi hàm *arctg* hai biến

Cách xác định như vậy đảm bảo nhận biết chính xác về chiều chuyển động của môđun khớp quay.

Ở đây cũng tồn tại một số giá trị đặc biệt, ví dụ:

$$\operatorname{arctg} 2 \left(\frac{-y}{0} \right) = -90^\circ \text{ hoặc } \operatorname{arctg} 2 \left(\frac{+y}{0} \right) = +90^\circ$$

Trở lại ràng buộc quỹ đạo (phương trình 3.4) ta có:

$$h = \sqrt{x^2 + y^2 - d^2} \quad (3.6b)$$

Hệ phương trình (3.6a) và (3.6b) chính là hệ phương trình động học ngược, từ đó có thể xác định dữ liệu điều khiển $\theta_d(t)$, $h_d(t)$ tại bất kỳ thời điểm nào:

$$\theta_d(t) = \operatorname{arctg} 2 \left[\frac{dy_d(t) - x_d(t) \sqrt{x_d^2(t) + y_d^2(t) - d^2}}{dx_d(t) + y_d(t) \sqrt{x_d^2(t) + y_d^2(t) - d^2}} \right] \quad (3.6a)^*$$

$$h_d(t) = \sqrt{x_d^2(t) + y_d^2(t) - d^2} \quad (3.6b)^*$$

Từ các phân tích trên đây có thể nhận thấy:

1. Các bài toán động học giải quyết mối quan hệ của các thông số hình học phụ thuộc thời gian thực, không tính đến ảnh hưởng của lực, mômen và các hiệu ứng năng lượng khác. Trong đó:

- Các phương trình động học thuận mô tả quan hệ thuận, nội tại về hình học giữa các khâu chấp hành của robot.

- Các phương trình động học ngược nhằm tìm ra bộ thông số điều khiển, $\theta_d(t)$, $h_d(t)$, từ đó có được các tọa độ tương ứng $x_d(t)$, $y_d(t)$ mong muốn.

2. Đặc tính phi tuyến thể hiện ở hệ phương trình (3.1a), (3.1b) do sự tồn tại của môđun khớp quay, đặt ra những khía cạnh riêng trong điều khiển robot. Mặc dù đoạn AB là đoạn thẳng nhưng trong quá trình làm việc, khâu chấp hành cuối (Tools) không chỉ có dịch chuyển vị trí thuần túy (position) mà còn phải có quá trình định hướng (orientation) để đảm bảo thực hiện nhiệm vụ công nghệ một cách chính xác (mô cắt phải luôn vuông góc với mặt phẳng cắt).

3. Chương trình điều khiển robot được thiết lập bằng những ngôn ngữ lập trình riêng (Special robot programming language). Chẳng hạn một câu lệnh có cú pháp là MOVES ($x_0 \ y_0 \ x_f \ y_f \ V^*$) có nghĩa là lệnh dịch chuyển một đoạn thẳng với tốc độ không đổi. Giữa các điểm đầu và điểm cuối được lấy dấu ghi nhận bởi cụm Teach pendant. Tốc độ V^* tối ưu là ràng buộc công nghệ sản sinh những di động mong muốn của robot.

CHƯƠNG 4

CÁC PHÉP BIẾN ĐỔI ĐỒNG NHẤT (Homogeneous Transformation)

Khi quan tâm đến mối quan hệ giữa robot và vật thể, như đã phân tích, không phải chỉ có vấn đề vị trí tuyệt đối của điểm, đường, mặt hoặc toàn bộ vật thể so với cơ cấu chấp hành cuối của robot mà còn có vấn đề định hướng (hoặc khuynh hướng vận động tiếp tục, hoặc là hướng xác định khi định vị tại một vị trí). Trong khi vật thể được vận động trong phạm vi của một hệ tọa độ tuyệt đối gắn với môi trường tác động, thì robot với cấu trúc liên kết nhiều khâu chấp hành lại bao hàm các vận động trong nhiều hệ tọa độ động, liên quan chặt chẽ với hệ tọa độ cơ sở của nó.

Để mô tả quan hệ về vị trí và hướng giữa robot và vật thể, ta phải dùng đến các phép biến đổi đồng nhất (Homogeneous transformation).

Chương 4 sẽ cung cấp cho bạn đọc những hiểu biết cần thiết trước khi đi vào giải quyết các vấn đề liên quan tới động lực học robot. Ở đây chỉ xin trình bày những khía cạnh tối thiểu, đôi khi nhắc lại những vấn đề đã biết trong toán học (hình giải tích, đại số vectơ, đại số ma trận...) để giúp bạn đọc nhanh chóng tiếp cận những nội dung kỹ thuật đặc trưng của robot. Ở những nghiên cứu sâu hơn, xin bạn đọc chủ động bổ khuyết những kiến thức khoa học cơ bản để tự giải quyết vấn đề đặt ra cho mục đích nghiên cứu.

4.1. MỘT SỐ KHÁI NIỆM VÀ KÝ HIỆU

4.1.1. Các ký hiệu biểu diễn quy ước

* Vectơ điểm (point vector) V , X_1 , W ... dùng để mô tả vị trí của một điểm trong không gian ba chiều.

* Mặt phẳng (planes), Θ , P , Q ... dùng các chữ cái in hoa để gọi tên.

* Hệ quy chiếu hay là hệ tọa độ (coordinate frames) I , H ... gắn với các góc cố định hoặc di động, trong đó hệ cố định gắn với môi trường tác động gọi là hệ cơ sở (base).

4.1.1.1. Biểu diễn điểm

Trong không gian ba chiều, một điểm có thể được biểu diễn bằng nhiều vectơ trong các hệ quy chiếu khác nhau: $E(V): F(W)$ (hình 4.1).

Nếu i, j, k là vectơ đơn vị (unit vector) của một hệ nào đó, chẳng hạn trong E , ta có:

$$V = ai + bj + ck$$

với a, b, c là toạ độ vị trí của điểm P trong hệ đó.

Nếu quan tâm đến vấn đề định hướng, ta biểu diễn vectơ V trong không gian bốn chiều với suất vectơ là một ma trận cột:

$$V = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{bmatrix} \text{ trong đó: } \begin{cases} x/w = a \\ y/w = b \\ z/w = c \end{cases}$$

với w là một hằng số thực nào đó.

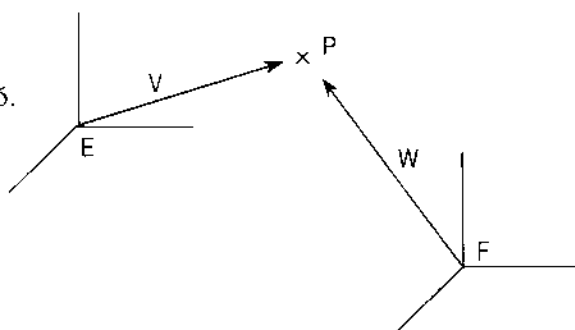
w biểu thị cho chiều thứ tư ngầm định.

Nếu $w = 1$ dễ thấy:

$$\frac{x}{w} = \frac{x}{1} = x = a$$

$$\frac{y}{w} = \frac{y}{1} = y = b$$

$$\frac{z}{w} = \frac{z}{1} = z = c$$



Hình 4.1. Biểu diễn một điểm trong không gian

Đây là trường hợp đồng nhất cả về vị trí và hướng, và hệ toạ độ được gọi là hệ đồng nhất.

Với $w = 0$ dễ thấy $\frac{x}{w}, \frac{y}{w}, \frac{z}{w} \rightarrow \infty$. Giới hạn ∞ thể hiện rõ nét hướng của các trục toạ độ.

Nếu w là một hằng số nào đó khác 0 và 1 thì việc biểu diễn điểm trong không gian bốn chiều được thích ứng với hệ mới cả về mô tả vị trí lẫn mô tả hướng $[\dots]^T$.

Ví dụ: $\vec{V} = 3\vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k}$

- với $w = 1$ (trường hợp đồng nhất):

$$V = [3, 4, 5, 1]^T$$

- với $w = -10$, biểu diễn tương ứng sẽ là:

$$V = [-30, -40, -50, -10]^T$$

4.1.1.2. Biểu diễn mặt phẳng

Phân mặt phẳng có các tọa độ xác định (hình 4.2) có thể biểu diễn bởi một ma trận hàng:

$$P = [a, b, c, d]$$

Nếu $\vec{V}$ biểu diễn một điểm $P \in P$, ta có tích vô hướng $P.V = 0$, với:

$$V = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{bmatrix}$$

ta có $P.V = ax + by + cz + dw = 0$.

Thí dụ: $P = [0, 0, 1, d]$ $V = \begin{bmatrix} 20 \\ 10 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$

$$P.V = 0 + 0 + 1 + d = 0 \text{ suy ra } d = -1.$$

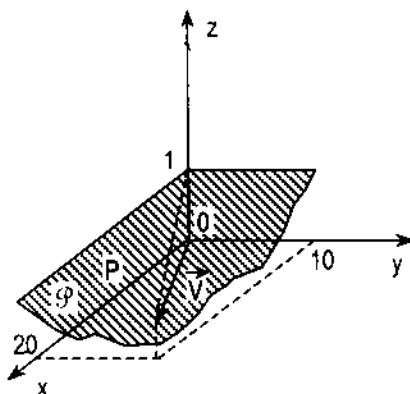
Vậy: Mặt phẳng P đi qua $z = 1$ trong không gian ba chiều có thể được biểu diễn bởi ma trận hàng:

$$P = [0, 0, 1, -1]$$

trong không gian bốn chiều.

Trong cách biểu diễn trên đây, ta quy ước rằng $[0, 0, 0, 0]$ là một mặt phẳng không xác định.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ là một vectơ không xác định}$$



Hình 4.2. Biểu diễn mặt phẳng

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 0 \end{pmatrix} \text{ là một vectơ chỉ hướng.}$$

4.1.2. Nhắc lại vài phép tính vectơ

Cho hai vectơ:

$$\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}$$

$$\vec{b} = b_x \vec{i} + b_y \vec{j} + b_z \vec{k}$$

ta có tích vô hướng:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$$

và tích vectơ:

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix} = (a_y b_z - a_z b_y) \vec{i} + (a_z b_x - a_x b_z) \vec{j} + (a_x b_y - a_y b_x) \vec{k}$$

4.2. CÁC PHÉP BIẾN ĐỔI (TRANSFORMATION)

Cho U là vectơ điểm cần biến đổi; H là vectơ dẫn biểu diễn bằng một ma trận gọi là ma trận chuyển đổi, ta có: $V = H.U$ là vectơ điểm đã biến đổi.

Gọi P là mặt phẳng chứa điểm cần biến đổi biểu diễn bởi U ; Q là mặt phẳng chứa điểm đã biến đổi biểu diễn bởi V , ta có:

$$P.U = Q.V = 0 \text{ (theo định nghĩa).}$$

Đây là điều kiện luôn tồn tại trong các phép biến đổi. Nếu gọi H^{-1} là ma trận đảo của ma trận chuyển đổi H , có thể suy ra các hệ quả:

$$P.H^{-1}U = PU$$

Viết lại:

$$P.H^{-1}H.U = P.U = Q.V$$

nhưng:

$$H.U = V$$

Suy ra:

$$P.H^{-1} = Q$$

hoặc:

$$Q.H = P$$

Các phép biến đổi thường có bao gồm:

- Phép tịnh tiến: Translation viết tắt là Trans.
- Phép quay: Rotation viết tắt là Rot.

Đây là hai phép cơ bản mà ta sẽ đề cập sâu hơn. Ngoài ra còn có phép co giãn (Stretching) hoặc phép phối cảnh (Perspective) thường dùng trong các chương trình biểu diễn graphic thu phóng hoặc biểu diễn hình khối, ít có ý nghĩa phân tích thiết kế. Khi cần thiết bạn đọc có thể xem thêm các vấn đề thuộc phần mềm graphic trên các máy vi tính.

4.2.1. Phép biến đổi tịnh tiến (Translation)

Giả sử cần tịnh tiến một điểm hoặc một vật thể theo vector dẫn:

$$\vec{H} = a\vec{i} + b\vec{j} + c\vec{k}$$

Trước hết ta có định nghĩa của ma trận chuyển đổi H:

$$H = \text{Trans}(a, b, c) = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & a \\ 0 & 1 & 0 & b \\ 0 & 0 & 1 & c \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad (4.1)$$

Ta lại có U là vector biểu diễn điểm cần tịnh tiến, với

$$U = [x, y, z, w]^T$$

lúc đó V là vector biểu diễn điểm đã biến đổi tịnh tiến được xác định bởi:

$$V = H.U = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & a \\ 0 & 1 & 0 & b \\ 0 & 0 & 1 & c \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x + aw \\ y + bw \\ z + cw \\ w \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x/w + a \\ y/w + b \\ z/w + c \\ 1 \end{vmatrix}$$

Rõ ràng bản chất của phép biến đổi tịnh tiến là phép cộng vector giữa vector biểu diễn điểm cần chuyển đổi và vector dẫn.

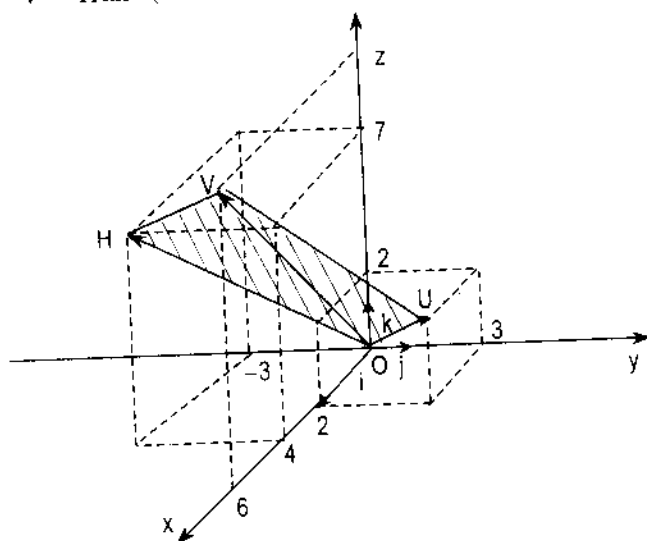
Ví dụ:

$$\begin{aligned} \vec{U} &= 2\vec{i} + 3\vec{j} + 2\vec{k} \\ \vec{H} &= 4\vec{i} - 3\vec{j} + 7\vec{k} \end{aligned}$$

thì

$$V = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 2 \\ 3 \\ 2 \\ 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 + 4 \\ 3 - 3 \\ 2 + 7 \\ 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 6 \\ 0 \\ 9 \\ 1 \end{vmatrix}$$

và viết là: $V = \text{Trans}(a, b, c)U$ (hình 4.3).



Hình 4.3. Phép biến đổi tịnh tiến trong không gian

4.2.2. Phép quay (Rotation)

Giả sử ta cần quay một điểm hoặc một vật thể xung quanh trục tọa độ nào đó với góc quay θ'' , ta có lần lượt các ma trận chuyển đổi như sau:

$$\text{Rot}[x, \theta''] = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ 0 & \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad (4.2)$$

$$\text{Rot}[y, \theta''] = \begin{vmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad (4.3)$$

$$\text{Rot}[z, \theta''] = \begin{vmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad (4.4)$$

Ví dụ: Cho điểm U biểu diễn bởi $U = 7i + 3j + 2k$ quay xung quanh z một góc $\theta = 90^\circ$ (hình 4.4), ta có:

$$V = \text{Rot}[z, 90^\circ] U = \begin{vmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 7 \\ 3 \\ 2 \\ 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -3 \\ 7 \\ 2 \\ 1 \end{vmatrix}$$

Nếu cho V tiếp tục quay quanh y một góc 90° , ta có:

$$W = \text{Rot}[y, 90^\circ] V = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} -3 \\ 7 \\ 2 \\ 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 \\ 7 \\ 3 \\ 1 \end{vmatrix}$$

và có thể biểu diễn:

$$W = \text{Rot}[z, 90^\circ] \cdot \text{Rot}[y, 90^\circ] U = \begin{vmatrix} 2 \\ 7 \\ 3 \\ 1 \end{vmatrix}$$

Chú ý: Nếu đổi thứ tự quay ta sẽ được $W' \neq W$ (hình 4.5). Cụ thể: Cho U quay quanh y trước một góc 90° , ta có:

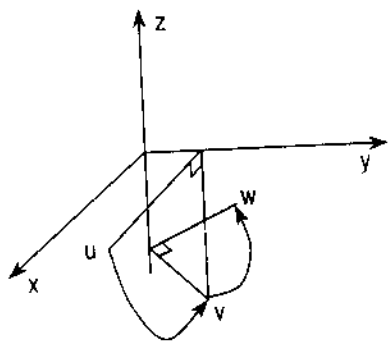
$$V' = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 7 \\ 3 \\ 2 \\ 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 \\ 3 \\ -7 \\ 1 \end{vmatrix} = \text{Rot}[y, 90^\circ] U$$

Sau đó cho V' quay quanh z một góc 90° , ta được:

$$W' = \begin{vmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 2 \\ 3 \\ -7 \\ 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -3 \\ 2 \\ -7 \\ 1 \end{vmatrix} = \text{Rot}[y, 90^\circ] \text{Rot}[z, 90^\circ] U$$

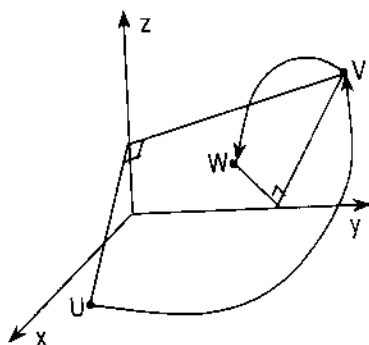
Rõ ràng:

$$W' = \text{Rot}[y, 90^\circ] \text{Rot}[z, 90^\circ] U = \begin{vmatrix} -3 \\ 2 \\ -7 \\ 1 \end{vmatrix} \neq W$$



Hình 4.4. Phép quay

$$W = \text{Rot}[z, 90^\circ] \text{Rot}[y, 90^\circ] U$$



Hình 4.5. Đảo thứ tự quay

$$W' = \text{Rot}[y, 90^\circ] \text{Rot}[z, 90^\circ] U$$

4.2.3. Phép biến đổi hỗn hợp (Combination trans. and rot.)

Cho $U = 2i + 3 + 2k$, hãy thực hiện phép biến đổi sau:

$\text{Trans}[4, -3, 7] \text{Rot}[y, 90^\circ] \text{Rot}[z, 90^\circ] U$ (hình 4.6).

Để tiến hành, ta thay các giá trị đã cho vào công thức của các ma trận chuyển đổi tương ứng (4.1), (4.3), (4.4) và diễn giá trị biểu diễn vector cần biến đổi, ta lần lượt có:

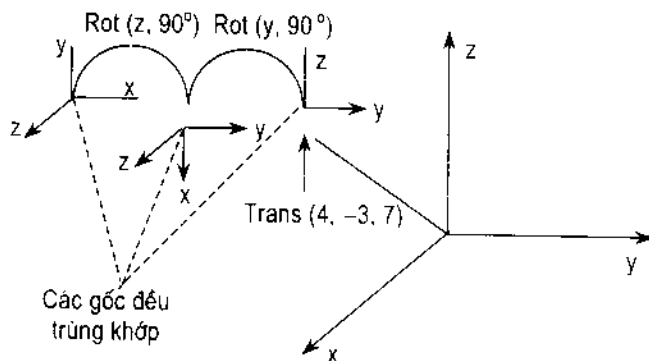
$$V = \text{Trans}[4, -3, 7]U = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 2 \\ 3 \\ 2 \\ 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 6 \\ 0 \\ 9 \\ 1 \end{vmatrix}$$

$$W = \text{Rot}[y, 90^\circ] V = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 6 \\ 0 \\ 9 \\ 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 9 \\ 0 \\ -6 \\ 1 \end{vmatrix}$$

$$Z = \text{Rot}[z, 90^\circ] W = \begin{vmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 9 \\ 0 \\ -6 \\ 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ 9 \\ -6 \\ 1 \end{vmatrix}$$

Vậy:

$$Z = \text{Trans}[4, -3, 7] \text{Rot}[y, 90^\circ] \text{Rot}[z, 90^\circ] \quad \begin{vmatrix} 2 \\ 3 \\ 2 \\ 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ 9 \\ -6 \\ 1 \end{vmatrix}$$

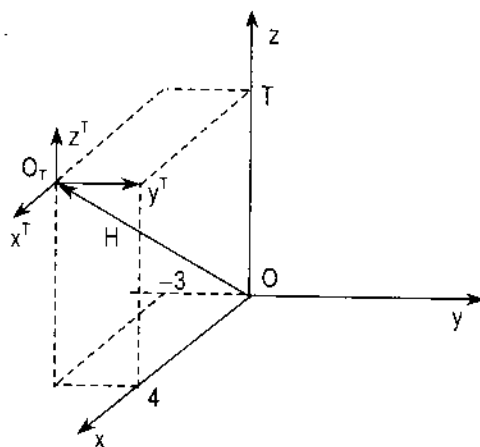


Hình 4.6. Phép biến đổi hỗn hợp

4.3. BIỂU DIỄN MỘT HỆ TOẠ ĐỘ (FRAMES) VÀ MÔ TẢ MỘT VẬT THỂ (OBJECTS)

4.3.1. Biến đổi hệ toạ độ và biểu diễn hệ toạ độ biến đổi

Giả sử căn tịnh tiến gốc toạ độ Descartes O (0, 0, 0) theo một vector dẫn $H = 4i - 3j + 7k$ (hình 4.7).



Hình 4.7. Phép biến đổi tịnh tiến hệ toạ độ

Kết quả phép biến đổi là:

$$O^T = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 4 \\ -3 \\ 7 \\ 1 \end{vmatrix}$$

Nghĩa là gốc ban đầu có tọa độ $(0, 0, 0)$ đã chuyển đổi đến gốc mới có tọa độ $(4, -3, 7)$.

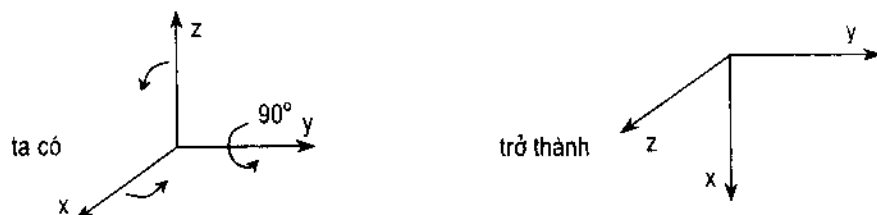
Nếu chỉ dùng ở phép biến đổi tịnh tiến hệ tọa độ theo vectơ dẫn H, ta được hệ tọa độ mới:

Hệ tọa độ O^T có gốc ở tọa độ $(4, -3, 7)$ trong hệ tọa độ O. Còn các trục tọa độ của hệ tọa độ O^T vẫn song song, đồng hướng với các trục tọa độ của hệ tọa độ O.

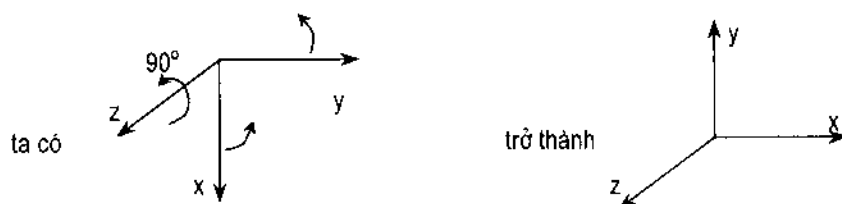
Bây giờ tiếp tục thực hiện phép biến đổi (hình 4.8).

$$\text{Rot}[y, 90^\circ] \text{Rot}[z, 90^\circ] O^T$$

ta sẽ có một hệ tọa độ O^T hoàn toàn khác, cụ thể tại tọa độ $(4, -3, 7)$ khi cho hệ tọa độ O^T quay quanh y góc 90° .



Cũng tại tọa độ $(4, -3, 7)$, tiếp tục cho hệ tọa độ O^T vừa quay xoay quanh y góc 90° lại quay tiếp quanh z góc 90° .



Nghĩa là ta có trục x^T sau biến đổi $\equiv//$ y của hệ tọa độ O (đọc $\equiv//$ là song song và cùng hướng với ...).

Tương tự $y^T \equiv// z$ và $z^T \equiv// x$.

Để mô tả hệ tọa độ mới này có thể nhận xét ma trận O^T :

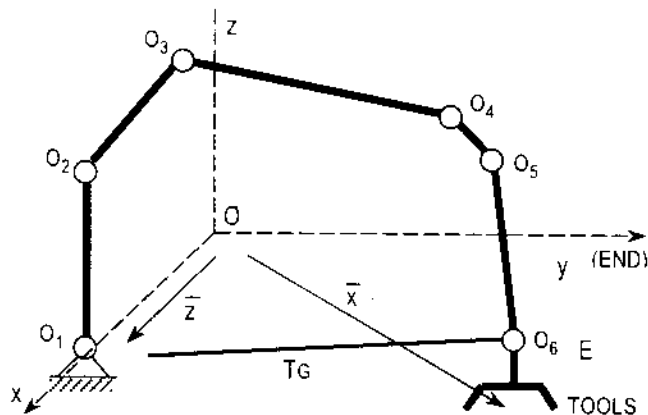
$$O^T = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 & 4 \\ 1 & 0 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & 0 & 7 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

Sơ sánh các vector đơn vị của O và O^1 ta thấy:

$$O \begin{cases} i = (1, 0, 0, 1) \\ j = (0, 1, 0, 1) \\ k = (0, 0, 1, 1) \end{cases} \text{ còn } O^1 \begin{cases} i^1 = (0, 1, 0, 1) \\ j^1 = (0, 0, 1, 1) \\ k^1 = (1, 0, 0, 1) \end{cases}$$

Từ quá trình phân tích biến đổi hệ tọa độ như trên, ta có thể thấy rõ mối liên hệ giữa hệ tọa độ cố định (frame chuẩn - gốc O đóng vai trò original hay là base) với các hệ tọa độ trung gian di động cùng với các khâu chấp hành của robot (hình 4.9).

Dễ thấy $T_n = T_1 \cdot T_2 \cdot T_3 \dots T_{n-1}$.



Hình 4.9. Hệ tọa độ chuẩn (base) và các hệ tọa độ trung gian (tọa độ động)

4.3.2. Mô tả một vật thể

Tồn tại của vật thể tuy đa dạng, phong phú nhưng có thể dựa vào những giá trị đặc trưng của các phần tử để miêu tả chúng. Ta thường chia hình dáng vật thể thành ba nhóm chính:

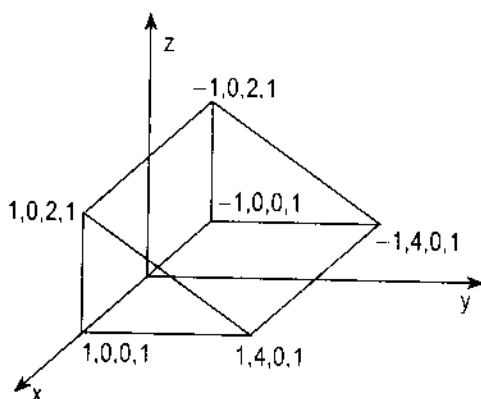
- Nhóm vật thể tròn xoay (Rotative) - R
- Nhóm vật thể có góc cạnh (Prismatic) - P
- Nhóm vật thể có cấu trúc hỗn hợp (Combination) - K

Nhóm R có các giá trị đặc trưng là tọa độ tâm và bán kính mặt cong.

Nhóm P có các giá trị đặc trưng là tọa độ của các điểm giới hạn.

Nhóm K có các giá trị đặc trưng hỗn hợp.

Nhưng việc mô tả thuần túy hình dáng của vật thể là chưa đủ. Đối với thủ pháp hành nghề của robot trong khi mô tả vật thể phải gắn liền với khả năng quản lý và điều hành quá trình vận động của nó thông qua các phép biến đổi đồng nhất. Bạn đọc có thể xem ví dụ trình bày (hình 4.10) dưới đây để thấy rõ điều này.



Hình 4.10. Mô tả vật thể

Cho một vật hình lăng trụ đặt trong hệ toạ độ chuẩn $O(x, y, z)$ như ở hình 4.10. Hãy thực hiện phép biến đổi:

$$H = \text{Trans} [4, 0, 0] \text{Rot}[y, 90^\circ] \text{Rot}[z, 90^\circ]$$

Từ vị trí của vật thể, ta có ma trận toạ độ của 6 điểm đặc trưng mô tả nó là:

①	②	③	④	⑤	⑥
1	-1	-1	1	1	-1
0	0	0	0	4	4
0	0	2	2	0	0
1	1	1	1	1	1

Sau khi thực hiện các biến đổi:

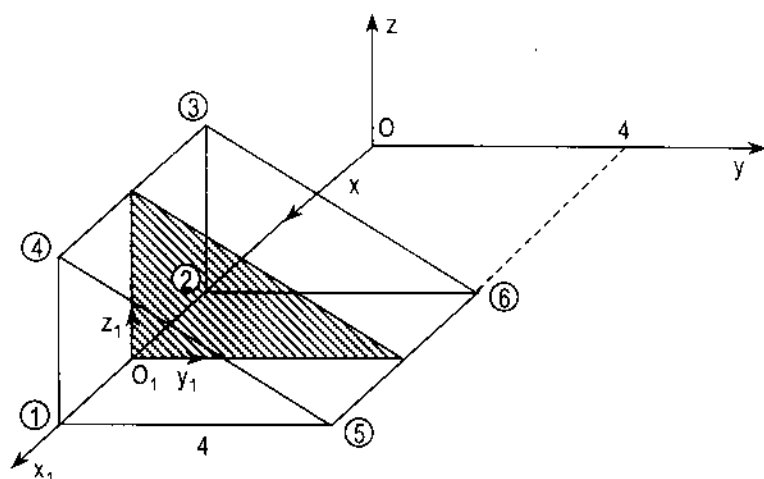
- Mang vật thể tịnh tiến 4 đơn vị theo trục x (hình 4.11)
- Cho vật thể quay quanh trục y góc 90° (hình 4.12)
- Tiếp tục cho quay quanh trục z góc 90° (hình 4.13) ta được một ma trận toạ độ của các điểm giới hạn ở vị trí đã biến đổi như sau:

$$H = \begin{array}{c|cccc} & \textcircled{1} & \textcircled{2} & \textcircled{3} & \textcircled{4} & \textcircled{5} & \textcircled{6} \\ \hline 0 & 0 & 1 & 4 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \begin{array}{c|cccc} \textcircled{1} & \textcircled{2} & \textcircled{3} & \textcircled{4} & \textcircled{5} & \textcircled{6} \\ \hline 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 4 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{array}$$

$$= \begin{array}{c|cccc} \textcircled{1} & \textcircled{2} & \textcircled{3} & \textcircled{4} & \textcircled{5} & \textcircled{6} \\ \hline 4 & 4 & 6 & 6 & 4 & 4 \\ 1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{array}$$

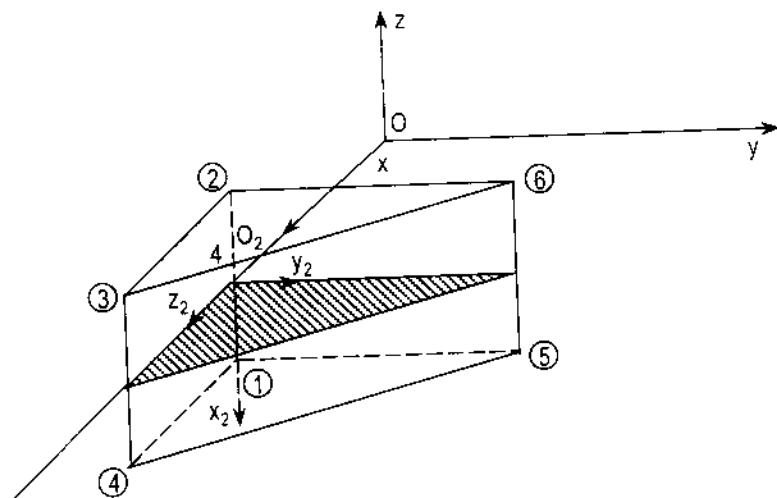
Trên hệ toạ độ, vật thể lần lượt có chuyển vị sau:

$$H_1 = \text{Trans}(4, 0, 0)$$



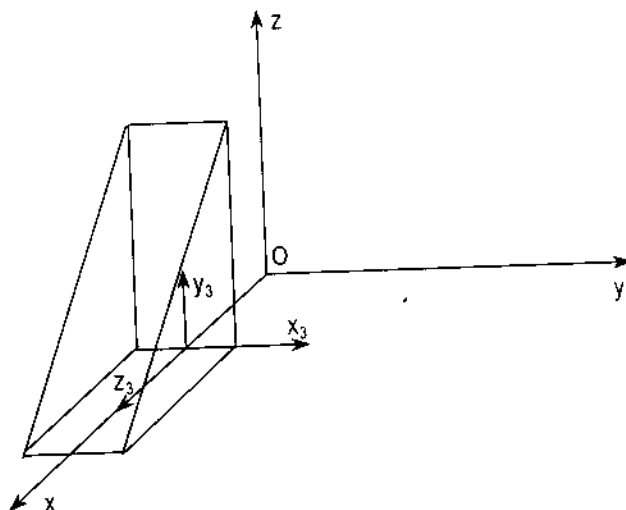
Hình 4.11. Tịnh tiến vật thể

$$H_2 = \text{Trans}(4, 0, 0) \text{ Rot}[y, 90^\circ]$$



Hình 4.12. Quay vật thể sau khi tịnh tiến

$$H = H_1 = \text{Trans}(4, 0, 0) \text{ Rot}[y, 90^\circ] \text{ Rot}[z, 90^\circ]$$



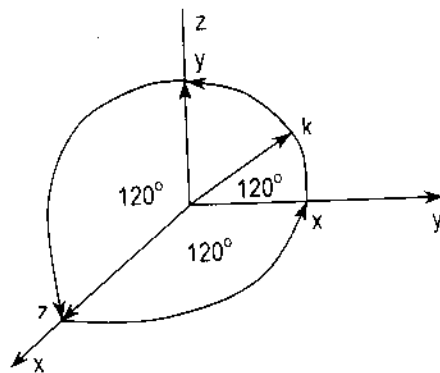
Hình 4.13. Vật thể sau khi tịnh tiến và quay quanh hai trục tọa độ

4.4. PHÉP QUAY TỔNG QUÁT

Bạn đọc vừa nghiên cứu các phép quay cơ bản xung quanh các trục tọa độ x, y, z của hệ tọa độ chuẩn $O(x, y, z)$. Bây giờ ta hãy thực hiện phép quay quanh một vectơ bất kỳ k một góc θ nào đó. Ràng buộc duy nhất là góc của vectơ k phải trùng với góc của một hệ toạ xác định trước (hình 4. 14).

Ví dụ: Giả sử ta có một hệ C biểu diễn bởi:

$$C = \begin{matrix} & C_1 & C_2 & C_3 & C_0 \\ \begin{matrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \\ 0 \end{matrix} & \begin{matrix} O_1 \\ O_2 \\ O_3 \\ 0 \end{matrix} & \begin{matrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ 0 \end{matrix} & \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{matrix} \end{matrix}$$



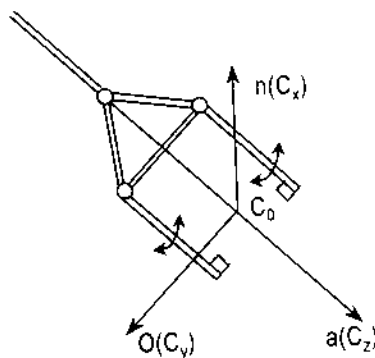
Hình 4.14. Trục quay tổng quát

Khi gắn hệ này với một bàn tay máy (hình 4.15), biểu thị:

a là phương tiếp cận với đối tượng (approximation)

O là phương cầm nắm đối tượng (Occupation)

n là phương pháp tuyến với mặt (a, O) (normal)



Hình 4.15. Hệ tọa độ trên khâu chấp hành cuối (bàn tay máy)

Bây giờ bạn đọc hãy coi vectơ bất kỳ k (mà ta cần thực hiện phép quay quanh nó một góc θ) là một trong các vectơ đơn vị của hệ C .

Chẳng hạn:

$$k = a_x i + a_y j + a_z k \equiv C,$$

Lúc đó: Phép quay $\text{Rot}[k, \theta]$ sẽ trở thành phép quay $\text{Rot}[C, \theta]$.

Nếu ta có T mô tả trong hệ gốc trong đó k là vectơ bất kỳ, thì ta có X mô tả trong hệ C với k là một trong các vectơ đơn vị. Từ điều kiện biến đổi đồng nhất, T và X có liên hệ:

$$T = C.X$$

hay $X = C^{-1} \cdot T$

Lúc đó các phép quay dưới đây là đồng nhất:

$$\text{Rot}[k, \theta] = \text{Rot}[C, \theta]$$

hay là $\text{Rot}[k, \theta]T = C \cdot \text{Rot}[z, \theta] X = C \text{Rot}(z, \theta) C^{-1}T$

Vậy $\text{Rot}(k, \theta) = C \cdot \text{Rot}(z, \theta) C^{-1}$

$\text{Rot}[z, \theta]$ là phép quay cơ bản quanh z một góc θ và có thể dùng lại công thức (4.4).

C^{-1} là ma trận nghịch đảo của C.

Theo định nghĩa:

$$C^{-1} = \begin{vmatrix} n_x & n_y & n_z & 0 \\ O_x & O_y & O_z & 0 \\ a_x & a_y & a_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

Thay vào đó ta có:

$$\begin{vmatrix} n_x & O_x & a_x & 0 \\ n_y & O_y & a_y & 0 \\ n_z & O_z & a_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} n_x & n_y & n_z & 0 \\ O_x & O_y & O_z & 0 \\ a_x & a_y & a_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\text{Rot}(z, \theta) C^{-1} = \begin{vmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} n_x & n_y & n_z & 0 \\ O_x & O_y & O_z & 0 \\ a_x & a_y & a_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} n_x \cos \theta - O_x \sin \theta & n_y \cos \theta - O_y \sin \theta & n_z \cos \theta - O_z \sin \theta & 0 \\ n_x \sin \theta + O_x \cos \theta & n_y \sin \theta + O_y \cos \theta & n_z \sin \theta + O_z \cos \theta & 0 \\ a_x & a_y & a_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

Nhân ma trận vừa tính với:

$$C = \begin{vmatrix} n_x & O_x & a_x & 0 \\ n_y & O_y & a_y & 0 \\ n_z & O_z & a_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

ta có:

$$C \text{ Rot}(z, \theta) C^{-1} =$$

$$\begin{vmatrix} n_x n_x \cos \theta - n_x O_x \sin \theta + n_x O_x \sin \theta + O_x O_x \cos \theta + a_x a_x & n_x n_y \cos \theta - n_y O_x \sin \theta + n_x O_y \sin \theta + O_x O_y \cos \theta + a_x a_y & n_x n_z \cos \theta - n_z O_x \sin \theta + n_x O_z \sin \theta + O_x O_z \cos \theta + a_x a_z & 0 \\ n_x n_y \cos \theta - n_y O_x \sin \theta + n_x O_y \sin \theta + O_x O_y \cos \theta + a_x a_y & n_y n_y \cos \theta - n_y O_y \sin \theta + n_y O_y \sin \theta + O_y O_y \cos \theta + a_y a_y & n_y n_z \cos \theta - n_z O_y \sin \theta + n_y O_z \sin \theta + O_y O_z \cos \theta + a_y a_z & 0 \\ n_x n_z \cos \theta - n_z O_x \sin \theta + n_x O_z \sin \theta + O_x O_z \cos \theta + a_x a_z & n_y n_z \cos \theta - n_z O_y \sin \theta + n_y O_z \sin \theta + O_y O_z \cos \theta + a_y a_z & n_z n_z \cos \theta - n_z O_z \sin \theta + n_z O_z \sin \theta + O_z O_z \cos \theta + a_z a_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} n_x n_x \cos \theta - n_x O_x \sin \theta + n_x O_x \sin \theta + O_x O_x \cos \theta + a_x a_x & n_x n_y \cos \theta - n_y O_x \sin \theta + n_x O_y \sin \theta + O_x O_y \cos \theta + a_x a_y & n_x n_z \cos \theta - n_z O_x \sin \theta + n_x O_z \sin \theta + O_x O_z \cos \theta + a_x a_z & 0 \\ n_x n_y \cos \theta - n_y O_x \sin \theta + n_x O_y \sin \theta + O_x O_y \cos \theta + a_x a_y & n_y n_y \cos \theta - n_y O_y \sin \theta + n_y O_y \sin \theta + O_y O_y \cos \theta + a_y a_y & n_y n_z \cos \theta - n_z O_y \sin \theta + n_y O_z \sin \theta + O_y O_z \cos \theta + a_y a_z & 0 \\ n_x n_z \cos \theta - n_z O_x \sin \theta + n_x O_z \sin \theta + O_x O_z \cos \theta + a_x a_z & n_y n_z \cos \theta - n_z O_y \sin \theta + n_y O_z \sin \theta + O_y O_z \cos \theta + a_y a_z & n_z n_z \cos \theta - n_z O_z \sin \theta + n_z O_z \sin \theta + O_z O_z \cos \theta + a_z a_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} n_x n_x \cos \theta - n_x O_x \sin \theta + n_x O_x \sin \theta + O_x O_x \cos \theta + a_x a_x & n_x n_y \cos \theta - n_y O_x \sin \theta + n_x O_y \sin \theta + O_x O_y \cos \theta + a_x a_y & n_x n_z \cos \theta - n_z O_x \sin \theta + n_x O_z \sin \theta + O_x O_z \cos \theta + a_x a_z & 0 \\ n_x n_y \cos \theta - n_y O_x \sin \theta + n_x O_y \sin \theta + O_x O_y \cos \theta + a_x a_y & n_y n_y \cos \theta - n_y O_y \sin \theta + n_y O_y \sin \theta + O_y O_y \cos \theta + a_y a_y & n_y n_z \cos \theta - n_z O_y \sin \theta + n_y O_z \sin \theta + O_y O_z \cos \theta + a_y a_z & 0 \\ n_x n_z \cos \theta - n_z O_x \sin \theta + n_x O_z \sin \theta + O_x O_z \cos \theta + a_x a_z & n_y n_z \cos \theta - n_z O_y \sin \theta + n_y O_z \sin \theta + O_y O_z \cos \theta + a_y a_z & n_z n_z \cos \theta - n_z O_z \sin \theta + n_z O_z \sin \theta + O_z O_z \cos \theta + a_z a_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

Để đơn giản hoá cách biểu thị ma trận, ta dùng các mối quan hệ sau:

- Tích vô hướng của bất kỳ hàng hay cột nào của C với bất kỳ hàng hay cột nào khác đều bằng 0 (không) vì các vector là trực giao.
- Tích vô hướng của bất kỳ hàng hoặc cột nào của C với chính nó đều bằng 1 và là vector đơn vị.
- Vector đơn vị z là vector tích chéo hay tích vector của x và y. Hay là:

$$a = n \times O$$

trong đó:

$$a_x = n_y O_z - n_z O_y$$

$$a_y = n_x O_z - n_z O_x$$

$$a_z = n_x O_y - n_y O_x$$

Khi cho k trùng với một trong số vectơ đơn vị của C ta đã chọn:

$$k_x = a_x$$

$$k_y = a_y$$

$$k_z = a_z$$

Ta thêm vào ký hiệu: $\text{Vers } \theta = 1 - \cos \theta$ (đọc là "vécsin têta")

Sau khi thực hiện các phép tính ma trận, ta có ma trận chuyển đổi của phép quay tổng quát là:

$$\text{Rot}[k, \theta] = \begin{vmatrix} K_x K_x \text{Vers} \theta + \cos \theta & K_y K_x \text{Vers} \theta - K_z \sin \theta & K_z K_x \text{Vers} \theta + K_y \sin \theta & 0 \\ K_x K_y \text{Vers} \theta + K_z \sin \theta & K_y K_y \text{Vers} \theta + \cos \theta & K_z K_y \text{Vers} \theta - K_x \sin \theta & 0 \\ K_x K_z \text{Vers} \theta - K_y \sin \theta & K_y K_z \text{Vers} \theta + K_x \sin \theta & K_z K_z \text{Vers} \theta + \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad (4.5)$$

Chú ý: Từ phép quay tổng quát có thể suy ra các phép quay cơ bản quanh trục tọa độ. Ví dụ: quay quanh x: thay $K_x = 1$, $K_y = 0$, $K_z = 0$ và $\text{Vers} \theta = 1 - \cos \theta$, ta có:

$$\text{Rot}[X, \theta] = \begin{vmatrix} 1.1.(1-\cos\theta)+\cos\theta & 0.1.(1-\cos\theta)-0\sin\theta & 0.1.(1-\cos\theta)+0\sin\theta & 0 \\ 1.0.(1-\cos\theta)+0\sin\theta & 0.0.(1-\cos\theta)+\cos\theta & 0.0.(1-\cos\theta)-1\sin\theta & 0 \\ 1.0.(1-\cos\theta) 0\sin\theta & 0.0.(1-\cos\theta)+1\sin\theta & 0.0.(1-\cos\theta)+\cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\text{Rot}[X, \theta] = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ 0 & \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

Cũng như vậy khi thay $K_x = 0$, $K_y = 1$, $K_z = 0$, công thức (4.5) sẽ trở về (4.3) và khi thay $K_x = 0$; $K_y = 0$; $K_z = 1$, công thức (4.5) sẽ trở về (4.4).

4.5. BÀI TOÁN NGƯỢC: TÌM GÓC QUAY, TRỤC QUAY TƯƠNG ĐƯƠNG

Trong các mục 4.2 và 4.4, bạn đọc đã nghiên cứu các bài toán thuận, nghĩa là chỉ định trục quay, góc quay - xét các kết quả biến đổi (chuyển vị và đổi hướng) khi thực hiện các chỉ định ấy.

Bây giờ vấn đề đặt ra là: ta đã biết kết quả của một phép biến đổi nào đó, hãy tìm các chỉ định (trục quay k nào? góc quay θ là bao nhiêu?) để khi thực hiện theo, ta được kết quả đưa ra.

Giả sử kết quả của phép biến đổi đồng nhất đưa ra bởi:

$$R = \begin{vmatrix} n_x & O_x & a_x & 0 \\ n_y & O_y & a_y & 0 \\ n_z & O_z & a_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

Một cách chắc chắn: $R = \text{Rot}[k, \theta]$. Vấn đề là k xác định ra sao? θ là góc bao nhiêu độ?

Bạn đọc lại biết $\text{Rot}[k, \theta]$ được định nghĩa bởi (4.5), vậy $R = (4.5)$. Thay vào ta có:

$$\begin{vmatrix} n_x & O_x & a_x & 0 \\ n_y & O_y & a_y & 0 \\ n_z & O_z & a_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} K_x K_x \text{Vers}\theta + \cos\theta & K_y K_x \text{Vers}\theta - K_x \sin\theta & K_z K_x \text{Vers}\theta + K_x \sin\theta & 0 \\ K_x K_y \text{Vers}\theta + K_y \sin\theta & K_y K_y \text{Vers}\theta + \cos\theta & K_z K_y \text{Vers}\theta - K_y \sin\theta & 0 \\ K_x K_z \text{Vers}\theta - K_z \sin\theta & K_y K_z \text{Vers}\theta + K_z \sin\theta & K_z K_z \text{Vers}\theta + \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad (4.6)$$

Bước 1: Xác định góc quay θ

* Cộng đường chéo hai ma trận ở các vế, ta có:

$$\begin{aligned} n_x + O_y + a_z + 1 &= K_x^2 \text{Vers}\theta + \cos\theta + K_y^2 \text{Vers}\theta + \cos\theta + K_z^2 \text{Vers}\theta + \cos\theta + 1 \\ &= (1 - \cos\theta)(K_x^2 + K_y^2 + K_z^2) + 3\cos\theta + 1 \\ &= 1 - \cos\theta + 3\cos\theta + 1 \\ &= 2(1 + \cos\theta) \\ \cos\theta &= \frac{1}{2}(n_x + O_y + a_z + 1) \end{aligned} \quad (4.7^*)$$

* Tính hiệu các phần tử tương ứng của hai ma trận, chẳng hạn:

$$\left. \begin{aligned} O_z - a_y &= 2K_x \sin\theta \\ a_x - n_z &= 2K_y \sin\theta \\ n_y - O_x &= 2K_z \sin\theta \end{aligned} \right\} \quad (4.7^{**})$$

* Bình phương hai vế của các phương trình trên rồi cộng lại, ta có:

$$(O_z - a_y)^2 + (a_x - n_z)^2 + (n_y - O_x)^2 = 4 \sin^2\theta$$

$$\text{Vậy: } \sin\theta = \pm \frac{1}{2} \sqrt{(O_z - a_y)^2 + (a_x - n_z)^2 + (n_y - O_x)^2} \quad (4.7^{***})$$

Với $0 \leq \theta \leq 180^\circ$:

$$\lg\theta = \frac{\sqrt{(O_z - a_y)^2 + (a_x - n_z)^2 + (n_y - O_x)^2}}{n_x + O_y + a_z - 1} \quad (4.7)$$

Và trục quay k được định nghĩa bởi:

$$\left. \begin{aligned} K_x &= \frac{O_z - a_y}{2 \sin\theta} \\ K_y &= \frac{a_x - n_z}{2 \sin\theta} \\ K_z &= \frac{n_y - O_x}{2 \sin\theta} \end{aligned} \right\} \quad (4.8)$$

Đề ý rằng với các công thức (4.8):

- Nếu $\theta = 0^\circ$ thì K_x, K_y, K_z có dạng $0/0$. Lúc này phải chuẩn hoá k sao cho $|k| = 1$.

- Nếu $\theta = 180^\circ$ thì K_x, K_y, K_z có dạng $(a \neq 0)/0$. Lúc này k không xác định được. Ta phải dùng cách tính khác cho trường hợp này.

Cho các phần tử tương đương của hai ma trận trong (4.6):

$$n_x = K_x^2 \text{Vers}\theta + \cos\theta$$

$$O_y = K_y^2 \text{Vers}\theta + \cos\theta$$

$$a_z = K_z^2 \text{Vers}\theta + \cos\theta$$

từ đây suy ra:

$$K_x = \pm \sqrt{\frac{n_x - \cos \theta}{\text{Vers} \theta}} = \pm \sqrt{\frac{n_x - \cos \theta}{1 - \cos \theta}}$$

$$K_y = \pm \sqrt{\frac{O_y - \cos \theta}{\text{Vers} \theta}} = \pm \sqrt{\frac{O_y - \cos \theta}{1 - \cos \theta}}$$

$$K_z = \pm \sqrt{\frac{a_z - \cos \theta}{\text{Vers} \theta}} = \pm \sqrt{\frac{a_z - \cos \theta}{1 - \cos \theta}}$$

Trong khoảng $90^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$, $\sin \theta$ luôn luôn lớn hơn 0.

Để nhận thấy ở hệ phương trình (4.7**) lúc này K_x , K_y , K_z luôn có cùng dấu với vế trái.

Ta biểu diễn là:

$\text{Sgn}(\dots)$ đọc là: cùng dấu với $(\dots)$

Chẳng hạn:

$$\left. \begin{aligned} K_x &= \text{Sgn}(O_z - a_y) \sqrt{\frac{n_x - \cos \theta}{1 - \cos \theta}} \\ K_y &= \text{Sgn}(a_x - n_z) \sqrt{\frac{O_y - \cos \theta}{1 - \cos \theta}} \\ K_z &= \text{Sgn}(n_y - O_x) \sqrt{\frac{a_z - \cos \theta}{1 - \cos \theta}} \end{aligned} \right\} \quad (4.9)$$

Hệ (4.9) chỉ xác định xem trong các K_x , K_y , K_z thành phần nào có giá trị lớn nhất. Các phần tử còn lại nên tính theo phần tử có giá trị lớn nhất để xác định k được thuận tiện. Lúc đó, dùng phương pháp cộng các cặp còn lại của các phần tử đối xứng qua đường chéo ma trận chuyển đổi (4.6).

$$\begin{aligned} n_y + O_x &= 2K_x K_y \text{Vers} \theta = 2K_x K_y (1 - \cos \theta) \\ O_z + a_y &= 2K_y K_z \text{Vers} \theta = 2K_y K_z (1 - \cos \theta) \\ a_x + n_z &= 2K_z K_x \text{Vers} \theta = 2K_z K_x (1 - \cos \theta) \end{aligned} \quad (4.10)$$

Giả sử theo hệ (4.9) ta có K_x là lớn nhất. Lúc đó K_y , K_z sẽ tính theo K_x bằng hệ số (4.10). Cụ thể:

$$\left. \begin{aligned} K_y &= \frac{n_y + O_x}{2K_x (1 - \cos \theta)} \\ K_z &= \frac{a_x + n_z}{2K_x (1 - \cos \theta)} \end{aligned} \right\} \quad (4.11)$$

Ví dụ: Cho $R = \text{Rot}(y, 90^\circ) \text{Rot}(z, 90^\circ)$. Hãy tìm k, θ để $R = \text{Rot}(k, \theta)$.

Ta đã biết:

$$R = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \text{Rot}(y, 90^\circ) \text{Rot}(z, 90^\circ)$$

$$\text{Theo (4.7*)} \Rightarrow \cos\theta = \frac{1}{2} (0 + 0 + 0 - 1) = -\frac{1}{2}$$

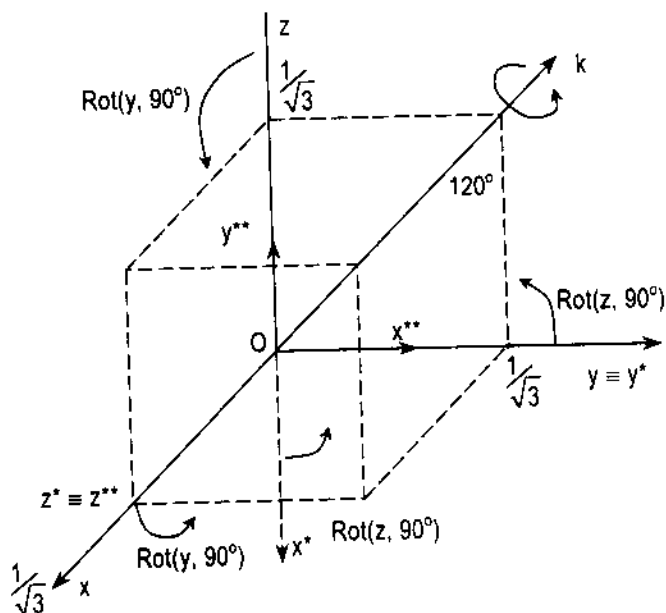
$$(4.7**) \Rightarrow \sin\theta = \frac{1}{2} \sqrt{(1-0)^2 + (1-0)^2 + (1-0)^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$(4.7) \Rightarrow \text{tg}\theta = -\sqrt{3} \text{ và } \theta = 120^\circ$$

$$\text{Theo (4.9)} \Rightarrow K_x = K_y = K_z = + \sqrt{\frac{0+1/2}{1+1/2}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\text{Vậy: } \text{Rot}(y, 90^\circ) \text{Rot}(z, 90^\circ) = \text{Rot}(k, 120^\circ)$$

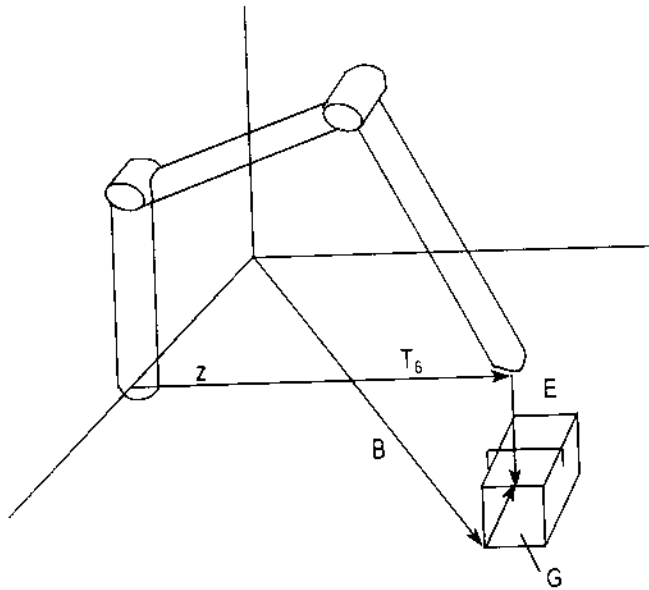
$$\text{Với } \vec{k} = \frac{1}{\sqrt{3}}\vec{i} + \frac{1}{\sqrt{3}}\vec{j} + \frac{1}{\sqrt{3}}\vec{k}$$



Hình 4.16. Tìm góc quay, trục quay tương đương

4.6. BIỂU DIỄN PHƯƠNG TRÌNH BIẾN ĐỔI (TRANSFORMATION EQUATIONS)

Với các phương trình biến đổi, một hệ toạ độ có thể được mô tả bởi hai hay nhiều cách. Bạn đọc hãy xem một tình huống được mô tả trên hình 4.17.



Hình 4.17

Một tay máy được định vị trong một hệ toạ độ chuẩn Z. Điểm cuối của tay máy được mô tả bởi chuyển vị ZT_6 và yếu tố tác động cuối được mô tả bởi T^6E . Một đối tượng cũng được định vị trong hệ toạ độ chuẩn và được mô tả bởi chuyển vị B. Yếu tố tác động cuối của tay máy được định vị với đối tượng cầm nắm bởi BG . Như vậy ta có hai cách viết để mô tả vị trí của yếu tố tác động cuối: Một cách viết quan tâm đến đối tượng cầm nắm và một cách khác quan tâm đến bản thân tay máy. Cả hai vị trí thực chất chỉ là một, cho nên có thể cân bằng hai cách viết này:

$${}^ZT_6 T^6E = B{}^BG \quad (4.12)$$

Phương trình này có thể được mô tả trực tiếp bởi toán đồ chuyển vị trên hình 4.18. Mỗi nhánh của toán đồ trình bày một chuyển vị và được định hướng từ hệ toạ độ xác định chúng.

Để giải phương trình (4.12) nhằm tìm chuyển vị T_6 , nhân (4.12) với Z^{-1} và E^{-1} , ta nhận được:

$$T_6 = Z^{-1}BGE^{-1} \quad (4.13)$$

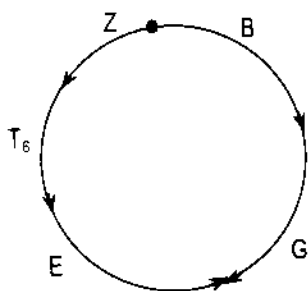
Kết quả này cũng có thể nhận được từ toán đồ chuyển vị với việc đọc bắt đầu từ gốc của nhánh T_6 đọc ngược, cho đến điểm đỉnh của nhánh T_6 . Lúc đó một lần nữa $T_6 = Z^{-1}BGE^{-1}$ như (4.13).

Giả sử vị trí của đối tượng B chưa biết, nhưng tay máy đã thực hiện chuyển động sao cho yếu tố tác động cuối cùng của nó định vị được trên đối tượng một cách chính xác. Ta có thể tìm chuyển vị B từ phương trình (4.12) bằng cách nhân nó với G^{-1} , hoặc tìm kết quả trực tiếp trên toán đồ chuyển vị bằng cách đọc từ gốc đến đỉnh của nhánh B. Ta đều có:

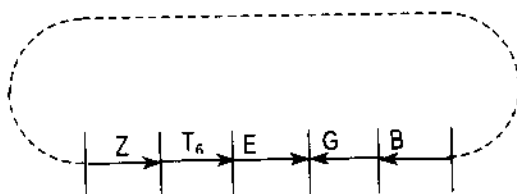
$$B = ZT_6EG^{-1} \quad (4.14)$$

Bạn đọc cũng có thể dùng toán đồ chuyển vị để liên kết nhóm các chuyển vị, chẳng hạn:

$$ZT_6 = BGE^{-1} \quad (4.15)$$



Hình 4.18. Toán đồ chuyển vị dạng 1



Hình 4.19. Toán đồ chuyển vị dạng 2

Toán đồ trên hình 4.18 được trình bày lại ở dạng toán đồ trên hình 4.19 để tiện lợi hơn trong khi ghép nhóm các chuyển vị nối tiếp nhau. Các đoạn phân cách thẳng đứng để trình bày các hệ tọa độ riêng lẻ trên mỗi nhánh.

4.7. KẾT LUẬN CHƯƠNG 4

Các phép biến đổi đồng nhất để miêu tả vị trí và hướng của các hệ toạ độ trong không gian. Nếu một hệ toạ độ được gắn liền với đối tượng thì chính vị trí và hướng của bản thân đối tượng cũng được mô tả một cách dễ dàng. Khi mô tả đối tượng A trong mối quan hệ với đối tượng B, bạn đọc hãy luôn nghĩ rằng một chuyển vị đồng nhất có thể đảo ngược để mô tả đối tượng B thông qua mối quan hệ của nó với đối tượng A. Điều này không nên hiểu một cách thô thiển rằng với một vectơ đơn giản mà mô tả được chuyển động tương đối của một đối tượng này so với một đối tượng khác.

Một chuyển vị có thể là kết quả hợp nhất của nhiều chuyển vị quay và tịnh tiến kế tiếp nhau. Tuy nhiên, xin bạn đọc lưu ý nếu sự kế tiếp thực hiện theo chiều trái qua phải, thì kết quả quay và tịnh tiến được mô tả trong hệ toạ độ hiện khảo sát; còn nếu sự kế tiếp thực hiện theo chiều phải qua trái, kết quả sẽ mô tả trong một hệ toạ độ động khác với hệ đang khảo sát.

CHƯƠNG 5

PHƯƠNG TRÌNH ĐỘNG HỌC CỦA ROBOT

(Kinematics equations)

5.1. DẪN NHẬP

Bất kỳ một robot hay một tay máy nào cũng có thể coi là một tập hợp các khâu (link) gắn liền với các khớp (joint). Ta hãy đặt trên mỗi khâu của robot một hệ toạ độ. Sử dụng các phép biến đổi đồng nhất (Homogeneous transformations) để mô tả vị trí tương đối và hướng giữa các hệ toạ độ này. Denavit đã gọi biến đổi đồng nhất mô tả quan hệ giữa một khâu và một khâu kế tiếp là một ma trận A. Nói đơn giản hơn, một ma trận A là một mô tả biến đổi đồng nhất bởi phép quay và phép tịnh tiến tương đối giữa hệ toạ độ của khâu. A_1 mô tả vị trí và hướng của khâu đầu tiên. A_2 mô tả vị trí và hướng của khâu thứ hai so với khâu đầu.

Như vậy vị trí và hướng của khâu thứ hai so với hệ toạ độ chuẩn (gốc = base) được đưa ra bởi ma trận:

$$T_2 = A_1 \cdot A_2 \quad (5.1)$$

Cũng như vậy, A_3 mô tả khâu thứ ba so với khâu thứ hai và:

$$T_3 = A_1 \cdot A_2 \cdot A_3 \quad (5.2)$$

Cũng theo Denavit, tích của các ma trận A được gọi là ma trận T bỏ qua chỉ số nếu chỉ số đó bằng 0. Cho một tay máy 6 khâu, ta có:

$$T_6 = A_1 \cdot A_2 \cdot A_3 \cdot A_4 \cdot A_5 \cdot A_6 \quad (5.3)$$

Một robot 6 khâu có thể có 6 bậc tự do và có thể được định vị, định hướng tùy ý trong trường vận động của chúng (range of motion). Ba bậc tự do xác định vị trí thuần túy và ba bậc tự do khác xác định hướng mong muốn. T_6 sẽ là ma trận trình bày cả hướng và vị trí của tay máy. Hình 5.1 mô tả các quan hệ đó với bàn tay máy. Ta hãy đặt gốc của hệ toạ độ mô tả tại tâm cách đều các ngón tay (finger tips). Gốc toạ độ này được mô tả bởi vectơ p.

Ba vectơ đơn vị mô tả hướng của bàn tay được xác định như sau:

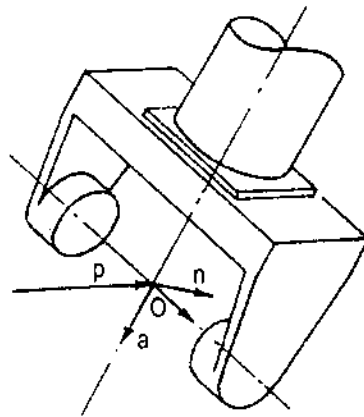
- Vector z có hướng mà theo đó bàn tay sẽ tiếp cận đến đối tượng, như đã biết đó là vector a (approach).

- Vector y có hướng mà theo đó các ngón tay của bàn tay nắm vào nhau khi nắm bắt đối tượng, đó là vector O (Occupation).

- Vector cuối cùng là vector pháp tuyến n (normal).

Từ đây ta có tích vector:

$$n = O \times a$$



Hình 5.1. Các vector O , a , n và p của bàn tay máy

Chuyển vị T_6 như vậy sẽ bao gồm các phần tử:

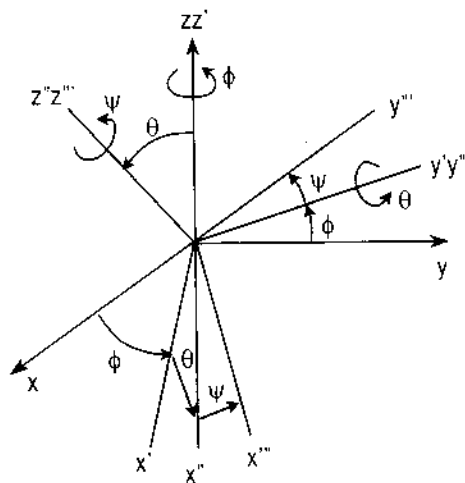
$$T_6 = \begin{vmatrix} n_x & O_x & a_x & p_x \\ n_y & O_y & a_y & p_y \\ n_z & O_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad (5.4)$$

Bạn đọc nhớ lại trong chương 4 chúng ta đã nghiên cứu vấn đề định hướng cho khâu chấp hành cuối của robot thông qua phép quay một góc θ quanh trục k bất kỳ. Phép quay tổng quát đó giúp ta giải quyết tính toán định hướng khi gặp phải những trường hợp rất khó khăn, chẳng hạn khi khâu chấp hành cuối thẳng hàng với trục toạ độ của hệ (O, a, n) .

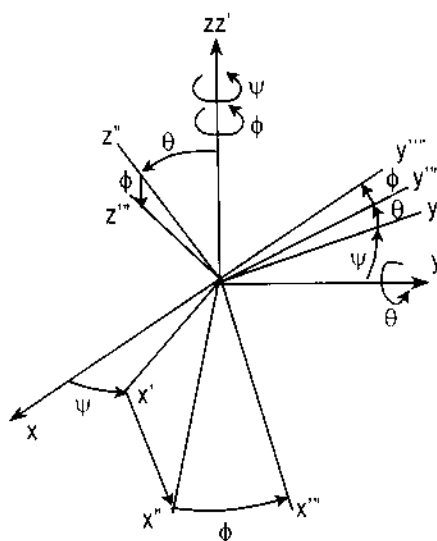
5.2. PHÉP QUAY EULER

Trên thực tế, việc định hướng thường là kết quả của các phép quay xung quanh các trục x , y , z . Phép quay Euler mô tả khả năng định hướng bằng cách:

- Quay một góc ϕ xung quanh trục z .
- Quay tiếp một góc θ xung quanh trục y mới, đó là y' .
- Cuối cùng quay một góc ψ quanh trục z mới, đó là z'' (xem hình 5.2).



Hình 5.2. Phép quay Euler



Hình 5.3. Phép quay Euler trong hệ tọa độ chuẩn

Ta biểu diễn phép quay Euler bởi:

$$\text{Euler}(\phi, \theta, \psi) = \text{Rot}(z, \phi)\text{Rot}(y, \theta)\text{Rot}(z, \psi) \quad (5.5)$$

Trong mọi trường hợp, kết quả của phép quay phụ thuộc rất chặt chẽ vào thứ tự thực hiện quay. Tuy nhiên chú ý rằng sự tiếp nối các phép quay ở phép quay Euler theo thứ tự ngược lại: Quay ψ quanh z_0 rồi tiếp theo là θ quanh y_0 và cuối cùng là ϕ quanh z_0 cũng đưa đến kết quả tương đương (xem hình 5.3), trong đó x_0, y_0, z_0 là các trục của hệ tọa độ chuẩn.

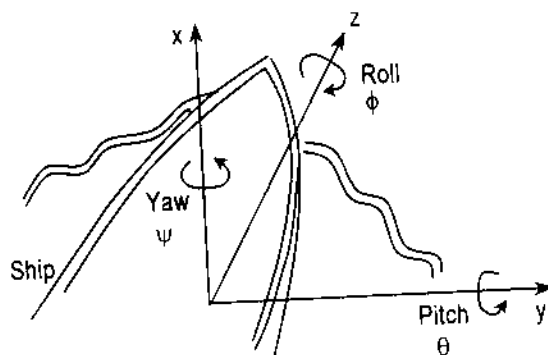
Chuyển vị Euler (ϕ, θ, ψ) có thể định lượng bởi phép nhân các ma trận quay với nhau:

$$\begin{aligned}
 \text{Euler}(\phi, \theta, \psi) &= \text{Rot}(z, \phi) \cdot \begin{vmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \cos\psi & -\sin\psi & 0 & 0 \\ \sin\psi & \cos\psi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \\
 &= \begin{vmatrix} \cos\phi & -\sin\phi & 0 & 0 \\ \sin\phi & \cos\phi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \cos\theta\cos\psi & -\cos\theta\sin\psi & \sin\theta & 0 \\ \sin\psi & \cos\psi & 0 & 0 \\ -\sin\theta\cos\psi & \sin\theta\sin\psi & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \\
 &= \begin{vmatrix} \cos\phi\cos\theta\cos\psi - \sin\phi\sin\psi & -\cos\phi\cos\theta\sin\psi - \sin\phi\cos\psi & \cos\phi\sin\theta & 0 \\ \sin\phi\cos\theta\cos\psi + \cos\phi\sin\psi & -\sin\phi\cos\theta\sin\psi + \cos\phi\cos\psi & \sin\phi\sin\theta & 0 \\ -\sin\theta\cos\psi & \sin\theta\sin\psi & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad (5.6)
 \end{aligned}$$

5.3. PHÉP QUAY ROLL, PITH VÀ YAW

Một phép quay khác cũng thường được sử dụng, đó là phép quay Roll, Pitch, Yaw.

Bạn đọc hãy tưởng tượng một con tàu. Dọc theo thân tàu là trục z, Roll - lắc thân tàu - tương đương với sự quay một góc ϕ quanh trục z; Pitch - sự bổng bẻnh - tương đương với sự quay một góc θ xung quanh trục y và Yaw - sự lệch hướng - tương đương với phép quay một góc ψ quanh trục x (xem hình 5.4).

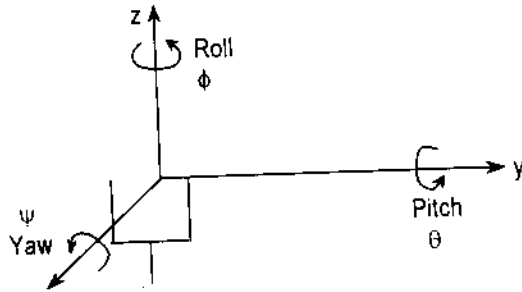


Hình 5.4. Phép quay Roll, Pitch, Yaw

Các phép quay áp dụng cho khâu chấp hành cuối của robot có thể xem trên hình 5.5.

Ta biểu diễn phép quay này thông qua:

$$\text{RPY}(\phi, \theta, \psi) = \text{Rot}(z, \phi)\text{Rot}(y, \theta)\text{Rot}(x, \psi) \quad (5.7)$$



Hình 5.5. Các toạ độ Roll, Pitch, Yaw của tay máy

và định lượng các toạ độ bằng cách thực hiện phép nhân các ma trận quay. Như vậy chuyển vị Roll, Pitch, Yaw có thể biểu thị như sau:

$$\begin{aligned} \text{RPY}(\phi, \psi, \theta) &= \text{Rot}(z, \phi) \cdot \begin{vmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\psi & -\sin\psi & 0 \\ 0 & \sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \\ &= \begin{vmatrix} \cos\phi & -\sin\phi & 0 & 0 \\ \sin\phi & \cos\phi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \cos\theta & \sin\theta\sin\psi & \sin\theta\cos\psi & 0 \\ 0 & \cos\psi & -\sin\psi & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta\sin\psi & \cos\theta\cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \\ &= \begin{vmatrix} \cos\phi\cos\theta & \cos\phi\sin\theta\sin\psi - \sin\phi\cos\psi & \cos\phi\sin\theta\cos\psi + \sin\phi\sin\psi & 0 \\ \sin\phi\cos\theta & \sin\phi\sin\theta\sin\psi + \cos\phi\cos\psi & \sin\phi\sin\theta\cos\psi - \cos\phi\sin\psi & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta\sin\psi & \cos\theta\cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \end{aligned} \quad (5.8)$$

5.4. XÁC ĐỊNH VỊ TRÍ

Sau khi xác định về hướng, bàn tay máy có thể được định vị ở một toạ độ vị trí bằng cách nhân ma trận chuyển hướng với ma trận chuyển vị tịnh tiến tương ứng với vectơ dẫn p. Như vậy ma trận T_6 ở dạng đầy đủ sẽ là:

$$T_6 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & p_x \\ 0 & 1 & 0 & p_y \\ 0 & 0 & 1 & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \text{Ma trận hướng} \end{bmatrix} \quad (5.9)$$

Tuy nhiên, thường xuyên trong quá trình biến đổi toạ độ, việc xác định toạ độ vị trí của bàn tay máy được thực hiện trong các hệ toạ độ trụ và hệ toạ độ cầu.

5.4.1. Biến đổi toạ độ theo mặt trụ

Trong hệ toạ độ này, biến đổi toạ độ bao gồm chuyển vị tịnh tiến r và dọc theo trục x, tiếp theo là phép quay một góc α xung quanh trục z và cuối cùng là phép tịnh tiến z dọc theo trục z (xem hình 5.6).

Ta có: $\text{Cyl}(z, \alpha, r) = \text{Trans}(0, 0, z) \text{Rot}(z, \alpha) \text{Trans}(r, 0, 0)$

(Cyl là chữ tắt của Cylindrical Coordinates).

$$\text{Cyl}(z, \alpha, r) = \text{Trans}(0, 0, z) \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha & 0 & 0 \\ \sin\alpha & \cos\alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & r \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

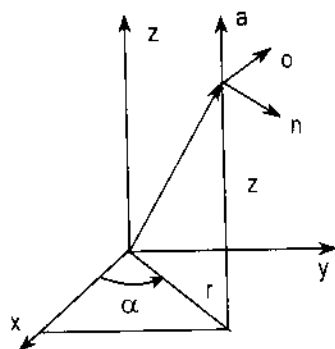
$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha & 0 & r.\cos\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha & 0 & r.\sin\alpha \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Vậy:

$$\text{Cyl}(z, \alpha, r) = \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha & 0 & r.\cos\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha & 0 & r.\sin\alpha \\ 0 & 0 & 1 & z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.10)$$

Nếu ta thực hiện phép nhân sau ma trận chuyển vị này bởi một ma trận hướng, như đã trình bày ở công thức (5.9), thì việc định hướng của bàn tay máy sẽ là ma trận quay góc α xung quanh z với sự tôn trọng các tọa độ vị trí.

Nếu muốn định hướng trong một hệ tọa độ vị trí không quay, ta cho chuyển vị (5.10) quay một góc $(-\alpha)$ xung quanh trục z của nó. Nghĩa là:



Hình 5.6. Biến đổi tọa độ theo mặt trụ

$$\text{Cyl}(z, \alpha, r) = \begin{vmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha & 0 & r.\cos\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha & 0 & r.\sin\alpha \\ 0 & 0 & 1 & z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \cos(-\alpha) & -\sin(-\alpha) & 0 & 0 \\ \sin(-\alpha) & \cos(-\alpha) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha & 0 & r.\cos\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha & 0 & r.\sin\alpha \\ 0 & 0 & 1 & z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha & 0 & 0 \\ -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

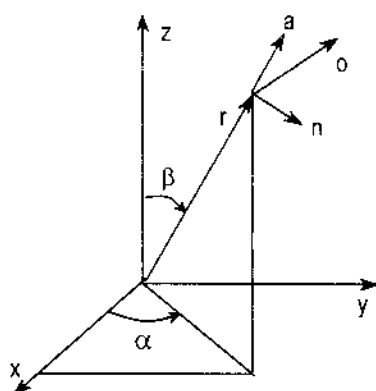
Vậy:

$$\text{Cyl}(z, \alpha, r) = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & r.\cos\alpha \\ 0 & 1 & 0 & r.\sin\alpha \\ 0 & 0 & 1 & z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad (5.11)$$

Và là dạng công thức mà ta muốn diễn tả phép biến đổi tọa độ theo mặt trụ ($\text{Cyl}(z, \alpha, r)$).

5.4.2. Biến đổi tọa độ theo mặt cầu

Bây giờ bạn đọc sẽ nghiên cứu phương pháp xác định vector vị trí trong hệ tọa độ cầu. Phương pháp này bao gồm phép tịnh tiến r dọc theo trục z , tiếp theo là phép quay góc β quanh trục y , cuối cùng là phép quay α quanh trục z (xem hình 5.7).



Hình 5. 7. Hệ toạ độ mặt cầu

Ta có: $\text{Sph}(\alpha, \beta, r) = \text{Rot}(z, \alpha) \text{Rot}(y, \beta) \text{Trans}(0, 0, r)$ (5.12)

Sph là viết tắt của Spherical Coordinates.

$$\text{Sph}(\alpha, \beta, r) = \text{Rot}(z, \alpha) \cdot \begin{vmatrix} \cos\beta & 0 & \sin\beta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin\beta & 0 & \cos\beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & r \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha & 0 & 0 \\ \sin\alpha & \cos\alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \cos\beta & 0 & \sin\beta & r.\sin\beta \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin\beta & 0 & \cos\beta & r.\cos\beta \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\text{Sph}(\alpha, \beta, r) = \begin{vmatrix} \cos\alpha\cos\beta & -\sin\alpha & \cos\alpha\sin\beta & r.\cos\alpha\sin\beta \\ \sin\alpha\cos\beta & \cos\alpha & \sin\alpha\sin\beta & r.\sin\alpha\sin\beta \\ -\sin\beta & 0 & \cos\beta & r.\cos\beta \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad (5.13)$$

Một lần nữa, ta lại không định hướng trong một hệ toạ độ quay, như vậy ta phải nhân (5.13) với các ma trận quay $\text{Rot}(y, -\beta)$ và $\text{Rot}(z, -\alpha)$. Hay là:

$$\text{Sph}(\alpha, \beta, r) = \text{Rot}(z, \alpha) \text{Rot}(y, \beta) \text{Trans}(0, 0, r) \text{Rot}(y, -\beta) \text{Rot}(z, -\alpha) \quad (5.14)$$

Dạng cuối cùng của biến đổi toạ độ theo mặt cầu là:

$$\text{Sph}(\alpha, \beta, r) = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & r.\cos\alpha\sin\beta \\ 0 & 1 & 0 & r.\sin\alpha\sin\beta \\ 0 & 0 & 1 & r.\cos\beta \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad (5.15)$$

5.5. ĐẶC TRƯNG CỦA MA TRẬN T_6

T_6 có thể chỉ rõ bởi nhiều cách dưới dạng một phép quay và một phép tịnh tiến:

$$T_6 = [\text{Trans}].[\text{Rot}] \quad (5.16)$$

Những dạng khác nhau của các chuyển đổi quay và tịnh tiến được nghiên cứu và tổng hợp trong bảng 5.1.

Nếu ta dùng dạng công thức không quay của Cyl và Sph, thì ma trận tích (5.14) sẽ đơn giản được các chuyển đổi quay với sự thay thế cột phải của chúng bằng cột phải của chuyển vị tịnh tiến.

Bảng 5.1

[Trans]	Công thức	[Rot]	Công thức
P_x, P_y, P_z		$O_x, O_y, O_z, a_x, a_y, a_z$	
		$\text{Rot}(k, \theta)$	(5.5)
$\text{Cyl}(z, \alpha, r)$	(5.11)	$\text{Euler}(\phi, \theta, \psi)$	(5.6)
$\text{Sph}(\alpha, \beta, r)$	(5.15)	$\text{RPY}(\phi, \theta, \psi)$	(5.8)

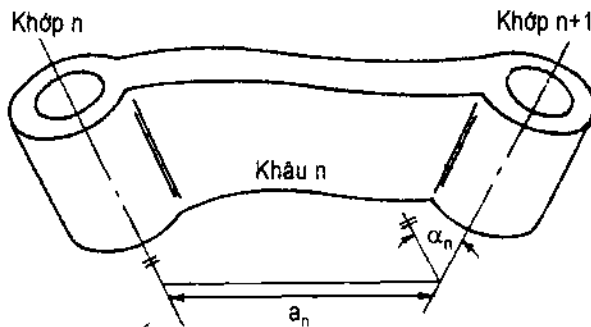
5.6. ĐẶC TRƯNG CỦA CÁC MA TRẬN A

Các ma trận A có mặt ở vế phải của phương trình (5.3). Một tay máy nhiều khâu cấu thành từ liên kết các khâu kế tiếp nhau thông qua các khớp phát động. Một tay máy có n bậc tự do sẽ có n khâu và n khớp. Gốc chuẩn (base) của một tay máy là khâu số 0 và không được coi là một trong sáu khâu. Khâu 1 được nối với khâu chuẩn bởi khớp 1 và không có khớp ở đầu mút của khâu cuối cùng. “Khâu” chỉ có ý nghĩa khi nó duy trì mối quan hệ cố định giữa các “khớp” của tay máy, được đặt ở mỗi đầu mút của khâu.

Bất kỳ khâu nào cũng có thể được đặc trưng bởi hai kích thước:

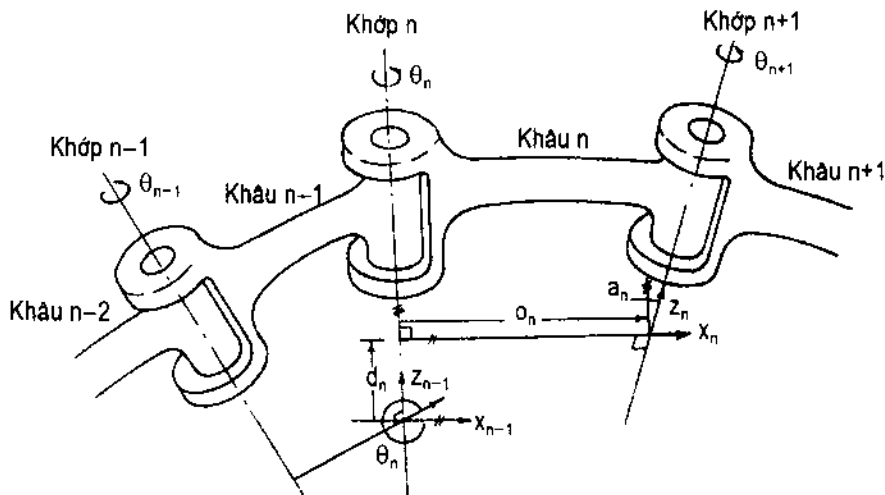
- Độ dài pháp tuyến chung: a_n
- Góc giữa các trục trong mặt phẳng vuông góc với a_n là α_n .

Một cách phổ cập, người ta gọi a_n là chiều dài và α_n là góc xoắn của một khâu (hình 5.8).



Hình 5.8. Chiều dài a_n và góc xoắn α_n của khâu

Phổ biến là hai khâu liên kết với nhau ở chính trục của khớp (xem hình 5.9).



Hình 5.9. Thông số của khâu θ, d, a và α

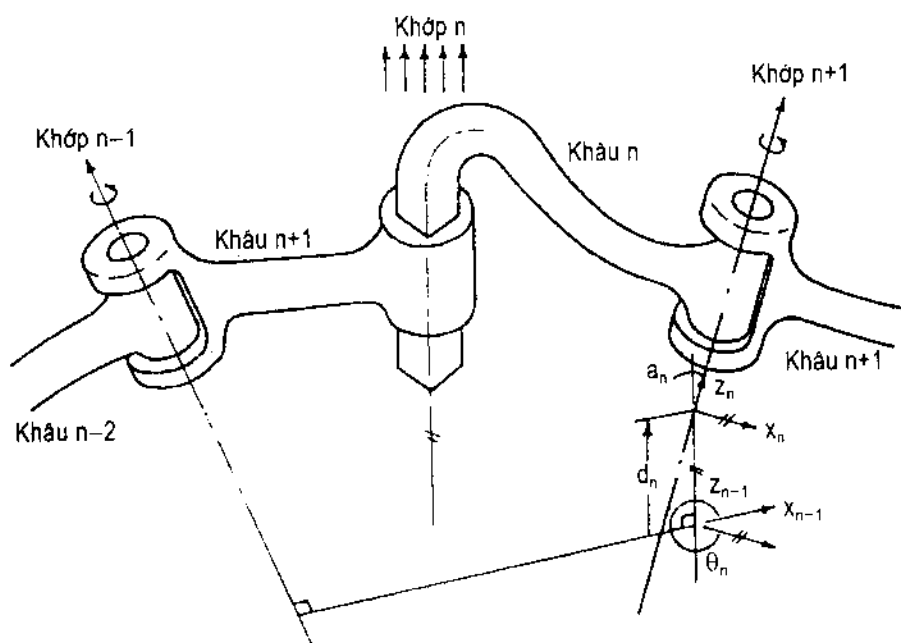
Mỗi trục sẽ có hai pháp tuyến với nó, mỗi pháp tuyến dùng cho mỗi khâu (trước và sau một khớp). Vị trí tương đối của hai khâu liên kết như thế được xác định bởi d_n là khoảng cách giữa các pháp tuyến đo dọc theo trục khớp n và θ_n là góc giữa các pháp tuyến đo trong mặt phẳng pháp tuyến với trục.

d_n và θ_n thường được gọi là khoảng cách và góc giữa các khâu.

Theo một trình tự, để mô tả mối quan hệ giữa các khâu, ta sẽ ấn định mỗi hệ tọa độ cho từng khâu. Ta coi trước hết một khớp cầu là một khớp có θ_n biến đổi. Gốc của hệ tọa độ của khâu thứ n đặt tại điểm cắt của pháp tuyến chung giữa trục khớp thứ n và $n + 1$ và trục của khớp $n + 1$. Trường hợp hai trục khớp cắt nhau, gốc tọa độ sẽ đặt ở chính điểm cắt đó. Nếu các trục khớp song song với nhau, gốc tọa độ được chọn trên trục khớp của khâu kế tiếp. Trục z của khâu n sẽ đặt dọc theo trục khớp $n + 1$. Trục x được đặt dọc theo pháp tuyến chung và hướng từ khớp n đến $n + 1$.

Trường hợp các khớp cắt nhau thì hướng của trục x có thể song song hoặc đối ngược với vectơ tích chéo của $z_{n-1} \times z_n$. Chú ý rằng điều kiện này cũng thỏa mãn đối với trục x nằm dọc theo pháp tuyến chung giữa khớp n và $n + 1$; $\theta_n = 0$ đối với khớp cầu thứ n khi X_{n-1} và X_n song song và cùng hướng với nhau.

Trong trường hợp của khớp tịnh tiến, khoảng cách d_n thay đổi theo hoạt động của khớp. Phương của trục khớp là phương chuyển động của khớp. Phương của trục tuy được xác định nhưng trái với các khớp cầu, vị trí của nó trong không gian lại chưa xác định (hình 5.10).



Hình 5.10. Thông số của khâu: θ , d và α đối với khớp tịnh tiến có tiếp xúc góc cạnh

Trong trường hợp của khớp tịnh tiến có tiếp xúc là những mặt có góc cạnh, chiều dài a_n là không có nghĩa và được coi bằng 0. Góc của hệ toạ độ ở khớp tịnh tiến đặt trùng với góc của khâu kế tiếp đã xác định. Trục z của khâu có góc cạnh nằm dọc theo trục của khớp $n + 1$. Trục X_n thì song song hoặc đối ngược với vectơ tích chéo giữa trục khớp tịnh tiến với Z_n . Với khớp tịnh tiến ta xác định vị trí 0 khi $d_n = 0$.

Góc của khâu cơ bản (khâu 0 = base) được đặt trùng hợp với góc của khâu 1. Nếu muốn xác định những hệ toạ độ khác nhau giữa chúng, thì mối quan hệ giữa hệ khảo sát và hệ gốc có thể được mô tả bởi một phép biến đổi đồng nhất cố định. Ở đầu cuối tay máy, các chuyển vị cuối d_6 và θ_6 xảy ra ở hệ toạ độ thuộc khâu 5. Góc của hệ toạ độ thuộc khâu 6 do đó được chọn trùng với góc hệ toạ độ khâu 5. Nếu công cụ (hoặc khâu tác động cuối) được sử dụng thì gốc và trục toạ độ của nó không trùng với hệ toạ độ của khâu 6. Bản thân công cụ sẽ có quan hệ với khâu 6 thông qua một phép biến đổi đồng nhất cố định.

Trên cơ sở các hệ toạ độ đã ấn định cho tất cả các khâu liên kết có hệ thống, ta có thể thiết lập mối quan hệ giữa các hệ toạ độ nối tiếp nhau $(n-1)$, (n) bởi các phép quay và tịnh tiến sau đây:

- Quay quanh z_{n-1} một góc θ_n
- Tịnh tiến dọc theo z_{n-1} một đoạn d_n
- Tịnh tiến dọc theo $x_{n-1} = x_n$ một đoạn a_n
- Quay quanh x_n một góc xoắn α_n

Các phép biến đổi đồng nhất này là biểu hiện quan hệ của hệ toạ độ thuộc khâu n so với hệ toạ độ thuộc khâu $n-1$, và tích của chúng được gọi là ma trận A :

$$A_n = \text{Rot}(z, \theta) \text{Trans}(0, 0, d) \text{Trans}(a, 0, 0) \text{Rot}(x, \alpha) \quad (5.17)$$

$$A_n = \begin{vmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & a \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & -\sin\alpha & 0 \\ 0 & \sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$A_n = \begin{vmatrix} \cos\theta & -\sin\theta\cos\alpha & \sin\theta\sin\alpha & a\cos\theta \\ \sin\theta & \cos\theta\cos\alpha & -\cos\theta\sin\alpha & a\sin\theta \\ 0 & \sin\theta & \cos\alpha & d \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad (5.18)$$

Đối với khớp tịnh tiến, ma trận A có dạng:

$$A_n = \begin{vmatrix} \cos\theta & -\sin\theta\cos\alpha & \sin\theta\sin\alpha & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta\cos\alpha & -\cos\theta\sin\alpha & 0 \\ 0 & \sin\alpha & \cos\alpha & d \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad (5.19)$$

Đối với một khâu đi theo một khớp quay thì d , a và α là hằng số. Như vậy ma trận A của khớp quay là một hàm số của biến số θ .

Đối với một khâu đi theo một khớp tịnh tiến thì θ , α là hằng số. Ma trận A của khớp tịnh tiến sẽ là một hàm số của biến số d .

Nếu các biến số được xác định thì giá trị của các ma trận A theo đó cũng được xác định.

5.7. XÁC ĐỊNH T_6 THEO CÁC MA TRẬN A_i

Bạn đọc đã biết:

$$T_6 = A_1 A_2 A_3 A_4 A_5 A_6$$

trong đó T_6 được miêu tả trong hệ tọa độ gốc.

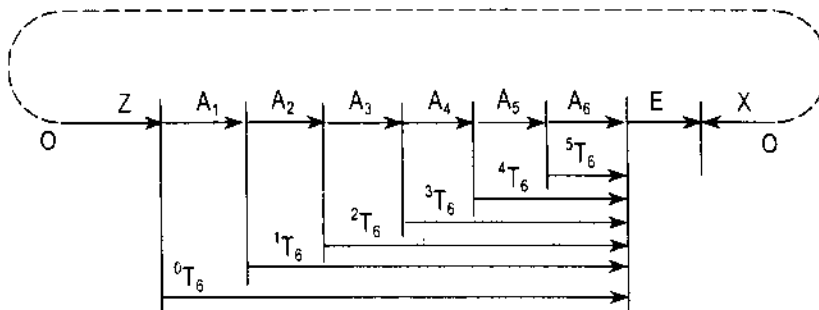
Nếu miêu tả T_6 trong hệ tọa độ thứ $n-1$, ta có:

$${}^{n-1}T_6 = A_n \cdot A_{n+1} \dots A_6$$

Nếu T_6 lại có liên hệ với một hệ tọa độ nào đó bởi một phép biến đổi Z, và nếu công cụ (hay khâu tác động cuối) lại ràng buộc bởi phép biến đổi E, thì vị trí và hướng của điểm cuối của công cụ (tool) khảo sát ở hệ tọa độ mô tả bởi X sẽ được xác định bởi:

$$X = ZT_6E$$

Quan hệ này được thể hiện ở toán đồ trên hình 5.11.



Hình 5.11. Toán đồ chuyển vị của tay máy

Từ toán đồ chuyển vị ở hình 5.11, rút ra:

$$T_6 = Z^{-1} X E^{-1}$$

Một lần nữa bạn đọc có thể thấy vấn đề đưa ra hoàn toàn thống nhất với các kết quả đã thảo luận ở mục (4.6) khi nghiên cứu các phép biến đổi đồng nhất.

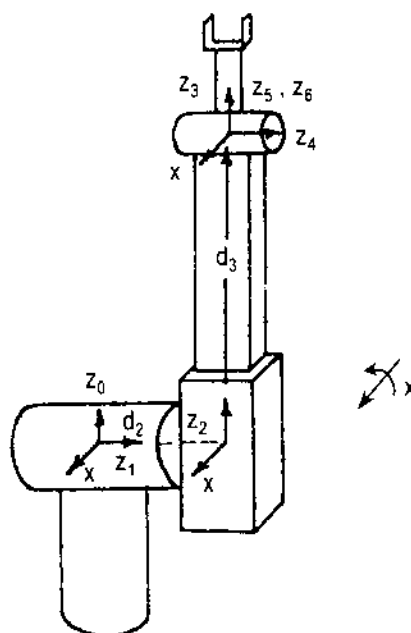
5.8. HỆ PHƯƠNG TRÌNH ĐỘNG HỌC CỦA ROBOT STANFORD

Trên hình 5.12 trình bày mô hình của robot Stanford với sự gán các hệ toạ độ cho từng khâu. Để đơn giản khi viết các phương trình động học, ta viết gọn cho các hàm số lượng giác của góc θ như sau:

$$\sin\theta_i = S_i \quad \cos\theta_i = C_i$$

$$\sin(\theta_i + \theta_j) = S_{ij} \quad \cos(\theta_i + \theta_j) = C_{ij}$$

Bộ thông số của các khâu (θ , d , a , α còn gọi là bộ thông số Denavit Hartenberg hay gọi tắt là bộ thông số của biến đổi DH) được lập thành bảng (bảng 5.2).



Hình 5.12. Robot Stanford

Bảng 5.2. Thông số DH của robot Stanford

Khâu	Biến số	α	a	d	$\cos\alpha$	$\sin\alpha$
1	θ_1	-90°	0	0	0	-1
2	θ_2	90°	0	d_2	0	1
3	θ_3	0°	0	d_3	1	0
4	θ_4	-90°	0	0	0	-1
5	θ_5	90°	0	0	0	1
6	θ_6	0°	0	0	1	0

Theo đó, các ma trận A của robot Stanford được xác định như sau:

$$A_1 = \begin{bmatrix} C_1 & 0 & -S_1 & 0 \\ S_1 & 0 & C_1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad A_2 = \begin{bmatrix} C_2 & 0 & S_2 & 0 \\ S_2 & 0 & -C_2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad A_4 = \begin{bmatrix} C_4 & 0 & -S_4 & 0 \\ S_4 & 0 & C_4 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_5 = \begin{bmatrix} C_5 & 0 & S_5 & 0 \\ S_5 & 0 & -C_5 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad A_6 = \begin{bmatrix} C_6 & -S_6 & 0 & 0 \\ S_6 & C_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Tích của các ma trận chuyển vị A đối với robot Stanford được bắt đầu ở khâu 6 và chuyển dần về gốc. Theo thứ tự này ta có:

$${}^5T_6 = \begin{bmatrix} C_6 & S_6 & 0 & 0 \\ S_6 & C_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = A_6$$

$${}^4T_6 = A_5 \cdot A_6 = \begin{bmatrix} C_5C_6 & -C_5S_6 & S_5 & 0 \\ S_5C_6 & -S_5S_6 & -C_5 & 0 \\ S_6 & C_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^3T_6 = A_4 \cdot A_5 \cdot A_6 = \begin{bmatrix} C_4C_5C_6 - S_4S_6 & -C_4C_5S_6 - S_4C_6 & C_4S_5 & 0 \\ C_4C_5C_6 + C_4S_6 & -S_4C_5S_6 + C_4C_6 & S_4S_5 & 0 \\ -S_5C_6 & S_5C_6 & C_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$${}^2T_6 = A_3.A_4.A_5.A_6 = \begin{vmatrix} C_4C_5C_6 - S_4S_6 & -C_4C_5C_6 - S_4C_6 & C_4S_5 & 0 \\ C_4C_5C_6 + C_4S_6 & -S_4C_5S_6 + C_4C_6 & S_4S_5 & 0 \\ -S_5C_6 & S_5C_6 & C_5 & d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$${}^1T_6 = A_2.A_3.A_4.A_5.A_6 =$$

$$= \begin{vmatrix} C_2(C_4C_5C_6 - S_4S_6) - S_2S_5C_6 & -C_2(C_4C_5S_6 + S_4C_6) + S_2S_5S_6 & C_2C_4S_5 + S_2C_5 & S_2d_3 \\ S_2(C_4C_5C_6 - S_4S_6) + C_2S_5C_6 & -S_2(C_4C_5S_6 + S_4C_6) - C_2S_5S_6 & S_2C_4S_5 - C_2C_5 & -C_2d_3 \\ S_4C_5C_6 + C_4S_6 & -S_4C_5S_6 + C_4C_6 & S_4S_5 & d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

Cuối cùng:

$$T_6 = \begin{vmatrix} n_x & O_x & a_x & p_x \\ n_y & O_y & a_y & p_y \\ n_z & O_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = A_1A_2A_3A_4A_5A_6$$

Cho cân bằng các phần tử ma trận ta được một hệ các phương trình:

$$n_x = C_1[C_2(C_4C_5C_6 - S_4S_6) - S_2S_5C_6] - S_1(S_4C_5C_6 + C_4S_6)$$

$$n_y = S_1[C_2(C_4C_5C_6 - S_4S_6) - S_2S_5C_6] - C_1(S_4C_5C_6 + C_4S_6)$$

$$n_z = -S_2(C_4C_5C_6 - S_4S_6) - C_2S_5C_6$$

$$O_x = C_1[-C_2(C_4C_5S_6 + S_4C_6) + S_2S_5S_6] - S_1(-S_4C_5C_6 + C_4C_6)$$

$$O_y = S_1[-C_2(C_4C_5S_6 - S_4C_6) + S_2S_5S_6] + C_1(-S_4C_5C_6 + C_4C_6)$$

$$O_z = -S_2(C_4C_5S_6 - S_4C_6) + C_2S_5S_6$$

$$a_x = C_1(C_2C_4S_5 + S_2C_5) - S_1S_4S_5$$

$$a_y = S_1(C_2C_4S_5 + S_2C_5) + C_1S_4S_5$$

$$a_z = -S_2C_4S_5 + C_2C_5$$

$$p_x = C_1S_2d_3 - S_1d_2$$

$$p_y = S_1S_2d_3 + C_1d_2$$

$$p_z = C_2d_3$$

Theo trình tự tính toán, ta thực hiện ba cột phía phải của ma trận T_6 . Chúng ta cần đến 10 phương trình siêu việt (transcendental function), 30 phép nhân và

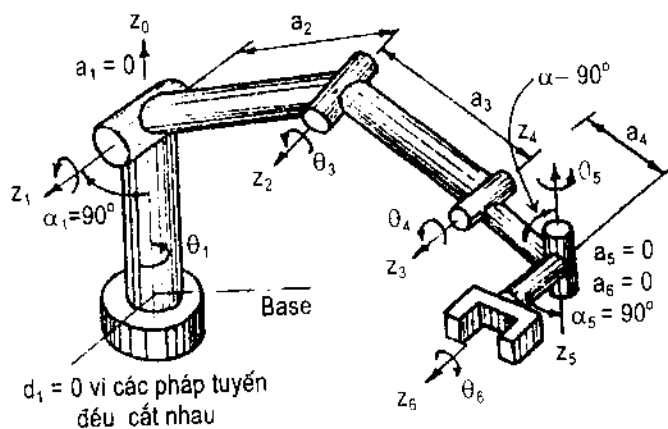
12 phép cộng. Cột đầu tiên của ma trận T_k có thể nhận được như là kết quả tích vectơ của cột thứ 2 và thứ 3, vì rằng:

$$n = O \times a$$

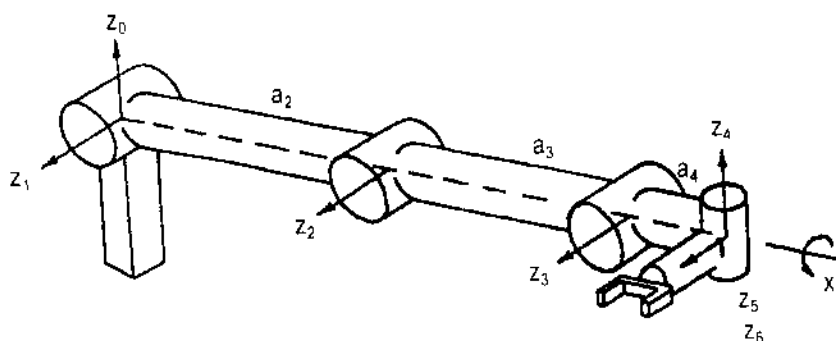
Nếu cho biết các toạ độ khớp thì vị trí và hướng của bàn tay máy sẽ tìm được bằng cách tính các giá trị của các phương trình xác định T_k .

5.9. HỆ PHƯƠNG TRÌNH ĐỘNG HỌC CỦA ROBOT ELBOW

Để củng cố thêm những vấn đề thiết lập hệ phương trình động học, ta nghiên cứu thêm một ví dụ. Trên hình 5.13 trình bày các hệ toạ độ gắn trên robot Elbow.



Hình 5.13a. Robot Elbow với các hệ toạ độ



Hình 5.13b. Robot Elbow với các hệ toạ độ

Bảng thông số DH của robot Elbow được xác định như sau:

Bảng 5.3. Thông số DH của robot Elbow

Khâu	Biến số	α	a	d	$\cos\alpha$	$\sin\alpha$
1	θ_1	90°	0	0	0	1
2	θ_2	90°	a_2	0	1	0
3	θ_3	0°	a_3	0	1	0
4	θ_4	-90°	a_4	0	0	-1
5	θ_5	90°	0	0	0	1
6	θ_6	0°	0	0	1	0

Ta cũng dùng cách viết gọn các biến số θ để đơn giản hoá ma trận T_6 .
 Chẳng hạn:

$$\theta_{23} = \theta_2 + \theta_3 \quad \text{và} \quad \theta_{234} = \theta_{23} + \theta_4$$

Cách viết này sẽ đúng với mọi robot có các trục khớp song song. Các ma trận A lần lượt được xác định:

$$A_1 = \begin{bmatrix} C_1 & 0 & S_1 & 0 \\ S_1 & 0 & -C_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad A_2 = \begin{bmatrix} C_2 & -S_2 & 0 & C_2 a_2 \\ S_2 & C_2 & 0 & S_2 a_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} C_3 & -S_3 & 0 & C_3 a_3 \\ S_3 & C_3 & 0 & S_3 a_3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad A_4 = \begin{bmatrix} C_4 & 0 & -S_4 & C_4 a_4 \\ S_4 & 0 & C_4 & S_4 a_4 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_5 = \begin{bmatrix} C_5 & 0 & S_5 & 0 \\ S_5 & 0 & -C_5 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad A_6 = \begin{bmatrix} C_6 & -S_6 & 0 & 0 \\ S_6 & C_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Từ đó ta tính được các ma trận ${}^{i-1}T_i$ theo hệ tọa độ lần lượt từ khâu cuối trở về gốc:

$${}^5T_6 = A_6 = \begin{vmatrix} C_6 & -S_6 & 0 & 0 \\ S_6 & C_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$${}^4T_6 = A_5 A_6 = \begin{vmatrix} C_5 C_6 & -C_5 S_6 & S_5 & 0 \\ S_5 C_6 & -S_5 S_6 & -C_5 & 0 \\ S_6 & C_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$${}^3T_6 = A_4 A_5 A_6 = \begin{vmatrix} C_4 C_5 C_6 - S_4 S_6 & -C_4 C_5 S_6 - S_4 C_6 & C_4 S_5 & C_4 a_4 \\ S_4 C_5 C_6 - C_4 S_6 & -S_4 C_5 S_6 + C_4 C_6 & S_4 S_5 & S_4 a_4 \\ -S_5 C_6 & S_5 S_6 & C_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

$${}^2T_6 = A_3 A_4 A_5 A_6 = \begin{vmatrix} C_{34} C_5 C_6 - S_{34} S_6 & -C_{34} C_5 S_6 - S_{34} C_6 & C_{34} S_5 & C_{34} a_4 + C_3 a_3 \\ S_{34} C_5 C_6 - C_{34} S_6 & -S_{34} C_5 S_6 + C_{34} C_6 & S_{34} S_5 & S_{34} a_4 + S_3 a_3 \\ -S_5 C_6 & S_5 S_6 & C_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned} {}^1T_6 &= A_2 A_3 A_4 A_5 A_6 = \\ &= \begin{vmatrix} C_{234} C_5 C_6 - S_{234} S_6 & -C_{234} C_5 S_6 - S_{234} C_6 & C_{234} S_5 & C_{234} a_4 + C_{23} a_3 + C_2 a_2 \\ S_{234} C_5 C_6 + C_{234} S_6 & -S_{234} C_5 S_6 + C_{234} C_6 & S_{234} S_5 & S_{234} a_4 + S_{23} a_3 + S_2 a_2 \\ -S_5 C_6 & S_5 S_6 & C_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \end{aligned}$$

Và cuối cùng:

$$T_6 = \begin{vmatrix} n_x & O_x & a_x & p_x \\ n_y & O_y & a_y & p_y \\ n_z & O_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} = A_1 A_2 A_3 A_4 A_5 A_6$$

Cho cân bằng các phần tử ma trận, ta được một hệ các phương trình:

$$O_x = -C_1[C_{234}C_5S_6 + S_{234}S_6] + S_1S_5S_6$$

$$O_y = -S_1[C_{234}C_5S_6 + S_{234}S_6] - C_1S_5S_6$$

$$O_z = -S_{234}C_5S_6 + C_{234}C_6$$

$$a_x = C_1C_{234}S_5 + S_1C_5$$

$$a_y = S_1C_{234}S_5 - C_1C_5$$

$$a_z = S_{234}S_5$$

$$p_x = C_1[C_{234}a_4 + C_{23}a_3 + C_2a_2]$$

$$p_y = S_1[C_{234}a_4 + C_{23}a_3 + S_2a_2]$$

$$p_z = S_{234}a_4 + S_{23}a_3 + S_2a_2$$

Việc lượng hoá ba cột phía phải của ma trận T_6 (tức là giải 9 phương trình nêu trên) cần tới 12 hàm siêu việt, 34 phép nhân và 14 phép cộng. Cột đầu tiên của ma trận T_6 cũng được xác định bởi tích chéo:

$$n = O \times a$$

CHƯƠNG 6

GIẢI PHƯƠNG TRÌNH ĐỘNG HỌC ROBOT

(Phương trình động học ngược: Invers Kinematics Equations)

Trong chương 5, bạn đọc đã nghiên cứu việc thiết lập hệ thống phương trình động học của bất cứ robot nào thông qua ma trận T_6 cùng với phương pháp gắn các hệ toạ độ trên mỗi khớp và các thông số của chúng. Ta cũng đã xét tới các phương pháp khác nhau để mô tả vị trí, mô tả hướng của khâu chấp hành cuối T_6 như các phép quay Euler, phép quay Roll, Pitch, Yaw cũng như các phép xác định hệ định vị hình trụ và hệ định vị cầu. Trong chương này ta sẽ tiến hành giải hệ phương trình động học đã thiết lập ở chương 5 nhằm xác định bộ thông số điều khiển khi đã biết ma trận vectơ cuối T_6 . Kết quả của việc giải hệ phương trình động học đóng vai trò hết sức quan trọng trong điều khiển robot. Thông thường, điều ta biết là các vị trí mà ta muốn robot phải dịch chuyển tới trong mối quan hệ với T_6 và điều ta cần là mối liên hệ từ toạ độ này tới toạ độ khác để phối hợp tạo ra chuyển động của robot. Việc nhận được lời giải về các liên hệ toạ độ là vấn đề khó khăn nhất mà ta sẽ thảo luận kỹ ở chương này. Nhiệm vụ của bài toán là xác định tập $(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_6$ và các thông số DH khác khi đã biết hình thể (Configuration = Position + Orientation) của vectơ cuối T_6 (End vector):

$$T_6 = f(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_6, \text{thông số DH})$$

Cũng cần lưu ý bạn đọc rằng, bộ Teach pendant là thiết bị dạy học, có nhiệm vụ đặt robot vào các điểm mong muốn trong động trình ban đầu. Trong quá trình hoạt động của robot, nếu dạng quỹ đạo đường đi không quan trọng thì ta không cần lời giải của Invers Kinematic equations. Bộ xử lý trung tâm của robot chỉ cần nhớ vị trí các điểm đã được dạy học trong không gian biến trục là đủ. Ở đây ta đặc biệt chú ý đến repeatability là khả năng lặp lại các điểm đã dạy (taught point). Về độ chính xác (accuracy) của các điểm không dạy trước cho đến nay vẫn chưa đạt được như độ chính xác lặp lại (repeatability). Nó phụ thuộc rất mạnh vào quá trình giải Invers Kinematic Equations và do đó bạn đọc sẽ thấy ý nghĩa quan trọng của chương 6 này.

6.1. BA ĐIỀU KIỆN THIẾT YẾU CỦA BÀI TOÁN ĐỘNG HỌC NGƯỢC

6.1.1. Điều kiện tồn tại nghiệm (existence condition)

Điều kiện này nhằm khẳng định:

“Có hay không ít nhất một tập (set) của $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n$ sao cho robot có hình thể cho trước”.

“Hình thể” (configuration) là khái niệm mô tả tường minh của vectơ cuối T_n (end vector) cả về vị trí (position) và hướng (orientation).

6.1.2. Điều kiện duy nhất của tập nghiệm (unique condition)

Trong khi xác định các tập nghiệm, cần phân biệt rõ hai loại nghiệm:

- Nghiệm toán (mathematical solution), nghiệm này thoả mãn các phương trình cho trước của T_n .
- Nghiệm vật lý (physical solution) là các tập con của nghiệm toán, phụ thuộc vào các giới hạn vật lý.

6.1.3. Điều kiện chọn phương pháp giải (Methode of solution)

- Phương pháp giải tích (Analytical methode): Tìm ra các công thức hay các phương trình toán giải tích, biểu thị quan hệ giữa các giá trị của không gian biến trục và bộ thông số DH.

- Phương pháp số (Numerical methode): Tìm ra giá trị của tập nghiệm bằng kết quả của một quá trình lặp.

Bạn đọc dễ thấy hàm T_n thể hiện hai đặc tính rõ nét:

- Tính phi tuyến (Non linear)
- Tính liên kết hệ (Coupled)

Tính phi tuyến thể hiện ở các hàm lượng giác có cấu trúc thích hợp, có thể đưa ra những phương pháp giải tổng quát ứng dụng vào một loạt các robot thông dụng. Ở đây cần nhắc lại: để tính tập θ_1 , bạn đọc phải dùng công thức $\arctg^2$ (hai biến) đã đề cập ở ví dụ trên hình 3.4 chương 3. Ngoài ra trong một vài trường hợp có thể dùng các công thức $\arccos$ hay $\arcsin$. Điều cần lưu ý là tập nghiệm θ_1 phải là duy nhất trong các cung $1/4$ tương ứng.

6.2. LỜI GIẢI CỦA PHÉP BIẾN ĐỔI EULER (Euler Transform Solution)

Trước hết ta hãy tìm lời giải cho phép biến đổi Euler. Ta đã biết:

$$\text{Euler}(\phi, \theta, \psi) = T$$

trong đó:

$$\text{Euler}(\phi, \theta, \psi) = \text{Rot}(z, \phi) \text{Rot}(y, \theta) \text{Rot}(z, \psi)$$

Tập nghiệm muốn tìm là các góc ϕ, θ, ψ khi biết ma trận biến đổi T. Thật vậy, nếu ta có các giá trị số của mỗi một phần tử thuộc ma trận T thì ta phải xác định được ϕ, θ và ψ thích hợp.

Ta đã có cách diễn đạt của phép quay Euler thể hiện ở công thức (5.6), hãy cho vế phải của công thức này cân bằng với ma trận chuẩn của T, ta có:

$$\begin{vmatrix} n_x & O_x & a_x & p_x \\ n_y & O_y & a_y & p_y \\ n_z & O_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \cos\phi\cos\theta\cos\psi - \sin\phi\sin\psi & -\cos\phi\cos\theta\sin\psi - \sin\phi\cos\psi & \cos\phi\sin\theta & 0 \\ \cos\phi\cos\theta\cos\psi + \cos\phi\sin\psi & -\sin\phi\cos\theta\sin\psi + \cos\phi\cos\psi & \sin\phi\sin\theta & 0 \\ -\sin\theta\cos\psi & \sin\theta\sin\psi & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad (6.1)$$

Lần lượt cho cân bằng các phần tử ma trận tương ứng ở hai vế của (6.1), ta có các phương trình sau:

$$n_x = \cos\phi\cos\theta\cos\psi - \sin\phi\sin\psi \quad (6.2)$$

$$n_y = \sin\phi\cos\theta\cos\psi + \cos\phi\sin\psi \quad (6.3)$$

$$n_z = -\sin\theta\cos\psi \quad (6.4)$$

$$O_x = -\cos\phi\cos\theta\sin\psi - \sin\phi\cos\psi \quad (6.5)$$

$$O_y = -\sin\phi\cos\theta\sin\psi + \cos\phi\cos\psi \quad (6.6)$$

$$O_z = \sin\theta\sin\psi \quad (6.7)$$

$$a_x = \cos\phi\sin\theta \quad (6.8)$$

$$a_y = \sin\phi\sin\theta \quad (6.9)$$

$$a_z = \cos\theta \quad (6.10)$$

Kết quả là:

$$\text{- Từ (6.10) ta có: } \theta = \cos^{-1}(a_z) \quad (6.11)$$

$$\text{- Từ (6.8) và (6.11) ta có: } \phi = \cos^{-1}(a_x/\sin\theta) \quad (6.12)$$

$$\text{- Từ (6.4) và (6.11) ta có: } \psi = \cos^{-1}(-n_z/\sin\theta) \quad (6.13)$$

trong đó dùng ký hiệu $\cos^{-1}$ thay cho arccos.

Nhưng các kết quả nêu trên chưa dùng được vì những lý do sau đây:

a. Bản thân hàm arccos không chỉ là biểu hiện cho một góc chưa xác định và về độ chính xác nó lại phụ thuộc vào chính góc đó, ví dụ như:

- $\cos\theta = \cos(-\theta)$ chưa được xác định duy nhất.
- $\left. \frac{d\cos\theta}{d\theta} \right|_{0,180} = 0$: θ xác định không chính xác.

b. Trong lời giải đối với ϕ và ψ (6.12) và (6.13), một lần nữa lại dùng hàm arccos chia cho $\sin\theta$. Với những $\sin\theta$ lân cận 0 thì sự mất chính xác là quá rõ ràng.

c. Các phương trình (6.12) và (6.13) là không xác định khi $\theta = 0$ hoặc $\theta = \pm 180^\circ$.

Do vậy ta phải thận trọng hơn khi xác định nghiệm. Ta thường dùng hàm arctg hai biến với tử số y và mẫu số x (xem hình 6.1).

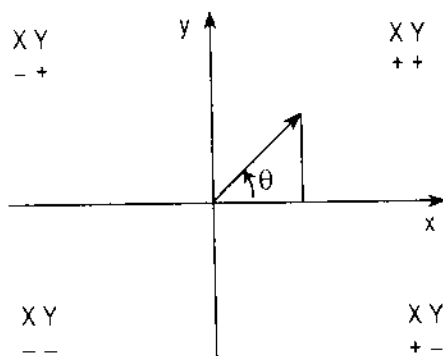
Hàm số này có miền chạy là $-\pi \leq \theta < \pi$ với cặp hai biến là y và x. Hàm này xác định ngay cả khi x hoặc y bằng 0 và cho kết quả đúng. Độ chính xác của lời giải là đồng nhất trong toàn miền xác định. Tất nhiên ta không thực hiện phép chia cho sin của một góc như trường hợp các công thức (6.12) và (6.13).

Để tiếp cận đến những kết quả chính xác, ta thực hiện thủ thuật toán học sau: Liên tiếp nhân T với các ma trận nghịch đảo, ta có:

$$\text{Rot}(z, \phi)^{-1} T = \text{Rot}(y, \theta) \text{Rot}(z, \psi) \quad (6.14)$$

$$\text{Rot}(y, \theta)^{-1} \text{Rot}(z, \phi)^{-1} T = \text{Rot}(z, \psi) \quad (6.15)$$

Vế trái của (6.14) là một hàm số của ma trận T và ϕ . Ta hãy thực hiện phép nhân ma trận ở vế phải của (6.14), tìm ra những phần tử ma trận bằng 0 hoặc const, rồi cho các phần tử này cân bằng với những phần tử tương ứng của ma trận vế trái. Cụ thể, từ (6.14) ta có:



Hình 6.1. Hàm arctg hai biến số

$$\begin{vmatrix} \cos\phi & \sin\phi & 0 & 0 \\ -\sin\phi & \cos\phi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} n_x & O_x & a_x & p_x \\ n_y & O_y & a_y & p_y \\ n_z & O_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \cos\theta\cos\psi & -\cos\theta\sin\psi & \sin\theta & 0 \\ \sin\psi & \cos\psi & 0 & 0 \\ -\sin\theta\cos\psi & \sin\theta\sin\psi & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad (6.16)$$

Trước khi tính toán vế trái của phương trình, ta đưa ra cách viết tích ma trận ở dạng:

$$\begin{vmatrix} f_{11}(n) & f_{11}(O) & f_{11}(a) & f_{11}(p) \\ f_{12}(n) & f_{12}(O) & f_{12}(a) & f_{12}(p) \\ f_{13}(n) & f_{13}(O) & f_{13}(a) & f_{13}(p) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

trong đó:

$$f_{11} = \cos\phi \, x + \sin\phi \, y \quad (6.17)$$

$$f_{12} = -\sin\phi \, x + \cos\phi \, y \quad (6.18)$$

$$f_{13} = z \quad (6.19)$$

Và x, y, z là các phần tử của vectơ xác định bởi các dữ kiện f_{11}, f_{12} và f_{13} , ví dụ:

$$f_{12}(a) = -\sin\phi \, a_x + \cos\phi \, a_y$$

Như vậy phương trình (6.16) có thể viết thành:

$$\begin{vmatrix} f_{11}(n) & f_{11}(O) & f_{11}(a) & f_{11}(p) \\ f_{12}(n) & f_{12}(O) & f_{12}(a) & f_{12}(p) \\ f_{13}(n) & f_{13}(O) & f_{13}(a) & f_{13}(p) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \cos\theta\cos\psi & -\cos\theta\sin\psi & \sin\theta & 0 \\ \sin\psi & \cos\psi & 0 & 0 \\ -\sin\theta\cos\psi & \sin\theta\sin\psi & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad (6.20)$$

trong đó f_{11}, f_{12}, f_{13} đã được định nghĩa ở (6.17) (6.18) và (6.19).

Khi tính toán vế phải, ta chú ý ngay rằng p_x, p_y, p_z phải bằng 0. Đây là một ngoại lệ vì rằng phép biến đổi Euler không bao hàm một chuyển vị tịnh tiến nào. Suy diễn thứ hai là các phần tử của cột 3 cũng bằng 0. Cho cân bằng phần tử $f_{12}(a)$ ta có:

$$-\sin\phi \, a_x + \cos\phi \, a_y = 0.$$

Cho cả hai vế cộng với $\sin\phi \, a_x$ và chia cho $\cos\phi \, a_x$ ta có:

$$\operatorname{tg}\phi = \frac{\sin\phi}{\cos\phi} = \frac{a_y}{a_x}$$

Và góc ϕ tìm được trên máy tính bởi hàm arctg hai biến:

$$\phi = \text{arctg2}(a_y, a_x) \quad (6.21)$$

Ta cũng có thể xử lý phương trình $f_{12}(a) = 0$ bằng cách cộng hai vế với $-\cos\phi a_y$ rồi chia hai vế cho $-\cos\phi a_x$ triệt tiêu $-a_x$ ở vế trái và $\cos\phi$ ở vế phải, ta có:

$$\text{tg}\phi = \frac{\sin\phi}{\cos\phi} = \frac{-a_y}{-a_x}$$

Và góc ϕ tìm được trong trường hợp này là:

$$\phi = \text{arctg2}(-a_y, -a_x) \quad (6.22)$$

Lời giải này chênh lệch 180° so với lời giải (6.31).

Như vậy từ phương trình $f_{12}(a) = 0$, ta sẽ có một cặp nghiệm cách nhau 180° .

Nếu cả a_y và a_x bằng 0 thì góc ϕ không xác định được. Điều đó xảy ra khi bàn tay chỉ thẳng lên trên hoặc xuống dưới và cả hai góc ϕ và ψ phù hợp với cùng một phép quay, và ta quan niệm như một phép suy biến (degeneracy), tức là mất đi 1 bậc tự do $\text{Rot}(z, \phi)$. Trong trường hợp này ta cho $\phi = 0$. Với giá trị ϕ nhận được, mọi phần tử của ma trận vế trái trong phương trình (6.20) đều được xác định. So với ma trận vế phải, có thể rút ra:

$$\sin\theta = f_{11}(a) = \cos\phi a_x + \sin\phi a_y$$

và

$$\cos\theta = f_{13}(a) = a_z$$

$$\text{Vậy } \theta = \text{arctg2}(\cos\phi a_x + \sin\phi a_y, a_z)$$

(6.23)

Khi cả hai hàm $\cos$ và $\sin$ đều được xác định như trường hợp trên, thì góc thường được xác định duy nhất và không có vấn đề suy biến như trường hợp góc ϕ trước đây. Cũng từ phương trình (6.20) ta còn có:

$$\sin\psi = f_{12}(n) = -\sin\phi n_x + \cos\phi n_y$$

$$\cos\psi = f_{12}(0) = -\sin\phi O_x + \cos\phi O_y$$

$$\psi = \text{arctg2}(-\sin\phi n_x + \cos\phi n_y, -\sin\phi O_x + \cos\phi O_y) \quad (6.24)$$

Tổng kết lại, nếu cho trước một phép biến đổi đồng nhất dưới dạng phép quay, ta có thể xác định các góc Euler tương ứng là:

$$\phi = \text{arctg2}(a_y, a_x) \text{ và có một cặp nghiệm cách nhau } 180^\circ$$

$$\theta = \text{arctg2}(\cos\phi a_x + \sin\phi a_y, a_z)$$

$$\psi = \text{arctg2}(-\sin\phi n_x + \cos\phi n_y, \sin\phi O_x + \cos\phi O_y)$$

Để tính toán cần tới 6 phép nhân, 3 phép cộng và 3 hàm siêu việt.

6.3. LỜI GIẢI CỦA PHÉP BIẾN ĐỔI ROLL, PITCH, YAW (RPY Transform Solution)

Trong phép biến đổi RPY(ϕ , θ , ψ) được định nghĩa bởi (5.7), (5.8), ta sẽ giải phương trình:

$$\text{Rot}(z, \phi)^{-1}T = \text{Rot}(y, \theta) \text{Rot}(x, \psi)$$

hay là:

$$\begin{vmatrix} f_{11}(n) & f_{11}(0) & f_{11}(a) & f_{11}(p) \\ f_{12}(n) & f_{12}(0) & f_{12}(a) & f_{12}(p) \\ f_{13}(n) & f_{13}(0) & f_{13}(a) & f_{13}(p) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \cos\theta & \sin\theta\sin\psi & \sin\theta\cos\psi & 0 \\ 0 & \cos\psi & -\sin\psi & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta\sin\psi & \cos\theta\cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad (6.25)$$

trong đó, như đã biết:

$$\begin{aligned} f_{11} &= \cos\phi_x + \sin\phi_y \\ f_{12} &= -\sin\phi_x + \cos\phi_y \\ f_{13} &= z \end{aligned}$$

Cân bằng phần tử $f_{12}(n) = 0$, ta có:

$$-\sin\phi \, n_x + \cos\phi \, n_y = 0$$

Như vậy:

$$\begin{aligned} \phi &= \arctg2(n_x, n_y) \\ \phi &= \phi + 180^\circ \end{aligned}$$

Tiếp tục cân bằng các phần tử ma trận tương ứng, ta có:

$$\begin{aligned} -\sin\theta &= n_x \\ \cos\theta &= \cos\phi \, n_x + \sin\phi \, n_y \end{aligned}$$

Do vậy:

$$\theta = \arctg2(-n_x, \cos\phi \, n_x + \sin\phi \, n_y) \quad (6.27)$$

Ngoài ra còn có:

$$\begin{aligned} -\sin\psi &= -\sin\phi \, a_x + \cos\phi \, a_y \\ \cos\psi &= -\sin\phi \, O_x + \cos\phi \, O_y \end{aligned}$$

$$\text{Do vậy: } \psi = \arctg2(\sin\phi \, a_x - \cos\phi \, a_y, -\sin\phi \, O_x + \cos\phi \, O_y) \quad (6.28)$$

Để tính toán cần 6 phép nhân, 3 phép cộng và 3 hàm siêu việt.

6.4. LỜI GIẢI CỦA PHÉP BIẾN ĐỔI TOẠ ĐỘ MẶT CẦU (Sph. Transform Solution)

Trong kỹ thuật còn có thể ứng dụng phép biến đổi toạ độ mặt cầu Sph (α , β , r) được định nghĩa bởi (5.12) - (5.15). Ở đây phương trình cần giải là:

$$\text{Rot}(z, \alpha)^{-1}T = \text{Rot}(y, \beta) \text{Trans}(0, 0, z) \quad (6.29)$$

Trong trường hợp này ta chỉ cần tới các cột phải của ma trận:

$$\begin{vmatrix} \cos\alpha p_x + \sin\alpha p_y \\ -\sin\alpha p_x + \cos\alpha p_y \\ p_z \\ 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} r \sin\beta \\ 0 \\ r \cos\beta \\ 1 \end{vmatrix} \quad (6.30)$$

Từ đây ta có các cân bằng sau:

$$\begin{aligned} -\sin\alpha p_x + \cos\alpha p_y &= 0 \Rightarrow a = \arctg2(p_y, p_x) \\ \alpha &= \alpha + 180^\circ \end{aligned} \quad (6.31)$$

và nếu $r > 0$ theo định nghĩa:

$$\begin{aligned} r \sin\beta &= \cos\alpha p_x + \sin\alpha p_y \\ r \cos\beta &= p_z \end{aligned}$$

Suy ra:

$$\beta = \arctg2(\cos\alpha p_x + \sin\alpha p_y, p_z) \quad (6.32)$$

Mặt khác, muốn xác định z ta phải nhân cả hai vế của (6.29) với $\text{Rot}(y, -\beta)$ để có:

$$\text{Rot}(y, \beta)^{-1} \text{Rot}(z, \alpha)^{-1}T = \text{Trans}(0, 0, z) \quad (6.33)$$

Cột phải của ma trận có dạng:

$$\begin{vmatrix} \cos\beta(\cos\alpha p_x + \sin\alpha p_y) - \sin\beta p_z \\ -\sin\alpha p_x + \cos\alpha p_y \\ \sin\beta(\cos\alpha p_x + \sin\alpha p_y) + \cos\beta p_z \\ 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ z \\ 1 \end{vmatrix}$$

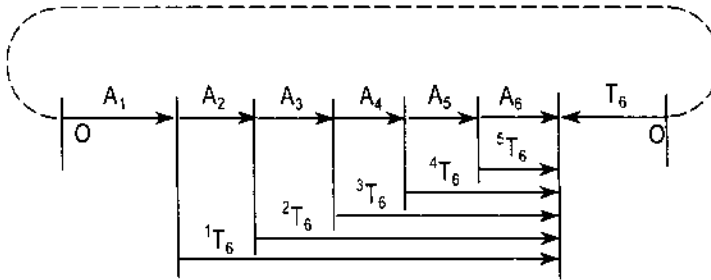
Và do đó:

$$z = \sin\beta(\cos\alpha p_x + \sin\alpha p_y) + \cos\beta p_z \quad (6.34)$$

Để tính toán cần tới 6 phép nhân, 3 phép cộng và 2 hàm siêu việt.

6.5. GIẢI BÀI TOÁN ĐỘNG HỌC NGƯỢC CỦA ROBOT STANFORD

Đối với robot Stanford, T_6 là tích của 6 ma trận A trình bày trên toán đồ ở hình 6.2.



Hình 6.2. Toán đồ ma trận biến đổi của robot Stanford

$$T_6 = A_1 A_2 A_3 A_4 A_5 A_6 \quad (6.35)$$

Liên tục nhân (6.35) với các ma trận nghịch đảo, ta được:

$$A_1^{-1} T_6 = {}^1 T_6$$

$$A_2^{-1} A_1^{-1} T_6 = {}^2 T_6$$

$$A_3^{-1} A_2^{-1} A_1^{-1} T_6 = {}^3 T_6$$

$$A_4^{-1} A_3^{-1} A_2^{-1} A_1^{-1} T_6 = {}^4 T_6$$

$$A_5^{-1} A_4^{-1} A_3^{-1} A_2^{-1} A_1^{-1} T_6 = {}^5 T_6$$

Các phần tử ma trận ở vế trái của phương trình này là hàm số của các phần tử T_6 và các biến số của khớp (n-1). Trong khi đó các phần tử ma trận ở vế phải hoặc bằng 0, bằng const hoặc là hàm số của biến số thứ n của khớp thứ 6. Từ mỗi phương trình ma trận, cho cân bằng các phần tử tương đương ta nhận được 12 phương trình. Mỗi phương trình là một phần tử của 4 vector n, 0, a và p. Điều này bạn đọc đã được biết đến trong mục 5.8.

Bây giờ hãy trở lại phương trình (6.35).

* Nếu nhân (6.35) với A_1^{-1} ta có:

$$A_1^{-1} T_6 = A_2 A_3 A_4 A_5 A_6 = {}^1 T_6$$

Vế trái là:

$$A_1^{-1}T_6 = \begin{vmatrix} C_1 & S_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ -S_1 & C_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} n_x & O_x & a_x & p_x \\ n_y & O_y & a_y & p_y \\ n_z & O_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} f_{11}(n) & f_{11}(0) & f_{11}(a) & f_{11}(p) \\ f_{12}(n) & f_{12}(0) & f_{12}(a) & f_{12}(p) \\ f_{13}(n) & f_{13}(0) & f_{13}(a) & f_{13}(p) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

trong đó:

$$f_{11} = C_1x + S_1y$$

$$f_{12} = -z$$

$$f_{13} = -S_1x + C_1y$$

Vế phải là:

$${}^1T_6 = \begin{vmatrix} C_2(C_4C_5C_6 - S_4S_6) - S_2S_5S_6 & -C_2(C_4C_5S_6 + S_4C_6) + S_2S_5S_6 & C_2C_4S_5 + S_2C_5 & S_2d_3 \\ S_2(C_4C_5C_6 - S_4S_6) + C_2S_5C_6 & -S_2(C_4C_5S_6 + S_4C_6) - C_2S_5S_6 & S_2C_4S_5 + C_2C_5 & -C_2d_3 \\ S_1C_5C_6 + C_4S_6 & -S_4C_5S_6 + C_4C_6 & S_4S_5 & d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

Các phần tử của ma trận vế phải đều là hàm số của $\theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5, \theta_6$, ngoại trừ phần tử hàng 3 cột 4, đó là:

$$f_{13}(p) = d_2$$

hoặc

$$-S_1p_x + C_1p_y = d_2$$

Để giải phương trình ở dạng này ta có thể thay thế bởi các hàm lượng giác sau đây:

$$p_x = r \cdot \cos\phi$$

$$p_y = r \cdot \sin\phi$$

trong đó:

$$r = +\sqrt{p_x^2 + p_y^2}$$

$$\phi = \arctg\left(\frac{p_y}{p_x}\right)$$

Thay thế p_x và p_y vào phương trình $-S_1p_x + C_1p_y = d_2$, ta có:

$$\sin\phi\cos\theta_1 - \cos\phi\sin\theta_1 = \frac{d_2}{r} \text{ với } 0 < \frac{d_2}{r} \leq 1$$

Hay là:

$$\sin(\phi - \theta_1) = \frac{d_2}{r} \text{ với } 0 < \phi - \theta_1 < \pi$$

Từ đó ta có:

$$\cos(\phi - \theta_1) = \pm \sqrt{1 - (d_2/r)^2}$$

trong đó dấu “-” phù hợp với hình thể vai trái của robot và dấu “+” phù hợp với hình thể vai phải của robot. Cuối cùng:

$$\theta_1 = \arctg\left(\frac{p_y}{p_x}\right) - \arctg\frac{d_2}{\pm \sqrt{r^2 - d_2^2}} \quad (6.36)$$

Nếu tính được θ_1 thì vế trái của phương trình $A_1^{-1}T_6 = {}^1T_6$ được xác định.

Cho cân bằng các phần tử hàng 1, cột 4 và hàng 2, cột 4, ta có:

$$\begin{aligned} S_2 d_3 &= C_1 p_x + S_1 p_y \\ -C_2 d_3 &= -p_z \end{aligned}$$

Ta yêu cầu d_3 là dịch chuyển dài ra của khớp tịnh tiến phải lớn hơn 0, ta sẽ định lượng được tỷ số sin và cos của θ_2 và tìm được giá trị duy nhất của θ_2 là:

$$\theta_2 = \arctg \frac{C_1 p_x + S_1 p_y}{p_z} \quad (6.37)$$

* Nếu nhân (6.35) với $A_2^{-1}A_1^{-1}$ ta được:

$$A_2^{-1}A_1^{-1}T_6 = A_3A_4A_5A_6 = {}^2T_6$$

Khai triển phương trình này ta có:

$$\begin{vmatrix} f_{21}(n) & f_{21}(0) & f_{21}(a) & 0 \\ f_{22}(n) & f_{22}(0) & f_{22}(a) & 0 \\ f_{23}(n) & f_{23}(0) & f_{23}(a) & f_{23}(p) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} C_4C_5C_6 - S_4S_6 & -C_4C_5S_6 - S_4C_6 & C_4S_5 & 0 \\ S_4C_5C_6 + C_4S_6 & -S_4C_5S_6 + C_4C_6 & S_4S_5 & 0 \\ S_5C_6 & S_5S_6 & C_5 & d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

trong đó :

$$\begin{aligned} f_{21} &= C_2(C_1x + S_1y) - S_2z \\ f_{22} &= -S_1x + C_1y \\ f_{23} &= S_2(C_1x + S_1y) + C_2z \end{aligned}$$

Từ cân bằng phần tử hàng 3, cột 4 ta được:

$$d_3 = S_2(C_1 p_x + S_1 p_y) + C_2 p_z \quad (6.38)$$

Nếu nhân (6.35) với $A_4^{-1} A_3^{-1} A_2^{-1} A_1^{-1} T_6 = {}^4T_6$ và lượng hoá các phần tử ma trận, ta được:

$$\begin{vmatrix} f_{41}(n) & f_{41}(o) & f_{41}(a) & 0 \\ f_{42}(n) & f_{42}(o) & f_{42}(a) & 0 \\ f_{43}(n) & f_{43}(o) & f_{43}(a) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} C_5 C_6 & -C_5 S_6 & S_5 & 0 \\ S_5 C_6 & -S_5 S_6 & -C_5 & 0 \\ S_6 & C_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

Từ cân bằng phần tử hàng 3, cột 3 ta được một hàm số của θ_4 đó là $f_{43}(a) = 0$.
Hay là:

$$-S_4[C_2(C_1 x + S_1 y) - S_2 z] + C_4(-S_1 x + C_1 y) = 0$$

Phương trình này có dạng $-\sin\phi a_x + \cos\phi a_y = 0$ như đã giải trong lời giải của phép biến đổi Euler, mục 6.2, ta nhận được hai nghiệm:

$$\theta_4 = \arctg \frac{-S_1 a_x + C_1 a_y}{C_2(C_1 a_x + S_1 a_y) - S_2 a_z} \quad (6.39)$$

$$\theta_4 = \theta_4 + 180^\circ \quad (6.40)$$

Nếu các yếu tố tử số và mẫu số của (6.39) tiến tới 0 thì robot rơi vào tình trạng suy biến mà bạn đọc đã biết ở mục 6.2.

Ta hãy kiểm tra lại bằng cách cho cân bằng các phần tử hàng 1, cột 3 và hàng 2, cột 3 của phương trình ma trận:

$$A_2^{-1} A_1^{-1} T_6 = A_3 A_4 A_5 A_6 = {}^2T_6$$

và giải θ_4 thông qua mối quan hệ $S_4 S_5$ và $C_4 S_5$, ta được:

$$C_4 S_5 = C_2(C_1 a_x + S_1 a_y) - S_2 a_z$$

$$S_4 S_5 = -S_1 a_x + C_1 a_y$$

Với $\theta_5 > 0$ ta được:

$$\theta_4 = \arctg \frac{-S_1 a_x + C_1 a_y}{C_2(C_1 a_x + S_1 a_y) - S_2 a_z}$$

đúng như (6.39).

Và với $\theta_5 < 0$ ta được :

$$\theta_4 = \theta_4 + 180^\circ \text{ đúng như (6.40).}$$

Kết quả này phù hợp với hai hình thể của robot:

Khi $S_5 = 0$, $\theta_5 = 0$, robot có suy biến do cả hai trục của khớp 4 và khớp 6 nằm thẳng hàng. Ở trạng thái này chỉ có tổng của θ_4 và θ_6 là có ý nghĩa.

Nếu $\theta_5 = 0$ ta có thể tự do lựa chọn giá trị của θ_4 . Giá trị xét đến thường được chỉ định trước.

Từ vế phải của phương trình:

$$A_4^{-1} A_3^{-1} A_2^{-1} A_1^{-1} T_6 = {}^4T_6 = A_5 A_6$$

ta có thể có các phương trình của S_5 , C_5 , S_6 và C_6 bằng cách tra xét các phần tử ma trận thích hợp. Khi cả hai hàm sin và cos được xác định, ta nhận được nghiệm duy nhất của góc ở khớp tương ứng. Chẳng hạn, khi cân bằng các phần tử ma trận hàng 1, cột 3 và hàng 2, cột 3, ta có:

$$S_5 = C_4[C_2(C_1 a_x + S_1 a_y) - S_2 a_z] + S_4(-S_1 a_x + C_1 a_y)$$

$$C_5 = S_2(C_1 a_x + S_1 a_y) + C_2 a_z$$

Từ đó suy ra:

$$\theta_5 = \arctg \frac{C_4[C_2(C_1 a_x + S_1 a_y) - S_2 a_z] + S_4(-S_1 a_x + C_1 a_y)}{S_2(C_1 a_x + S_1 a_y) + C_2 a_z} \quad (6.41)$$

Các phương trình có liên quan đến θ_6 nằm ở cột 1 của phương trình ma trận, đó là vectơ n của T_6 . Vectơ này thường không có ý nghĩa hữu ích trong tính toán. Ta thường dùng máy tính để giải tích chéo của các vectơ O và a vì như đã rõ $n = O \times a$.

* Nếu nhân (6.35) với $A_5^{-1} A_4^{-1} A_3^{-1} A_2^{-1} A_1^{-1} T_6 = {}^5T_6 = A_6$ và lượng hoá các phần tử ma trận, ta có:

$$\begin{vmatrix} f_{51}(n) & f_{51}(0) & 0 & 0 \\ f_{52}(n) & f_{52}(0) & 0 & 0 \\ f_{53}(n) & f_{53}(0) & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} C_6 & -S_6 & 0 & 0 \\ S_6 & C_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

trong đó:

$$f_{51} = C_5\{C_4[C_2(C_1 x + S_1 y) - S_2 z] + S_4(-S_1 x + C_1 y)\} + S_5[-S_2(C_1 x + S_1 y) - C_2 z]$$

$$f_{52} = -S_4[C_2(C_1 x + S_1 y) - S_2 z] + C_4(-S_1 x + C_1 y)$$

$$f_{53} = S_5\{C_4[C_2(C_1 x + S_1 y) - S_2 z] + S_4(-S_1 x + C_1 y)\} + S_5[S_2(C_1 x + S_1 y) - C_2 z]$$

Cân bằng các phần tử hàng 1, cột 2 và hàng 2, cột 2 ta nhận được các giá trị của S_6 và C_6 :

$$S_6 = -C_5 \{ C_4 [C_2 (C_1 O_x + S_1 O_y) - S_2 O_z] + S_4 (-S_1 O_x + C_1 O_y) \} + S_5 [-S_2 (C_1 O_x + S_1 O_y) + C_2 O_z]$$

$$C_6 = -S_4 [C_2 (C_1 O_x + S_1 O_y) - S_2 O_z] + C_4 (-S_1 O_x + C_1 O_y)$$

Từ đó tính được: $\theta_6 = \arctg \frac{S_6}{C_6}$ (6.42)

Trong mọi trường hợp khi θ_4 không xác định do hình thể robot bị suy biến, một khi chỉ định một giá trị cho θ_4 thì các giá trị đúng của θ_5 và θ_6 luôn được xác định bởi (6.41) và (6.42).

Để tính toán cần tới 14 hàm siêu việt, 31 phép nhân và 15 phép cộng.

6.6. GIẢI BÀI TOÁN ĐỘNG HỌC NGƯỢC CỦA ROBOT ELBOW

Để củng cố thêm các phương pháp giải bài toán động học ngược, chúng ta sẽ tiếp tục nghiên cứu phép giải động học ngược của robot Elbow. Bạn đọc có thể xem lại mục 5.9 và lưu ý đến các phương trình động học thuận của nó.

Trước hết ta khảo sát phương trình:

$$A_1^{-1} T_6 = {}^1 T_6 = A_2 A_3 A_4 A_5 A_6$$

Khi xác định các phần tử ma trận của cả hai vế ta được:

$$\begin{vmatrix} f_{11}(n) & f_{11}(0) & f_{11}(a) & f_{11}(p) \\ f_{12}(n) & f_{12}(0) & f_{12}(a) & f_{12}(p) \\ f_{13}(n) & f_{13}(0) & f_{13}(a) & f_{13}(p) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} C_{234}C_5C_6 - S_{234}S_6 & -C_{234}C_5C_6 - S_{234}C_6 & C_{234}S_5 & C_{234}a_4 + C_{23}a_3 + C_2a_2 \\ S_{234}C_5C_6 + C_{234}S_6 & -S_{234}C_5S_6 + C_{234}C_6 & S_{234}S_5 & S_{234}a_4 + S_{23}a_3 + S_2a_2 \\ -S_5C_6 & S_5S_6 & C_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

trong đó:

$$f_{11} = C_1x + S_1y$$

$$f_{12} = z$$

$$f_{13} = S_1x + C_1y$$

$$C_{234} \text{ dùng thay cho } \cos(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)$$

$$S_{234} \text{ dùng thay cho } \sin(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)$$

Cho cân bằng phần tử hàng 3, cột 4 ta được:

$$S_1p_x - C_1p_y = 0$$

$$\text{Suy ra: } \theta_1 = \arctg \frac{p_y}{p_x} \quad (6.43)$$

$$\theta_1 = \theta_1 + 180^\circ \quad (6.44)$$

Cho cân bằng phần tử hàng 3, cột 3 ta có:

$$C_5 = S_1a_x - C_1a_y$$

Trong trường hợp của robot Elbow, ba khớp kế tiếp đều song song và không có kết quả nào nhận được từ phép nhân với những ma trận nghịch đảo A_i^{-1} . Cho đến khâu thứ 4 thì phép nhân với ma trận nghịch đảo mới có ý nghĩa.

$$A_4^{-1}A_3^{-1}A_2^{-1}A_1^{-1}T_6 = {}^4T_6 = A_5A_6$$

Khi xác định các phần tử ma trận của hai vế, ta được:

$$\begin{vmatrix} f_{41}(n) & f_{41}(0) & f_{41}(a) & f_{41}(p) - C_{34}a_2 - C_4a_3 - a_4 \\ f_{42}(n) & f_{42}(0) & f_{42}(a) & 0 \\ f_{43}(n) & f_{43}(0) & f_{43}(a) & f_{43}(p) + S_{34}a_2 + S_4a_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} C_5C_6 & -C_5C_6 & S_5 & 0 \\ S_5C_6 & -S_5S_6 & -C_5 & 0 \\ S_6 & C_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

trong đó:

$$f_{41} = C_{234}(C_1x + S_1y) + S_{234}z$$

$$f_{42} = -(S_1x - C_1y)$$

$$f_{43} = -S_{234}(C_1x + S_1y) + C_{234}z$$

Cân bằng phần tử hàng 3, cột 3 ta được một phương trình cho θ_{234} :

$$-S_{234}(C_1a_x + S_1a_y) + C_{234}a_z = 0$$

Suy ra:
$$\theta_{234} = \arctg \frac{a_z}{C_1 a_x + S_1 a_y} \quad (6.45)$$

Và:
$$\theta_{234} = \theta_{234} + 180^\circ \quad (6.46)$$

Ở robot Elbow, θ_1 điều khiển chuyển động “với tới” và ta có thể đạt tới một quan hệ hàm số cos cùng với chuyển động “với” vuông góc. Điều này có thể nhận được khi giải các phương trình do sự cân bằng các phần tử ma trận hàng 1, cột 4 và hàng 2, cột 4 của phương trình ma trận:

$$A_1^{-1} T_6 = {}^1T_6 = A_2 A_3 A_4 A_5 A_6$$

Các phương trình đó là:

$$C_1 p_x + S_1 p_y = C_{234} a_4 + C_{23} a_3 + C_2 a_2 \quad (a)$$

$$p_y = S_{234} a_4 + S_{23} a_3 + S_2 a_2 \quad (b)$$

$$p'_x = C_1 p_x + S_1 p_y - C_{234} a_4 \quad (c)$$

$$p'_y = p_y - S_{234} a_4 \quad (d)$$

Đem (a) + (c) và (b) + (d) ta được:

$$p'_x = C_{23} a_3 + C_2 a_2 \quad (e)$$

$$p'_y = S_{23} a_3 + S_2 a_2 \quad (g)$$

Bình phương hai vế và cộng hai phương trình (e), (g) ta có:

$$C_3 = \frac{p'^2_x + p'^2_y - a_3^2 - a_2^2}{2a_2 a_3}$$

Trong khi có thể tìm ra θ_3 , từ hàm arcos, ta vẫn nên tìm một giá trị S_3 và dùng hàm arctg như thường lệ:

$$S_3 = \pm \sqrt{1 - C_3^2}$$

Và cặp nghiệm với hai dấu ($\pm$) phù hợp với hình thể của robot lúc vai nâng lên và vai hạ xuống:

$$\theta_3 = \arctg \frac{S_3}{C_3} \quad (6.47)$$

Để tìm S_2 và C_2 , ta giải các phương trình (e), (g) cùng lúc:

$$S_2 = \frac{(C_3 a_3 + a_2) p'_y - S_3 a_3 p'_x}{(C_3 a_3 + a_2)^2 + S_3^2 a_3^2}$$

$$C_2 = \frac{(C_3 a_3 + a_2) p'_x + S_3 a_3 p'_y}{(C_3 a_3 + a_2)^2 + S_3^2 a_3^2}$$

Do mẫu số dương và bằng nhau, ta có được:

$$\theta_2 = \arctg \frac{(C_3 a_3 + a_2) p'_y - S_3 a_3 p'_x}{(C_3 a_3 + a_2) p'_x + S_3 a_3 p'_y} \quad (6.48)$$

Đến đây θ_4 được xác định bởi:

$$\theta_4 = \theta_{234} - \theta_3 - \theta_2 \quad (6.49)$$

Các phương trình dùng để tính θ_5 được thiết lập từ sự cân bằng các phần tử ma trận hàng 1 cột 3 và hàng 2, cột 3 của phương trình ${}^4T_6 = A_5 A_6$.

$$S_5 = C_{234} (C_1 a_x + S_1 a_y) + S_{234} a_z$$

$$C_5 = S_1 a_z - C_1 a_y$$

$$\text{Suy ra:} \quad \theta_5 = \arctg \frac{C_{234} (C_1 a_x + S_1 a_y) + S_{234} a_z}{S_1 a_x - C_1 a_y} \quad (6.50)$$

Khi nhân phương trình xác định T_6 với A_5^{-1} ta được:

$$A_5^{-1} A_4^{-1} A_3^{-1} A_2^{-1} A_1^{-1} T_6 = {}^5T_6 = A_6$$

Và khai triển các phần tử ma trận ta có:

$$\begin{vmatrix} f_{51}(n) & f_{51}(0) & 0 & 0 \\ f_{52}(n) & f_{52}(0) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} C_6 & -S_6 & 0 & 0 \\ S_6 & C_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

trong đó:

$$f_{51} = C_5 [C_{234} (C_1 x + S_1 y) + S_{234} z] - S_5 (S_1 x + C_1 y)$$

$$f_{52} = -S_{234} (C_1 x + S_1 y) + C_{234} z$$

Cho cân bằng các phần tử ma trận tương ứng, ta có:

$$S_6 = -C_5 [C_{234} (C_1 x + S_1 y) + S_{234} z] + S_5 (S_1 x + C_1 y)$$

$$C_6 = -S_{234} (C_1 x + S_1 y) + C_{234} z$$

Vậy:

$$\theta_6 = \arctg \frac{-C_5[C_{234}(C_1x + S_1y) + S_{234}z] + S_5(S_1x + C_1y)}{-S_{234}(C_1x + S_1y) + C_{234}z} \quad (6.51)$$

Nghiệm này thể hiện 13 hàm siêu việt, 27 phép nhân và 20 phép cộng.

6.7. KẾT LUẬN CHƯƠNG 6

Phương pháp giải bài toán động học ngược đưa ra trong chương này là dùng các hàm lượng giác trong tự nhiên. Ta đã dùng các phép biến đổi đồng nhất để xác định các phương trình ứng với các phân tử vuông góc, thể hiện ở hàm sin và cos của góc thích hợp, từ đó ta tính góc thông qua hàm arctg hai biến. Phương pháp này do Pieper đưa ra và được áp dụng tốt đối với những robot đơn giản, ta nhận được các nghiệm ở dạng những công thức đơn giản.

Trong các nghiệm nhận được, thường có 4 dạng công thức, mỗi dạng có thể nghiệm động học riêng.

Dạng 1:

$$-\sin\phi a_x + \cos\phi a_y = 0$$

Dạng này đưa ra cặp nghiệm sai khác nhau 180° , nó trình bày hai hình thể tương ứng của robot. Nếu tử số và mẫu số đều bằng 0 ta phải xét đến các trường hợp suy biến, trong đó robot mất đi một bậc tự do.

Dạng 2:

$$-S_1p_x + C_1p_y = d_2$$

Dạng này cũng đưa ra cặp nghiệm sai khác nhau 180° . Một lần nữa lại tồn tại khả năng suy biến khi tử số và mẫu số đều bằng 0. Robot ở trường hợp này thường có một khớp tịnh tiến và độ dài tịnh tiến được coi là lớn hơn 0.

Dạng 3:

$$S_2d_3 = C_1p_x + S_1p_y$$

Và dạng 4:

$$-C_2d_3 = -p_z$$

thường có nghiệm duy nhất.

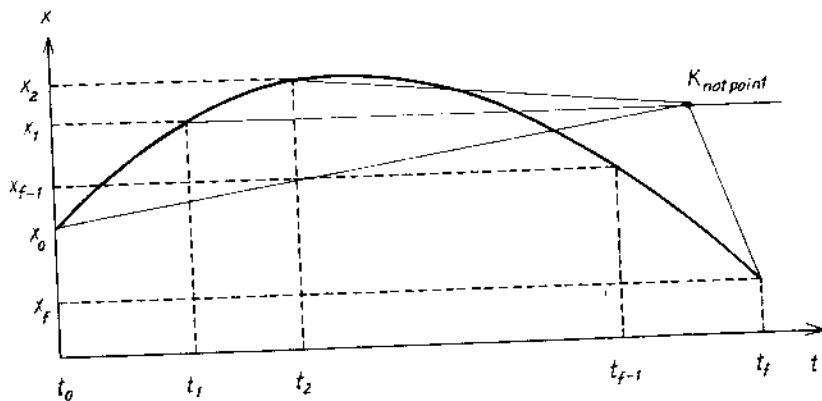
Ngoài các dạng phổ cập còn có trường hợp khi robot có hai tay hay nhiều khớp song song (robot Enbow), các góc của từng khớp phải được tìm ra bằng cách giải đồng thời nhiều khớp trong mối quan hệ tổng các góc khớp. Các góc trung gian giữa hai khâu được tìm ra từ hàm arccos.

Tìm ra các nghiệm phù hợp với hình thể của robot (vị trí và hướng) là một trong các vấn đề khó khăn nhất. Hầu như chưa có thuật toán nào mà nhờ nó ta tìm được mọi nghiệm. Nhưng trực giác hình học yêu cầu có các nghiệm trực tiếp. Các phương pháp đưa ra trong chương này đã thiết lập các hàm số trực tiếp, tường minh và các nghiệm số của nó đều biểu diễn được.

$$X = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \\ \theta_4 \\ \theta_5 \\ \theta_6 \end{bmatrix}$$

Như đã rõ, quỹ đạo thiết kế nhất thiết phải đi qua một số điểm nút cho trước (ít nhất là điểm đầu và điểm cuối). Quỹ đạo thiết kế còn phải đảm bảo các điều kiện liên tục (Continuous conditions) bao gồm:

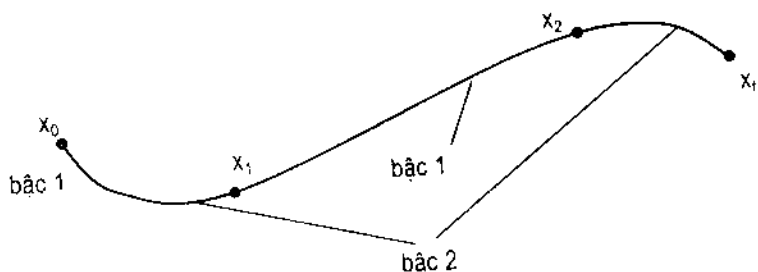
- Liên tục về vị trí (position)
- Liên tục về tốc độ (velocity) và
- Liên tục về gia tốc (acceleration).



Hình 7.1. Tính liên tục của quỹ đạo robot

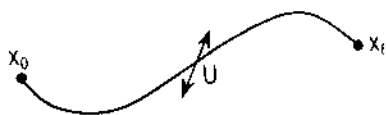
Để thiết kế quỹ đạo, ta thường dùng phương pháp xấp xỉ các đa thức bậc n (Polinomial of n degree). Các quỹ đạo thường gặp là:

- Quỹ đạo CS (Cubis Segment): tương đương đa thức bậc 3
- Quỹ đạo LS (Linear Segment): tương đương đa thức bậc 1
- Quỹ đạo LSPB (Linear Segment with Parabolic Blend): phối hợp đa thức bậc 2 với đa thức bậc 1.

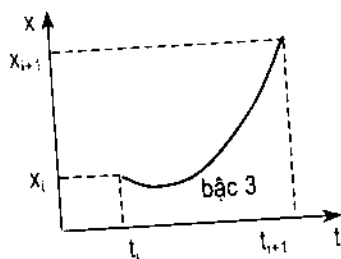


Hình 7.2. Quỹ đạo LSPB

- Quỹ đạo BBPB (Bang Bang Parabolic Blend): là trường hợp đặc biệt của quỹ đạo LSPB khi đoạn tuyến tính thu về 0 và xuất hiện điểm uốn (hình 7.3).



Hình 7.3. Quỹ đạo BBPB



Hình 7.4. Quỹ đạo CS

Nếu cho trước nhiều điểm nút, ta có thể áp dụng nhiều dạng cơ bản khác nhau trên một quỹ đạo. Trong trường hợp phải phối hợp đồng bộ các khâu của robot trong quá trình hoạt động, ta đưa ra khái niệm "chuyển động tọa độ" (coordinated motions).

7.2. QUỸ ĐẠO ĐA THỨC BẬC 3 (PATH WITH CUBIS SEGMENT)

Tại thời điểm $t_i \leq t \leq t_{i+1}$, dạng quỹ đạo xấp xỉ đa thức bậc 3 được trình bày bởi:

$$X(t) = a_i + b_i(t - t_i) + C_i(t - t_i)^2 + d_i(t - t_i)^3 \quad (7.1)$$

Ta hãy xét các điều kiện liên tục của quỹ đạo.

7.2.1. Liên tục về vị trí

$$X_{ii} = X_i$$

$$X_{i+1} = X_{i+1}$$

7.2.2. Liên tục về tốc độ

$$\begin{aligned}\dot{X}_0 &= \dot{X}_1 \\ \dot{X}_{i+1} &= \dot{X}_{i+1}\end{aligned}$$

Từ (7.1) nhận thấy, tại:

$$t = t_i \rightarrow a_i = X_0 = X_i \quad (7.2)$$

Lấy đạo hàm của (7.1) theo t , ta có:

$$\begin{aligned}\dot{X}(t) &= b_i + 2C_i(t - t_i) + 3d_i(t - t_i)^2 \\ \text{tại: } t = t_i &\rightarrow b_i = \dot{X}_i\end{aligned} \quad (7.3)$$

Lại $t = t_{i+1}$ ta có hai tham số:

$$C_i = \frac{3(X_{i+1} - X_i) - (2\dot{X}_i + \dot{X}_{i+1})\delta t_i}{\delta t_i^2} \quad (7.4)$$

$$d_i = \frac{(\dot{X}_i + \dot{X}_{i+1})\delta t_i - 2(X_i + X_{i+1})\delta t_i}{\delta t_i^3} \quad (7.5)$$

trong đó: $\delta t_i = t_{i+1} - t_i$

Bạn đọc dễ thấy $\dot{X}_i$ (vận tốc) thể hiện ở độ dốc (slope) của quỹ đạo. Tính liên tục của vận tốc là sự đảm bảo cho quỹ đạo không gấp khúc, giật cục, gây sốc trong quá trình hoạt động của robot.

Bạn đọc cũng cần chú ý rằng, khi thiết kế quỹ đạo trong không gian Đề-các (Cartesian space) để điều khiển được robot, ở mỗi điểm đều phải tìm được nghiệm của bài toán động học ngược và do đó “não bộ” của robot phải thực hiện một khối lượng tính toán khổng lồ trong một khoảng thời gian không vượt quá 28 μs (micro giây). Nếu ta không tìm cách cải biến thiết kế quỹ đạo thì hầu như không có cụm điện toán nào đáp ứng được nhu cầu nói trên.

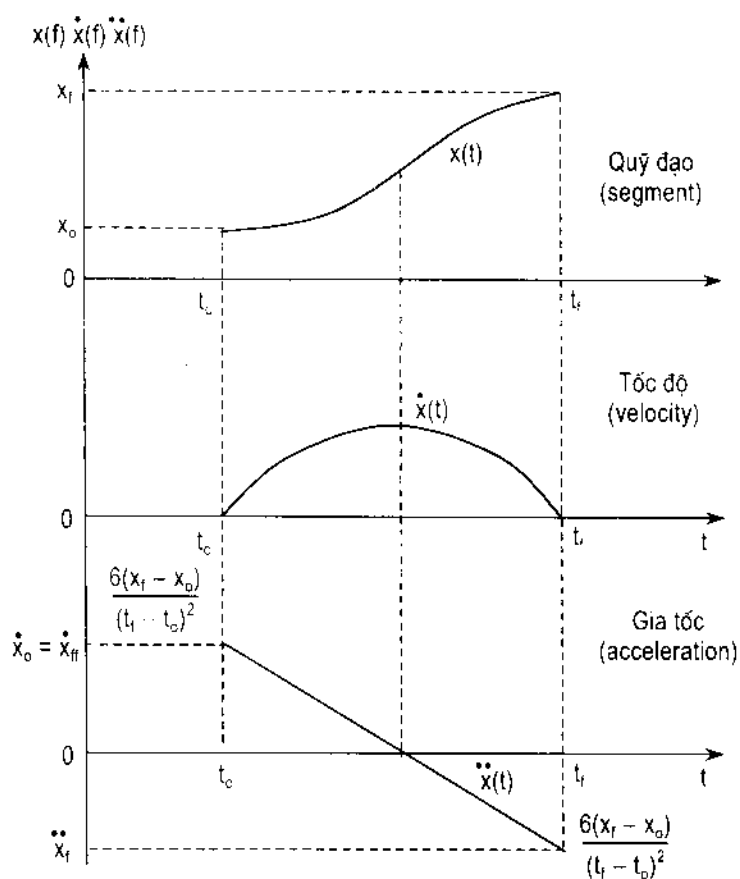
Để cải biến thiết kế quỹ đạo, người ta thường dùng hai biện pháp:

Một là: dùng các bộ nhớ sẵn những phương tính tính trước của các hàm số động học ngược điển hình.

Hai là: chọn ra một số điểm nút, tạo thêm một số điểm nút khác, tính ra hàm động học ngược thích hợp rồi mới xây dựng quỹ đạo trong không gian biến trục hay là trong trường vectơ (link space). Độ phù hợp giữa hai hệ tọa độ Cartesian space và link space sẽ phụ thuộc vào mật độ các điểm chọn trước trên quỹ đạo, mật độ càng dày thì độ phù hợp càng có chất lượng.

7.2.3. Ví dụ

Thiết kế quỹ đạo CS (Path with Cubic Segment) qua hai điểm x_0, x_f với $\dot{x}_0 = 0; \dot{x}_f = 0$ (xem hình 7.5).



Hình 7.5. Thiết kế quỹ đạo CS

Từ các công thức (7.2) đến (7.5), ta xác định các hệ số của đa thức bậc 3 gồm:

$$a = x_0$$

$$b = 0$$

$$c = \frac{3(x_f - x_0)}{(t_f - t_0)^2}$$

$$d = \frac{(x_f - x_0)}{(t_f - t_0)^3}$$

Do vậy quỹ đạo $X(t)$ có dạng như sau:

$$X(t) = x_0 + \frac{3(x_1 - x_0)}{(t_f - t_0)^2} \cdot (t_f - t_0)^2 - \frac{2(x_1 - x_0)}{(t_f - t_0)^3} \cdot (t_f - t_0)^3$$

Vận tốc là:

$$\dot{X}(t) = \frac{6(x_1 - x_0)}{(t_f - t_0)^2} \cdot (t_f - t_0) - \frac{6(x_1 - x_0)}{(t_f - t_0)^3} \cdot (t_f - t_0)^2$$

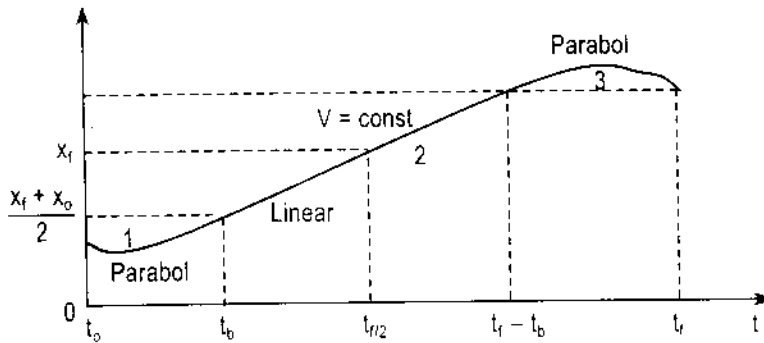
Và gia tốc:

$$\ddot{X}(t) = \frac{6(x_1 - x_0)}{(t_f - t_0)^2} - \frac{12(x_1 - x_0)}{(t_f - t_0)^3} \cdot (t_f - t_0)$$

Từ các phương trình quỹ đạo, phương trình vận tốc và phương trình gia tốc, ta dễ dàng xây dựng các biểu đồ khảo sát đặc tính của chuyển động robot trên quỹ đạo thiết kế.

7.3. QUỸ ĐẠO TUYẾN TÍNH VỚI CUNG Ở HAI ĐẦU LÀ PARABOL LSPB (Linear Segment with Parabolic Blend)

Khi yêu cầu chuyển động cơ bản của robot trong trường hợp công tác với một vận tốc đều đặn, ta dùng quỹ đạo LSPB (còn được ký hiệu là 2-1-2).



Hình 7.6. Thiết kế quỹ đạo LSPB

Các điều kiện liên tục của quỹ đạo này thể hiện ở:

$$\begin{aligned} X_{(t_0)} &= X_0 & X_{(t_f)} &= X_1 \\ \dot{X}_{(t_0)} &= \dot{X}_{(t_f)} & &= 0 \end{aligned}$$

Và điều kiện công nghệ là $V = \text{const}$.

a. Trong đoạn 1: $(t_0 \div t_b)$ với $0 \leq t \leq t_b$, quỹ đạo parabol có dạng:

$$X_{(t)} = \alpha + \beta t + \gamma t^2 \quad (7.6)$$

$$\text{Với } t = 0: \quad \alpha = X_{(0)} = x_0 \quad (7.7)$$

$$\text{Lấy đạo hàm:} \quad \dot{X}_{(t)} = \beta + 2\gamma t \quad (7.8)$$

$$\text{Với } t = 0: \quad \beta = \dot{X}_{(0)} = 0$$

Với $t = t_b$:

$$\gamma = \frac{V}{2t_b}$$

$$\text{Đặt } \frac{V}{t_b} = a \Rightarrow \gamma = \frac{a}{2}$$

Và quỹ đạo có dạng:

$$X_{(t)} = X_0 + \frac{at^2}{2} \quad (0 \leq t \leq t_b) \quad (7.10)$$

b. Trong đoạn 2: $[t_b, (t_f - t_b)]$ với $t_b \leq t \leq t_f - t_b$, quỹ đạo tuyến tính có dạng:

$$X_{(t)} = \frac{X_f + X_0 - Vt_f}{2} + Vt \quad (7.11)$$

Từ điều kiện liên tục về vị trí ta có:

$$X_0 + \frac{at_b^2}{2} = \frac{X_f + X_0 - Vt_f}{2} + Vt_b$$

Rút ra:

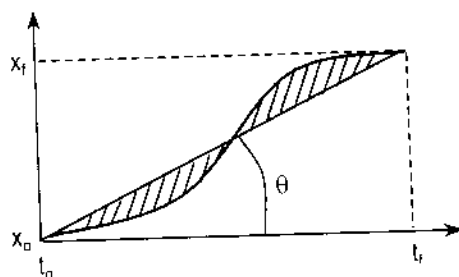
$$t_b = \frac{X_0 - X_f + Vt_f}{V}$$

Với điều kiện tồn tại $0 < t_b < \frac{t_f}{2}$

hay là:

$$\frac{X_f - X_0}{V} < t_f \leq \frac{2(X_f - X_0)}{V}$$

Đây là điều kiện xác định xem có thể dùng quỹ đạo LSPB hay không.



Hình 7.7. Điều kiện nghiệm vật lý về tốc độ

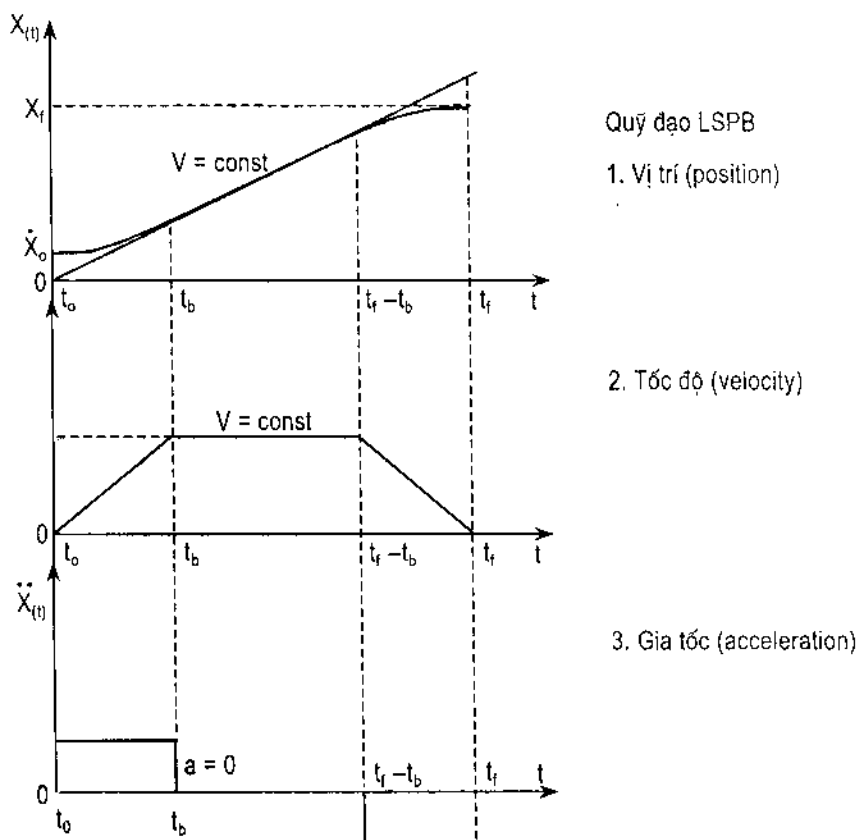
Về mặt vật lý, nếu $t_f > \frac{X_f - X_0}{V}$ và $t_f \leq \frac{2(X_f - X_0)}{V}$ thì $V > \frac{X_f - X_0}{V}$
và $t_f \leq \frac{2(X_f - X_0)}{V}$.

Nghĩa là tốc độ phải được chọn $V > tg\theta$ và $V \leq 2tg\theta$.

c. Trong đoạn 3: $[t_f - t_b, t_f]$ với $(t_f - t_b) \leq t \leq t_f$, quỹ đạo parabol có dạng:

$$X(t) = X_f - \frac{at_f^2}{2} + at_ft - \frac{a}{2} \cdot t^2 \quad (7.12)$$

Từ các hàm số (7.10) (7.11) và (7.12) có thể xây dựng quỹ đạo tổng hợp LSPB cùng các đặc tính vận tốc và gia tốc trong quá trình chuyển động của robot như trên hình 7.8:



Hình 7.8. Đặc tính của quỹ đạo LSPB

7.4. QUỹ ĐẠO BANG BANG PARABOLIC BLEND (BBPB)

Như đã nói, đây là trường hợp đặc biệt của quỹ đạo LSPB khi đoạn tuyến tính thu về 0.

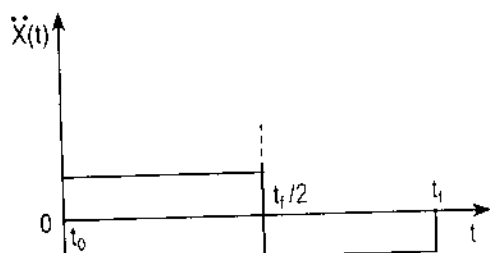
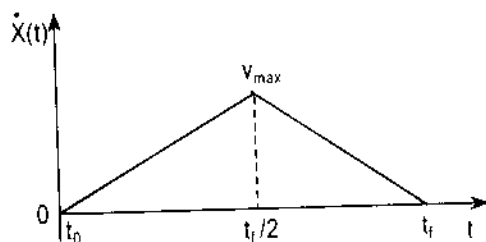
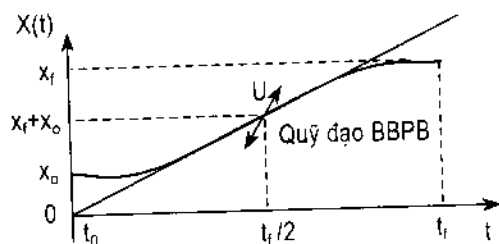
Ta có với:

$$0 \leq t \leq \frac{t_f}{2} \quad X_t = X_0 + \frac{at^2}{2} \quad (7.13)$$

Và với:

$$\frac{t_f}{2} \leq t \leq t_f \quad X(t) = 2X_0 - X_t + 2a\sqrt{\frac{X_f - X_0}{a}} \cdot t - \frac{at^2}{2} \quad (7.14)$$

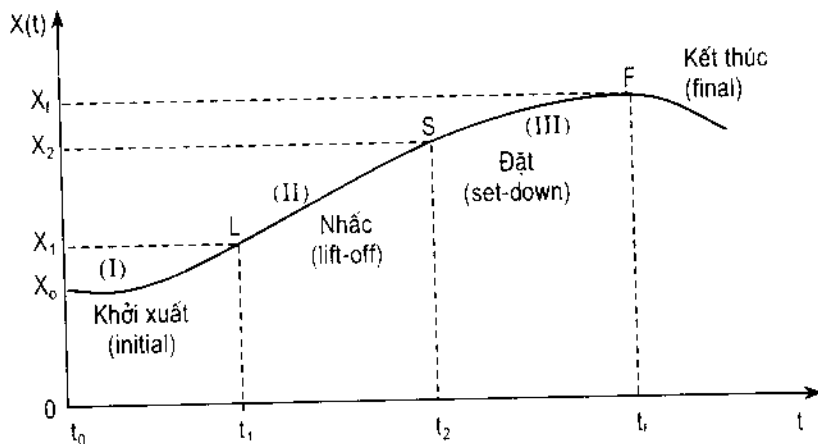
Dễ thấy quỹ đạo tổng hợp BBPB cùng các đặc tính vận tốc và gia tốc trong quá trình chuyển động của robot như trên hình 7.9.



Hình 7.9. Đặc tính của quỹ đạo BBPB

7.5. QUỸ ĐẠO PICK AND PLACE OPERATION (PAPO)

Quỹ đạo này của robot thuộc thế hệ “Pick and Place” bao gồm ba động trình cơ bản “nhấc - di chuyển - đặt”. Theo ký hiệu số bậc của đa thức xấp xỉ ta có thể có PAPO với ký hiệu 3-5-3 hoặc 4-3-4.



Hình 7.10. Đặc tính của quỹ đạo PAPO

Ở đoạn quỹ đạo (I), vật thể (đối tượng cầm nắm) được robot nhấc lên theo phương vuông góc với mặt định vị. Tại $t = t_0$, các điều kiện liên tục thể hiện ở:

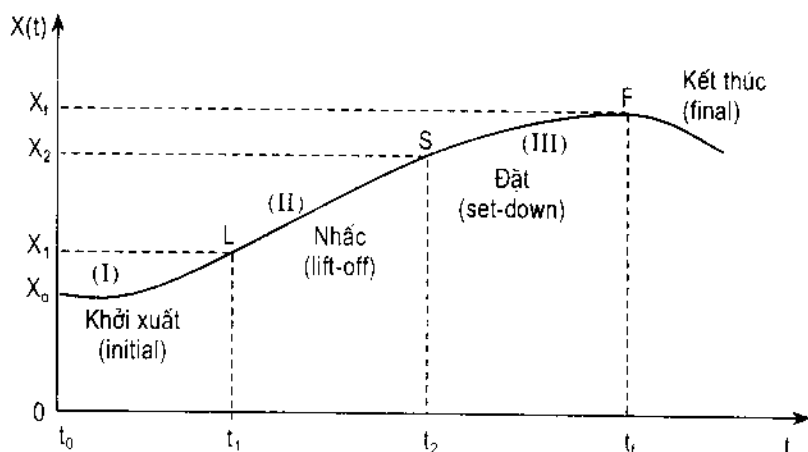
$$\begin{aligned} X_{(t_0)} &= X_0 \\ \dot{X}_{(t_0)} &= \ddot{X}_{(t_0)} = \dot{X}_0 = \ddot{X}_0 = 0 \end{aligned}$$

Từ đoạn quỹ đạo (II) trở đi, các điều kiện liên tục bao gồm:

$$\begin{aligned} X_I(t_1) &= X_{II}(t_1) \\ \dot{X}_I(t_1) &= \dot{X}_{II}(t_1) \\ \ddot{X}_I(t_1) &= \ddot{X}_{II}(t_1) \\ X_{II}(t_2) &= X_{III}(t_2) \\ \dot{X}_{II}(t_2) &= \dot{X}_{III}(t_2) \\ \ddot{X}_{II}(t_2) &= \ddot{X}_{III}(t_2) \\ \dot{X}_{III}(t_2) &= \dot{X}_{III}(t_3) = 0 \\ X_{III}(t_3) &= X_f \end{aligned}$$

7.5. QUỸ ĐẠO PICK AND PLACE OPERATION (PAPO)

Quỹ đạo này của robot thuộc thể hệ “Pick and Place” bao gồm ba động trình cơ bản “nhấc - di chuyển - đặt”. Theo ký hiệu số bậc của đa thức xấp xỉ ta có thể có PAPO với ký hiệu 3-5-3 hoặc 4-3-4.



Hình 7.10. Đặc tính của quỹ đạo PAPO

Ở đoạn quỹ đạo (I), vật thể (đối tượng cầm nắm) được robot nhấc lên theo phương vuông góc với mặt định vị. Tại $t = t_0$, các điều kiện liên tục thể hiện ở:

$$\begin{aligned} X_{(t_0)} &= X_0 \\ \dot{X}_{(t_0)} &= \ddot{X}_{(t_0)} = \dot{X}_0 = \ddot{X}_0 = 0 \end{aligned}$$

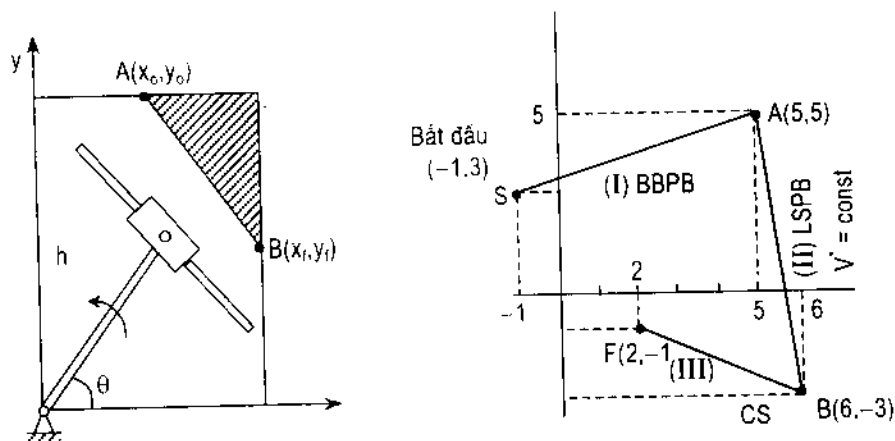
Từ đoạn quỹ đạo (II) trở đi, các điều kiện liên tục bao gồm:

$$\begin{aligned} X_I(t_1) &= X_{II}(t_1) \\ \dot{X}_I(t_1) &= \dot{X}_{II}(t_1) \\ \ddot{X}_I(t_1) &= \ddot{X}_{II}(t_1) \\ X_{II}(t_2) &= X_{III}(t_2) \\ \dot{X}_{II}(t_2) &= \dot{X}_{III}(t_2) \\ \ddot{X}_{II}(t_2) &= \ddot{X}_{III}(t_2) \\ \dot{X}_{III}(t_2) &= \dot{X}_{III}(t_f) = 0 \\ X_{III}(t_f) &= X_f \end{aligned}$$

7.6. CHUYỂN ĐỘNG TOA ĐỘ (COORDINATED MOTIONS)

Bạn đọc nhớ lại vấn đề đã trình bày ở mục 3.3 và ví dụ trên hình 3.4. Nay ta gắn hoạt động thực tế của robot vào những đoạn quỹ đạo như sau:

Theo hình vẽ, robot khởi động ở điểm $S(1, -3)$ và đưa mỏ cắt vào điểm bắt đầu cắt $A(5, 5)$. Đoạn SA có quỹ đạo BBPB. Đoạn cắt mảnh kim loại kéo dài từ $A(5, 5)$ tới $B(6, 3)$ với quỹ đạo LSPB. Ở đây ta cần bảo đảm tốc độ cắt đã chọn $V = \text{const}$.



Hình 7.11. Hoạt động thực tế trên các quỹ đạo khác nhau

Cuối cùng robot kết thúc hoạt động ở điểm $F(2, -1)$ với đoạn BF theo quỹ đạo CS. Như vậy chuyển động toạ độ của robot bao gồm các giai đoạn sau đây:

Giai đoạn (I): Quỹ đạo BBPB xác định $X(t)$ và $Y(t)$ trên đoạn quỹ đạo tương ứng.

Để thiết kế quỹ đạo có thể sử dụng hai nguyên tắc:

a) Thiết kế $X(t)$ theo quỹ đạo BBPB rồi tính lại $Y(t)$ theo các ràng buộc hình học của đoạn quỹ đạo (I), đó là quan hệ:

$$y = \frac{x}{3} + \frac{10}{3} \quad (7.15)$$

được lập ra bởi đường thẳng đi qua hai điểm $S(-1, 3)$ và $A(5, 5)$.

b) Thiết kế $Y(t)$ theo quỹ đạo BBPB rồi tính lại $X(t)$ theo ràng buộc:

$$x = 3y - 10 \quad (7.16)$$

Căn cứ lựa chọn nguyên tắc thiết kế nào là phụ thuộc vào điều: trục nào có chuyển động dài hơn? Tất nhiên trục có chuyển động ngắn sẽ được tính lại theo ràng buộc hình học.

Trong ví dụ cụ thể này, trục X có chuyển động từ -1 đến 5 (tức 6 đơn vị dịch chuyển toạ độ), trong khi trục Y có dịch chuyển từ 3 đến 5 (tức 2 đơn vị dịch chuyển toạ độ). Vậy ta sẽ thiết kế cho X(t) theo quỹ đạo BBPB và tính lại Y(t) theo ràng buộc (7.15).

Cho trước: $X_0 = -1$; $X_f = 5$; $a_x = \pm 2$

$$\text{Tính: } t_n = \frac{t_f}{2} = \sqrt{\frac{X_f - X_0}{a}} = \sqrt{\frac{6}{2}} = \sqrt{3}$$

Dựa theo các công thức (7.13) và (7.14) ta tính được:

$$X_1(t) = \begin{cases} -1 + t^2 & \text{với } 0 \leq t \leq 1.732 \\ -7 + 6.928t - t^2 & \text{với } 1.732 \leq t \leq 3.464 \end{cases}$$

và theo đó:

$$Y_1(t) = \begin{cases} \frac{-1+t^2}{2} + \frac{10}{3} \text{ hay } \frac{t^2}{3} + 3 \\ 1 + 23t - 0.33t^2 \end{cases}$$

trong những khoảng xác định thích hợp của t.

Từ các phương trình X(t), Y(t) lại có thể giải hàm động học ngược để tìm ra các thông số điều khiển như θ , h (đã trình bày ở ví dụ 3.4).

Giai đoạn II: Quỹ đạo LSPB giới hạn từ điểm A (5, 5) tới điểm B(6, -3).

Ở đoạn này ta có:

$$x_{02} = 5x_f = 6$$

$$y_{02} = 5y_f = -3$$

và ràng buộc giữa x, y là:

$$y = -8x + 45 \quad (7.17)$$

Về mặt tốc độ dịch chuyển, ta thường có V^* chung cho cả hai trục chuyển động. Giả sử chọn $V^* = 1$, nghĩa là:

$$V = \sqrt{\dot{V}_x^2 + \dot{V}_y^2} = \sqrt{\dot{x}^2(t) + \dot{y}^2(t)} = 1$$

Từ ràng buộc (7.17) ta có: $\dot{y}(t) = -8\dot{x}(t)$ suy ra:

$$1 = \sqrt{\dot{y}^2(t) + \left(\frac{\dot{y}(t)}{-8}\right)^2} = \sqrt{\frac{65}{64} \cdot \dot{y}^2} = 1$$

ta lấy:

$$\dot{y}(t) = -\sqrt{\frac{65}{64}} = -0,992$$

Để thấy dấu “âm” của vận tốc $\dot{y}(t)$ là phù hợp với độ dốc từ trái qua phải của đoạn quỹ đạo II.

Ngoài ra còn cho: $\ddot{y}(t) = a_y = \pm 2$

Vì trên trục y có đoạn dịch chuyển dài hơn (8 đơn vị toạ độ), ta tính LSPB cho $Y(t)$ trước rồi tính $X(t)$ theo ràng buộc (7.17).

Sử dụng các công thức (7.10), (7.11) và (7.12) ta tính được:

$$Y(t) = \begin{cases} 5 - (t - 3,464)^2 & \text{với } 3,464 \leq t \leq 3,96 \\ 5,25 - 0,992 \cdot (t - 3,464) & \text{với } 3,96 \leq t \leq 11,5 \\ 70,291 - 17,122 \cdot (t - 3,464) + (t - 3,464)^2 & \text{với } 11,5 \leq t \leq 12,025 \end{cases}$$

Đến đây bạn đọc có thể tính $X(t)$ theo ràng buộc (7.17) và tự giải bài toán hàm động học ngược để tìm bộ thông số điều khiển θ , h .

Giai đoạn III: Quỹ đạo CS giới hạn từ điểm B (6, -3) tới điểm F(2, -1).

Ở đoạn này ta có:

$$x_{ii} = 6y_{ii} = -3$$

$$x_f = 2y_f = -1$$

và ràng buộc giữa x và y là:

$$x = -2y \quad (7.18)$$

ta cũng cho: $\ddot{X}(t) = a_x = \pm 2$

Vì trên trục x, đoạn dịch chuyển là 4 đơn vị toạ độ, dài hơn đoạn dịch chuyển trên y, ta tính quỹ đạo CS cho $X(t)$ trước.

Theo các công thức từ (7.1) đến (7.5) ta xác định được:

$$X(t) = 6 - (t - 12,025)^2 + 0,192 \cdot (t - 12,025)^3$$

với $12,025 \leq t \leq 15,489$.

Một lần nữa bạn đọc có đủ điều kiện để tính $Y(t)$ theo ràng buộc (7.18) và giải hàm động học ngược để tìm các thông số điều khiển θ, h .

Trong chương 7 này, chúng ta đã nghiên cứu các dạng quỹ đạo điển hình được ứng dụng trong hoạt động của robot. Xin bạn đọc lưu ý rằng, ở đây chúng ta mới xem xét các vấn đề chuyển đổi vị trí (positions translation). Các vấn đề liên quan đến quá trình chuyển hướng (orientation translation) còn phải xử lý cùng các phép biến đổi đồng nhất và phải được nghiên cứu có hệ thống trong các chuyên đề sâu hơn.

CHƯƠNG 8

ĐỘNG LỰC HỌC ROBOT

(Dynamic robot)

Trong chương này ta đề cập đến một nội dung không thể bỏ qua trong phân tích, thiết kế robot. Đó là vấn đề động lực học, trong đó các khía cạnh liên quan tới lực tác dụng trên từng khâu, từng khớp, lực tác dụng liên kết, lực ly tâm, các hiệu ứng tương hỗ, hiệu ứng trọng trường cũng như hiệu ứng quán tính... sẽ được nghiên cứu trong mối quan hệ không tách rời chuyển động (biến đổi vị trí, vận tốc, gia tốc...).

Trước hết bạn đọc cần nắm được các mối quan hệ vi phân (Differential relationships) trong động học robot. Trong các quan hệ vi phân, xin bạn đọc lưu ý đặc biệt đến các phép biến đổi quay vì sai và tịnh tiến vì sai.

8.1. CÁC QUAN HỆ VI PHÂN

8.1.1. Đạo hàm (Derivation)

Cho phép biến đổi:

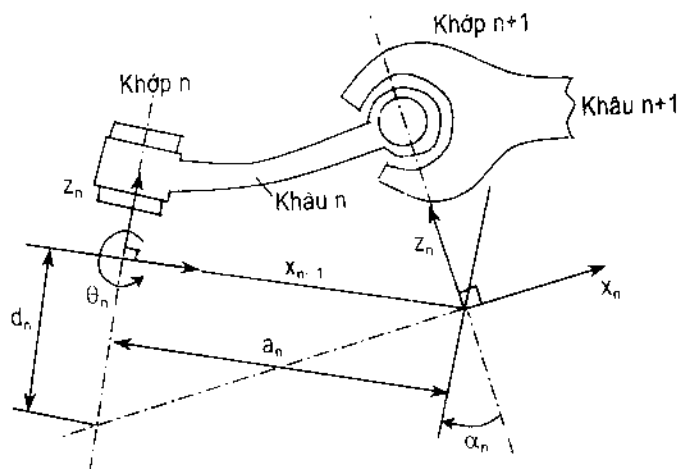
$$T = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} & t_{13} & t_{14} \\ t_{21} & t_{22} & t_{23} & t_{24} \\ t_{31} & t_{32} & t_{33} & t_{34} \\ t_{41} & t_{42} & t_{43} & t_{44} \end{bmatrix}$$

Ta định nghĩa:

$$dT = \begin{bmatrix} \frac{\partial t_{11}}{\partial x} & \dots & \frac{\partial t_{14}}{\partial x} \\ \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial t_{41}}{\partial x} & \dots & \frac{\partial t_{44}}{\partial x} \end{bmatrix} \cdot dx$$

là đạo hàm của phép biến đổi T.

Xét ví dụ trên hình 8.1.



Hình 8.1. Liên kết hai khâu kế tiếp

Phân tích kết cấu trên hình 8.1 với phép biến đổi:

$$A = \begin{vmatrix} \text{Trans}(0, 0, d_n) \\ \text{Rot}(z, \theta_n) \\ \text{Rot}(z, \alpha_n) \\ \text{Trans}(a_n, 0, 0) \end{vmatrix}$$

Ma trận của phép biến đổi A là:

$$A = \begin{vmatrix} \cos\theta & -\sin\theta\sin\alpha & \sin\theta\sin\alpha & a.\cos\theta \\ \sin\theta & \cos\theta\cos\alpha & -\cos\theta\sin\alpha & a.\sin\theta \\ 0 & \sin\alpha & \cos\alpha & d \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

Vậy đạo hàm của A theo θ là:

$$A = \begin{vmatrix} -\sin\theta & -\cos\theta\sin\alpha & \cos\theta\sin\alpha & -a.\sin\theta \\ \cos\theta & -\sin\theta\cos\alpha & \sin\theta\sin\alpha & a.\cos\theta \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \cdot d\theta$$

8.1.2. Phép quay vi phân và phép tịnh tiến vi phân (Differential Rotation and Translation)

Giả sử có:

$$T + dT = \text{Trans}(dx, dy, dz)\text{Rot}(k, d\theta)T$$

trong đó:

$\text{Trans}(dx, dy, dz)$ là dịch động tịnh tiến vi sai so với gốc (O, xyz) và $\text{Rot}(k, d\theta)$ là dịch chuyển quay vi sai so với gốc quanh trục k bất kỳ (quay vi sai tổng quát).

dT được tính như sau:

$$dT = [\text{Trans}(dx, dy, dz)\text{Rot}(k, d\theta) - I]T \quad (8.1)$$

trong đó: I là ma trận đơn vị.

$$\Delta = [\text{Trans}(dx, dy, dz)\text{Rot}(k, d\theta) - I]$$

chính là phép biến đổi quay vi sai và tịnh tiến vi sai.

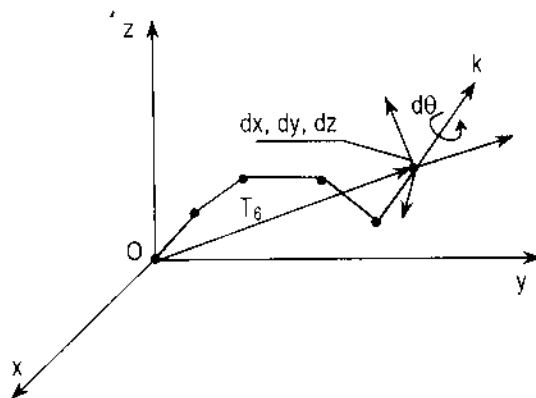
Từ đó:

$$dT = \Delta.T \quad (8.2)$$

Khi so với một hệ toạ độ bất kỳ, chẳng hạn so với T ta có:

$$T + dT = T.T^T\text{Trans}(dx, dy, dz)^T\text{Rot}(k, d\theta)$$

trong đó phép tịnh tiến vi sai $\text{Trans}(dx, dy, d\theta)$ và phép quay vi sai $\text{Rot}(k, d\theta)$ đều tính trong T .



Hình 8.2. Các dịch động vi phân

Lúc này dT được tính như sau:

$$\begin{aligned} dT &= T.T^T \underbrace{[\text{Trans}(dx, dy, dz)\text{Rot}(k, d\theta) - I]}_{T^T\Delta} \\ &= T.T^T\Delta \end{aligned} \quad (8.4)$$

Tổng hợp lại:

$$dT = \Delta.T - T.T^T\Delta \quad (8.5)$$

8.1.3. Phép quay vi phân và tịnh tiến vi phân trong phép biến đổi đồng nhất

(Differential Rotation and Translation of Transformation)

Bạn đọc đã rõ, theo định nghĩa:

$$\Lambda = [\text{Trans}(dx, dy, dz)\text{Rot}(k, d\theta) - I]$$

Ta đã có:

$$\text{Trans}(dx, dy, dz) = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & dx \\ 0 & 1 & 0 & dy \\ 0 & 0 & 1 & dz \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad (8.6)$$

Và cũng có:

$$\text{Rot}(k, d\theta) = \begin{vmatrix} k_x k_y \text{vers}\theta + C\theta & k_y k_x \text{vers}\theta - k_y S\theta & k_x k_y \text{vers}\theta + k_y S\theta & 0 \\ k_y k_x \text{vers}\theta + k_y S\theta & k_y k_y \text{vers}\theta + C\theta & k_y k_y \text{vers}\theta - k_x S\theta & 0 \\ k_x k_y \text{vers}\theta - k_y S\theta & k_y k_y \text{vers}\theta + k_x S\theta & k_x k_y \text{vers}\theta + C\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

là kết quả của phép quay tổng quát mà bạn đọc đã được thấy trong mục 4.4 (chương 4).

Theo quy ước biểu diễn:

$$\text{Vers}\theta = 1 - \cos\theta$$

ta có những nhận xét sau về những giá trị giới hạn của các hàm lượng giác:

$$* \lim_{\theta \rightarrow 0} C\theta = 1$$

$$* \lim_{\theta \rightarrow 0} S\theta = d\theta$$

$$* \lim_{\theta \rightarrow 0} \text{Vers}\theta = 0$$

Từ đó dễ thấy khi $\theta \rightarrow 0$, đường chéo của ma trận $\text{Rot}(k, d\theta)$ có các phần tử đều bằng 1.

Ma trận quay vi phân tổng quát có thể biểu diễn lại:

$$\text{Rot}(k, d\theta) = \begin{vmatrix} 1 & -k_y d\theta & k_x d\theta & 0 \\ k_y d\theta & 1 & -k_x d\theta & 0 \\ -k_y d\theta & k_x d\theta & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad (8.7)$$

Tổ hợp lại từ (8.6), (8.7) ta có:

$$\text{Trans}(dx, dy, dz) \text{ Rot}(k, d\theta) = \begin{vmatrix} 1 & k_y d\theta & k_x d\theta & dx \\ k_y d\theta & 1 & -k_x d\theta & dy \\ -k_y d\theta & k_x d\theta & 1 & dz \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

Và do đó:

$$\Lambda = \begin{vmatrix} 0 & -k_y d\theta & k_x d\theta & dx \\ k_y d\theta & 0 & -k_x d\theta & dy \\ -k_y d\theta & k_x d\theta & 0 & dz \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \quad (8.8)$$

8.1.4. Các phép quay vi phân tương đương (Equivalent of Differential Rotation)

Bạn đọc để thấy khi sử dụng lại các phép quay cơ bản xung quanh các trục x, y, z của hệ cơ bản mà công thức của nó đã đề cập trong chương 4 [mục (4.2), (4.3), (4.4)], ta có ngay:

$$\text{Rot}(x, \delta x) = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \delta x & -\sin \delta x & 0 \\ 0 & \sin \delta x & \cos \delta x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \delta x & 0 \\ 0 & \delta x & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad (8.9)$$

$$\text{Rot}(y, \delta y) = \begin{vmatrix} \cos \delta y & 0 & \sin \delta y & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin \delta y & 0 & \cos \delta y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & \delta y & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \delta y & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad (8.10)$$

$$\text{Rot}(z, \delta z) = \begin{vmatrix} \cos \delta z & -\sin \delta z & 0 & 0 \\ \sin \delta z & \cos \delta z & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & -\delta z & 0 & 0 \\ \delta z & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad (8.11)$$

Và do đó, khi thay $d\theta$ bởi $d\theta = \delta x i + \delta y j + \delta z k$ trong tính toán, ta sẽ được đúng công thức quay vi sai tổng quát (8.8).

Mặt khác ta cũng có:

$$\text{Rot}(k, d\theta) = \text{Rot}(x, \delta x) \text{Rot}(y, \delta y) \text{Rot}(z, \delta z)$$

$$= \begin{vmatrix} 1 & -\delta z & \delta y & 0 \\ \delta z & 0 & -\delta x & 0 \\ -\delta y & \delta x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

và do đó:

$$\text{Trans}(dx, dy, dz) \text{Rot}(k, d\theta) = \begin{vmatrix} 1 & -\delta z & \delta y & dx \\ \delta z & 0 & -\delta x & dy \\ -\delta y & \delta x & 0 & dz \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

Suy ra:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 0 & -\delta z & \delta y & dx \\ \delta z & 0 & -\delta x & dy \\ -\delta y & \delta x & 0 & dz \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

So sánh (8.12) với (8.8) ta rút ra được:

$$\left. \begin{aligned} \delta z &= k_z d\theta \\ \delta y &= k_y d\theta \\ \delta x &= k_x d\theta \end{aligned} \right\} \quad (8.13)$$

Nếu thay thế d bởi $d = dx i + dy j + dz k$ và:

$$d\theta \text{ bởi } d\theta = \delta x i + \delta y j + \delta z k \quad (8.14)$$

thì vectơ biến đổi gồm:

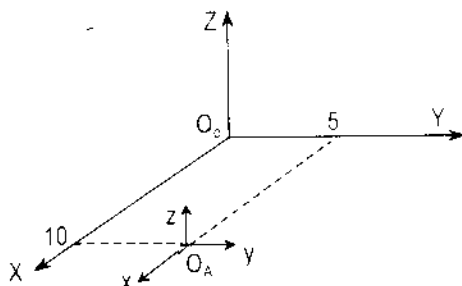
$$D = \begin{vmatrix} dx \\ dy \\ dz \\ \delta x \\ \delta y \\ \delta z \end{vmatrix} \quad (8.15)$$

Để minh họa, xin xem một ví dụ cụ thể dưới đây.

Cho:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 10 \\ 1 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Biểu diễn A trong hệ tọa độ chuẩn như trên hình 8.3.



Hình 8.3. Điểm A trong hệ tọa độ chuẩn

Cho A dịch động và quay vì sai trong hệ tọa độ gốc với:

$$d = 1i + 0j + 0.5k$$

$$\delta = 0i + 0.1j + 0k$$

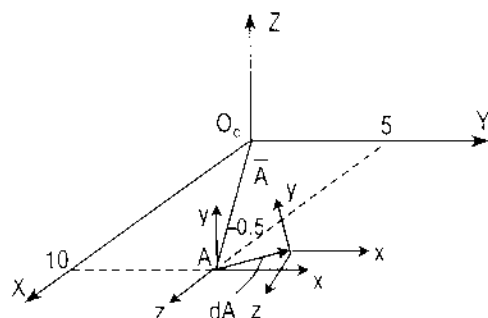
Hãy tính dA .

Theo (8.12) ta có:

$$dA = A.A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0.1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0.1 & 0 & 0 & 0.5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 10 \\ 1 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$dA = \begin{bmatrix} 0 & 0.1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.1 & -0.5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Biểu diễn lúc này ở hệ chuẩn như trên hình 8.4.



Hình 8.4. Dịch động vi phân của A

8.1.5. Chuyển đổi thứ tự vi phân giữa các hệ tọa độ (Transformation differetial dranges between coordinates Frames)

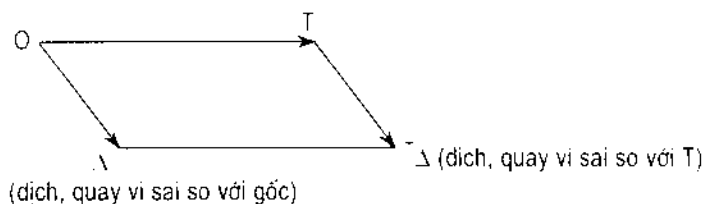
Bạn đọc đã biết $dT = A.T = T^{-1} \Delta$. Hay là:

$${}^T\Delta = T^{-1}.A.T$$

Từ đó ta đặt ra bài toán:

“Cho T, Δ tìm ${}^T\Delta$ = ?”

Ta có thể dùng toán đồ để mô tả bài toán này (hình 8.5):



Hình 8.5. Toán đồ chuyển đổi thứ tự vi phân

Giả sử T được biểu diễn bởi:

$$T = \begin{bmatrix} n_x & O_x & a_x & p_x \\ n_y & O_y & a_y & p_y \\ n_z & O_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

ta sẽ có:

$$T^{-1} = \begin{bmatrix} n_x & n_y & n_z & -n_p \\ O_x & O_y & O_z & -O_p \\ a_x & a_y & a_z & -a_p \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Và từ đó:

$$T^{-1} \Delta T = \begin{vmatrix} n(\delta x n)_x & n(\delta x O)_x & n(\delta x a)_x & n(\delta x p + d)_x \\ O(\delta x n)_y & O(\delta x O)_y & O(\delta x a)_y & O(\delta x p + d)_y \\ a(\delta x n)_z & a(\delta x O)_z & a(\delta x a)_z & a(\delta x p + d)_z \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

Bạn đọc chú ý rằng, trong mặt phẳng tọa độ ta có:

$$n \perp O \perp a$$

$$n \times n = O$$

$$n \times a = O$$

$$O \times a = n$$

$$O \times n = a$$

Và trong sự phối hợp các tích chéo hay tích vector, ta có:

$$a \times (b \times c) = -b \times (a \times c) = b \times (c \times a)$$

Như vậy:

$${}^T \Delta = T^{-1} \Delta T = \begin{vmatrix} O & -\delta a & \delta O & n(\delta x p + d)_x \\ \delta a & O & -\delta n & O(\delta x p + d)_y \\ -\delta O & \delta n & O & a(\delta x p + d)_z \\ O & O & O & O \end{vmatrix} \quad (8.16)$$

Chú ý: Để khỏi nhầm lẫn giữa O và số không, ta đã dùng ký hiệu (Ø) thay cho số không, còn O là một trục của hệ tọa độ n, O, a với O là phương căn nắm vật thể (Occupation).

Hãy cho các tương đương sau đây:

$${}^T \delta_x = \delta n$$

$${}^T dx = \delta(p \times n) + nd$$

$${}^T \delta_y = \delta O$$

$${}^T dy = \delta(p \times O) + Od$$

$${}^T \delta_z = \delta a$$

$${}^T dz = \delta(p \times a) + ad$$

Ta có thể biểu diễn lại (8.6) như sau:

$${}^T \Delta = \begin{vmatrix} 0 & -{}^T \delta z & {}^T \delta y & {}^T dx \\ {}^T \delta z & 0 & -{}^T \delta x & {}^T dy \\ -{}^T \delta y & {}^T \delta x & 0 & {}^T dz \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \quad (8.17)$$

Như vậy, khi chuyển đổi thứ tự vị phân giữa các hệ toạ độ, chẳng hạn từ hệ ban đầu với:

$$D = \begin{bmatrix} dx \\ dy \\ dz \\ \delta x \\ \delta y \\ \delta z \end{bmatrix} \quad (8.16)$$

sang hệ T với:

$${}^T\Delta = \begin{bmatrix} {}^Tdx \\ {}^Tdy \\ {}^Tdz \\ {}^T\delta x \\ {}^T\delta y \\ {}^T\delta z \end{bmatrix} \quad (8.18)$$

Ta có thể dùng một ma trận chuyển đổi mang tên Jacobie với biểu diễn đầy đủ như sau:

$${}^T\Delta = \begin{bmatrix} {}^Tdx \\ {}^Tdy \\ {}^Tdz \\ {}^T\delta x \\ {}^T\delta y \\ {}^T\delta z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n_x & n_y & n_z & (p \times n)_x & (p \times n)_y & (p \times n)_z \\ O_x & O_y & O_z & (p \times O)_x & (p \times O)_y & (p \times O)_z \\ a_x & a_y & a_z & (p \times a)_x & (p \times a)_y & (p \times a)_z \\ 0 & 0 & 0 & n_x & n_y & n_z \\ 0 & 0 & 0 & O_x & O_y & O_z \\ 0 & 0 & 0 & a_x & a_y & a_z \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} dx \\ dy \\ dz \\ \delta x \\ \delta y \\ \delta z \end{bmatrix} \quad (8.19)$$

Phép chuyển đổi thứ tự vị phân giữa các hệ toạ độ dương nhiên có thể tiến hành theo hai chiều thuận và nghịch. Chẳng hạn ta có:

Jacobie thuận: $(dx, dy, dz, \delta x, \delta y, \delta z) \rightarrow T$

Jacobie nghịch: $T \rightarrow (dx, dy, dz, \delta x, \delta y, \delta z)$.

Nếu biểu diễn với T_6 nào đó: (Bạn đọc đã biết về T_6 khi nghiên cứu phương trình động học của robot. T_6 là ma trận trình bày đầy đủ cả về hướng và vị trí của khâu chấp hành cuối của một robot 6 bậc tự do).

$$\begin{vmatrix} {}^{T^6}d_x \\ {}^{T^6}d_y \\ {}^{T^6}d_z \\ {}^{T^6}\delta_x \\ {}^{T^6}\delta_y \\ {}^{T^6}\delta_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} {}^{T^6}d_1x & {}^{T^6}d_2x & \dots & {}^{T^6}d_6x \\ {}^{T^6}d_1y & {}^{T^6}d_2y & \dots & {}^{T^6}d_6y \\ {}^{T^6}d_1z & \dots & \dots & {}^{T^6}d_6z \\ {}^{T^6}\delta_1x & \dots & \dots & {}^{T^6}\delta_6x \\ {}^{T^6}\delta_1y & \dots & \dots & {}^{T^6}\delta_6y \\ {}^{T^6}\delta_1z & \dots & \dots & {}^{T^6}\delta_6z \end{vmatrix} \begin{vmatrix} dq_1 \\ dq_2 \\ dq_3 \\ dq_4 \\ dq_5 \\ dq_6 \end{vmatrix} \quad (8.20)$$

thì phương trình này đã sử dụng một Jacobie thuận.

Nếu ta gọi:

$${}^{T^6}dw = \begin{vmatrix} {}^{T^6}d_x \\ {}^{T^6}d_y \\ {}^{T^6}d_z \\ {}^{T^6}\delta_x \\ {}^{T^6}\delta_y \\ {}^{T^6}\delta_z \end{vmatrix}$$

là một ma trận cột tập hợp các biến vi phân của các phép quay và tịnh tiến xét trong hệ T_6 .

Ta lại gọi:

$${}^{T^6}J = \begin{vmatrix} {}^{T^6}d_1x & {}^{T^6}d_2x & \dots & {}^{T^6}d_6x \\ {}^{T^6}d_1y & \dots & \dots & \dots \\ {}^{T^6}d_1z & \dots & \dots & \dots \\ {}^{T^6}\delta_1x & \dots & \dots & \dots \\ {}^{T^6}\delta_1y & \dots & \dots & \dots \\ {}^{T^6}\delta_1z & \dots & \dots & {}^{T^6}\delta_6z \end{vmatrix}$$

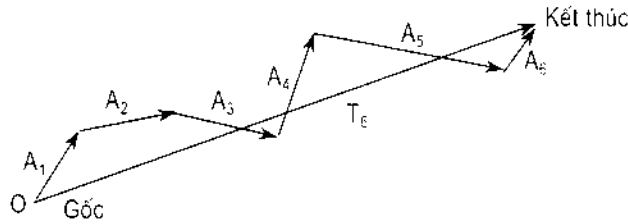
là ma trận Jacobie xét trong hệ T_6 , và gọi:

$$dq = \begin{vmatrix} dq_1 \\ dq_2 \\ dq_3 \\ dq_4 \\ dq_5 \\ dq_6 \end{vmatrix}$$

là ma trận cột tập hợp các biến vi phân của phép quay và phép tịnh tiến xét trong hệ cơ bản, thì tổng quát lại ta có:

$${}^0dw = {}^0T_6^T dw = {}^0T_6^{-1} J \dot{dq} \quad (8.21)$$

Sơ đồ tổng quát như trên hình 8.6.



Hình 8.6. Sơ đồ biến đổi tổng quát của robot 6 bậc tự do

Các bài toán sử dụng ma trận Jacobie đóng một vai trò quan trọng trong quá trình xử lý quan hệ lực/mômen tổng quát khi nghiên cứu các vấn đề động lực học robot mà ta còn có dịp thảo luận sau này.

8.2. CƠ HỌC LAGRANGE VỚI CÁC VẤN ĐỀ ĐỘNG LỰC CỦA ROBOT

Nguyên lý d'Alembert đề cập đến các xung lượng (impuls) mv hay jw (khối lượng $\times$ vận tốc) với $dImp = \Sigma F_i$ chưa đủ cơ sở áp dụng vào nghiên cứu động lực học robot. Bạn đọc từng biết liên kết khâu, khớp trong robot với những nguồn động lực và kênh điều khiển riêng biệt không cho phép bỏ qua các hiệu ứng như trọng trường, quán tính, tương hỗ, ly tâm... mà những khía cạnh này chưa được xét đầy đủ trong cơ học cổ điển. Ngay cả nguyên lý Newton - Lagrange cũng vẫn chưa thích hợp hoàn toàn vì bài toán nghiên cứu mới chỉ xử lý các hệ thống hở, không có liên hệ phản hồi. Vì vậy cơ học Lagrange đưa các vấn đề đã nêu vào nghiên cứu một hệ thống khép kín là nguyên lý cơ học thích hợp nhất đối với các bài toán động lực học robot.

Như đã biết, hàm Lagrange của một hệ thống năng lượng khép kín là:

$$L = K - P \quad (8.22)$$

trong đó: K là tổng động năng của hệ thống;

P là tổng thế năng.

K , P đều là những đại lượng vô hướng nên có thể chọn thích hợp với bất cứ một hệ tọa độ nào của robot có n khâu khác nhau. Lúc đó:

$$K = \sum_{i=1}^n K_i \quad \text{và} \quad P = \sum_{i=1}^n P_i$$

ở đây K_i là động năng của khâu thứ i tính trong hệ tọa độ chọn và P_i là thế năng của khâu thứ i đó.

Ta lại biết mỗi đại lượng K_i hay P_i là một hàm số phụ thuộc nhiều biến số:

$$K_i = K(q_1, q_2, \dots, q_n, \dot{q}_1, \dot{q}_2, \dots, \dot{q}_n)$$

$$P_i = P(q_i, \dot{q}_i)$$

Mỗi biến số q_i bao gồm:

θ_i là góc quay quanh trục i ;

d_i là lượng tịnh tiến dọc trục i .

Ta định nghĩa:

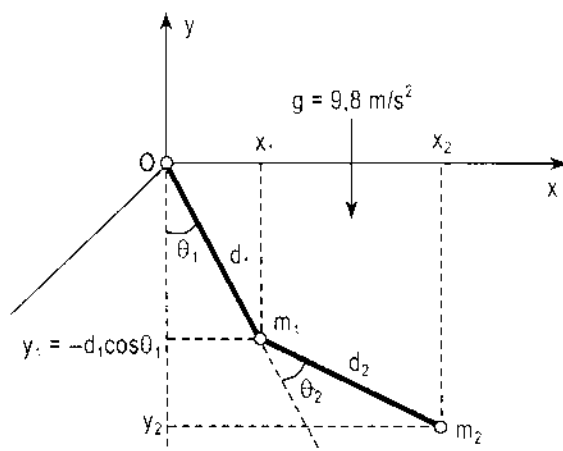
“Lực tác dụng lên khâu thứ i ($i = 1, 2, \dots, n$) với quan niệm là lực tổng quát (Generalized force), nó có thể là một lực hoặc một mômen, là lực xác định bởi:

$$F_i = \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i} \quad (8.23)$$

8.2.1. Ví dụ áp dụng

Cho một robot hai khâu có chiều dài d_1 và d_2 với các khối lượng tương ứng m_1, m_2 . Các khớp quay hoạt động với biến θ_1, θ_2 (hình 8.7). Tính lực tổng quát.

Bạn đọc sẽ thấy: chỉ với một mối liên kết hai khâu, các vấn đề đặt ra đều đã có mặt trong quá trình xử lý nghiên cứu động lực học và do đó, ví dụ đưa ra đủ cho bạn đọc nghiên cứu áp dụng trong những trường hợp phức tạp hơn.



Hình 8.7. Robot hai khâu (ví dụ áp dụng tính lực tổng quát)

Khâu 1:

$$K_1 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \frac{1}{2} m_1 d_1^2 \dot{\theta}_1^2$$

$$P_1 = -m_1 g d_1 \cos \theta_1$$

Khâu 2: Về mặt tọa độ:

$$x_2 = d_1 \sin \theta_1 + d_2 \sin(\theta_1 + \theta_2)$$

$$y_2 = -d_1 \cos \theta_1 - d_2 \cos(\theta_1 + \theta_2)$$

Chiều cao thế năng:

$$h = d_1 \cos \theta_1 + d_2 \cos(\theta_1 + \theta_2)$$

Về mặt vận tốc:

$$v_2^2 = \dot{x}_2^2 + \dot{y}_2^2 \quad (V_2 = \dot{X}_2 + \dot{Y}_2)$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_2 &= \frac{d}{dt} x_2 = d_1 \cos \theta_1 \frac{d\theta_1}{dt} + d_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \left(\frac{d\theta_1}{dt} + \frac{d\theta_2}{dt} \right) \\ &= d_1 \cos \theta_1 \dot{\theta}_1 + d_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \end{aligned}$$

$$\dot{y}_2 = \frac{d}{dt} y_2 = d_1 \sin \theta_1 \dot{\theta}_1 + d_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)$$

$$v_2^2 = \dot{x}_2^2 + \dot{y}_2^2 = \left[d_1^2 \dot{\theta}_1^2 + d_2^2 (\dot{\theta}_1^2 + 2\dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_2^2) + 2d_1 d_2 \cos \theta_2 (\dot{\theta}_1^2 + \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2) \right]$$

Vậy:

$$K_2 = \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_2 \left[d_1^2 \dot{\theta}_1^2 + d_2^2 (\dot{\theta}_1^2 + 2\dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_2^2) + 2d_1 d_2 \cos(\dot{\theta}_1^2 + \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2) \right]$$

$$P_2 = -m_2 g [d_1 \cos \theta_1 + d_2 \cos(\theta_1 + \theta_2)]$$

8.2.2. Tính lực tổng quát và phân tích ý nghĩa

Áp dụng hàm Lagrange, ta có:

$$L = (K_1 + K_2) - (P_1 + P_2)$$

$$\begin{aligned} L &= \frac{1}{2} (m_1 + m_2) d_1^2 \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 d_2^2 (\dot{\theta}_1^2 + 2\dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_2^2) + \\ &+ m_1 d_1 d_2 \cos \theta_2 (\dot{\theta}_1^2 + \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2) + (m_1 + m_2) g d_1 \cos \theta_1 + m_2 g d_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \end{aligned}$$

Khi tính lực tổng quát, ta sử dụng các biến:

$$q_1 = \theta_1 ; \quad q_2 = \theta_2$$

Khâu I:

$$\begin{aligned}\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_1} &= \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_1} = (m_1 + m_2) d_1^2 \dot{\theta}_1 + m_2 d_2^2 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) + \\ &\quad + 2m_2 d_1 d_2 \cos \theta_2 \dot{\theta}_1 + m_2 d_1 d_2 \cos \theta_2 \dot{\theta}_2 \\ \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_1} &= (m_1 + m_2) d_1^2 \ddot{\theta}_1 + m_2 d_2^2 (\ddot{\theta}_1 + \ddot{\theta}_2) - 2m_2 d_1 d_2 \sin \theta_2 \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_1 + \\ &\quad + 2m_2 d_1 d_2 \cos \theta_2 \ddot{\theta}_1 - m_2 d_1 d_2 \sin \theta_2 \dot{\theta}_2^2 + m_2 d_1 d_2 \cos \theta_2 \ddot{\theta}_2 \\ \frac{\partial L}{\partial q_1} &= \frac{\partial L}{\partial \theta_1} = -(m_1 + m_2) g d_1 \sin \theta_1 - m_2 g d_2 \sin(\theta_1 + \theta_2)\end{aligned}$$

Vậy:

$$\begin{aligned}F_1 &= \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_1} - \frac{\partial L}{\partial \theta_1} = [(m_1 + m_2) d_1^2 + m_2 d_2^2 + 2m_2 d_1 d_2 \cos \theta_2] \ddot{\theta}_1 + \\ &\quad + [m_2 d_2^2 + m_2 d_1 d_2 \cos \theta_2] \ddot{\theta}_2 - 2m_2 d_1 d_2 \sin \theta_2 \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_1 - m_2 d_1 d_2 \sin \theta_2 \dot{\theta}_2^2 + \\ &\quad + (m_1 + m_2) g d_1 \sin \theta_1 + m_2 g d_2 \sin(\theta_1 + \theta_2)\end{aligned}$$

Bạn đọc thấy rõ: muốn cho khâu I quay một góc θ thì động cơ phải tạo ra một lực tổng quát lớn hơn hoặc bằng F_1 . Lực tổng quát này có đặc tính phi tuyến, là hợp tác dụng của nhiều yếu tố (non linear and cuppling).

Tương tự ta có:

$$\begin{aligned}F_2 &= \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_2} - \frac{\partial L}{\partial \theta_2} = [m_2 d_2^2 + m_2 d_1 d_2 \cos \theta_2] \ddot{\theta}_1 + m_2 d_2^2 \ddot{\theta}_2 - \\ &\quad - m_2 d_1 d_2 \sin \theta_2 \dot{\theta}_1^2 - 2m_2 d_1 d_2 \sin \theta_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 - 2m_2 g d_2 \sin(\theta_1 + \theta_2)\end{aligned}$$

Để phân tích ý nghĩa các thành phần trong biểu thức tính lực tổng quát, biểu diễn gọn lại như sau:

$$\begin{aligned}F_1 &= D_{11} \ddot{\theta}_1 + D_{12} \ddot{\theta}_2 + D_{111} \dot{\theta}_1^2 + D_{122} \dot{\theta}_2^2 + D_{112} \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 + D_{121} \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_1 + D_1(\theta_1, \theta_2) \\ F_2 &= \underbrace{D_{21} \ddot{\theta}_1 + D_{22} \ddot{\theta}_2}_{\text{Hiệu ứng quán tính}} + \underbrace{D_{211} \dot{\theta}_1^2 + D_{222} \dot{\theta}_2^2}_{\text{Hiệu ứng ly tâm}} + \underbrace{D_{212} \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 + D_{221} \dot{\theta}_2 \dot{\theta}_1}_{\text{Hiệu ứng tương hỗ}} + \underbrace{D_2(\theta_1, \theta_2)}_{\text{Hiệu ứng trọng trường}}\end{aligned}$$

trong đó: Hiệu ứng quán tính: Inertial effect or cuppling

Hiệu ứng ly tâm: Centrifugal (Force Item)

Hiệu ứng tương hỗ: Coriolis effect

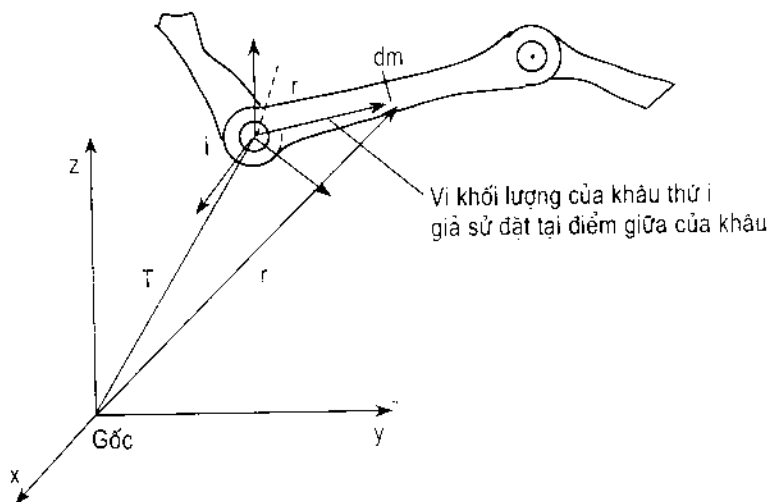
Hiệu ứng trọng trường: Gravity.

8.3. PHƯƠNG TRÌNH ĐỘNG LỰC HỌC ROBOT BIỂU DIỄN QUA PHÉP BIẾN ĐỔI ĐỒNG NHẤT (Dynamic equation of robot presented in form homogeneous transformation)

Bạn đọc hãy để ý đến khâu thứ i của một robot có n khâu nào đó. Ta hãy tính lực tổng quát τ thông qua khâu thứ i với khối lượng vi phân của nó là dm . Lực tổng quát τ được tính với sự quan tâm toàn diện từ ngoại lực tác dụng, hiệu ứng ma sát đến mọi hiệu ứng khác mà công thức tính lực tổng quát theo nguyên lý cơ học Lagrange đã quán triệt. Lực tổng quát τ đóng một vai trò cực kỳ quan trọng khi xây dựng sơ đồ khối để thiết lập hàm điều khiển cho robot n bậc tự do.

8.3.1. Bình phương vận tốc của vi khối lượng dm

Theo sơ đồ ta có: $r = T_i \cdot {}^i r$, trong đó thấy rõ ${}^i r$ không thay đổi theo thời gian, nhưng trái lại r lại thay đổi theo thời gian t .



Hình 8.8. Khảo sát tốc độ của vi khối lượng dm_i

T_i là ma trận chuyển đổi từ i về 0 (Base).

$$\begin{aligned} T_i &= A_0 \cdot A_1 \cdot A_2 \cdots A_i \\ &= T_i(q_1^{(1)}, q_2^{(1)}, \dots, q_n^{(1)}) \end{aligned}$$

Với các A_i là những ma trận chuyển đổi thành phần. Tốc độ của vi khối lượng dm được tính bởi:

$$\dot{\mathbf{r}} = \frac{d}{dt} \mathbf{r} = \frac{d}{dt} T_i \cdot^i \mathbf{r} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial T_i}{\partial q_j} \dot{q}_j \cdot^i \mathbf{r}$$

Khi lấy bình phương tốc độ này ta có:

$$\dot{\mathbf{r}} \cdot \dot{\mathbf{r}} = \Sigma \mathbf{r}^2 (x, y, z) = \text{Tr} (\dot{\mathbf{r}} \dot{\mathbf{r}}^T)$$

với $\mathbf{r}^T$ là chuyển vị vectơ trong phép biến đổi đồng nhất và Tr (viết tắt của Trace: đường chéo ma trận).

Bạn đọc nhớ lại trong đại số ma trận:

$$\text{Trace} \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & \\ \dots & & & \\ \dots & & & \\ \dots & & & \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix} = \sum_{i=1}^n a_{ii}$$

Hay là:

$$\begin{vmatrix} X \\ Y \\ Z \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} X & Y & Z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} X^2 & \dots & \dots \\ \dots & Y^2 & \\ \dots & \dots & Z^2 \end{vmatrix}$$

Bởi vậy:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{r}} \cdot \dot{\mathbf{r}} &= \text{Tr} (\dot{\mathbf{r}} \dot{\mathbf{r}}^T) \\ &= \text{Tr} \left(\frac{d}{dt} \cdot T_i \cdot^i \mathbf{r} \cdot \frac{d}{dt} \cdot T_i^T \cdot^i \mathbf{r}^T \right) \\ &= \text{Tr} \left[\sum_{i=1}^n \frac{\partial T_i}{\partial q_j} \cdot^i \mathbf{r} \cdot \dot{q}_j \cdot \sum_{k=1}^n \frac{\partial T_i^T}{\partial q_k} \cdot^i \mathbf{r}^T \cdot \dot{q}_k \right] \\ &= \text{Tr} \left[\sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n \frac{\partial T_i}{\partial q_j} \cdot^i \mathbf{r} \cdot \cdot^i \mathbf{r}^T \cdot \frac{\partial T_i^T}{\partial q_k} \cdot \dot{q}_j \dot{q}_k \right] \end{aligned}$$

8.3.2. Tính động năng vi phân của vi khối lượng dm

Theo công thức:

$$dK = \frac{1}{2} dm \cdot \dot{\mathbf{r}} \cdot \dot{\mathbf{r}}$$

ta có:

$$dK = \frac{1}{2} dm \cdot \text{Tr} \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n \frac{\partial T_i}{\partial q_j} {}^i r_i {}^i r_i^T \frac{\partial T_i^T}{\partial q_k} \dot{q}_j \dot{q}_k \quad (8.24)$$

và do đó:

$$K_i = \int_{\text{khối } i} dK = \frac{1}{2} \text{Tr} \left[\sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n \frac{\partial T_i}{\partial q_j} \int_{\text{khối } i} {}^i r_i {}^i r_i^T dm \frac{\partial T_i^T}{\partial q_k} \dot{q}_j \dot{q}_k \right] \quad (8.25)$$

Đặt: $\int_{\text{khối } i} {}^i r_i {}^i r_i^T dm = J_i$ là một ma trận giả quán tính (pseudo inertial matrix)

Ý nghĩa “giả quán tính” được sử dụng vì khi thiết lập đầy đủ các phần tử của ma trận J_i ta có thể liên hệ với các khái niệm “mômen quán tính độc cực” và trình bày J_i hoàn toàn bằng các phần tử ma trận có công thức trùng lặp với mômen quán tính độc cực. Dưới đây xin trình bày mối quan hệ biểu trưng này.

Ta có theo định nghĩa:

$$\int_{\text{khối thứ } i} {}^i r_i {}^i r_i^T dm = J_i = \begin{bmatrix} \int^i X^2 dm & \int^i X^i Y dm & \int^i X^i Z dm & \int^i X dm \\ \int^i Y^i X dm & \int^i Y^2 dm & \int^i Y^i Z dm & \int^i Y dm \\ \int^i Z^i X dm & \int^i Z^i Y dm & \int^i Z^2 dm & \int^i Z dm \\ \int^i X dm & \int^i Y dm & \int^i Z dm & \int^i 1 dm \end{bmatrix}$$

Hay là:

$$\text{Tr}[J_i] = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X & Y & Z & 1 \end{bmatrix}$$

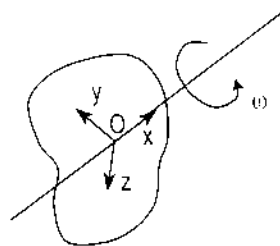
Bây giờ ta hãy nhắc lại mômen quán tính độc cực của một vật thể bất kỳ nào đó như trên hình 8.9. Ta có theo định nghĩa:

$$I_{yy} = \int (y^2 + z^2) dm$$

$$I_{zz} = \int (x^2 + z^2) dm$$

$$I_{xx} = \int (x^2 + y^2) dm$$

và vì: $X^2 = -\frac{1}{2}(y^2 + z^2) + \frac{1}{2}(x^2 + z^2) + \frac{1}{2}(x^2 + y^2)$



Hình 8.9. Khảo sát mômen quán tính độc cực

Vậy: $\int X^2 dm = -I_{xx} + I_{yy} + I_{zz}$

Ngoài ra còn có:

$$I_{xy} = \int xy dm \quad ; \quad I_{yz} = \int yz dm \quad ; \quad I_{xz} = \int xz dm$$

$$mx = \int x dm \quad ; \quad my = \int y dm \quad ; \quad mz = \int z dm$$

Đối chiếu với ma trận giả quán tính J_i ta có thể trình bày:

$$J_i = \begin{bmatrix} \frac{-I_{xx} + I_{yy} + I_{zz}}{2} & I_{xy} & I_{xz} & mx \\ I_{xy} & \frac{I_{xx} - I_{yy} + I_{zz}}{2} & I_{yz} & my \\ I_{xz} & I_{yz} & \frac{I_{xx} + I_{yy} - I_{zz}}{2} & mz \\ mx & my & mz & m \end{bmatrix}$$

Đến đây ý nghĩa biểu trưng của J_i đã rõ nét.

Vậy ta có:

$$K_i = \frac{1}{2} \text{Tr} \left[\sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n \left(\frac{\partial T_i}{\partial q_j} J_i \frac{\partial T_i^T}{\partial q_k} \right) \dot{q}_j \dot{q}_k \right] \quad (8.26)$$

và động năng tổng cộng của n khâu được tính một cách đơn giản bởi:

$$K = \sum_{i=1}^n K_i$$

8.3.3. Tính thế năng vi phân của vi khối lượng dm

Vecto gia tốc có thể biểu diễn dưới hình thức một ma trận cột:

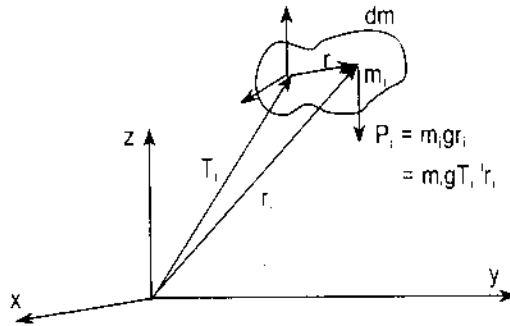
$$\underline{g} = \begin{bmatrix} g_x \\ g_y \\ g_z \\ 0 \end{bmatrix}$$

Vậy thế năng vi phân của vi khối lượng dm là:

$$dP_{dm} = dm \cdot g \cdot r = dm \cdot g \cdot T_i^T r$$

và do đó:

$$P_{dm} = \int_{\text{khâu thứ } i} dP_{dm}$$



Hình 8.10. Thế năng của vi khối lượng dm

Thế năng tổng cộng của n khâu được xác định bởi:

$$P = \sum_{i=1}^n P_i = \sum_{i=1}^n m_i g T_i^T r_i$$

Trên cơ sở tính toán động năng và thế năng tổng cộng, ta có hàm Lagrange của robot n khâu với 6 bậc tự do là:

$$L = K - P = \sum_{i=1}^6 \frac{1}{2} \text{Tr} \left[\sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n \frac{\partial T_i^T}{\partial q_j} J_j \frac{\partial T_i^T}{\partial q_k} \right] \dot{q}_k \dot{q}_j - \sum_{i=1}^6 m_i g T_i^T r_i \quad (8.27)$$

Bạn đọc chú ý rằng hàm L vẫn chưa đề cập đến ảnh hưởng của nguồn truyền động gồm các phần tĩnh (stator) và phần động (rotor) của động cơ.

8.3.4. Tính lực tổng quát τ và thiết lập sơ đồ khối điều khiển động lực học robot n bậc tự do

Theo công thức (8.23):

$$F_p = \frac{d}{dt} \cdot \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_p} - \frac{\partial L}{\partial q_p} \quad (p = 1, 2, \dots, 6)$$

Trước hết tính:

$$\frac{d}{dt} \cdot \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_p} = \frac{d}{dt} \sum_{i=1}^6 \sum_{k=1}^n \text{Tr} \left[\frac{\partial T_i^T}{\partial q_k} J_i \frac{\partial T_i^T}{\partial q_k} \right] \dot{q}_k$$

Để ý rằng: Trong $T_i(q_1, q_2 \dots q_i)$ với q_i là các biến số nếu $p > i$ thì

$$\frac{\partial T_i^T}{\partial q_p} = 0.$$

Như vậy:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_p} = & \sum_{i=p}^6 \sum_{k=1}^i \text{Tr} \left[\frac{\partial T_i}{\partial q_k} J_i \frac{\partial T_i}{\partial q_p} \right] \ddot{q}_k + \sum_{i=p}^6 \sum_{k=1}^i \sum_{m=1}^i \text{Tr} \left[\frac{\partial^2 T_i}{\partial q_p} J_i \frac{\partial T_i^T}{\partial q_k \partial q_p} \right] \dot{q}_k \dot{q}_m + \\ & + \sum_{i=p}^6 \sum_{k=1}^i \sum_{m=1}^i \text{Tr} \left[\frac{\partial T_i}{\partial q_k} J_i \frac{\partial^2 T_i^T}{\partial q_m \partial q_p} \right] \dot{q}_k \dot{q}_m \end{aligned}$$

Tiếp theo:

$$\frac{\partial L}{\partial q_p} = \sum_{i=1}^6 \sum_{j=1}^i \sum_{k=1}^i \text{Tr} \left[\frac{\partial^2 T_i}{\partial q_j \partial q_p} J_i \frac{\partial T_i^T}{\partial q_k} \right] \dot{q}_j \dot{q}_k + \sum_{i=p}^6 m_i g \frac{\partial T_i}{\partial q_p} \cdot r_p$$

Cuối cùng ta có lực tổng quát:

$$\begin{aligned} F_p = & \sum_{i=p}^6 \sum_{k=1}^i \text{Tr} \left[\frac{\partial T_i}{\partial q_k} J_i \frac{\partial T_i}{\partial q_p} \right] \ddot{q}_k + \\ & + \sum_{i=p}^6 \sum_{k=1}^i \sum_{m=1}^i \text{Tr} \left[\frac{\partial^2 T_i}{\partial q_m \partial q_k} J_i \frac{\partial T_i^T}{\partial q_p} \right] \dot{q}_k \dot{q}_m - \sum_{i=p}^6 m_i g \frac{\partial T_i}{\partial q_p} \cdot r_p \quad (8.28) \end{aligned}$$

F_p cũng chính là τ tính cho một khâu thứ i .

Với một robot có n bậc tự do, bạn đọc dễ thấy:

q là một tập $[q_1, q_2 \dots q_n]$

$\dot{q}$ cũng là một tập $[\dot{q}_1, \dot{q}_2 \dots \dot{q}_n]$

và do đó $\tau = [\tau_1, \tau_2 \dots \tau_n]$.

Và để cho gọn, ta biểu diễn:

$$\tau = J(q, \ddot{q}) + C(q, \dot{q}) + G(q) \quad (8.29)$$

trong đó:

J biểu hiện tác dụng của hiệu ứng quán tính gồm một ma trận đối xứng $n \times n$

C biểu hiện tác dụng của lực ly tâm, đó là một vectơ $n \times 1$

G biểu hiện tác dụng của lực trọng trường, nó cũng là một vectơ $n \times 1$.

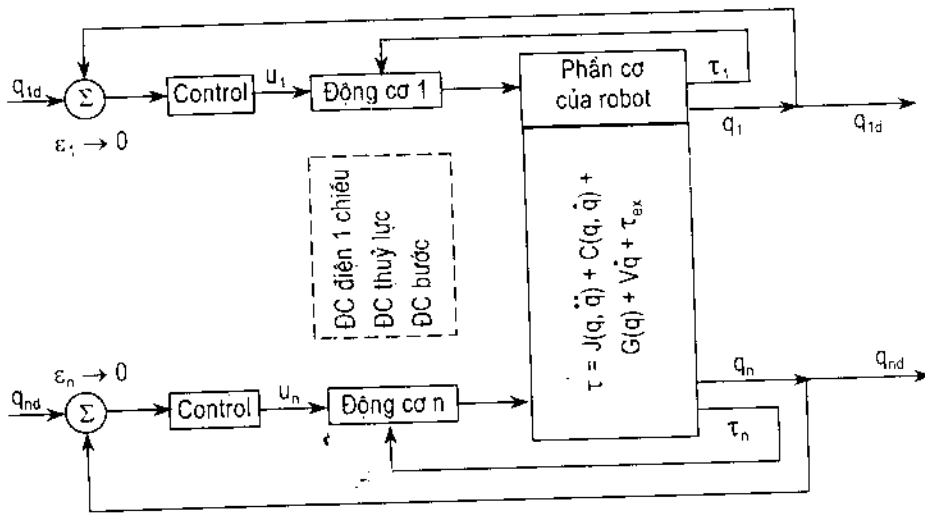
Nếu thêm vào (8.29) các tác dụng khác như τ_{ex} đặc trưng cho ngoại lực tác

dụng trên các trục và V đặc trưng cho hiệu ứng ma sát, ta có:

$$\tau = J(q, \ddot{q}) + C(q, \dot{q}) + G(q) + V\dot{q} + \tau_{ex} \quad (8.36)$$

Và để ý đến nguồn động lực (động cơ điện một chiều, động cơ bước, hoặc động cơ thủy lực...) ta có thể thiết lập sơ đồ khối nhằm đưa ra hàm điều khiển cho robot như sau:

$$U_i = \tau_i(q_i, \dot{q}_i, q_d, \tau_d, \dots) : i = 1, 2 \dots 6$$



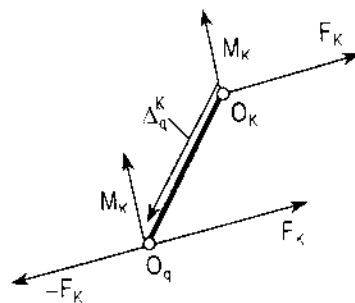
Hình 8.11. Sơ đồ khối động lực học robot

8.4. QUAN HỆ LỰC VÀ MÔMEN (FORCE AND MOMENT RELATION)

Trong mục này ta cùng thảo luận kỹ hơn về ngoại lực tác dụng lên robot thông qua mối quan hệ lực và mômen.

8.4.1. Dịch chuyển tịnh tiến lực và ngẫu lực (Force / Torque Translation)

Trên hình 8.12, cho M_k và F_k tác dụng lên O_k , ta hãy thực hiện phép dịch chuyển tịnh tiến đến O_q theo vector dẫn Δ_q^k .



Hình 8.12. Tịnh tiến lực và ngẫu lực

Bạn đọc chú ý rằng M_k là một vectơ tự do (free vector) trong khi F_k là một vectơ phụ thuộc điểm đặt (fixed vector) khi thực hiện dịch chuyển.

Tại O_q : về lực có F_q chuyển từ O_k về O_q ;

về mômen có $(F_{k(O_k)} \times F_{k(O_q)}) + M_k = D_q^k \cdot F_k + M_k$

Như đã biết:

$$F_k = \begin{bmatrix} f_{kx} \\ f_{ky} \\ f_{kz} \end{bmatrix} \quad F_q = \begin{bmatrix} f_{qx} \\ f_{qy} \\ f_{qz} \end{bmatrix} \quad M_k = \begin{bmatrix} M_{kx} \\ M_{ky} \\ M_{kz} \end{bmatrix} \quad M_q = \begin{bmatrix} M_{qx} \\ M_{qy} \\ M_{qz} \end{bmatrix}$$

Mối quan hệ giữa chúng là:

$$F_q = R_q^k \cdot F_k \quad (8.31)$$

trong đó R_q^k là ma trận chuyển đổi từ k về q .

$$M_q = R_q^k \cdot M_k + D_q^k \cdot R_q^k \cdot F_k \quad (8.32)$$

$$F_k = (R_q^k)^{-1} \cdot F_q = (R_q^k)^T \cdot F_q = R_k^q \cdot F_q \quad (8.33)$$

$$\begin{aligned} M_k &= (R_q^k)^{-1} [M_q - D_q^k \cdot R_q^k \cdot F_k] = R_k^q \cdot M_q - R_k^q (D_q^k \cdot F_q) \\ &= R_k^q \cdot M_q - R_k^q \cdot D_q^k \times R_k^q \cdot F_q \end{aligned}$$

Để ý rằng: $R_k^q \cdot D_q^k = D_k^q$ nên:

$$M_k = R_k^q \cdot M_q + D_k^q \cdot R_k^q \cdot F_q \quad (8.34)$$

Các công thức từ (8.31) đến (8.34) thể hiện rõ mối quan hệ chuyển đổi giữa lực và mômen từ gốc tọa độ này về gốc tọa độ kế cận.

8.4.2. Quan hệ lực / mômen tổng quát

Trong hệ gốc, lực tổng quát bao gồm các phần tử lực trên các trục và mômen quanh các trục:

$$F = \begin{bmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z \\ m_x \\ m_y \\ m_z \end{bmatrix}$$

Trong hệ C nào đó lực tổng quát có ký hiệu ${}^C F$.

Ví dụ: với $f = 10i + 0j - 150k$
 $m = 0i - 100j + 0k$

thì:

$$F = \begin{bmatrix} 10 \\ 0 \\ -150 \\ 0 \\ -100 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Bây giờ ta hãy thực hiện chuyển đổi lực tổng quát giữa các hệ tọa độ.

Trước hết ta hãy thảo luận nguyên tắc công dịch chuyển ảo (Principle of virtual work) vì lẽ đương nhiên: chuyển đổi lực đi với sự sinh công. Nhưng ở đây D là một dịch chuyển ảo (virtual displacement) nên công ảo được tính như sau:

- Trong hệ gốc:

$$\delta_w = F^T D$$

- Trong hệ C nào đó:

$$\delta_w = {}^C F^T \cdot {}^C D$$

trong đó:

$$D = [dx, dy, dz, \delta x, \delta y, \delta z]^T$$

và

$$F^T = [f_x, f_y, f_z, m_x, m_y, m_z]$$

Hiển nhiên:

$$F^T D = {}^C F^T \cdot {}^C D \quad (8.35)$$

Trong mục 8.1.5, bạn đọc đã làm quen với sự chuyển đổi thứ tự vì phân giữa các hệ tọa độ thể hiện qua ma trận Jacobie. Nay thực hiện một chuyển đổi từ hệ gốc về hệ C nào đó, ta có:

$$\begin{bmatrix} {}^C d_x \\ {}^C d_y \\ {}^C d_z \\ {}^C \delta_x \\ {}^C \delta_y \\ {}^C \delta_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n_x & n_y & n_z & (p \times n)_x & (p \times n)_y & (p \times n)_z \\ O_x & O_y & O_z & (p \times O)_x & (p \times O)_y & (p \times O)_z \\ a_x & a_y & a_z & (p \times a)_x & (p \times a)_y & (p \times a)_z \\ 0 & 0 & 0 & n_x & n_y & n_z \\ 0 & 0 & 0 & O_x & O_y & O_z \\ 0 & 0 & 0 & a_x & a_y & a_z \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} dx \\ dy \\ dz \\ \delta x \\ \delta y \\ \delta z \end{bmatrix}$$

Có thể tóm tắt phương trình trên đây thành: ${}^cD = J.D$ và thay vào (8.35) ta được: $F^T D = F^T J D$

Suy ra: $F^T = {}^cF^T . J$

Và ta có chuyển vị lực: $F = J^T {}^cF$, tức là:

$$\begin{bmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z \\ m_x \\ m_y \\ m_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n_x & O_x & a_x & 0 & 0 & 0 \\ n_y & O_y & a_y & 0 & 0 & 0 \\ n_z & O_z & a_z & 0 & 0 & 0 \\ (p \times n)_x & (p \times O)_x & (p \times a)_x & n_x & O_x & a_x \\ (p \times n)_y & (p \times O)_y & (p \times a)_y & n_y & O_y & a_y \\ (p \times n)_z & (p \times O)_z & (p \times a)_z & n_z & O_z & a_z \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} {}^c f_x \\ {}^c f_y \\ {}^c f_z \\ {}^c m_x \\ {}^c m_y \\ {}^c m_z \end{bmatrix} \quad (8.36)$$

Để đưa J^T về đúng dạng Jacobie ở mục 8.1.5, ta hãy lấy ma trận đảo, đổi chỗ 3 hàng cuối với hàng đầu ra có:

$$\begin{bmatrix} {}^c m_x \\ {}^c m_y \\ {}^c m_z \\ {}^c f_x \\ {}^c f_y \\ {}^c f_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n_x & n_y & n_z & (p \times n)_x & (p \times n)_y & (p \times n)_z \\ O_x & O_y & O_z & (p \times O)_x & (p \times O)_y & (p \times O)_z \\ a_x & a_y & a_z & (p \times a)_x & (p \times a)_y & (p \times a)_z \\ 0 & 0 & 0 & n_x & n_y & n_z \\ 0 & 0 & 0 & O_x & O_y & O_z \\ 0 & 0 & 0 & a_x & a_y & a_z \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} m_x \\ m_y \\ m_z \\ f_x \\ f_y \\ f_z \end{bmatrix} \quad (8.37)$$

Bạn đọc có thể nhận thấy qua phương trình trên đây:

- Phép dịch chuyển mômen tương đương với phép tịnh tiến vị phân, và
- Phép dịch chuyển lực tương đương với phép quay vị phân.

Khi phân tích mỗi hàng của ma trận (8.37) ta có hệ:

$$\begin{aligned} {}^c m_x &= n[(f \times p) + m] & {}^c f_x &= n.F \\ {}^c m_y &= O[(f \times p) + m] & {}^c f_y &= O.F \\ {}^c m_z &= a[(f \times p) + m] & {}^c f_z &= a.F \end{aligned}$$

Tóm lại phép chuyển đổi lực mômen hoàn toàn tương đương với phép chuyển đổi vị phân đã nghiên cứu.

Ví dụ minh hoạ:

$$\text{Cho hệ } A = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 & 10 \\ 1 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

Cho cặp ngoại lực sau đây tác động vào hệ gốc:

$$f = 10i + 0j + 0k$$

$$m = 0i + 100j + 0k$$

Tính toán tác dụng ngoại lực vào hệ A:

$$n = 0i + 1j + 0k$$

$$O = 0i + 0j + 1k$$

$$a = 1i + 0j + 0k$$

$$p = 10i + 5j + 0k$$

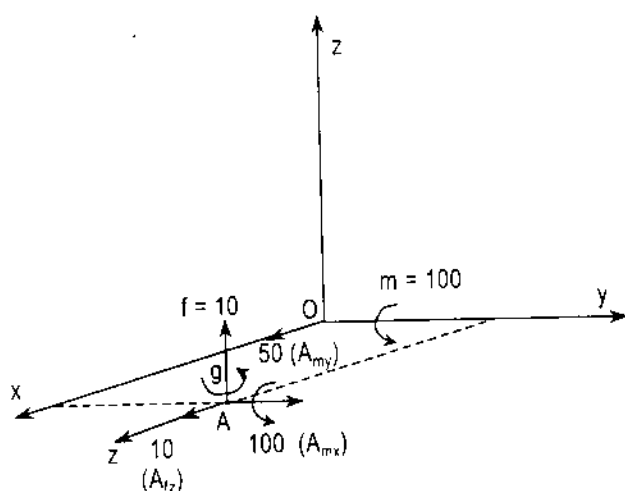
$$f \times p = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 10 & 0 & 0 \\ 10 & 5 & 0 \end{vmatrix} = 0i + 0j + 50k$$

$$(f \times p) + m = 0i + 100j + 50k$$

Vậy:

$$^A m = 100i + 50j + 0k$$

$$^A F = 0i + 0j + 10k$$



Hình 8.13. Hệ ngoại lực tác dụng vào A

8.4.3. Lực, mômen và cân bằng các khớp quay

Thông thường, ta biết được lực và mômen tác động ở T_6 (khâu chấp hành cuối). Vấn đề là tìm ra lực và mômen tác dụng trên các trục để giải quyết yêu cầu cân bằng các khớp quay của robot. Ta có công ảo theo định nghĩa:

$$\delta_w = {}^{T_6}F^T {}^{T_6}D = \tau^T Q \quad (8.38)$$

Trong cách biểu diễn này ${}^{T_6}D$ là dịch chuyển ảo ở T_6 , còn τ^T là vectơ cột của lực tổng quát, nó bao gồm lực ở khớp trượt (prismatic joint) và mômen ở khớp quay (revolute joint).

Q là dịch chuyển ảo, nó có thể là $\delta\theta$ trong các khớp quay hoặc δd trong khớp trượt.

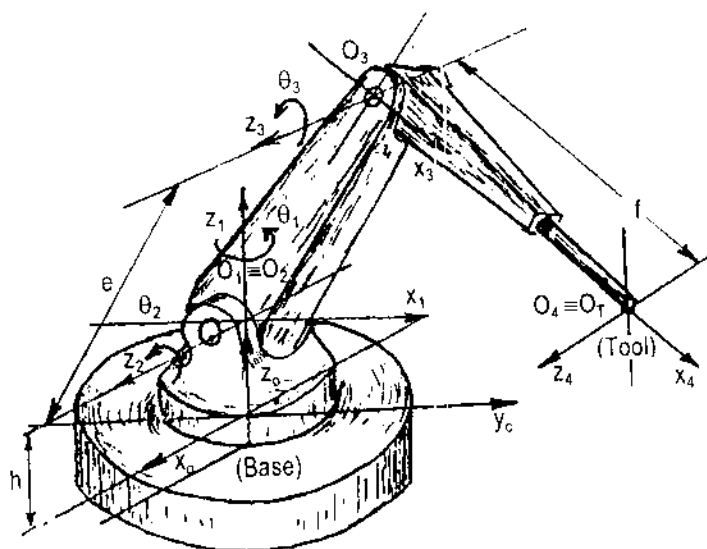
Từ công thức ${}^{T_6}F^T {}^{T_6}D = \tau^T Q$, vì ${}^{T_6}D = J.Q$ (dịch chuyển ảo biểu diễn qua Jacobie), suy ra:

$${}^{T_6}F^T J.Q = \tau^T Q$$

$$\tau^T = {}^{T_6}F^T J, \text{ hay } \tau = J^T {}^{T_6}F \quad (8.39)$$

Vậy:

Ví dụ áp dụng: Tính chuyển vị lực và mômen của Microbot Robot (hình 8.14).



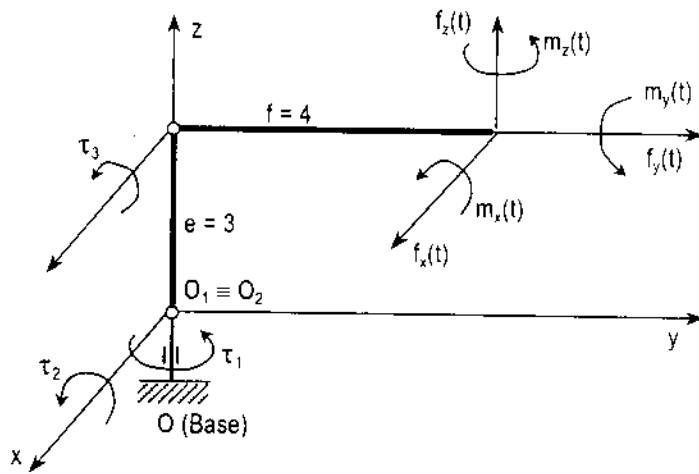
Hình 8.14. Microbot Robot

$z_1(\theta_1)$ quay của mâm đỡ (waiter)

$z_2(\theta_2)$ quay của vai (shoulder)

$z_3(\theta_3)$ quay của khuỷu tay (elbow)

Cho $f = 4$
 $e = 3$
 $\theta_1 = \theta_2 = -\theta_3 = 90^\circ$
 $S_1 = S_2 = C_{23} = 1$
 $C_1 = C_2 = S_{23} = 0$.



Hình 8.15. Sơ đồ nguyên lý Microbot - Robot

Với sơ đồ nguyên lý kết cấu như ở hình 8.15, Microbot Robot có Jacobie:

$$J = \begin{vmatrix} -S_1(eC_2 + fC_{23}) & -C_1(eS_2 + fS_{23}) & -fC_1S_{23} \\ -C_1(eC_2 + fC_{23}) & -S_2(eS_2 + fS_{23}) & -fS_1S_{23} \\ 0 & eC_2 + fC_{23} & fC_{23} \\ 0 & S_1 & S_1 \\ 0 & -C_1 & -C_1 \\ 1 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

Theo công thức:

$$\tau = J^T F = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \end{bmatrix} = J^T \cdot \begin{bmatrix} f_x(t) \\ f_y(t) \\ f_z(t) \\ m_x(t) \\ m_y(t) \\ m_z(t) \end{bmatrix}$$

Thay thông số kết cấu và các thông số động học đã cho ta có:

$$\tau = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -3 & 4 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} f_x(t) \\ f_y(t) \\ f_z(t) \\ m_x(t) \\ m_y(t) \\ m_z(t) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} m_x(t) - 4f_x(t) \\ m_x(t) + 4f_z(t) - 3f_y(t) \\ m_x(t) + 4f_z(t) \end{bmatrix}$$

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Goehler W. Hoehre Mathematik. Formeln und Hinweise Brockhaus - Leipzig 1975.
2. Manfred Burr CAD - System. Entscheidungshilfen fur Auswahl und Gestaltung Ruhr - Universitaet Bochum BRD - 1984.
3. Georgbrack Friedrich Klitzsch; Rudolf Piegert Automatisierung im Maschinenbau Technik Berlin 1970.
4. Horst Berthold Programmgesteuerte Werkzeugmaschinen Technik Berlin 1975.
5. Dieter Eckhardt, Werner Gross Grundlagen der digitalen Shaltungstechnik Militaer - Berlin 1973.
6. Werner Bunk EDV in der technologischen Vorbereitung der metallverarbeitenden Industrie Technik Berlin 1972.
7. Stefan Hesse; Hans Zapf Verkettungseinrichtungen in der Fertigungstechnik Technik Berlin 1971.
8. Ebghenhie Salimovit Muslin Masinui Dvatxat - Vecka: idei, kontrucsie perepectivui Masinosstrioenhine Mascowva 1971.
9. Voronov A. A. Asnovui teorie avtomatitreckovo upravlenhia Energia Leningrad 1970.
10. Herbert Kathe Lehrbuch der Automatisierungstechnik Technik Berlin 1974.
11. Rolf wahl Elektronik fuer Elektro - Mechaniker Technik Berlin 1974.
12. Wiliam A. Wolovich Holt, Rinehart and Winston Robotics: Basis analysis and Design Brown University - 1987.

13. Các tạp chí dưới đây theo dõi trọn bộ 5 năm từ 1985 đến 1990

- * Bulletin Signalétique Informascience Centre National de la Recherche Scientifique (Français).
- * Industries mecanique Bâtiment travaux publiques - transport Soudage, Brassage et techniques connexes (Français).
- * Computers and Automation (USA).
- * Computers and Automation (Index) (USA).
- * Automatisme (le nouvel Automatisme revue de l'AFCET) (Paris - Français).
- * Bulletin d'informations Scientifiques et techniques (Commissariat a l'énergie Atomique) "Dunod" - Paris - Français.
- * Bulletin of mechanical engineering Education (USA).
- * Bulletin of the JSME Tokyo Published by the Japan Society of Mechanical Engineers (Japan).
- * Bulletin of the Tokyo Institute of Technology (Japan).

14. Ernst Habiger, Rolf Schoenfeld, Wolfgang Stock, Dieter Zenkel Die Technik der elektrischen Antriebe Grundlagen VEM. Handbuch / Technik Berlin 1979.

15. INRIA (Institut National de Recherche en Informatique et en Automatique) Rapport d'activite 1990 Annexe technique Programme 4: Robotique, Image et Vision INRIA - Domaise de voluceau - Rocquencourt B. P. 105 78153 Le Chesnay Cedex 1990 - Français.

16. International Organization for Standardization ISO

- * ISO 646 - 1982: Tiêu chuẩn cốt mã 7 phần tử để trao đổi thông tin. (tương đương với EIA RS244)
- * ISO 2972 - 1979: Biểu tượng máy điều khiển NC.
- * ISO 6983 - 1982: Máy điều khiển NC: Tạo khuôn, lập trình, một địa chỉ dùng để mã hóa.

17. Festo Didactic Learning System for Automation Festo KG. P. O. Box 6040 Ruiter Strasse 82. W-7300 Esslingen 1. Germany 1991.

18. MAHO Information 14/91 Digitalisier system MAHO scan/Germany 1991.
19. Didacticum Magazine for Basis and Further Training in Automation Technology No. 8. Germany 1991.
20. K.M.T (Holland) High Tech in Plastics Intern Philips / Holland 1991.
21. P.T.S. - Unterkirnach D.7731. High - Tech - Training Made in Germany Made in Baden - Wurtemberg 1991.
22. Wilhelm, R. Analyse des Materialflusses flexibler Fertigungssysteme W. - z. ind. Fertig. 66 (1976) Nr. 9.
23. Muller, A., Otto, D. Roboter - Manipulator - Symposium "ROMANSY" Warschau 1976 Fertigungstechnik u. Betrieb 27 (1977) Nr. 4.
24. Hermann C., Schaff, R. D. Automatisierung mit Industrierobotern Messen u. Pruefen/Automatik (1971) Nr. 6.
25. Spur G., Auer B. H. - Industrieroboter zum Beschicken von numerisch gesteuerten Werkzeugmaschinen ZWF 69 (1974) Helf 1 - Die Steuerung von Industrierobotern ZWF 68 (1973) Heft 8.
26. Tạ Duy Liêm. Nghiên cứu ứng dụng Robot và hệ thống máy tự động linh hoạt. Tạp chí Cơ khí Nr. 5 - 1990.
27. Tạ Duy Liêm. Tình hình nghiên cứu Robot công nghiệp và hệ thống máy tự động linh hoạt Robot hoá ở nước ta hiện nay. Tạp chí Cơ khí Nr. 2 - 1990.
28. Tạ Duy Liêm. Nghiên cứu phân tích mô phỏng và thiết kế Robot công nghiệp 6 bậc tự do quay - Tạp chí "Khoa học và Công nghệ" - Science and Technology. Nr. 1 - 1991.
29. Horst Krampe, Jiri Kubat, Walter Runge - Bedienungsmodelle Verlag die Wirtschaft - Berlin 1974.
30. Franz Bohm, Lorenz Hempel, Alfred Kirchheim, Heinz Krause, Gothard Weise. Mathematische Standardmodelle der Operationsforschung (Aulgabesammlung) Verlag die Wirtschaft Berlin 1971.
31. Molina, E. C. Poissons exponential binomical limit 6. Aufl. New York - Nostrand 1942 - USA.

32. Tables of the individued and cumulative terms of Poisson distribution
Princeton Nostrand 1962 - USA.
33. Genedenko, B. W., Kowalenko I. N. Einfuehrung in die Bedientheorie
Akademic Verlag - Berlin 1974.
34. Rosenberg, W. I., Prochorow, A. J. Einfuehrung in die Bedientheorie
Leipzig, Teubner 1965.
35. Ashcroft, H. The Productivity of several machines under the Care of one
operator. Journal of the Royal Statistical Society - USA. Bd. 12 (1950) Nr. 1.

PGS. TS. TẠ DUY LIÊM

**MÁY MÓC VÀ
THIẾT BỊ CÔNG NGHỆ CAO
TRONG SẢN XUẤT CƠ KHÍ
ROBOT VÀ HỆ THỐNG
CÔNG NGHỆ ROBOT HOÁ**
(Giáo trình cao học – ngành cơ khí)

Chịu trách nhiệm xuất bản:

PGS. TS. TÔ ĐĂNG HẢI

Biên tập:

NGỌC KHUÊ

Vẽ bìa:

TRẦN THẮNG

NHÀ XUẤT BẢN KHOA HỌC VÀ KỸ THUẬT
70 Trần Hưng Đạo – Hà Nội

In 700 cuốn, khổ 16 × 24 cm, tại Xí nghiệp in NXB Văn hoá Dân tộc
Giấy phép xuất bản số 469-100, cấp ngày 19/4/2004
In xong và nộp lưu chiểu quý IV năm 2004.

204225



Giá: 27.000đ