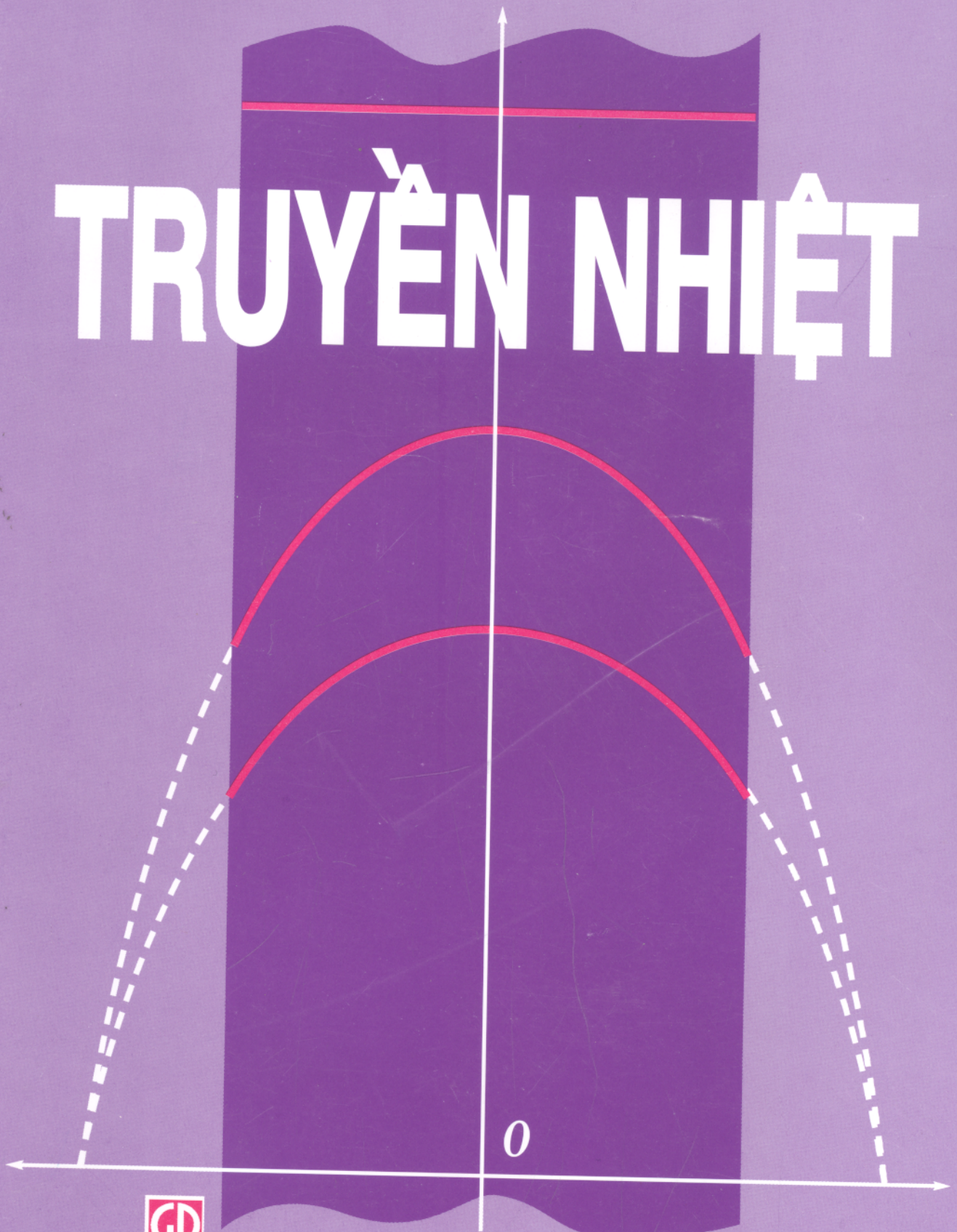


ĐẶNG QUỐC PHÚ
TRẦN THẾ SƠN - TRẦN VĂN PHÚ

TRUYỀN NHIỆT



NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC

GS. TSKH. ĐẶNG QUỐC PHÚ (Chủ biên)
PGS. TS. TRẦN THẾ SƠN - GS. TSKH. TRẦN VĂN PHÚ

TRUYỀN NHIỆT

(Tái bản lần thứ nhất)

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC

LỜI NÓI ĐẦU

Cuốn sách này ra đời trên cơ sở giáo trình "TRUYỀN NHIỆT", được giảng dạy nhiều năm ở trường Đại học Bách khoa Hà Nội.

Tuy nhiên, khi biên soạn lại các tác giả đã cố gắng trình bày một cách khái quát hơn, để có thể, trong phạm vi dung lượng cho phép, đề cập được những vấn đề cơ bản nhất của lý thuyết truyền nhiệt, truyền chất nhằm giúp bạn đọc có khả năng độc lập giải quyết một số vấn đề phổ biến về truyền nhiệt, truyền chất.

Đối tượng phục vụ chủ yếu của cuốn sách này là sinh viên, kỹ sư trong các ngành cơ khí, năng lượng, động lực. Ngoài ra các tác giả cũng hi vọng cán bộ kỹ thuật ở những lĩnh vực chuyên môn khác như: quá trình và thiết bị hóa học, luyện kim, chế biến lương thực, thực phẩm ... cũng có thể tìm thấy trong cuốn sách này những nội dung tham khảo bổ ích.

Sách gồm 5 phần với 11 chương :

- GS. TSKH. Đặng Quốc Phú chủ biên và viết các phần dẫn nhiệt, trao đổi nhiệt bức xạ, gồm các chương 1, 2, 3, 7, 8, 9.
- PGS. TS. Trần Thế Sơn viết phần trao đổi nhiệt đối lưu và thiết bị trao đổi nhiệt, gồm các chương 4, 5, 6, 10.
- GS. TSKH. Trần Văn Phú viết phần truyền nhiệt - truyền chất hỗn hợp, chương 11.

Trong quá trình biên soạn chắc chắn không tránh khỏi những thiếu sót. Chúng tôi rất mong nhận được những nhận xét và ý kiến đóng góp của bạn đọc để lần xuất bản sau được hoàn thiện hơn.

Mọi ý kiến đóng góp xin gửi cho chúng tôi theo địa chỉ sau :
Viện khoa học và công nghệ nhiệt - lạnh trường Đại học Bách khoa,
Hà Nội.

Các tác giả

Chương 1

CÁC ĐỊNH LUẬT VÀ PHƯƠNG TRÌNH CƠ BẢN VỀ DẪN NHIỆT

Dẫn nhiệt là sự truyền nhiệt năng giữa các nguyên tử hay phân tử của một vật hoặc giữa các vật khi chúng tiếp xúc với nhau. Cách thức truyền năng lượng phụ thuộc vào trạng thái của vật chất. Thí dụ, trong kim loại năng lượng được truyền giữa các phần tử nhỏ nhất nhờ khuếch tán điện tử còn đối với các chất khí, năng lượng chủ yếu được truyền thông qua khuếch tán phân tử. Dẫn nhiệt vì thế còn được gọi là sự truyền nhiệt giữa các phân tử. Tuy vậy, đối tượng của việc nghiên cứu dẫn nhiệt không phải là bản chất của tác động qua lại giữa các phân tử mà là việc xác định trường nhiệt độ và dòng nhiệt trong vật thể.

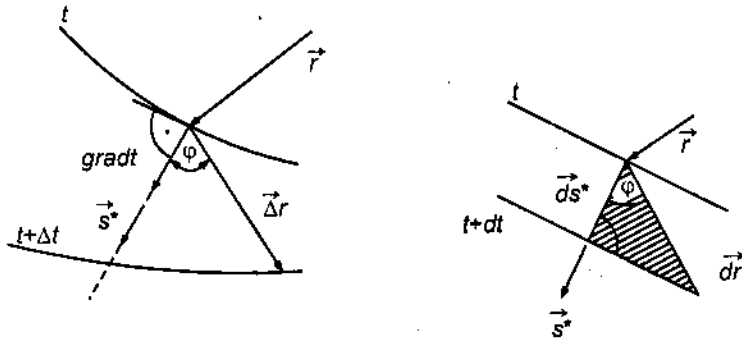
Về mặt toán học, có thể khảo sát các quá trình dẫn nhiệt nhờ hai định luật cơ bản : định luật bảo toàn năng lượng ứng dụng riêng cho nhiệt năng và định luật kinh nghiệm của Fourier về dẫn nhiệt. Sử dụng kết hợp hai định luật này cho phép ta thiết lập phương trình vi phân dẫn nhiệt mà nghiệm của nó là phân bố nhiệt độ trong vật thể khảo sát. Nội dung cơ bản của các tính toán về dẫn nhiệt là tích phân các phương trình vi phân nói trên ở các điều kiện đơn trị cụ thể.

1.1. ĐỊNH LUẬT FOURIER VỀ DẪN NHIỆT

Ta hãy khảo sát một vật thể đồng nhất, đẳng hướng có cấu tạo vật chất được xem là liên tục. Khi vật không ở trạng thái cân bằng nhiệt động, tức là khi mọi điểm trong vật có nhiệt độ không như nhau, thì trong vật thể sẽ xảy ra quá trình dẫn nhiệt. Tập hợp tất cả các giá trị nhiệt độ trong không gian của vật thể tại một thời điểm nào đó được gọi là trường nhiệt độ. Một cách tổng quát, trường nhiệt độ là một hàm của hai biến độc lập ; véc tơ không gian $\vec{r}$ và thời gian τ , $t = f(\vec{r}, \tau)$. Bề mặt nối tất cả các điểm có cùng một giá trị nhiệt độ tại cùng một thời điểm được gọi là mặt đẳng nhiệt. Sự thay đổi nhiệt độ theo phương pháp tuyến s^* của các mặt đẳng nhiệt là lớn nhất : $\frac{\partial t}{\partial s^*} = \text{Max}$.

Trên phương $\vec{r}$, lệch khỏi phương pháp tuyến của các mặt đẳng nhiệt một góc φ (Hình 1-1), sự thay đổi nhiệt độ được tính theo :

$$\frac{\partial t}{\partial r} = \frac{\partial t}{\partial s^*} \cdot \frac{ds^*}{dr} = \frac{\partial t}{\partial s^*} \cos \varphi \quad (1-1)$$



Hình 1-1. Trường nhiệt độ và gradien nhiệt độ.

Nếu đưa một cách hình thức hệ số s^* ($s^* = 1$) vào công thức thì độ tăng nhiệt độ theo chiều $\vec{r}$ được tính bằng :

$$dt = \frac{\partial t}{\partial r} \cdot dr = \frac{\partial t}{\partial s^*} \cdot s^* \cdot dr \cdot \cos \varphi \quad (1-2)$$

Trong công thức (1-2), $s^* \cdot dr \cdot \cos \varphi$ là tích vô hướng của hai vectơ $\vec{s}^*$ và $d\vec{r}$ nên khi sử dụng biểu thức đồng nhất :

$$\frac{\partial t}{\partial s^*} \cdot \vec{s}^* = \text{grad}t \quad (1-3)$$

thì sự thay đổi nhiệt độ được viết dưới dạng đơn giản :

$$dt = \frac{\partial t}{\partial s^*} \cdot \vec{s}^* \cdot d\vec{r} = \text{grad}t \cdot d\vec{r} \quad (1-4a)$$

Véc tơ được định nghĩa theo (1-3) là gradien của trường nhiệt độ (gọi tắt là gradien nhiệt độ). Gradien nhiệt độ có chiều là chiều tăng nhiệt độ lớn nhất và giá trị tuyệt đối của nó bằng độ tăng nhiệt độ lớn nhất đó :

$$|\text{grad}t| = \frac{\partial t}{\partial s^*} \quad (1-4b)$$

Mối quan hệ giữa vectơ mật độ dòng nhiệt $\vec{q}$ và $\text{grad}t$ được Biot đề cập tới năm 1804 và năm 1822 được Fourier phát biểu thành định luật kinh nghiệm Fourier - một định luật cơ bản về dẫn nhiệt :

$$\vec{q} = -\lambda \cdot \text{grad}t \quad (1-5)$$

Hệ số dẫn nhiệt λ [W/mK] trong công thức (1-5) là đại lượng đặc trưng cho khả năng dẫn nhiệt của vật liệu, giá trị của nó phụ thuộc vào các yếu tố : bản chất vật lí, nhiệt độ, áp suất, độ ẩm, hướng v.v... Hệ số dẫn nhiệt của một số vật liệu thường gặp được đưa ra trong phần phụ lục (PL.1).

Sự phụ thuộc của λ vào nhiệt độ, trong phần lớn các trường hợp có thể biểu diễn qua:

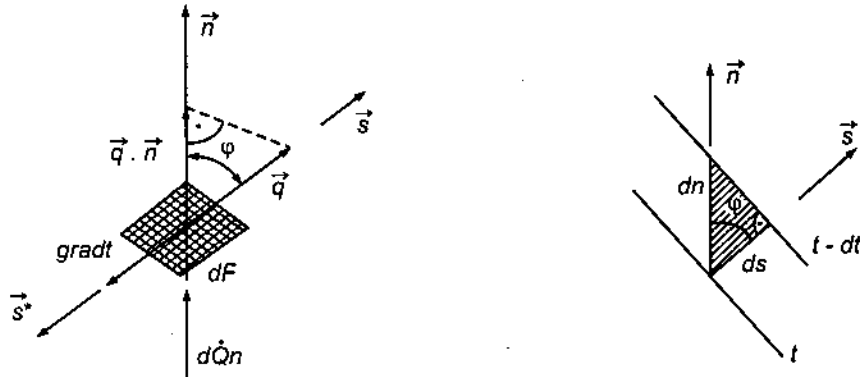
$$\lambda(t) = \lambda_0(1 + \beta t)$$

trong đó : $\lambda_0 = \lambda(t = 0)$ và β là các hằng số được xác định bằng thực nghiệm ; β có thể lớn hơn, nhỏ hơn hoặc bằng không, tùy thuộc vào sự thay đổi của khả năng dẫn

nhật theo nhiệt độ. Đối với không khí và các vật rắn không dẫn điện, $\beta > 0$ (tức là λ tăng khi nhiệt độ tăng), còn khả năng dẫn nhiệt của các chất lỏng giảm khi nhiệt độ tăng, $\beta < 0$, trừ nước và glixêrin.

Dòng nhiệt truyền qua bề mặt dF có phương pháp tuyến n lệch khỏi phương pháp tuyến của các mặt đẳng nhiệt một góc φ (Hình 1-2) được tính qua tích vô hướng của hai véc tơ $\vec{q}$ và $\vec{n}$:

$$dQ_n = \vec{q} \cdot \vec{n} \cdot dF = -\lambda \text{grad}t \cdot \vec{n} \cdot dF = -\lambda |\text{grad}t| |\vec{n}| \cos(180 - \varphi) dF \quad (1-6)$$



Hình 1-2. Dòng nhiệt qua diện tích phần tử dF .

Vì: $|\text{grad}t| = \frac{\partial t}{\partial s^*} = -\frac{\partial t}{\partial s}$; $|\vec{n}| = 1$ và $-\cos(180 - \varphi) = \cos\varphi = \frac{\partial s}{\partial n}$ nên:

$$dQ_n = -\lambda \left(-\frac{\partial t}{\partial s} \right) \left(\frac{\partial s}{\partial n} \right) \cdot dF = -\lambda \frac{\partial t}{\partial n} \cdot dF \quad (1-7)$$

Lượng nhiệt truyền qua bề mặt F trong khoảng thời gian τ được tính theo:

$$Q_n = \int_0^\tau \int_F dQ_n \cdot d\tau = -\lambda \int_0^\tau \int_F \text{grad}t \cdot \vec{n} \cdot dF \cdot d\tau = -\lambda \int_0^\tau \int_F \frac{\partial t}{\partial n} \cdot dF \cdot d\tau \quad (1-8)$$

Như vậy, nhiệm vụ cơ bản của lý thuyết giải tích về dẫn nhiệt là xác định trường nhiệt độ. Điều này chỉ có thể thực hiện được thông qua việc thiết lập và giải phương trình vi phân dẫn nhiệt.

1.2. PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN DẪN NHIỆT

(Phương trình Fourier)

Có nhiều phương pháp thiết lập phương trình vi phân dẫn nhiệt tổng quát, dưới đây sẽ trình bày một trong những cách thiết lập đó. Phương trình được thiết lập cho vật rắn đồng nhất, đẳng hướng, có tính chất vật lý không thay đổi theo nhiệt độ và trong quá trình khảo sát không xảy ra sự biến đổi trạng thái.

Theo định luật bảo toàn, lượng nhiệt sinh ra trong thể tích V của vật trong một đơn vị thời gian Q_v (nguồn nhiệt bên trong), một phần được tích lại để làm tăng nội

năng của vật Q_u , phần còn lại được truyền ra môi trường bên ngoài bằng dẫn nhiệt Q_λ , tức là :

$$Q_v = Q_u + Q_\lambda \quad (1-9)$$

Nếu mật độ nguồn nhiệt bên trong là $q_v = q_v(r, \tau)$ và diện tích bề mặt bao quanh là F thì (1-9) có thể khai triển thành :

$$\int_V q_v dV = \int_V c\rho \frac{\partial t}{\partial \tau} dV + \int_F -\lambda \text{grad} t \vec{n} dF \quad (1-10)$$

trong đó : c - nhiệt dung riêng ; ρ - khối lượng riêng.

Vì tích phân mặt có thể chuyển thành tích phân thể tích theo nguyên lý tích phân Gauss nên :

$$Q_\lambda = -\lambda \int_F \text{grad} t \vec{n} dF = -\lambda \int_V \text{div grad} t dV$$

Khi sử dụng kí hiệu toán tử vi phân $\text{div grad} t \equiv \nabla^2 t$, phương trình (1-10) trở thành :

$$\int_V \left(q_v + \lambda \nabla^2 t - c\rho \frac{\partial t}{\partial \tau} \right) dV = 0 \quad (1-11)$$

Quan hệ (1-11) không chỉ đúng đối với thể tích V mà còn đúng cả với phần tử thể tích dV của vật thể, do đó có thể bỏ dấu tích phân, tức là :

$$q_v + \lambda \nabla^2 t - c\rho \frac{\partial t}{\partial \tau} = 0 \quad (1-12a)$$

$$\text{hay :} \quad \frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{\lambda}{c\rho} \nabla^2 t + \frac{q_v}{c\rho} \quad (1-12b)$$

Tổ hợp các thông số vật lý $\frac{\lambda}{c\rho}$ trong (1-12b) được gọi là hệ số dẫn nhiệt độ $a = \frac{\lambda}{c\rho}$ [m^2/s]. Giá trị của hệ số này càng lớn thì sự san bằng nhiệt độ trong vật xảy ra càng nhanh. Với hệ số dẫn nhiệt độ a , phương trình (1-12b) chuyển thành :

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \nabla^2 t + \frac{q_v}{c\rho} \quad (1-12c)$$

Phương trình vi phân đạo hàm riêng cấp 2 tuyến tính, không đồng nhất (1-12c) được gọi là phương trình Fourier.

Nếu nhiệt độ trong vật thể không thay đổi theo thời gian (trường ổn định) phương trình Fourier trở thành phương trình Poisson :

$$a \nabla^2 t + \frac{q_v}{c\rho} = 0 \quad (1-13)$$

Khi không có nguồn nhiệt bên trong, $q_v = 0$, ta có phương trình Laplace :

$$\nabla^2 t = 0 \quad (1-14)$$

Các phương trình trên đúng với mọi hệ tọa độ, sự khác nhau chỉ ở ý nghĩa của các toán tử vi phân, cụ thể :

- Đối với hệ tọa độ Đécác :

$$\nabla^2 \equiv \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

- Đối với hệ tọa độ trụ :

$$\nabla^2 \equiv \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

- Đối với hệ tọa độ cầu :

$$\nabla^2 \equiv \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + \frac{\cos \psi}{r^2 \sin \psi} \frac{\partial}{\partial \psi} + \frac{1}{r^2 \sin \psi} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2}$$

1.3. ĐIỀU KIỆN ĐƠN TRỊ

Điều kiện đơn trị còn được gọi là điều kiện giới hạn, nhờ chúng ta mới có thể xác định được trường nhiệt độ trong vật thể một cách đơn trị. Ngoài các điều kiện hình học (cho biết hình dáng, kích thước của vật), điều kiện vật lý (cho biết tính chất vật lý của vật λ , c , ρ cũng như mật độ và phân bố nguồn trong q_v), điều kiện đơn trị còn bao gồm điều kiện ban đầu và điều kiện biên.

Điều kiện ban đầu : cho biết phân số nhiệt độ trong vật tại thời điểm ban đầu, $\tau = 0$.

$$t(\vec{r}, \tau = 0) = t_0(\vec{r})$$

Điều kiện biên được chia thành 3 loại :

Điều kiện biên loại 1 : cho trước nhiệt độ trên biên dưới dạng một hàm của tọa độ bề mặt và thời gian. Với S là bề mặt bao quanh vật thể, điều kiện này có thể viết dưới dạng :

$$t(\vec{r}, \tau) = t_s(\vec{r}, \tau); r \in s, \tau > 0 \quad (1-15)$$

Điều kiện biên loại 2 : cho biết dòng nhiệt truyền vuông góc với bề mặt biên $Q(\vec{r}_n, \tau)$.

Kết hợp với định luật Fourier, điều kiện biên loại 2 có thể biểu diễn theo :

$$-\lambda \left(\frac{\partial t}{\partial n} \right)_n = Q(\vec{r}_n, \tau) \quad (1-16)$$

Điều kiện biên loại 3 : đặc trưng cho trường hợp khi bề mặt vật tiếp xúc trực tiếp với một môi trường khác và quy luật truyền nhiệt giữa bề mặt và môi trường đã biết trước. Trường hợp phổ biến của điều kiện biên loại 3 là trường hợp bề mặt trao đổi nhiệt đối lưu với môi trường :

$$-\lambda \left(\frac{\partial t}{\partial n} \right)_n = \alpha [t(\vec{r}_n, \tau) - t_f(\tau)] \quad (1-17)$$

Khi bề mặt trao đổi nhiệt bằng bức xạ với môi trường xung quanh, điều kiện biên cũng có thể viết dưới dạng (1-17) nhưng hệ số trao đổi nhiệt đối lưu được thay bằng hệ số quy dẫn $\alpha_{bx} = \alpha_{qd}$.

Trường hợp đặc biệt của điều kiện biên loại 3, còn gọi là điều kiện biên loại 4 hoặc điều kiện liên hợp, xảy ra khi bề mặt vật tiếp xúc trực tiếp với một vật rắn khác, tức là :

$$t_{1n} = t_{2n}$$

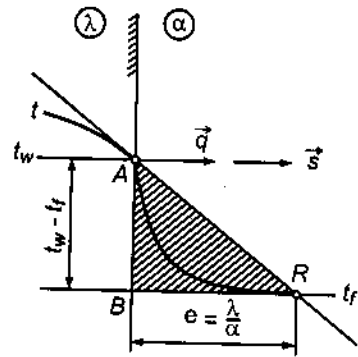
$$-\lambda_1 \left(\frac{\partial t_1}{\partial n} \right)_{1,n} = -\lambda_2 \left(\frac{\partial t_2}{\partial n} \right)_{2,n} \quad (1-18)$$

Nếu sự tiếp xúc giữa hai bề mặt không phải là lý tưởng thì phải tính tới nhiệt trở tiếp xúc R và (1-18) trở thành :

$$-\lambda_1 \left(\frac{\partial t_1}{\partial n} \right)_{1,n} = \frac{1}{R} (t_1 - t_2) \quad (1-19)$$

Ý nghĩa hình học của điều kiện biên loại 3 phổ biến nhất được trình bày trên hình 1-3. Khi đó, tiếp tuyến của đường cong phân bố nhiệt độ tại bề mặt luôn luôn

đi qua một điểm cố định R : $x_R = \frac{\lambda}{\alpha}$, $y_R = t_f$.



Hình 1-3. Ý nghĩa hình học của điều kiện biên loại 3.

1.4. PHÂN LOẠI CÁC BÀI TOÁN VỀ DẪN NHIỆT

Các bài toán về dẫn nhiệt rất đa dạng, do đó để tiện cho việc nghiên cứu phương pháp giải cũng như việc sử dụng kết quả của các lời giải đã có, về cơ bản, người ta phân loại chúng theo các đặc trưng sau :

1.4.1. Theo đặc trưng cơ bản của trường nhiệt độ

Theo đặc trưng này, các bài toán dẫn nhiệt được chia thành bài toán dẫn nhiệt ổn định và dẫn nhiệt không ổn định. Khi trường nhiệt độ chỉ là một hàm của không gian, $t = t(\vec{r})$ thì quá trình dẫn nhiệt là quá trình ổn định.

1.4.2. Theo sự phụ thuộc của điều kiện vật lý và điều kiện biên vào nhiệt độ

Theo sự phân loại này, các bài toán dẫn nhiệt được chia thành hai loại : bài toán tuyến tính và bài toán phi tuyến. Nếu các tính chất nhiệt vật lý và điều kiện biên, nguồn nhiệt bên trong là hàm của nhiệt độ thì bài toán là phi tuyến (không tuyến tính). Các bài toán phi tuyến lại được chia thành :

1) *Phi tuyến loại 1* : khi các thông số nhiệt vật lý của vật thay đổi theo nhiệt độ :

$$\lambda = \lambda(t) ; c = c(t) \dots$$

2) *Phi tuyến loại 2* : khi hệ số tỏa nhiệt α , hoặc dòng nhiệt truyền qua biên phụ thuộc vào nhiệt độ : $\alpha = \alpha(t_n)$; $Q = Q(t_n)$.

3) *Phi tuyến loại 3* : khi mật độ nguồn nhiệt bên trong là hàm của nhiệt độ. Tính phi tuyến được đặc trưng bằng sự phụ thuộc vào nhiệt độ của các hệ số trong mô hình toán học (phương trình vi phân kết hợp với điều kiện đơn trị), do đó cần

phân biệt bài toán không tuyến tính với bài toán có hệ số biến đổi. Các hệ số trong mô hình toán học có thể thay đổi theo tọa độ và thời gian nhưng nếu nó không phụ thuộc vào đại lượng chưa biết (nhiệt độ) thì mô hình vẫn là tuyến tính. Sự phân biệt này có ý nghĩa quan trọng bởi vì các phương pháp giải bài toán tuyến tính có thể áp dụng để giải các bài toán với hệ số thay đổi nhưng không thể áp dụng cho bài toán phi tuyến.

1.4.3. Theo hàm cần xác định

Tùy thuộc vào các đại lượng biết trước và các đại lượng cần xác định khi nghiên cứu, có thể phân các bài toán về dẫn nhiệt thành các loại :

1) *Bài toán thuận* : mô hình toán học của hiện tượng và giá trị các hệ số trong phương trình cơ bản và điều kiện biên cho trước. Đại lượng cần xác định là trường nhiệt độ.

2) *Bài toán ngược* : mô hình toán học, trường nhiệt độ và các hệ số trong phương trình cơ bản đã biết, cần xác định điều kiện biên. Vì khi trường nhiệt độ cho trước thì nhiệt độ trên bề mặt vật cũng đã được xác định, do đó các điều kiện biên cần tìm chỉ có thể là điều kiện biên loại 2 hoặc loại 3 :

3) *Bài toán đảo* : cho trước mô hình toán học và trường nhiệt độ, cần xác định các hệ số trong phương trình cơ bản.

Trong các tài liệu chuyên môn, hai loại bài toán 2 và 3 thường được gọi chung là bài toán ngược. Tuy nhiên, việc phân loại chi tiết hai loại bài toán này có cơ sở và ý nghĩa nhất định vì các hệ số cần tìm trong bài toán ngược phản ánh mối quan hệ bên ngoài, còn trong bài toán đảo chúng phản ánh cấu trúc bên trong. Phương pháp xác định các hệ số trong điều kiện biên và trong phương trình cơ bản có những đặc trưng riêng.

4) *Bài toán cảm ứng* : xác định mô hình toán học của hiện tượng khi biết trường nhiệt độ. Giải các bài toán cảm ứng là đối tượng của quy hoạch thực nghiệm.

1.5. SƠ LƯỢC VỀ CÁC PHƯƠNG PHÁP GIẢI BÀI TOÁN DẪN NHIỆT

Các phương pháp giải bài toán dẫn nhiệt được phân loại theo những đặc tính khác nhau, cụ thể :

1.5.1. Theo công cụ được sử dụng để giải (Phương pháp thực nghiệm)

Các phương pháp giải trong nhóm này được chia thành : Phương pháp thực nghiệm trên đối tượng thực, thực nghiệm trên mô hình vật lý (cùng bản chất hiện tượng) và thực nghiệm trên mô hình có bản chất vật lý khác (phương pháp mô hình tương tự).

1.5.2. Theo dạng của kết quả

Phương pháp giải tích cho kết quả dưới dạng công thức, nhờ đó ứng với mỗi giá trị của đối số có thể tìm được giá trị của hàm.

Phương pháp số cho kết quả dưới dạng giá trị bằng số của hàm đối với một số giá trị cho trước của đối số.

Phương pháp này chỉ cho phép tìm lời giải đối với một số điểm nhất định của không gian.

1.5.3. Theo độ chính xác của lời giải

Theo đặc tính này, phương pháp giải được chia thành phương pháp chính xác và phương pháp gần đúng.

Phương pháp giải tích vừa có thể là phương pháp chính xác vừa có thể là phương pháp gần đúng. Nếu biểu thức kết quả của phương pháp giải tích có thể tính được chính xác và không phải bỏ qua bất cứ một số hạng nào trong đó thì phương pháp là phương pháp giải tích chính xác. Ngược lại, khi không tính được chính xác, thí dụ : phải bỏ qua các số hạng cuối của một chuỗi thì phương pháp trở thành gần đúng. Phương pháp số bao giờ cũng là phương pháp gần đúng.

1.5.4. Theo khả năng giải các bài toán phi tuyến

Phương pháp giải các bài toán phi tuyến cho phép giải không chỉ các bài toán phi tuyến mà còn cả các bài toán tuyến tính, nhưng ngược lại thì không được. Tuy nhiên, có một số thuật toán cho phép dùng phương pháp giải các bài toán tuyến tính để giải các bài toán phi tuyến. Về bản chất, trong trường hợp này người ta đã dùng hai phương pháp : phương pháp chuyển từ mô hình không tuyến tính thành mô hình tuyến tính và phương pháp giải các bài toán tuyến tính.

Có một loạt phương pháp để giải các bài toán tuyến tính, thí dụ như :

- Phương pháp phân li biến số (phương pháp Fourier).
- Phương pháp nguồn (hàm Grin).
- Phương pháp biến đổi tích phân v.v...

Phương pháp biến đổi tích phân còn được gọi là phương pháp toán tử. Tùy thuộc vào giới hạn của tích phân, phương pháp này lại được chia thành phương pháp biến đổi tích phân vô hạn và phương pháp biến đổi tích phân hữu hạn. Theo nhân của toán tử chúng lại được chia thành : phương pháp Laplace, phương pháp Fourier, phương pháp Bessel v.v...

Tương tự như đối với bài toán tuyến tính, người ta cũng đã phát triển rất nhiều phương pháp khác nhau để giải các bài toán phi tuyến. Có thể kể tên một vài phương pháp quen thuộc nhất như : phương pháp biến phân, phương pháp lặp, phương pháp sai phân hữu hạn (phương pháp lưới) mà đặc biệt đa dạng là phương pháp biến phân. Mỗi một phương pháp trong nhóm này đều mang tên các nhà khoa học đề xuất ra chúng như phương pháp Ritz, phương pháp Biot, phương pháp Galekin v.v...

Các phương pháp giải các bài toán dẫn nhiệt rất đa dạng và phức tạp. Ngoài việc phân loại trình bày tóm tắt trên đây, trong các tài liệu chuyên môn còn đưa ra rất nhiều cách phân loại khác. Trong các chương tiếp theo sẽ trình bày một số bài toán dẫn nhiệt tiêu biểu thường gặp trong kĩ thuật, đời sống và phương pháp giải chúng, dựa vào sự phân loại như đã trình bày ở trên.

Chương 2

DẪN NHIỆT ỔN ĐỊNH

2.1. DẪN NHIỆT ỔN ĐỊNH KHÔNG CÓ NGUỒN NHIỆT BÊN TRONG

2.1.1. Các bài toán với trường nhiệt độ một chiều

1) Dẫn nhiệt qua các vật có hình dạng đơn giản

Trong lý thuyết truyền nhiệt, truyền chất, các vật có hình dạng đơn giản nhất như tấm phẳng rộng vô hạn, vách trụ, vách cầu còn được gọi là các vật có hình dạng kinh điển. Trường nhiệt độ trong các vật này là trường một chiều và ở chế độ ổn định được biểu diễn bằng các phương trình vi phân sau đây :

Đối với vách phẳng : $\frac{d^2t}{dx^2} = 0$ (2-1a)

Đối với vách trụ : $\frac{d^2t}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dt}{dr} = 0$ (2-1b)

Đối với vách cầu : $\frac{d^2t}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{dt}{dr} = 0$ (2-1c)

Giải các phương trình vi phân này với điều kiện đơn trị ta thu được nghiệm là trường nhiệt độ và khi biết trường nhiệt độ dễ dàng tính được lượng nhiệt truyền qua vách nhờ phương trình của định luật Fourier.

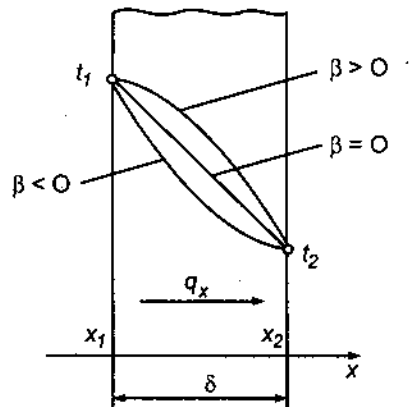
Thí dụ, bài toán dẫn nhiệt qua một tấm phẳng rộng vô hạn có chiều dày $\delta = x_2 - x_1$ (Hình 2-1) và hệ số dẫn nhiệt $\lambda = \text{const}$ với điều kiện biên loại 1 được biểu diễn qua :

$$\frac{d^2t}{dx^2} = 0$$

$$t_{x=x_1} = t_{w1}; \quad t_{x=x_2} = t_{w2}$$

Nghiệm tổng quát của phương trình (2-1a) có dạng :

$$t = C_1x + C_2$$



Hình 2-1. Dẫn nhiệt qua tấm phẳng rộng vô hạn.

Từ điều kiện biên dễ dàng xác định các hằng số tích phân C_1, C_2 :

$$C_1 = -\frac{t_{w1} - t_{w2}}{x_2 - x_1} ; \quad C_2 = t_{w1} + \frac{t_{w1} - t_{w2}}{x_2 - x_1} x_1$$

Phân bố nhiệt trong vách được biểu diễn bằng phương trình :

$$t = t_{w1} - \frac{t_{w1} - t_{w2}}{x_2 - x_1} (x - x_1) \quad (2-2a)$$

Thay $x_2 - x_1$ bằng δ và cho $x_1 = 0$, (2 - 2a) trở thành :

$$t = t_{w1} - (t_{w1} - t_{w2}) \frac{x}{\delta} \quad (2-2b)$$

Lượng nhiệt truyền qua vách trong thời gian một giây được tính theo :

$$Q = -\lambda F \frac{dt}{dx} = \frac{\lambda}{\delta} (t_{w1} - t_{w2}) F \quad [W] \quad (2-3)$$

Mật độ dòng nhiệt $q = \frac{Q}{F}$ có thể viết dưới dạng biểu thức định luật Ohm.

$$q = \frac{t_{w1} - t_{w2}}{\frac{\delta}{\lambda}} = \frac{\Delta t}{R} \quad (2-4)$$

trong đó : R - nhiệt trở dẫn nhiệt của vách phẳng một lớp, $R = \frac{\delta}{\lambda}$.

Sử dụng sự tương tự giữa dòng nhiệt và dòng điện, ta dễ dàng rút ra công thức tính mật độ dòng nhiệt truyền qua vách phẳng nhiều lớp, thí dụ đối với vách gồm n lớp :

$$q = \frac{t_{w1} - t_{w(n+1)}}{\sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i}} \quad (2-5)$$

Khi hệ số dẫn nhiệt phụ thuộc vào nhiệt độ, thường được biểu diễn dưới dạng $\lambda = \lambda_0(1 + \beta t)$ - bài toán trở thành phi tuyến loại 1. Trong trường hợp này có thể xác định trường nhiệt độ trực tiếp từ phương trình định luật Fourier :

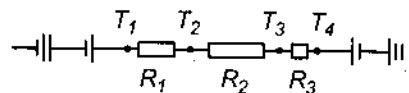
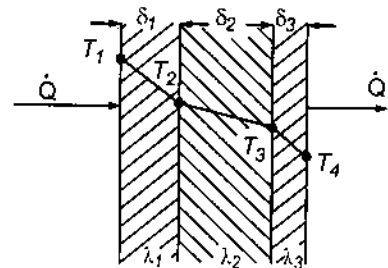
$$q = -\lambda(t) \frac{dt}{dx} = -\lambda_0(1 + \beta t) \frac{dt}{dx} \quad (2-6)$$

Chuyển biến và tích phân hai vế của phương trình (2- 6) ta được :

$$qx = -\lambda_0 \left(t + \frac{\beta t^2}{2} \right) + C \quad (2-7)$$

Từ điều kiện biên dễ dàng xác định hệ số tích phân C và qua đó xác định mật độ dòng nhiệt q :

$$q = \frac{\lambda_0}{\delta} \left[1 + \beta \frac{t_{w1} + t_{w2}}{2} \right] (t_{w1} - t_{w2}) \quad (2-8)$$



Hình 2-2. Dẫn nhiệt qua vách phẳng nhiều lớp.

Sử dụng khái niệm hệ số dẫn nhiệt trung bình λ_m :

$$\lambda_m = \lambda_o \left[1 + \beta \frac{t_{w1} + t_{w2}}{2} \right] = \frac{\lambda_{w1} + \lambda_{w2}}{2} \quad (2-9)$$

phương trình (2-8) trở lại dạng của phương trình (2-4) viết cho trường hợp $\lambda = \text{const.}$

Thế giá trị mật độ dòng nhiệt q và hệ số tích phân C vào phương trình (2-7) và giải nó theo t , ta nhận được hàm phân bố nhiệt độ trong vách :

$$t = -\frac{1}{\beta} + \sqrt{\left(\frac{1}{\beta} + t_{w1}\right)^2 - \frac{2qx}{\beta\lambda_o}} \quad (2-10)$$

Phân bố nhiệt độ trong vách phẳng trong các trường hợp $\beta = 0$, $\beta > 0$ và $\beta < 0$ được biểu diễn trên hình 2-1.

Phương trình vi phân đối với vách trụ và vách cầu có thể chuyển thành phương trình vi phân đối với vách phẳng, khi thực hiện phép thế $r = e^x$ vào phương trình vách trụ và $r = 1/x$ vào phương trình vách cầu. Tức là khi thế $x = \ln r$ vào nghiệm của phương trình (2-1a) ta nhận được nghiệm của phương trình (2-1b) và thế $x = 1/r$ vào nghiệm của phương trình (2-1a) ta được nghiệm của (2-1c). Mặt khác, do việc giải các phương trình (2-1b) và (2-1c) với các điều kiện biên loại 1 không có gì khó khăn nên dưới đây sẽ chỉ đưa ra các công thức cuối cùng để tính trường nhiệt độ và dòng nhiệt truyền qua các vách này.

Đối với vách trụ (Hình 2-3) :

$$t = t_{w1} - \frac{t_{w1} - t_{w2}}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \ln \frac{r}{r_1} \quad (2-11)$$

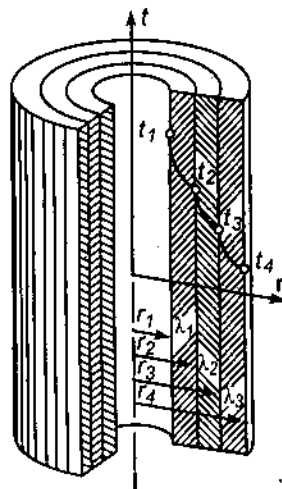
$$Q = \frac{2\pi\lambda l(t_{w1} - t_{w2})}{\ln \frac{d_2}{d_1}} \quad (2-12)$$

Đối với vách cầu :

$$t = t_{w1} - \frac{t_{w1} - t_{w2}}{\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r} \right) \quad (2-13)$$

$$Q = 2\pi\lambda(t_{w1} - t_{w2}) \frac{d_1 \cdot d_2}{d_2 - d_1} \quad (2-14)$$

Trong các công thức trên đây : $r_1 = (d_1/2)$, $r_2 = (d_2/2)$ là bán kính trong và ngoài của vách ; l là chiều dài của vách trụ. Đối với vách trụ người ta thường tính lượng nhiệt truyền qua chiều dài $l = 1\text{m}$; $q_1 = Q/l$ [W/m]. Khi $r_2/r_1 < 2$ có thể dùng công thức (2-3) để tính lượng nhiệt truyền qua vách trụ và vách cầu, khi đó diện tích F sẽ được tính thông qua đường kính trung bình $d_m = (d_1 + d_2)/2$. Tỷ số r_2/r_1 càng nhỏ, độ chính xác càng cao, nhưng ngay cả khi $r_2/r_1 = 2$ thì sai số đối với vách trụ không vượt quá 4% và đối với vách cầu không quá 5,7%.



Hình 2-3. Dẫn nhiệt qua vách trụ.

Khi vách có chiều dày rất lớn, trường hợp giới hạn là $r_2/r_1 \rightarrow \infty$, thì lượng nhiệt truyền qua vách trụ sẽ là :

$$Q \Big|_{r_2 \rightarrow \infty} = \frac{2\pi\lambda l}{\left[\ln \frac{r_2}{r_1}\right]_{r_2 \rightarrow \infty}} (t_{w1} - t_{w2}) = 0 \quad (2-15)$$

và qua vách cầu :

$$Q \Big|_{r_2 \rightarrow \infty} = \frac{4\pi\lambda}{\left[\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right]_{r_2 \rightarrow \infty}} (t_{w1} - t_{w2}) = 4\pi\lambda r_1 (t_{w1} - t_{w2}) \quad (2-16)$$

Nếu một vật hình cầu có nhiệt độ không đổi t_c , bán kính r_c được đốt nóng (hoặc làm nguội) trong môi trường dẫn nhiệt có kích thước vô cùng lớn với nhiệt độ t_u và hệ số dẫn nhiệt λ_u , thì lượng nhiệt do vật đó tỏa ra (hoặc thu vào) cũng sẽ tính được theo công thức (2-16), tức là :

$$Q_c = 4\pi\lambda_u r_c (t_c - t_u)$$

Nếu sử dụng khái niệm hệ số "tỏa nhiệt" α cho trường hợp này thì :

$$\alpha_c = \frac{Q_c}{F_c(t_c - t_u)} = \frac{4\pi\lambda_u r_c (t_c - t_u)}{4\pi r_c^2 (t_c - t_u)} = \frac{\lambda_u}{r_c} \quad (2-17a)$$

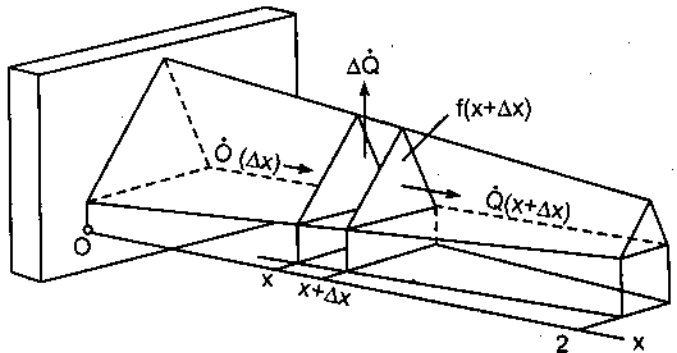
Khi kích thước xác định $l = d_c = 2r_c$ thì tiêu chuẩn Nusselt đối với trường hợp này (trường hợp thuần túy dẫn nhiệt từ bề mặt vách ra môi trường xung quanh) có giá trị không đổi và bằng :

$$Nu_c = \frac{\alpha_u l}{\lambda_u} = \frac{\alpha_c d_c}{\lambda_u} = 2 \quad (2-17b)$$

Tức là tiêu chuẩn Nusselt của quá trình "tỏa nhiệt" từ vách cầu ra môi trường xung quanh có giá trị cực tiểu bằng 2 khi môi trường xung quanh không chuyển động. Từ (2-17a) ta thấy rằng khi hệ số dẫn nhiệt của môi trường không thay đổi thì hệ số tỏa nhiệt tỉ lệ nghịch với bán kính hình cầu ($\alpha_c \sim 1/r_c$). Kết luận này có ý nghĩa rất quan trọng đối với kĩ thuật biến bụi chất lỏng và bay hơi giọt trong các buồng lửa, kĩ thuật sấy phun, v.v...

2) Dẫn nhiệt qua cánh hoặc thanh

Một trong những biện pháp có hiệu quả để tăng cường truyền nhiệt là gắn các cánh trên bề mặt truyền nhiệt. Tùy theo hình dạng, cách bố trí bề mặt mà người ta sử dụng các loại cánh khác nhau : cánh tròn, cánh phẳng, cánh hình thang, hình tam giác v.v..., nhưng các loại cánh đều có chung một đặc điểm là có chiều dày rất nhỏ (nhỏ hơn rất nhiều so với chiều cao, $\delta \ll l$) do đó có thể xem quá trình dẫn nhiệt qua cánh như là bài toán dẫn nhiệt một chiều (Hình 2-4).



Hình 2-4. Cân bằng nhiệt cho một phần tử thể tích cánh có chiều dày Δx .

Phương trình cân bằng nhiệt đối với một đoạn cánh dx , đặt trong môi trường có nhiệt độ t_f và hệ số tỏa nhiệt từ bề mặt cánh tới môi trường α , có dạng :

$$Q_x - Q_{x+dx} = dQ = \alpha \theta \cdot u \cdot dx \quad (2-18)$$

trong đó : $\theta = t - t_f$ là nhiệt độ thừa và u , f là chu vi và diện tích thiết diện ngang của cánh.

Sử dụng công thức Fourier để tính Q_x và khai triển Q_{x+dx} dưới dạng chuỗi Taylo, phương trình (2-18) chuyển thành :

$$\begin{aligned} Q_x - Q_{x+dx} &\approx \frac{dQ}{dx} \cdot dx \approx \alpha \theta \cdot u \cdot dx \\ \frac{d}{dx} \left(\lambda f \frac{d\theta}{dx} \right) - \alpha \theta u &= 0 \end{aligned} \quad (2-19)$$

Khi cánh có thiết diện không đổi, $f = \text{const}$, thì với $\frac{\alpha \cdot u}{\lambda f} = m^2$, phương trình (2-19) chuyển thành :

$$\frac{d^2\theta}{dx^2} = \frac{\alpha \cdot u}{\lambda f} \theta = m^2 \theta \quad (2-20)$$

Nghiệm tổng quát của (2-20) có dạng :

$$\theta(x) = C_1 e^{mx} + C_2 e^{-mx} \quad (2-21)$$

Đối với quá trình dẫn nhiệt qua cánh, có thể xét tới các điều kiện biên sau đây :

$$\begin{aligned} \text{a) } x = 0 : \quad t &= t_0 ; \quad \theta = \theta_0 \\ x = 1 : \quad t &= t_1 ; \quad \theta = \theta_1 \end{aligned} \quad (2-22a)$$

$$\begin{aligned} \text{b) } x = 0 : \quad t &= t_0 ; \quad \theta = \theta_0 \\ x = 1 : \quad \frac{\partial t}{\partial x} &= \frac{\partial \theta}{\partial x} = 0 \end{aligned} \quad (2-22b)$$

$$\begin{aligned} \text{c) } x = 0 : \quad t &= t_0 ; \quad \theta = \theta_0 \\ x = 1 : \quad -\lambda \frac{\partial t}{\partial x} &= \alpha(t_1 - t_f) ; \quad -\lambda \frac{\partial \theta}{\partial x} = \alpha_1 \theta_1 \end{aligned} \quad (2-22c)$$

Ở gốc cánh, nhiệt độ luôn luôn bằng nhiệt độ bề mặt khi không làm cánh t_0 , còn ở đỉnh cánh ($x = 1$) thì điều kiện biên có thể cho thay đổi tùy từng trường hợp, tuy nhiên điều kiện c có thể trở thành điều kiện b khi $\alpha_1 = 0$, tức là khi bỏ qua tỏa nhiệt ở đỉnh cánh. Dưới đây sẽ trình bày tóm tắt lời giải theo điều kiện biên c :

$$\text{Khi } x = 0 : \quad \theta = \theta_0 \rightarrow C_1 + C_2 = \theta_0 \quad (2-23a)$$

$$\text{Khi } x = 1 : \quad \rightarrow \frac{d\theta}{dx} = C_1 m e^{m \cdot 1} - C_2 m e^{-m \cdot 1} = -\frac{\alpha_1 \theta_1}{\lambda}$$

$$\text{hay :} \quad C_1 e^{m \cdot 1} + C_2 e^{-m \cdot 1} = \theta_1 \quad (2-23b)$$

Từ (2-23a và b) dễ dàng xác định được các hằng số tích phân C_1, C_2 :

$$C_1 = \theta_o \frac{\left(1 - \frac{\alpha_1}{m\lambda}\right) e^{-ml}}{e^{ml} + e^{-ml} + \frac{\alpha_1}{m\lambda} (e^{ml} - e^{-ml})}$$

$$C_2 = \theta_o \frac{\left(1 + \frac{\alpha_1}{m\lambda}\right) e^{ml}}{e^{ml} + e^{-ml} + \frac{\alpha_1}{m\lambda} (e^{ml} - e^{-ml})}$$

Thay các hệ số này vào (2-21) ta được biểu thức biểu diễn phân bố nhiệt độ theo chiều cao của cánh (hoặc thanh) :

$$\theta(x) = \theta_o \frac{e^{-m(l-x)} + e^{m(l-x)} + \frac{\alpha_1}{m\lambda} [e^{m(l-x)} - e^{-m(l-x)}]}{e^{ml} + e^{-ml} + \frac{\alpha_1}{m\lambda} (e^{ml} - e^{-ml})} \quad (2-24a)$$

hay :

$$\theta(x) = \theta_o \frac{\text{ch}[m(l-x)] + \frac{\alpha_1}{m\lambda} \text{sh}[m(l-x)]}{\text{ch}(ml) + \frac{\alpha_1}{m\lambda} \text{sh}(ml)} \quad (2-24b)$$

Lượng nhiệt truyền qua gốc cánh (hoặc thanh) :

$$Q_o = -\lambda f \frac{d\theta}{dx} \Big|_{x=0} = m\lambda f \theta_o \frac{\frac{\alpha_1}{m\lambda} + \text{th}(ml)}{1 + \frac{\alpha_1}{m\lambda} \text{th}(ml)} \quad (2-25)$$

Thông thường lượng nhiệt tỏa ra từ đỉnh cánh rất bé, nên điều kiện biên b có ý nghĩa thực tiễn hơn cả, trong trường hợp này (2-24) và (2-25) trở thành :

$$\theta(x) = \theta_o \frac{\text{ch}[m(l-x)]}{\text{ch}(ml)} \quad (2-26)$$

$$Q_o = m\lambda f \theta_o \text{th}(ml) \quad (2-27)$$

Khi thanh dài vô hạn ($l \rightarrow \infty$) thì đồng thời tỏa nhiệt ở đỉnh cũng bằng không, nên :

$$\theta(x) = \lim_{l \rightarrow \infty} \theta_o \frac{\text{ch}[m(l-x)]}{\text{ch}(ml)} = \theta_o e^{-mx} \quad (2-28)$$

$$Q_o = \lim_{l \rightarrow \infty} m\lambda f \theta_o \text{th}(ml) = m\lambda f \theta_o \quad (2-29)$$

Vì việc làm cánh tiêu tốn vật liệu và công, nên nó chỉ có hiệu quả kinh tế khi dòng nhiệt tỏa ra môi trường lớn hơn nhiều so với khi không có cánh. Nếu bề mặt truyền nhiệt khi không có cánh là F và số lượng cánh là z , thì điều này có nghĩa là :

$$Q = \alpha(F - zf)\theta_o + zQ_o > \alpha F \theta_o \quad (2-30a)$$

Đối với cánh phẳng có tiết diện không đổi, dòng nhiệt hiệu quả Q được tính theo :

$$Q = \alpha(F - zf)\theta_0 + zmlf\theta_0 \text{th}(ml) \quad (2-30b)$$

Do đó điều kiện để có hiệu quả kinh tế ít nhất phải là :

$$\sqrt{\frac{\lambda u}{\alpha f}} \text{th}(ml) > 1 \quad (2-31)$$

Vì nhiệt độ giảm dần theo chiều cao của cánh, nên lượng nhiệt do cánh tỏa ra sẽ bé hơn so với trường hợp khi cánh có nhiệt độ đồng đều bằng nhiệt độ ở gốc cánh. Để tiện cho việc tính toán trong thực tế, người ta đưa ra khái niệm hiệu suất của cánh. Hiệu suất cánh là tỷ lệ giữa lượng nhiệt thực tế cánh tỏa ra và lượng nhiệt cực đại mà cánh tỏa ra được khi chúng có nhiệt độ đồng đều bằng nhiệt độ ở gốc :

$$\eta_R = \frac{Q_0}{Q_{\max}}$$

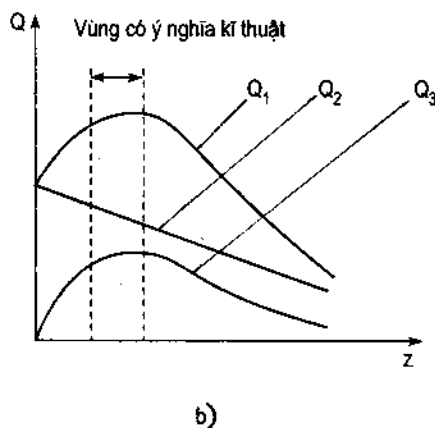
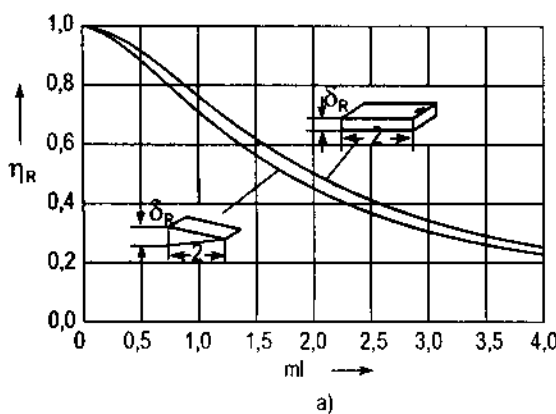
Đối với cánh phẳng có tiết diện không đổi :

$$\eta_R = \frac{m\lambda f\theta_0 \text{th}(ml)}{\alpha ul\theta_0} = \frac{\text{th}(ml)}{ml} \quad (2-32)$$

Hiệu suất cánh càng lớn khi $ml = \sqrt{\frac{\alpha u}{\lambda f}} l$ càng bé (hình 2-5a).

Đối với cánh tam giác :

$$ml = \sqrt{\frac{2\alpha}{\lambda \delta_R}} \cdot l$$



Hình 2-5. Hiệu suất cánh (a) và sự phụ thuộc của hiệu quả làm cánh vào số cánh (b).
(Q_1 - dòng nhiệt hiệu quả, Q_2 - dòng nhiệt từ phần không làm cánh ; Q_3 - dòng nhiệt do cánh tỏa ra).

Dòng nhiệt hiệu quả khi làm cánh được tính theo :

$$Q = \alpha(F - zf + z\eta_R ul)\theta_0 \quad (2-33)$$

Số cánh càng tăng thì phần diện tích không làm cánh càng bé và lượng nhiệt tỏa ra từ phần diện tích này càng giảm. Lượng nhiệt do cánh tỏa ra lúc đầu tăng lên

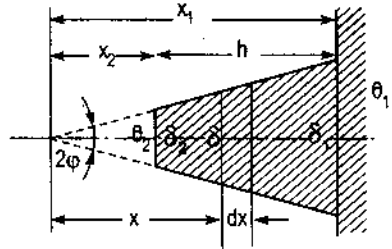
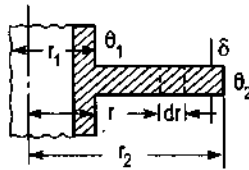
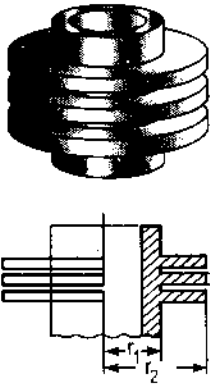
cùng với số cánh, nhưng khi khoảng cách giữa các cánh giảm xuống tới một mức nào đó, thì hệ số tỏa nhiệt α sẽ giảm xuống và lượng nhiệt do cánh tỏa ra và dòng nhiệt hiệu quả cũng giảm xuống. Quan hệ có tính chất định tính giữa dòng nhiệt tỏa ra môi trường và số lượng cánh được trình bày trên hình 2-5b.

Tối ưu hóa việc sử dụng cánh là một vấn đề rất đa dạng và phức tạp. Vì cánh ảnh hưởng tới quá trình tỏa nhiệt, do đó vấn đề này thường được giải quyết bằng thực nghiệm.

Đối với các loại cánh khác như cánh tròn, cánh hình thang, cánh tam giác ta cũng có thể nhận được phương trình vi phân dẫn nhiệt từ phương trình tổng quát (2-19) và giải chúng đối với từng điều kiện biên cụ thể để xác định phân bố nhiệt độ theo chiều cao cánh cũng như lượng nhiệt truyền qua góc cánh. Tuy nhiên, do việc tính toán như vậy phức tạp, nên trong thực tế người ta thường tính một cách gần đúng thông qua các công thức đối với cánh phẳng có chiều dày không đổi, cụ thể :

Đối với cánh tròn (Hình 2-6) :

$$Q' = \varepsilon' \cdot F' \cdot q_1 \quad (2-34a)$$



Hình 2-6. Cánh tròn có chiều dày không đổi.

Hình 2-7. Cánh hình thang và hình tam giác.

Đối với cánh có chiều dày thay đổi - cánh hình thang và cánh tam giác (hình 2-7) :

$$Q'' = \varepsilon'' \cdot F'' \cdot q_2 \quad (2-34b)$$

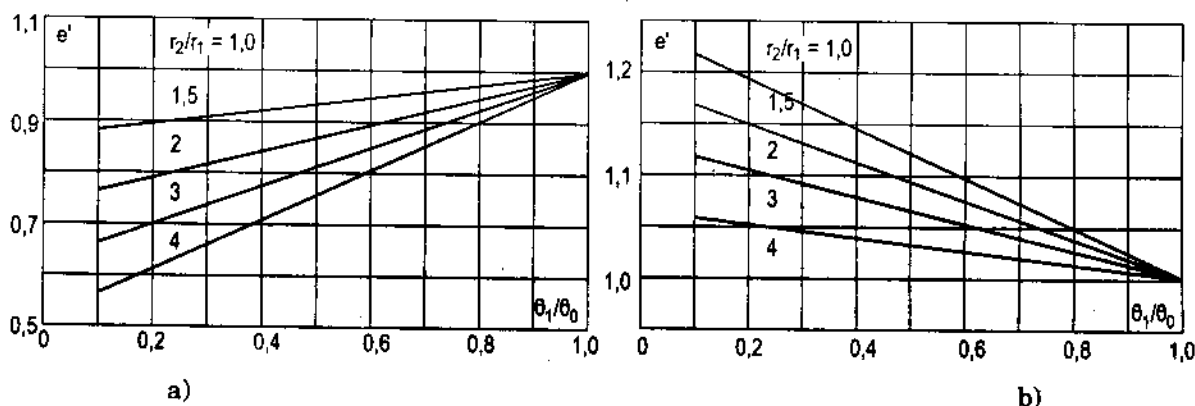
trong đó : Q' và Q'' là lượng nhiệt truyền qua cánh tròn và cánh có chiều dày thay đổi ; ε' và ε'' là hệ số hiệu chỉnh đối với cánh tròn và cánh có chiều dày thay đổi, xác định theo hình 2-8a, b.

$$\varepsilon' = f\left(\frac{\theta_1}{\theta_0}, \frac{r_2}{r_1}\right) ; \quad \varepsilon'' = f\left(\frac{\theta_1}{\theta_0}, \frac{\delta_2}{\delta_1}\right)$$

F' , F'' - diện tích bề mặt truyền nhiệt của các cánh tương ứng.

q_1 - dòng nhiệt truyền qua một đơn vị bề mặt cánh thẳng có chiều dày, chiều cao bằng chiều dày và chiều cao của cánh tròn và có chiều dài bằng một mét.

q_2 - dòng nhiệt truyền qua một đơn vị bề mặt cánh thẳng có chiều dày không đổi mà chiều cao, chiều dài và chiều dày của nó bằng chiều cao, chiều dài và chiều dày trung bình của cánh có chiều dày thay đổi q_1 , q_2 được tính dựa theo các công thức (2-25) hoặc (2-27).

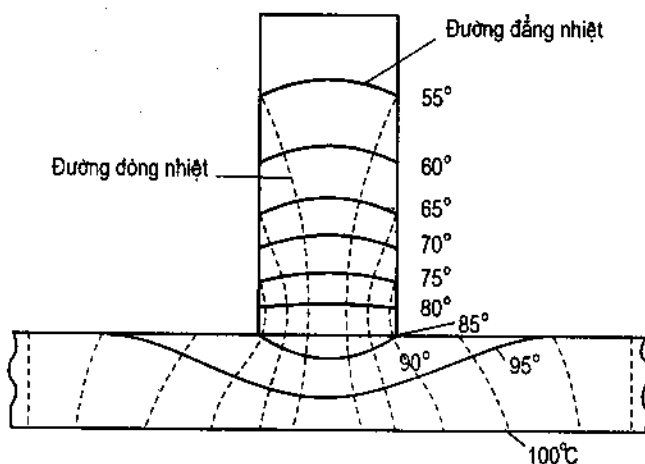


Hình 2-8. Hệ số hiệu chỉnh ϵ' và ϵ'' đối với cánh tròn (a) và cánh hình thang (b) (Khi $\delta_2/\delta_1 = 0 \rightarrow$ cánh tam giác).

2.1.2. Dẫn nhiệt ổn định nhiều chiều

Hình ảnh trường nhiệt độ nhiều chiều, qua thí dụ một cánh phẳng, được minh họa trên hình 2-9a.

Các bài toán nhiều chiều bao giờ cũng phức tạp hơn rất nhiều so với bài toán một chiều, vì vậy không phải lúc nào cũng có thể dùng được phương pháp giải tích để giải chúng. Mặt khác, đối với các vật có hình dạng phức tạp, thì ngay cả khi giải được bằng giải tích thì lời giải và nghiệm thu được cũng rất phức tạp và cồng kềnh, nên người ta thường dùng phương pháp gần đúng để giải. Dưới đây sẽ trình bày hai phương pháp: phương pháp phân li biến số và phương pháp thăng giáng để giải các bài toán dẫn nhiệt ổn định nhiều chiều.



Hình 2-9a. Trường nhiệt độ hai chiều trong cánh phẳng (ví dụ).

1) Dẫn nhiệt trong tấm phẳng với trường nhiệt độ hai chiều

Đối với trường hai chiều dạng $t = t(x, y)$, phương trình (1-14) trở thành:

$$\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} = 0 \quad (2-35)$$

Giải bằng phương pháp phân li biến số có nghĩa là tìm nghiệm của phương trình trên dưới dạng tích của hai hàm: một hàm theo biến x và một hàm theo biến y .

$$t = f(x, y) = \varphi(x) \psi(y) \quad (2-36)$$

Thế (2-36) vào (2-35) ta có :

$$\psi(y) \frac{d^2\varphi(x)}{dx^2} + \varphi(x) \frac{d^2\psi(y)}{dy^2} = 0$$

Chuyển các hàm cùng biến về một vế, phương trình trên trở thành :

$$\frac{1}{\psi(y)} \cdot \frac{d^2\psi(y)}{dy^2} = -\frac{1}{\varphi(x)} \cdot \frac{d^2\varphi(x)}{dx^2} \quad (2-37)$$

Vì vế phải của (2-37) không phụ thuộc vào y và vế trái không phụ thuộc vào x, nên chúng phải bằng một hằng số. Có thể đặt hằng số này là k^2 (hoặc $-k^2$) với $k \geq 0$. Như vậy, phương trình (2-37) có thể chia thành hai phương trình vi phân thường :

$$\frac{d^2\psi(y)}{dy^2} - k^2\psi(y) = 0 \quad (2-38)$$

$$\frac{d^2\varphi(x)}{dx^2} + k^2\varphi(x) = 0 \quad (2-39)$$

Nghiệm của (2-38) có dạng :

$$\psi(y) = e^{ry} \quad (2-40)$$

Khi thế (2-40) vào (2-38) ta thu được :

$$r^2 e^{ry} - k^2 e^{ry} = 0$$

Từ đây suy ra phương trình đặc trưng :

$$r^2 - k^2 = 0 \text{ hay } r = \pm k$$

Tức là (2-38) có hai nghiệm $\psi(y) = e^{+ky}$ và $\psi(y) = e^{-ky}$ nên nghiệm tổng quát của nó có dạng :

$$\psi(y) = Ce^{ky} + De^{-ky} \quad (2-41)$$

trong đó C, D là những hằng số bất kỳ.

Tương tự (2-38), phương trình (2-39) có phương trình đặc trưng.

$$r^2 + k^2 = 0 \text{ hay } r = \pm \sqrt{-k^2} = \pm ik$$

và nghiệm tổng quát dạng :

$$\varphi(x) = C_1 e^{ikx} + C_2 e^{-ikx} \quad (2-42)$$

Vì $e^{\pm ikx} = \cos kx \pm i \sin kx$ nên :

$$\begin{aligned} \varphi(x) &= C_1(\cos kx + i \sin kx) + C_2(\cos kx - i \sin kx) \\ &= (C_1 + C_2)\cos kx + i(C_1 - C_2)\sin kx \\ &= A\cos kx + iB\sin kx \end{aligned} \quad (2-43)$$

Mặt khác, do cả phần thực và phần ảo của (2-43) đều là nghiệm của phương trình vi phân, nên (2-43) có thể viết dưới dạng :

$$\varphi(x) = A\cos kx + B\sin kx \quad (2-44)$$

Thế (2-41) và (2-44) vào (2-36) ta được nghiệm tổng quát của phương trình (2-35) :

$$t = \varphi(x)\psi(y) = (A\cos kx + B\sin kx)(Ce^{ky} + De^{-ky}) \quad (2-45)$$

Nội dung chủ yếu khi sử dụng nghiệm này để giải các bài toán cụ thể là xác định các hằng số A, B, C, D. Để minh họa, ta hãy khảo sát bài toán dẫn nhiệt trong tấm phẳng, được biểu diễn trên hình 2-9b với phương trình vi phân và điều kiện biên sau đây :

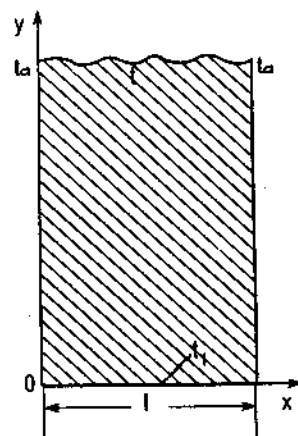
$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} = 0$$

$$\theta = t - t_a = 0 \text{ khi } x = 0 \text{ và } x = l$$

$$\theta_1 = t_1 - t_a \text{ khi } 0 < x < l \text{ hoặc } y = 0$$

$$\theta \rightarrow 0 \text{ khi } y \rightarrow \infty$$

t_a : là nhiệt độ hai mặt bên, t_1 là nhiệt độ mặt đáy ;
 t_a và t_1 có giá trị không đổi trong quá trình khảo sát.



Hình 2-9b. Dẫn nhiệt với trường nhiệt độ hai chiều $t = f(x, y)$.

Chỉ cần thế nhiệt độ thừa $\theta = t - t_a$ vào vị trí của t trong (2-45) ta có nghiệm tổng quát của bài toán đang xét. Bây giờ ta hãy dựa vào điều kiện biên để tìm giá trị của các hằng số A, B, C, D.

Khi $x = 0$ thì $\theta = 0 \rightarrow A = 0$.

Để nghiệm không tầm thường, tức là không đồng nhất bằng không, B phải khác không nên sinl phải bằng không. Những giá trị làm cho phương trình vi phân có nghiệm không tầm thường và thỏa mãn điều kiện biên được gọi là giá trị riêng còn nghiệm không tầm thường đó được gọi là hàm riêng.

Để $\sin l = 0$ thì k phải có các giá trị $0, \pi/l, 2\pi/l, 3\pi/l \dots$; một cách tổng quát $k_n = n\pi/l$ với $n = 0, 1, 2, 3, \dots$

Khi $y \rightarrow \infty$ thì $\theta \rightarrow 0$ suy ra $C = 0$.

Do $A = 0$; $C = 0$, nên đối với trường hợp đang khảo sát, nghiệm (2-45) trở thành :

$$\theta = BDe^{-\left(\frac{n\pi}{l}\right)y} \sin\left(\frac{n\pi}{l}x\right) = Ee^{-\left(\frac{n\pi}{l}\right)y} \cdot \sin\left(\frac{n\pi}{l}x\right) \quad (2-46)$$

Đối với phương trình vi phân tuyến tính, đồng nhất tổng tất cả các nghiệm cũng là nghiệm, nên từ (2-46) có thể viết nghiệm dưới dạng chuỗi cho trường hợp $t_1 - t_a \neq 0$:

$$\theta = \sum_{n=1}^{\infty} E_n e^{-\left(\frac{n\pi}{l}\right)y} \cdot \sin\left(\frac{n\pi}{l}x\right) \quad (2-47)$$

Khi $y = 0$, phương trình (2-47) trở thành :

$$\theta_1 = \sum_{n=1}^{\infty} E_n \sin\left(\frac{n\pi}{l}x\right) \quad (2-48)$$

Theo lý thuyết chuỗi ta biết rằng, mọi hàm $f(x)$ hữu hạn và liên tục từng phần trong miền $x \in [0, l]$ đều có thể phân thành chuỗi theo các hàm lượng giác :

$$f(x) = \frac{a_0}{l} + \frac{2}{l} \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos \frac{n\pi}{l} x \quad (2-49)$$

$$f(x) = \frac{2}{l} \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin \frac{n\pi}{l} x \quad (2-50)$$

$$\text{Với : } a_0 = \int_0^1 f(x) dx \quad (2-51a)$$

$$a_n = \int_0^1 f(x) \cos\left(\frac{n\pi}{l} x\right) dx \quad (2-51b)$$

$$b_n = \int_0^1 f(x) \sin\left(\frac{n\pi}{l} x\right) dx \quad (2-51c)$$

Biến đổi dạng sin (2-50) được sử dụng để giải các bài toán dẫn nhiệt trong tấm phẳng với điều kiện biên loại 1, còn biến đổi dạng cosin (2-49) được áp dụng đối với điều kiện biên loại 3.

So sánh (2-48) với (2-50) kết hợp cùng (2-51c) ta rút ra :

$$\begin{aligned} E_n &= \frac{2}{l} \int_0^1 f(x) \sin\left(\frac{n\pi}{l} x\right) dx = \frac{2}{l} \int_0^1 \theta_1 \sin\left(\frac{n\pi}{l} x\right) dx \\ &= -\frac{2\theta_1}{n\pi} \cos\frac{n\pi}{l} x \Big|_0^1 \end{aligned} \quad (2-52)$$

Với $n = 1, 3, 5, \dots$, $\cos n\pi = -1$ và $E_n = \frac{4\theta_1}{n\pi}$
 còn khi $n = 2, 4, 6, \dots$, $\cos n\pi = 1$ và $E_n = 0$.

Như vậy, nghiệm cụ thể của bài toán trở thành :

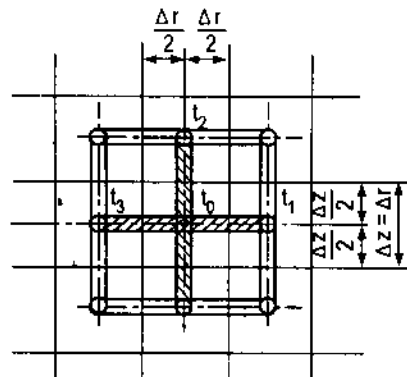
$$\theta = \frac{4\theta_1}{\pi} \sum_{n=1,3,5,\dots} \frac{e^{-\left(\frac{n\pi}{l}\right)y}}{n} \sin\left(\frac{n\pi}{l} x\right) \quad (2-53)$$

2) Giải bài toán nhiều chiều bằng phương pháp gần đúng

Tất cả các phương pháp gần đúng đều dựa trên cơ sở chuyển phương trình vi phân thành phương trình sai phân và giải chúng bằng phương pháp số. Phương pháp thăng giáng là phương pháp gần đúng, được xây dựng để giải các bài toán ổn định nhiều chiều. Theo phương pháp này ta có thể nhận được nghiệm gần đúng của phương trình từ nghiệm giá thiết ban đầu thông qua việc tính lặp để từng bước giảm bớt sai số, cho tới khi lời giải đạt được độ chính xác yêu cầu.

Để minh họa phương pháp, dưới đây sẽ khảo sát bài toán dẫn nhiệt ổn định hai chiều qua vách trụ với phương trình vi phân quen thuộc :

$$\frac{d^2 t}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dt}{dr} + \frac{d^2 t}{dz^2} = 0 \quad (2-54)$$



Hình 2-10. Phân vùng theo một cắt dọc của vách trụ.

Theo phương pháp này, không gian dẫn nhiệt được phân thành những phần tử nhỏ có kích thước như nhau. Với việc phân vùng như đã chỉ trên hình 2-10, phương trình vi phân được chuyển một cách gần đúng thành :

$$\frac{\Delta(\Delta t_r)}{\Delta r^2} + \frac{1}{r} \frac{\Delta t_r}{\Delta r} + \frac{\Delta(\Delta t_z)}{\Delta z^2} = 0 \quad (2-55)$$

Kích thước của các vùng càng bé, thì sai số của phép chuyển đổi này càng nhỏ. Các chỉ số dưới r, z trong phương trình sai phân chỉ chiều của sự thay đổi nhiệt độ. Khi $\Delta z = \Delta r$, (2-55) được rút gọn thành :

$$\Delta(\Delta t_r) + \frac{\Delta r}{r} \Delta t_r + \Delta(\Delta t_z) = 0 \quad (2-56)$$

Vi :

$$\Delta(\Delta t_r) = (t_1 - t_0) - (t_0 - t_3)$$

$$\Delta t_r = \frac{t_0 + t_1}{2} - \frac{t_3 + t_0}{2} = \frac{t_1 - t_3}{2}$$

$$\Delta(\Delta t_z) = (t_2 - t_0) - (t_0 - t_4)$$

nên phương trình (2-56) trở thành :

$$t_1 + t_2 + t_3 + t_4 - 4t_0 + \frac{\Delta r}{2r} (t_1 - t_3) = 0 \quad (2-57)$$

Từ biểu thức (2-57) dễ dàng rút ra phương trình đối với tám phẳng ($r \rightarrow \infty$) :

$$t_1 + t_2 + t_3 + t_4 - 4t_0 = 0 \rightarrow t_0 = \frac{1}{4} (t_1 + t_2 + t_3 + t_4) \quad (2-58)$$

Bản chất vật lý của các phương trình (2-57), (2-58) chính là cân bằng nhiệt, thiết lập cho các vùng xung quanh điểm nút 0 (Hình 2-10), nhưng ở đây vật thể không còn là liên tục và quá trình dẫn nhiệt được xem là xảy ra trong mạng gồm các thanh. Việc xác định phân bố nhiệt độ trong vật được tiến hành như sau : trước tiên ta hãy cho mỗi điểm nút một giá trị nhiệt độ, các giá trị nhiệt độ cho trước có tính tùy tiện này tất nhiên sẽ không thỏa mãn phương trình (2-57), do đó :

$$t_1 + t_2 + t_3 + t_4 - 4t_0 + \frac{\Delta r}{2r} (t_1 - t_3) = R \neq 0$$

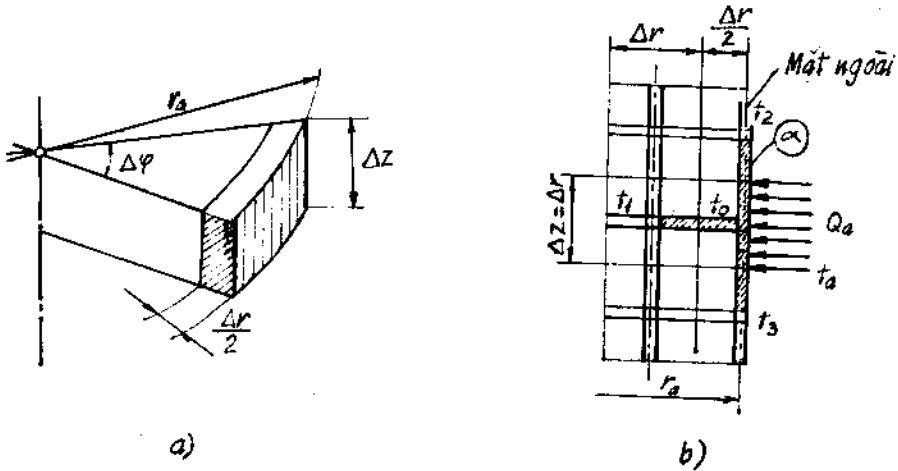
Mỗi một điểm nút có độ lệch R , ta phải tính tất cả các độ lệch đó và tìm cách giảm chúng tới mức bé nhất. Bước tiếp theo là tìm điểm nút có độ lệch R lớn nhất và thay đổi nhiệt độ của điểm nút đó sao cho độ lệch ở đó bằng không và tiếp tục tính độ lệch của tất cả các nút còn lại theo giá trị nhiệt độ mới thay đổi. Quá trình tính toán và hiệu chỉnh được tiến hành cho đến lúc giá trị của tất cả các độ lệch đều bé hơn mức yêu cầu cho trước. Giá trị nhiệt độ tại các điểm nút lúc đó chính là nghiệm gần đúng của phương trình vi phân.

Thời gian và khối lượng tính toán theo phương pháp này phụ thuộc rất nhiều vào giá trị nhiệt độ giả thiết ban đầu tại các điểm nút, do đó trước tiên người ta thường chia vật thành mạng có kích thước lớn và giải chúng để tìm phân bố nhiệt độ và dựa vào đó để giả thiết nhiệt độ ban đầu cho các điểm nút khi chia mạng với kích thước bé. Kích thước các phần tử của mạng được xác định theo yêu cầu về độ chính xác của lời giải. Số phần tử trong mạng càng lớn (có nghĩa là kích thước của mỗi phần tử càng bé) thì kết quả thu được càng chính xác.

Khi điều kiện biên không phải loại một, ta phải thiết lập thêm phương trình để xác định nhiệt độ của các điểm nút nằm trên biên. Phương trình cân bằng cho phần

tổ bề mặt tiếp xúc với môi trường theo điều kiện biên loại ba, tương ứng với các ký hiệu trên hình 2-7 có dạng :

$$\alpha r_a \Delta \varphi \Delta z (t_f - t_o) + \lambda \Delta z \left(r_a - \frac{\Delta r}{2} \right) \Delta \varphi \frac{t_1 - t_o}{\Delta r} + \\ + \lambda \frac{\Delta r}{2} \frac{2r_a - \frac{\Delta r}{2}}{2} \Delta \varphi \left(\frac{t_2 - t_o}{\Delta z} + \frac{t_3 - t_o}{\Delta z} \right) = 0 \quad (2-59)$$



Hình 2-11. Phân tố thể tích (a) và sơ đồ mạng ở vùng biên (b).

Khi $\Delta z = \Delta r$ biểu thức (2-59) trở thành :

$$(t_f - t_o) + \frac{\lambda}{\alpha \Delta r} \left(1 - \frac{\Delta r}{2r_a} \right) (t_1 - t_o) + \\ + \frac{\lambda}{\alpha \Delta r} \left(1 - \frac{\Delta r}{4r_a} \right) \left(\frac{t_2 + t_3}{2} - t_o \right) = 0 \quad (2-60)$$

Đối với vách phẳng, tức là khi $r_a \rightarrow \infty$, phương trình cân bằng cho phân tố bề mặt có dạng :

$$(t_f - t_o) + \frac{\lambda}{\alpha \Delta x} \left(t_1 + \frac{t_2 + t_3}{2} - 2t_o \right) = 0 \quad (2-61)$$

Để tính lượng nhiệt truyền qua bề mặt ta chỉ cần cộng tất cả các lượng nhiệt dẫn qua các thanh xuyên qua bề mặt đó.

2.2. DẪN NHIỆT ỔN ĐỊNH KHI CÓ NGUỒN NHIỆT BÊN TRONG

Nguồn nhiệt bên trong, hiểu theo nghĩa rộng bao gồm cả nguồn thu lẫn nguồn phát (hay còn gọi là nguồn âm và nguồn dương), thường xuất hiện khi trong vật xảy ra các phản ứng hóa học hay quá trình biến đổi trạng thái. Thí dụ điển hình nhất về nguồn trong là hiện tượng phát nhiệt trong dây dẫn khi có dòng điện chạy qua hay các thanh nhiên liệu trong lò phản ứng hạt nhân. Nguồn trong có thể phân bố theo điểm, theo đường, theo bề mặt trong không gian của vật, nhưng dưới đây chỉ khảo sát quá trình thường hay gặp nhất trong thực tế : trường hợp nguồn trong phân bố đều trong thể tích, $q_v = \text{const}$.

2.2.1. Bài toán tổng quát với điều kiện biên loại ba đối xứng

Phương trình vi phân dẫn nhiệt trong vách phẳng, vách trụ và vách cầu khi có nguồn nhiệt bên trong phân bố đều có thể viết dưới dạng tổng quát sau đây :

$$\frac{d^2t}{dr^2} + \frac{n}{r} \frac{dt}{dr} + \frac{q_v}{\lambda} = 0 \quad (2-62)$$

$n = 0$ đối với vách phẳng, $n = 1$ đối với vách trụ, và $n = 2$ đối với vách cầu.

Giải phương trình vi phân (2-62) ta thu được nghiệm sau đây :

$$t(r) = \left\{ \begin{array}{l} C_0 + C_1 r \\ C_0 + C_1 \ln(r) \\ C_0 + C_1 (1/r) \end{array} \right\} - \frac{q_v r^2}{2(1+n)\lambda} \quad (2-63)$$

Các hằng số tích phân C_0 và C_1 được xác định từ các điều kiện biên cụ thể của từng quá trình. Ta hãy khảo sát một trường hợp đơn giản. Trường hợp biên loại 3 đối xứng.

$$-\lambda \left(\frac{dt}{dr} \right)_{r=\pm R} = \pm \alpha (t_w - t_f) \quad (2-64)$$

$$\left(\frac{dt}{dr} \right)_{r=0} = 0 \quad (2-65)$$

Từ (2-65) ta dễ dàng nhận thấy $C_1 = 0$; xác định hệ số C_0 từ điều kiện (2-64) cho phép nhận được nghiệm tổng quát cho cả ba trường hợp :

$$t(r) = t_f + \frac{q_v R^2}{2\lambda(1+n)} \left(1 - \frac{r^2}{R^2} + \frac{2\lambda}{\alpha R} \right) \quad (2-66)$$

Nếu sử dụng các đại lượng không thứ nguyên :

$$v^+ = \frac{t - t_f}{q_v R^2 / \lambda}$$

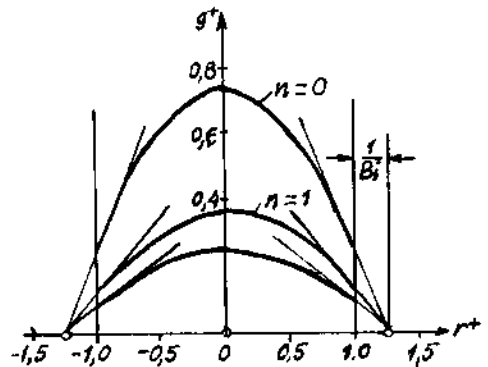
$$r^+ = r/R$$

$$Bi = \alpha R / \lambda$$

thì nghiệm (2-66) chuyển thành :

$$v^+ = \frac{1}{2(1+n)} \left[1 - (r^+)^2 + \frac{2}{Bi} \right] \quad (2-67)$$

Phân bố nhiệt độ không thứ nguyên (2-67) được biểu diễn trên hình 2-12 cho cả ba loại vật thể có hình dáng kinh điển : phẳng, trụ và cầu.



Hình 2-12. Phân bố nhiệt độ không thứ nguyên trong tấm phẳng ($n = 0$) ; vách trụ ($n = 1$) và vách cầu ($n = 2$).

2.2.2. Dẫn nhiệt qua vách trụ

Dưới đây sẽ khảo sát một số trường hợp với điều kiện biên không đối xứng trong không gian hình trụ. Nghiệm tổng quát của những bài toán này là trường hợp riêng của (2-63) khi $n = 1$:

$$t = -\frac{q_v r^2}{4\lambda} + C_1 \ln r + C_0 \quad (2-68)$$

Hãy xét một số trường hợp cụ thể :

1) Nhiệt lượng chỉ tỏa ra trên mặt ngoài

Bài toán được cụ thể hóa bằng điều kiện biên sau đây :

$$\text{Khi } r = r_1 \rightarrow q = 0 \quad \text{tức là } \left. \frac{dt}{dr} \right|_{r=r_1} = 0 \quad (2-69)$$

$$\text{Khi } r = r_2 \rightarrow \left. \frac{dt}{dr} \right|_{r=r_2} = -\frac{\alpha_2}{\lambda} (t_{w2} - t_{f2})$$

Các kí hiệu 1, 2 chỉ mặt trong và mặt ngoài của vách.

Xác định các hằng số tích phân C_1, C_2 của (2-68) theo điều kiện biên (2-69) ta tìm được hàm phân bố nhiệt độ trong vách :

$$t = t_{f2} + \frac{q_v r_2}{2\alpha_2} \left[1 - \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2 \right] + \frac{q_v r_2^2}{4\lambda} \left[1 + \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2 \ln \frac{r}{r_2} - \left(\frac{r}{r_2} \right)^2 \right] \quad (2-70)$$

Khi $r_1 = 0$, vách trụ trở thành ống đặc và (2-70) chuyển thành :

$$t = t_f + \frac{q_v \cdot R}{2\alpha_2} + \frac{q_v}{4\lambda} (R^2 - r^2) \quad (2-71)$$

trong đó : t_f là nhiệt độ của môi trường và R là bán kính của ống.

2) Nhiệt lượng chỉ tỏa ra ở mặt trong

Với điều kiện biên :

$$\left. \frac{dt}{dr} \right|_{r=r_1} = -\frac{\alpha_1}{\lambda} (t_{w1} - t_{f1}) \quad \text{và} \quad \left. \frac{dt}{dr} \right|_{r=r_2} = 0$$

thì nghiệm tổng quát (2-68) trở thành :

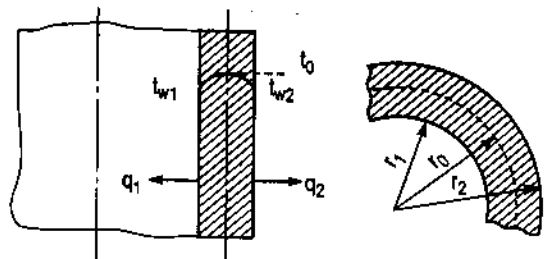
$$t = t_{f1} + \frac{q_v \cdot r_1}{2\alpha_1} \left[\left(\frac{r_2}{r_1} \right)^2 - 1 \right] + \frac{q_v \cdot r_1^2}{4\lambda} \left[2 \ln \frac{r}{r_1} + \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2 - \left(\frac{r}{r_2} \right)^2 \right] \quad (2-72)$$

3) Nhiệt lượng tỏa ra trên cả hai bề mặt

Khi nhiệt lượng tỏa ra trên cả hai bề mặt thì nhiệt độ sẽ đạt giá trị cực đại tại $r = r_0$ (Hình 2-13) và quá trình sẽ được giải theo hai bài toán : bài toán tỏa nhiệt vào bên trong với $r_1 \leq r \leq r_0$ và bài toán tỏa nhiệt ra ngoài với $r_0 \leq r \leq r_2$. Tức là mặt ngoài của bài toán này chính là mặt trong của bài toán kia. Cân bằng các phương trình xác định nhiệt độ $t_{r=r_0}$ của hai bài toán sẽ tìm được giá trị r_0 :

$$r_0^2 = \frac{q_v(r_2^2 - r_1^2) - 4\lambda(t_{w1} - t_{w2})}{2q_v \ln \frac{r_2}{r_1}}$$

Phân bố nhiệt độ trong vách được biểu diễn theo hai phương trình : theo (2-72) với $r_2 \equiv r_0$ khi $r \leq r_0$ và theo (2-70) với $r_1 \equiv r_0$ khi $r \geq r_0$.



Hình 2-13. Dẫn nhiệt qua vách trụ khi lượng nhiệt tỏa ra trên cả hai bề mặt.

Chương 3

DẪN NHIỆT KHÔNG ỔN ĐỊNH

Chế độ dẫn nhiệt ổn định chỉ được xác lập sau một thời gian đủ dài và khi điều kiện biên không thay đổi. Rất nhiều quá trình có ý nghĩa quan trọng trong thực tế không thỏa mãn được các điều kiện này, nên trường nhiệt độ trong vật thay đổi theo thời gian và chế độ dẫn nhiệt là không ổn định. Đó là các quá trình xảy ra khi khởi động và dừng máy, thiết bị ; các quá trình đốt nóng và làm nguội vật ; các quá trình xảy ra trong khoảng thời gian rất ngắn như trong các thiết bị hàng không, các động cơ tên lửa v.v... Các quá trình dẫn nhiệt liên quan chặt chẽ tới độ bền của các chi tiết và kết cấu, do đó ngay cả khi quá trình xảy ra trong thời gian rất ngắn nhưng việc nghiên cứu chúng cũng có ý nghĩa kinh tế và kĩ thuật rất lớn.

Chế độ dẫn nhiệt không ổn định có thể phân thành hai loại : chế độ chu kỳ và chế độ chuyển tiếp. Trong chế độ chu kỳ, trường nhiệt độ trong vật thay đổi lặp đi lặp lại thành chu kỳ theo thời gian, còn chế độ chuyển tiếp là chế độ chuyển từ chế độ ổn định này tới chế độ ổn định khác. Quá trình dẫn nhiệt không ổn định rất đa dạng và phức tạp nên dưới đây chỉ có thể trình bày một số rất ít những bài toán cơ bản thường gặp trong thực tế và phương pháp giải chúng.

3.1. DẪN NHIỆT KHÔNG ỔN ĐỊNH VỚI ĐIỀU KIỆN BIÊN LOẠI MỘT

3.1.1. Đốt nóng (hoặc làm nguội) một phía một tấm phẳng dày vô hạn

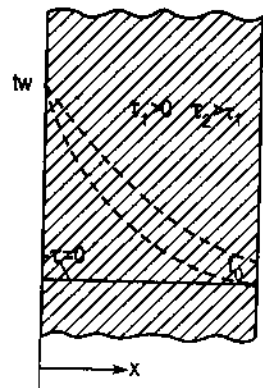
Đối tượng khảo sát ở đây là một tấm phẳng rộng vô hạn có chiều dày vô cùng lớn ; ở thời điểm $\tau \leq 0$, nhiệt độ trong tấm đồng đều và bằng t_0 . Khi $\tau = 0$ bề mặt $x = 0$ được nung nóng đột ngột đến nhiệt độ t_w và nhiệt độ này giữ không thay đổi. Quá trình được biểu diễn bằng phương trình vi phân và điều kiện đơn trị sau :

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} \quad (3-1)$$

Điều kiện ban đầu : $\tau = 0$

$$t_{(x=0)} = t_w$$

$$t_{(x > 0)} = t_0$$



Hình 3-1. Đốt nóng tấm phẳng dày vô hạn.

Điều kiện biên : $\tau > 0$

$$t_{(x=0)} = t_w$$

$$t_{(x \rightarrow \infty)} = t_o$$

Nhiệt độ trong vật là một hàm của năm biến :

$$t = f(x, \tau, a, t_o, t_w) \quad (3-1a)$$

Các biến này được đo bằng ba thứ nguyên độc lập là m, s và °K do đó, từ phương pháp phân tích thứ nguyên (xem mục 4.6) ta dễ dàng tìm được ba tổ hợp không thứ nguyên mô tả hiện tượng. Hàm (3-1a) có thể chuyển về dạng không thứ nguyên sau đây :

$$\frac{t}{t_w} = f\left(\frac{x^2}{a\tau}, \frac{t_o}{t_w}\right) \quad (3-1b)$$

Như vậy ta đã chuyển được hàm gồm sáu đại lượng thành hàm chỉ còn có 3 đại lượng. Quan trọng hơn là qua đây có thể tổ hợp hai biến độc lập x và τ về thành một biến, do đó có thể đặt một biến độc lập mới $\xi = \frac{x}{2\sqrt{a\tau}}$. Hệ số 2 ở mẫu số được đưa vào để đơn giản các bước tính toán tiếp theo. Với việc đưa biến mới ξ , phương trình vi phân đạo hàm riêng theo x, τ trở thành phương trình vi phân thường theo ξ :

$$\frac{\partial t}{\partial x} = \frac{dt}{d\xi} \cdot \frac{\partial \xi}{\partial x} = \frac{1}{2\sqrt{a\tau}} \cdot \frac{dt}{d\xi}$$

$$\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial t}{\partial x} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{2\sqrt{a\tau}} \frac{dt}{d\xi} \right) = \frac{1}{4a\tau} \frac{d^2 t}{d\xi^2}$$

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{dt}{d\xi} \cdot \frac{\partial \xi}{\partial \tau} = \frac{dt}{d\xi} \left(-\frac{x}{2\sqrt{a}} \cdot \frac{1}{2\tau^{3/2}} \right) = -\frac{1}{2} \frac{\xi}{\tau} \frac{dt}{d\xi}$$

$$\frac{d^2 \left(\frac{t}{t_w} \right)}{d\xi^2} = -2\xi \frac{d \left(\frac{t}{t_w} \right)}{d\xi} \quad (3-1)$$

Khi đặt $\frac{d \left(\frac{t}{t_w} \right)}{d\xi} = Y(\xi)$ ta dễ dàng chuyển phương trình vi phân đồng nhất cấp 2 (3-1c) thành phương trình cấp 1 :

$$\frac{dY(\xi)}{d\xi} = -2\xi \cdot Y(\xi)$$

Chuyển biến và tích phân hai vế ta thu được :

$$\ln Y = -\xi^2 + C$$

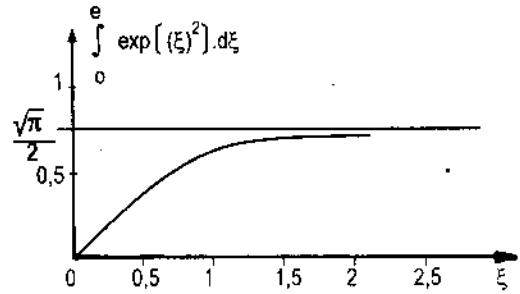
$$Y = \frac{d \left(\frac{t}{t_w} \right)}{d\xi} = B \cdot \exp(-\xi^2)$$

$$t = C + B \int \exp(-\xi^2) d\xi$$

Phân bố nhiệt độ trong tấm được biểu diễn qua biểu thức sau :

$$\frac{t}{t_w} - 1 = B \int_{\xi=0}^{\xi} \exp(-\xi^2) d\xi \quad (3-2)$$

Tích phân trong (3-2) chính là tích phân sai số của Gauss. Tích phân này mang đặc trưng của hàm bão hòa với giá trị giới hạn bằng $\frac{\sqrt{\pi}}{2}$ (Hình 3-2).



Để tiện tính toán, ta chuyển giá trị giới hạn về 1, khi đó (3-2) có thể viết dưới dạng :

Hình 3-2. Giá trị của tích phân sai số Gauss.

$$\frac{t}{t_w} - 1 = B \frac{\sqrt{\pi}}{2} \left(\frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^\xi \exp[-(\xi)^2] d\xi \right) = B \frac{\sqrt{\pi}}{2} \cdot \text{erf} \xi \quad (3-3)$$

Nhằm đơn giản lúc trình bày, dưới đây sẽ dùng kí hiệu I thay cho $\text{erf} \xi$ ("error function")

Tức là tích phân I sẽ có giá trị bằng 0 tại bề mặt tấm, $\xi = 0$ và bằng 1 tại các vị trí ở sâu trong tấm, $\xi \rightarrow \infty$.

$$I = \text{erf} \xi = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^\xi e^{-\xi^2} d\xi$$

Theo điều kiện biên, khi $\xi \rightarrow \infty$ thì $t = t_o$, nên trong trường hợp này (3-3) trở thành :

$$\frac{t_o}{t_w} - 1 = B \cdot \frac{\sqrt{\pi}}{2}$$

Do đó :

$$B = \frac{d\left(\frac{t}{t_w}\right)}{d\xi} \Big|_{x=0} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \left(\frac{t_o}{t_w} - 1 \right) \quad (3-4)$$

Thế (3-4) vào (3-3) ta có :

$$\frac{t_w - t}{t_w - t_o} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^\xi \exp[-(\xi)^2] d\xi \quad (3-5a)$$

hay :

$$\frac{t - t_o}{t_w - t_o} = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^\xi \exp[-(\xi)^2] d\xi \quad (3-5b)$$

Phân bố nhiệt độ trong vật không phụ thuộc riêng rẽ vào x , τ mà phụ thuộc vào tổ hợp biến $\xi = \frac{x}{2\sqrt{a\tau}}$, do đó khi hệ số a lớn có thể đạt được cùng một trường nhiệt độ sớm hơn so với trường hợp hệ số a bé. Điều này minh họa cho tính "dẫn nhiệt độ" của hệ số a .

Mật độ dòng nhiệt truyền qua bề mặt tấm :

$$q = -\lambda \left(\frac{\partial t}{\partial x} \right) \Big|_{x=0} = -\lambda \cdot \frac{dt}{d\xi} \Big|_{\xi=0} \cdot \frac{\partial \xi}{\partial x} = \sqrt{\frac{\lambda c \rho}{\pi \tau}} (t_w - t_o) \quad (3-6)$$

Nếu sử dụng khái niệm hệ số tỏa nhiệt, tương tự hệ số tỏa nhiệt đối lưu, thì khi độ chênh nhiệt độ bằng $(t_w - t_o)$, hệ số này được xác định theo :

$$\alpha(\tau) = \frac{q}{t_w - t_o} = \sqrt{\frac{\lambda c \rho}{\pi \tau}} \quad (3-7)$$

Trong thực tế, người ta không quan tâm tới giá trị tức thời $\alpha(\tau)$ mà chỉ quan tâm giá trị trung bình của hệ số này trong một khoảng thời gian $\bar{\alpha}(\tau)$:

$$\bar{\alpha}(\tau) = \frac{\bar{q}(\tau)}{t_w - t_o} = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} \frac{q(\tau)}{t_w - t_o} \cdot d\tau = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} \sqrt{\frac{\lambda c \rho}{\pi \tau}} \cdot d\tau = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{\lambda c \rho}{\tau}} \quad (3-8)$$

Khi thời gian tăng lên thì độ chênh nhiệt độ trong vật giảm xuống, do đó hệ số tỏa nhiệt trung bình sẽ giảm.

3.1.2. Đốt nóng cả hai phía một tấm phẳng rộng vô hạn

Một tấm phẳng rộng vô hạn có chiều dày s và có nhiệt độ đồng đều t_o . Tại thời điểm ban đầu $\tau = 0$, cả hai bề mặt của tấm ($x = 0$ và $x = s$) được đốt nóng đột ngột đến nhiệt độ t_w . Nhiệt độ hai bề mặt này được giữ không đổi trong suốt quá trình đốt nóng (Hình 3-3).

Điều kiện ban đầu $\tau = 0$:

$$t_{(x=0)} = t_{(x=s)} = t_w$$

$$t_{(0 < x < s)} = t_o$$

Điều kiện biên khi $\tau > 0$:

$$t_{(x=0)} = t_{(x=s)} = t_w$$

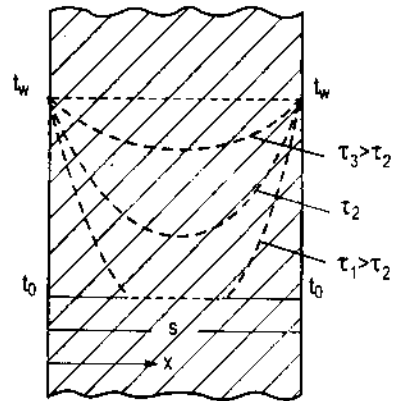
Nhiệt độ trong tấm là một hàm của sáu biến :

$$t = f(x, \tau, a, s, t_o, t_w)$$

Dùng phương pháp phân tích thứ nguyên có thể chuyển hàm này thành dạng không thứ nguyên :

$$\frac{t}{t_w} = \varphi \left(\frac{x}{s}, \frac{a\tau}{s^2}, \frac{t_o}{t_w} \right)$$

Khác với phương trình không thứ nguyên ở mục 3.1.1, ở đây các biến độc lập x và τ nằm trong hai tổ hợp không thứ nguyên tách biệt nhau (đó là chiều dài không thứ nguyên $x^* = \frac{x}{s}$ và thời gian không thứ nguyên $\tau^* = \frac{a\tau}{s^2}$), do đó không thể chuyển



Hình 3-3. Phân bố nhiệt độ trong tấm phẳng khi bị đốt nóng cả hai phía

được phương trình vi phân đạo hàm riêng thành phương trình vi phân thường. Thời gian không thứ nguyên còn được gọi là tiêu chuẩn Fourier :

$$Fo = \frac{a\tau}{s^2} = \frac{\text{hệ số dẫn nhiệt độ} \times \text{thời gian xác định}}{(\text{kích thước xác định})^2}$$

Dưới đây sẽ không trình bày lời giải đầy đủ, chính xác của phương trình vi phân đạo hàm riêng mà chỉ giới hạn ở việc tìm nghiệm tiệm cận cho trường hợp thời gian đủ bé và thời gian đủ lớn.

Chấp nhận khái niệm nhiệt độ trung bình của tấm tại thời điểm τ :

$$\bar{t}(\tau) = \frac{1}{s} \int_0^s t(x, \tau) dx$$

và hệ số tỏa nhiệt tức thời $\alpha(\tau)$:

$$\alpha(\tau) = \frac{Q(\tau)}{F(t_w - \bar{t}(\tau))}$$

ta có thể thiết lập phương trình cân bằng nhiệt tức thời cho quá trình đốt nóng tấm :

$$(F \rho s) c \cdot \frac{d\bar{t}(\tau)}{d\tau} = 2F[t_w - \bar{t}(\tau)]\alpha(\tau) \quad (3-9)$$

Chuyển biến và tích phân hai vế ta thu được :

$$\ln \frac{t_w - \bar{t}(\tau)}{t_w - t_0} = -\frac{2}{c \rho s} \int_0^\tau \alpha(\tau) d\tau \quad (3-10)$$

Vì hệ số tỏa nhiệt trung bình trong khoảng thời gian từ $\tau = 0$ đến τ được tính theo :

$$\bar{\alpha}(\tau) = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau \alpha(\tau) d\tau$$

nên (3-10) có thể chuyển thành :

$$\frac{t_w - \bar{t}(\tau)}{t_w - t_0} = \exp \left(-\frac{\bar{\alpha}(\tau)}{c \rho \cdot \frac{s}{2}} \tau \right) \quad (3-11)$$

Với các định nghĩa trên đây, việc khảo sát quá trình đốt nóng (hoặc làm nguội) tấm phẳng chuyển sang việc xác định hàm $\bar{\alpha}(\tau)$.

Ngay từ năm 1820, Fourier đã tính toán được chính xác các quy luật $\bar{\alpha}(\tau)$ cho tấm phẳng cũng như một loạt các vật thể khác, các quy luật này được biểu diễn dưới dạng những chuỗi vô hạn.

Dưới đây chỉ đề cập tới việc tìm lời giải gần đúng.

1) Khi thời gian đủ bé

Ở giai đoạn ban đầu, quá trình đốt nóng (hoặc làm nguội) chỉ xảy ra ở các vùng biên, còn ở vùng tâm nhiệt độ chưa thay đổi và vẫn bằng t_0 (xem đường $\tau = \tau_1$ trên

hình 3-3). Trong trường hợp này ta có thể sử dụng nghiệm thu được đối với tấm phẳng dày vô hạn, như đã trình bày ở phần 3.1.1, cụ thể :

$$\frac{t - t_0}{t_w - t_0} = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\xi} \exp[-(\xi')^2] d\xi'$$

$$\bar{\alpha}(\tau) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{\lambda c \rho}{\tau}}$$

với : $\xi = \frac{x}{2\sqrt{a\tau}}$ đối với phần tấm bên trái.

$\xi = \frac{s-x}{2\sqrt{a\tau}}$ đối với phần tấm bên phải.

Kết quả tính toán bằng số cho thấy :

khí $\xi = \frac{x}{2\sqrt{a\tau}} \geq 1,25$ thì $\frac{t - t_0}{t_w - t_0} \leq 0,1$

Tức là có thể sử dụng nghiệm của lời giải đối với tấm dày vô hạn để tính cho tấm có chiều dày hữu hạn s với độ chính xác đủ cao, khi thỏa mãn điều kiện :

$$\frac{s}{2\sqrt{a\tau}} \geq 2,5 \quad \text{hay} \quad 0 < Fo = \frac{a\tau}{s^2} \leq 0,04$$

2) Khi thời gian đủ lớn

Khi thời gian đủ lớn, nhiệt độ ở tâm của tấm cũng thay đổi. Đối với trường hợp này, nghiệm tiệm cận có thể viết dưới dạng tích của hai hàm :

$$\frac{t_w - t(x, \tau)}{t_w - t_0} = \Phi(x) \cdot \Psi(\tau)$$

Thế biểu thức này vào phương trình (3-1) ta có :

$$a\Phi''(x) \cdot \Psi(\tau) = \Phi(x) \cdot \Psi'(\tau) \quad (3-12a)$$

Chuyển các hàm cùng biến về cùng một vế, (3-12a) trở thành :

$$a \frac{\Phi''(x)}{\Phi(x)} = \frac{\Psi'(\tau)}{\Psi(\tau)} = -k \quad (3-12b)$$

trong đó hằng số k còn được gọi là "giá trị riêng".

Từ (3-12b) ta có hai phương trình vi phân thường :

$$\Phi''(x) + \frac{k}{a} \Phi(x) = 0 \quad (a)$$

$$\Psi'(\tau) + k\Psi(\tau) = 0 \quad (b)$$

Với các điều kiện biên :

$$x = 0 \rightarrow t = t_w ; \Phi = 0$$

$$x = s \rightarrow t = t_w ; \Phi = 0$$

và "giá trị riêng" $k = \frac{\pi^2 a}{s^2}$

Phương trình (a) có nghiệm :

$$\Phi(x) = \cos\left[\frac{\pi}{2}\left(1 - \frac{x}{s}\right)\right] \cdot C_1$$

Với điều kiện tiệm cận cuối :

$$\tau \rightarrow \infty : \Psi(\tau) = 0$$

Phương trình (b) có nghiệm :

$$\Psi(\tau) = C_2 \cdot \exp\left[-\pi^2 \frac{a\tau}{s^2}\right]$$

trong đó C là hằng số tự do.

Lời giải tiệm cận ($\tau \rightarrow \infty$) tổng quát có dạng ($C_1 \cdot C_2 = C$) :

$$\frac{t_w - t(x, \tau)}{t_w - t_o} = C \cdot \cos\left[\frac{\pi}{2}\left(1 - \frac{x}{s}\right)\right] \exp\left[-\pi^2 \frac{a\tau}{s^2}\right] \quad (3-13)$$

Từ nghiệm này ta dễ dàng tính được nhiệt độ trung bình tích phân và mật độ dòng nhiệt truyền vào tấm.

$$\begin{aligned} \bar{t}(\tau) &= \frac{1}{s} \int_0^s t(x, \tau) dx = \frac{1}{s} \int_0^s \left\{ t_w - (t_w - t_o) C \cdot \cos\left[\frac{\pi}{2}\left(1 - \frac{x}{s}\right)\right] \exp\left[-\pi^2 \frac{a\tau}{s^2}\right] \right\} dx \\ &= t_w - (t_w - t_o) C \frac{2}{\pi} \exp\left[-\pi^2 \frac{a\tau}{s^2}\right] \end{aligned}$$

hay :

$$\begin{aligned} \frac{t_w - \bar{t}(\tau)}{t_w - t_o} &= C \frac{2}{\pi} \exp\left[-\pi^2 \frac{a\tau}{s^2}\right] \\ q(\tau) &= -\lambda \left(\frac{\partial t(x, \tau)}{\partial x} \right) \Big|_{x=0} = C \frac{\pi}{s} \lambda (t_w - t_o) \exp\left[-\pi^2 \frac{a\tau}{s^2}\right] \end{aligned}$$

Hệ số tự do C trong các công thức trên đây chỉ có thể được xác định từ điều kiện liên hệ với lời giải ở phạm vi thời gian trung bình (thời gian không quá lớn hoặc không quá bé). Tuy nhiên, việc xác định hệ số này không phải là đối tượng khảo sát ở đây.

Từ mật độ dòng nhiệt $q(\tau)$ và độ chênh nhiệt độ $t_w - \bar{t}(\tau)$, ta có thể xác định được hệ số tỏa nhiệt quy dẫn tức thời $\alpha(\tau)$:

$$\alpha(\tau) = \frac{q(\tau)}{t_w - \bar{t}(\tau)} = \frac{\pi^2}{2} \cdot \frac{\lambda}{s} \equiv \bar{\alpha}(\tau) \quad (3-14)$$

Hệ số này không phụ thuộc vào thời gian, do đó nó đồng thời cũng là hệ số tỏa nhiệt quy dẫn trung bình $\bar{\alpha}(\tau)$.

Kết quả nghiên cứu cho thấy rằng, khi $Fo = \frac{a\tau}{s^2} > 1$, thì thời gian có thể được xem là đủ lớn và có thể áp dụng các công thức trên đây để tính toán.

Như vậy, ở hai miền tiệm cận (khi thời gian đủ bé và đủ lớn) ta có các công thức tính hệ số tỏa nhiệt quy dẫn trung bình sau đây :

$$\text{Khi} \quad Fo = \frac{a\tau}{s^2} \leq 0,04 \rightarrow \bar{\alpha} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{\lambda c \rho}{\tau}} \sim \frac{1}{\sqrt{\tau}}$$

$$\text{Khi} \quad Fo = \frac{a\tau}{s^2} > 1 \rightarrow \bar{\alpha} = \frac{\pi^2}{2} \cdot \frac{\lambda}{s} = \text{const}$$

Một cách tổng quát, trong toàn bộ quá trình đốt nóng, hệ số tỏa nhiệt quy dẫn trung bình là một hàm của năm biến :

$$\bar{\alpha} = f(\lambda, c, \rho, s, \tau)$$

Khi chuyển về dạng không thứ nguyên, hàm này trở thành :

$$\frac{\bar{\alpha}.s}{\lambda} = \varphi\left(\frac{a\tau}{s^2}\right)$$

Với các tiêu chuẩn không thứ nguyên :

$$Nu(\tau) = \frac{\bar{\alpha}(\tau).s}{\lambda} \quad - \text{tiêu chuẩn Nusselt của quá trình truyền nhiệt tức thời ở bề mặt tấm ;}$$

$$Fo(\tau) = \frac{a\tau}{s^2} \quad - \text{tiêu chuẩn Fourier.}$$

phương trình không thứ nguyên có thể viết dưới dạng tổng quát :

$$Nu(\tau) = \varphi(Fo(\tau)) \quad (3-15)$$

Theo cách biểu diễn này, nghiệm ở các miền tiệm cận trên đây được viết dưới dạng :

$$\text{Khi} \quad Fo \leq 0,04 \rightarrow Nu = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{1}{Fo^{1/2}}$$

$$\text{Khi} \quad Fo > 1 \rightarrow Nu = \frac{\pi^2}{2}$$

Đối với toàn bộ quá trình đốt nóng (hoặc làm nguội) có thể sử dụng công thức gần đúng dưới dạng nghiệm xếp chồng kiểu trung bình nhân.

Các công thức gần đúng loại này hoàn toàn có đủ độ chính xác đạt yêu cầu đối với các tính toán kỹ thuật.

$$Nu = \frac{\bar{\alpha}.s}{\lambda} = \sqrt{Nu_{\tau \rightarrow \infty}^2 + Nu_{\tau \rightarrow 0}^2} = \sqrt{\left(\frac{\pi^2}{2}\right)^2 + \frac{4}{\pi Fo}} = \sqrt{24,35 + 1,273 \frac{1}{Fo}} \quad (3-16)$$

Tương tự, ta có công thức cho vật hình trụ và hình cầu.

- Hình trụ dài vô hạn :

$$Nu = \frac{\bar{\alpha}.d}{\lambda} = \sqrt{Nu_{\tau \rightarrow \infty}^2 + Nu_{\tau \rightarrow 0}^2} = \sqrt{\left(\frac{7}{12}\pi^2\right)^2 + \frac{4}{\pi Fo}} = \sqrt{33,15 + 1,273 \frac{1}{Fo}} \quad (3-17)$$

- Hình cầu :

$$Nu = \frac{\bar{\alpha}d}{\lambda} = \sqrt{Nu_{t \rightarrow \infty}^2 + Nu_{t \rightarrow 0}^2} = \sqrt{\left(\frac{2}{3}\pi^2\right)^2 + \frac{4}{\pi Fo}} = \sqrt{43,29 + 1,273 \frac{1}{Fo}} \quad (3-18)$$

Lời giải khi thời gian đủ bé đối với cả ba vật đều dựa vào lời giải đối với tấm phẳng dày vô hạn, do đó cả ba công thức (3-16), (3-17) và (3-18) đều có hệ số 1,273. Các hệ số trong lời giải khi thời gian đủ lớn tăng dần theo thứ tự : tấm phẳng (24,35), hình trụ (33,15), hình cầu (43,29) vì theo thứ tự này, diện tích bề mặt riêng (bề mặt của một đơn vị thể tích) của các vật tăng lên : tấm (2/s), trụ (4/d), cầu (6/d), do đó quá trình đốt nóng được tăng cường.

Từ phương trình cân bằng nhiệt tức thời, ta có thể thiết lập được công thức tính nhiệt độ trung bình tích phân cho hình trụ và hình cầu tương tự như đã tính cho tấm phẳng (công thức 3-11).

Đối với hình trụ :

$$\frac{t_w - \bar{t}(\tau)}{t_w - t_o} = \exp\left(-\frac{\bar{\alpha}(\tau)}{c\rho d/4} \tau\right) \quad (3-19)$$

Đối với hình cầu :

$$\frac{t_w - \bar{t}(\tau)}{t_w - t_o} = \exp\left(-\frac{\bar{\alpha}(\tau)}{c\rho d/6} \tau\right) \quad (3-20)$$

3.1.3. Dẫn nhiệt trong tấm phẳng dày vô hạn khi nhiệt độ bề mặt thay đổi một cách tuần hoàn

Phần lớn các quá trình công nghệ, đặc biệt là trong ngành cơ khí, là sự lặp đi lặp lại một cách liên tục cùng một nguyên công, do đó tất cả các thông số trạng thái, trong đó có nhiệt độ, thay đổi một cách tuần hoàn. Sự thay đổi kiểu này còn xảy ra trong rất nhiều quá trình khác, ở đó, do yêu cầu công nghệ nên sự "đóng - mở", "làm việc - nghỉ" được điều khiển theo chu kỳ. Thí dụ điển hình về các quá trình loại này là hoạt động của các thiết bị hồi nhiệt của các buồng lửa kỹ thuật (như ở lò cao, lò thủy tinh v.v...). Tuy nhiên, sự thay đổi nhiệt độ theo thời gian trong một chu kỳ là rất khác nhau và đa dạng : có thể thay đổi theo đường không liên tục, đường díc dắc, đường hình sin v.v... Sử dụng phương pháp phân tích điều hòa cho phép biểu diễn với độ chính xác tùy ý mọi đường cong tuần hoàn bằng cách chập nhiều đường hình sin khác nhau.

Khi khảo sát các quá trình có nhiệt độ biến thay đổi tuần hoàn, người ta thường giả thiết là thời gian xảy ra quá trình đủ dài đến mức phân bố nhiệt độ ban đầu không ảnh hưởng tới quá trình và trường nhiệt độ chỉ phụ thuộc vào điều kiện biên.

Bây giờ ta hãy khảo sát quá trình dẫn nhiệt trong một tấm phẳng dày vô hạn có nhiệt độ trên một bề mặt thay đổi theo hàm tuần hoàn.

$$t_w = \bar{t}_w + \Delta t_w \cos(\omega \tau) \quad (3-21)$$

trong đó : $\bar{t}_w$ - nhiệt độ bề mặt trung bình ;

Δt_w - biên độ dao động nhiệt độ tại bề mặt $x = 0$;

ω - tần số dao động ($\omega = \frac{2\pi}{\tau_o}$ với τ_o là chu kỳ của dao động).

1) Hình dạng trường nhiệt độ

Để giải phương trình vi phân dẫn nhiệt (3-1) với điều kiện biên (3-21) ta đặt :

$$t(x, \tau) = \bar{t}_w + \Delta t(x, \tau); \quad \Delta t(x, \tau) = \Psi(x) \cdot \Phi(\tau) \quad (3-22)$$

Nếu cho : $\Phi(\tau) = \exp(-j\omega\tau)$ (3-23)

thì :

$$\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} = \Psi''(x) \cdot \Phi(\tau) = \Psi''(x) \exp(-j\omega\tau)$$

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = \Psi(x) \cdot \Phi'(\tau) = \Psi(x)(-j\omega) \exp(-j\omega\tau)$$

khi đó (3-1) trở thành phương trình vi phân cấp 2 tuyến tính đồng nhất :

$$a\Psi''(x)\exp(-j\omega\tau) = \Psi(x)(-j\omega)\exp(-j\omega\tau)$$

$$\Psi''(x) = -\frac{j\omega}{a} \Psi(x) \quad (3-24)$$

Đặt nghiệm :

$$\Psi = \Psi_0 \exp(-j\delta x) \quad (3-25)$$

thì (3-24) trở thành :

$$\begin{aligned} \Psi''(x) &= \Psi_0(-j\delta)^2 \exp(-j\delta x) = -\delta^2 \Psi_0 \exp(-j\delta x) \\ &= -\frac{j\omega}{a} \Psi_0 \exp(-j\delta x) \end{aligned}$$

hay : $\delta^2 = \frac{j\omega}{a} \rightarrow \delta = \sqrt{j} \cdot \sqrt{\frac{\omega}{a}}$

Vì :

$$e^{\pm j\varphi} = \cos\varphi \pm j\sin\varphi$$

$$e^{j\frac{\pi}{2}} = \cos\frac{\pi}{2} + j\sin\frac{\pi}{2} = j$$

nên : $\sqrt{j} = \pm \left(e^{j\frac{\pi}{2}}\right)^{\frac{1}{2}} = \pm e^{j\frac{\pi}{4}} = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}(1 + j)$

do đó : $\delta = \pm \frac{1+j}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{\frac{\omega}{a}}$

Thay giá trị của δ vào (3-25) và thế (3-23), (3-25) vào (3-22) ta được :

$$\Delta t = \Psi_0 \exp\left[\pm \frac{1-j}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{\omega}{a}} x\right] \cdot \exp(-j\omega\tau) \quad (3-26)$$

Từ (3-26) suy ra hai nghiệm :

$$\Delta t = \Psi_{01} \exp\left[\frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{\omega}{a}} x - j\left(\frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{\omega}{a}} x + \omega\tau\right)\right] \quad (3-27a)$$

$$\Delta t = \Psi_{02} \exp\left[-\frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{\omega}{a}} x + j\left(\frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{\omega}{a}} x - \omega\tau\right)\right] \quad (3-27b)$$

Phần thực của các nghiệm (3-27a, b) cũng là nghiệm của phương trình nên :

$$\Delta t = \Psi_{01} \exp \left[\frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{\omega}{a}} x \right] \cos \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{\omega}{a}} x + \omega \tau \right) \quad (3-28a)$$

$$\Delta t = \Psi_{02} \exp \left[\left(-\frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{\omega}{a}} x \right) \right] \cdot \cos \left(-\frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{\omega}{a}} x + \omega \tau \right) \quad (3-28b)$$

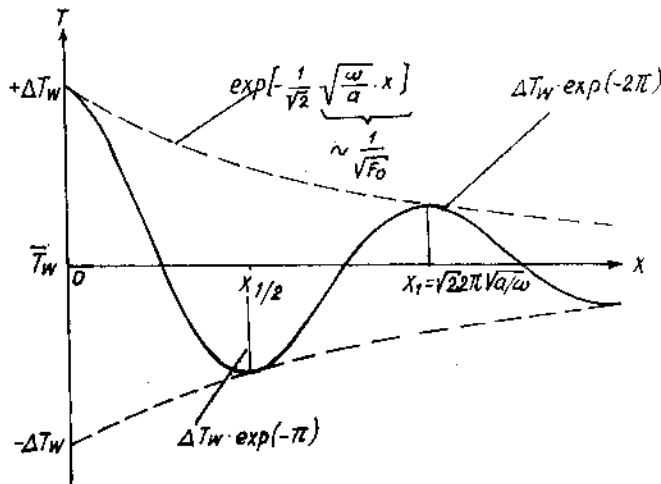
Nghiệm thứ nhất (3-28a) bị loại vì theo nghiệm này thì sự dao động nhiệt độ Δt tăng theo x , tức là không đáp ứng được điều kiện biên khi $x \rightarrow \infty$ thì $\Delta t \rightarrow 0$.

Theo điều kiện biên : $\Delta t = \Delta t_w \cos(\omega \tau)$ khi $x = 0$ nên $\Psi_{02} = \Delta t_w$ và nghiệm của bài toán trở thành :

$$\Delta t = \Delta t_w \exp \left[-\frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{\omega}{a}} x \right] \cdot \cos \left(-\frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{\omega}{a}} x + \omega \tau \right)$$

$$t(x, \tau) = \bar{t}_w + \Delta t_w \exp \left[-\frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{\omega}{a}} x \right] \cdot \cos \left(-\frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{\omega}{a}} x + \omega \tau \right) \quad (3-29)$$

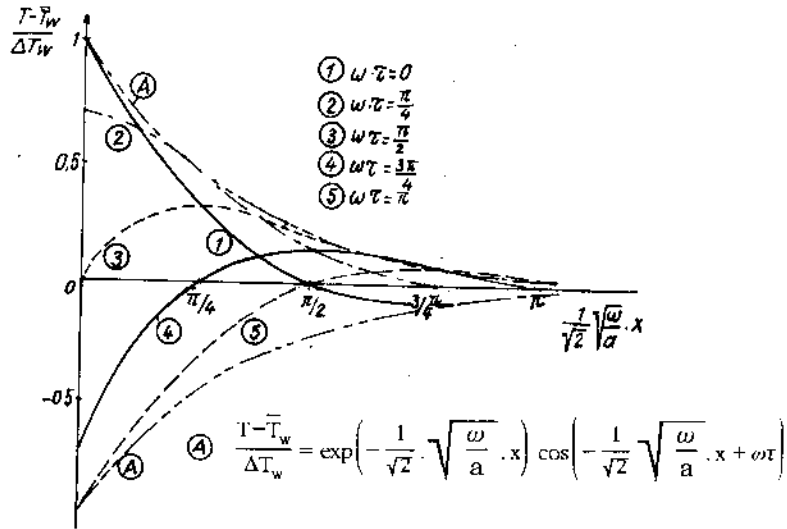
Phương trình trên đây mô tả sóng truyền trong vật với tốc độ bằng $\sqrt{2a\omega}$ và với biên độ giảm dần theo quy luật hàm số mũ (Hình 3-4). Mức xuyên sâu của sóng tăng tỉ lệ với $\sqrt{a}$ và tỉ lệ nghịch với $\sqrt{\omega}$. Tức là chiều dài bước sóng và độ xuyên sâu của sóng nhiệt độ càng lớn khi hệ số dẫn nhiệt độ càng lớn và dao động càng chậm.



Hình 3-4. Biên độ dao động nhiệt độ tại các vị trí khác nhau trong tấm.

Phân bố nhiệt độ trong tấm ở các thời điểm khác nhau được trình bày trên hình 3-5.

Bây giờ ta hãy khảo sát biến thiên nhiệt độ tại vị trí có độ sâu x (khoảng cách tính từ bề mặt biên). Để đơn giản, ta giả thiết nhiệt độ bề mặt dao động xung quanh giá trị không, tức là $\bar{t}_w = 0$. Ở vị trí này, nhiệt độ cũng biến đổi theo quy luật hình cosin và có cùng chu kì dao động như ở bề mặt $x = 0$. Sự khác nhau giữa dao động



Hình 3-5. Phân bố nhiệt độ trong tấm dây vô hạn tại các thời điểm khác nhau.

nhiệt độ ở hai vị trí này là ở biên độ và pha. Ở vị trí x , sự lệch pha (so với bề mặt) được tính theo :

$$\tau_x = \frac{x}{\sqrt{2a\omega}} = \frac{x}{2} \sqrt{\frac{\tau_0}{\pi a}}$$

Khi $x = \sqrt{\pi a \tau_0}$, sự lệch pha bằng $\tau_0/2$, tức là lệch pha so với dao động ở bề mặt nửa chu kỳ.

Nếu xem chu kỳ dao động nhiệt độ trên bề mặt trái đất là một năm ($\tau_0 = 8760$ h) và hệ số dẫn nhiệt độ của đất $a = 0,0015$ m²/h thì biến thiên nhiệt độ ở các vị trí có độ sâu $x = \sqrt{\pi a \tau_0} = \sqrt{1,5 \cdot 10^{-3} \pi \cdot 8760} = 6,4$ m lệch pha so với biến thiên nhiệt độ trên bề mặt nửa năm, tức là khi nhiệt độ trên bề mặt cao nhất thì nhiệt độ tại vị trí này lại thấp nhất (vào tháng giêng nhiệt độ tại đây là cao nhất, còn vào tháng 7 nhiệt độ lại thấp nhất). Biên độ dao động nhiệt độ tại đây bé hơn rất nhiều so với ở bề mặt, $\Delta t_x / \Delta t_w = e^{-\pi} \approx 1/23$ (thực nghiệm cũng cho kết quả tương tự).

2) Dòng nhiệt truyền qua bề mặt

Lượng nhiệt truyền qua bề mặt được tính theo công thức quen thuộc :

$$dQ = -\lambda \left(\frac{\partial t}{\partial x} \right)_{x=0} F d\tau$$

$$\begin{aligned} \text{Vì : } \quad \left. \frac{\partial t}{\partial x} \right|_{x=0} &= \Delta t_w \left[\frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{\omega}{a}} \sin \omega \tau - \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{\omega}{a}} \cos \omega \tau \right] = \\ &= -\Delta t_w \sqrt{\frac{\omega}{a}} \cos \left(\frac{\pi}{4} + \omega \tau \right) \end{aligned}$$

nên :
$$Q = \lambda F \Delta t_w \sqrt{\frac{\omega}{a}} \int \cos \left(\frac{\pi}{4} + \omega \tau \right) d\tau \quad (3-30)$$

Nếu tích phân theo cả chu kỳ thì (3-30) sẽ bằng không ; trong thực tế người ta thường quan tâm tới lượng nhiệt vật tích vào hay thải ra, do đó cần thực hiện tích phân trong nửa chu kỳ $\tau = \tau_o/2$:

$$Q_{\tau=\tau_o/2} = \lambda F \Delta t_w \sqrt{\frac{1}{a\omega}} (\pm \sqrt{2}) = F \Delta t_w \sqrt{\frac{\tau_o}{\pi}} \sqrt{\lambda c \rho} \quad (3-31a)$$

Căn thức thứ hai trong (3-31a) được gọi là hệ số thẩm nhiệt, $b = \sqrt{\lambda c \rho}$. Sử dụng khái niệm này, (3-31a) trở thành :

$$Q_{\tau=\tau_o/2} = F \Delta t_w \sqrt{\frac{\tau_o}{\pi}} . b \quad (3-31b)$$

3.2. DẪN NHIỆT KHÔNG ỔN ĐỊNH VỚI ĐIỀU KIỆN BIÊN LOẠI BA ĐỐI XỨNG

Quá trình dẫn nhiệt khi đốt nóng (hoặc làm nguội) tấm phẳng, vách trụ, vách cầu với điều kiện biên loại ba đã được khảo sát rất tỉ mỉ và được trình bày đầy đủ hầu như trong tất cả các giáo trình truyền nhiệt, truyền chất. Phương pháp chung được sử dụng để giải các bài toán này là phương pháp phân ly biến số. Để minh họa, dưới đây chỉ trình bày bài toán đốt nóng hoặc làm nguội một tấm phẳng có các thông số vật lý không thay đổi theo nhiệt độ. Bài toán được phát biểu như sau :

Một tấm phẳng rộng vô hạn có chiều dày $s = 2\delta$, hệ số dẫn nhiệt λ và có nhiệt độ ban đầu đồng đều t_o được làm nguội trong môi trường có nhiệt độ không đổi t_f . Hệ số tỏa nhiệt từ các bề mặt tới môi trường là α . Hãy xác định phân bố nhiệt trong tấm và lượng nhiệt tỏa ra môi trường trong quá trình làm nguội.

Nếu đặt gốc tọa độ ở tâm của tấm và sử dụng ký hiệu nhiệt độ thừa $\theta = t - t_f$ thì quá trình trên đây được biểu diễn bằng các biểu thức toán học sau :

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2}$$

$$\theta_{(x, \tau=0)} = \theta_o = \text{const} \quad (3-32)$$

$$\left. \frac{\partial \theta}{\partial x} \right|_{x=0} = 0 ; \quad -\lambda \left. \frac{\partial \theta}{\partial x} \right|_{x=\delta} = \alpha \theta_w$$

3.2.1. Xác định trường nhiệt độ

Sử dụng phương pháp phân ly biến số ta đặt $\theta(x, \tau) = \varphi(\tau) \cdot \psi(x)$, khi đó phương trình vi phân trong (3-32) chuyển thành :

$$\frac{\varphi'(\tau)}{a \cdot \varphi(\tau)} = \frac{\psi''(x)}{\psi(x)} \quad (3-33)$$

Vế trái của (3-33) là hàm theo thời gian, còn vế phải là một hàm theo tọa độ, do đó (3-33) chỉ thỏa mãn khi cả hai vế đều bằng hằng số. Nếu ký hiệu hằng số này bằng k^2 thì từ (3-33) ta có hai phương trình :

$$\varphi'(\tau) = ak^2\varphi(\tau) \quad (3-34a)$$

$$\psi''(x) = k^2\psi(x) \quad (3-34b)$$

Vì nghiệm tổng quát của các phương trình này là :

$$\varphi(\tau) = B_1 \exp(ak^2 \tau)$$

$$\psi(x) = B_2 \exp(kx) + B_3 \exp(-kx)$$

nên nghiệm của (3-33) có dạng :

$$\theta(x, \tau) = \varphi(\tau) \cdot \psi(x) = B_1 \exp(ak^2 \tau) [B_2 \exp(kx) + B_3 \exp(-kx)] \quad (3-35)$$

Nhiệt độ không thể tăng không giới hạn theo thời gian nên $k^2 < 0$.

Nếu đặt $k^2 = -q^2$ hay $k = \pm iq$ thì (3-35) trở thành :

$$\theta(x, \tau) = B_1 \exp(-aq^2 \tau) [B_4 \cos(qx) + B_5 \sin(qx)] \quad (3-36)$$

Vì cả phần thực và phần ảo của (3-36) đều là nghiệm của phương trình vi phân và tổng của các nghiệm cũng là nghiệm, do đó nghiệm tổng quát của phương trình có dạng :

$$\theta(x, \tau) = C_1 \exp(-aq^2 \tau) [C_2 \cos(qx) + C_3 \sin(qx)] \quad (3-37)$$

Tại $x = 0$, $\frac{\partial \theta}{\partial x} = 0$ nên $C_3 = 0$ và (3 - 37) được rút gọn thành :

$$\theta(x, \tau) = A \exp(-aq^2 \tau) \cos(qx) \quad (3-38)$$

Khớp (3 - 38) với điều kiện biên thứ hai (tại $x = \delta$) cho ta phương trình đặc trưng :

$$qA \exp(-aq^2 \tau) \sin(q\delta) = \frac{\alpha}{\lambda} A \exp(-aq^2 \tau) \cos(q\delta)$$

$$\cotg(q\delta) = \frac{q\lambda}{\alpha} = \frac{q \cdot \delta}{\alpha\delta/\lambda} \rightarrow \cotg \mu = \frac{\mu}{Bi} \quad (3-39)$$

Trong đó tổ hợp không thứ nguyên $\frac{\alpha\delta}{\lambda}$ được gọi là tiêu chuẩn Biot, ký hiệu bằng Bi và $\mu = q\delta$.

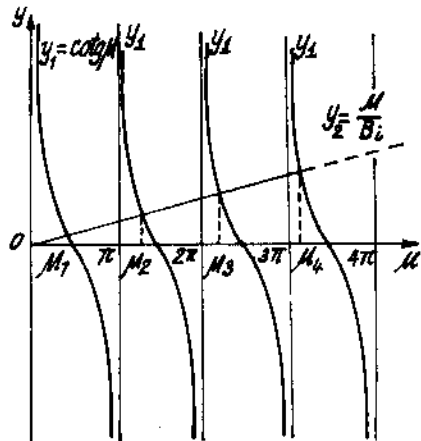
Phương trình siêu việt (3-39) được giải bằng đồ thị (Hình 3-6) và có một loạt nghiệm :

$$\mu_1 < \mu_2 < \mu_3 \dots < \mu_n$$

Trường hợp đặc biệt :

Khi $Bi \rightarrow 0$ thì $\mu = 0, \pi, 2\pi \dots (n-1)\pi$

Khi $Bi \rightarrow \infty$ thì $\mu = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \dots (2n-1) \frac{\pi}{2}$



Hình 3-6. Giải bằng đồ thị phương trình đặc trưng $\cotg \mu = \mu/Bi$.

Với những giá trị khác của B_i , trị số μ nằm giữa hai khoảng giá trị giới hạn đã nêu ở trên. Bốn nghiệm đầu của phương trình (3-39) được cho trong phụ lục (phụ lục 2). Mỗi một giá trị μ_n tìm được sẽ tương ứng với một sự phân bố riêng của nhiệt độ. Các nghiệm này thỏa mãn phương trình vi phân với các giá trị của các hằng số $A_1, A_2, \dots, A_n$, nhưng mỗi một trong những nghiệm này sẽ không tương ứng với sự phân bố nhiệt độ thực tế trong khoảng thời gian ban đầu. Tuy nhiên, bằng cách xếp chồng vô số sự phân bố như thế khi đã chọn một cách tương ứng trị số A_n , ta có thể nhận được hàm phân bố nhiệt độ thực tế trong khoảng thời gian ban đầu. Như vậy, nghiệm tổng quát có dạng tổng của một chuỗi vô hạn :

$$\theta = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos\left(\mu_n \frac{x}{\delta}\right) \exp\left(-\mu_n^2 \frac{a\tau}{\delta^2}\right) \quad (3-40)$$

Hằng số A_n trong (3-40) tìm được từ điều kiện ban đầu.

khí
$$\tau = 0 \rightarrow \theta = \theta_0 = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos\left(\mu_n \frac{x}{\delta}\right) \quad (3-41)$$

Nhân hai vế của chuỗi (3-41) với $\cos\left(\mu_n \frac{x}{\delta}\right) dx$ và tích phân biểu thức vừa nhận được với các cận từ $-\delta$ đến $+\delta$ ta được :

$$\begin{aligned} \theta_0 \int_{-\delta}^{+\delta} \cos\left(\mu_n \frac{x}{\delta}\right) dx &= A_1 \int_{-\delta}^{+\delta} \cos\left(\mu_1 \frac{x}{\delta}\right) \cos\left(\mu_n \frac{x}{\delta}\right) dx + A_2 \int_{-\delta}^{+\delta} \cos\left(\frac{\mu_2 x}{\delta}\right) \cos\left(\frac{\mu_n x}{\delta}\right) dx + \\ &+ \dots + A_n \int_{-\delta}^{+\delta} \cos^2\left(\frac{\mu_n x}{\delta}\right) dx + \dots \end{aligned}$$

Bởi vì :

$$\int_{-\delta}^{+\delta} \cos\left(\mu_m \frac{x}{\delta}\right) \cos\left(\mu_n \frac{x}{\delta}\right) dx = \begin{cases} = 0 & \text{khí } m \neq n \\ \neq 0 & \text{khí } m = n \end{cases}$$

nên tích phân trên sẽ còn lại :

$$\theta_0 \int_{-\delta}^{+\delta} \cos\left(\mu_n \frac{x}{\delta}\right) dx = A_n \int_{-\delta}^{+\delta} \cos^2\left(\mu_n \frac{x}{\delta}\right) dx \quad (3-42)$$

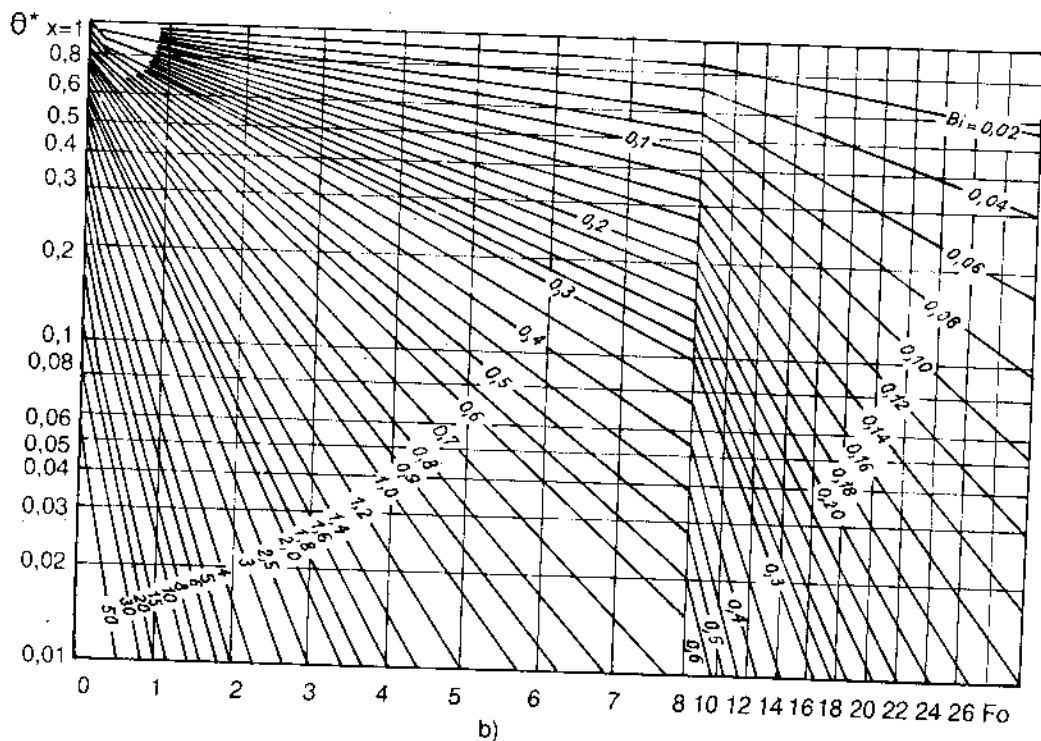
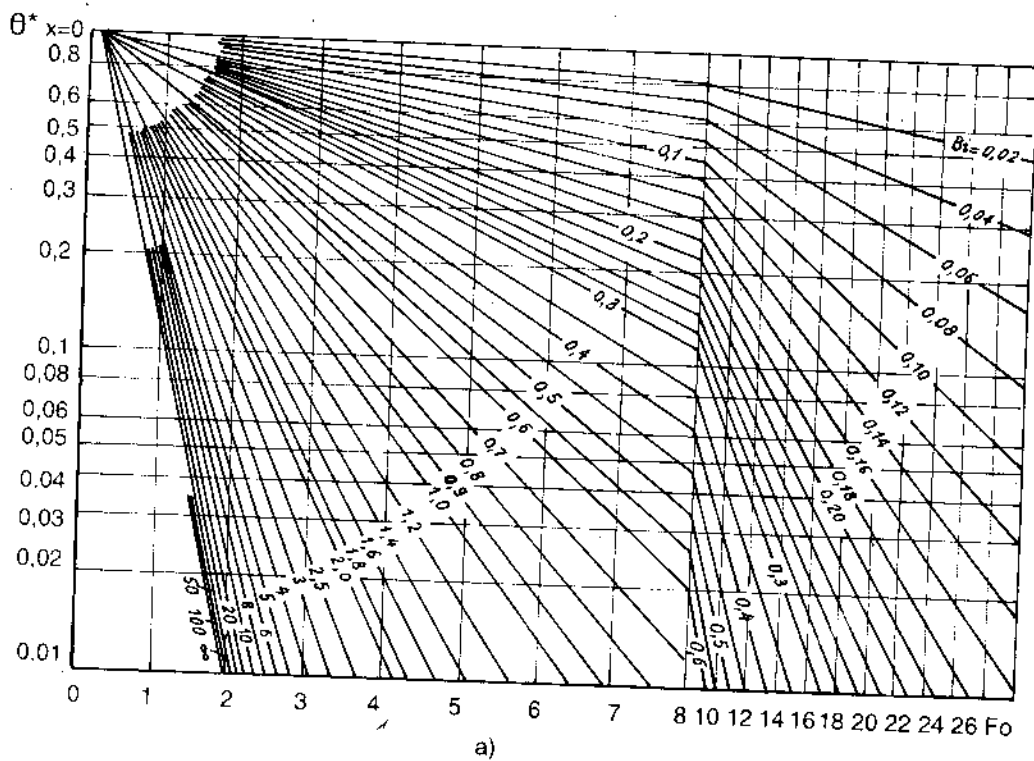
Tích phân phần bên trái của (3-42) bằng $\frac{2\delta}{\mu_n} \sin\mu_n$, còn tích phân vế bên phải bằng

$\delta\left(1 + \frac{1}{2\mu_n} \sin 2\mu_n\right)$, do đó :

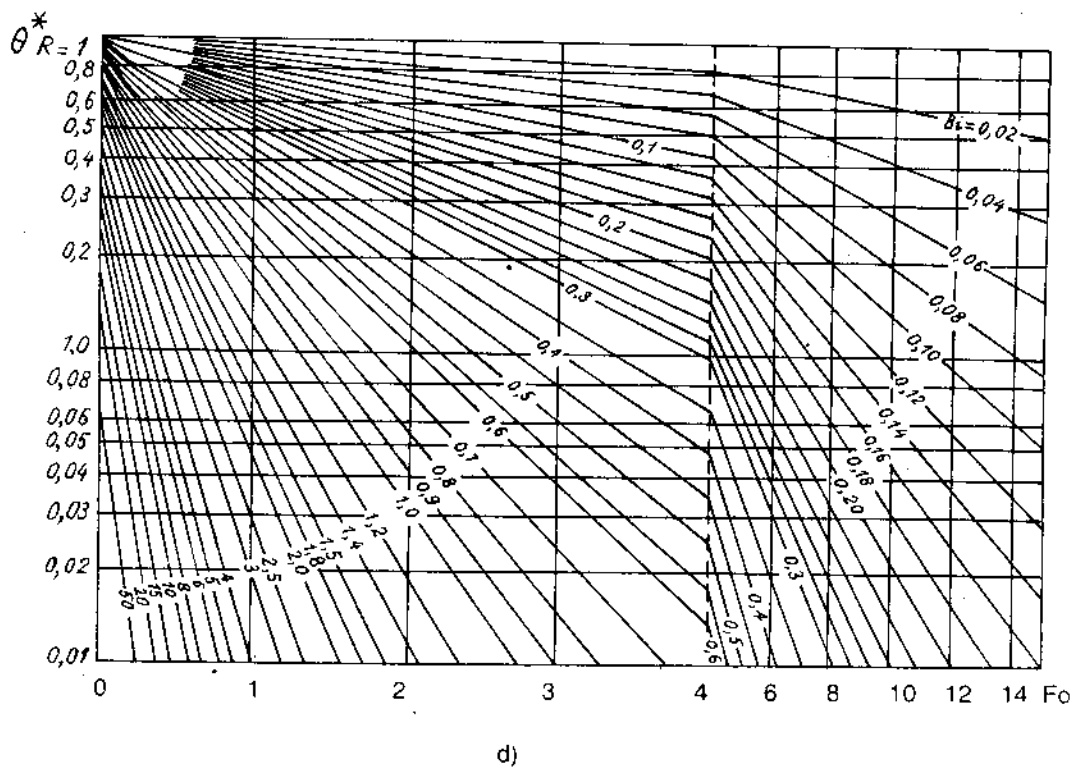
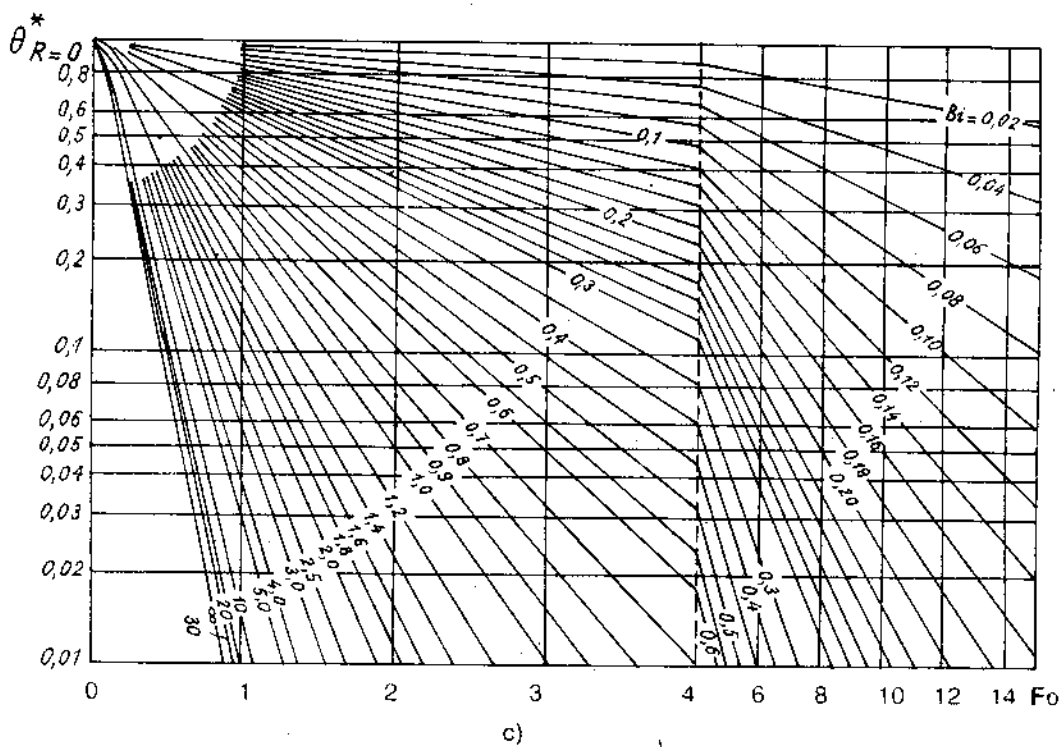
$$A_n = \theta_0 \frac{2\sin\mu_n}{\mu_n + \sin\mu_n \cos\mu_n} \quad (3-43)$$

Thế (3-43) vào (3-40), ta tìm được biểu thức biểu diễn sự phân bố nhiệt độ trong tấm phẳng :

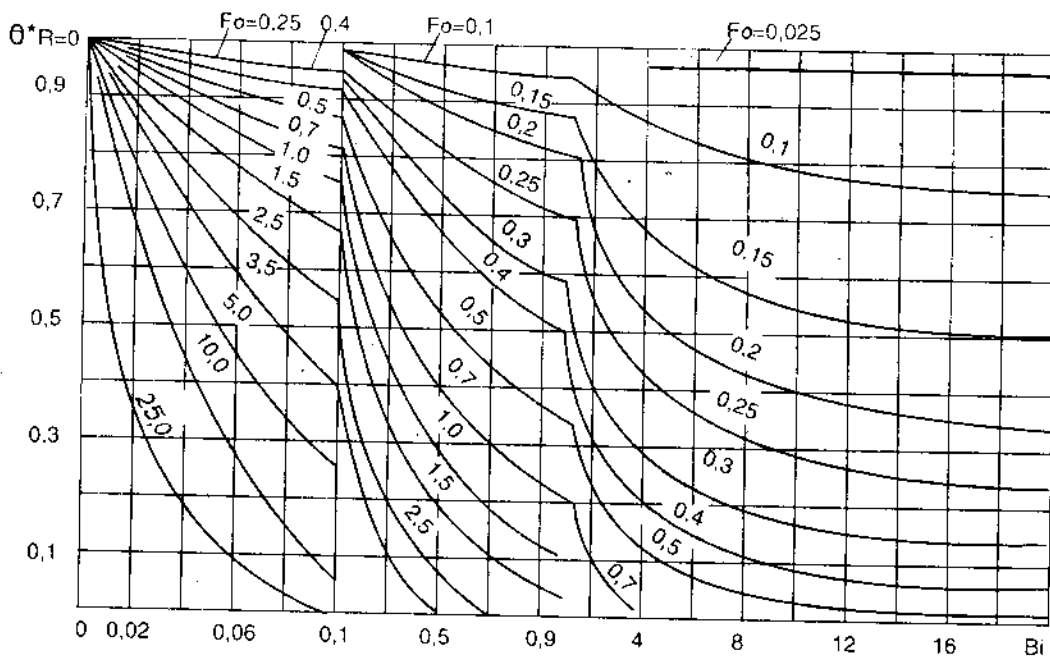
$$\theta = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2\theta_0 \sin\mu_n}{\mu_n + \sin\mu_n \cos\mu_n} \cos\left(\mu_n \frac{x}{\delta}\right) \exp\left(-\mu_n^2 \frac{a\tau}{\delta^2}\right) \quad (3-44)$$



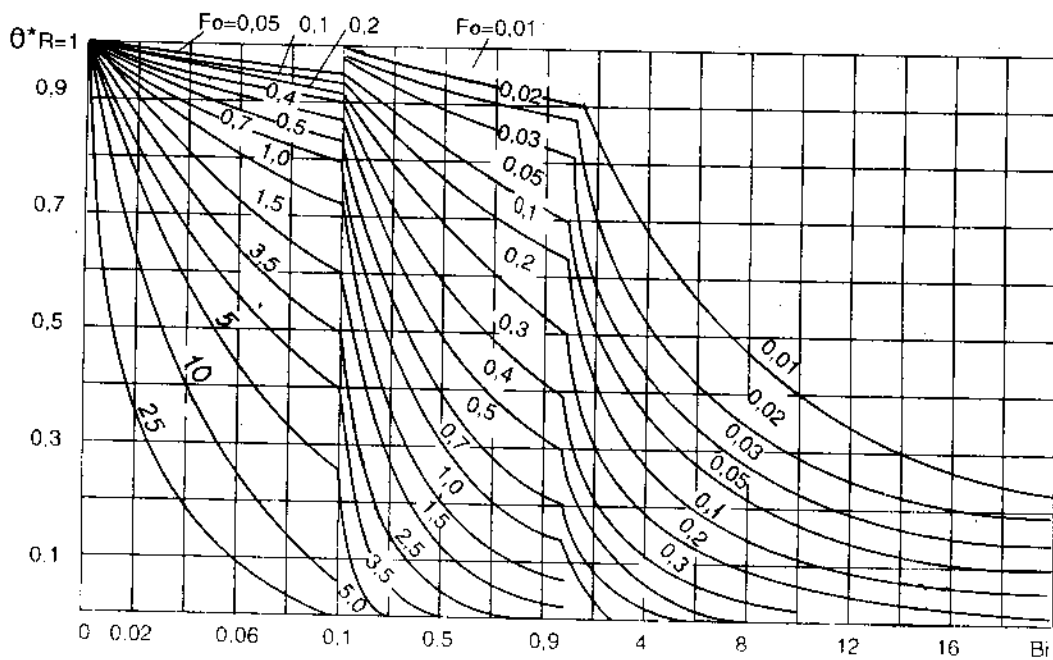
Hình 3-7a, b. $\theta^* = f(Bi, Fo)$ đối với tấm phẳng.



Hình 3-7c, d. $\theta^* = f(Bi, Fo)$ đối với hình trụ dài vô hạn.



a)



b)

Hình 3-8a,b. $\theta^* = f(Bi, Fo)$ đối với vật hình cầu.

Nếu gọi :

$$\frac{\theta}{\theta_0} = \theta^* \quad - \text{nhiệt độ không thứ nguyên ;}$$

$$\frac{x}{\delta} = X \quad - \text{tọa độ không thứ nguyên ;}$$

$$\frac{a \cdot \tau}{\delta^2} = Fo \quad - \text{thời gian không thứ nguyên (hay tiêu chuẩn Fourier) ;}$$

$$\frac{A_n}{\theta_0} = D_n \quad - \text{hệ số không thứ nguyên.}$$

thì có thể đưa (3-44) về dạng không thứ nguyên bằng cách chia hai vế của (3-44) cho θ_0 :

$$\frac{\theta}{\theta_0} = \theta^* = \sum_{n=1}^{\infty} D_n \cos(\mu_n X) \exp(-\mu_n^2 Fo) \quad (3-45)$$

Chuỗi (3-45) là chuỗi giảm dần và khi tiêu chuẩn Fo càng lớn thì số hạng của chuỗi sẽ giảm càng nhanh. Khi Fo đủ lớn - phụ thuộc vào Bi - chuỗi (3-45) sẽ giảm rất nhanh và với một độ chính xác khá cao có thể bỏ qua tất cả các số hạng sau và chỉ cần giữ lại số hạng đầu của chuỗi, khi đó :

$$\theta^* = D_1 \cos(\mu_1 X) \exp(-\mu_1^2 Fo) \quad (3-46)$$

Một cách tổng quát, phân bố nhiệt độ trong tấm được biểu diễn dưới dạng hàm không thứ nguyên dạng :

$$\theta^* = f(Bi, Fo, X)$$

Trong thực tế, người ta thường quan tâm chủ yếu tới hai giá trị nhiệt độ đặc trưng : nhiệt độ ở tâm ($X = 0$) và ở trên bề mặt ($X = 1$), do đó quan hệ (3-45) đã được đồ thị hóa cho hai trường hợp này để thuận tiện cho việc tính toán (Hình 3-7a và b).

Quan hệ tuyến tính (đường thẳng) trên đồ thị logarit chứng tỏ độ hội tụ lớn của chuỗi (3-45) khi Fo lớn.

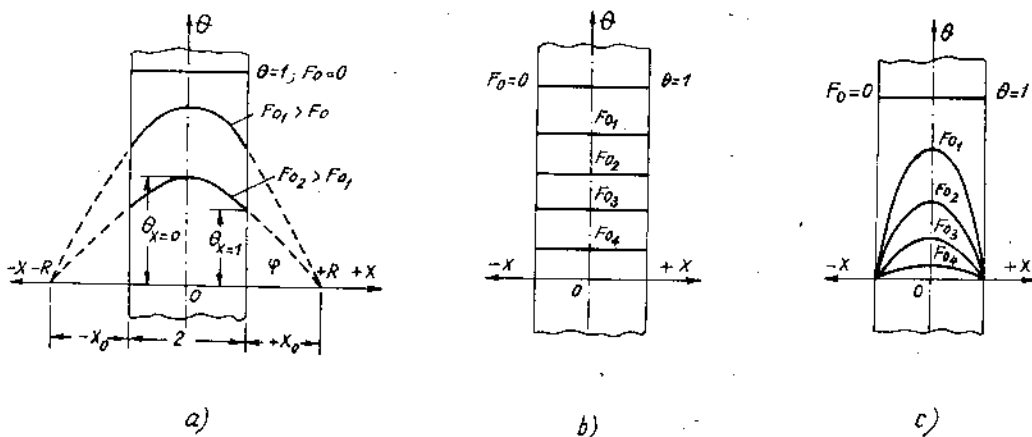
Hình ảnh trường nhiệt độ ở các chế độ làm nguội được minh họa trên Hình 3-9.

Đường cong phân bố nhiệt độ trong tấm tại mọi thời điểm luôn luôn đối xứng qua trục tấm ($X = 0$) và tiếp tuyến của các đường cong này tại các điểm trên bề mặt ($X = \pm 1$) luôn luôn đi qua điểm định hướng $+R$ và $-R$ cách bề mặt tấm một khoảng $X_0 = \pm 1/Bi$ (Hình 3-9a).

Bây giờ ta hãy xét một vài trường hợp giới hạn khi đốt nóng (hoặc làm nguội) tấm phẳng :

1) Trường hợp $Bi \rightarrow \infty$ (tiêu chuẩn $Bi > 100$)

Khi tiêu chuẩn Bi tiến tới vô cùng thì nhiệt độ bề mặt tấm bằng nhiệt độ môi trường xung quanh, điều kiện biên loại 3 trở thành điều kiện biên loại 1. Lúc này $X_0 = 1/Bi = 0$, điểm định hướng R nằm ngay trên bề mặt tấm. $Bi = \alpha \delta / \lambda$, nên khi các thông số vật lý và chiều dày của tấm đã cho trước thì $Bi \rightarrow \infty$ khi $\alpha \rightarrow \infty$, tức là cường độ tỏa nhiệt trên bề mặt rất lớn. Như vậy, khi $Bi \rightarrow \infty$ quá trình làm nguội được xác định bởi tính chất vật lý và kích thước của vật mà không phụ thuộc điều



Hình 3-9. Phân bố nhiệt độ trong tấm khi làm nguội $F_{01} < F_{02} < \dots < F_{0n}$
 a) trường hợp tổng quát ; b) khi $Bi \rightarrow 0$; c) khi $Bi \rightarrow \infty$.

kiện làm nguội trên bề mặt. Khi $Bi \rightarrow \infty$ thì $\mu_n = (2n - 1) \pi/2$ và hệ số của chuỗi (3-45) sẽ bằng :

$$D_n = \frac{2\sin\mu_n}{\mu_n + \sin\mu_n \cos\mu_n} = \frac{4(-1)^{n+1}}{\pi(2n - 1)}$$

Nghiệm tổng quát trong trường hợp này có dạng :

$$\theta^* = \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{(2n - 1)} \cos\left[\frac{(2n - 1)}{2} \pi X\right] \exp\left[-\left(\frac{2n - 1}{2}\right)^2 \pi^2 Fo\right]$$

Nhiệt độ thừa trên trục tấm ($X = 0$) :

$$\theta_{X=0}^* = \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{(2n - 1)} \exp\left[-\left(\frac{2n - 1}{2}\right)^2 \pi^2 Fo\right]$$

Nhiệt độ thừa trên bề mặt tấm bằng không, $\theta_{X=1}^* = 0$ (Hình 3-9c).

2) Trường hợp $Bi \rightarrow 0$ (tiêu chuẩn $Bi < 0,1$)

Khi Bi rất bé thì tất cả hệ số của chuỗi $D_n \rightarrow 0$, trừ D_1 bằng :

$$D_1 = \left| \frac{2\sin\mu_1}{\mu_1 + \sin\mu_1 \cos\mu_1} \right|_{\mu_1 \rightarrow 0} = 1$$

Mặt khác, khi μ_1 bé có thể thay $\text{tg}(\mu_1)$ bằng μ_1 và phương trình đặc trưng (3-39) được viết dưới dạng :

$$\frac{1}{\mu_1} = \frac{\mu_1}{Bi}$$

Phương trình trường nhiệt độ trong trường hợp này trở thành :

$$\theta^* = \cos(\mu_1 X) \exp(-\mu_1^2 Fo) = \cos(\sqrt{Bi} X) \exp(-Bi Fo)$$

Tỷ số giữa nhiệt độ thừa trên trục và trên bề mặt của tấm :

$$\frac{\theta_{X=0}^*}{\theta_{X=1}^*} = \frac{\exp(-Bi Fo)}{\cos(\sqrt{Bi}) \exp(-Bi Fo)} \rightarrow 1$$

Như vậy, khi Bi rất bé, nhiệt độ trên trục và trên bề mặt khác nhau rất ít, điều này thể hiện sự phân bố nhiệt độ theo chiều dày của tấm tương đối đồng đều, đường cong phân bố nhiệt độ gần như song song với trục X (Hình 3-9b). Trong trường hợp này, tốc độ làm nguội (hoặc đốt nóng) chỉ phụ thuộc vào cường độ tỏa nhiệt trên bề mặt.

3.2.2. Xác định lượng nhiệt tỏa ra môi trường

Lượng nhiệt tấm tỏa ra trong quá trình làm nguội từ $\tau = 0$ đến $\tau = \tau_1$ bằng :

$$Q(\tau = 0 \rightarrow \tau_1) = Q_n(\tau = 0 \rightarrow \tau = \infty) - Q_1(\tau = \tau_1 \rightarrow \tau = \infty)$$

trong đó : Q_n là lượng nhiệt tỏa ra khi làm nguội từ $\tau = 0$ đến $\tau = \infty$ và

Q_1 là lượng nhiệt tỏa ra khi làm nguội từ $\tau = \tau_1$ đến $\tau = \infty$.

Vì :

$$Q_n = 2\delta F \rho c (t_o - t_f)$$

$$Q_1 = 2\delta F \rho c (\bar{t}_1 - t_f)$$

nên :

$$Q = Q_n - Q_1 = 2\delta F \rho c (t_o - t_f) \left(1 - \frac{\bar{t}_1 - t_f}{t_o - t_f}\right) \quad (3-47)$$

hoặc :

$$Q = Q_n (1 - \bar{\theta}_1^*)$$

Nhiệt độ thừa trung bình không thứ nguyên tại thời điểm τ được tính theo :

$$\begin{aligned} \bar{\theta}^* &= \frac{1}{X} \int_0^X \theta^* dx = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \sin^2 \mu_n}{\mu_n^2 + \mu_n \sin \mu_n \cos \mu_n} \exp(-\mu_n^2 Fo) \\ &= 2Bi^2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\exp(-\mu_n^2 Fo)}{\mu_n^2 (Bi^2 + Bi + \mu_n^2)} \end{aligned} \quad (3-48)$$

Khi $Bi \rightarrow \infty$ (thực tế $Bi > 100$) (3-48) trở thành :

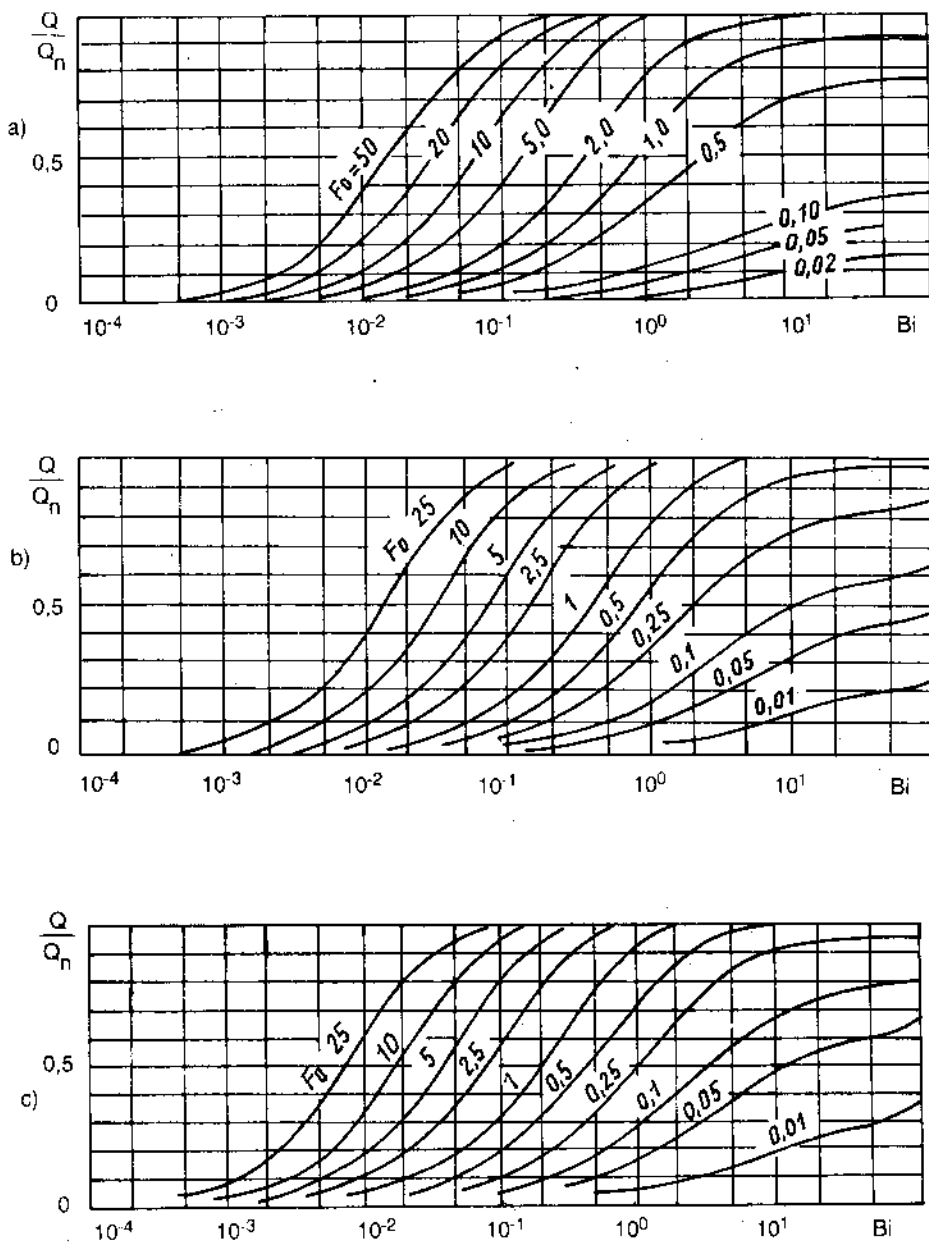
$$\bar{\theta}^* = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{8}{\pi^2 (2n-1)^2} \exp \left[- \left(\frac{2n-1}{2} \right)^2 \pi^2 Fo \right]$$

và khi $Bi \rightarrow 0$ ($Bi < 0,1$) thì :

$$\bar{\theta}^* = \exp(-Bi Fo)$$

Biểu thức (3-47) có thể viết dưới dạng $\frac{Q}{Q_n} = f_Q(Bi, Fo)$.

Nhằm đơn giản việc tính toán, người ta đã xây dựng đồ thị để xác định f_Q theo trị số Biot và Fourier (Hình 3-10).



Hình 3-10. $\frac{Q}{Q_n} = f_Q(Bi, Fo)$.

a - tấm phẳng ; b - trụ vô hạn ; c - vật hình cầu.

Quá trình đốt nóng (và làm nguội) thanh trụ và vật thể hình cầu cũng được khảo sát bằng phương pháp và theo trình tự giống như đối với tấm phẳng. Tương tự (3-44) và (3-48) người ta cũng thu được biểu thức tính phân bố nhiệt độ và nhiệt độ trung bình trong vật tại thời điểm bất kỳ τ .

Đối với vật hình trụ dài vô hạn (thanh trụ) :

$$\theta^* = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2J_1(\mu_n)}{\mu_n[J_0^2(\mu_n) + J_1^2(\mu_n)]} J_0\left(\mu_n \frac{r}{R}\right) \exp\left(-\mu_n^2 \frac{a\tau}{R^2}\right) \quad (3-49)$$

$$\bar{\theta}^* = 4Bi^2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\exp(-\mu_n^2 Fo)}{\mu_n^2 (Bi^2 + \mu_n^2)} \quad (3-50)$$

trong đó : $\mu J_1(\mu) = Bi J_0(\mu)$

J_0, J_1 : hàm Bessel bậc không và bậc một (xem P.L4)

Đối với hình cầu :

$$\theta^* = \sum_{n=1}^{\infty} 2 \frac{\sin \mu_n - \mu_n \cos \mu_n}{\mu_n - \sin \mu_n \cos \mu_n} \cdot \frac{\sin\left(\mu_n \frac{r}{R}\right)}{\mu_n \frac{r}{R}} \exp\left(-\mu_n^2 \frac{a\tau}{R^2}\right) \quad (3-51)$$

$$\bar{\theta}^* = 6Bi^2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\exp(-\mu_n^2 Fo)}{\mu_n^2 [\mu_n^2 + Bi(Bi - 1)]} \quad (3-52)$$

với $\mu \cot \mu = 1 - Bi$

Tương tự như đối với tấm phẳng, người ta cũng đã xây dựng đồ thị để xác định nhiệt độ thừa ở tâm $r/R = 0$, ở bề mặt $r/R = 1$ và nhiệt lượng tỏa ra trong quá trình làm nguội (Hình 3-7c, d ; Hình 3-8 và Hình 3-10b, c).

3.3. BÀI TOÁN DẪN NHIỆT VỚI ĐIỀU KIỆN BIÊN LIÊN HỢP

Một tấm phẳng một nửa rộng vô hạn "1" có các thông số vật lý λ_1, c_1, ρ_1 tiếp xúc lý tưởng với một tấm phẳng một nửa rộng vô hạn khác "2" với λ_2, c_2, ρ_2 . Trước khi tiếp xúc, nhiệt độ trong tấm "1" đồng đều và bằng t_1 còn tấm "2" có nhiệt độ đồng đều t_2 . Hãy xác định phân bố nhiệt độ trong tấm sau khi tiếp xúc.

Tại thời điểm $\tau = 0$, phân bố nhiệt độ không liên tục tại bề mặt tiếp xúc $x = 0$ (Hình 3-11), nhưng chỉ sau một khoảng thời gian vô cùng bé $d\tau$, thay cho hai giá trị nhiệt độ khác nhau ban đầu $t_{x=+0} = t_1$ và $t_{x=-0} = t_2$ là nhiệt độ tiếp xúc t_m .

Hàm phân bố nhiệt độ $t = f(x, \tau)$ phải thỏa mãn các điều kiện sau đây :

Trong miền $x > 0$:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a_1 \frac{\partial^2 t}{\partial x^2}$$

Trong miền $x < 0$:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a_2 \frac{\partial^2 t}{\partial x^2}$$

Tại bề mặt tiếp xúc $x = 0, \tau > 0$:

$$t_{x=+0} = t_{x=-0} = t_m$$

(3-53)

$$\lambda_1 \left(\frac{\partial t}{\partial x} \right)_{x=+0} = \lambda_2 \left(\frac{\partial t}{\partial x} \right)_{x=-0}$$

Tại thời điểm ban đầu $\tau = 0$:

$$t = t_1 \text{ đối với } x > 0$$

$$t = t_2 \text{ đối với } x < 0$$

Quá trình dẫn nhiệt với điều kiện biên liên hợp trên đây được chia thành hai bài toán : bài toán đốt nóng (đối với tấm thứ nhất) và bài toán làm nguội (đối với tấm thứ hai) với điều kiện biên loại 1. Loại bài toán này đã được khảo sát trong mục 3.1. Theo công thức (3-5) trường nhiệt độ trong các tấm được biểu diễn bằng các phương trình sau :

Đối với tấm "1" ($x > 0$) :

$$t = t_m - (t_m - t_1) \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\xi} \exp(-\xi^2) d\xi$$

Đối với tấm "2" ($x < 0$) :

$$t = t_m + (t_2 - t_m) \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\xi} \exp(-\xi^2) d\xi$$

Vì :

$$\frac{d}{dx} \left[\int_0^{\xi} \exp\left(-\frac{x^2}{4a\tau}\right) d\left(\frac{x}{2\sqrt{a\tau}}\right) \right] = \frac{1}{2\sqrt{a\tau}} \exp\left(-\frac{x^2}{4a\tau}\right)$$

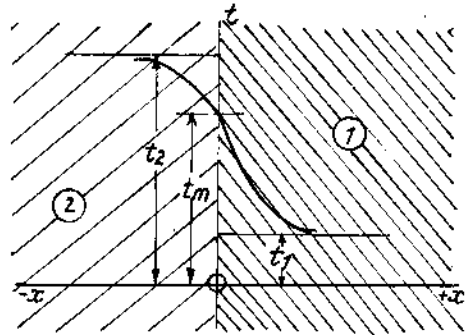
nên :

$$\lambda_1 \left(\frac{\partial t}{\partial x} \right)_{x=+0} = \lambda_1 (t_1 - t_m) \frac{1}{\sqrt{\pi a_1 \tau}} = + \frac{b_1}{\sqrt{\pi \tau}} (t_1 - t_m)$$

trong đó hệ số thấm nhiệt $b = \sqrt{\lambda c \rho} = \frac{\lambda}{\sqrt{a}}$

Tương tự ta cũng có :

$$\lambda_2 \left(\frac{\partial t}{\partial x} \right)_{x=-0} = \frac{-b_2}{\sqrt{\pi \tau}} (t_2 - t_m)$$



Hình 3-11. Dẫn nhiệt với điều kiện biên liên hợp.

Với các biểu thức này, điều kiện biên liên hợp được viết thành :

$$b_1(t_1 - t_m) = -b_2(t_2 - t_m)$$

hay :

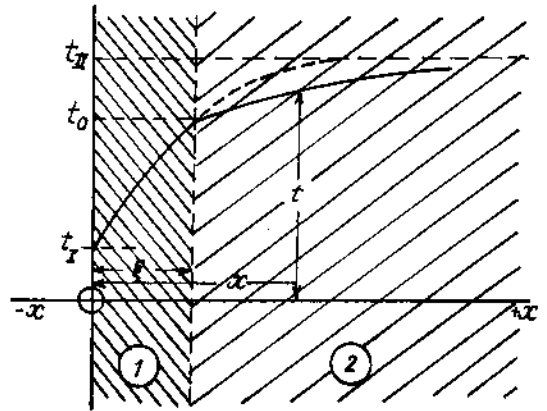
$$\frac{(t_2 - t_m)}{(t_m - t_1)} = \frac{b_1}{b_2} \quad (3-54)$$

Như vậy điểm t_m chia đoạn $(t_2 - t_1)$ thành những phần tỷ lệ nghịch với các giá trị của hệ số b tương ứng. Nhiệt độ của bề mặt tiếp xúc gần với nhiệt độ của vật có hệ số thẩm nhiệt b lớn, hơn là gần với nhiệt độ của vật có hệ số b bé. Điều này lý giải tại sao về mùa đông sờ vào thép ta cảm thấy lạnh hơn là sờ vào gỗ, mặc dù nhiệt độ của thép và của gỗ như nhau.

3.4. DẪN NHIỆT KHÍ CÓ SỰ THAY ĐỔI TRẠNG THÁI

Nếu bề mặt sông ngòi, ao hồ bị làm lạnh tới 0°C , thì trên bề mặt hình thành một lớp nước "ổn định", vì nước ở 0°C nhẹ hơn ở $+4^\circ\text{C}$ nên không còn sự đối lưu và quá trình đóng băng trên bề mặt có thể được khảo sát như là quá trình dẫn nhiệt thuần túy. Rất nhiều quá trình đóng đặc, đông rần hay nóng chảy trong kỹ thuật thuộc nhóm quá trình này, tức là những quá trình biến đổi trạng thái với sự xuất hiện nhiệt ẩn (nhiệt nóng chảy hay đông đặc), có sự biến đổi tính chất vật lý đột biến tại bề mặt chuyển pha và không xuất hiện các dòng đối lưu. Dưới đây sẽ khảo sát một quá trình đặc trưng thuộc nhóm này để minh họa về nguyên lý việc giải bài toán dẫn nhiệt khi có sự biến đổi trạng thái.

Phát biểu bài toán : Nước có nhiệt độ ban đầu đồng đều t_{II} . Ở thời điểm $\tau = 0$, bề mặt được làm lạnh tới nhiệt độ t_1 và nhiệt độ này được giữ không đổi trong suốt quá trình khảo sát. Quá trình đóng băng xảy ra ở nhiệt độ t_0 và tỏa ra một nhiệt lượng Q_0 (tính đối với 1 đơn vị khối lượng nước đóng băng). Hãy xác định trường nhiệt độ và sự dịch chuyển bề mặt đóng băng. Trên hình 3-12 tọa độ x trùng với độ sâu tính từ bề mặt nước, ξ là giá trị thay đổi trên trục x ứng với vị trí tức thời của bề mặt đóng băng (bề mặt phân pha). Các thông số của băng được ký hiệu bằng chỉ số "1" còn của nước bằng chỉ số "2".



Hình 3-12. Dẫn nhiệt khi có sự thay đổi trạng thái.

Hàm phân bố nhiệt độ được xác định một cách đơn vị qua sáu điều kiện sau đây :

1) Phương trình vi phân :

Đối với vùng đã đóng băng : $x < \xi$

$$\frac{\partial t_1}{\partial \tau} = a_1 \frac{\partial^2 t_1}{\partial x^2} \quad (Ia)$$

Đối với vùng chưa đóng băng : $x > \xi$

$$\frac{\partial t_2}{\partial \tau} = a_2 \frac{\partial^2 t_2}{\partial x^2} \quad (\text{Ib})$$

2) Điều kiện ban đầu

$$\tau = 0 \rightarrow t_2 = t_{II} \quad (\text{II})$$

3) Điều kiện biên :

$$\text{Tại bề mặt : } x = 0 \text{ và } \tau \geq 0 : t_1 = t_I \quad (\text{III})$$

$$\text{Ở độ sâu rất lớn : } x = \infty \text{ và } \tau \geq 0 : t_2 = t_{II} \quad (\text{IV})$$

$$\text{Ở bề mặt đóng băng : } x = \xi \text{ và } \tau > 0 : t_1 = t_2 = t_o = \text{const} \quad (\text{V})$$

4) Quá trình đóng băng

Nếu trong khoảng thời gian $d\tau$, bề mặt đóng băng dịch chuyển một đoạn $d\xi$, thì thể tích đóng băng $F d\xi$ tỏa ra một lượng nhiệt $Q_o \rho_2 F d\xi$. Lượng nhiệt này, cùng với lượng nhiệt từ phần chưa đóng băng được truyền ra môi trường bên ngoài qua lớp băng, do đó ta có thể thiết lập phương trình :

$$-\lambda_1 \left(\frac{\partial t}{\partial x} \right)_{\xi=0} F d\tau = -Q_o \rho_2 F d\xi - \lambda_2 \left(\frac{\partial t}{\partial x} \right)_{\xi=0} F d\tau$$

hay :

$$\frac{d\xi}{d\tau} = \frac{1}{Q_o \rho_2} \left[\lambda_1 \left(\frac{\partial t}{\partial x} \right)_{\xi=0} - \lambda_2 \left(\frac{\partial t}{\partial x} \right)_{\xi=0} \right] \quad (\text{VI})$$

Như đã thấy ở mục 3.1, phân bố nhiệt độ là một hàm của tích phân sai số Gauss, nên nghiệm tổng quát cho trường hợp này có thể viết dưới dạng :

$$t_1 = C_1 + B_1 I \left(\frac{x}{\sqrt{4a_1 \tau}} \right)$$

$$t_2 = C_2 + B_2 I \left(\frac{x}{\sqrt{4a_2 \tau}} \right)$$

$$\text{trong đó : } I \left(\frac{x}{\sqrt{4a\tau}} \right) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\frac{x}{\sqrt{4a\tau}}} \exp \left(-\frac{x^2}{4a\tau} \right) d \left(\frac{x}{\sqrt{4a\tau}} \right).$$

$$\text{Vì : } I(0) = 0 \text{ và } I(\infty) = 1,$$

nên từ điều kiện III và IV suy ra :

$$\text{khi } x = 0 : t_1 = C_1 + 0 = t_I$$

$$\text{khi } x = \infty : t_2 = C_2 + B_2 = t_{II} \rightarrow C_2 = t_{II} - B_2$$

Các nghiệm của phương trình trở thành :

$$t_1 = t_I + B_1 I\left(\frac{x}{\sqrt{4a_1\tau}}\right) \quad (3-55a)$$

$$t_2 = t_{II} - B_2 \left[1 - I\left(\frac{x}{\sqrt{4a_2\tau}}\right) \right] \quad (3-56a)$$

Điều kiện (II) cũng được thỏa mãn vì phương trình (3-56 a) sẽ cho giá trị $t_2 = t_{II}$ khi $\tau = 0$.

Từ điều kiện (V) và các phương trình (3-55a), (3-56a) ta có :

$$t_1 + B_1 I\left(\frac{\xi}{\sqrt{4a_1\tau}}\right) = t_{II} - B_2 \left[1 - I\left(\frac{\xi}{\sqrt{4a_2\tau}}\right) \right] = t_0$$

Vì B_1, B_2 là những hằng số, nên phương trình kép trên đây chỉ thỏa mãn với mọi giá trị của τ khi các tích phân $I\left(\frac{\xi}{\sqrt{4a\tau}}\right)$ bằng hằng số với mọi τ . Điều này chỉ xảy ra khi ξ thay đổi cùng τ sao cho đối số của hàm I bằng hằng số, $\frac{\xi}{\sqrt{4a\tau}} = \text{const}$.

Nếu gọi q là hệ số tỷ lệ thì quan hệ giữa ξ và τ được biểu diễn dưới dạng :

$$\xi = q \sqrt{\tau} \quad (3-57a)$$

Đạo hàm (3-57a) theo thời gian cho ta công thức tính tốc độ dịch chuyển bề mặt đóng băng :

$$\frac{d\xi}{d\tau} = \frac{q}{\sqrt{4\tau}} \quad (3-57b)$$

Tốc độ dịch chuyển bề mặt lúc bắt đầu quá trình rất lớn, sau đó giảm rất nhanh, tức là quá trình đóng băng càng xuống sâu càng chậm dần. Từ phương trình kép ở trên ta còn suy ra :

$$B_1 = \frac{t_0 - t_1}{I\left(\frac{\xi}{\sqrt{4a_1\tau}}\right)} \quad \text{và} \quad B_2 = \frac{t_{II} - t_0}{1 - I\left(\frac{\xi}{\sqrt{4a_2\tau}}\right)}$$

Thế các giá trị này kết hợp với (3-57a) vào (3-55a) và (3-56a) ta thu được :

$$t_1 = t_I + (t_0 - t_1) \frac{I\left(\frac{x}{\sqrt{4a_1\tau}}\right)}{I\left(\frac{q}{\sqrt{4a_1}}\right)} \quad (3-55b)$$

$$t_2 = t_{II} - (t_{II} - t_0) \frac{1 - I\left(\frac{x}{\sqrt{4a_2\tau}}\right)}{1 - I\left(\frac{q}{\sqrt{4a_2}}\right)} \quad (3-56b)$$

Điều kiện (VI) cho phép xác định ẩn số cuối cùng q :

$$\frac{\partial t_1}{\partial x} = \frac{t_o - t_1}{I\left(\frac{q}{\sqrt{4a_1}}\right)} \frac{\exp\left(-\frac{x^2}{4a_1\tau}\right)}{\sqrt{\pi a_1\tau}}$$

$$\frac{\partial t_1}{\partial x} \Big|_{x=\xi-o} = \frac{t_o - t_1}{I\left(\frac{q}{\sqrt{4a_1}}\right)} \cdot \frac{\exp\left(-\frac{q^2}{4a_1}\right)}{\sqrt{\pi a_1\tau}}$$

Tương tự ta có :

$$\frac{\partial t_2}{\partial x} \Big|_{x=\xi+o} = \frac{t_{II} - t_o}{1 - I\left(\frac{q}{\sqrt{4a_2}}\right)} \cdot \frac{\exp\left(-\frac{q^2}{4a_2}\right)}{\sqrt{\pi a_2\tau}}$$

Với giá trị gradient nhiệt độ này, điều kiện (VI) trở thành :

$$Q_o \rho_2 \frac{d\xi}{d\tau} = \frac{\lambda_1}{\sqrt{\pi a_1\tau}} (t_o - t_1) \frac{\exp\left(-\frac{q^2}{4a_1}\right)}{I\left(\frac{q}{\sqrt{4a_1}}\right)} - \frac{\lambda_2}{\sqrt{\pi a_2\tau}} (t_{II} - t_o) \frac{\exp\left(-\frac{q^2}{4a_2}\right)}{1 - I\left(\frac{q}{\sqrt{4a_2}}\right)}$$

Sử dụng kết hợp phương trình (3-57b) và khái niệm hệ số thấm nhiệt $b = \sqrt{\lambda c \rho}$, ta chuyển phương trình trên về dạng.

$$Q_o \rho_2 \frac{\sqrt{\pi}}{2} q = b_1(t_o - t_1) \frac{\exp\left(-\frac{q^2}{4a_1}\right)}{I\left(\frac{q}{\sqrt{4a_1}}\right)} - b_2(t_{II} - t_o) \frac{\exp\left(-\frac{q^2}{4a_2}\right)}{1 - I\left(\frac{q}{\sqrt{4a_2}}\right)} \quad (3-58)$$

Giải phương trình siêu việt (3-58) bằng phương pháp đồ thị ta xác định được hệ số q và thế giá trị này vào (3-55b) và (3-56b) sẽ thu được phương trình biểu diễn phân bố nhiệt độ trong vật.

Chấp nhận một số giả thiết đơn giản hóa bài toán, ta có thể nhanh chóng tìm được lời giải gần đúng nhằm dự đoán trước quá trình. Cụ thể, nếu xem phân bố nhiệt độ trong lớp băng là tuyến tính và khi bắt đầu đóng băng nước có nhiệt độ đồng đều bằng t_o , thì chỉ có lượng nhiệt đông đặc truyền ra môi trường bên ngoài theo phương trình :

$$Q_o \rho_2 d\xi = \lambda_1 \frac{(t_o - t_1)}{\xi} d\tau$$

Với điều kiện biên $\xi = 0$ khi $\tau = 0$, phương trình này có nghiệm :

$$\xi = \sqrt{\frac{2\lambda_1}{Q_o \rho_2}} (t_o - t_1) \sqrt{\tau} \quad (3-59)$$

Thay các thông số vật lý của nước và băng ở 0°C vào (3-59) ($\lambda_1 = 2,21 \text{ W/mK}$, $Q_o = 331,9 \text{ kJ/kg}$, $\rho_2 = 1000 \text{ kg/m}^3$) ta được :

$$\xi = 0,69 \cdot 10^{-2} \sqrt{t_o - t_1} \cdot \sqrt{\tau} \quad , \text{m}$$

trong đó : τ được tính theo giờ, τ [h].

Nghiem gần đúng (3-59) và nghiệm chính xác (3-57a) có cùng một hàm thời gian, sự khác nhau của hai nghiệm này chỉ ở giá trị q.

Thời gian đóng băng τ_0 của một lớp chất lỏng được làm lạnh cả hai phía có chiều dày $X = 2 \xi$ có thể tính từ (3-59) :

$$\tau_0 = \frac{X^2 Q_0 \cdot \rho_2}{8 \lambda_1 (t_0 - t_1)}$$

Sai số tương đối của nghiệm (3-59) phụ thuộc vào hệ số chuyển pha Ph :

$$Ph = \frac{Q_0}{c(t_0 - t_1)}$$

Hệ số này càng bé thì sai số càng lớn. Khi $Ph > 6,2$ thì sai số nhỏ hơn 5%.

Với các giả thiết đơn giản hóa, như đã trình bày trên đây, ta dễ dàng tính được thời gian đóng băng (đông đặc) trên một vách trụ hoặc một vách cầu có chiều dày ΔR bằng cách giải các bài toán tựa ổn định (quasi-stationary)

Thời gian để tạo thành một lớp băng có chiều dày s bên ngoài một ống hình trụ, được làm lạnh bên trong, có đường kính ngoài R và chiều dày vách ống ΔR có thể tính gần đúng theo công thức sau đây :

$$\tau = \frac{Q_0 \rho_1 s^2}{2 \lambda (t_0 - t_1)} f(s^+, \beta)$$

trong đó :

$$f(s^+, \beta) = \left(1 + \frac{1}{s^+}\right)^2 \ln(1 + s^+) - \left(1 + \frac{2}{s^+}\right) \left(\frac{1}{2} - \beta\right) ;$$

$$s^+ = s/R ;$$

$$\beta = \frac{\lambda_1}{\lambda_w} \ln \frac{R}{R - \Delta R} + \frac{\lambda_1}{\alpha(R - \Delta R)} ;$$

α - hệ số tỏa nhiệt bên trong ống.

3.5. DẪN NHIỆT TRONG CÁC VẬT CÓ KÍCH THƯỚC HỮU HẠN

Trường nhiệt độ trong các vật có kích thước hữu hạn là trường ba chiều, do đó việc giải các bài toán loại này rất phức tạp ngay cả đối với các vật có hình dáng rất đơn giản như hình hộp, hình trụ cụt, thanh chữ nhật v.v... Phần này chỉ đề cập tới phương pháp xác định trường nhiệt độ, đặc biệt là nhiệt độ bề mặt và nhiệt độ ở trục của các vật có hình dáng đơn giản trong quá trình làm nguội với điều kiện loại 3. Để minh họa, ta hãy xét quá trình làm nguội một vật hình hộp. Khi đặt gốc tọa độ ở tâm, quá trình được mô tả bởi các biểu thức toán học sau :

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = a \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} \right) \quad (3-60)$$

$$\theta_{\tau} = 0 = \theta_{x,\tau=0} = \theta_{y,\tau=0} = \theta_{z,\tau=0} = \theta_0$$

$$\alpha\theta_{x=\pm\delta x} = \mp \lambda \left. \frac{\partial\theta}{\partial x} \right|_{x=\pm\delta x}$$

$$\alpha\theta_{y=\pm\delta y} = \mp \lambda \left. \frac{\partial\theta}{\partial y} \right|_{y=\pm\delta y}$$

$$\alpha\theta_{z=\pm\delta z} = \mp \lambda \left. \frac{\partial\theta}{\partial z} \right|_{z=\pm\delta z}$$

trong đó : $\theta = t - t_f$ là nhiệt độ thừa ; t_f là nhiệt độ môi trường.

Vì hình hộp có thể xem như là sản phẩm của ba tấm phẳng vuông góc (theo ba chiều trục tọa độ) cắt nhau tạo nên, do đó có thể giả thiết rằng trường nhiệt độ trong vật có thể biểu diễn qua tích nhiệt độ không thứ nguyên của ba tấm phẳng rộng vô hạn đặt theo chiều x, y, z, tức là :

$$\frac{\theta_{x,y,z,\tau}}{\theta_0} = \left(\frac{\theta_{x,\tau}}{\theta_0} \right) \left(\frac{\theta_{y,\tau}}{\theta_0} \right) \left(\frac{\theta_{z,\tau}}{\theta_0} \right) \quad (3-61)$$

$$\text{hay :} \quad \theta_{x,y,z,\tau}^* = \theta_{x,\tau}^* \cdot \theta_{y,\tau}^* \cdot \theta_{z,\tau}^*$$

Nhiệt độ thừa không thứ nguyên của tấm phẳng rộng vô hạn đã được tính toán ở mục 3.2, do đó :

$$\begin{aligned} \frac{\theta_{x,y,z,\tau}}{\theta_0} &= \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} D_{i,x} D_{m,y} D_{k,z} \cos(\mu_i x) \cos(\mu_m y) \cos(\mu_k z) \times \\ &\exp \left[- \left(\frac{\mu_i^2}{\delta_x^2} + \frac{\mu_m^2}{\delta_y^2} + \frac{\mu_k^2}{\delta_z^2} \right) a \tau \right] \end{aligned} \quad (3-62)$$

Bây giờ ta sẽ chứng minh giả thiết trên. Nếu (3-61) là nghiệm cần tìm thì nó phải thỏa mãn phương trình (3-60). Lần lượt lấy đạo hàm (3-61) theo x, y, z, τ :

$$\frac{\partial\theta_{x,y,z,\tau}}{\partial\tau} = \frac{1}{\theta_0^2} \left[\theta_{y,\tau} \cdot \theta_{z,\tau} \frac{\partial\theta_{x,\tau}}{\partial\tau} + \theta_{x,\tau} \cdot \theta_{z,\tau} \frac{\partial\theta_{y,\tau}}{\partial\tau} + \theta_{x,\tau} \cdot \theta_{y,\tau} \frac{\partial\theta_{z,\tau}}{\partial\tau} \right]$$

$$\frac{\partial^2\theta_{x,y,z,\tau}}{\partial x^2} = \frac{1}{\theta_0^2} \theta_{y,\tau} \cdot \theta_{z,\tau} \frac{\partial^2\theta_{x,\tau}}{\partial x^2}$$

$$\frac{\partial^2\theta_{x,y,z,\tau}}{\partial y^2} = \frac{1}{\theta_0^2} \cdot \theta_{x,\tau} \cdot \theta_{z,\tau} \cdot \frac{\partial^2\theta_{y,\tau}}{\partial y^2}$$

$$\frac{\partial^2\theta_{x,y,z,\tau}}{\partial z^2} = \frac{1}{\theta_0^2} \theta_{x,\tau} \cdot \theta_{y,\tau} \frac{\partial^2\theta_{z,\tau}}{\partial z^2}$$

Thay các kết quả này vào phương trình (3-60), ta có :

$$\begin{aligned} &\frac{1}{\theta_0^2} \left[\theta_{y,\tau} \cdot \theta_{z,\tau} \left(\frac{\partial\theta_{x,\tau}}{\partial\tau} - a \frac{\partial^2\theta_{x,\tau}}{\partial x^2} \right) + \theta_{x,\tau} \theta_{z,\tau} \left(\frac{\partial\theta_{y,\tau}}{\partial\tau} - a \frac{\partial^2\theta_{y,\tau}}{\partial y^2} \right) + \right. \\ &\left. + \theta_{x,\tau} \cdot \theta_{y,\tau} \left(\frac{\partial\theta_{z,\tau}}{\partial\tau} - a \frac{\partial^2\theta_{z,\tau}}{\partial z^2} \right) \right] = 0 \end{aligned} \quad (3-63)$$

Vì $\theta_{x,\tau}$, $\theta_{y,\tau}$ và $\theta_{z,\tau}$ là nghiệm của các phương trình vi phân :

$$\frac{\partial \theta_{x,\tau}}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 \theta_{x,\tau}}{\partial x^2}; \quad \frac{\partial \theta_{y,\tau}}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 \theta_{y,\tau}}{\partial y^2} \quad \text{và} \quad \frac{\partial \theta_{z,\tau}}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 \theta_{z,\tau}}{\partial z^2}$$

do đó các số hạng trong dấu ngoặc của (3-63) đều bằng không, điều đó chứng tỏ biểu thức (3-61) thỏa mãn phương trình (3-60). Bằng cách chứng minh tương tự ta thấy (3-61) thỏa mãn điều kiện ban đầu và điều kiện biên.

Qua kết quả vừa thu được chúng ta rút ra kết luận sau : có thể đem trường nhiệt độ của vật có kích thước hữu hạn chuyển hóa thành dạng trường nhiệt độ của vật có kích thước vô hạn và từ đây mở rộng việc sử dụng các đồ thị tính toán của vật có kích thước vô hạn cho các vật có kích thước hữu hạn.

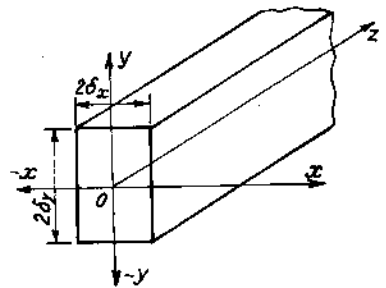
Theo phương pháp này ta có thể tìm được trường nhiệt độ trong hình trụ cụt, thanh chữ nhật.

- Đối với hình trụ cụt :

$$\frac{\theta_{r,z,\tau}}{\theta_o} = \left(\frac{\theta_{r,\tau}}{\theta_o} \right) \left(\frac{\theta_{z,\tau}}{\theta_o} \right) \quad (3-64)$$

- Đối với thanh chữ nhật (Hình 3-13) :

$$\frac{\theta_{x,y,\tau}}{\theta_o} = \left(\frac{\theta_{x,\tau}}{\theta_o} \right) \left(\frac{\theta_{y,\tau}}{\theta_o} \right) \quad (3-65)$$



Lượng nhiệt của một mét khối vật tỏa ra trong quá trình làm nguội từ τ_o đến $\tau = \tau_1$ được tính theo công thức :

Hình 3-13. Dẫn nhiệt qua thanh chữ nhật.

$$Q = \rho c [t_o - \bar{t}(\tau = \tau_1)]$$

Nhiệt độ trung bình của vật tại thời điểm $\tau = \tau_1$ là nhiệt độ trung bình tích phân và được xác định theo :

$$\bar{t}(\tau) = \frac{1}{\delta x \delta y \delta z} \int_0^{\delta x} \int_0^{\delta y} \int_0^{\delta z} t(x, y, z, \tau) dx dy dz \quad (3-66)$$

3.6. GIẢI GẦN ĐÚNG PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN DẪN NHIỆT BẰNG PHƯƠNG PHÁP SỐ - ĐỒ THỊ (PHƯƠNG PHÁP BINDER-SCHMIDT)

Do sự phức tạp của điều kiện đơn trị (hình dạng vật phức tạp, điều kiện ban đầu không thể biểu diễn bằng biểu thức toán học đơn giản v.v...) nên rất nhiều quá trình dẫn nhiệt không ổn định không giải được bằng giải tích hoặc nếu có giải được thì khối lượng tính toán quá lớn. Trong những trường hợp này phương pháp gần đúng tỏ ra ưu việt. Như đã trình bày ở phương pháp thăng giáng (mục 2.1.2), các phương pháp gần đúng đều có đặc tính chung là khi sử dụng chúng, sự phân bố nhiệt độ liên tục được thay bằng một mạng các giá trị nhiệt độ không liên tục và sai số của phương

pháp có thể giảm nhỏ tùy ý bằng cách tăng cường các điểm nút trong mạng. Theo các phương pháp này, vật thể được chia thành những phần tử nhỏ, nhiệt độ của mỗi phần tử tại thời điểm $\tau + \Delta\tau$ được tính từ giá trị nhiệt độ tại thời điểm τ theo một thuật toán nhất định.

Phương pháp số - đồ thị (còn được gọi là phương pháp Binder - Schmidt) lần đầu tiên được L. Binder đưa ra vào năm 1910 để giải bài toán dẫn nhiệt không ổn định đối với tấm phẳng. Độc lập với Binder, năm 1924 E. Schmidt cũng tìm ra phương pháp này và năm 1942 ông đã mở rộng phạm vi ứng dụng đối với các vật hình trụ và hình cầu.

Chúng ta hãy làm quen với phương pháp này bằng cách khảo sát quá trình làm nguội một tấm phẳng rộng vô hạn khi không có nguồn trong.

Bằng cách chia tấm thành những phần có chiều dày Δx và chia thời gian khảo sát thành những khoảng $\Delta\tau$, ta có thể chuyển phương trình vi phân dẫn nhiệt một chiều thành phương trình sai phân :

$$\frac{\Delta_x t}{\Delta\tau} = a \frac{\Delta_\tau}{\Delta x} \left(\frac{\Delta_\tau t}{\Delta x} \right) \quad (3-67a)$$

Các chỉ số x, τ ở các dấu Δt biểu diễn biến không đổi khi tính độ chênh nhiệt độ.

Như vậy, các biến liên tục x, τ đã được thay bằng các giá trị biến đổi không liên tục :

$$x_n = x_0 + n.\Delta x$$

$$\tau_k = \tau_0 + k.\Delta\tau$$

x_0 và τ_0 biểu diễn tọa độ và thời gian ban đầu cho trước. Nhiệt độ tại tọa độ x_n và thời điểm τ_k được kí hiệu $t_{n,k}$, tức là :

$$t_{n,k} \equiv t(x_n, \tau_k) = t(x_0 + n\Delta x, \tau_0 + k\Delta\tau)$$

Với các kí hiệu như đã được trình bày trên hình 3-14, biến thiên nhiệt độ tại vị trí x_n được tính theo :

$$\Delta_x t = t_{n,k+1} - t_{n,k}$$

$$\Delta_\tau(\Delta_\tau t) = (t_{n+1,k} - t_{n,k}) - (t_{n,k} - t_{n-1,k})$$

Thế các giá trị này vào phương trình sai phân (3-67a), ta được :

$$\frac{t_{n,k+1} - t_{n,k}}{\Delta\tau} = a \frac{t_{n+1,k} + t_{n-1,k} - 2t_{n,k}}{(\Delta x)^2} \quad (3-67b)$$

hay :

$$t_{n,k+1} = t_{n,k} + \frac{a\Delta\tau}{(\Delta x)^2} (t_{n+1,k} + t_{n-1,k} - 2t_{n,k}) \quad (3-67b')$$

Như vậy, nếu biết phân bố nhiệt độ tại một thời điểm bất kỳ τ_0 thì ta có thể từng bước xác định trường nhiệt độ tại bất kỳ một thời điểm nào sau đó τ_k .

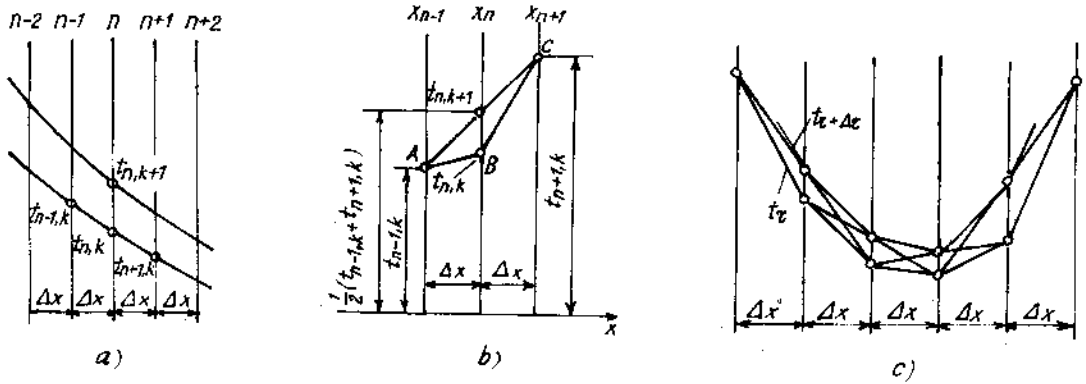
Nếu chọn một cách thích hợp Δx sao cho :

$$\frac{2a\Delta\tau}{(\Delta x)^2} = 1 \quad (3-68)$$

thì biểu thức (3-67b') đơn giản thành :

$$t_{n,k+1} = \frac{t_{n+1,k} + t_{n-1,k}}{2} \quad (3-69)$$

Như vậy, nhiệt độ của mỗi lớp bất kỳ ở thời điểm τ_{k+1} bằng trung bình cộng các giá trị nhiệt độ của hai lớp kế cạnh tại thời điểm τ_k . Điều này sẽ làm cho kỹ thuật tính toán và đồ thị đơn giản đi rất nhiều.



Hình 3-14 : Minh họa phương pháp Binder-Schmidt.

Nhiệt độ tại thời điểm τ_{k+1} dễ dàng xác định bằng đồ thị (Hình 3-14b, c). Phương pháp đơn giản này chỉ áp dụng được đối với vách một lớp. Khi vách gồm nhiều lớp với tính chất vật lý khác nhau thì phải lưu ý tới cách chia phân tố và phương pháp xác định nhiệt độ tại bề mặt ngăn cách bằng đồ thị. Do nhiệt độ trong các lớp phải được xác định cùng một thời điểm, nên khoảng thời gian $\Delta\tau$ phải như nhau đối với các lớp, vì vậy kết hợp với (3-68) ta suy ra :

$$\frac{\Delta x_I}{\Delta x_{II}} = \frac{\sqrt{a_I}}{\sqrt{a_{II}}}$$

Như vậy các lớp không được phân chia với cùng một độ dày Δx .

Nhiệt độ ở bề mặt tiếp xúc giữa hai lớp được xác định như trên hình 3-15 thông qua một bề mặt phụ, cách bề mặt tiếp xúc một khoảng e .

Từ :
$$\lambda_I \frac{t_{n-1,k} - t_{n,k}}{\Delta x_I} = \lambda_{II} \frac{t_{n,k} - t_{n+1,k}}{\Delta x_{II}}$$

và
$$\frac{t_{n-1,k} - t_{n,k}}{t_{n,k} - t_{n+1,k}} = \frac{\Delta x_I + e}{\Delta x_{II} - e}$$

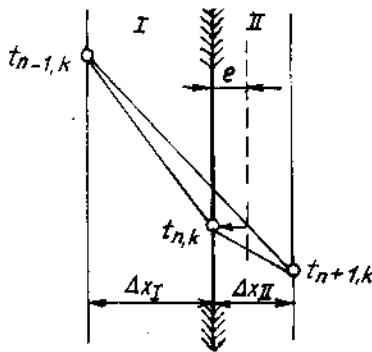
suy ra :
$$e = \frac{\frac{\lambda_{II}}{\lambda_I} - 1}{1 + \frac{\Delta x_I}{\Delta x_{II}} \frac{\lambda_{II}}{\lambda_I}} \Delta x_I \quad (3-70)$$

Vị trí của bề mặt phụ chỉ phụ thuộc vào tỉ lệ giữa các hệ dẫn nhiệt,

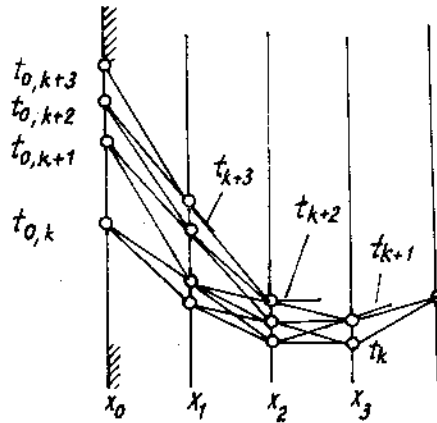
khi : $\frac{\lambda_{II}}{\lambda_I} > 1$ thì $e > 0$ - bề mặt phụ nằm bên phải bề mặt tiếp xúc ;

$\frac{\lambda_{II}}{\lambda_I} = 1$ thì $e = 0$ - bề mặt phụ trùng với bề mặt tiếp xúc ;

$\frac{\lambda_{II}}{\lambda_I} < 1$ thì $e < 0$ - bề mặt phụ nằm bên trái bề mặt tiếp xúc.



Hình 3-15. Xác định nhiệt độ tại bề mặt tiếp xúc của vách nhiều lớp.



Hình 3-16. Xác định phân bố nhiệt độ khi nhiệt độ bề mặt thay đổi theo thời gian.

Ưu điểm rất lớn của phương pháp Binder - Schmidt là có thể giải được các bài toán với nhiều loại điều kiện biên khác nhau, đặc biệt là các bài toán với điều kiện biên thay đổi theo thời gian. Dưới đây sẽ đề cập tới hai trường hợp quan trọng nhất.

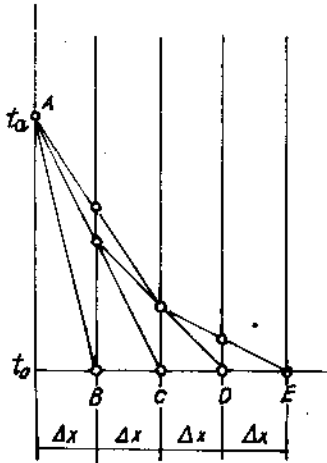
3.6.1. Nhiệt độ của bề mặt vật là một hàm của thời gian

Khi giải bằng đồ thị, ta đặt bề mặt x_0 trùng với mặt ngoài cùng của vật. Vì nhiệt độ bề mặt này ở các thời điểm khác nhau đã cho trước, nên ta dễ dàng biểu diễn chúng trên đồ thị. Nối điểm có nhiệt độ $t_{0,k}$ trên bề mặt vật với điểm có nhiệt độ $t_{1,k}$ trên bề mặt kế cận ta được phân bố nhiệt độ trong lớp thứ nhất (Hình 3-16). Phân bố nhiệt độ tại thời điểm $k + 1$ được xác định theo như cách thức đã trình bày ở trên.

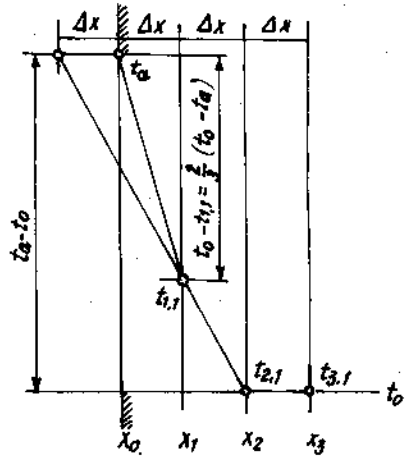
Trường hợp đặc biệt của điều kiện biên loại này xảy ra khi nhiệt độ bề mặt tăng đột ngột từ nhiệt độ ban đầu t_0 đến nhiệt độ t_a tại thời điểm $\tau = 0$. Để giải bằng đồ thị, ta có thể giả thiết rất đơn giản là trong khoảng thời gian $\Delta\tau$ đầu tiên chỉ có nhiệt độ lớp thứ nhất thay đổi và sự thay đổi này được biểu diễn qua đường AB. Như vậy phân bố nhiệt độ khi $\tau = \Delta\tau$ là đường ABCDE (Hình 3-17).

Phân bố nhiệt độ tại các thời điểm tiếp theo được xác định theo cách thông thường vì khi đó nhiệt độ trong vật không đồng nhất nữa. Phương pháp đơn giản này chắc chắn sẽ gây ra sai số, do đó người ta đã cải tiến nó bằng cách xác định phân

bổ nhiệt độ ở khoảng thời gian ban đầu bằng giải tích và dựa vào đó để tiếp tục giải bằng đồ thị.



Hình 3-17. Phân bố nhiệt độ khi nhiệt độ bề mặt thay đổi đột ngột từ t_a đến t_0



Hình 3-18. Phân bố nhiệt độ khoảng thời gian thứ nhất (phương pháp cải tiến).

Vì sau khoảng thời gian thứ nhất nhiệt độ ở phần bên phải của tấm chưa thay đổi, nên trong khoảng thời gian đó có thể sử dụng nghiệm của bài toán đốt nóng tấm phẳng dày vô hạn (mục 3.1) để biểu diễn phân bố nhiệt độ trong tấm có chiều dày hữu hạn này. Theo đó :

$$\frac{t_a - t}{t_a - t_0} = I\left(\frac{x}{2\sqrt{a\tau}}\right)$$

Vì : $\tau_1 = 0 + \Delta\tau = \frac{\Delta x^2}{2a}$ nên $\frac{t_a - t_{x,1}}{t_a - t_0} = I\left(\frac{x}{\sqrt{2}\Delta x}\right)$

Tại các bề mặt có tọa độ $x_n = n\Delta x$, nhiệt độ sau khoảng thời gian thứ nhất ($\tau_1 = \Delta\tau$) được tính theo :

$$\frac{t_a - t_{n,1}}{t_a - t_0} = I\left(\frac{n}{\sqrt{2}}\right)$$

nên :

tại $x = x_1$: $\frac{t_a - t_{1,1}}{t_a - t_0} = I\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = 0,68268$

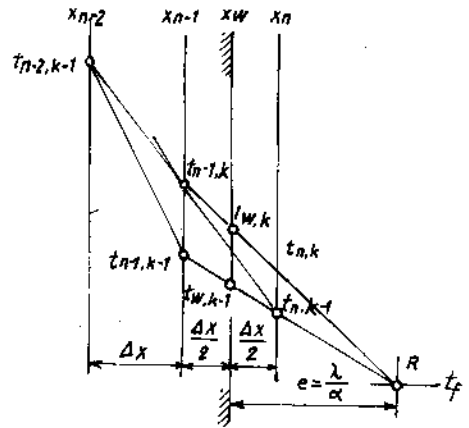
tại $x = x_2$: $\frac{t_a - t_{2,1}}{t_a - t_0} = I\left(\frac{2}{\sqrt{2}}\right) = 0,95447$

Một cách gần đúng có thể xem các giá trị trên bằng 2/3 và 1, do đó có thể xác định phân bố nhiệt độ sau khoảng thời gian đầu tiên bằng đồ thị như được trình bày trên hình 3-18.

3.6.2. Điều kiện biên loại 3

Để giải bài toán loại này, bề mặt tấm phẳng phải trùng với tâm của lớp chia cuối cùng và phải kẻ thêm một bề mặt phụ cách bề mặt tấm một khoảng bằng $\Delta x/2$ (Hình 3-19). Các giá trị nhiệt độ trên bề mặt phụ này không có ý nghĩa vật lý, chúng chỉ giúp ta xác định nhiệt độ bề mặt t_w bằng phương pháp đồ thị.

Nhiệt độ của bề mặt t_w chịu ảnh hưởng của quá trình tỏa nhiệt ra môi trường, do đó để xác định chúng phải dựa vào điểm định hướng R. Điểm này có tung độ bằng t_f và hoành độ bằng λ/α . Vì tiếp tuyến của đường cong phân bố nhiệt độ tại bề mặt luôn đi qua điểm định hướng R, nên nhiệt độ bề mặt được xác định bằng cách nối điểm R với điểm có nhiệt độ $t_{n-1,k-1}$ (Hình 3-19). Nối $t_{n,k-1}$ với $t_{n-2,k-1}$ ta xác định được $t_{n-1,k}$. Bằng cách tương tự ta xác định được mọi giá trị nhiệt độ trên bề mặt vật và trên lớp có tọa độ x_{n-1} tại mọi thời điểm k.



Hình 3-19. Phương pháp xác định nhiệt độ bề mặt đối với quá trình dẫn nhiệt với điều kiện biên loại 3.

Khi hệ số tỏa nhiệt α và nhiệt độ của môi trường t_f thay đổi theo thời gian thì vị trí của điểm định hướng R cũng thay đổi, do đó phải xác định vị trí tương ứng của điểm R trước khi vẽ đồ thị. Bằng cách này ta dễ dàng giải bài toán với điều kiện biên thay đổi. Đây là ưu điểm nổi bật của phương pháp Binder - Schmidt.

Quan hệ giữa các độ chênh nhiệt độ theo (3-67b) gọi là quan hệ dạng hiện, vì theo đó ta xác định được nhiệt độ tại thời điểm $\tau = (k+1)\Delta\tau$ từ nhiệt độ ở thời điểm $k\Delta\tau$. Nếu thiết lập phương trình tại thời điểm $(k+1)\Delta\tau$ thì sẽ thu được quan hệ dưới dạng ẩn :

$$\frac{t_{n,k+1} - t_{n,k}}{\Delta\tau} = a \left(\frac{t_{n-1,k+1} - 2t_{n,k+1} + t_{n+1,k+1}}{\Delta x^2} \right) \quad (3-67c)$$

3.7. PHƯƠNG PHÁP MÔ HÌNH TƯƠNG TỰ

Phương pháp mô hình tương tự được sử dụng để giải các bài toán dẫn nhiệt khi phương pháp giải tích không mang lại kết quả và phương pháp số quá cồng kềnh, phức tạp. Phương pháp này cho phép xác định phân bố nhiệt độ trong đối tượng nghiên cứu từ phân bố của những đại lượng khác dễ đo hơn trong mô hình của đối tượng, khi những sự phân bố này được biểu diễn bằng biểu thức toán học tương tự nhau. Các biểu thức toán học tương tự là những biểu thức giống nhau về hình thức và khi viết dưới dạng không thứ nguyên chúng đồng nhất với nhau. Phương trình (2-4) và phương trình định luật Ohm ; phương trình vi phân dẫn nhiệt ổn định :

$$\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} = 0$$

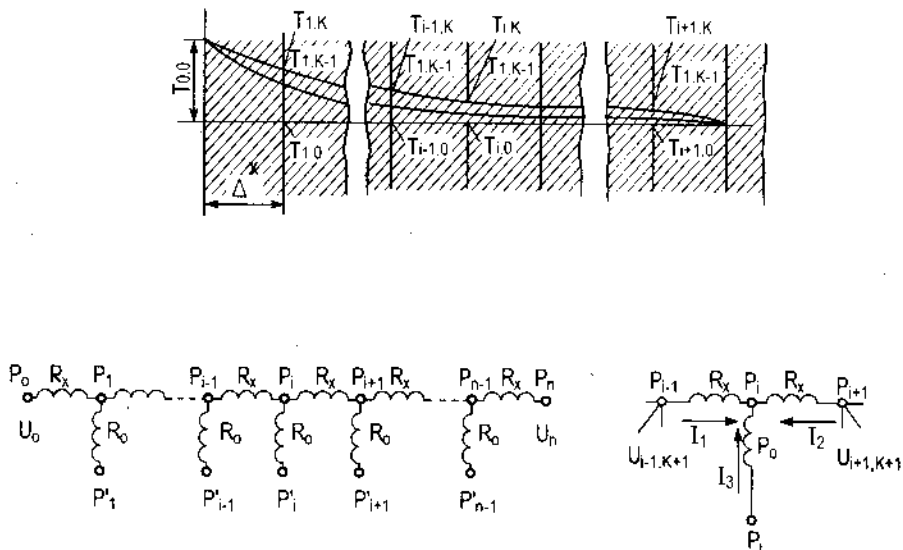
và phương trình điện áp :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0$$

là những biểu thức toán học tương tự nhau từng đôi một. Các phương trình này hoàn toàn đồng nhất khi chuyển chúng về dạng không thứ nguyên. Như vậy, dẫn nhiệt và dẫn điện là những hiện tượng tương tự. Vì việc đo các đại lượng điện dễ dàng và chính xác hơn các đại lượng nhiệt, do đó người ta đã phát triển phương pháp "mô hình điện" để nghiên cứu hiện tượng nhiệt. Phương pháp này được ứng dụng rộng rãi để nghiên cứu các quá trình dẫn nhiệt, đặc biệt là để giải các bài toán dẫn nhiệt trong các vật có hình dáng phức tạp, được tạo thành từ nhiều loại vật liệu có tính chất vật lý khác nhau.

Ta hãy làm quen với phương pháp mô hình điện qua một thí dụ hết sức đơn giản : giải bài toán dẫn nhiệt không ổn định qua một tấm phẳng một nửa rộng vô hạn với trường nhiệt độ một chiều.

Sơ đồ mạch điện để nghiên cứu được trình bày trên hình 3-20.



Hình 3-20. Mô hình điện của quá trình dẫn nhiệt không ổn định qua tấm phẳng một nửa rộng vô hạn.

Điểm P_0 trong mạch ứng với bề mặt tấm, điểm P_n ứng với lớp thứ n của tấm, nếu theo yêu cầu của bài toán, lớp cuối cùng phải xác định nhiệt độ là lớp thứ $(n-1)$. Các điểm $P_1, \dots, P_{i-1}, P_i$ tương ứng với các điểm cần khảo sát trong vật, cách bề mặt theo từng khoảng $x = \Delta x, \dots, x_i = i\Delta x, \dots$

Bây giờ nếu cấp cho điểm P_0 một điện áp U_0 ứng với nhiệt độ bề mặt $t_{0,0}$ tại thời điểm τ_0 , điểm P_n - điện áp U_n , tương ứng với nhiệt độ ban đầu t_n của lớp thứ n và cấp cho các điểm $P_1, \dots, P_i$ các điện áp $U_{1,0}, \dots, U_{i,0}, \dots$, tương ứng với các nhiệt độ ban đầu cho trước $t_{1,0}, \dots, t_{i,0}, \dots$ của các lớp trong vật thì tại các điểm nút $P_1, \dots, P_i, \dots$ sẽ xuất hiện các điện áp $U_{1,1}, \dots, U_{i,1}, \dots$, tương ứng với nhiệt độ cần tìm $t_{1,1}, \dots, t_{i,1}, \dots$ của các lớp tương ứng tại thời điểm $\tau = \Delta \tau$.

Để tìm nhiệt độ $t_{1,2}, \dots, t_{i,2}, \dots$ ở các lớp này nhưng ở thời điểm $\tau = 2\Delta\tau$, thì phải cấp cho các điểm $P'_1, \dots, P'_i, \dots$ các điện áp bằng điện áp đo được ở thời điểm thứ nhất $U_{1,1}, \dots, U_{i,1}, \dots$. Điện áp $U_{1,2}, \dots, U_{i,2}, \dots$ đo được tại các điểm $P_1, \dots, P_i, \dots$ tương ứng với nhiệt độ $t_{1,2}, \dots, t_{i,2}, \dots$. Một cách tổng quát, để tìm sự phân bố nhiệt độ $t_{1,k+1}, \dots, t_{i,k+1}, \dots$ trong vật thể tại thời điểm bất kì $\tau = (k+1)\Delta\tau$ thì phải đặt tại các điểm $P'_1, \dots, P'_i, \dots$ các điện áp $U_{1,k}, \dots, U_{i,k}, \dots$, tương ứng với nhiệt độ $t_{1,k}, \dots, t_{i,k}$ ở thời điểm $\tau = k\Delta\tau$ và đo điện áp tại các điểm nút $P_1, \dots, P_i, \dots$. Các điện áp này sẽ tương ứng với các giá trị nhiệt độ $t_{1,k+1}, \dots, t_{i,k+1}, \dots$.

Để thu được các giá trị nhiệt độ cụ thể phải thực hiện phép chuyển đổi thông qua hệ số tương quan z . Vì hệ số này là một hằng số và được xác định khi ta đặt điện áp U_0 tương đương với nhiệt độ $t_{0,0}$, $z = t_{0,0}/U_0$, nên nhiệt độ tại các lớp được xác định theo quan hệ :

$$t_{i,k} = z \cdot U_{i,k}$$

Bây giờ ta hãy chứng minh sự đúng đắn của phương pháp đã trình bày.

Theo định luật Kirchhof, tổng các dòng điện đi qua điểm nút P_i của mạch điện (Hình 3-20) bằng không, tức là $I_1 + I_2 + I_3 = 0$. Mặt khác, vì :

$$I_1 = \frac{U_{i-1,k+1} - U_{i,k+1}}{R_x}$$

$$I_2 = \frac{U_{i+1,k+1} - U_{i,k+1}}{R_x}$$

$$I_3 = \frac{U_{i,k} - U_{i,k+1}}{R_0}$$

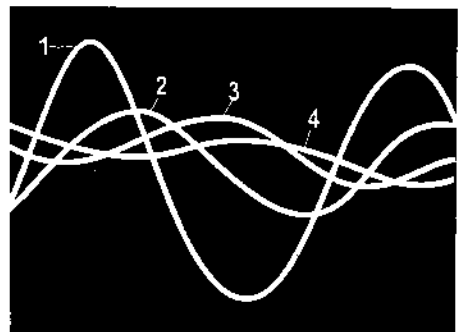
nên :

$$U_{i-1,k+1} - 2U_{i,k+1} + U_{i+1,k+1} = \frac{(U_{i,k+1} - U_{i,k})R_x}{R_0} \quad (3-71)$$

Biểu thức này sẽ đồng nhất với phương trình (2-67c) khi các điện trở R_0 và R_x được chọn sao cho :

$$R_0 = \frac{a \cdot \Delta\tau}{\Delta x^2} R_x$$

Vì điều kiện này đã được thỏa mãn khi lắp mạch điện, nên từ các giá trị điện áp đo được ở mô hình hoàn toàn có cơ sở để suy ra nhiệt độ tại các lớp tương ứng của vật với độ chính xác cao. Kết quả nghiên cứu cho thấy, sai số của việc xác định nhiệt độ theo phương pháp mô hình điện chỉ sinh ra cho việc xấp xỉ phương trình vi phân bằng phương trình sai phân và kết quả thu được theo phương pháp số trùng hợp với kết quả thực nghiệm trên mô hình tương tự.



Hình 3-21. Biểu đồ oxilo về biến thiên nhiệt độ trong năm ở các độ sâu khác nhau, tính từ bề mặt trái đất.
1 - ở bề mặt ; 2 - ở độ sâu 2,9m ;
3 - ở độ sâu 6,1m 4 - ở độ sâu 9,3m.

Phương pháp mô hình điện còn có những ưu điểm nổi bật như : dùng nó có thể giải được các bài toán phi tuyến, thời gian thực nghiệm rất ngắn so với thời gian xảy ra quá trình thực. Trên hình 3-21 là một bản sao về sự biến thiên nhiệt độ trong năm ở các vị trí khác nhau của lớp vỏ trái đất, thu được khi nghiên cứu trên mô hình điện với thời gian thí nghiệm là 1/50 giây. Hiện tượng giảm biên độ và lệch pha, như đã tính toán ở mục 3.3, nhận biết được rất rõ ràng qua các biểu đồ oxilo.

3.8. CHẾ ĐỘ NHIỆT ĐIỀU HÒA

Phân tích nghiệm thu được khi đốt nóng hoặc làm nguội các vật có hình dáng khác nhau với điều kiện biên loại 3 ta thấy rằng chúng đều có kết cấu giống nhau, nghĩa là được biểu diễn dưới dạng tổng của một chuỗi vô hạn mà các số hạng sẽ giảm rất nhanh theo quy luật hàm số mũ (xem 3-44). Phương trình trường nhiệt độ tổng quát trong những trường hợp này có dạng :

$$\theta = \sum_{n=1}^{\infty} A_n U_n \exp(-\mu_n^2 F_0) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n U_n e^{-m_n \tau} \quad (3-72)$$

trong đó :

A_n - hệ số không đổi, chỉ phụ thuộc vào điều kiện ban đầu ;

U_n - hàm của tọa độ ;

$m_n = \mu_n^2 \frac{a}{R^2}$ - một số dương, đối với mọi điểm bất kỳ trong vật nó đều là hằng số. Trị số m_n không có quan hệ với điều kiện ban đầu mà hoàn toàn do hình dáng, kích thước, thông số vật lý a, λ, ρ của vật và điều kiện biên quyết định. Giá trị của m_n thay đổi phụ thuộc vào kí hiệu của chỉ số và cũng giống như μ_n , nghĩa là :

$$m_1 < m_2 < m_3 \dots < m_n < \dots \quad (3-73)$$

Phương trình trường nhiệt độ của những vật có hình dáng khác nhau chỉ khác nhau ở các hệ số A_n và U_n .

Quá trình đốt nóng hoặc làm nguội các vật về mặt thời gian có thể phân làm hai giai đoạn.

3.8.1. Giai đoạn không trật tự

Giai đoạn này xuất hiện khi bắt đầu quá trình (từ $\tau = 0$ đến $\tau = \tau_1$), đặc điểm của nó là quá trình đang truyền trong không gian và từng lớp, từng lớp xâm nhập vào trong vật thể. Trong giai đoạn này, tốc độ biến thiên nhiệt độ tại các điểm không giống nhau, trường nhiệt độ chịu ảnh hưởng rất nhiều vào trạng thái ban đầu và nói chung có tính chất ngẫu nhiên, không quan hệ với quá trình làm nguội.

3.8.2. Giai đoạn chế độ nhiệt điều hòa

Giai đoạn này xuất hiện sau khi quá trình làm nguội đã xảy ra một thời gian ($\tau > \tau_1$), lúc này điều kiện ban đầu đóng vai trò thứ yếu và quá trình được xác định chỉ do điều kiện làm nguội trên bề mặt vật, thông số vật lý và hình dáng, kích thước

của vật. Ở giai đoạn này, trường nhiệt độ được biểu diễn bằng số hạng đầu của chuỗi (3-72), nghĩa là :

$$\theta = A_1 \cdot U_1 \cdot \exp(-\mu_1^2 Fo) = A_1 \cdot U_1 \cdot e^{-m_1 \tau} \quad (3-74)$$

Logarit hóa hai vế phương trình (3-74) ta thu được :

$$\ln \theta = \ln(AU) - m\tau$$

$$\text{hoặc :} \quad \ln \theta = -m\tau + c(x, y, z) \quad (3-75)$$

Như vậy logarit tự nhiên của nhiệt độ thừa ở tất cả các điểm phụ thuộc vào thời gian theo quan hệ bậc nhất và trên đồ thị bán logarit được biểu diễn bằng một đường thẳng (Hình 3-22).

Khi thời gian làm nguội rất dài ($\tau \rightarrow \infty$), nhiệt độ tại tất cả các điểm trong vật sẽ bằng nhiệt độ môi trường t_f (trạng thái ổn định).

Chúng ta tập trung khảo sát giai đoạn hai bởi vì giai đoạn này có ý nghĩa quan trọng trong kỹ thuật

Lấy đạo hàm theo thời gian hai vế của phương trình (3-75) ta được :

$$\frac{1}{\theta} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial \tau} = -m = \text{const} \quad (3-76)$$

Phần bên trái của phương trình (3-76) biểu thị tốc độ biến thiên tương đối của nhiệt độ, giá trị của nó không phụ thuộc vào tọa độ và thời gian.

m [1/s] được gọi là nhịp độ làm nguội.

Như vậy là trong giai đoạn chế độ điều hòa trường nhiệt độ phụ thuộc vào thời gian theo quy luật hàm số mũ đơn giản, tốc độ biến thiên tương đối của nhiệt độ trong vật không phụ thuộc vào tọa độ và thời gian và có giá trị không đổi.

Nếu xác định được quan hệ giữa nhiệt độ thừa và thời gian bằng thực nghiệm, thì ta dễ dàng tính được nhịp độ làm nguội theo công thức :

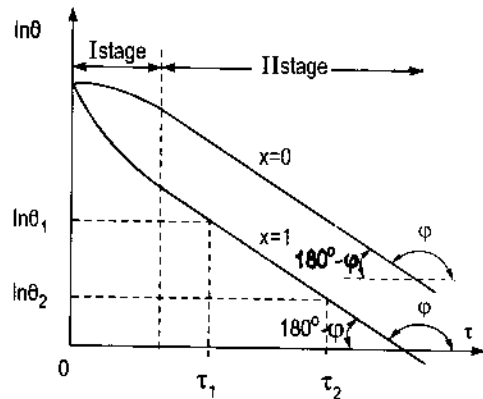
$$m = \operatorname{tg}(\pi - \varphi) = -\operatorname{tg} \varphi = \frac{\ln \theta_1 - \ln \theta_2}{\tau_2 - \tau_1} = \text{const} \quad (3-77)$$

Mặt khác, theo định luật bảo toàn năng lượng ta có thể viết :

$$c \rho V \cdot \frac{\partial \bar{\theta}_V}{\partial \tau} - \bar{\alpha} F \bar{\theta}_F = 0 \quad (3-78)$$

trong đó : $\bar{\theta}_V$ và $\bar{\theta}_F$ là nhiệt độ thừa trung bình theo thể tích V và theo bề mặt F .

$\bar{\alpha}$ là hệ số tỏa nhiệt trung bình.



Hình 3-22. Sự phụ thuộc của $\ln \theta$ vào thời gian khi làm nguội vật.

Nếu sử dụng khái niệm nhiệt dung toàn phần của vật $C = c\rho V$ thì phương trình (3-78) chuyển thành :

$$\frac{1}{\bar{\theta}_V} \frac{\partial \bar{\theta}_V}{\partial \tau} = \frac{\bar{\theta}_F}{\bar{\theta}_V} \cdot \frac{\bar{\alpha} \cdot F}{C} \quad (3-79)$$

Nếu gọi $\frac{\bar{\theta}_F}{\bar{\theta}_V}$ là hệ số không đồng đều của trường nhiệt độ trong vật và kí hiệu bằng Ψ thì (3-79) trở thành :

$$m = \Psi \frac{\bar{\alpha} F}{C} \quad (3-80)$$

Như vậy nhịp độ làm nguội của vật đồng chất, đẳng hướng khi hệ số tỏa nhiệt α hữu hạn tỷ lệ thuận với hệ số tỏa nhiệt trên bề mặt vật và tỉ lệ nghịch với nhiệt dung toàn phần.

Để khảo sát giá trị của hệ số Ψ ta xét hai trường hợp giới hạn sau đây :

1) Khi $Bi \rightarrow 0$ (thực tế $Bi < 0,1$)

Trong trường hợp này, nhiệt trở tỏa nhiệt (nhiệt trở ngoài) có ảnh hưởng chủ yếu, sự phân bố nhiệt độ trong vật không phụ thuộc vào kích thước, tính chất vật lý của vật. Nhiệt độ trung bình theo bề mặt và theo thể tích là đồng nhất (xem hình 3-9b)

$$\Psi = \frac{\bar{\theta}_F}{\bar{\theta}_V} = 1$$

2) Khi $Bi \rightarrow \infty$ (thực tế $Bi > 100$)

Ngược với trường hợp trước, khi $Bi \rightarrow \infty$ nhiệt trở ảnh hưởng chủ yếu tới quá trình là nhiệt trở dẫn nhiệt (nhiệt trở trong), đồng thời quá trình làm nguội chỉ phụ thuộc vào kích thước và tính chất vật lý của vật. Trong trường hợp này cường độ tỏa nhiệt rất lớn, nhiệt độ trên bề mặt không thay đổi và bằng nhiệt độ của môi trường xung quanh (Hình 3-9c). Hệ số không đồng đều của trường nhiệt độ bằng :

$$\Psi = \frac{\bar{\theta}_F}{\bar{\theta}_V} = 0$$

Như vậy hệ số Ψ biến đổi trong phạm vi từ 0 đến 1.

Theo Condrachiep, khi $\alpha \rightarrow \infty$ nhịp độ làm nguội (m_∞) tỉ lệ thuận với hệ số dẫn nhiệt độ a :

$$a = K.m_\infty \quad (3-81)$$

Hệ số tỉ lệ K chỉ phụ thuộc vào hình dáng, kích thước của vật nên còn được gọi là hệ số hình dáng. Đối với tấm phẳng rộng vô hạn, vì $\mu \rightarrow \frac{\pi}{2}$ khi $Bi \rightarrow \infty$ nên :

$$m = \frac{\mu^2 a}{\delta^2} \quad \text{và} \quad m_\infty = \left(\frac{\pi}{2\delta} \right)^2 a \quad (3-82a)$$

Đối với vật hình cầu có bán kính R :

$$K = (R/\pi)^2 \quad (3-82b)$$

Đối với vật hình trụ có chiều dài l :

$$K = \frac{1}{(2,405/R)^2 + (\pi/l)^2} \quad (3-82c)$$

Lý thuyết chế độ nhiệt điều hòa có thể ứng dụng để giải các bài toán thực tế cũng như để xác định thời gian gia nhiệt và các tính chất nhiệt vật lý của vật liệu như hệ số dẫn nhiệt, hệ số dẫn nhiệt độ v.v...

Để minh họa cho ứng dụng của lý thuyết chế độ nhiệt điều hòa ta hãy tìm hiểu cách xác định hệ số dẫn nhiệt độ và hệ số dẫn nhiệt theo lý thuyết này.

a) *Xác định hệ số dẫn nhiệt độ α*

Vật cần đo được chế tạo dưới dạng hình cầu hoặc hình trụ cụt và được làm nguội (hoặc đốt nóng) trong calorimet trong điều kiện $\alpha \rightarrow \infty$ (tức là $Bi > 100$) bằng cách dùng cánh khuấy tạo ra xáo trộn mãnh liệt trong chất lỏng chứa trong calorimet. Đo biến thiên nhiệt độ thừa trong vật theo thời gian, sau đó biểu diễn kết quả đo trên đồ thị bán logarit để xác định nhịp độ làm nguội theo công thức (3-77). Hệ số dẫn nhiệt độ α sẽ được xác định thông qua hệ số tỉ lệ và nhịp độ làm nguội theo phương trình (3-81).

b) *Xác định hệ số dẫn nhiệt λ*

Nếu vật thí nghiệm có dạng hình cầu thì phương trình đặc trưng của quá trình làm nguội có dạng :

$$\operatorname{tgu} = -\frac{\mu}{Bi - 1} \quad (3-83)$$

với $\mu = r_0 \sqrt{m/a}$ và r_0 là bán kính của hình cầu.

Thế biểu thức xác định tiêu chuẩn Biot, $Bi = \frac{\alpha r_0}{\lambda}$ vào (3-83) và qua một vài phép biến đổi đơn giản ta thu được công thức xác định λ :

$$\lambda = \frac{\alpha r_0}{1 - r_0 \sqrt{\frac{m}{a}} \cotg\left(r_0 \sqrt{\frac{m}{a}}\right)} \quad (3-84)$$

Để xác định hệ số dẫn nhiệt λ theo (3-84), cần phải xác định nhịp độ làm nguội m và hệ số tỏa nhiệt trung bình trong quá trình làm nguội. Nhịp độ làm nguội được xác định tương tự như trường hợp trên nhưng trong điều kiện giá trị α là hữu hạn. Giá trị của hệ số này được xác định bằng thực nghiệm với một mẫu chuẩn (mẫu có hệ số dẫn nhiệt biết trước λ_c).

$$\alpha = \frac{\lambda_c \left[1 - r_0 \sqrt{\frac{m_c}{a_c}} \cotg\left(r_0 \sqrt{\frac{m_c}{a_c}}\right) \right]}{r_0} \quad (3-85)$$

trong đó : m_c , a_c là nhịp độ làm nguội và hệ số dẫn nhiệt độ của mẫu chuẩn.

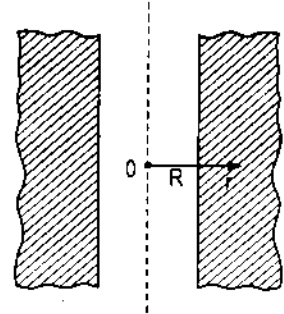
Cần chú ý rằng quá trình làm nguội mẫu chuẩn và vật thí nghiệm phải được tiến hành trong cùng một điều kiện.

3.9. DẪN NHIỆT KHÔNG ỔN ĐỊNH KHI CÓ NGUỒN NHIỆT BÊN TRONG

Ta xét trường hợp có ý nghĩa thực tiễn quan trọng nhất : nguồn trong dạng đường (nguồn đường) q_l [W/m] trong không gian vô hạn. Thí dụ điển hình cho trường hợp này là nguồn đường do một dây dẫn có dòng điện chạy qua sinh ra khi nó được đặt trong không gian có kích thước lớn hơn rất nhiều so với đường kính của dây.

Ở trường hợp này nhiệt được truyền theo không gian hình trụ, do đó ta sẽ chọn tọa độ trụ với nguồn trong nằm trên trục z để biểu diễn quá trình dẫn nhiệt. Nhiệt độ trong vật là một hàm của thời gian τ và bán kính r tính từ nguồn, $t = t(r, \tau)$.

Trước hết ta khảo sát quá trình dẫn nhiệt trong không gian vô hạn, có một lỗ rỗng hình trụ ở giữa (Hình 3-23), được mô tả bởi mô hình toán học ;



Hình 3-23

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = a \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \theta}{\partial r} \right) \quad (3-86a)$$

$$\theta(r, \tau=0) = t(r, \tau=0) - t_0 = 0 \quad (3-86b)$$

$$-\lambda \left. \frac{\partial \theta}{\partial r} \right|_{r=R} = q_F \quad (3-86c)$$

trong đó : q_F [W/m²] là mật độ dòng nhiệt trên bề mặt trụ (tại $r = R$) ;

$\theta = t - t_0$ là nhiệt độ thừa, tính đối với nhiệt độ ban đầu t_0 .

Dưới đây sẽ sử dụng phương pháp biến đổi Laplace để giải bài toán (3-86). Ưu điểm của phương pháp này là bằng phép biến đổi tích phân ta có thể chuyển phương trình vi phân đạo hàm riêng thành phương trình vi phân thường trong miền ảnh. Giải phương trình này theo các phương pháp quen thuộc và chuyển kết quả trở lại miền gốc ta sẽ thu được nghiệm của phương trình vi phân đạo hàm riêng tức là lời giải của bài toán đang khảo sát.

Giả sử $\theta = F(x, y, z, \tau)$ là hàm phân bố nhiệt độ cần tìm. Nhân θ với $e^{-p\tau}$ trong đó p là biến phức và tích phân tích số đó từ $\tau = 0$ đến $\tau = \infty$ ta nhận được một hàm mới :

$$u = f(x, y, z, p) = \mathcal{L}\{F(x, y, z, \tau)\} = \int_0^{\infty} F(x, y, z, \tau) e^{-p\tau} d\tau \quad (3-87)$$

Hàm này gọi là biến hàm Laplace của hàm nhiệt độ θ . Kí hiệu $\mathcal{L}\{F(x, y, z, \tau)\}$ chỉ phép biến đổi tích phân Laplace từ hàm gốc $\theta = F(x, y, z, \tau)$ sang hàm ảnh $u = f(x, y, z, p)$.

Vi :

$$\mathcal{L}\left\{\frac{\partial \theta}{\partial \tau}\right\} = p \mathcal{L}\{\theta\} - \theta(\tau=0) = pu - \theta_0 \quad (3-88)$$

và

$$\mathcal{L}\left\{\frac{\partial^n \theta}{\partial x^n}\right\} = \frac{\partial^n u}{\partial x^n} \quad (3-89)$$

(xem tính chất của phép biến đổi Laplace ở phần phụ lục - PL3) nên phương trình ảnh của (3-86) sẽ là :

$$pu = a \left(\frac{d^2u}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du}{dr} \right) \quad (3-90)$$

Phương trình vi phân thường (3-90) là phương trình quen thuộc và lời giải của nó có thể tìm thấy trong rất nhiều tài liệu tham khảo (xem phần phụ lục - PL5).

Ở đây cần lưu ý một điều là : trong trường hợp ta đang khảo sát $\theta_{r \rightarrow \infty} = 0$ trong khi các hàm $J_0(iqr)$ và $N_0(iqr)$, xuất hiện trong nghiệm của (3-90), (xem PL4) sẽ trở nên không xác định khi $r \rightarrow \infty$, do đó nghiệm tổng quát trong trường hợp này phải có dạng :

$$U = AiH_0^{(1)}(iqr) = Ai[J_0(iqr) + iN_0(iqr)] \quad (3-91)$$

trong đó : $q^2 = p/a$

$H_0^{(1)}(iqr)$ - hàm Hankel bậc không, cấp một, đối số ảo ;

$J_0(iqr)$, $N_0(iqr)$ - hàm Bessel và Neumannn bậc không.

Để xác định hằng số tích phân A ta sử dụng điều kiện biên (3-86c) sau khi đã chuyển sang miền ảnh :

$$-\lambda \frac{\partial \theta}{\partial r} \Big|_{r=R} = q_F \quad \text{v} \bullet \quad \frac{du}{dr} \Big|_{r=R} = -\frac{q_F}{\lambda p} \quad (3-92)$$

$$\frac{du}{dr} \Big|_{r=R} = Ai \frac{d[H_0^{(1)}(iqr)]}{d(iqr)} \Big|_{r=R} q_i = AqH_1^{(1)}(iqR) = -\frac{q_F}{\lambda p}$$

$$A = -\frac{q_F}{\lambda p q H_1^{(1)}(iqR)} \quad (3-93)$$

Nếu kí hiệu dòng nhiệt truyền qua bề mặt trụ có chiều dài bằng đơn vị là q_l^* :

$$q_l^* = 2\pi R q_F \quad \text{hay} \quad q_F = \frac{q_l^*}{2\pi R} \quad (3-94)$$

thì khi thế (3-94) vào (3-93) và sau đó vào (3-91) ta nhận được nghiệm riêng sau đây :

$$u = \frac{q_l^*}{2\pi \lambda R} \cdot \frac{H_0^{(1)}(iqr)}{pqH_1^{(1)}(iqR)} \quad (3-95)$$

Khi $R \rightarrow 0$ thì nguồn trở thành nguồn đường $q_l^* \rightarrow q_p$, do đó ta hãy xác định giới hạn của mẫu số ở biểu thức (3-95).

$$\lim_{R \rightarrow 0} R H_1^{(1)}(iqR) = \lim_{R \rightarrow 0} R [J_1(iqR) + iN_1(iqR)] \quad (3-96)$$

Vì : $\lim_{R \rightarrow 0} R J_1(iqR) = 0$

$$\text{và} \quad \lim_{R \rightarrow 0} RN_i(iqR) = -\frac{2}{i\pi q} \quad (3-97)$$

nên trong trường hợp nguồn đường bài toán có nghiệm sau đây :

$$u = i \frac{q_1}{4\lambda} \cdot \frac{H_0^{(1)}(iqr)}{p} = \frac{q_1}{2\pi\lambda} \frac{K_0(qr)}{p} \quad (3-98)$$

trong đó : $K_0(qr) = i \frac{\pi}{2} H_0^{(1)}(ipr)$ là hàm Mc Donald.

Biến đổi ngược nghiệm (3-98) từ miền ảnh sang miền gốc theo :

$$\mathcal{L}^{-1} \{f(p)\} = \frac{1}{2\pi i} \int_{-i\infty+\delta}^{+i\infty+\delta} f(p) e^{pr} dp = \theta \quad (3-99)$$

ta thu được biểu thức mô tả sự phân bố nhiệt độ trong vật thể vô hạn khi có nguồn trong dạng đường (biến đổi 3-87 và 3-99 của những hàm cơ bản có thể tìm thấy trong các tài liệu tham khảo về biến đổi Laplace và ứng dụng) :

$$\begin{aligned} \theta &= \frac{q_1}{4\pi\lambda} \left[-\text{Ei} \left(-\frac{r^2}{4a\tau} \right) \right] = \\ &= \frac{q_1}{4\pi\lambda} \left[\ln \frac{4a\tau}{\gamma r^2} + \frac{1}{1.1!} \left(\frac{r^2}{4a\tau} \right) - \frac{1}{2.2!} \left(\frac{r^2}{4a\tau} \right)^2 + \dots \right] \end{aligned} \quad (3-100)$$

với $\gamma = 1,781072$.

Khi $r^2/4a\tau$ bé, có thể bỏ qua các số hạng sau của chuỗi mà không mắc phải sai số đáng kể, khi đó :

$$\theta = \frac{q_1}{4\pi\lambda} \ln \frac{4a\tau}{\gamma r^2}$$

Biến thiên nhiệt độ tại một điểm trong khoảng thời gian từ τ_1 đến τ_2 được tính theo :

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{q_1}{4\pi\lambda} \ln \frac{\tau_2}{\tau_1}$$

Từ đây suy ra :

$$\lambda = \frac{q_1}{4\pi\Delta t} \ln \frac{\tau_2}{\tau_1} \quad (3-101)$$

Biểu thức (3-101) chính là cơ sở để xác định hệ số dẫn nhiệt λ theo phương pháp "que thăm". Phương pháp này cho phép xác định rất nhanh (khoảng từ 30 giây tới vài phút) khả năng dẫn nhiệt của rất nhiều loại vật liệu khác nhau, từ các loại vật liệu cách nhiệt có λ rất bé như bông thủy tinh, polyurethane đến các loại vật liệu ẩm dạng hạt, dạng sợi với độ chính xác cao. Đây là những loại vật liệu mà hệ số dẫn nhiệt của nó không thể đo được đủ chính xác bằng các phương pháp ổn định hoặc các phương pháp "đo chậm" khác.

3.10. BÀI TOÁN DẪN NHIỆT PHI TUYẾN

Quá trình dẫn nhiệt được gọi là phi tuyến khi tính chất nhiệt vật lý (λ , c , ρ) hoặc điều kiện biên phụ thuộc vào nhiệt độ (xem 1.4). Phần lớn các quá trình dẫn nhiệt trong thực tế đều thuộc loại này. Nhưng do lời giải các bài toán phi tuyến thường phức tạp hơn nhiều so với các bài toán tuyến tính nên tùy theo yêu cầu về độ chính xác và sự tương thích giữa chất lượng lời giải và tiêu tốn thời gian mà người ta quyết định phương pháp khảo sát cho từng quá trình cụ thể. Khi yêu cầu về độ chính xác không quá ngặt nghèo và khi sự phụ thuộc vào nhiệt độ của điều kiện đơn trị không lớn, thì thông thường người ta xem các quá trình như là tuyến tính mặc dù các phương pháp giải các bài toán phi tuyến cũng đã được nghiên cứu chi tiết và đa dạng không kém các phương pháp tuyến tính.

Dưới đây sẽ khảo sát một quá trình dẫn nhiệt phi tuyến bằng phương pháp tích phân - phương pháp phổ biến nhất trong bốn phương pháp thuộc nhóm phương pháp số dư. Nội dung cơ bản của phương pháp này là chuyển mô hình toán học của quá trình dẫn nhiệt phi tuyến, bao gồm phương trình vi phân đạo hàm riêng và các điều kiện biên thành mô hình với phương trình vi phân thường và điều kiện ban đầu.

Ý tưởng cơ bản của phương pháp tích phân là tìm lời giải thỏa mãn phương trình cân bằng nhiệt trung bình, được gọi là tích phân cân bằng nhiệt.

Tương tự như chiều dày lớp biên trong thủy lực, người ta đưa ra đại lượng $z(\tau)$, gọi là chiều dày thẩm nhiệt. Ngoài giới hạn $z(\tau)$, tức là khi $x > z(\tau)$, nhiệt độ đồng nhất bằng nhiệt độ ban đầu, tức là không có quá trình dẫn nhiệt ngoài phạm vi chiều dày thẩm nhiệt. Bằng cách nhân phương trình vi phân dẫn nhiệt với dx và tích phân từ $x = 0$ đến $x = z$ ta nhận được "cái gọi là" tích phân cân bằng nhiệt. Nếu biết profil nhiệt độ dưới dạng một hàm của $z(\tau)$ và x thì khi thế nó vào tích phân cân bằng nhiệt ta sẽ thu được phương trình vi phân thường theo $z(\tau)$ với điều kiện ban đầu đã biết $z(0) = 0$. Giải phương trình này để tìm $z(\tau)$ rồi từ đó xác định $t(x, \tau)$.

Để minh họa, dưới đây sẽ khảo sát bài toán phi tuyến loại 1 : dẫn nhiệt khi tính chất nhiệt vật lý thay đổi theo nhiệt độ. Quá trình được mô tả bằng mô hình toán học sau đây :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) - C' \frac{\partial \theta}{\partial \tau} = 0 \quad (3-102)$$

$$\theta(x, 0) = t(x, 0) - t_0 = 0 \quad (3-103)$$

$$\theta(\infty, \tau) = 0 ; \left. \frac{\partial \theta}{\partial x} \right|_{x=\infty} = 0 \quad (3-104)$$

$$\theta(0, \tau) = t(0, \tau) - t_0 = \theta_0 \quad (3-105)$$

trong đó : t_0 là nhiệt độ ban đầu ;

$C' = c\rho$ là nhiệt dung riêng thể tích.

Bây giờ ta sử dụng profil nhiệt độ thừa θ dạng một parabol bậc 3. Đối với trạng thái ổn định thì việc lựa chọn một phân bố dưới dạng một polinôm bậc 3 sẽ không đưa lại kết quả phù hợp. Nhưng trong các quá trình dẫn nhiệt không ổn định thì giả

thiết như vậy là hoàn toàn thích hợp, như đã được nhiều kết quả nghiên cứu khẳng định. Profil bậc ba cho điều kiện biên loại 1 có dạng :

$$\theta = \theta_o \left(1 - \frac{x}{z}\right)^3 \quad (3-106)$$

Tích phân phương trình (3-102) từ 0 đến z kết hợp với (3-106) ta nhận được tích phân cân bằng nhiệt :

$$\int_0^z \frac{\partial}{\partial x} \left[a(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial x} \right] dx - \int_0^z \frac{\partial \theta}{\partial \tau} \cdot dx = 0 \quad (3-107)$$

Qua một vài phép biến đổi đơn giản tích phân cân bằng nhiệt chuyển thành :

$$\frac{d}{d\tau} \left(\frac{\theta_o z}{4} \right) = \frac{3a_o \theta_o}{z} \quad (3-108)$$

Trong phương trình chỉ còn lại giá trị trên biên của tính chất nhiệt vật lí (a_o). Đây là đại lượng đã biết trước.

Lời giải của phương trình (3-108) với điều kiện ban đầu $z(0) = 0$ có dạng :

$$z = \frac{2\sqrt{6}}{\theta_o} \left[\int_0^\tau a_o \theta_o^2 d\tau \right]^{\frac{1}{2}} \quad (3-109)$$

Kết hợp các quan hệ (3-106) và (3-109) ta dễ dàng tìm được phân bố nhiệt độ trong vật đang khảo sát.

Nếu nhiệt độ bề mặt θ_o không thay đổi theo thời gian thì a_o cũng là hằng số. Khi đó phương trình (3-109) đơn giản thành :

$$z = \sqrt{24a_o \tau} \quad (3-110)$$

Thế (3-110) vào (3-106) ta thu được :

$$\theta = \theta_o \left(1 - \frac{x}{\sqrt{24a_o \tau}}\right)^3 \quad (3-111)$$

Khi $C' = \text{const}$ và $\lambda = \lambda_o \left(1 + \alpha \frac{t}{t_o}\right)$ thì :

$$a_o = \lambda_o \frac{1 + \alpha}{C'} \quad (3-112)$$

nên phân bố nhiệt độ thừa không thứ nguyên trong tấm được biểu diễn bằng :

$$\theta^* = \frac{\theta}{\theta_o} = \left[1 - \frac{x}{\sqrt{24\lambda_o \frac{1+\alpha}{C'} \tau}} \right]^3 \quad (3-113)$$

(3-113) là nghiệm của bài toán dẫn nhiệt không ổn định trong tấm phẳng một nửa vô hạn với điều kiện biên loại 1 không thay đổi theo thời gian khi hệ số dẫn nhiệt phụ thuộc tuyến tính vào nhiệt độ.

Để khảo sát ảnh hưởng của "tính phi tuyến" tới phân bố nhiệt độ, ta biến đổi nghiệm (3-113) thành dạng :

$$\theta^* = 1 - \frac{y}{\sqrt{6(1+\alpha)}} \quad (3-114)$$

trong đó, tổ hợp không thứ nguyên y được xác định theo :

$$y = \frac{x}{2} \sqrt{\frac{C'}{\lambda_0 \tau}} \quad (3-115)$$

Ảnh hưởng của α (đặc trưng cho sự phụ thuộc vào nhiệt độ của hệ số dẫn nhiệt) đối với θ^* ở các giá trị y khác nhau được trình bày trong bảng dưới đây.

Bảng 3-1 : $\theta^* = f(\alpha, y)$

$\alpha \backslash y$	-0,5	0	0,5
0,4	0,4549	0,5857	0,6510
0,8	0,1558	0,3054	0,3944

Khi $y = 0,8$, $\theta_0 = 300$ K thì chênh lệch nhiệt độ giữa trường hợp $\alpha = 0$ và $\alpha = 0,5$ là 26,7 K.

Chương 4

MỘT SỐ VẤN ĐỀ CƠ BẢN VỀ TRAO ĐỔI NHIỆT ĐỐI LƯU

4.1. TRAO ĐỔI NHIỆT ĐỐI LƯU VÀ NHỮNG NHÂN TỐ ẢNH HƯỞNG ĐẾN TRAO ĐỔI NHIỆT ĐỐI LƯU

4.1.1 Trao đổi nhiệt đối lưu

Trao đổi nhiệt đối lưu là quá trình trao đổi nhiệt được thực hiện nhờ sự chuyển động của chất lỏng hay chất khí giữa các vùng có nhiệt độ khác nhau. Vì trong khối chất lỏng hoặc chất khí không thể tránh khỏi những phần tử có nhiệt độ khác nhau tiếp xúc trực tiếp với nhau, nghĩa là có sự dẫn nhiệt trong chất lỏng hoặc chất khí, do đó trao đổi nhiệt đối lưu luôn luôn kèm theo hiện tượng dẫn nhiệt. Tuy nhiên, quá trình truyền nhiệt ở đây chủ yếu thực hiện bằng đối lưu, vì thế ta gọi là trao đổi nhiệt đối lưu. Trong thực tế ta thường gặp quá trình trao đổi nhiệt giữa bề mặt vật rắn với chất lỏng hay chất khí chuyển động. Quá trình này gọi là tỏa nhiệt đối lưu hay đơn giản gọi là tỏa nhiệt.

4.1.2. Những nhân tố ảnh hưởng đến trao đổi nhiệt đối lưu

Như ta đã biết, quá trình trao đổi nhiệt đối lưu luôn luôn gắn liền với chuyển động của chất lỏng hay chất khí. Quá trình này phụ thuộc vào nhiều nhân tố, tất cả những nhân tố ảnh hưởng đến chuyển động của chất lỏng hoặc chất khí đều ảnh hưởng đến quá trình trao đổi nhiệt đối lưu.

1) Nguyên nhân gây ra chuyển động

Chuyển động của chất lỏng hoặc chất khí có thể do nhiều nguyên nhân khác nhau. Dựa vào nguyên nhân gây ra chuyển động người ta phân thành chuyển động tự nhiên (chuyển động tự do) và chuyển động cưỡng bức.

- Chuyển động tự nhiên là chuyển động gây ra bởi độ chênh mật độ của chất lỏng hay chất khí giữa các vùng có nhiệt độ khác nhau. Trong trường trọng trường, trị số lực nâng làm chất lỏng, chất khí chuyển động được xác định bằng công thức :

$$P = g(\rho_1 - \rho_2) \quad (4-1)$$

trong đó : g - gia tốc trọng trường m/s^2

ρ_2, ρ_1 - mật độ ứng với nhiệt độ t_2 và t_1 .

Nếu hệ số giãn nở thể tích β ($\beta = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 \theta}$, $\theta = t_2 - t_1$) không phụ thuộc vào nhiệt độ, thì (4-1) có thể viết :

$$P = g\beta\rho_2\theta \quad (4-2)$$

Lực nâng sẽ quyết định chuyển động tự nhiên của chất lỏng hay chất khí, vì vậy chuyển động tự nhiên phụ thuộc vào bản chất chất lỏng hay chất khí, phụ thuộc vào độ chênh nhiệt độ. Độ chênh nhiệt độ càng lớn, cường độ chuyển động tự nhiên càng lớn.

- Chuyển động cưỡng bức là chuyển động gây ra bởi ngoại lực, như dùng quạt để đẩy chất khí chuyển động hay dùng bơm để đẩy chất lỏng chuyển động. Trong chuyển động cưỡng bức bao giờ cũng kèm theo chuyển động tự nhiên. Vì trong nội bộ chất lỏng, chất khí luôn luôn có những phần có nhiệt độ khác nhau do đó sẽ xuất hiện chuyển động tự nhiên. Ảnh hưởng của chuyển động tự nhiên đến chuyển động cưỡng bức nhỏ nếu cường độ chuyển động cưỡng bức lớn và ngược lại.

Trao đổi nhiệt đối lưu tương ứng với chuyển động cưỡng bức gọi là trao đổi nhiệt đối lưu cưỡng bức.

2) Chế độ chuyển động

Chuyển động của chất lỏng hay chất khí có thể ở chế độ chảy tầng hay chế độ chảy rối.

Chuyển động tầng là chuyển động mà các phần tử chất lỏng có quỹ đạo song song với nhau và chuyển động cùng với hướng của dòng.

Chuyển động rối là chuyển động mà quỹ đạo của các phần tử chất lỏng không theo quy luật nào. Tuy nhiên, khi chất lỏng hay chất khí chuyển động rối, do ma sát giữa chất lỏng với thành ống, bao giờ ở sát thành ống cũng có một lớp mỏng chảy tầng, người ta gọi là lớp đệm tầng. Chiều dày của lớp đệm tầng này phụ thuộc vào tốc độ chuyển động và độ nhớt của chất lỏng. Nếu tốc độ chuyển động lớn, độ nhớt bé thì chiều dày lớp này sẽ bé.

Chế độ chảy được đặc trưng bởi tiêu chuẩn Reynolds, $Re = \frac{\omega \cdot d}{\gamma}$

trong đó : ω - tốc độ chuyển động m/s ;

d - kích thước xác định, m ;

γ - độ nhớt động học, m^2/s .

Trị số Re tương ứng với chế độ chuyển từ chảy tầng sang chảy rối gọi là Re tới hạn.

3) Tính chất vật lý của chất lỏng hay chất khí

Quá trình trao đổi nhiệt đối lưu phụ thuộc rất nhiều vào tính chất vật lý của chất lỏng hay chất khí. Các chất lỏng, chất khí khác nhau, tính chất vật lý của nó khác nhau do đó quá trình trao đổi nhiệt cũng sẽ khác nhau. Những tính chất vật lý ảnh hưởng nhiều đến trao đổi nhiệt đối lưu đó là khối lượng riêng (mật độ) ρ , nhiệt dung riêng c_p , hệ số dẫn nhiệt λ , hệ số dẫn nhiệt độ α , độ nhớt động học γ hay độ nhớt động lực μ , hệ số giãn nở thể tích β ...

4) Hình dáng, kích thước, vị trí bề mặt trao đổi nhiệt

Bề mặt trao đổi nhiệt có thể có hình dạng khác nhau. Tất cả những cái đó ảnh hưởng đến chế độ thủy động do đó ảnh hưởng đến quá trình trao đổi nhiệt. Ví dụ trao đổi nhiệt giữa tấm phẳng đặt đứng với chất lỏng, chất khí chuyển động sẽ khác trao đổi nhiệt của một ống hay một dây đặt đứng. Trao đổi nhiệt của tấm phẳng đặt đứng sẽ khác trao đổi nhiệt của tấm phẳng đặt nằm ngang v.v...

4.2. HỆ PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN MIÊU TẢ QUÁ TRÌNH TRAO ĐỔI NHIỆT ĐỐI LƯU

Trao đổi nhiệt đối lưu là một quá trình phức tạp. Quá trình này được xác định bởi hiện tượng nhiệt và hiện tượng thủy lực, vì vậy nó được miêu tả bằng hệ phương trình vi phân bao gồm phương trình năng lượng, phương trình chuyển động và phương trình liên tục ...

1) Phương trình năng lượng

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} + \omega_x \frac{\partial t}{\partial x} + \omega_y \frac{\partial t}{\partial y} + \omega_z \frac{\partial t}{\partial z} = a \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right) + \frac{q_v}{\rho c_p} \quad (4-3)$$

Phương trình này còn có thể viết dưới dạng :

$$\frac{Dt}{d\tau} = a \nabla^2 t + \frac{q_v}{\rho c_p} \quad (4.3')$$

2) Phương trình chuyển động

Phương trình chuyển động theo trục x :

$$\rho \frac{D\omega_x}{d\tau} = \rho g_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 \omega_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \omega_x}{\partial z^2} \right) \quad (4-4)$$

Phương trình chuyển động theo trục y :

$$\rho \frac{D\omega_y}{d\tau} = \rho g_y - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 \omega_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \omega_y}{\partial z^2} \right) \quad (4-4')$$

.....

Các phương trình này có thể viết chung dưới dạng :

$$\rho \frac{D\omega}{d\tau} = \rho g - \nabla p + \mu \nabla^2 \omega \quad (4-4'')$$

3) Phương trình liên tục

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \frac{\partial(\rho \omega_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho \omega_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho \omega_z)}{\partial z} = 0 \quad (4-5)$$

Đối với chất lỏng không chịu nén, $\rho = \text{const}$, phương trình liên tục sẽ có dạng :

$$\frac{\partial \omega_x}{\partial x} + \frac{\partial \omega_y}{\partial y} + \frac{\partial \omega_z}{\partial z} = 0 \quad (4-6)$$

Phương trình liên tục còn có thể viết dưới dạng :

$$\text{div } \omega = 0 \quad (4-6')$$

4) Điều kiện đơn trị

Khí giải hệ phương trình trên cần kết hợp với các điều kiện đơn trị. Các điều kiện đơn trị bao gồm :

Điều kiện hình học - Đặc trưng cho hình dạng, kích thước bề mặt trao đổi nhiệt đối lưu.

Điều kiện vật lý - Đặc trưng tính chất vật lý của môi trường xảy ra quá trình trao đổi nhiệt đối lưu.

Điều kiện thời gian - Đặc trưng cho đặc tính của quá trình xảy ra theo thời gian.

Điều kiện biên - Đặc trưng cho đặc tính của quá trình xảy ra trên bề mặt vật thể.

Đối với quá trình trao đổi nhiệt đối lưu, điều kiện biên được miêu tả bằng phương trình sau :

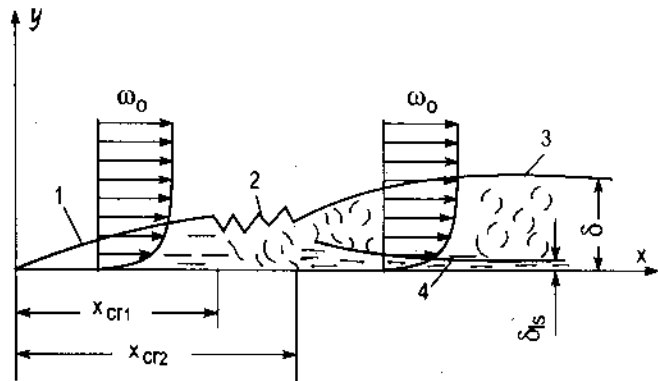
$$\alpha = -\frac{\lambda}{t_w - t_f} \left(\frac{\partial t}{\partial n} \right)_{n=0} \quad (4-7)$$

4.3. LỚP BIÊN THỦY LỰC VÀ LỚP BIÊN NHIỆT

4.3.1. Lớp biên thủy lực

Xét dòng chất lỏng chuyển động dọc theo bề mặt một tấm phẳng đặt nằm ngang. Chất lỏng chuyển động với tốc độ không đổi ω_0 , do ma sát giữa chất lỏng và bề mặt vách tồn tại một lớp mỏng chất lỏng trong đó có sự thay đổi tốc độ từ giá trị $\omega = 0$ ở sát vách tới $\omega = \omega_0$ ở xa bề mặt vách. Có nghĩa là tồn tại một lớp chất lỏng trong đó có sự thay đổi tốc độ theo hướng vuông góc với bề mặt vách, hay nói cách khác có một lớp mỏng chất lỏng trong đó gradient tốc độ thay đổi.

Lớp chất lỏng đó gọi là lớp biên thủy lực. Vậy lớp biên thủy lực là lớp chất lỏng trong đó có sự thay đổi tốc độ theo phương vuông góc với bề mặt vách.



Hình 4-1

Chiều dày lớp biên thủy lực (được ký hiệu là δ) tăng dần theo chiều chuyển động. Nếu chất lỏng chuyển động trong ống tròn thì đến một khoảng cách nào đó (thông thường $x = \frac{l}{d} > 50$) thì chiều dày lớp biên thủy lực sẽ bằng bán kính ống.

Trong lớp biên thủy lực, chế độ chảy có thể là chảy tầng hay chảy rối (Hình 4-1).

Đối với chất lỏng không chịu nén $\rho = \text{const}$, chuyển động ổn định một chiều, lớp biên thủy lực được biểu diễn bằng các phương trình sau :

Phương trình chuyển động :

$$\rho \left(\omega_x \frac{\partial \omega_x}{\partial x} + \omega_y \frac{\partial \omega_x}{\partial y} \right) = \rho g_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 \omega_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega_x}{\partial y^2} \right) \quad (4-8)$$

Phương trình liên tục :

$$\frac{\partial \omega_x}{\partial x} + \frac{\partial \omega_y}{\partial y} = 0 \quad (4-9)$$

4.3.2. Lớp biên nhiệt

Tương tự lớp biên thủy lực, ta có khái niệm lớp biên nhiệt. Nếu dòng chất lỏng có nhiệt độ t_f trao đổi nhiệt với bề mặt vách có nhiệt độ t_w , sẽ tồn tại một lớp chất lỏng trong đó có sự thay đổi gradient nhiệt độ.

Lớp biên nhiệt là lớp chất lỏng trong đó nhiệt độ thay đổi từ $t = t_w$ ở sát vách đến $t = t_f$ ở xa vách.

Chiều dày của lớp biên nhiệt này kí hiệu là δ_T . Điều kiện biên của lớp biên nhiệt có thể viết :

$$\begin{aligned} \delta_T(t = t_w) &= 0 \\ \left(\frac{\partial t}{\partial y}\right)_{y=\delta_T} &= 0 \end{aligned}$$

Chiều dày của lớp biên thủy lực và lớp biên nhiệt nói chung là khác nhau. Quan hệ giữa chúng có thể xác định theo công thức :

$$\frac{\delta_T}{\delta} = \frac{1}{\sqrt[3]{Pr}} \text{ hay } \frac{\delta}{\delta_T} = \sqrt[3]{Pr} \quad (4-10)$$

trong đó : Pr là tiêu chuẩn Prandtl.

Rõ ràng chỉ trong trường hợp $Pr = 1$ thì chiều dày của lớp biên thủy lực và lớp biên nhiệt mới bằng nhau.

Phương trình năng lượng của lớp biên nhiệt đối với chất lỏng không chịu nén, chuyển động ổn định hai chiều có dạng :

$$\omega_x \frac{\partial t}{\partial x} + \omega_y \frac{\partial t}{\partial y} = a \left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} \right) \quad (4-11)$$

4.4. CÔNG THỨC NEWTON VÀ PHƯƠNG PHÁP XÁC ĐỊNH HỆ SỐ TỎA NHIỆT α

4.4.1. Công thức Newton

Cơ cấu và cường độ trao đổi nhiệt giữa bề mặt vật rắn và chất lỏng hay chất khí phụ thuộc nhiều vào đặc tính chuyển động trong lớp biên. Nếu chuyển động trong lớp biên là chảy tầng thì nhiệt truyền theo hướng vuông góc với bề mặt được thực hiện bằng dẫn nhiệt qua lớp biên. Nếu chuyển động trong lớp biên là chảy rối thì nhiệt truyền chủ yếu bằng chuyển động rối của chất lỏng hay chất khí - trong trường hợp này, cường độ trao đổi nhiệt cao hơn nhiều so với trường hợp dẫn nhiệt qua lớp biên.

Nếu chuyển động trong lớp biên là chảy tầng, thì lượng nhiệt trao đổi giữa bề mặt vách và chất lỏng được xác định bằng công thức Fourier về dẫn nhiệt :

$$q = -\lambda \left(\frac{\partial t}{\partial n} \right) \quad (4-12)$$

hay :

$$dQ = q.dF = -\lambda.dF \left(\frac{\partial t}{\partial n} \right)$$

Để sử dụng công thức này tính lượng nhiệt cần phải biết gradien nhiệt độ ($\partial t/\partial n$). Muốn biết gradien nhiệt độ lại cần biết quy luật phân bố nhiệt độ trong lớp biên. Quy luật này thường khó xác định, vì vậy công thức này trong thực tế ít được sử dụng.

Để tính lượng nhiệt trao đổi giữa bề mặt vách và chất lỏng hay chất khí người ta thường dùng công thức Newton. Công thức Newton có dạng :

$$q = \alpha(t_w - t_f) \quad , W/m^2 \quad (4-13)$$

$$\text{hay :} \quad Q = qF = \alpha F(t_w - t_f) \quad , W \quad (4-13')$$

trong đó :
 q và Q - mật độ dòng nhiệt và dòng nhiệt ;
 F - diện tích bề mặt trao đổi nhiệt ;
 t_w - nhiệt độ của bề mặt vách ;
 t_f - nhiệt độ của chất lỏng ở xa bề mặt vách ;
 α - hệ số tỏa nhiệt, W/m^2K .

Hệ số tỏa nhiệt α đặc trưng cho cường độ trao đổi nhiệt đối lưu.

Từ (4-13') ta có :

$$\alpha = \frac{Q}{F(t_w - t_f)} \quad , W/m^2K$$

Như vậy, α chính là lượng nhiệt truyền qua một đơn vị diện tích bề mặt trong một đơn vị thời gian khi độ chênh nhiệt độ giữa bề mặt vách và chất lỏng là 1 độ.

Công thức Newton về hình thức thì rất đơn giản vì tất cả sự phức tạp của quá trình đã được đưa vào hệ số tỏa nhiệt α , tức là hệ số tỏa nhiệt thực tế phụ thuộc vào nhiều nhân tố. Một cách tổng quát ta có thể viết :

$$\alpha = f(\lambda, c, \rho, \nu, a, \beta, \omega, t_w, t_f, \text{ kích thước})$$

Vì trong thực tế người ta dễ dàng xác định được F ; t_w , t_f nên nội dung cơ bản của việc tính toán quá trình trao đổi nhiệt đối lưu là xác định hệ số tỏa nhiệt α .

4.4.2. Các phương pháp xác định α

Có hai phương pháp xác định hệ số tỏa nhiệt α : phương pháp giải tích hay còn gọi là phương pháp vật lý toán và phương pháp thực nghiệm.

1) Phương pháp giải tích

Để xác định hệ số tỏa nhiệt α bằng phương pháp giải tích ta cần mô tả quá trình bằng hệ phương trình vi phân và giải hệ phương trình vi phân đó với các điều kiện đơn trị cụ thể. Các điều kiện đơn trị bao gồm điều kiện ban đầu, điều kiện hình học điều kiện vật lý và điều kiện biên. Điều kiện biên ở đây thường là điều kiện biên loại ba.

Chúng ta lấy một ví dụ đơn giản để minh họa cho phương pháp này.

Xét quá trình trao đổi nhiệt đối lưu tự nhiên của bề mặt vách phẳng đặt đứng với không khí.

Giả sử vách có chiều cao là h , nhiệt độ của bề mặt vách là t_w , nhiệt độ của không khí xa bề mặt vách là t_o ($t_w > t_o$). Khi không khí tiếp xúc với vách, lớp

không khí ở sát vách bị đốt nóng nên có mật độ nhỏ hơn mật độ của lớp không khí ở xa vách.

Như đã nói ở trên, chính độ chênh mật độ này tạo nên lực nâng làm không khí chuyển động.

Sự chuyển động của lớp không khí ở sát bề mặt vách được trình bày trên hình 4-2. Ta xác định hệ số tỏa nhiệt trong trường hợp này.

Để đơn giản cho việc giải bài toán, cần phải chấp nhận một số giả thiết sau :

- Nhiệt độ bề mặt vách t_w không đổi theo chiều cao của vách.

- Không khí chuyển động tầng và ổn định.

- Bỏ qua lực quán tính hay nói cách khác lực quán tính nhỏ so với lực trọng trường và lực ma sát.

- Gradient áp suất bằng không.

- Các thông số vật lý không đổi trừ mật độ ρ . Mật độ phụ thuộc vào nhiệt độ theo quan hệ :

$$\rho = \rho_0(1 - \beta\theta)$$

trong đó : $\theta = t - t_0$;

ρ_0 , t_0 là mật độ và nhiệt độ của không khí ở xa bề mặt vách.

Ta giả thiết rằng nhiệt độ của lớp không khí chuyển động thay đổi theo quy luật :

$$\theta = \theta_w \left(1 - \frac{y}{\delta}\right)^2 \quad (4-14)$$

trong đó : $\theta_w = t_w - t_0 = \text{const}$;

δ là chiều dày của lớp không khí chảy tầng, δ thay đổi dọc theo chiều cao của vách.

Phương trình (4-14) thỏa mãn điều kiện biên sau :

$$y = 0 \rightarrow \theta = \theta_w$$

$$y = \delta \rightarrow \theta = 0$$

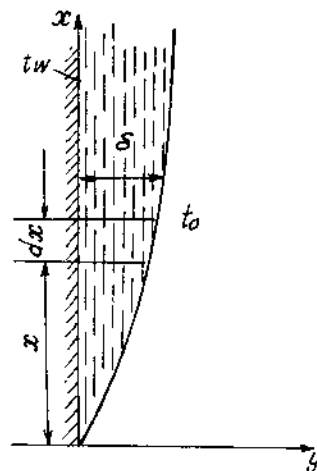
Hệ số tỏa nhiệt được xác định theo phương trình :

$$\alpha = -\frac{\lambda}{\theta_w} \left(\frac{d\theta}{dy}\right)_{y=0} \quad (4-15)$$

Từ phương trình (4-14), ta có :

$$\frac{d\theta}{dy} = -\frac{2\theta_w}{\delta} + \frac{2\theta_w}{\delta^2} y = -\frac{2\theta_w}{\delta} \left(1 - \frac{y}{\delta}\right)$$

$$\left(\frac{d\theta}{dy}\right)_{y=0} = -\frac{2\theta_w}{\delta}$$



Hình 4-2

Thay $\left(\frac{d\theta}{dy}\right)_{y=0}$ vào phương trình (4-15) ta nhận được :

$$\alpha = \frac{2\lambda}{\delta} \quad (4-16)$$

Chiều dày δ của lớp không khí chuyển động có thể tìm được bằng cách giải phương trình chuyển động với các giả thiết đã nêu. Phương trình chuyển động trong trường hợp này có dạng đơn giản sau :

$$\mu \frac{d^2\omega_x}{dy^2} = -g(\rho_o - \rho) \quad (4-17)$$

Từ sự phụ thuộc của mật độ vào nhiệt độ với $\beta = \text{const}$, ta có :

$$\rho_o - \rho = \rho_o \beta \theta$$

Khi đó phương trình chuyển động có thể viết dưới dạng :

$$\frac{d^2\omega_x}{dy^2} = -\frac{\rho_o g \beta \theta_w}{\mu} \left(1 - \frac{y}{\delta}\right)^2$$

hay :

$$\frac{d^2\omega_x}{dy^2} = -A \left(1 - 2\frac{y}{\delta} + \frac{y^2}{\delta^2}\right)$$

trong đó :

$$A = \frac{\rho_o g \beta \theta_w}{\mu}$$

Tích phân hai vế của phương trình chuyển động ta được :

$$\frac{d\omega_x}{dy} = -A \left(y - \frac{1}{\delta} y^2 + \frac{1}{3\delta^2} y^3\right) + C_1$$

và

$$\omega_x = -A \left(\frac{y^2}{2} - \frac{1}{3\delta} y^3 + \frac{1}{12\delta^2} y^4\right) + C_1 y + C_2$$

Từ điều kiện :

$$\begin{aligned} y = 0 &\rightarrow \omega_x = 0 \\ y = \delta &\rightarrow \omega_x = 0 \end{aligned}$$

ta tìm được : $C_2 = 0$ và $C_1 = A \frac{\delta}{4}$

Phân bố tốc độ trong lớp biên có dạng :

$$\omega_x = A \left(\frac{\delta}{4} y - \frac{1}{2} y^2 + \frac{1}{3\delta} y^3 - \frac{1}{12\delta^2} y^4\right)$$

Nhờ phương trình này ta xác định được giá trị trung bình của tốc độ :

$$\bar{\omega}_x = \frac{1}{\delta} \int_0^{\delta} \omega_x dy = \frac{\rho_o g \beta \theta_w \delta^2}{40\mu} \quad (4-18)$$

Nhiệt độ trung bình trong lớp biên :

$$\bar{\theta} = \frac{1}{\delta} \int_0^{\delta} \theta dy = \frac{1}{\delta} \int_0^{\delta} \theta_w \left(1 - \frac{y}{\delta}\right)^2 dy = \frac{\theta_w}{3} \quad (4-19)$$

Lưu lượng không khí qua tiết diện có chiều dày δ và chiều rộng bằng 1 được xác định theo :

$$G = \rho_o \bar{w}_x \delta \cdot 1$$

$$dG = d(\rho_o \bar{w}_x \delta) \quad (4-20)$$

Thế (4-18) vào (4-20) ta nhận được :

$$dG = d\left(\frac{\rho_o^2 g \beta \theta_w \delta^3}{40\mu}\right) = \frac{3\rho_o^2 g \beta \theta_w}{40\mu} \delta^2 d\delta$$

Lượng nhiệt cần thiết để đốt nóng lượng không khí này để nhiệt độ của nó tăng lên $\bar{\theta}$ bằng :

$$dQ = c_p \bar{\theta} dG = \alpha \theta_w dx \cdot 1 = \frac{2\lambda}{\delta} \theta_w dx \cdot 1$$

Từ đây, ta có :

$$dG = \frac{2\lambda}{c_p \delta} \frac{\theta_w}{\bar{\theta}} dx = \frac{6\lambda}{c_p \delta} dx$$

và

$$\frac{3\rho_o^2 g \beta \theta_w}{40\mu} \delta^2 d\delta = \frac{6\lambda}{c_p \delta} dx$$

Tích phân phương trình này ta nhận được :

$$\frac{3\rho_o^2 g \beta \theta_w}{160\mu} \delta^4 = \frac{6\lambda}{c_p} x + C$$

Hằng số tích phân C tìm được từ điều kiện :

$$x = 0 ; \delta = 0 \rightarrow C = 0$$

Chiều dày lớp biên bằng :

$$\delta = 4,23 \sqrt[4]{\frac{\mu \lambda x}{c_p \beta \rho_o^2 g \theta_w}} \quad (4-21)$$

Thay (4-21) vào (4-16) chúng ta có công thức xác định hệ số tỏa nhiệt α :

$$\alpha = 0,473 \sqrt[4]{\frac{c_p \beta \rho_o^2 g \lambda^3 \theta_w}{\mu x}} \quad (4-22)$$

Việc xác định hệ số tỏa nhiệt α bằng giải tích cho đến nay còn bị hạn chế không phải là do việc thiết lập và giải phương trình hoặc hệ phương trình vi phân mà là do để có được nghiệm đúng thì các điều kiện đơn trị đưa vào phải đúng. Việc đưa đầy đủ các điều kiện đơn trị vào giải bài toán là vấn đề khó, đặc biệt đối với các trường hợp phức tạp. Vì vậy phương pháp này mới chỉ thực hiện được trong một vài trường hợp đơn giản.

2) Phương pháp thực nghiệm

Do phương pháp giải tích còn bị hạn chế nên phương pháp xác định hệ số tỏa nhiệt α bằng thực nghiệm hiện nay được sử dụng rộng rãi trong thực tế.

Để xác định α bằng thực nghiệm ta cần xây dựng thí nghiệm và đo một số đại lượng cần thiết để từ đó xác định được α . Nhưng bằng phương pháp thực nghiệm thì trị số α lại chỉ đúng cho trường hợp ta làm thí nghiệm mà thôi, như vậy số thí nghiệm phải thực hiện sẽ rất lớn.

Để hạn chế số thí nghiệm, mở rộng phạm vi sử dụng hệ số tỏa nhiệt α bằng thực nghiệm ta cần sử dụng lý thuyết đồng dạng.

4.5. LÝ THUYẾT ĐỒNG DẠNG

Cơ sở của lý thuyết đồng dạng là ba định lý đồng dạng. Các định lý đồng dạng này cho biết các tính chất cơ bản của các hiện tượng đồng dạng, xác định các điều kiện cần và đủ để các hiện tượng đồng dạng với nhau.

Hai hiện tượng vật lý đồng dạng với nhau khi hai hiện tượng đó cùng bản chất vật lý và được miêu tả bằng phương trình hoặc hệ phương trình vi phân giống nhau.

Định lý 1: Hai hiện tượng đồng dạng với nhau thì các tiêu chuẩn đồng dạng cùng tên có giá trị bằng nhau. Tiêu chuẩn đồng dạng là tổ hợp không thứ nguyên của một số đại lượng vật lý đặc trưng cho hiện tượng đó. Các tiêu chuẩn đồng dạng có thể là tiêu chuẩn xác định hoặc tiêu chuẩn không xác định.

Tiêu chuẩn xác định là tiêu chuẩn xác định trước được nghĩa là tiêu chuẩn này do điều kiện đơn trị tạo thành. Tính chất xác định và không xác định của các tiêu chuẩn không phải là cố định mà phụ thuộc vào đối tượng nghiên cứu tức là tiêu chuẩn có thể là tiêu chuẩn xác định đối với hiện tượng nghiên cứu này nhưng lại là tiêu chuẩn không xác định đối với hiện tượng nghiên cứu khác. Các tiêu chuẩn đồng dạng có thể tìm được bằng phương pháp biến đổi đồng dạng hay phương pháp phân tích thứ nguyên.

Định lý 2 : Nếu các hiện tượng vật lý được miêu tả bằng hệ phương trình vi phân thì luôn luôn có thể miêu tả các hiện tượng vật lý đó dưới dạng phương trình tiêu chuẩn. Hay tích phân của phương trình (hay hệ phương trình vi phân) có thể biểu diễn bằng hàm của các tiêu chuẩn đồng dạng của phương trình vi phân.

Định lý 3 : Các hiện tượng có điều kiện đơn trị đồng dạng và các tiêu chuẩn rút ra từ các điều kiện đơn trị có giá trị bằng nhau từng đôi một thì đồng dạng với nhau.

Ba định lý đồng dạng này cho ta biết phương pháp tiến hành thực nghiệm, xử lý kết quả thực nghiệm. Định lý 1 cho ta thấy khi tiến hành thí nghiệm chỉ cần đo những đại lượng có trong tiêu chuẩn đồng dạng của hiện tượng nghiên cứu. Định lý 2 chỉ rõ rằng kết quả thí nghiệm cần chỉnh lý dưới dạng các tiêu chuẩn đồng dạng và biểu diễn sự phụ thuộc giữa các tiêu chuẩn đồng dạng dưới dạng phương trình tiêu chuẩn. Phương trình tiêu chuẩn là phương trình nêu lên mối quan hệ giữa tiêu chuẩn không xác định và tiêu chuẩn xác định đặc trưng cho hiện tượng.

Trên cơ sở định lý 3, kết quả nghiên cứu bằng thực nghiệm có thể sử dụng cho các hiện tượng đồng dạng với hiện tượng nghiên cứu.

Các tiêu chuẩn đồng dạng có thể tìm được bằng phương pháp biến đổi đồng dạng. Có hai phương pháp biến đổi đồng dạng là phương pháp biến đổi tỉ lệ và phương pháp phân tích thứ nguyên. Phương pháp biến đổi tỉ lệ dựa trên cơ sở phương trình vi phân hoặc hệ phương trình vi phân mô tả hiện tượng. Để minh họa cho phương pháp này,

dưới đây sẽ trình bày cách tìm các tiêu chuẩn đồng dạng từ phương trình vi phân tỏa nhiệt đối lưu và phương trình chuyển động.

Tìm tiêu chuẩn đồng dạng từ phương trình vi phân tỏa nhiệt đối lưu.

Khi hai quá trình xảy ra ở hai hệ thống 1 và 2 đồng dạng với nhau, ta có thể viết :

$$\alpha' \Delta t' = -\lambda' \left(\frac{\partial t'}{\partial n'} \right) \quad (a)$$

$$\alpha'' \Delta t'' = -\lambda'' \left(\frac{\partial t''}{\partial n''} \right) \quad (b)$$

Vì hai hiện tượng là đồng dạng nên có sự đồng dạng của trường các đại lượng vật lý cùng tên miêu tả hiện tượng đó. Do đó ta có thể viết :

$$\frac{\alpha'(x,y,z,t)}{\alpha'(x,y,z,t)} = C_\alpha ; \quad \frac{\lambda''(x,y,z,t)}{\lambda'(x,y,z,t)} = C_\lambda$$

$$\frac{\Delta t''(x,y,z,t)}{\Delta t'(x,y,z,t)} = \frac{\partial t''}{\partial t'} = C_t \quad \text{và} \quad \frac{n''}{n'} = \frac{l''}{l'} = C_l$$

$C_\alpha, C_\lambda, C_t, C_l$ là các hằng số đồng dạng.

Thay thế các biến số của hệ thống 2 bằng các biến số của hệ thống 1 và các hằng số đồng dạng, ta có :

$$C_\alpha C_t \alpha' \Delta t' = -\frac{C_\lambda C_t}{C_l} \lambda' \frac{\partial t'}{\partial n'} \quad (c)$$

Để (a) đồng nhất với (c) cần phải có :

$$C_\alpha C_t = \frac{C_\lambda C_t}{C_l} \quad \text{hay} : \quad C_\alpha = \frac{C_\lambda}{C_l}$$

$$\text{có nghĩa là :} \quad \frac{C_\alpha C_t}{C_\lambda} = 1 \quad \text{hay} \quad \frac{\frac{\alpha''}{\alpha'} \cdot \frac{l''}{l'}}{\frac{\lambda''}{\lambda'}} = 1$$

$$\text{suy ra :} \quad \frac{\alpha'' l''}{\lambda''} = \frac{\alpha' l'}{\lambda'} = \frac{\alpha l}{\lambda} = \text{const}$$

Tổ hợp $\frac{\alpha l}{\lambda}$ được gọi là tiêu chuẩn Nusselt.

$$\text{Nu} = \frac{\alpha l}{\lambda}$$

Biến đổi tương tự với phương trình chuyển động.

Đối với hệ thống 1 :

$$\rho' \left(\frac{\partial \omega'_x}{\partial t'} + \omega'_x \frac{\partial \omega'_x}{\partial x'} + \omega'_y \frac{\partial \omega'_x}{\partial y'} + \omega'_z \frac{\partial \omega'_x}{\partial z'} \right) = \rho' g'_x - \frac{\partial p'}{\partial x'} + \mu' \left(\frac{\partial^2 \omega'_x}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 \omega'_x}{\partial y'^2} + \frac{\partial^2 \omega'_x}{\partial z'^2} \right)$$

Đối với hệ thống 2 :

$$\rho'' \left(\frac{\partial \omega''_x}{\partial t''} + \omega''_x \frac{\partial \omega''_x}{\partial x''} + \omega''_y \frac{\partial \omega''_x}{\partial y''} + \omega''_z \frac{\partial \omega''_x}{\partial z''} \right) = \rho'' g''_x - \frac{\partial p''}{\partial x''} + \mu'' \left(\frac{\partial^2 \omega''_x}{\partial x''^2} + \frac{\partial^2 \omega''_x}{\partial y''^2} + \frac{\partial^2 \omega''_x}{\partial z''^2} \right)$$

với :

$$\frac{x''}{x'} = \frac{y''}{y'} = \frac{z''}{z'} = C_l ; \quad \frac{\tau''}{\tau'} = C_\tau ;$$

$$\frac{\omega''_x}{\omega'_x} = \frac{\omega''_y}{\omega'_y} = \frac{\omega''_z}{\omega'_z} = C_\omega$$

$$\frac{\rho''}{\rho'} = C_\rho ; \quad \frac{g''}{g'} = C_g ; \quad \frac{p''}{p'} = C_p ; \quad \frac{\mu''}{\mu'} = C_\mu$$

Hệ thống 2 có thể viết lại :

$$\begin{aligned} & \frac{C_\rho C_\omega}{C_\tau} \rho' \frac{\partial \omega'_x}{\partial \tau} + \frac{C_\rho C_\omega^2}{C_l} \rho' \left(\omega'_x \frac{\partial \omega'_x}{\partial x'} + \omega'_y \frac{\partial \omega'_x}{\partial y'} + \omega'_z \frac{\partial \omega'_x}{\partial z'} \right) = \\ & = C_\rho C_g \rho' g'_x - \frac{C_p}{C_l} \frac{\partial p'}{\partial x'} + \frac{C_\mu C_\omega}{C_l^2} \mu' \left(\frac{\partial^2 \omega'_x}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 \omega'_x}{\partial y'^2} + \frac{\partial^2 \omega'_x}{\partial z'^2} \right) \end{aligned}$$

Từ điều kiện đồng dạng của hai hệ thống suy ra :

$$\frac{C_\rho C_\omega}{C_\tau} = \frac{C_\rho C_\omega^2}{C_l} = C_p C_g = \frac{C_p}{C_l} = \frac{C_\mu C_\omega}{C_l^2}$$

Từ $\frac{C_\rho C_\omega}{C_\tau} = \frac{C_\rho C_\omega^2}{C_l}$ ta được $\frac{C_\omega C_\tau}{C_l} = 1$

$\frac{C_\rho C_\omega^2}{C_l} = C_\rho C_g$ ta được $\frac{C_g C_l}{C_\omega^2} = 1$

$\frac{C_\rho C_\omega^2}{C_l} = \frac{C_p}{C_l}$ ta được $\frac{C_p}{C_\rho \cdot C_\omega^2} = 1$

$\frac{C_\rho C_\omega^2}{C_l} = \frac{C_\mu C_\omega}{C_l^2}$ ta được $\frac{C_\rho C_\omega C_l}{C_\mu} = 1$

Từ các biểu thức trên ta rút ra được các tiêu chuẩn đồng dạng :

$$\frac{C_\omega C_\tau}{C_l} = 1 \rightarrow \frac{\omega \tau}{l} = \text{Ho} \quad - \text{Tiêu chuẩn Hoffman}$$

$$\frac{C_g C_l}{C_\omega^2} = 1 \rightarrow \frac{g l}{\omega^2} = \text{Fr} \quad - \text{Tiêu chuẩn Fruit}$$

$$\frac{C_p}{C_\rho C_\omega^2} = 1 \rightarrow \frac{p}{\rho \omega^2} = \frac{\Delta p}{\rho \omega^2} = \text{Eu} \quad - \text{Tiêu chuẩn Euler}$$

$$\frac{C_\rho C_\omega C_l}{C_\mu} = 1 \rightarrow \frac{\rho \omega l}{\mu} = \frac{\omega l}{\nu} = \text{Re} \quad - \text{Tiêu chuẩn Reynolds}$$

Từ phương trình năng lượng bằng cách biến đổi đồng dạng, ta được :

$$\frac{C_l}{C_\tau} = \frac{C_a C_l}{C_l^2} \rightarrow \frac{C_a C_\tau}{C_l^2} = 1$$

$$\frac{C_\omega C_t}{C_l} = \frac{C_a C_t}{C_l^2} \rightarrow \frac{C_\omega C_l}{C_a} = 1$$

và
$$\frac{C_a C_\tau}{C_l^2} = 1 \rightarrow \frac{a\tau}{l^2} = Fo \quad - \text{Tiêu chuẩn Fourier}$$

$$\frac{C_\omega C_l}{C_a} = 1 \rightarrow \frac{\omega l}{a} = Pe \quad - \text{Tiêu chuẩn Peclet}$$

Như vậy, từ hệ phương trình vi phân miêu tả quá trình trao đổi nhiệt đối lưu, bằng cách biến đổi đồng dạng ta đã tìm được một loạt các tiêu chuẩn đồng dạng. Từ các tiêu chuẩn này bằng một số cách biến đổi ta có thể tìm được một số tiêu chuẩn khác nữa. Chẳng hạn :

Nếu chia tiêu chuẩn Pe cho tiêu chuẩn Re ta nhận được tiêu chuẩn mới Pr.

$$Pr = \frac{Pe}{Re} = \frac{\nu}{a} \quad - \text{Tiêu chuẩn Prandtl}$$

hoặc :

$$Ga = Fr.Re^2 = \frac{gl^3}{\nu^2} \quad - \text{Tiêu chuẩn Galilei}$$

Nhân tiêu chuẩn Ga với $\frac{\rho - \rho_o}{\rho_o}$:

$$Ar = Ga \cdot \frac{\Delta\rho}{\rho} = \frac{gl^3}{\nu^2} \frac{\Delta\rho}{\rho} \quad - \text{Tiêu chuẩn Archimedes}$$

Khi mật độ thay đổi do độ chênh nhiệt độ $\rho = \rho_o (1 - \beta \Delta t)$, tổ hợp $\frac{\rho - \rho_o}{\rho_o}$ được thay bằng $\beta \Delta t$.

Khi đó ta có :

$$Gr = \frac{gl^3}{\nu^2} \beta \Delta t \quad - \text{Tiêu chuẩn Grashof}$$

Ý nghĩa của các tiêu chuẩn đồng dạng :

- Tiêu chuẩn Ho = $(\omega\tau)/l$ đặc trưng cho sự thay đổi của trường tốc độ theo thời gian.
- Tiêu chuẩn Fr = $(gl)/\omega^2$ đặc trưng cho tỉ số giữa lực trọng trường và lực quán tính.
- Tiêu chuẩn Eu = $\Delta p/\rho\omega^2$ đặc trưng cho tỉ số giữa lực áp suất và lực quán tính.
- Tiêu chuẩn Re = $(\omega l)/\nu$ là tỉ số giữa lực quán tính và lực nhớt, nó xác định đặc tính chuyển động của chất lỏng hay chất khí.
- Tiêu chuẩn Fo = $(a\tau)/l^2$ đặc trưng cho sự liên hệ giữa tốc độ thay đổi trường nhiệt độ, các thông số vật lý và kích thước của vật.
- Tiêu chuẩn Pe = $(\omega l)/a$ (nếu thay $a = \lambda/c\rho$ và nhân tử và mẫu với nhiệt độ dư θ thì $Pe = \frac{\rho c \omega \theta}{\lambda \theta}$) là tiêu chuẩn đồng dạng nhiệt đặc trưng cho tỉ lệ giữa lượng nhiệt trao đổi bằng đối lưu và dẫn nhiệt.

- Tiêu chuẩn $Nu = (\alpha l)/\lambda$ đặc trưng cho cường độ trao đổi nhiệt đối lưu.
- Tiêu chuẩn $Pr = \nu/a$ xác định tính chất vật lý của chất lỏng hay chất khí.
- Tiêu chuẩn $Ga = (gl^3)/\nu^2$ đặc trưng cho tỉ số giữa lực trọng trường và lực ma sát.
- Tiêu chuẩn $Ar = \frac{gl^3}{\nu^2} \frac{\Delta\rho}{\rho}$ xác định điều kiện chuyển động tự nhiên của môi trường.
- Tiêu chuẩn $Gr = \frac{g\beta l^3 \Delta t}{\nu^2}$ đặc trưng cho tỉ số giữa lực nâng gây ra do độ chênh mật độ và lực ma sát.

Trong các tiêu chuẩn trên, chúng ta chia thành hai loại là tiêu chuẩn xác định và tiêu chuẩn không xác định.

- Tiêu chuẩn xác định là tiêu chuẩn xác định trước được - tức là các tiêu chuẩn lập nên từ các điều kiện đơn trị. Thí dụ, tiêu chuẩn Pr , Gr , Re ...

- Tiêu chuẩn không xác định là tiêu chuẩn có chứa những đại lượng ta chưa biết cần xác định nó. Thí dụ, tiêu chuẩn $Nu = (\alpha l)/\lambda$ có chứa α là đại lượng cần xác định trong trao đổi nhiệt đối lưu nên tiêu chuẩn này là tiêu chuẩn không xác định.

Tính chất xác định hay không xác định của các tiêu chuẩn không phải là cố định mà phụ thuộc vào đối tượng nghiên cứu. Tiêu chuẩn có thể là xác định trong trường hợp này và không xác định trong trường hợp khác.

Thí dụ : trong đối lưu cưỡng bức, tiêu chuẩn Re , Fr là tiêu chuẩn xác định nhưng trong đối lưu tự nhiên chuyển động gây ra bởi độ chênh mật độ, do đó tốc độ chưa biết nên các tiêu chuẩn này lại trở thành tiêu chuẩn không xác định. Nhưng nếu biến đổi để làm mất tốc độ đi, chẳng hạn $Ga = Fr.Re^2 = \frac{gl}{\omega^2} = \frac{\omega^2 l^2}{\nu^2} = \frac{gl^3}{\nu^2}$, ta được tiêu chuẩn xác định.

4.6. PHƯƠNG PHÁP PHÂN TÍCH THỨ NGUYÊN

Khi xác định các tiêu chuẩn đồng dạng bằng phương pháp biến đổi tỉ lệ thì cần chú ý để tìm các tiêu chuẩn đồng dạng là các phương trình toán học diễn tả đầy đủ quá trình nghiên cứu. Nhưng khi gặp các trường hợp chưa nghiên cứu hoặc các hiện tượng rất phức tạp, ta chưa có thể diễn tả quá trình bằng phương trình toán học thì lúc đó phương pháp biến đổi tỉ lệ sẽ mất hiệu quả. Trong trường hợp này cần dùng phương pháp phân tích thứ nguyên để xác định các tiêu chuẩn đồng dạng. Phương pháp phân tích thứ nguyên là phương pháp thiết lập các tổ hợp không thứ nguyên trong khi chưa biết phương trình vi phân mô tả hiện tượng nghiên cứu.

Chúng ta lấy một thí dụ để minh họa cho phương pháp này.

Ta biết rằng các đại lượng vật lý có thể chia thành hai nhóm : nhóm các đại lượng độc lập và nhóm các đại lượng không độc lập. Đối với quá trình trao đổi nhiệt, nhóm các đại lượng độc lập là chiều dài L , khối lượng M , thời gian τ , nhiệt lượng Q , nhiệt độ θ và các đại lượng không độc lập là hệ số tỏa nhiệt α , hệ số dẫn nhiệt độ a ...

Công thức thứ nguyên của các đại lượng không độc lập có thể viết ở dạng hàm mũ.

Thí dụ : công thức thứ nguyên của hệ số tỏa nhiệt α là :

$$[\alpha] J/sm^2K = QL^{-2} \tau^{-1} \theta^{-1} \quad (4-23)$$

Nếu biết tất cả những đại lượng vật lý ảnh hưởng tới quá trình nghiên cứu, ta có thể tìm được các tổ hợp không thứ nguyên của những đại lượng này.

Phương pháp tiến hành như sau :

Thí dụ đối với quá trình đốt nóng vật rắn trong một môi trường nào đó (dẫn nhiệt không ổn định) thì các đại lượng vật lý tồn tại là : kích thước đặc trưng $l[m]$, hệ số dẫn nhiệt $\lambda[J/m.s.K]$, nhiệt dung riêng của vật rắn $c[J/kg.K]$, khối lượng riêng của vật rắn $\rho[kg/m^3]$, hệ số tỏa nhiệt $\alpha [J/m^2.s.K]$, thời gian $\tau_o[s]$, nhiệt độ dư $\theta [K]$.

Ta lập tích của các đại lượng này dưới dạng hàm mũ với các số mũ chưa xác định nào đó :

$$l^a \lambda^b \rho^c \alpha^k \tau_o^m \theta^n \quad (4-24)$$

Thay công thức thứ nguyên của các đại lượng vật lý vào (4-24) ta có :

$$L^a [QL^{-1} \tau^{-1} \theta^{-1}]^b [QM^{-1} \theta^{-1}]^c [ML^{-3}]^i [QL^{-2} \tau^{-1} \theta^{-1}]^k \tau_o^m \theta^n$$

$$\text{hay : } L^{a-b-3i-2k} Q^{b+j+k} \tau^{-b-k+m} \theta^{-b-j-k+n} M^{-j+i} \quad (4-25)$$

Vì ta cần tìm tổ hợp không thứ nguyên nên phải đồng nhất 0 với số mũ của từng đại lượng.

$$\begin{aligned} \text{Đối với : } L &: a - b - 3i - 2k = 0 \\ Q &: b + j + k = 0 \\ \tau &: -b - k + m = 0 \\ \theta &: -b - j - k + n = 0 \\ M &: -j + i = 0 \end{aligned}$$

Tất cả tồn tại 7 đại lượng nhưng số phương trình để xác định các số mũ là 5, có nghĩa là có 2 số mũ được chọn tùy ý. Thí dụ chọn b và k .

Ta biểu diễn tất cả các mũ còn lại qua b và k :

$$\begin{aligned} a &= b + 3j + 2k = b + 3(-b - k) + 2k = -2b - k \\ j &= -b - k \\ m &= b + k \\ n &= b + j + k = b + (-b - k) + k = 0 \\ i &= j = -b - k \end{aligned}$$

Khi đó (4-25) có thể viết :

$$l^{-2b-k} \lambda^b \rho^{-b-k} \alpha^k \tau_o^{b+k} \quad (4-26)$$

Bởi vì b và k có thể chọn tùy ý, nên :

Nếu ta chọn $b = 1$; $k = 0$ khi đó (4-26) có dạng :

$$l^{-2} \lambda c^{-1} \rho^{-1} \tau_o = \frac{\lambda \tau_o}{l^2 \rho c} = \frac{\alpha \tau_o}{l^2}$$

Từ đó ta có :

$$\frac{\alpha \tau_o}{l^2} = Fo$$

$$\text{Kí hiệu : } \frac{\lambda \tau_o}{l^2 \rho c} = \Pi_1$$

Nếu ta chọn $b = 0$; $k = 1$ khi đó (4-26) có dạng :

$$l^{-1}c^{-1}\rho^{-1} \alpha \tau_o = \frac{\alpha \tau_o}{lc\rho}$$

Kí hiệu : $\frac{\alpha \tau_o}{lc\rho} = \Pi_2$

Lập tỉ số : $\frac{\Pi_2}{\Pi_1} = \frac{\alpha \tau_o}{lc\rho} ; \frac{\lambda \tau_o}{l^2 c \rho} = \frac{\alpha l}{\lambda} = Bi$

Như vậy, bằng phương pháp phân tích thứ nguyên ta đã tìm được các tổ hợp không thứ nguyên. Bằng cách này ta đã giảm được biến số của quá trình nghiên cứu.

Khi nghiên cứu quá trình dẫn nhiệt không ổn định, đại lượng cần tìm là nhiệt độ trên bề mặt hay tâm của vật vì thế ta có thể biểu diễn nhiệt độ không thứ nguyên như là hàm của Fo và Bi.

$$\frac{\theta}{\theta_o} = f(Bi, Fo, \frac{x}{l})$$

Sự phụ thuộc này ta đã biết khi giải phương trình vi phân dẫn nhiệt không ổn định.

Phương pháp thứ nguyên thường mang tính chất chủ quan nên khi bỏ sót hay thêm một đại lượng vật lý nào đó vào sẽ khiến kết quả mất chính xác.

4.7. PHƯƠNG TRÌNH TIÊU CHUẨN

4.7.1. Dạng tổng quát

Phương trình tiêu chuẩn là biểu thức toán học biểu diễn sự phụ thuộc giữa tiêu chuẩn đồng dạng không xác định và các tiêu chuẩn đồng dạng xác định.

Trao đổi nhiệt đối lưu có thể đặc trưng bằng các tiêu chuẩn đồng dạng sau : Nu, Re, Gr, Pr.

Tiêu chuẩn Nusselt chứa đại lượng chưa biết là số tỏa nhiệt α do đó nó là tiêu chuẩn không xác định, còn các tiêu chuẩn khác là tiêu chuẩn xác định. Vì vậy, phương trình tiêu chuẩn có dạng tổng quát sau :

$$Nu = f(Re, Gr, Pr)$$

Trong một số trường hợp sự phụ thuộc trên có thể còn đơn giản hơn.

Thí dụ : trong trường hợp chuyển động cưỡng bức ở chế độ chảy rối, vai trò của đối lưu tự nhiên nhỏ tới mức có thể bỏ qua. Vì vậy phương trình tiêu chuẩn có dạng :

$$Nu = f(Re, Pr)$$

Đối với các chất khí, tiêu chuẩn Pr hầu như không thay đổi theo nhiệt độ, do đó $Nu = f(Re)$.

Trong trường hợp trao đổi nhiệt đối lưu tự nhiên, thì $Nu = f(Gr, Pr)$.

Thông thường phương trình tiêu chuẩn được biểu diễn dưới dạng hàm mũ :

$$Nu = C.Re^m Gr^n Pr^p$$

trong đó : C, m, n, p là các hằng số được xác định bằng thực nghiệm.

Các tiêu chuẩn đồng dạng trong phương trình tiêu chuẩn phải được xác định theo nhiệt độ và kích thước quy ước gọi là nhiệt độ xác định và kích thước xác định.

4.7.2. Nhiệt độ xác định

Nhiệt độ xác định chính là nhiệt độ chọn để xác định các thông số vật lý như γ , α , β , λ , ρ ...

Khi nghiên cứu người ta có thể chọn một trong ba nhiệt độ sau làm nhiệt độ xác định :

- Nhiệt độ trung bình của chất lỏng : nhiệt độ của chất lỏng thông thường thay đổi dọc theo chiều chuyển động (theo chiều dài), nên nhiệt độ trung bình có thể lấy bằng :

$$t_f = \frac{1}{2} (t' + t'')$$

t' và t'' là nhiệt độ của chất lỏng khi đi vào và khi đi ra.

Tính nhiệt độ trung bình bằng cách này thì đơn giản nhưng mức độ chính xác kém nên khi cần tính toán chính xác hơn, nhiệt độ trung bình sẽ được tính theo :

$$t_f = t_w \pm \frac{t' - t''}{\frac{t' - t_w}{t'' - t_w} \ln \frac{t' - t''}{t' - t_w}}$$

Dấu (+) ứng với trường hợp chất lỏng được làm lạnh.

- Nhiệt độ của bề mặt vách t_w ;

- Nhiệt độ trung bình của lớp biên t , $t = \frac{1}{2} (t_w + t_f)$

Vì cách chọn nhiệt độ là tùy ý nên với cùng một số liệu thí nghiệm, các tác giả khác nhau có thể đưa ra những công thức thực nghiệm khác nhau tùy thuộc vào cách chọn nhiệt độ xác định.

Vì vậy trong phương trình tiêu chuẩn cần thêm các chỉ số để chỉ rõ nhiệt độ nào là nhiệt độ xác định.

Thí dụ, nếu ghi là Nu_c , Re_c , Pr_c điều đó chứng tỏ nhiệt độ xác định là nhiệt độ trung bình của chất lỏng hay chất khí ...

Khi sử dụng các công thức thực nghiệm phải luôn lưu ý đến vấn đề này.

4.7.3. Kích thước xác định

Kích thước xác định là kích thước đặc trưng cho quá trình trao đổi nhiệt đối lưu.

Khi xử lý kết quả thí nghiệm, việc chọn kích thước xác định cũng là một vấn đề quan trọng.

Trong các trường hợp khác nhau, kích thước xác định cũng sẽ khác nhau. Thí dụ trong tỏa nhiệt đối lưu của vách phẳng hay ống đặt đứng, kích thước xác định là chiều cao của tấm hay ống. Khi chất lỏng chuyển động trong ống, kích thước xác định là đường kính trong của ống. Khi chất lỏng chảy ngang qua ống đơn hay chùm ống kích thước xác định là đường kính ngoài của ống.

Khi tiết diện ngang không phải là tròn thì người ta dùng đường kính tương đương.

$$d_{td} = \frac{4F}{U}$$

F là diện tích tiết diện ngang ; U là chu vi ướt.

Cũng như nhiệt độ xác định, khi sử dụng các phương trình tiêu chuẩn phải luôn chú ý đến kích thước xác định để tránh nhầm lẫn.

Chương 5

CÁC TRƯỜNG HỢP TRAO ĐỔI NHIỆT ĐỐI LƯU

5.1. GIẢI BÀI TOÁN TRAO ĐỔI NHIỆT ĐỐI LƯU BẰNG LÝ THUYẾT LỚP BIÊN

Ta xét trường hợp đơn giản, chất lỏng chuyển động dọc bề mặt một tấm phẳng đặt nằm ngang. Nhiệt độ bề mặt vách $t_w = \text{const}$. Lớp biên thủy lực và lớp biên nhiệt được hình thành trên bề mặt vách, ở ngoài lớp biên nhiệt độ của chất lỏng là $t_o = \text{const}$ và tốc độ của chất lỏng $\omega_o = \text{const}$.

Tại vị trí x , tính từ mép ngoài của tấm, chiều dày của lớp biên thủy lực là δ và chiều dày của lớp biên nhiệt là δ_T (Hình 5-1).

Mật độ dòng nhiệt theo hướng y :

$$q_y = -\lambda \frac{\partial t}{\partial y}$$

Từ đây ta có :

$$\lambda \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} = -\frac{\partial q_y}{\partial y}$$

Thay giá trị $\lambda \frac{\partial^2 t}{\partial y^2}$ vào phương trình năng lượng, ta nhận được phương trình năng lượng dưới dạng :

$$\rho c_p \left(\omega_x \frac{\partial t}{\partial x} + \omega_y \frac{\partial t}{\partial y} \right) = -\frac{\partial q_y}{\partial y} \quad (5-1)$$

Tích phân hai vế :

$$\int_0^\infty \rho c_p \left(\omega_x \frac{\partial t}{\partial x} + \omega_y \frac{\partial t}{\partial y} \right) dy = \int_0^\infty -\frac{\partial q_y}{\partial y} dy \quad (5-1')$$

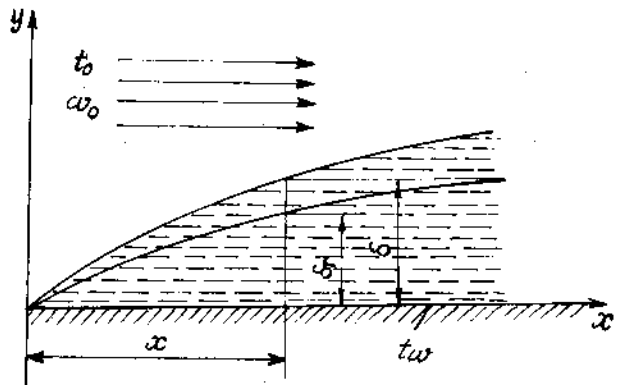
vì :

$$(q_y)_{y=\infty} = -\lambda \left(\frac{\partial t}{\partial y} \right)_{y=\infty} = 0$$

nên :

$$-\int_0^\infty \frac{\partial q_y}{\partial y} dy = q_w \quad (a)$$

trong đó : q_w là mật độ dòng nhiệt qua một đơn vị bề mặt vách.



Hình 5-1

Để tính tích phân về trái của phương trình (5-1), ta cần xác định ω_y nhờ vào phương trình liên tục :

$$d\omega_y = -\frac{\partial \omega_x}{\partial x} dy$$

Tại $y = 0$ thì $\omega_y = 0$ nên :

$$\omega_y = -\int_0^y \frac{\partial \omega_x}{\partial x} dy \quad (5-2)$$

Thay giá trị của ω_y vào phương trình (5-1') ta nhận được :

$$\int_0^\infty \left(\omega_x \frac{\partial t}{\partial x} + \omega_y \frac{\partial t}{\partial y} \right) dy = \int_0^\infty \omega_x \frac{\partial t}{\partial x} dy - \int_0^\infty \frac{\partial t}{\partial y} \left(\int_0^y \frac{\partial \omega_x}{\partial x} dy \right) dy \quad (b)$$

Chú ý là : $\int_a^b u dv = uv \Big|_a^b - \int_a^b v du$

số hạng thứ hai ở vế phải của phương trình (b) trở thành :

$$\begin{aligned} \int_0^\infty \left(\frac{\partial t}{\partial y} \right) \left(\int_0^y \frac{\partial \omega_x}{\partial x} dy \right) dy &= \int_0^\infty \left(\int_0^y \frac{\partial \omega_x}{\partial x} dy \right) dt = \\ &= t \left(\int_0^y \frac{\partial \omega_x}{\partial x} dy \right) \Big|_0^\infty - \int_0^\infty t \frac{\partial \omega_x}{\partial x} dy = \\ &= t_0 \int_0^\infty \frac{\partial \omega_x}{\partial x} dy - \int_0^\infty t \frac{\partial \omega_x}{\partial x} dy = \int_0^\infty (t_0 - t) \frac{\partial \omega_x}{\partial x} dy \end{aligned} \quad (c)$$

Đưa biểu thức (c) vào phương trình (b) ta nhận được :

$$\begin{aligned} \int_0^\infty \omega_x \frac{\partial t}{\partial x} dy - \int_0^\infty (t_0 - t) \frac{\partial \omega_x}{\partial x} dy &= -\int_0^\infty \frac{\partial}{\partial x} [\omega_x (t_0 - t)] dy \\ &= -\frac{d}{dx} \int_0^\infty \omega_x (t_0 - t) dy \end{aligned} \quad (d)$$

Chuyển phương trình (a) và (d) sang giới hạn tích phân từ 0 đến δ_T ta có :

$$\frac{d}{dx} \int_0^{\delta_T} \omega_x (t_0 - t) dy = -\frac{q_w}{\rho c_p} \quad (5-3)$$

Đây là phương trình tích phân của mật độ dòng nhiệt độ đối với lớp biên nhiệt.

Ta đã biết lực ma sát có thể tính bằng biểu thức :

$$\begin{aligned} S &= \mu \left(\frac{\partial \omega_x}{\partial y} \right) \\ \mu \left(\frac{\partial^2 \omega_x}{\partial y^2} \right) &= \frac{\partial S}{\partial y} \end{aligned}$$

nên phương trình chuyển động theo chiều x có dạng :

$$\rho \left(\omega_x \frac{\partial \omega_x}{\partial x} + \omega_y \frac{\partial \omega_x}{\partial y} \right) = \frac{\partial S}{\partial y} \quad (5-4)$$

So sánh phương trình (5-1) và (5-4) ta thấy hai phương trình này tương tự nhau. Nếu tích phân phương trình (5-4) trong giới hạn $y = 0$ đến ∞ hoặc δ , ta sẽ nhận được phương trình tích phân của chuyển động đối với lớp biên thủy lực :

$$\frac{d}{dx} \int_0^{\delta} \omega_x (\omega_o - \omega_x) dy = \frac{S_w}{\rho} \quad (5-5)$$

trong đó : S_w - lực ma sát trên bề mặt vách ($y = 0$).

Để tính mật độ dòng nhiệt bằng phương trình (5-3), ta cần biết sự phụ thuộc $\omega_x = \omega_x(y)$ và $t = t(y)$.

Giả thiết sự phân bố tốc độ trong lớp biên có dạng :

$$\omega_x = a + by + cy^2 + dy^3 \quad (5-6)$$

trong đó : a, b, c, d là các hằng số. Các hằng số này sẽ được xác định từ các điều kiện biên.

$$\text{tại : } y = 0, \quad \omega_x = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{\partial^2 \omega_x}{\partial y^2} = 0$$

$$\text{tại : } y = \delta, \quad \omega_x = \omega_o \quad \rightarrow \quad \frac{\partial \omega_x}{\partial y} = 0$$

$$\text{tại : } y = 0, \quad \omega_x = 0 \quad \rightarrow \quad a = 0.$$

$$\text{tại : } y = \delta, \quad \frac{d\omega_x}{dy} = b + 2cy + 3dy^2 = 0 \rightarrow b = -3d\delta^2.$$

$$\text{tại : } y = 0, \quad \frac{d^2 \omega_x}{dy^2} = 2c + 6dy^3 = 0 \rightarrow c = 0$$

$$\text{tại : } y = \delta, \quad \omega_x = \omega_o = b\delta + d\delta^3 \rightarrow d = -\frac{1}{2} \frac{\omega_o}{\delta^3} \quad \text{và} \quad b = \frac{3}{2} \frac{\omega_o}{\delta}$$

Với các giá trị của hằng số a, b, c, d vừa tìm được, sự phân bố tốc độ trong lớp biên được miêu tả bằng phương trình :

$$\frac{\omega_x}{\omega_o} = \frac{3}{2} \frac{y}{\delta} - \frac{1}{2} \left(\frac{y}{\delta} \right)^3 \quad (5-6')$$

$$\frac{d\omega_x}{dy} = \frac{3}{2} \frac{\omega_o}{\delta} - \frac{3}{2} \frac{\omega_o}{\delta^3} y^2$$

$$\left(\frac{d\omega_x}{dy} \right)_{y=0} = \frac{3}{2} \frac{\omega_o}{\delta}$$

Thay (5-6') vào phương trình (5-5), ta có :

$$\begin{aligned} \int_0^{\delta} (\omega_o - \omega_x) \omega_x dy &= \omega_o^2 \int_0^{\delta} \left\{ \left[\frac{3}{2} \frac{y}{\delta} - \frac{1}{2} \left(\frac{y}{\delta} \right)^3 \right] \left[1 - \frac{3}{2} \frac{y}{\delta} + \frac{1}{2} \left(\frac{y}{\delta} \right)^3 \right] \right\} dy \\ \int_0^{\delta} (\omega_o - \omega_x) \omega_x dy &= \frac{39}{280} \omega_o^2 \delta \end{aligned} \quad (5-7)$$

$$\text{Lực tiếp tuyến : } S_w = \mu \left(\frac{\partial \omega_x}{\partial y} \right)_{y=0} = \frac{3}{2} \mu \frac{\omega_o}{\delta} \quad (5-8)$$

Chú ý đến (5-7) và (5-8), phương trình (5-5) có dạng :

$$\frac{39}{280} \omega_o^2 \frac{d\delta}{dx} = \frac{3}{2} \mu \frac{\omega_o}{\delta}$$

$$\frac{13}{140} \delta d\delta = \frac{\nu}{\omega_o} dx$$

Tích phân hai vế :

$$\int_0^{\delta} \frac{13}{140} \delta d\delta = \int_0^x \frac{\nu}{\omega_o} dx$$

ta nhận được :

$$\delta = \sqrt{\frac{280}{13}} \sqrt{\frac{\nu x}{\omega_o}} = 4,64 \sqrt{\frac{\nu x}{\omega_o}}$$

$$\text{và : } \frac{\delta}{x} = \frac{4,64}{\sqrt{\omega_o x / \nu}} = \frac{4,64}{\sqrt{Re_x}} \quad (5-9)$$

Phương trình (5-9) cho phép xác định chiều dày của lớp biên thủy lực ở khoảng cách x nào đó tính từ mép của tấm phẳng.

Giả sử phân bố nhiệt độ trong lớp biên nhiệt cũng có dạng :

$$t = a + by + cy^2 + dy^3$$

$$\text{hoặc : } \theta = a + by + cy^2 + dy^3$$

thì bằng cách chứng minh tương tự, ta có :

$$\frac{\theta}{\theta_o} = \frac{3}{2} \frac{y}{\delta_T} - \frac{1}{2} \left(\frac{y}{\delta_T} \right)^3 \quad (5-10)$$

$$\text{trong đó : } \theta = t - t_w$$

$$\theta_o = t_o - t_w$$

Từ (5-10), ta có :

$$\frac{d\theta}{dy} = \frac{3}{2} \frac{\theta_o}{\delta_T} - \frac{3}{2} \frac{\theta_o}{\delta_T^3} y^2$$

$$\left(\frac{d\theta}{dy} \right)_{y=0} = \frac{3}{2} \frac{\theta_o}{\delta_T}$$

Biết quy luật phân bố tốc độ và nhiệt độ trong lớp biên, ta có thể tính được tích phân ở vế trái phương trình (5-3) :

$$\begin{aligned} \int_0^{\delta_T} \omega_x (t_o - t) dy &= \int_0^{\delta_T} (\theta_o - \theta) \omega_x dy = \\ &= \theta_o \omega_o \int_0^{\delta_T} \left[1 - 1,5 \left(\frac{y}{\delta_T} \right) + 0,5 \left(\frac{y}{\delta_T} \right)^3 \right] \left[1,5 \left(\frac{y}{\delta} \right) - 0,5 \left(\frac{y}{\delta} \right)^3 \right] dy = \\ &= \theta_o \omega_o \delta \left[\frac{3}{20} \left(\frac{\delta_T}{\delta} \right)^2 - \frac{3}{280} \left(\frac{\delta_T}{\delta} \right)^4 \right] \end{aligned}$$

Chiều dày lớp biên nhiệt δ_T nhỏ hơn chiều dày lớp biên thủy lực δ ($\frac{\delta_T}{\delta} < 1$) nên trị số $\frac{3}{280} \left(\frac{\delta_T}{\delta}\right)^4$ có thể bỏ qua.

Khi đó :

$$\int_0^{\delta_T} \omega_x(t_0 - t) dy = \theta_0 \omega_0 \delta \cdot \frac{3}{20} \left(\frac{\delta_T}{\delta}\right)^2 = \frac{3}{20} \theta_0 \omega_0 \delta \gamma^2$$

trong đó : $\gamma = \frac{\delta_T}{\delta}$

Thay giá trị trên vào phương trình (5-3) ta có :

$$\frac{d}{dx} \int_0^{\delta_T} \omega_x(t_0 - t) dy = -\frac{q_w}{\rho c_p} = \frac{\lambda}{\rho c_p} \left(\frac{\partial t}{\partial y}\right)_{y=0}$$

$$\frac{d}{dx} \left[\frac{3}{20} \theta_0 \cdot \omega_0 \cdot \delta \cdot \gamma^2 \right] = a \cdot \frac{3}{2} \frac{\theta_0}{\delta_T} = \frac{3}{2} a \frac{\theta_0}{\gamma \delta}$$

hay : $\frac{1}{10} \omega_0 \left(\gamma^3 \delta \frac{d\delta}{dx} + 2\gamma^2 \delta^2 \frac{d\gamma}{dx} \right) = a$

Chiều dày của các lớp biên δ và δ_T phụ thuộc vào x nhưng $\frac{\delta_T}{\delta}$ không phụ thuộc vào x , do đó : $\frac{d\gamma}{dx} = 0$.

Khi đó ta có :

$$\frac{1}{10} \omega_0 \gamma^3 \delta \cdot \frac{d\delta}{dx} = a \quad (5-11)$$

Từ phương trình (5-9) suy ra :

$$\delta \frac{d\delta}{dx} = \frac{140}{13} \cdot \frac{\nu}{\omega_0}$$

Do đó (5-11) trở thành :

$$\frac{1}{10} \omega_0 \gamma^3 \frac{140}{13} \cdot \frac{\nu}{\omega_0} = a = 3 \sqrt{\frac{a}{\nu} \cdot \frac{130}{140}}$$

Vì : $3 \sqrt{\frac{130}{140}} = 0,98 \approx 1$

nên : $\gamma = \frac{\delta_T}{\delta} = \frac{1}{3\sqrt{\text{Pr}}} \quad (5-12)$

$$\delta_T = \frac{\delta}{3\sqrt{\text{Pr}}} = \frac{4,64x}{3\sqrt{\text{Re}_x} 3\sqrt{\text{Pr}}} \quad (5-13)$$

Phương trình này cho phép xác định chiều dày của lớp biên nhiệt tại vị trí x nào đó.

Xác định hệ số tỏa nhiệt đối lưu :

$$\alpha_{\theta_0} = \lambda \left(\frac{\partial \theta}{\partial y} \right)_{y=0}$$

$$\alpha = \frac{\lambda}{\theta_0} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{\theta_0}{\delta_T}$$

$$\alpha = \frac{3}{2} \lambda \cdot \frac{\sqrt[3]{Re_x} \sqrt[3]{Pr}}{4,64 \cdot x} \quad (5-14)$$

với : $Nu_x = \frac{\alpha \cdot x}{\lambda}$, ta có

$$Nu_x = 0,33 \sqrt[3]{Re_x} \sqrt[3]{Pr} \quad (5-15)$$

hoặc : $Nu = 0,33 \sqrt[3]{Re} \sqrt[3]{Pr} \quad (5-16)$

trong đó : $Nu = \frac{\alpha l}{\lambda}$ và $Re = \frac{\omega_0 l}{\nu}$

l - chiều dài của tấm phẳng dọc theo chiều chuyển động.

5.2. TRAO ĐỔI NHIỆT ĐỐI LƯU TỰ NHIÊN

Trao đổi nhiệt đối lưu tự nhiên là quá trình trao đổi nhiệt được thực hiện khi chất lỏng hay chất khí chuyển động tự nhiên. Nguyên nhân gây ra chuyển động tự nhiên là độ chênh mật độ của chất lỏng hay chất khí giữa những vùng có nhiệt độ khác nhau. Chính lực nâng $P = g (\rho_2 - \rho_1)$ là nguồn động lực làm cho chất lỏng hay chất khí dịch chuyển trong không gian. Chuyển động tự nhiên phụ thuộc vào bản chất các chất, đặc biệt là độ chênh nhiệt độ. Độ chênh nhiệt độ càng lớn, thì độ chênh mật độ càng lớn và cường độ chuyển động tự nhiên càng mãnh liệt.

Đối lưu tự nhiên có thể gặp trong không gian vô hạn và trong không gian hữu hạn.

Chúng ta hiểu các khái niệm các không gian đó như sau :

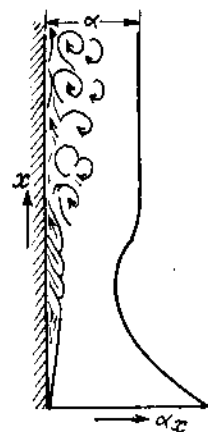
Không gian vô hạn là không gian đủ lớn để trong đó chỉ xảy ra một hiện tượng đốt nóng hoặc làm nguội chất lỏng hay chất khí. Hay nói cách khác là không gian trong đó quá trình đốt nóng hay làm nguội xảy ra độc lập không ảnh hưởng lẫn nhau.

Còn không gian hữu hạn là không gian trong đó quá trình đốt nóng hay làm nguội chất lỏng hoặc chất khí không thể độc lập xảy ra. Có nghĩa là các quá trình này có ảnh hưởng lẫn nhau.

5.2.1. Trao đổi nhiệt đối lưu tự nhiên trong không gian vô hạn

Ta xét trao đổi nhiệt đối lưu tự nhiên trong không gian vô hạn ở một tấm phẳng hay ống đặt đứng (Hình 5-2).

Giả sử có một tấm phẳng đặt đứng, nhiệt độ của bề mặt tấm là t_w . Không khí xung quanh có nhiệt độ t_f ($t_w > t_f$). Quá trình trao đổi nhiệt sẽ xảy ra giữa vách và không khí.



Hình 5-2

Lớp không khí ở sát vách được đốt nóng nên mật độ (khối lượng riêng) của nó trở nên nhỏ hơn mật độ của không khí ở xa vách. Nhờ lực nâng, lớp không khí ở sát vách chuyển động lên trên và lập tức sẽ có một lớp không khí đi vào chiếm chỗ, tạo nên một dòng đối lưu tự nhiên. Quá trình tiếp diễn dần dần, khối không khí xung quanh được đốt nóng.

Đặc tính chuyển động của lớp không khí sát bề mặt vách có thể thấy rõ trên hình 5-2. Ở phần dưới của vách không khí được nâng lên với tốc độ không lớn lắm, không khí chuyển động ở chế độ chảy tầng. Chiều dày của lớp chảy tầng tăng dần, tới một khoảng cách nào đó tốc độ chuyển động của không khí đủ lớn, chế độ chảy tầng bị phá vỡ - chuyển sang chế độ chuyển tiếp. Càng lên cao, tốc độ của dòng không khí càng lớn và chế độ chảy rối được hình thành.

Tương ứng với đặc tính chuyển động và chiều dày lớp biên dọc theo bề mặt vách, hệ số tỏa nhiệt đối lưu tự nhiên cũng thay đổi. Hệ số tỏa nhiệt ở mép dưới cũng lớn nhất vì chiều dày lớp biên ở đó là nhỏ nhất. Sau đó hệ số tỏa nhiệt giảm dần vì chiều dày lớp biên tăng lên. Khi sang chế độ chuyển tiếp, hệ số tỏa nhiệt lại tăng và có giá trị không đổi ở vùng chảy rối.

Hệ số tỏa nhiệt trong trường hợp này có thể xác định bằng phương pháp giải tích như đã trình bày ở mục 4.4.2.

Khi giải các phương trình vi phân miêu tả quá trình, chúng ta tìm được :

$$\alpha = 0,473 \sqrt[4]{\frac{c_p \beta \rho^2 g \theta_w \lambda^3}{\mu x}}$$

Công thức trên có thể đưa về dạng không thứ nguyên :

$$\text{Với : } Nu = \frac{\alpha x}{\lambda} ; \quad Gr = \frac{g \beta \rho^2 x^3 \theta_w}{\mu^2}$$

$$\text{và : } Pr = \frac{\mu c_p}{\lambda} = \frac{\nu}{a}$$

$$\text{thì : } Nu = \frac{\alpha x}{\lambda} = 0,473 (Gr \cdot Pr)^{0,25} \quad (5-17)$$

Rõ ràng hệ số tỏa nhiệt đối lưu tự nhiên là hàm của tiêu chuẩn Gr và Pr.

Tuy nhiên, công thức này không luôn luôn trùng với các số liệu thực nghiệm. Vì khi giải bằng phương pháp giải tích các tác giả đã dựa trên một số giả thiết và cũng chỉ giải bài toán trong trường hợp chảy tầng.

Vì vậy, trong tính toán thực tế ta dùng các công thức thực nghiệm trên cơ sở của nhiều kết quả thí nghiệm đối với các vật có hình dáng, kích thước khác nhau. Như đối với dây và ống, đường kính từ 0,015 đến 245 mm, đối với tấm hay ống có chiều cao từ 0,25 đến 6m và đối với các chất khác nhau như không khí, nitơ, CO₂, nước, glixêrin ...

Công thức thực nghiệm có dạng :

$$Nu = C(Gr \cdot Pr)^n \left(\frac{Pr_f}{Pr_w} \right)^{0,25} \quad (5-18)$$

Giá trị C và n được xác định theo bảng dưới đây :

Trạng thái chuyển động	(Gr Pr)	C	n
- Trạng thái màng	$< 10^3$	0,5	0
- Khu vực quá độ từ chảy màng sang chảy tầng	$1 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10^2$	1,18	1/8
- Chảy tầng	$5 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10^7$	0,54	1/4
- Chảy rối	$2 \cdot 10^7 + 1 \cdot 10^{13}$	0,135	1/3

Trong các công thức trên, nhiệt độ xác định là nhiệt độ trung bình của lớp biên $t = 0,5(t_w + t_f)$.

Kích thước xác định : đối với ống hay tấm đặt đứng lấy chiều cao h ; ống nằm ngang lấy đường kính ; tấm nằm ngang lấy chiều rộng của tấm.

Đối với tấm nằm ngang bề mặt đốt nóng quay lên trên thì hệ số tỏa nhiệt cần tăng thêm 30% còn bề mặt đốt nóng quay xuống dưới, hệ số tỏa nhiệt cần giảm 30%.

Đối với các chất khí, vì Pr không phụ thuộc vào nhiệt độ nên $\left(\frac{Pr_f}{Pr_w}\right)^{0,25} = 1$.

5.2.2. Trao đổi nhiệt đối lưu tự nhiên trong không gian hữu hạn

Trao đổi nhiệt đối lưu tự nhiên xảy ra trong khe hẹp thẳng đứng, nằm ngang hay hình xuyến phức tạp hơn nhiều so với trường hợp trao đổi nhiệt đối lưu trong không gian vô hạn.

Lấy trường hợp trao đổi nhiệt giữa hai tấm phẳng đặt đứng. Trao đổi nhiệt trong trường hợp này không chỉ phụ thuộc vào (Gr.Pr) mà còn phụ thuộc vào khoảng cách giữa hai tấm δ và chiều cao của tấm h.

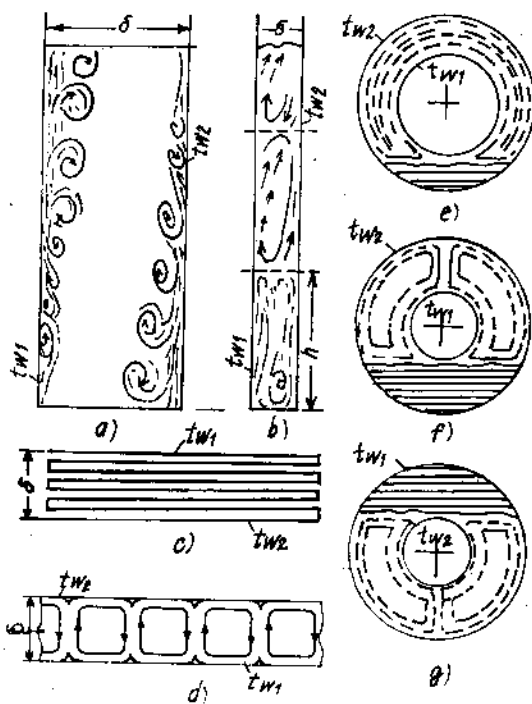
Khi $h/\delta > 3$, dòng không khí được đốt nóng và làm nguội chuyển động không ảnh hưởng lẫn nhau. Do đó trong trường hợp này tính toán tỏa nhiệt có thể theo công thức tỏa nhiệt đối lưu trong không gian vô hạn.

Nhưng khi $h/\delta < 3$, dòng không khí đốt nóng và làm nguội cản trở lẫn nhau, tạo nên một dòng tuần hoàn.

Nếu hai tấm phẳng đặt nằm ngang thì vị trí tương đối giữa bề mặt nóng và lạnh có ảnh hưởng đến tính chất chuyển động của không khí trong khe hẹp.

Nếu bề mặt nóng đặt trên bề mặt lạnh thì đối lưu tự nhiên không xuất hiện bởi vì lớp không khí nóng ở phía trên lớp không khí lạnh.

Còn nếu bề mặt nóng ở phía dưới bề mặt lạnh sẽ xuất hiện dòng đối lưu tự nhiên.



Hình 5-3

Vị trí tương đối giữa các bề mặt nóng và lạnh ảnh hưởng đến chuyển động của không khí ở giữa khe hẹp hình xuyên có thể thấy trên hình 5-3.

Để đơn giản việc chỉnh lý số liệu thí nghiệm và thuận tiện trong tính toán, trong những trường hợp này ta có thể tính toán quá trình trao đổi nhiệt tương đương quá trình dẫn nhiệt qua lớp chất lỏng hay khí trong khe hẹp với hệ số dẫn nhiệt tương đương :

$$q = \frac{\lambda_{td}}{\delta} (t_{w1} - t_{w2}) \quad (5-19)$$

trong đó : λ_{td} - hệ số dẫn nhiệt tương đương xác định bằng biểu thức :

$$\frac{\lambda_{td}}{\lambda} = \varepsilon_{dl} \quad (5-20)$$

λ là hệ số dẫn nhiệt của lớp không khí hay chất lỏng ; ε_{dl} là hệ số đối lưu. Hệ số đối lưu phụ thuộc vào đối lưu tự nhiên :

$$\varepsilon_{dl} = f(\text{Gr.Pr})$$

$$\text{Khi : } 10^3 < \text{Gr.Pr} < 10^6 ; \varepsilon_{dl} = 0,105(\text{Gr.Pr})_f^{0,3} \quad (5-21)$$

$$10^6 < \text{Gr.Pr} < 10^{10} ; \varepsilon_{dl} = 0,40(\text{Gr.Pr})_f^{0,2}$$

Một cách gần đúng với $(\text{Gr.Pr}) > 10^3$ có thể tính chung theo công thức :

$$\varepsilon_{dl} = 0,18(\text{Gr.Pr})^{0,25} \quad (5-22)$$

5.3. TRAO ĐỔI NHIỆT ĐỐI LƯU CƯỜNG BỨC

5.3.1. Trao đổi nhiệt đối lưu cường bức khi chất lỏng chuyển động trong ống

Cường độ trao đổi nhiệt khi chất lỏng hay chất khí chuyển động trong ống tròn, nhân thay đổi trong một phạm vi lớn, phụ thuộc vào tốc độ chuyển động của dòng. Chuyển động trong ống có thể là chảy tầng hay chảy rối. Chế độ chảy được xác định bằng tiêu chuẩn Re. Khi $\text{Re} < 2300$: chảy tầng ; $\text{Re} > 10^4$: chảy rối.

1) Trao đổi nhiệt đối lưu cường bức khi chảy tầng trong ống

Trao đổi nhiệt đối lưu tự nhiên có ảnh hưởng lớn đến quá trình trao đổi nhiệt khi chảy tầng trong ống. Tuy nhiên ảnh hưởng này sẽ khác nhau tùy theo cách đặt ống : ống đặt nằm ngang hay đặt đứng. Trường hợp ống đặt đứng thì chiều của đối lưu tự nhiên và cường bức cùng chiều hay ngược chiều. Ảnh hưởng của đối lưu tự nhiên sẽ lớn nhất khi chất lỏng hay chất khí được đốt nóng và chuyển động từ trên xuống dưới vì khi đó ở bề mặt phía trong ống xuất hiện đối lưu tự nhiên làm rối lớp biên, do đó cường độ trao đổi nhiệt tăng.

Công thức thực nghiệm tính hệ số tỏa nhiệt trung bình theo chiều dài khi chất lỏng hay chất khí chuyển động cường bức trong ống ở chế độ chảy tầng là :

$$\text{Nu}_f = 0,15 \text{Re}_f^{0,33} \text{Pr}_f^{0,43} \text{Gr}_f^{0,1} \left(\frac{\text{Pr}_f}{\text{Pr}_w} \right)^{0,25} \quad (5-23)$$

Đối với ống ngắn khi $l/d < 50$. Hệ số tỏa nhiệt tính theo phương trình tiêu chuẩn (5-23) cần nhân với hệ số hiệu ε_l . Giá trị của nó lấy ở bảng dưới đây.

l/d	1	2	5	10	15	20	30	40	50
ε_l	1,9	1,7	1,44	1,28	1,18	1,13	1,05	1,02	1

2) Trao đổi nhiệt đối lưu cưỡng bức khi chảy rối trong ống

Khi chảy rối trong ống, cường độ trao đổi nhiệt tăng nhiều so với trường hợp chảy tầng và trong trường hợp chảy rối ảnh hưởng của đối lưu tự nhiên hầu như không có. Nhiệt độ thay đổi nhiều trong lớp biên.

Thực nghiệm chứng tỏ rằng độ dài và độ cong của ống ảnh hưởng nhiều đến hệ số tỏa nhiệt.

Hệ số tỏa nhiệt thay đổi dọc theo chiều dài ống. Ở cửa vào chiều dày lớp biên là nhỏ nhất do đó hệ số tỏa nhiệt lớn nhất và khi chiều dày của lớp biên bằng bán kính thì hệ số tỏa nhiệt nhỏ nhất.

Khi chảy trong ống cong do tác dụng của lực ly tâm nên hình thành một dòng tuần hoàn phụ. Do xuất hiện dòng tuần hoàn phụ, chất lỏng hay chất khí bị rối loạn mạnh hơn, kết quả là cường độ trao đổi nhiệt tăng.

Phương trình tiêu chuẩn xác định hệ số tỏa nhiệt khi chảy rối trong ống có dạng :

$$Nu_f = 0,021 Re_f^{0,80} Pr_f^{0,43} \left(\frac{Pr_f}{Pr_w} \right)^{0,25} \varepsilon_l \varepsilon_R \quad (5-24)$$

Đối với không khí :

$$Nu_f = 0,018 Re_f^{0,8} \varepsilon_l \varepsilon_R \quad (5-24')$$

ε_l - hệ số kể đến ảnh hưởng của chiều dài ống tới hệ số tỏa nhiệt, được tính theo bảng sau :

l/d	ε_l		
	Re = $2 \cdot 10^3$	Re = $2 \cdot 10^4$	Re = $2 \cdot 10^5$
10	1,28	1,18	1,10
15	1,18	1,13	1,08
20	1,13	1,10	1,06
30	1,05	1,05	1,05
40	1,02	1,02	1,02

ε_R - hệ số kể đến ảnh hưởng của độ cong của ống với bán kính cong R :

$$\varepsilon_R = 1 + 1,77 \frac{d}{R}$$

Trong công thức tiêu chuẩn trên :

- Kích thước xác định là đường kính trong của ống hoặc đường kính tương đương.
- Nhiệt độ xác định là nhiệt độ trung bình của chất lỏng hay chất khí.

3) Tỏa nhiệt ở chế độ quá độ

$$Nu_f = 0,116 (Re_f^{2/3} - 125) Pr_f^{1/3} \left[1 + \left(\frac{d}{l} \right)^{2/3} \right] \left(\frac{\mu_f}{\mu_w} \right)^{0,14} \quad (5-25)$$

Trong 50 năm vừa qua có rất nhiều thử nghiệm nhằm khái quát hóa kết quả thực nghiệm cho vùng $Re > 2300$. Phương trình tiêu chuẩn mới nhất và được nhiều nước sử dụng làm tiêu chuẩn tính toán thiết bị nhiệt có dạng :

$$Nu_f = \frac{(\xi/8)(Re_f - 1000)Pr_f}{1 + 12,7(\xi/8)^{1/2}(Pr_f^{2/3} - 1)} \left[1 + \left(\frac{d}{l} \right)^{2/3} \right] \quad (5-26)$$

với : $\xi = (1,82 \lg Re - 1,64)^{-2}$ - hệ số trở lực ma sát.

Phạm vi ứng dụng của phương trình (5-26) :

$$2300 < Re_f < 10^6 ; \quad 0,5 < Pr_f < 10^4 ; \quad 0 < \frac{d}{l} < 1.$$

trong đó : d, l : đường kính trong và chiều dài của ống.

5.3.2. Trao đổi nhiệt cường bức khi dòng chảy ngang qua một ống

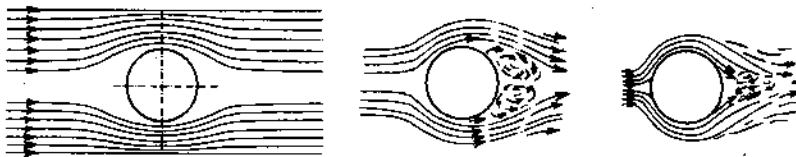
Quá trình trao đổi nhiệt khi dòng chảy ngang qua một ống có một số đặc điểm đặc trưng. Các đặc điểm đó trước hết quyết định bởi sự bao của chất lỏng quanh chu vi ống.

Sự bao của chất lỏng quanh chu vi ống phụ thuộc vào trị số Re .

Khi $Re < 5$ thì hầu như toàn bộ bề mặt ống được bao bởi chất lỏng.

Khi $Re > 5$ thì chỉ có một phần mặt trước ống được bao bởi chất lỏng. Phần còn lại phía mặt sau nằm trong vùng xoáy và khi $Re > 10^3$ có sự tách dòng khỏi bề mặt ống.

Khi Re bé, góc tách ly vào khoảng $\varphi = 82^\circ \div 84^\circ$ (góc φ tính từ điểm giữa mặt trước ống). Khi Re lớn góc tách ly vào khoảng $\varphi = 120^\circ \div 140^\circ$ (Hình 5-4).



Hình 5-4

Tương ứng với sự bao của chất lỏng quanh bề mặt ống, sự tách ly của dòng chất lỏng khỏi bề mặt và sự xoáy của dòng thì hệ số tỏa nhiệt theo chu vi ống sẽ thay đổi.

Tại điểm dòng chảy đập thẳng vào ống, hệ số tỏa nhiệt có giá trị lớn nhất. Sau đó hệ số tỏa nhiệt giảm dần vì chiều dày lớp biên tăng. Tại vị trí dòng chất lỏng tách khỏi bề mặt, hệ số tỏa nhiệt có giá trị bé nhất.

Sau đó, hệ số tỏa nhiệt lại tăng dần vì do sự xoáy của dòng mà cường độ trao đổi nhiệt được tăng cường.

Hệ số tỏa nhiệt trung bình phần trước lớn hơn phần sau hay phần sau lớn hơn phần trước phụ thuộc vào trị số Re .

Khi Re nhỏ thì hệ số tỏa nhiệt phần trước lớn hơn phần sau. Ngược lại, khi Re lớn thì hệ số tỏa nhiệt phần sau lớn hơn phần trước vì lúc này ảnh hưởng sự xoáy của dòng đến hệ số tỏa nhiệt rất lớn.

Hệ số tỏa nhiệt trung bình theo chu vi ống có thể tính theo công thức thực nghiệm sau :

$$\text{khi : } Re_f = 5 + 10^3$$

$$Nu_f = 0,5 Re_f^{0,5} Pr_f^{0,38} \left(\frac{Pr_f}{Pr_w} \right)^{0,25} \quad (5-27)$$

$$\text{khi : } Re_f = 10^3 + 2.10^5$$

$$Nu_f = 0,25 Re_f^{0,6} Pr_f^{0,38} \left(\frac{Pr_f}{Pr_w} \right)^{0,25} \quad (5-28)$$

Đối với không khí :

$$\text{khi : } Re_f = 5 + 10^3$$

$$Nu_f = 0,44 Re_f^{0,5} \quad (5-29)$$

$$\text{khi : } Re_f = 1.10^3 + 2.10^5$$

$$Nu_f = 0,216 Re_f^{0,6} \quad (5-30)$$

khi $\varphi < 90$ nghĩa là dòng không chảy vuông góc với ống thì :

$$\alpha_\varphi = \varepsilon_\varphi \alpha_{90}$$

α_φ là hệ số hiệu chỉnh, được xác định bằng bảng hay đồ thị.

Trong các công thức trên : kích thước xác định là đường kính ngoài của ống ; nhiệt độ xác định là nhiệt độ trung bình của chất lỏng.

Đối với các ống có hình dáng khác nhau như hình vuông, các hình có cạnh không sử dụng được các công thức trên. Trong những trường hợp đặc biệt này cần thí nghiệm để có công thức tính toán riêng.

5.3.3. Tỏa nhiệt khi dòng chuyển động ngang qua chùm ống

Trong kỹ thuật, các thiết bị trao đổi nhiệt thường gồm nhiều ống (chùm ống). Các ống được bố trí sắp xếp theo một cách nhất định. Thông thường có hai cách bố trí : bố trí song song và bố trí so le (gọi là chùm ống song song hay chùm ống so le, hình 5-5).

Do ảnh hưởng qua lại giữa các ống, đặc tính chuyển động của chất lỏng hay chất khí qua chùm ống khác nhiều so với trường hợp chảy ngang qua một ống.

Các bước ống ngang S_1 , bước ống dọc S_2 và đường kính ống sẽ quyết định đặc tính chuyển động, vì vậy nó là những đại lượng đặc trưng của chùm ống.

Đối với chùm ống song song, đặc tính bao của chất lỏng ở dây ống thứ nhất giống như ống đơn. Nhưng từ dây ống thứ hai trở đi thì phần trước và phần sau của các ống đều nằm trong vùng xoáy của các dây ống trước nó và không bị va đập của dòng chảy (Hình 5-5).

Đối với chùm ống so le, đặc tính chuyển động của dây ống thứ nhất cũng giống như ống đơn. Các dây sau nó chịu va đập của dòng chảy gần như nhau.

Do ảnh hưởng qua lại giữa các dây ống mà ở chùm ống, hệ số tỏa nhiệt của dây ống thứ hai sẽ lớn hơn dây ống thứ nhất và dây ống thứ ba sẽ lớn hơn dây ống thứ hai. Nói chung hệ số tỏa nhiệt từ dây ống thứ ba trở đi là ổn định. Vì thế người ta thường thiết lập công thức tính hệ số tỏa nhiệt đối với dây ống thứ ba, còn hệ số tỏa nhiệt của dây ống thứ hai và thứ nhất sẽ được tính thông qua các hệ số hiệu chỉnh.

Đối với chùm ống song song :

$$Nu_f = 0,26 Re_f^{0,65} Pr_f^{0,33} \left(\frac{Pr_f}{Pr_w} \right)^{0,25} \cdot \varepsilon_s \cdot \varepsilon_1 \quad (5-31)$$

Đối với chùm ống so le :

$$Nu_f = 0,41 Re_f^{0,60} Pr_f^{0,33} \left(\frac{Pr_f}{Pr_w} \right)^{0,25} \cdot \varepsilon_s \cdot \varepsilon_1 \quad (5-32)$$

ε_1 - hệ số ảnh hưởng của các hàng ống ;

ε_s - hệ số hiệu chỉnh xét đến ảnh hưởng của bước ống tương đối.

Đối với chùm ống song song : $\varepsilon_s = \left(\frac{S_2}{d} \right)^{-0,15}$;

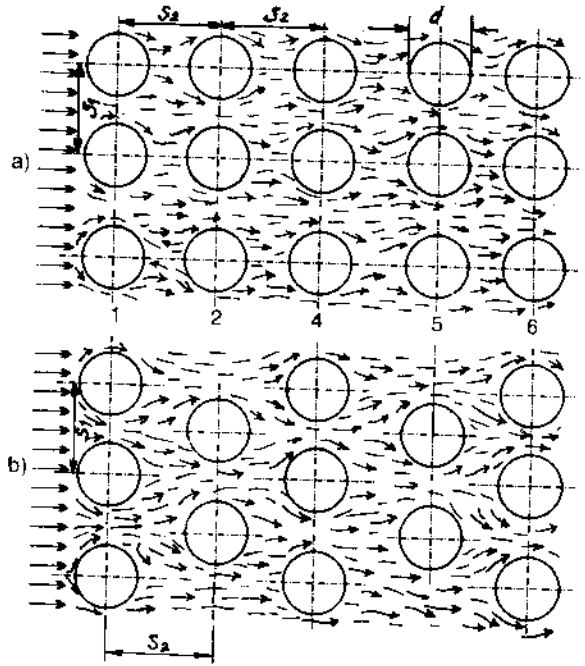
$$\varepsilon_1 = 0,6 ; \varepsilon_2 = 0,9 ; \varepsilon_3 = \dots = \varepsilon_n = 1$$

Đối với chùm ống so le :

khi : $\frac{S_1}{S_2} < 2 \rightarrow \varepsilon_s = \left(\frac{S_1}{S_2} \right)^{1/6}$

$$\frac{S_1}{S_2} \geq 2 \rightarrow \varepsilon_s = 1,12$$

$$\varepsilon_1 = 0,6 ; \varepsilon_2 = 0,7 ; \varepsilon_3 = \dots = \varepsilon_n = 1.$$



Hình 5-5

Đối với không khí, công thức tính toán sẽ đơn giản hơn như sau :

Đối với chùm song song :

$$Nu_f = 0,21 Re_f^{0,65} \varepsilon_s \cdot \varepsilon_i \quad (5-33)$$

Đối với chùm so le :

$$Nu_f = 0,37 Re_f^{0,6} \varepsilon_s \varepsilon_i \quad (5-34)$$

Nếu góc tới $\varphi < 90$ thì các giá trị tính toán cần nhân thêm với hệ số ε_φ - được xác định từ bảng hay đồ thị.

Trong các công thức trên, nhiệt độ xác định là nhiệt độ trung bình của chất lỏng, kích thước xác định là đường kính ngoài và tốc độ là giá trị tốc độ ứng với tiết diện hẹp nhất của chùm ống.

Hệ số tỏa nhiệt trung bình của chùm ống :

$$\alpha = \frac{\alpha_1 F_1 + \alpha_2 F_2 + \dots + \alpha_n F_n}{F_1 + F_2 + \dots + F_n}$$

trong đó : $F_1, F_2, \dots, F_n$ - diện tích của mỗi dây ống ;

$\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ - hệ số tỏa nhiệt của mỗi dây ống.

Nếu $F_1 = F_2 = \dots = F_n$ thì :

$$\alpha = \frac{\alpha_1 + \alpha_2 + (n-2)\alpha_3}{n}$$

5.4. TỎA NHIỆT CỦA KIM LOẠI LỎNG

Các kim loại lỏng như thủy ngân, kali, natri, liti ... là những chất tải nhiệt rất tốt. Hiện nay chúng đang được sử dụng rộng rãi trong kỹ thuật.

Ưu điểm chính của các kim loại lỏng là tính dẫn nhiệt cao, khối lượng riêng lớn, nhiệt độ sôi cao ứng với áp suất thấp, độ nhớt nhỏ, không ăn mòn kim loại. Nhiều kim loại lỏng có nhiệt độ nóng chảy thấp nên dễ dàng đưa nó về trạng thái lỏng. Nhưng nhược điểm của nó là nhiệt dung riêng thấp, khi tiếp xúc với không khí dễ bị oxy hóa. Nhờ có tính dẫn nhiệt cao nên các kim loại lỏng có khả năng làm tăng cường quá trình tỏa nhiệt từ bề mặt đốt nóng. Do đó có thể sử dụng kim loại lỏng ở nhiệt độ $700 + 800^\circ\text{C}$ với áp suất thấp. Hiện nay, kim loại lỏng được dùng làm chất tải nhiệt trong các lò phản ứng hạt nhân của các nhà máy điện nguyên tử, được dùng làm chất tải nhiệt khi làm mát các cánh của tuabin khí.

Vì các lý do trên mà việc nghiên cứu tỏa nhiệt của kim loại lỏng không chỉ có giá trị về mặt lý thuyết mà còn có giá trị về mặt thực tế.

Với các kết quả nghiên cứu thu được, hệ số tỏa nhiệt của các kim loại nặng, các kim loại kiềm và các hợp kim có thể xác định bằng công thức thực nghiệm sau :

$$Nu_f = 4,5 + 0,014(Re_f Pr_f)^{0,8} \quad (5-35)$$

Trong đó, kích thước xác định là đường kính hay đường kính tương đương ; nhiệt độ xác định là nhiệt độ trung bình của kim loại lỏng. Công thức trên sử dụng trong phạm vi $Re_f = 10^4 + 10^6$, $Pr_f = 4 \cdot 10^{-3} + 3,2 \cdot 10^{-2}$ và $l/d > 30$. Khi $l/d < 30$ cần nhân với hệ số hiệu chỉnh :

$$\varepsilon_l = 1,72 \left(\frac{d}{l} \right)^{0,16}$$

Khi kim loại lỏng chuyển động tự do, hệ số tỏa nhiệt được xác định bằng công thức :

$$Gr_f = 10^2 + 10^9$$

$$Nu_f = 0,52 Gr_f^{0,25} Pr_f^{0,4} \quad (5-36)$$

$$Gr_f = 10^9 + 10^{13}$$

$$Nu_f = 0,106 Gr_f^{0,33} Pr_f^{0,4} \quad (5-37)$$

Trong đó, nhiệt độ xác định là nhiệt độ trung bình $0,5 (t_f + t_w)$. Kích thước xác định là chiều cao đối với tấm hay ống đặt đứng, là đường kính ống đối với ống nằm ngang.

Chương 6

TRAO ĐỔI NHIỆT ĐỐI LƯU KHÍ CÓ BIẾN ĐỔI PHA

Trao đổi nhiệt đối lưu khí có biến đổi pha là quá trình trao đổi nhiệt trong đó có sự biến đổi lỏng thành hơi hoặc hơi thành lỏng.

Quá trình trao đổi nhiệt khi có sự biến đổi lỏng thành hơi gọi là tỏa nhiệt khi sôi.

Quá trình trao đổi nhiệt khi có sự biến đổi hơi thành lỏng gọi là tỏa nhiệt khi ngưng.

Trao đổi nhiệt khi có biến đổi pha có nhiều đặc điểm khác với trao đổi nhiệt đối lưu khí không có biến đổi pha. Chúng ta sẽ nghiên cứu kỹ các đặc điểm này.

6.1. TRA O Đ OI NHIỆT KHÍ S OI

6.1.1. Các điều kiện của quá trình sôi

Trong các thiết bị trao đổi nhiệt chúng ta có thể gặp hai loại quá trình sôi :

- Quá trình sôi trong thể tích của chất lỏng.
- Quá trình sôi trên bề mặt vật rắn được đốt nóng.

Điều kiện của quá trình sôi :

Muốn có quá trình sôi cần phải có hai điều kiện :

- Chất lỏng phải được quá nhiệt. Trong trường hợp sôi trong thể tích của chất lỏng thì toàn bộ khối chất lỏng phải được quá nhiệt. Sự quá nhiệt này có thể nhận được bằng cách giảm nhanh áp suất của chất lỏng để có $p < p_s$ (p_s là áp suất bão hòa ứng với nhiệt độ đã cho) hoặc cấp nhiệt cho khối chất lỏng như sự sôi nóng vào chất lỏng như thường gặp trong các thiết bị trao đổi nhiệt kiểu hỗn hợp.

Trong trường hợp sôi trên bề mặt vật rắn thì phải có một lớp chất lỏng ở sát bề mặt vật rắn được quá nhiệt.

- Phải có các tâm sinh hơi. Các tâm sinh hơi có thể là các bọt khí, các hạt bụi hoặc các chỗ lõm trên bề mặt vật rắn.

Đây là hai điều kiện cần thiết của quá trình sôi. Thí nghiệm đã chứng tỏ rằng nếu không có tâm sinh hơi, thí dụ đối với chất lỏng rất sạch hay bề mặt vật rắn thật nhẵn bóng thì ngay cả khi chất lỏng có độ quá nhiệt rất lớn, quá trình sôi cũng chưa có thể xảy ra. Nhưng nếu có các tâm sinh hơi thì khi chất lỏng được quá nhiệt đến một mức nào đó, quá trình sôi đã có thể xảy ra.

Trong thực tế chúng ta thường gặp quá trình sôi trên bề mặt vật rắn. Vì vậy chúng ta sẽ nghiên cứu kỹ các đặc điểm của quá trình sôi này.

6.1.2. Cơ cấu của quá trình sôi trên bề mặt vật rắn

1) Sự hình thành các bọt hơi

Khi một lớp chất lỏng sát bề mặt vật rắn được quá nhiệt thì các bọt hơi được hình thành tại các tâm sinh hơi. Các phân tử có kích thước :

$$R_0 = \frac{2\sigma T_s}{r \rho_h \Delta t}, \text{ m} \quad (6-1)$$

sẽ được dùng làm tâm sinh hơi.

trong đó : σ - sức căng bề mặt, N/m ;

T_s - nhiệt độ sôi ứng với áp suất đã cho ;

r - nhiệt hóa hơi ;

ρ_h - khối lượng riêng của hơi ;

$\Delta t = t_w - t_s$; Δt là độ chênh nhiệt độ hay độ quá nhiệt của lớp chất lỏng sát bề mặt vật rắn ; t_w - nhiệt độ của bề mặt vách .

R_0 được xác định trên cơ sở thiết lập sự cân bằng của các lực tác dụng lên bề mặt bọt hơi ; đó là lực áp suất trong bọt hơi, lực áp suất của chất lỏng bao quanh bọt hơi và sức căng bề mặt của bọt hơi.

2) Sự lớn lên và tách ly các bọt hơi

Sau khi các bọt hơi được sinh ra tại các tâm sinh hơi, các bọt hơi lớn lên dần dần. Sự lớn lên của các bọt hơi là do các bọt hơi mới sinh ra nhận nhiệt từ bề mặt đốt nóng qua lớp chất lỏng bao quanh bọt hơi, lớp chất lỏng này tiếp tục bay hơi vào trong bọt hơi, mặt khác khi nhận nhiệt, hơi trong bọt hơi giãn nở, kết quả là kích thước bọt hơi được tăng dần. Tốc độ lớn lên của bọt hơi có thể được xác định bằng công thức :

$$R = \sqrt{\frac{12\lambda \Delta t \cdot \tau}{r \cdot \rho_h}} \quad (6-2)$$

trong đó : λ - hệ số dẫn nhiệt của chất lỏng ;

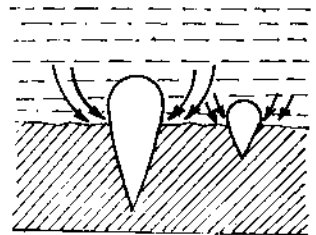
τ - thời gian.

Khi kích thước của bọt hơi đã đủ lớn, dưới tác dụng của lực Ácsimet các bọt hơi được tách khỏi bề mặt vật rắn và chuyển động lên trên mặt thoáng. Trong quá trình chuyển động lên trên, nếu chất lỏng ở phía trên không được quá nhiệt thì các bọt hơi nổi lên bị lạnh sẽ ngưng lại nhỏ dần và biến mất trước khi tới mặt thoáng của chất lỏng. Hiện tượng sôi như vậy gọi là sôi chưa tới nhiệt, trường hợp này có thể gặp khi công suất nhiệt quá bé trong khi thể tích khối chất lỏng quá lớn hoặc khi bề mặt vật rắn bị đốt nóng cục bộ. Nếu lớp chất lỏng phía trên cũng được quá nhiệt một chút thì các bọt hơi sẽ chuyển động tới mặt thoáng và nổ do độ chênh áp suất của hơi trong bọt hơi và áp suất trên mặt thoáng. Khi các bọt hơi nổ, hơi được thoát ra.

Đường kính bọt hơi khi tách khỏi bề mặt đốt nóng gọi là đường kính tách ly.

$$D_t = 0,0208 \cdot \theta \sqrt{\frac{\sigma}{g(\rho_l - \rho_h)}} \quad (6-3)$$

θ - góc dính ướt của chất lỏng với bề mặt vật rắn đo bằng độ góc (Hình 6-2).

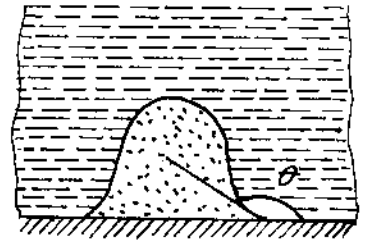
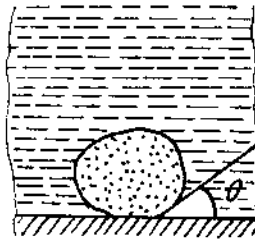


Hình 6-1

Khi $\theta > \frac{\pi}{2}$ chất lỏng không dính ướt bề mặt.

Khi $\theta < \frac{\pi}{2}$ chất lỏng dính ướt bề mặt.

Khi một bọt hơi nào đó tách khỏi bề mặt thì lập tức tại đó lại xuất hiện một bọt hơi mới.



Hình 6-2

Khoảng thời gian tách ly của hai bọt hơi liên tiếp tại cùng một tâm sinh hơi gọi là chu kỳ sinh hơi τ (s). Đại lượng nghịch đảo của chu kỳ sinh hơi gọi là tần số sinh hơi f .

$$f = \frac{1}{\tau}, \quad 1/s$$

Giữa đường kính tách ly bọt hơi và tần số sinh hơi có quan hệ với nhau, nếu đường kính tách ly bọt hơi lớn thì tần số sinh hơi sẽ nhỏ và ngược lại.

Một cách gần đúng thì quan hệ giữa tần số sinh hơi và đường kính tách ly bọt hơi có thể viết:

$$f \cdot D_t = \text{const}$$

Tích $f \cdot D_t$ phụ thuộc vào từng loại chất lỏng.

Thí dụ: Đối với nước $f \cdot D_t = 155 \text{ mm/s}$

Freon 12 $f \cdot D_t = 64 \text{ mm/s}$.

Quá trình sôi trên bề mặt vật rắn có thể phân thành sôi bọt và sôi màng. Khi các bọt hơi được hình thành một cách riêng biệt ta có sôi bọt. Khi các bọt hơi sinh ra liên kết với nhau thành một màng hơi ta có sôi màng.

Chế độ sôi bọt, sôi màng phụ thuộc vào công suất nhiệt, độ chênh nhiệt độ, tính dính ướt của chất lỏng v.v...

So sánh hệ số tỏa nhiệt khi sôi với hệ số tỏa nhiệt khi không có hiện tượng sôi ta thấy hệ số tỏa nhiệt khi sôi lớn hơn khi không sôi rất nhiều. Điều này có thể giải thích như sau: khi có hiện tượng sôi, lớp chất lỏng ở sát bề mặt đốt nóng bị xáo trộn mạnh do sự hình thành và tách ly các bọt hơi, do đó cường độ trao đổi nhiệt tăng và hệ số tỏa nhiệt tăng.

Giữa hai chế độ sôi thì sôi bọt có hệ số tỏa nhiệt lớn hơn sôi màng bởi vì khi sôi màng, màng hơi phủ trên bề mặt nóng có nhiệt trở lớn làm cản trở sự trao đổi nhiệt giữa bề mặt vật rắn và chất lỏng. Vì vậy, trong các thiết bị trao đổi nhiệt người ta mong muốn duy trì chế độ sôi bọt.

6.1.3. Các nhân tố ảnh hưởng đến tỏa nhiệt khi sôi

1) Ảnh hưởng của độ chênh nhiệt độ $\Delta t = t_w - t_s$

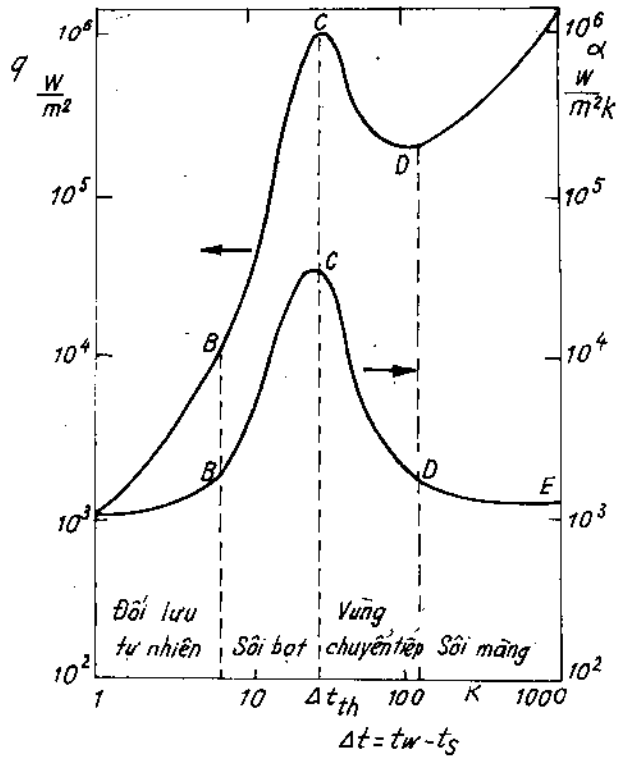
Ứng với p đã cho, độ chênh nhiệt độ có ảnh hưởng lớn đến tỏa nhiệt khi sôi. Ảnh hưởng này có thể thấy rõ trên đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc của α và q vào Δt ứng với nước sôi ở áp suất 1 at (Hình 6-3).

Từ đồ thị ta thấy :

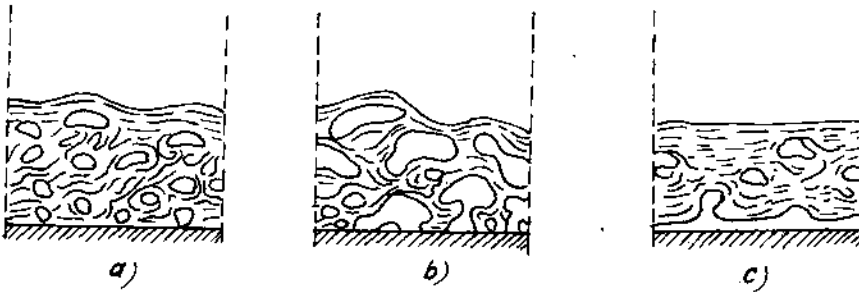
Khi $\Delta t < 5 \text{ K}$ lúc này số bọt hơi sinh ra ít, tốc độ lớn lên của các bọt hơi chậm, số bọt hơi sinh ra chưa đủ xáo trộn mạnh lớp chất lỏng sát bề mặt đốt nóng. Vì vậy hệ số tỏa nhiệt lúc này được xác định chủ yếu bằng đối lưu một pha. Chế độ này gọi là sôi đối lưu tự nhiên.

Khi $\Delta t > 5 \text{ K}$ nếu Δt tăng, bán kính tâm sinh hơi R_0 giảm, tốc độ lớn lên của các bọt hơi nhanh, số bọt hơi được sinh ra nhiều, tần số sinh hơi lớn làm xáo trộn mạnh lớp chất lỏng sát bề mặt đốt nóng, do đó hệ số tỏa nhiệt và mật độ dòng nhiệt tăng nhanh. Chế độ sôi này gọi là sôi bọt (Hình 6-4).

Khi Δt khá lớn, R_0 giảm, số phân tử được chọn làm tâm sinh hơi nhiều, số bọt hơi sinh ra nhiều liên kết với nhau thành từng mảng hơi, làm hệ số tỏa nhiệt giảm và đồng thời q cũng giảm. Chế độ này gọi là chế độ sôi quá độ (không ổn định).



Hình 6-3



Hình 6-4

Sau đây, nếu tiếp tục tăng Δt , $\Delta t > 111 \text{ K}$ các bọt hơi sinh ra quá nhiều, liên kết với nhau thành màng hơi phủ kín bề mặt đốt nóng, chế độ sôi chuyển sang chế độ sôi màng ổn định, hệ số tỏa nhiệt giữ giá trị ổn định nhưng khi đó q không giảm mà lại tăng vì sự trao đổi nhiệt lúc này là do trao đổi nhiệt bức xạ quyết định.

Trạng thái chuyển từ chế độ sôi bọt sang chế độ sôi màng gọi là trạng thái tới hạn. Ứng với trạng thái tới hạn, α có giá trị lớn nhất.

Δt được gọi là Δt tới hạn và q được gọi là q tới hạn.

Trong kỹ thuật, việc xác định Δt và q tới hạn có ý nghĩa quan trọng. Vì trong các thiết bị sinh hơi người ta muốn duy trì chế độ sôi bọt để đảm bảo cho nhiệt độ

bề mặt không cao quá mức cho nên cần đảm bảo chế độ cấp nhiệt sao cho $\Delta t < \Delta t_{th}$ hoặc $q < q_{th}$.

2) Ảnh hưởng của tính dính ướt của chất lỏng

Tính dính ướt của chất lỏng được thể hiện qua góc dính ướt. Khi $\theta > \pi/2$ chất lỏng không dính ướt bề mặt, các bọt hơi có chân rộng, đường kính tách ly bọt hơi lớn, các bọt hơi khó tách khỏi bề mặt, dễ dàng liên kết với nhau thành màng hơi, ta có chế độ sôi màng, hệ số tỏa nhiệt bé.

Ngược lại, nếu chất lỏng dính ướt tốt với bề mặt đốt nóng, các bọt hơi có chân bé, đường kính tách ly bọt hơi nhỏ. Các bọt hơi dễ tách khỏi bề mặt đốt nóng, ta có chế độ sôi bọt, hệ số tỏa nhiệt lớn. Đối với chất lỏng dính ướt bề mặt, chế độ sôi màng chỉ có thể xảy ra khi $\Delta t > \Delta t_{th}$.

3) Ảnh hưởng của áp suất p

Với trị số Δt cho trước, việc thay đổi p sẽ dẫn đến sự thay đổi các đại lượng ρ_h , λ , τ , σ làm thay đổi R_o và do đó α cũng sẽ thay đổi. Tuy sự thay đổi của ρ_h , λ , r , σ khác nhau trong từng khoảng giá trị của p, nhưng nói chung khi tăng p thì đều dẫn đến giảm R_o , nghĩa là khi tăng p, số tâm sinh hơi tăng, số bọt hơi sinh ra nhiều, do đó hệ số tỏa nhiệt α tăng.

Khi chất lỏng sôi ở áp suất $p < 1$ bar, quá trình sôi có nhiều đặc điểm mới. Khi $\Delta t > 5$ K, chế độ sôi đối lưu có thể vẫn tồn tại. Hệ số tỏa nhiệt khi sôi ở $p < 1$ bar nhỏ hơn hệ số tỏa nhiệt khi sôi ở $p > 1$ bar. Nhưng do sôi ở áp suất thấp, nhiệt độ sôi sẽ thấp, như vậy có thể sử dụng hơi áp suất thấp hoặc hơi thứ cấp trích từ các bình sinh hơi làm việc với áp suất cao để gia nhiệt. Vì vậy, các thiết bị bay hơi làm việc với $p < 1$ bar vẫn được sử dụng.

4) Ảnh hưởng của tính chất vật lý của chất lỏng

Các đại lượng vật lý có ảnh hưởng nhiều đến hệ số tỏa nhiệt khi sôi là sức căng bề mặt σ , độ nhớt động lực μ , hệ số dẫn nhiệt λ , nhiệt hóa hơi r.

Chất lỏng có sức căng bề mặt lớn thì R_o và D_i sẽ lớn, số tâm sinh hơi và tần số sinh hơi nhỏ, do đó hệ số tỏa nhiệt α bé. Theo thực nghiệm $\alpha \sim \sigma^{-0,33}$

Chất lỏng có độ nhớt động lực μ lớn, chuyển động của nó bị cản trở nhiều, do đó hệ số tỏa nhiệt nhỏ $\alpha \sim \mu^{-0,45}$.

Chất lỏng có λ lớn, tốc độ lớn lên của các bọt hơi lớn, hệ số tỏa nhiệt lớn.

Chất lỏng có nhiệt hóa hơi lớn, R_o sẽ nhỏ, số tâm sinh hơi nhiều, hệ số tỏa nhiệt lớn.

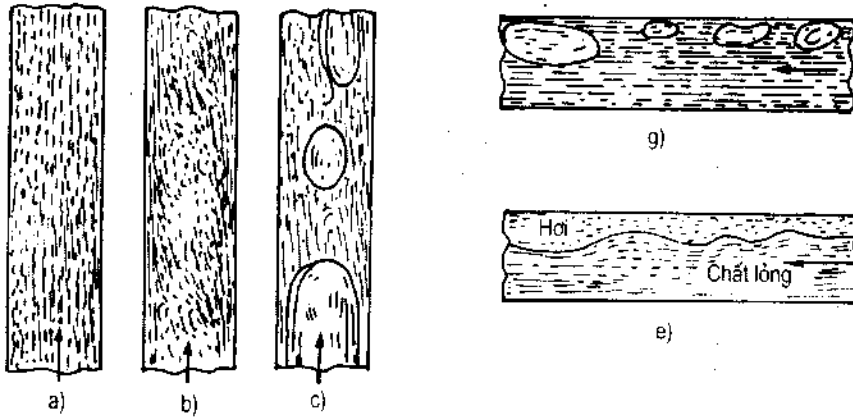
5) Ảnh hưởng của trạng thái bề mặt đốt nóng

Nếu bề mặt đốt nóng có độ nhám lớn, số phần tử được dùng làm tâm sinh hơi nhiều, do đó hệ số tỏa nhiệt sẽ lớn. Khi trên bề mặt đốt nóng có một lớp oxit, lớp oxit này sẽ làm tăng độ nhám của bề mặt, do đó hệ số tỏa nhiệt sẽ tăng.

Nhưng cần lưu ý là khi trên bề mặt đốt nóng có một lớp oxit, một mặt lớp oxit này làm tăng độ nhám do đó làm tăng α mặt khác lớp oxit này lại làm tăng nhiệt trở dẫn nhiệt do đó cường độ trao đổi nhiệt giảm và hệ số tỏa nhiệt sẽ giảm. Tuy nhiên ảnh hưởng của lớp oxit còn phụ thuộc vào phụ tải nhiệt. Khi $q \leq 2 \cdot 10^5$ W/m² thì tác dụng làm tăng độ nhám của lớp oxit sẽ lớn nhưng khi q lớn thì tác dụng làm tăng nhiệt trở của lớp oxit sẽ lớn.

6) Ảnh hưởng của cách bố trí bề mặt đốt nóng

Quá trình sôi trên bề mặt đốt nóng có thể xảy ra trên bề mặt vách phẳng, trên bề mặt ngoài hay bề mặt trong của ống đặt nằm ngang hay đặt đứng (Hình 6.5).



Hình 6-5

Cách bố trí bề mặt đốt nóng có ảnh hưởng đến cấu trúc của dòng chảy, do đó ảnh hưởng đến quá trình trao đổi nhiệt.

6.1.4. Một số công thức thực nghiệm tính toán tỏa nhiệt khi sôi

Tính toán tỏa nhiệt khi sôi là một bài toán phức tạp vì tỏa nhiệt khi sôi phụ thuộc vào rất nhiều nhân tố. Chúng ta không có khả năng thiết lập được công thức tính toán chung cho mọi trường hợp tỏa nhiệt khi chất lỏng sôi. Phương pháp thực nghiệm vẫn là phương pháp có hiệu quả nhất trong nghiên cứu tỏa nhiệt khi sôi. Các kết quả nghiên cứu có thể biểu diễn dưới dạng phương trình tiêu chuẩn và trong nhiều trường hợp có thể biểu diễn dưới dạng tường minh (xác định trực tiếp hệ số tỏa nhiệt).

1) Tỏa nhiệt khi sôi bọt trên bề mặt vật rắn trong thể tích lớn

Theo các số liệu thực nghiệm, đối với nhiều chất lỏng khác nhau khi sôi bọt trong điều kiện chuyển động tự nhiên, hệ số tỏa nhiệt được xác định bằng phương trình tiêu chuẩn sau :

$$Nu_* = 3,91 \cdot 10^{-3} \left(\frac{\lambda_f \Delta t}{r \cdot \nu_f \cdot \rho_h} \right) Pr_f^{2/3} \quad (6-4)$$

khi : $\frac{\lambda_f \Delta t}{r \cdot \nu_f \cdot \rho_h} Pr_f^{1/3} < 1,6$

$$Nu_* = 2,63 \cdot 10^3 \left(\frac{\lambda_f \Delta t}{r \cdot \nu_f \cdot \rho_h} \right)^{1,86} Pr_f^{0,95} \quad (6-5)$$

khi : $\frac{\lambda_f \Delta t}{r \cdot \nu_f \cdot \rho_h} \cdot Pr_f^{1/3} > 1,6$

trong đó :
$$Nu_* = \frac{\alpha l_*}{\lambda_f}$$

với :
$$l_* = \frac{C_{pf} \cdot \rho_f \sigma T_s}{(r \cdot \rho_h)^2}$$
 có thứ nguyên chiều dài.

Các trị số l_* , $\frac{l_*}{r \cdot \nu_f \cdot \rho_h}$, $\frac{\lambda}{r \cdot \nu_f \rho_h}$ thường được tính sẵn và lập thành bảng.

Trong tính toán kỹ thuật, đối với nước khi sôi bọt ở áp suất $p = 1 \div 40$ bar, hệ số tỏa nhiệt có thể tính theo các công thức thực nghiệm đơn giản sau :

$$\alpha = 3,14 p^{0,15} q^{0,7} \quad (6-6)$$

hoặc :
$$\alpha = 46 \Delta t^{2,33} p^{0,5} \quad (6-7)$$

trong đó : p - áp suất tuyệt đối tính bằng bar ;

q - phụ tải nhiệt, W/m^2 ;

$$\Delta t = (t_w - t_s).$$

2) Tỏa nhiệt khi chất lỏng chuyển động trong ống

Khi chất lỏng chuyển động trong ống, hệ số tỏa nhiệt không chỉ phụ thuộc vào phụ tải nhiệt q mà còn phụ thuộc vào tốc độ chuyển động. Trong trường hợp này, hệ số tỏa nhiệt được xác định theo công thức :

$$\frac{\alpha_\omega}{\alpha_{dl}} = \sqrt{1 + \frac{\alpha}{\alpha_{dl}}} \quad (6-8)$$

trong đó : α_ω - hệ số tỏa nhiệt khi sôi của dòng chuyển động trong ống ;

α_{dl} - hệ số tỏa nhiệt đối lưu của dòng chuyển động trong ống khi không sôi được xác định theo công thức (5-24) ;

α - hệ số tỏa nhiệt khi sôi, khi tốc độ của dòng bằng không.

Đối với nước sôi trong ống sạch, mật độ dòng nhiệt q từ $2.10^5 W/m^2$ đến $10.10^5 W/m^2$, trị số α có thể xác định theo công thức thực nghiệm sau :

$$\alpha = A \cdot q^{0,7} \quad (6-9)$$

A là hệ số tỷ lệ phụ thuộc vào áp suất bão hòa.

p , bar	10	20	40	80	140
A	3,2	3,7	4,3	6,4	11,2

3) Tỏa nhiệt khi sôi trong không gian giữa các ống của chùm ống

Trong các thiết bị trao đổi nhiệt, quá trình sôi có thể thực hiện ở chùm ống đặt đứng hay nằm ngang.

Trong trường hợp này sự chuyển động của hỗn hợp (hơi - lỏng) trong không gian giữa các ống của chùm ống có ảnh hưởng rất lớn đến quá trình trao đổi nhiệt, đặc biệt khi mật độ dòng nhiệt nhỏ, áp suất thấp.

Khi dòng chuyển động qua chùm ống nằm ngang, hệ số tỏa nhiệt của các dây ống phía sau lớn hơn hệ số tỏa nhiệt của các dây ống phía trước.

Hệ số tỏa nhiệt khi sôi của chùm ống nằm ngang được xác định bằng công thức ;

$$\alpha_{ch} = \varepsilon \alpha \quad (6-10)$$

trong đó : α_{ch} - hệ số tỏa nhiệt khi sôi của chùm ống ;

α - hệ số tỏa nhiệt khi sôi của một ống ;

ε - hệ số hiệu chỉnh được xác định bằng công thức thực nghiệm :

$$\varepsilon = 0,714 \left(\frac{s-d}{0,348} \right)^{0,0131G} \left(\frac{1}{N} \right)^{-0,24} \left(1,75 - \ln \frac{1}{N} \right)$$

s, d - bước ống và đường kính ống ;

$N = \frac{D}{S}$ - trong trường hợp các ống bố trí theo hình vuông ;

D - đường kính ống của chùm ống ;

G - đặc trưng cho năng suất sinh hơi của chùm ống :

$$G = \frac{F.k.\Delta t}{L(s-d)r}$$

L - tổng chiều dài của các ống trong chùm ống ;

F - tổng diện tích của các ống ;

k - hệ số truyền nhiệt ;

Δt - độ chênh nhiệt độ trung bình :

$$\Delta t = \frac{\Delta t_1 - \Delta t_2}{\ln \frac{\Delta t_1}{\Delta t_2}}$$

4) Tỏa nhiệt khi sôi màng

Khi sôi màng, chất lỏng được ngăn cách với bề mặt đốt nóng bởi màng hơi, nhiệt độ bề mặt đốt nóng t_w lớn hơn nhiệt độ bão hòa t_s rất nhiều. Vì vậy, ngoài trao đổi nhiệt đối lưu giữa bề mặt và màng hơi còn có trao đổi nhiệt bức xạ.

Cường độ trao đổi nhiệt đối lưu khi sôi màng được xác định bởi nhiệt trở của màng hơi.

Đặc tính chuyển động của hơi trong màng hơi và chiều dày của màng hơi phụ thuộc vào kích thước, hình dáng bề mặt đốt nóng và cách bố trí bề mặt đốt nóng.

Khi sôi màng trên bề mặt ống hay tấm đặt đứng, chuyển động của hơi trong màng hơi thường có đặc tính rối. Bề mặt của màng hơi có dạng hình sóng, chiều dày của màng hơi tăng theo hướng chuyển động của hơi.

Thí nghiệm chứng tỏ rằng sự trao đổi nhiệt không phụ thuộc vào chiều cao của bề mặt đốt nóng.

Tính toán tỏa nhiệt trong trường hợp này có thể tiến hành theo công thức :

$$\alpha = 0,25 \sqrt[3]{\frac{\lambda_h^2 c_{ph} g(\rho_f - \rho_h)}{\nu_h}} \quad (6-11)$$

Các thông số của hơi λ_h , c_{ph} , ν_h xác định theo nhiệt độ trung bình của hơi :

$$t = 0,5.(t_w + t_s)$$

• Khi sôi màng trên bề mặt ống nằm ngang trong thể tích lớn, chất lỏng chuyển động tự do hay cưỡng bức, hệ số tỏa nhiệt được xác định theo công thức :

$$\alpha = 0,62 \sqrt[4]{\frac{\lambda_h^3 (\rho_f - \rho_h) \cdot g \cdot r_*}{\nu_h d (t_w - t_s)}} \quad (6-12)$$

trong đó : $r_* = r + 0,5 c_{ph} (t_w - t_s)$ - nhiệt hóa hơi hiệu quả tính đến sự quá nhiệt của hơi trong màng hơi ;

d - đường kính ống.

Các thông số vật lý của hơi xác định theo nhiệt độ trung bình $0,5(t_w + t_s)$.

6.1.5. Mật độ dòng nhiệt tới hạn

Như đã biết, ở chế độ sôi bọt, hệ số tỏa nhiệt lớn hơn ở chế độ sôi màng. Muốn đảm bảo chế độ sôi bọt thì độ chênh nhiệt độ hay mật độ dòng nhiệt phải nhỏ hơn các giá trị tới hạn tương ứng. Vì vậy cần xác định các giá trị tới hạn này.

- Mật độ dòng nhiệt tới hạn hay còn gọi là mật độ dòng nhiệt lớn nhất khi chất lỏng sôi trên bề mặt được xác định bằng công thức :

$$q_{th} = k \cdot r \sqrt{\rho_h} \sqrt[4]{\sigma g (\rho_f - \rho_h)} \quad (6-13)$$

trong đó : r , J/kg ; σ , N/m ; $g = 9,81 \text{ m/s}^2$;

ρ_f, ρ_h - khối lượng riêng của chất lỏng và của hơi ở áp suất sôi p , kg/m³ ;

k - hằng số, $k = 0,13 + 0,19$; đối với nước $k = 0,13$.

Trong công thức trên chưa kể đến ảnh hưởng của độ nhám bề mặt đốt nóng, cách bố trí bề mặt. Đối với bề mặt nhám (thí dụ, bề mặt kim loại) q_{th} lớn hơn đối với bề mặt nhẵn (như thủy tinh). Khi bề mặt đặt đứng, q_{th} nhỏ hơn bề mặt đặt nằm ngang.

- Mật độ dòng nhiệt tới hạn khi chất lỏng sôi chuyển động dọc theo bề mặt đốt nóng :

$$q_{th}^{\omega} = q_{th} + k_o r \sqrt{\rho_f \rho_h} \omega_f \quad (6-14)$$

trong đó : ω_f - tốc độ chuyển động của chất lỏng, m/s ;

k_o - hằng số xác định bằng thực nghiệm, $k_o = 0,0012$;

q_{th} - mật độ dòng nhiệt tới hạn tính theo (6-13).

- Mật độ dòng nhiệt tới hạn của chùm ống đặt nằm ngang :

$$q_{th} = k_1 \cdot r \sqrt{\rho_h} \sqrt[4]{\sigma g (\rho_f - \rho_h)} \cdot k_2 \quad (6-15)$$

k_1 - hệ số xác định bằng thực nghiệm, $k_1 = 0,453$;

k_2 - hệ số tính đến đặc tính hình học của chùm ống :

$$k_2 = 0,359 \left(\frac{s}{d} \right) \sqrt{\frac{\sin \beta}{z}}$$

trong đó : s - bước ống ;

d - đường kính ống ;

β - góc đặt ống, các ống trong chùm ống bố trí hình vuông, $\beta = 45^\circ$;

z - số ống trong chùm ống.

Khi tính toán thiết bị trao đổi nhiệt, mật độ dòng nhiệt tối hạn xác định theo công thức (6-15) cần tính thêm hệ số an toàn bằng 0,7.

6.2. TRAO ĐỔI NHIỆT KHI NGUNG HƠI

6.2.1. Khái niệm về quá trình ngưng

Quá trình trao đổi nhiệt trong đó có sự biến đổi pha từ hơi chuyển thành lỏng gọi là tỏa nhiệt khi ngưng hơi.

Tỏa nhiệt khi ngưng hơi có thể xảy ra trên bề mặt vật rắn hoặc trong thể tích khối hơi. Trong thực tế ta thường gặp quá trình ngưng hơi trên bề mặt vật rắn. Thí dụ : quá trình ngưng hơi trong các bình ngưng ở các nhà máy nhiệt điện, ngưng hơi ở các dàn ngưng hay bình ngưng ở các thiết bị lạnh...

Để có thể thực hiện quá trình ngưng trên bề mặt vật rắn cần hai điều kiện :

- Nhiệt độ bề mặt vật rắn phải nhỏ hơn nhiệt độ của hơi bão hòa tiếp xúc với bề mặt vật rắn.

- Trên bề mặt vật rắn phải có các tâm ngưng tụ.

Các tâm ngưng tụ có thể là các bọt khí, các hạt bụi hoặc độ nhám của bề mặt vật rắn.

Tùy theo trạng thái bề mặt và tính dính ướt của chất lỏng, quá trình ngưng hơi trên bề mặt vật rắn có thể có hai chế độ ngưng : ngưng màng và ngưng giọt.

Ngưng màng xảy ra khi các giọt chất lỏng ngưng liên kết với nhau thành một màng trên bề mặt vật rắn.

Ngưng giọt xảy ra khi các giọt chất lỏng ngưng tồn tại riêng rẽ trên bề mặt vật rắn.

Ngưng màng xảy ra khi chất lỏng dính ướt hoàn toàn bề mặt vật rắn, nghĩa là góc dính ướt lớn hơn $\pi/2$.

Còn ngưng giọt thường xảy ra khi chất lỏng không dính ướt bề mặt vật rắn, bề mặt vật rắn nhẵn bóng hoặc có lớp mỏng dầu mỡ dính trên bề mặt.

Trong thực tế, chúng ta thường gặp quá trình ngưng màng trên bề mặt vật rắn. Vì vậy, trước hết chúng ta nghiên cứu quá trình tỏa nhiệt khi ngưng màng trên bề mặt vật rắn.

6.2.2. Tỏa nhiệt khi ngưng màng của hơi

Giả sử ta có một bề mặt phẳng đặt đứng nhiệt độ bề mặt là t_w . Hơi bão hòa có nhiệt độ t_s tiếp xúc với bề mặt ($t_s > t_w$). Do hơi có nhiệt độ lớn hơn nhiệt độ bề mặt vách nên hơi truyền nhiệt cho bề mặt vách và được ngưng lại. Nếu chất lỏng ngưng dính ướt hoàn toàn với bề mặt vách thì các giọt nước ngưng sẽ liên kết với nhau thành một màng nước ngưng. Dưới tác dụng của lực trọng trường, màng nước ngưng sẽ chuyển động xuống phía dưới. Giả thiết chế độ chuyển động của màng nước ngưng là chế độ chảy tầng (Hình 6-6).

Ta cần xác định hệ số tỏa nhiệt khi ngưng trong trường hợp này.

Tại vị trí x nào đó, màng nước ngưng có chiều dày là δ_x .

Phương trình trao đổi nhiệt giữa hơi và bề mặt tại x có thể viết :

$$q = \alpha_x(t_s - t_w) = \frac{\lambda}{\delta_x}(t_s - t_w) \quad (6-16)$$

trong đó : α_x là hệ số tỏa nhiệt cục bộ tại vị trí x .

λ là hệ số dẫn nhiệt của nước ngưng.

Từ (6-16) ta có :

$$\alpha_x = \frac{\lambda}{\delta_x} \quad (6-17)$$

Rõ ràng hệ số tỏa nhiệt cục bộ phụ thuộc vào hệ số dẫn nhiệt của nước ngưng và chiều dày màng nước ngưng tại vị trí tính toán. Chiều dày màng nước ngưng phụ thuộc vào quy luật thay đổi tốc độ trong màng nước ngưng. Có thể tìm được quy luật này bằng cách giải phương trình chuyển động.

Vì màng nước ngưng chuyển động theo chiều x nên phương trình chuyển động sẽ viết theo chiều x .

$$\rho \frac{D\omega_x}{Dt} = \rho g_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 \omega_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \omega_x}{\partial z^2} \right)$$

Phương trình này sẽ giải được một cách dễ dàng với một số giả thiết sau :

- Màng nước ngưng chuyển động ổn định.
- Bỏ qua lực quán tính.
- Tốc độ của màng nước ngưng chỉ thay đổi theo hướng y .
- Bỏ qua sự thay đổi áp suất của màng nước ngưng theo hướng x .
- Các thông số vật lý của hơi bão hòa không thay đổi.

Với những giả thiết như vậy, phương trình chuyển động của màng nước ngưng theo hướng x sẽ đơn giản là :

$$\rho g_x + \mu \left(\frac{\partial^2 \omega_x}{\partial y^2} \right) = 0 \quad (6-18)$$

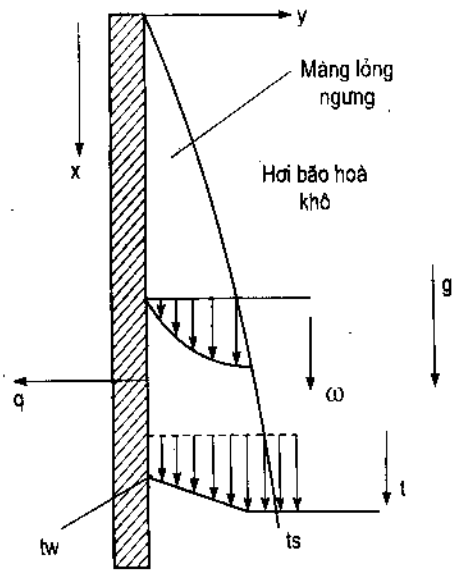
hay :

$$\mu \left(\frac{\partial^2 \omega_x}{\partial y^2} \right) = -\rho g$$

Giải phương trình này ta sẽ xác định được ω_x .

Tích phân lần thứ nhất ta được :

$$\frac{d\omega_x}{dy} = -\frac{\rho g}{\mu} y + C_1$$



Hình 6-6

Tích phân lần thứ hai ta được :

$$\omega_x = -\frac{\rho g}{2\mu} y^2 + C_1 y + C_2 \quad (6-19)$$

Phương trình này chứng tỏ quy luật phân bố tốc độ tại một mặt cắt ngang của màng nước ngưng có dạng parabol.

Để xác định các hằng số tích phân C_1 và C_2 ta dựa vào các điều kiện biên.

tại : $y = 0$; $\omega_x = 0$ do đó $C_2 = 0$

tại : $y = \delta_x$; $\left(\frac{d\omega_x}{dy}\right)_{y=\delta_x} = 0$ nên $C_1 = \frac{\rho g}{\mu} \delta_x$

Với các hằng số tích phân này phương trình (6-19) trở thành :

$$\omega_x = -\frac{\rho g}{2\mu} y^2 + \frac{\rho g}{\mu} \delta_x y$$

Giá trị tốc độ trung bình tại mặt cắt x được xác định như sau :

$$\bar{\omega}_x = \frac{1}{\delta_x} \int_0^{\delta_x} \omega_x dy = \frac{1}{\delta_x} \int_0^{\delta_x} \left(-\frac{\rho g}{2\mu} y^2 + \frac{\rho g}{\mu} \delta_x y \right) dy$$

$$\bar{\omega}_x = \frac{\rho g}{3\mu} \delta_x^2 \quad (6-20)$$

Đây là phương trình nêu lên mối quan hệ giữa ω_x và δ_x . Để xác định δ_x ta cần một phương trình nữa đó là phương trình cân bằng nhiệt.

Lượng nhiệt trao đổi giữa hơi và bề mặt vách chính bằng lượng nhiệt hơi nhả ra khi ngưng, do đó nếu lấy chiều rộng của màng nước ngưng bằng 1 thì phương trình cân bằng nhiệt có dạng :

$$q = \frac{dG \cdot r}{dx \cdot 1} = \frac{\lambda}{\delta_x} (t_s - t_w) \quad (6-21)$$

trong đó : dG là lượng nước được ngưng lại trên đoạn vách có chiều cao bằng dx .

$$dG = d(\rho \bar{\omega}_x \delta_x \cdot 1) = d\left(\rho \cdot \frac{\rho g}{3\mu} \delta_x^2 \delta_x\right)$$

Từ (6-21) ta có :

$$\delta_x d\left(\frac{\rho^2 g}{3\mu} \delta_x^3\right) = \frac{\lambda}{r} (t_s - t_w) dx$$

$$\delta_x^3 \frac{\rho^2 g}{\mu} d\delta_x = \frac{\lambda}{r} (t_s - t_w) dx$$

Tích phân hai vế :

$$\int_0^{\delta_x} \frac{\rho^2 g}{\mu} \delta_x^3 d\delta_x = \int_0^x \frac{\lambda}{r} (t_s - t_w) dx$$

$$\frac{1}{4} \rho^2 \frac{g}{\mu} \delta_x^4 = \frac{\lambda}{r} (t_s - t_w) x$$

$$\delta_x = \left[\frac{4 \mu \lambda (t_s - t_w) x}{\rho^2 g r} \right]^{1/4} \quad (6-22)$$

Thay giá trị δ_x vào công thức xác định α_x ta nhận được :

$$\alpha_x = \frac{\lambda}{\delta_x} = \left[\frac{\rho^2 g \lambda^3 r}{4 \mu (t_s - t_w) x} \right]^{1/4} \quad (6-23)$$

Giá trị hệ số tỏa nhiệt trung bình dọc theo chiều cao h của bề mặt vách đứng bằng :

$$\begin{aligned} \bar{\alpha} &= \frac{1}{h} \int_0^h \alpha_x dx = \frac{1}{h} \int_0^h \left[\frac{\rho^2 g \lambda^3 r}{4 \mu (t_s - t_w) x} \right]^{1/4} dx \\ \bar{\alpha} &= 0,943 \sqrt[4]{\frac{\rho^2 g \lambda^3 r}{\mu (t_s - t_w) h}}, \text{ W/m}^2 \text{ K} \end{aligned} \quad (6-24)$$

Công thức này do Nusselt tìm ra năm 1916.

Công thức này có thể áp dụng được cho cả trường hợp ngưng trên bề mặt ngoài của một ống đặt đứng chiều cao là h .

Trường hợp vách đặt nghiêng một góc φ , vì $g_x = g \cos \varphi$ nên :

$$\alpha_\varphi = \alpha_d \sqrt[4]{\cos \varphi} \quad (6-25)$$

Nếu ống đặt nằm ngang, hệ số tỏa nhiệt được xác định bằng công thức sau :

$$\alpha = 0,72 \sqrt[4]{\frac{\rho^2 g \lambda^3 r}{\mu (t_s - t_w) d}}, \text{ W/m}^2 \text{ K} \quad (6-26)$$

Trong các công thức trên, các thông số vật lý được xác định theo nhiệt độ trung bình $t = 0,5 (t_w + t_s)$

Với : $Nu = \frac{\alpha h}{\lambda}$ - Tiêu chuẩn Nusselt.

$Ga = \frac{g h^3}{\nu^2}$ - Tiêu chuẩn Galilei.

$Pr = \frac{\nu}{\alpha}$ - Tiêu chuẩn Prandtl.

$K = \frac{r}{C_p (T_s - T_w)}$ - Tiêu chuẩn Kutateladze.

Công thức (6-26) có thể đưa về dạng phương trình tiêu chuẩn :

$$Nu = \frac{4}{3} \left(\frac{1}{4} Ga \cdot Pr \cdot K \right)^{1/4} = 0,943 (Ga \cdot Pr \cdot K)^{1/4} \quad (6-27)$$

Nếu sử dụng tiêu chuẩn Reynolds đối với dòng chảy của màng nước ngưng có chiều dày δ và chiều rộng l m, ta có :

$$\begin{aligned} Re &= \frac{\omega \delta}{\nu} = \frac{\omega \delta \rho}{\nu \cdot \rho} = \frac{G}{\mu} = \frac{\bar{\alpha}(T_s - T_w) \cdot h}{r\mu} \\ &= \frac{q \cdot h}{r\mu} = 0,943 \left[\frac{\lambda(T_s - T_w)h \cdot g^{1/3}}{r \nu^{2/3} \rho} \right]^{0,75} \end{aligned} \quad (6-28)$$

tức là :

$$Re = \frac{Nu}{Pr \cdot K}$$

thì công thức (6-27) có thể viết dưới dạng :

$$Nu = 0,925 Re^{-1/3} Ga^{1/3} \quad (6-29)$$

Đây là phương trình tiêu chuẩn để tính toán tỏa nhiệt khi ngưng màng trên bề mặt vách hay ống đặt đứng.

Khi thiết lập công thức tính α , Nusselt đã phải chấp nhận một loạt các giả thiết, tuy nhiên so với một số kết quả nghiên cứu tỏa nhiệt khi màng nước ngưng chảy tầng có tính đến lực quán tính và đối lưu nhiệt, kết quả của Nusselt sai khác chỉ khoảng một vài phần trăm, vì vậy kết quả của Nusselt có thể chấp nhận được.

Khi cần tính đến sự phụ thuộc vào nhiệt độ, công thức (6-26) cần thêm vào tỷ số $\left(\frac{Pr_s}{Pr_w}\right)^{0,25}$ hay hệ số hiệu chỉnh ε_T .

$$\varepsilon_T = \left[\left(\frac{\lambda_w}{\lambda_s} \right)^3 \cdot \left(\frac{\mu_s}{\mu_w} \right) \right]^{0,125}$$

Các chỉ số "s" và "w" có nghĩa là các thông số λ , μ lấy theo nhiệt độ t_s và t_w .

Chuyển động của màng nước ngưng có thể có đặc tính sóng. Chuyển động sóng của màng nước ngưng được xác định bởi quan hệ giữa lực trọng trường, lực ma sát (lực nhớt) và sức căng bề mặt.

Khi có chuyển động sóng, chiều dày màng nước ngưng nhỏ hơn chiều dày tính toán theo công thức (6-24) của Nusselt, do đó nhiệt trở sẽ giảm và hệ số tỏa nhiệt sẽ tăng.

Vì vậy, khi phải tính đến chuyển động sóng, ta sử dụng công thức sau đây để xác định hệ số tỏa nhiệt khi ngưng màng :

$$\bar{\alpha} = 1,13 \left[\frac{\rho^2 g \cdot \lambda^3 r}{\mu(T_s - T_w)h} \right]^{1/4} \quad (6-30)$$

hay :

$$\bar{Nu} = 1,13 (Ga \cdot Pr \cdot K)^{1/4}$$

$$\bar{Nu} = 1,18 Re^{-1/3} Ga^{1/3}$$

Các công thức được đưa ra trên đây chỉ đúng đối với màng nước ngưng chảy tầng. Trong thực tế, dọc theo chiều cao của vách, trị số $Re = \frac{\omega \delta}{\nu}$ sẽ thay đổi đáng kể và ứng với giá trị Re xác định, màng nước chuyển từ chế độ chảy tầng sang chế độ chảy rối.

Trị số Re chuyển từ chế độ chảy tầng sang chế độ chảy rối nằm trong khoảng :

$$100 < Re_{th} < 5000$$

Ở chế độ chảy rối, cường độ trao đổi nhiệt sẽ lớn hơn so với trường hợp chảy tầng. Khi màng nước ngưng chảy rối, hệ số tỏa nhiệt được xác định bằng công thức sau :

$$Nu = 0,0133 Re^{0,4} Ga^{1/3} \quad (6-31)$$

Khi chiều cao của vách đủ lớn thì phía trên màng nước ngưng là chảy tầng, phần dưới màng nước ngưng là chảy rối. Vì vậy, hệ số tỏa nhiệt trung bình của toàn bộ chiều cao vách có thể xác định theo công thức sau :

$$\alpha = \alpha_t \cdot \frac{x_t}{h} + \alpha_r \left(1 - \frac{x_t}{h}\right) \quad (6-32)$$

trong đó : α_t , α_r - hệ số tỏa nhiệt ứng với phần chảy tầng và chảy rối.

h - chiều cao của vách đứng ;

x_t - chiều cao ứng với phần chảy tầng, được xác định như sau :

$$\frac{x_t}{h} = 0,845 K.Pr.Ga^{-1/3} Re_{th}^{4/3} \quad (6-33)$$

Rõ ràng việc xác định chính xác x_t phụ thuộc vào việc chọn Re_{th} .

6.2.3. Các nhân tố ảnh hưởng đến tỏa nhiệt khi ngưng

1) Ảnh hưởng của hơi quá nhiệt

Quá trình ngưng hơi cũng xảy ra đối với hơi quá nhiệt nhưng tất nhiên điều này không có nghĩa là hơi quá nhiệt ngay lập tức trở thành hơi bão hòa trong toàn bộ thể tích khối hơi. Theo mức độ làm lạnh, hơi bão hòa chỉ có ở sát bề mặt vách còn ở xa bề mặt vách thì vẫn là hơi quá nhiệt.

Khi ngưng hơi quá nhiệt, nhiệt hóa hơi trong công thức (6-24) cần thay bằng giá trị $r' = r + q_{qn}$; $q_{qn} = i - i''$, còn độ chênh nhiệt độ Δt khi đó vẫn lấy bằng $(t_s - t_w)$.

Vì $r' > r$ nên rõ ràng khi ngưng hơi quá nhiệt, hệ số tỏa nhiệt sẽ lớn hơn khi ngưng hơi bão hòa. Tuy nhiên, sự sai khác này không lớn lắm nên trong tính toán thực tế có thể bỏ qua.

2) Ảnh hưởng của trạng thái bề mặt

Tỏa nhiệt khi ngưng hơi phụ thuộc vào trạng thái bề mặt, nếu bề mặt xù xì, nhám hay bị phủ một lớp oxit thì do trở lực tăng, chiều dày màng nước ngưng tăng, do đó hệ số tỏa nhiệt sẽ giảm. Đồng thời do nhiệt trở của lớp oxit, cường độ trao đổi nhiệt giảm, do đó hệ số tỏa nhiệt khi ngưng giảm.

Nếu bề mặt có bám dầu mỡ thì ngưng giọt có thể xảy ra, khi đó hệ số tỏa nhiệt tăng.

3) Ảnh hưởng của các khí không ngưng lẫn trong hơi

Khi trong hơi có lẫn không khí hoặc các khí không ngưng khác thì tỏa nhiệt khi ngưng sẽ giảm mạnh. Bởi vì không khí hoặc các khí không ngưng sẽ tụ tập dần ở

gắn bề mặt vách, một mặt lớp khí này cản trở việc tiếp xúc của hơi với bề mặt vách, mặt khác do nhiệt trở của lớp khí này rất lớn nên cường độ trao đổi nhiệt giữa hơi và bề mặt vách sẽ giảm.

Thí nghiệm chứng tỏ rằng nếu trong hơi có lẫn 1% không khí thì hệ số tỏa nhiệt có thể giảm khoảng 60%. Do đó ở các thiết bị ngưng hơi người ta thường bố trí thêm thiết bị rút khí tạo chân không, việc rút không khí ra khỏi các bình ngưng cần được tiến hành thường xuyên.

4) Ảnh hưởng của tốc độ và hướng chuyển động của dòng hơi

Nhiều số liệu thí nghiệm chứng tỏ rằng tốc độ của dòng hơi có ảnh hưởng thực sự đến tỏa nhiệt khi ngưng, cả khi màng ngưng chảy tầng lẫn khi màng ngưng chảy rối.

Khi dòng hơi chuyển động với một tốc độ nhất định, lực ma sát trên bề mặt phân pha giữa hơi và màng ngưng làm thay đổi quy luật phân bố tốc độ ở tiết diện ngưng của màng ngưng, tương ứng làm thay đổi tốc độ trung bình và chiều dày màng ngưng.

Mặt khác, tốc độ của dòng hơi là nguyên nhân của sự xáo trộn, làm mất ổn định chế độ dòng chảy của màng ngưng và làm nhanh quá trình chuyển từ chế độ chảy tầng sang chế độ sóng và chảy rối.

Nếu dòng hơi chuyển động cùng chiều với màng ngưng thì dòng hơi có tác dụng làm chuyển động của màng ngưng nhanh lên, chiều dày màng ngưng giảm, do đó hệ số tỏa nhiệt tăng.

Ngược lại, nếu dòng hơi chuyển động ngược chiều (từ dưới lên) với màng ngưng thì màng ngưng bị hãm lại, chiều dày của nó tăng, do đó hệ số tỏa nhiệt giảm. Nhưng nếu tốc độ dòng hơi rất lớn thì có thể lại có tác dụng ngược lại, khi đó do lực ma sát ở mặt phân pha lớn hơn lực ma sát ở bề mặt vách và lực trọng trường nên màng ngưng bị bật khỏi bề mặt, hệ số tỏa nhiệt sẽ tăng.

Thực nghiệm cho thấy rằng khi ngưng hơi ở áp suất bé ($p < 1$ bar), tốc độ của dòng hơi không ảnh hưởng đến hệ số tỏa nhiệt, nhưng ngưng hơi ở áp suất lớn thì tốc độ dòng hơi ảnh hưởng rõ rệt đến hệ số tỏa nhiệt α .

5) Ảnh hưởng của cách bố trí bề mặt ngưng

Khi thiết kế các thiết bị ngưng hơi cần chú ý đến cách bố trí bề mặt ngưng hơi. Tỏa nhiệt khi ngưng trên bề mặt ống nằm ngang lớn hơn trên bề mặt đặt đứng bởi vì chiều dày màng nước ngưng trên bề mặt các ống nằm ngang nhỏ hơn trên bề mặt đặt đứng. Tuy nhiên điều này cũng chỉ đúng đối với một ống hay đối với dây ống đầu tiên của chùm ống. Các dây ống ở phía dưới của chùm ống có hệ số tỏa nhiệt nhỏ hơn các dây ống trên nó vì nước ngưng ở các dây ống phía trên rơi xuống làm chiều dày màng nước ngưng ở các dây ống phía dưới tăng lên.

Để tăng cường tỏa nhiệt, đối với chùm ống người ta đặt các dây ống phía dưới lệch đi so với các ống phía trên.

6.2.4. Tỏa nhiệt khi ngưng màng của hơi quá nhiệt và hơi bão hòa ẩm

Khi ngưng hơi quá nhiệt cần chú ý đến lượng nhiệt quá nhiệt.

Một kg hơi quá nhiệt khi ngưng sẽ tỏa ra một lượng nhiệt bằng :

$$r + q_{qn} = r + c_p(T - T_s)$$

Trong trường hợp này, hệ số tỏa nhiệt sẽ bằng :

$$\alpha_{qn} = \alpha \left[1 + \frac{c_p}{r} (T - T_s) \right]^{0,25} \quad (6-34)$$

trong đó : α - hệ số tỏa nhiệt khi ngưng của hơi bão hòa khô ;

c_p , T - nhiệt dung riêng và nhiệt độ của hơi quá nhiệt.

Với mức độ đủ chính xác ta cũng có thể tính hệ số tỏa nhiệt khi ngưng của hơi quá nhiệt theo công thức đối với hơi bão hòa khô nhưng thay r bằng $r + c_p (T - T_s)$, còn độ chênh nhiệt độ vẫn lấy bằng $(T - T_s)$.

Ngược lại, hệ số tỏa nhiệt khi ngưng hơi bão hòa ẩm có độ khô x , bé hơn khi ngưng hơi bão hòa khô và được tính theo công thức :

$$\frac{\alpha_x}{\alpha} = (1 - y)^{0,25} ; y = 1 - x \quad (6-35)$$

trong đó : α_x - hệ số tỏa nhiệt khi ngưng của hơi bão hòa ẩm.

6.2.5. Tỏa nhiệt khi ngưng màng của hơi chuyển động ở bên ngoài ống

Tốc độ và hướng chuyển động của dòng hơi có ảnh hưởng lớn tới đặc tính thủy động của màng nước ngưng và qua đó tới quá trình tỏa nhiệt, như đã trình bày ở (6.2.4), do đó cần có công thức tính toán riêng cho mỗi trường hợp. Tuy nhiên, phương pháp chung khi xây dựng công thức thực nghiệm trong trường hợp này vẫn dựa trên các hệ số hiệu chỉnh.

Hệ số tỏa nhiệt khi ngưng của dòng hơi chuyển động có thể xác định bằng công thức sau :

$$\frac{\alpha_w}{\alpha} = 1 + b \Pi_k^{0,5} \quad (6-36)$$

trong đó : α , α_w là hệ số tỏa nhiệt khi hơi không chuyển động và khi hơi chuyển động ;

$b = 0,345$ đối với bề mặt đặt đứng ;

$b = 0,240$ đối với ống nằm ngang.

$$\Pi_k = \frac{Fr_h}{Pr_f \cdot K}$$

$$Fr_h = \frac{gl}{\omega_h} \quad - \text{Tiêu chuẩn Fruit}$$

$$K = \frac{r}{C_{pf}(T_s - T_w)}$$

l là kích thước xác định : đối với bề mặt đặt đứng là h , đối với ống nằm ngang là d .

Công thức thực nghiệm khi ngưng của hơi Freon 12 chuyển động trên bề mặt ngoài của ống nằm ngang ở điều kiện $p_h = 0,52 \text{ MPa}$ và $(T_s - T_w) = 2 + 20 \text{ K}$.

$$\begin{aligned} 0,003 \leq \Pi_k \leq 0,1 & \quad \text{hơi} \quad \frac{\alpha_w}{\alpha} = 1 + 0,6 \Pi_k^{0,3} \\ 0,1 \leq \Pi_k \leq 9 & \quad \frac{\alpha_w}{\alpha} = 1 + 0,42 \Pi_k^{0,13} \end{aligned} \quad (6-37)$$

6.2.6. Tỏa nhiệt khi ngưng màng của hơi chuyển động qua chùm ống

Khi hơi chuyển động qua chùm ống nằm ngang từ trên xuống dưới, tốc độ của dòng hơi giảm theo chiều chuyển động do một phần hơi đã được ngưng và chiều dày màng ngưng của các ống phía dưới tăng do nước ngưng từ các ống phía trên rơi xuống. Khi các giọt nước hay tia nước nhỏ chảy từ trên xuống dưới sẽ phá hủy chế độ chảy tầng, gây ra chuyển động sóng và chuyển động rối của màng ngưng của các ống phía dưới.

Khi ngưng hơi chuyển động qua chùm ống, hệ số tỏa nhiệt phụ thuộc chủ yếu vào các thông số của hơi, độ chênh nhiệt độ và tốc độ của dòng hơi khi đi vào chùm ống, phụ thuộc vào mức độ ngưng hơi.

Hệ số tỏa nhiệt trung bình của dây ống thứ nhất được xác định bằng công thức :

$$\frac{\bar{\alpha}_1}{\alpha} = 33,2 \left(\frac{\rho_h \bar{\omega}_h^2}{\rho_f g d} \right)^{0,08} \left[\frac{g \rho_f (\rho_f - \rho_h) r \cdot d^3}{\lambda_f \mu_f (T_s - T_w)} \right]^{-0,125} \quad (6-38)$$

trong đó : $\bar{\omega}_h$ là tốc độ trung bình của dòng hơi ở tiết diện hẹp nhất của dây ống nằm ngang ;

α - là hệ số tỏa nhiệt khi ngưng hơi không chuyển động.

Hệ số tỏa nhiệt trung bình của chùm ống nằm ngang được xác định bằng công thức :

$$\alpha_{ch} = \alpha_1 = \frac{0,84 \psi}{[1 - (1 - \psi)^{0,84}]^{0,07}} \quad (6-39)$$

trong đó : $\psi = \frac{G_{h1} - G_{h2}}{G_{h1}}$ là mức độ ngưng của hơi ;

G_{h1} và G_{h2} là lưu lượng của hơi vào và ra khỏi chùm ống ;

n là số dây ống theo chiều cao của chùm ống đặt song song hay nửa số ống theo chiều cao đối với chùm ống bố trí so le.

6.2.7. Tỏa nhiệt khi ngưng màng của hơi chuyển động trong ống đặt đứng

Trong ống đặt đứng, khi chuyển động của dòng hơi và màng ngưng cùng chiều, do lực động của dòng và lực trọng trường cùng chiều nên tốc độ chảy của màng ngưng tăng, chiều dày của màng ngưng giảm, nên hệ số tỏa nhiệt tăng. Khi hơi chuyển động từ dưới lên trên, màng ngưng chuyển động chậm lại dưới tác dụng hãm của lực ma sát, điều đó làm cho chiều dày của màng ngưng tăng và hệ số tỏa nhiệt sẽ giảm. Khi hơi chuyển động với tốc độ lớn, màng ngưng có thể bị tách khỏi bề mặt và tạo nên hỗn hợp hơi - lỏng ở giữa dòng, tỏa nhiệt khi đó sẽ tăng.

Hệ số tỏa nhiệt khi hơi chuyển động trong ống đứng có thể xác định theo công thức thực nghiệm sau :

$$10 \leq \rho_h \omega_h^2 \leq 300 ; \quad \frac{\alpha_\omega}{\alpha} = p_h^{0,05} (\rho_h \omega_h^2)^{0,04} \quad (6-40)$$

$$300 < \rho_h \omega_h^2 \leq 5000 ; \quad \frac{\alpha_\omega}{\alpha} = p_h^{0,05} (\rho_h \omega_h^2)^{0,25} \quad (6-41)$$

$$\rho_h \omega_h^2 \text{ [kg/ms}^2\text{]}$$

$$p_h \text{ [MPa]}$$

α, α_ω là hệ số tỏa nhiệt khi ngưng hơi trong ống khi hơi không chuyển động và chuyển động.

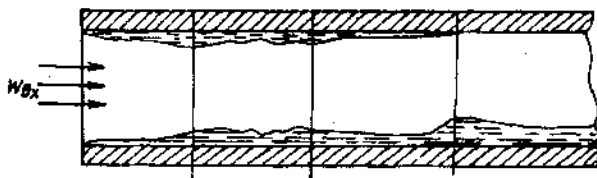
6.2.8. Tỏa nhiệt khi ngưng của hơi chuyển động trong ống nằm ngang

Tỏa nhiệt khi ngưng của hơi chuyển động trong ống nằm ngang là một quá trình trao đổi nhiệt phức tạp. Việc nghiên cứu quá trình này cả về mặt lý thuyết và thực nghiệm cho đến nay vẫn chưa đầy đủ.

Bằng lý thuyết, một số tác giả đã đưa ra mô hình vật lý đơn giản để nghiên cứu quá trình ngưng của hơi chuyển động trong ống nằm ngang. Theo mô hình này, người ta giả thiết rằng trên bề mặt trong của ống tạo thành ba phần chuyển động của màng ngưng.

Phần đầu, phần phía trên và phần "dòng chảy nhỏ" (Hình 6-7).

Ở phần đầu và phần "dòng chảy nhỏ" màng ngưng chảy dọc trục ống dưới tác dụng của lực ma sát giữa hơi và bề mặt trong của ống. Ở phần phía trên, màng ngưng chảy theo hướng cân bằng giữa lực ma sát và lực trọng trường. Hướng chảy của màng ngưng tạo với trục ống một góc β nào đó. Trị số của β thay đổi dọc theo chiều dài ống, β bằng 0° ở phần đầu của ống và bằng 90° ở phần cuối của ống.



Hình 6-7

Cường độ trao đổi nhiệt giữa hơi và bề mặt ống, sự tương tác giữa hơi chuyển động và màng ngưng sẽ quyết định chế độ thủy lực của màng ngưng.

Hệ số tỏa nhiệt trung bình dọc theo chiều dài ống phụ thuộc vào phần đầu, phần phía trên và phần "dòng chảy nhỏ" và phụ thuộc vào chế độ chảy của màng ngưng. Chiều dài của các phần này phụ thuộc vào tốc độ của dòng hơi, các thông số của hơi và kích thước của ống.

Đối với ống đồng sạch, hệ số tỏa nhiệt được xác định bằng công thức sau :

$$\frac{\alpha}{\lambda_f} \left(\frac{\nu_f a_f}{g} \right)^{1/3} = 0,031 Re^{0,5} \left(\frac{1}{d} \right)^{-0,2} \quad (6-42)$$

l, d - chiều dài và đường kính ống ;

$$Re = \frac{\omega \cdot d}{\nu}$$

Các thông số vật lý xác định theo nhiệt độ bão hòa t_s .

Khi hơi nước ngưng trong ống thép bị oxy hóa, công thức thực nghiệm dưới dạng phương trình tiêu chuẩn là :

$$\frac{\alpha}{\lambda_f} \left(\frac{\nu_f a_f}{g} \right)^{1/3} = 0,02 Re^{0,5} \left(\frac{1}{d} \right)^{-0,2} \quad (6-43)$$

Trường hợp hơi chuyển động với tốc độ lớn, màng ngưng chảy rời ở phần lớn chiều dài ống (trừ phần đầu), phương trình tiêu chuẩn có dạng :

$$Nu_f = C Re^{0,8} Pr_f^{0,43} \left(\frac{Pr_f}{Pr_w} \right)^{0,25} \left[\sqrt{1 + x_1 \left(\frac{\rho_f}{\rho_h} - 1 \right)} + \sqrt{1 + x_2 \left(\frac{\rho_f}{\rho_h} - 1 \right)} \right] \quad (6-44)$$

trong đó :
$$Re = \frac{4G_{hh}}{\pi d \mu_f} = \frac{\omega d}{\nu_f}$$

$$x_1 = \left(\frac{G_{h1}}{G_{hh}} \right)_{\text{vào}} ; \quad x_2 = \left(\frac{G_{h2}}{G_{hh}} \right)_{\text{ra}}$$

G_{hh} là lưu lượng khối lượng ;

$C = 0,016$ đối với ống đồng ;

$C = 0,012$ đối với ống thép ;

Các thông số vật lý xác định theo nhiệt độ $t_f = t_s$.

6.2.9. Tỏa nhiệt khi ngưng của hỗn hợp hơi - khí

Ngưng từ hỗn hợp hơi - khí là một quá trình thường gặp trong kỹ thuật. Thí dụ ngưng hơi của các môi chất lạnh thường xảy ra khi có một lượng lớn khí không ngưng trong đó, hơi ngưng trong tuabin cũng thường có lẫn không khí.

Việc ngưng hơi tinh khiết và hơi có các khí không ngưng rất khác nhau. Nếu như cường độ ngưng của hơi tinh khiết chỉ được xác định bằng tốc độ tỏa nhiệt khi chuyển pha thì cường độ ngưng hơi của hỗn hợp hơi - khí còn phụ thuộc vào tốc độ của hơi đến bề mặt ngưng hơi từ hỗn hợp hơi - khí. Tốc độ thâm nhập của hơi đến bề mặt phân pha có ý nghĩa quyết định, bởi vì khi có trong hơi các khí không ngưng thì các khí không ngưng sẽ tạo ra ở bề mặt màng ngưng một lớp biên khuếch tán làm cản trở việc tiếp xúc của hơi với bề mặt vách và do đó làm giảm tốc độ ngưng.

Khi ngưng hơi từ hỗn hợp hơi - khí sẽ xảy ra đồng thời quá trình truyền nhiệt và truyền chất, hai quá trình này có ảnh hưởng lẫn nhau.

Ảnh hưởng của truyền chất đến truyền nhiệt được xác định bởi dòng chuyển động của hơi đến bề mặt vách. Dòng này sẽ làm thay đổi chiều dày của lớp biên thủy lực và lớp biên nhiệt, có nghĩa là làm thay đổi sự phân bố tốc độ và sự phân bố nhiệt độ trong các lớp biên.

Ảnh hưởng của truyền nhiệt đến truyền chất xác định bởi sự thay đổi tính chất vật lý khi trường nhiệt độ thay đổi.

Các số liệu thí nghiệm về truyền nhiệt, truyền chất khi ngưng hơi từ hỗn hợp hơi - khí được trình bày một cách kỹ lưỡng trong các tài liệu chuyên môn. Ở đây chỉ giới thiệu một vài trường hợp thường gặp.

Kết quả nghiên cứu truyền nhiệt, truyền chất khi ngưng của hơi nước từ hỗn hợp hơi - không khí trong ống của chùm ống đặt đứng ở các điều kiện sau :

$$p_{hh} = 0,015 + 0,105 \text{ MPa} ; \quad \omega_{hh} = 5 + 270 \text{ m/s} ;$$

$$y' = \frac{p_k}{p_h} = 0,01 + 0,5$$

được Buglaev tổng kết dưới dạng công thức thực nghiệm sau :

Khi : $10 \leq \rho_{hh} \omega_{hh}^2 \leq 300$

$$\frac{\alpha_{hh}}{\alpha} = 1,122 p_h^{0,05} (\rho_{hh} \omega_{hh}^2)^{0,04} (y')^{-0,15} \frac{p_{hh}}{p_h} \quad (6-45)$$

Khi : $300 < \rho_{hh} \omega_{hh}^2 \leq 5000$

$$\frac{\alpha_{hh}}{\alpha} = 0,337 p_h^{0,05} (\rho_{hh} \omega_{hh}^2)^{0,04} (y')^{-0,15} \frac{p_{hh}}{p_h} \quad (6-46)$$

α - hệ số tỏa nhiệt khi ngưng của hơi không chuyển động được xác định theo công thức của Nusselt ;

p_h - phân áp suất của hơi tính bằng MPa ;

ω_{hh}, ρ_{hh} - tốc độ và khối lượng riêng trung bình của hỗn hợp ;

$y' = \frac{p_k}{p_h}$ - tỉ số giữa phân áp suất của không khí và của hơi trong hỗn hợp.

Chương 7

LÍ THUYẾT CƠ SỞ CỦA BỨC XẠ NHIỆT

Mọi vật trong thiên nhiên đều có nhiệt độ cao hơn không độ tuyệt đối, nên do kết quả của quá trình dao động điện từ bên trong của các nguyên tử, phân tử vật chất, chúng đều có khả năng bức xạ năng lượng. Các dao động điện từ đó được truyền đi trong không gian theo mọi phương gọi là sóng điện từ. Các sóng điện từ có cùng bản chất và chỉ khác nhau về chiều dài bước sóng. Thí dụ : các tia vũ trụ và các tia gama có chiều dài bước sóng $\lambda = 0,1 \cdot 10^{-4} \div 10 \cdot 10^{-4} \mu\text{m}$; các tia Ronghen $\lambda = 10 \cdot 10^{-4} \div 200 \cdot 10^{-4} \mu\text{m}$, các tia tử ngoại $\lambda = 0,02 \div 0,4 \mu\text{m}$; các tia sáng $\lambda = 0,4 \div 0,76 \mu\text{m}$, các tia hồng ngoại $\lambda = 0,76 \div 400 \mu\text{m}$; các sóng vô tuyến $\lambda > 0,2 \text{ mm}$.

Trong kỹ thuật nhiệt, người ta chỉ khảo sát những tia mà ở nhiệt độ thường gặp chúng có hiệu ứng nhiệt cao (vật có thể hấp thụ được và biến thành nhiệt năng). Đó là những tia hồng ngoại và ánh sáng trắng ($\lambda = 0,4 \div 400 \mu\text{m}$), còn gọi là các tia nhiệt và quá trình phát sinh cũng như truyền những tia đó được gọi là quá trình bức xạ nhiệt.

Đặc điểm của bức xạ nhiệt là luôn gắn liền với sự chuyển hóa năng lượng từ dạng này sang dạng khác. Khi bức xạ, nhiệt năng (nội năng) của vật biến thành năng lượng của các dao động điện từ và truyền đi trong không gian theo mọi phương với tốc độ bằng tốc độ ánh sáng. Khi gặp các vật khác, một phần hoặc toàn bộ năng lượng đó bị các vật hấp thụ và lại biến thành nhiệt năng và nhiệt năng đó lại được phát đi dưới dạng năng lượng các dao động điện từ, v.v... Quá trình cứ thế tiếp diễn mãi mãi. Như vậy, một vật không chỉ luôn luôn phát đi năng lượng bức xạ mà còn luôn luôn nhận năng lượng bức xạ từ vật khác đến nó. Ở điều kiện cân bằng nhiệt động, trị số năng lượng bức xạ bằng trị số năng lượng hấp thụ. Khi các vật có nhiệt độ khác nhau, thì không những vật nóng truyền năng lượng cho vật có nhiệt độ thấp hơn mà vật có nhiệt độ thấp vẫn truyền năng lượng cho vật có nhiệt độ cao hơn nó. Nhưng kết quả của việc trao đổi năng lượng vẫn tuân theo nguyên lý thứ hai của nhiệt động học, nghĩa là vật có nhiệt độ cao truyền năng lượng cho vật có nhiệt độ thấp và số năng lượng đó bằng hiệu năng lượng do hai vật phát ra. Quá trình trao đổi nhiệt tương hỗ giữa các vật bằng phương thức bức xạ gọi là quá trình trao đổi nhiệt bằng bức xạ.

Khác với các phương thức dẫn nhiệt và trao đổi nhiệt đối lưu, cường độ của quá trình trao đổi nhiệt bức xạ không chỉ phụ thuộc vào độ chênh nhiệt độ mà còn phụ thuộc rất đáng kể vào mức nhiệt độ của quá trình. Nghĩa là, nếu quá trình được tiến hành ở nhiệt độ càng cao thì vai trò của trao đổi nhiệt bức xạ càng lớn so với các phương thức trao đổi nhiệt khác.

Ngoài ra, khác với dẫn nhiệt và đối lưu, sự trao đổi nhiệt bằng bức xạ giữa các vật còn có thể tiến hành ngay cả khi giữa các vật đó là chân không. Trao đổi nhiệt

bằng bức xạ đóng vai trò rất quan trọng trong quá trình truyền nhiệt của rất nhiều thiết bị trao đổi nhiệt khác nhau, đặc biệt trong lĩnh vực năng lượng hạt nhân, trong kĩ thuật tên lửa, trong các lò công nghiệp v.v... tức nói chung là trong lĩnh vực nhiệt độ cao.

7.1. MỘT SỐ KHÁI NIỆM VÀ ĐỊNH NGHĨA CƠ BẢN

Dòng bức xạ là tổng năng lượng bức xạ từ bề mặt F của vật theo mọi phương của không gian bán cầu và ở mọi bước sóng ($\lambda = 0 + \infty$) trong một đơn vị thời gian, Q [W]. Nếu bức xạ chỉ tính tương ứng với 1 khoảng rất hẹp của chiều dài bước sóng, từ λ đến $\lambda + d\lambda$, thì bức xạ đó được gọi là bức xạ đơn sắc, $Q \rightarrow Q_\lambda$.

Mật độ bức xạ bán cầu (hay khả năng bức xạ, năng suất bức xạ), E [W/m^2], là dòng bức xạ toàn phần ứng với một đơn vị diện tích của bề mặt bức xạ :

$$E = \frac{dQ}{dF} \quad (7-1)$$

Đối với một vật xác định, thì mật độ bức xạ bán cầu chỉ là một hàm của nhiệt độ và được tính qua cường độ bức xạ I (λ, T) theo quan hệ :

$$E(T) = \int_{\lambda=0}^{\infty} I(\lambda, T) d\lambda \quad (7-2)$$

Cường độ bức xạ, $I(\lambda, T)$ [W/m^3], hay E_λ [$W/m^2\mu m$] là mật độ bức xạ bán cầu ứng với một chiều dài bước sóng. Trị số của cường độ bức xạ thay đổi theo chiều dài bước sóng và phương bức xạ.

Độ chói bức xạ (hoặc cường độ bức xạ góc), $B(\varphi)$ [$W/m^2.sr$], là dòng bức xạ truyền đi theo phương φ ứng với một đơn vị góc khối và ứng với một đơn vị bề mặt thẳng góc với phương đã chọn (Hình 7-1) :

$$B(\varphi) = \frac{d^2Q(\varphi)}{dF(\varphi)d\Omega} \quad W/m^2.sr \quad (7-3)$$

trong đó : $dF(\varphi) = dF \cdot \cos\varphi$

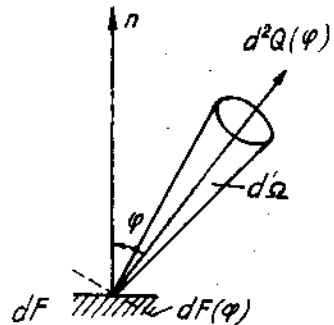
Kết hợp (7-3) với (7-1) ta có :

$$B(\varphi) = \frac{dE(\varphi)}{\cos\varphi d\Omega} \quad (7-4)$$

Trong trường hợp tổng quát, trị số của $E(\varphi)$ phụ thuộc vào phương bức xạ. Nếu theo mọi phương bức xạ, trị số của $B(\varphi)$ đều như nhau thì bức xạ đó được gọi là *bức xạ khuếch tán*.

Sau đây chúng ta sẽ phân biệt các dạng bức xạ khác nhau.

Bức xạ của vật phát sinh do sự thay đổi trạng thái năng lượng của vật được gọi là *bức xạ bản thân* hay *bức xạ riêng* của vật (Q , E).



Hình 7-1. Dòng bức xạ trong góc khối $d\Omega$.

Trong tự nhiên cũng như trong kĩ thuật, vật khảo sát không ở dạng cô lập mà có quan hệ tác động tương hỗ với các vật khác, do đó ngoài năng lượng bức xạ bản thân, vật còn phát đi một phần hoặc toàn bộ năng lượng bức xạ của các vật khác tác động lên nó. Tổng năng lượng bức xạ từ bề mặt vật bao gồm bức xạ bản thân Q và phần phản xạ của bức xạ tới Q_R gọi là *bức xạ hiệu dụng* :

$$Q_{hd} = Q + Q_R \quad (7-5)$$

Bức xạ hiệu dụng không chỉ phụ thuộc vào vật khảo sát (tính chất vật lí, trạng thái bề mặt, nhiệt độ) mà còn phụ thuộc vào các vật ở môi trường xung quanh, tức là phụ thuộc vào đặc trưng của bức xạ tới. Trong thực tế, các máy đo bức xạ chỉ đo được bức xạ hiệu dụng.

Bức xạ hiệu quả là năng lượng bức xạ vật trao đổi với môi trường. Trị số của dòng bức xạ hiệu quả có thể dương, âm hoặc bằng không.

Trong thực tế, do kích thước của các vật khảo sát và bán kính cong của bề mặt của chúng thường lớn hơn rất nhiều so với chiều dài của bước sóng lớn nhất của bức xạ nhiệt, nên các quá trình truyền năng lượng bức xạ có thể được khảo sát như các quá trình quang hình học. Ngoài ra, các quá trình trao đổi nhiệt bức xạ thường được khảo sát trong thời gian đủ lớn so với chu kì lớn nhất của bức xạ nhiệt nên các đặc tính của các quá trình được xem như ổn định theo thời gian.

7.2. ĐẶC TÍNH BỨC XẠ CỦA VẬT ĐEN TUYỆT ĐỐI

Đối với mọi vật, không phụ thuộc vào bản chất vật lí và hóa học của chúng, tồn tại một giá trị giới hạn trên của mật độ bức xạ. Trị số này chỉ phụ thuộc vào nhiệt độ. Vật đen tuyệt đối là vật lí tưởng mà bề mặt của nó có khả năng bức xạ đạt tới giá trị giới hạn này.

Mặc dù trong thực tế không tồn tại vật đen tuyệt đối, nhưng việc nghiên cứu đặc tính bức xạ của chúng có ý nghĩa rất quan trọng đối với việc khảo sát và tính toán bức xạ của các vật thực, do đó trong tất cả các tính toán về bức xạ nhiệt, người ta thường chọn vật đen tuyệt đối là vật cơ sở để thiết lập các định luật và phương trình tính toán.

Dựa trên lí thuyết lượng tử, năm 1900 Max Planck đã thiết lập mối quan hệ giữa cường độ bức xạ của vật đen tuyệt đối với nhiệt độ và chiều dài bước sóng. Mối quan hệ này chính là nội dung của một trong những định luật cơ bản của bức xạ nhiệt - định luật Planck :

$$I_o(\lambda, T) = \frac{C_1}{\lambda^5 \left[\exp\left(\frac{C_2}{\lambda T}\right) - 1 \right]} \quad (7-6)$$

C_1 , C_2 là những hằng số, được tính toán từ những hằng số vật lí cơ bản (hằng số Boltzman, $k = 1,380662 \cdot 10^{-23}$ J/K, hằng số Planck, $h = 6,626176 \cdot 10^{-34}$ J.s, tốc độ sóng điện từ trong chân không $C_o = 299792458$ m/s) và có trị số bằng :

$$C_1 = 2\pi C_o^2 h = 3,74183210^{-16} \text{ W.m}^2$$

$$C_2 = \frac{C_o \cdot h}{k} = 1,43878610^{-2} \text{ mK}$$

Công thức (7-6) có thể biểu diễn dưới dạng đồ thị (Hình 7-2). Trên đồ thị, cường độ bức xạ được đặc trưng bằng những đường đẳng nhiệt, có điểm cực đại ứng với một trị số $\lambda_{\max}$ nào đấy. Nhiệt độ càng tăng thì cường độ bức xạ càng lớn nhưng $\lambda_{\max}$ càng bé. Trị số của $\lambda_{\max}$ được tính theo :

$$\frac{dI_o(\lambda, T)}{d\lambda} \Big|_{\lambda=\lambda_{\max}} = \exp\left(-\frac{C_2}{\lambda_{\max}T}\right) + \frac{C_2}{5\lambda_{\max}T} - 1 = 0$$

Giải phương trình này ta nhận được :

$$\lambda_{\max} \cdot T = 2,8977910^{-3} \text{ mK} \quad (7-7)$$

Đây chính là biểu thức của định luật dịch chuyển Wien.

Trị số của $I_{o\lambda \max}$ ứng với nhiệt độ T nào đấy có thể xác định từ việc giải kết hợp các biểu thức (7-6) và (7-7).

$$I_{o\lambda \max} = 1,2866710^{-5} T^5 \frac{W}{m^3 K^5} \quad (7-8)$$

Trên hình 7-2, vị trí các điểm cực đại của các đường đẳng nhiệt ($I_{o\lambda \max}$) được nối lại với nhau bằng đường nét đứt có dạng hypecbon.

Mật độ bức xạ bán cầu của vật đen tuyệt đối được tính bằng cách thế (7-6) vào (7-2) :

$$E_o(T) = \int_0^{\infty} \frac{C_1}{\lambda^5 [\exp\left(\frac{C_2}{\lambda T}\right) - 1]} d\lambda$$

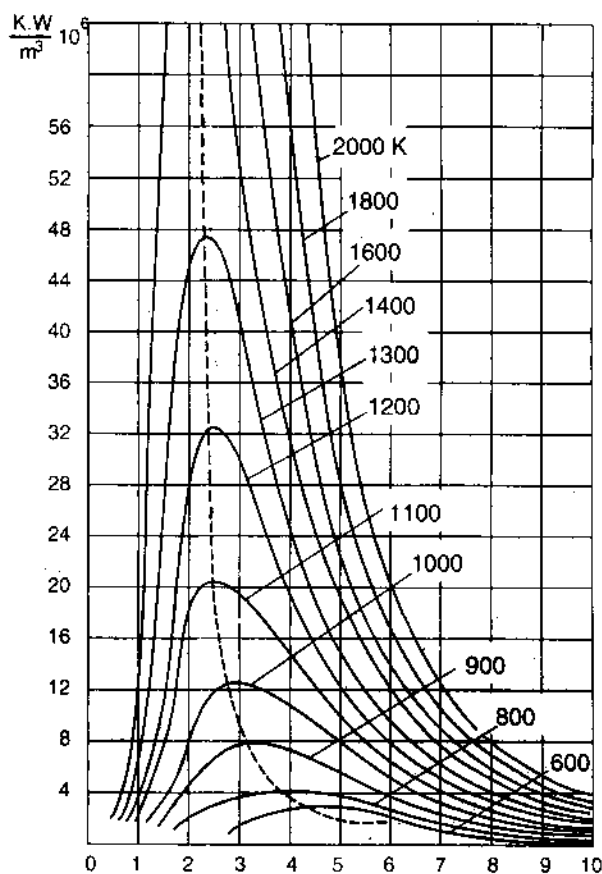
Nếu đặt $\frac{C_2}{\lambda T} = x$, thì phương trình trên đây chuyển thành :

$$E_o(T) = \int_0^{\infty} \frac{C_1}{C_2^4} T^4 \frac{x^3}{e^x - 1} dx = \frac{6\pi^4 C_1}{90 C_2^4} T^4$$

Như vậy, tổng năng lượng bức xạ phát ra từ một mét vuông bề mặt của vật đen tuyệt đối, theo mọi phương của không gian bán cầu, trên mọi bước sóng và trong một đơn vị thời gian tỉ lệ với nhiệt độ tuyệt đối lũy thừa bậc bốn :

$$E_o(T) = \sigma_o \cdot T^4 \quad (7-9)$$

Đây chính là biểu thức của định luật Stefan - Boltzmann, định luật do Stefan phát hiện ra bằng thực nghiệm và được Boltzmann khẳng định bằng lý thuyết trước khi định luật Planck ra đời.



Hình 7-2. Đồ thị định luật bức xạ Planck.

Hệ số σ_0 trong biểu thức (7-9) được gọi là hằng số bức xạ của vật đen tuyệt đối và có giá trị bằng :

$$\sigma_0 = \frac{6\pi^4 C_1}{90C_2^4} = 5,6696 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2 K^4} \approx 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2 K^4}$$

(kết quả đo đạc trực tiếp mới nhất của hệ số này là : $\sigma_0 = 5,6644 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2 K^4}$).

Để tiện tính toán, phương trình định luật Stefan - Boltzmann thường được viết dưới dạng :

$$E_o(T) = C_o \left(\frac{T}{100} \right)^4 \quad (7-10)$$

Hệ số $C_o = 5,67 \frac{W}{m^2 K^4}$ được gọi là hệ số bức xạ của vật đen tuyệt đối.

Bức xạ của mọi vật, kể cả vật đen, không chỉ phân bố không đều theo bước sóng, mà còn phụ thuộc vào phương. Tức là năng lượng bức xạ theo các phương khác nhau thì khác nhau. Năm 1760, khi nghiên cứu bức xạ từ bề mặt của vật theo những phương khác nhau, Lambert đã nhận thấy rằng : "độ chói bức xạ (hoặc cường độ bức xạ góc) của vật đen tuyệt đối theo tất cả các phương bức xạ là như nhau".

$$B_o(\varphi) = B_o = \text{idem} \quad (7-11)$$

Đối với bức xạ đơn sắc :

$$B_{o\lambda}(\varphi) = B_{o\lambda} = \text{idem} \quad (7-12)$$

Kết hợp (7-11) với (7-4) ta suy ra :

$$E_{o(\varphi)} = E_{on} \cdot \cos\varphi \quad (7-13)$$

Biểu thức (7-13) chính là định luật cosin của Lambert, trong đó E_{on} là năng suất bức xạ theo phương pháp tuyến, φ là góc đo phương bức xạ và phương pháp tuyến tạo thành (Hình 7-3).

Để xác định giá trị của B_o cũng như $E_o(\varphi)$, Lambert đã khảo sát bức xạ của bề mặt dF đen tuyệt đối theo phương φ . Từ biểu thức định nghĩa độ chói bức xạ, đối với vật đen chúng ta có :

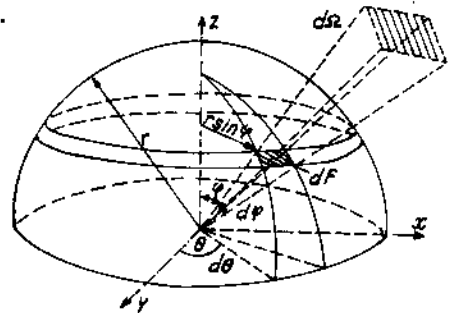
$$d^2 Q_o(\varphi) = B_o \cdot dF \cdot \cos\varphi \cdot d\Omega \quad (7-14a)$$

hoặc đối với bức xạ đơn sắc :

$$d^2 Q_{o\lambda}(\varphi) = B_{o\lambda} \cdot dF \cdot \cos\varphi \cdot d\Omega \cdot d\lambda \quad (7-15a)$$

Vì : $\Omega = \frac{f}{r^2}$ và $d\Omega = \frac{df}{r^2}$ nên từ hình 7-3 suy ra :

$$d\Omega = \sin\varphi \cdot d\varphi \cdot d\psi$$



Hình 7-3. Xác định góc khối $d\Omega$.

Với biểu thức xác định góc khối phân tố này, (7-14a) trở thành :

$$d^2Q_o(\varphi) = B_o.dF.\sin\varphi.\cos\varphi.d\varphi.d\Psi$$

Tích phân phương trình này trên toàn góc khối ta xác định được dòng bức xạ toàn phần của bề mặt dF :

$$dQ_o = E_o.dF = \left[\int_0^{2\pi} d\Psi \int_0^{\pi/2} \sin\varphi.\cos\varphi.d\varphi \right].B_o.dF$$

hay :

$$E_o = \pi.B_o = C_o\left(\frac{T}{100}\right)^4 \quad (7-16)$$

Hệ số tỉ lệ π trong (7-16) là đại lượng có thứ nguyên, π [sr].

Vì năng suất bức xạ theo phương pháp tuyến chính bằng độ chói bức xạ nên ta có thể viết :

$$E_o = \pi.B_o = \pi.E_{o,n} \quad (7-17)$$

Tức là, năng suất bức xạ bán cầu của vật đen lớn hơn π lần độ chói bức xạ của nó, hay lớn hơn π lần năng suất bức xạ theo phương pháp tuyến của bề mặt vật bức xạ.

Tương tự đối với bức xạ đơn sắc :

$$E_{o,\lambda} = \pi.B_{o,\lambda} = \pi.E_{o,n} \quad (7-18)$$

Với các giá trị vừa được xác định của $B_o, B_{o,\lambda}$ các phương trình (7-14a) và (7-15a) có thể viết lại dưới dạng :

$$d^2Q_o(\varphi) = \frac{E_o}{\pi} dF.\cos\varphi.d\Omega \quad (7-14b)$$

$$d^2Q_{o,\lambda}(\varphi) = \frac{E_{o,\lambda}}{\pi} dF.\cos\varphi.d\Omega.d\lambda \quad (7-15b)$$

7.3. BỨC XẠ, HẤP THỤ VÀ PHẢN XẠ CỦA CÁC VẬT THỰC

7.3.1. Vật thực và định luật Kirchhoff

Mọi vật thể thực bất kì, có nhiệt độ đồng nhất, bức xạ năng lượng với cường độ :

$$I(\lambda, T) \leq I_o(\lambda, T)$$

Tức là, cường độ bức xạ của vật đen tuyệt đối bao giờ cũng là giới hạn trên cùng cho khả năng bức xạ của vật thực. Vì vậy để so sánh khả năng bức xạ của các vật, người ta đưa ra khái niệm hệ số bức xạ đơn sắc và hệ số bức xạ (còn được gọi là độ đen) ε_λ và ε :

$$\varepsilon_\lambda(\lambda, T) = \frac{I(\lambda, T)}{I_o(\lambda, T)} \leq 1 \quad (7-19a)$$

$$\varepsilon(T) = \frac{E(T)}{E_o(T)} \leq 1 \quad (7-19b)$$

Nếu có một dòng năng lượng Q_i giáng tới bề mặt vật thì một phần bị hấp thụ để biến thành nội năng Q_A , một phần bị phản xạ trở lại Q_R và phần còn lại xuyên qua vật Q_D :

$$Q_i = Q_A + Q_R + Q_D$$

Chia hai vế của phương trình này cho Q_i ta được :

$$\frac{Q_A}{Q_i} + \frac{Q_R}{Q_i} + \frac{Q_D}{Q_i} = 1$$

hay : $A + R + D = 1$ (7-20a)

trong đó : A - hệ số hấp thụ ; R - hệ số phản xạ ; D - hệ số xuyên qua .

Tương tự, đối với dòng đơn sắc ta có :

$$A_\lambda + R_\lambda + D_\lambda = 1$$
 (7-20b)

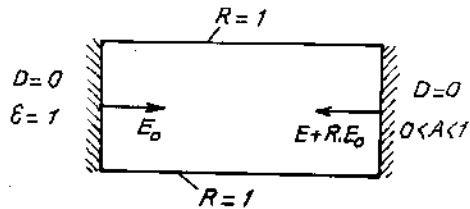
với :

$$A_\lambda(\lambda, T) = \frac{\frac{\partial Q_A}{\partial \lambda} \Big|_\lambda}{\frac{\partial Q_i}{\partial \lambda} \Big|_\lambda} ; \quad R_\lambda(\lambda, T) = \frac{\frac{\partial Q_R}{\partial \lambda} \Big|_\lambda}{\frac{\partial Q_i}{\partial \lambda} \Big|_\lambda} ; \quad D_\lambda(\lambda, T) = \frac{\frac{\partial Q_D}{\partial \lambda} \Big|_\lambda}{\frac{\partial Q_i}{\partial \lambda} \Big|_\lambda}$$

Mối quan hệ giữa khả năng bức xạ và hấp thụ của vật đã được Kirchhoff nghiên cứu từ năm 1878 và phát biểu thành định luật - định luật Kirchhoff : "Ở điều kiện cân bằng nhiệt động, hệ số bức xạ và hệ số hấp thụ có trị số bằng nhau" :

$$\varepsilon = A ; \quad \varepsilon(\lambda, T) = A(\lambda, T) \quad (7-21)$$

Để chứng minh công thức (7-21), ta hãy khảo sát quá trình trao đổi nhiệt trong một hệ thống đoạn nhiệt (Hình 7-4), gồm hai vách phẳng có cùng nhiệt độ (một vật đen và một vật bất kì) và hai mặt phẳng gương lí tưởng $R = 1$. Ở điều kiện cân bằng nhiệt động, theo quy luật bảo toàn năng lượng, lượng nhiệt bức xạ phải bằng lượng nhiệt vật hấp thụ. Đối với vật bất kì, do hệ đoạn nhiệt nên $AE_0 = E$. Mặt khác, theo (7-19b) thì :



Hình 7-4. Hệ đoạn nhiệt để chứng minh định luật Kirchhoff.

$$\varepsilon = \frac{E}{E_0} \text{ nên } \varepsilon = A, \text{ tức là định luật Kirchhoff đã được chứng minh.}$$

Ở điều kiện không cân bằng, nhiệt độ của vật thu và vật phát bức xạ khác nhau, $T_i \neq T_p$, thì $A = f(T_i, T_p, \lambda)$ do đó định luật Kirchhoff không còn đúng nữa.

Như vậy ở nhiệt độ đã cho, trong số những vật thực, vật nào có khả năng hấp thụ lớn thì vật đó cũng có khả năng bức xạ lớn ; vật nào có khả năng hấp thụ nhỏ thì khả năng bức xạ nhỏ.

Từ giá trị của các hệ số A , D , R , ε người ta phân biệt các loại vật sau :

- Vật đen (tuyệt đối) : vật có khả năng bức xạ và hấp thụ lớn nhất.

$$A = A_\lambda = 1 ; \quad \varepsilon = \varepsilon_\lambda = 1 ; \quad D_\lambda = 0 ; \quad R = R_\lambda = 0.$$

- Vật trắng (tuyệt đối) : phản xạ khuếch tán toàn bộ năng lượng đập tới bề mặt.

$$A = A_\lambda = 0 ; \quad \varepsilon = \varepsilon_\lambda = 0 ; \quad D = D_\lambda = 0 ; \quad R = R_\lambda = 1.$$

- Vật trong (tuyệt đối) vật cho toàn bộ năng lượng bức xạ đi xuyên qua.

$$A = A_\lambda = 0 ; \quad \varepsilon = \varepsilon_\lambda = 0 ; \quad D = D_\lambda = 1 ; \quad R = R_\lambda = 0.$$

- Vật xám : vật có các hệ số hấp thụ, phản xạ, xuyên qua không phụ thuộc vào chiều dài bước sóng.

$$A = A_\lambda = \varepsilon = \varepsilon_\lambda \neq f(\lambda) < 1 ;$$

$$R = R_\lambda \neq f(\lambda) < 1 ;$$

$$D = D_\lambda \neq f(\lambda) = 0.$$

- Vật màu : hấp thụ chọn lọc (theo từng dải sóng) bức xạ tới.

$$A_\lambda = f(\lambda) ; \quad \varepsilon = f(\lambda) ; \quad D = f(\lambda) ; \quad R = f(\lambda).$$

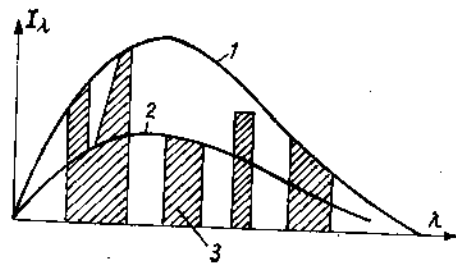
Các chất khí từ hai nguyên tử trở lên có đặc trưng bức xạ chọn lọc, tức là chúng chỉ bức xạ và hấp thụ trong những dải sóng không liên tục, do đó chúng là những vật màu.

- Vật đục : không cho bức xạ xuyên qua,

$$D = 0 ; A + R = 1 , A_\lambda = f(\lambda) , \varepsilon_\lambda = f(\lambda) , R = f(\lambda)$$

Giống như các vật đen tuyệt đối, trắng tuyệt đối, trong tuyệt đối, khái niệm vật xám cũng là khái niệm lí tưởng vì trong thực tế không tồn tại những vật có khả năng bức xạ và hấp thụ hoàn toàn không phụ thuộc vào chiều dài bước sóng. Tuy nhiên có rất nhiều vật liệu trong kĩ thuật thỏa mãn một cách gần đúng yêu cầu này (như các vật liệu xây dựng, các vật liệu cách nhiệt, các oxit kim loại), nên đã có rất nhiều mô hình tính toán trao đổi nhiệt bức xạ dựa trên cơ sở bức xạ xám.

Bức xạ của các vật thực không tuân theo định luật Planck, định luật Lambert và định luật Stefan - Boltzmann. Ngoài ra, hệ số bức xạ và hấp thụ của chúng phụ thuộc vào nhiệt độ và đặc biệt là vào trạng thái của bề mặt vật. Việc làm nhám, làm bẩn bề mặt hoặc phủ lên bề mặt một lớp sơn, một lớp oxit đều có thể làm cho ε và A tăng lên rất nhiều. Các loại vật liệu cách nhiệt và vật liệu xây dựng thường có độ nhám bề mặt rất lớn nên hệ số ε và A của chúng cũng rất lớn. Độ đen của một số vật liệu thường gặp được cho trong phụ lục 10.



Hình 7-5. Phân bố cường độ bức xạ theo bước sóng.

1 - Bức xạ đen ; 2 - bức xạ xám ;
3 - bức xạ chọn lọc .

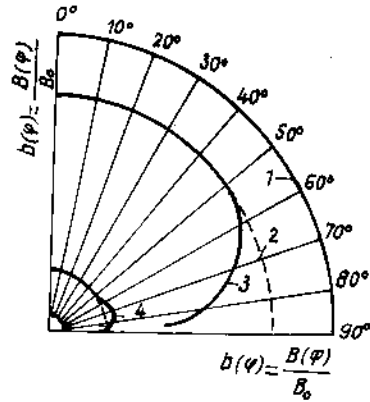
7.3.2. Bức xạ của các bề mặt vật rắn

Tùy thuộc vào loại vật liệu và trạng thái bề mặt, các vật rắn có đặc trưng bức xạ rất khác nhau, nhưng về cơ bản có thể chia thành hai nhóm lớn : vật liệu dẫn điện và vật liệu không dẫn điện để khảo sát tính chất bức xạ của chúng.

1) Vật dẫn điện

Theo định luật Lambert, năng suất bức xạ giảm dần từ giá trị ở phương pháp tuyến tới không ở phương bề mặt vật theo quy luật cosin, hay độ chói bức xạ theo mọi phương là như nhau, nhưng độ chói bức xạ của các bề mặt kim loại tăng dần theo góc φ và đạt tới giá trị cực đại ở góc φ tương đối lớn, sau đó giảm rất nhanh cho tới khi $\varphi = 90^\circ$. Trên hình (7-6) biểu thị các đường cong độ chói bức xạ của các vật thực và các vật lý tưởng theo các phương bức xạ khác nhau. Đồ thị thiết lập theo

độ chói bức xạ tương đối $b(\varphi) = \frac{B(\varphi)}{B_0}$.



Hình 7-6. Độ chói bức xạ tương đối

1. vật đen ; 2. vật xám ;
3. vật điện môi ; 4. kim loại.

Kết quả nghiên cứu thực nghiệm chứng tỏ rằng định luật Lambert chỉ áp dụng được đối với các kim loại khi góc $\varphi \leq 40^\circ$. Đường cong biểu diễn quan hệ I và λ của bức xạ từ các bề mặt kim loại không trơn, do đó cũng không thể tính bức xạ bán cầu theo công thức đơn giản, như công thức của định luật Stefan - Boltzmann. Về hình thức, chỉ có thể sử dụng định luật này cho các vật dẫn điện bằng hai cách :

$$a) \quad E = C \left(\frac{T}{100} \right)^4$$

trong đó C là một hàm của nhiệt độ và được xác định bằng thực nghiệm.

$$b) \quad E = C_0 \left(\frac{T}{100} \right)^n$$

trong đó n là hàm của nhiệt độ. Kết quả nghiên cứu cho thấy rằng ở phạm vi nhiệt độ bình thường, $n = 5$. Nhiệt độ càng tăng, n càng giảm và tiến dần tới 4. Vì chỉ một lớp mỏng sắt bề mặt tham gia vào quá trình bức xạ và hấp thụ, chiều dày của lớp này ở các vật liệu dẫn điện lại càng đặc biệt nhỏ, chỉ vào cỡ phần mười μm , nên khả năng bức xạ và hấp thụ của vật liệu dẫn điện phụ thuộc rất nhiều vào nhiệt độ và trạng thái bề mặt.

Trong khi độ đen chỉ phụ thuộc vào đặc tính của vật bức xạ, thì hệ số hấp thụ vừa phụ thuộc vào vật hấp thụ vừa phụ thuộc vào đặc trưng của bức xạ tới. Eckert đã chỉ ra rằng hệ số hấp thụ của kim loại bằng độ đen ở nhiệt độ trung bình nhân của nhiệt độ vật phát T_1 và nhiệt độ vật thu bức xạ T_2 :

$$A(T_1, T_2) = \varepsilon(\sqrt{T_1 \cdot T_2})$$

Trong các tính toán kỹ thuật người ta thiên về việc sử dụng biểu thức định luật Stefan - Boltzmann dưới dạng a.

2) Vật không dẫn điện

Đặc tính bức xạ của các vật không dẫn điện thuần nhất, hơn nhiều so với các vật dẫn điện và thể hiện ở các mặt : năng suất bức xạ tỉ lệ thuận với nhiệt độ tuyệt đối lũy thừa bậc bốn trong giới hạn nhiệt độ rất rộng và định luật Lambert đúng trong phạm vi góc φ lớn ($\varphi \leq 60^\circ$). So sánh cường độ bức xạ đơn sắc của vật không dẫn điện và vật đen tuyệt đối ở cùng một nhiệt độ người ta nhận thấy rằng, nếu chấp nhận một sai số bé thì có thể xem tỷ lệ các giá trị cường độ bức xạ này không phụ thuộc vào chiều dài bước sóng :

$$\varepsilon_\lambda(\lambda, T) = \frac{I(\lambda, T)}{I_0(\lambda, T)} \approx \text{const}$$

Mặt khác, độ đen của các vật không dẫn điện thay đổi không đáng kể theo nhiệt độ. Vì vậy, một cách gần đúng có thể xem các vật không dẫn điện là vật xám, tức là có thể sử dụng các công thức sau đây để tính toán :

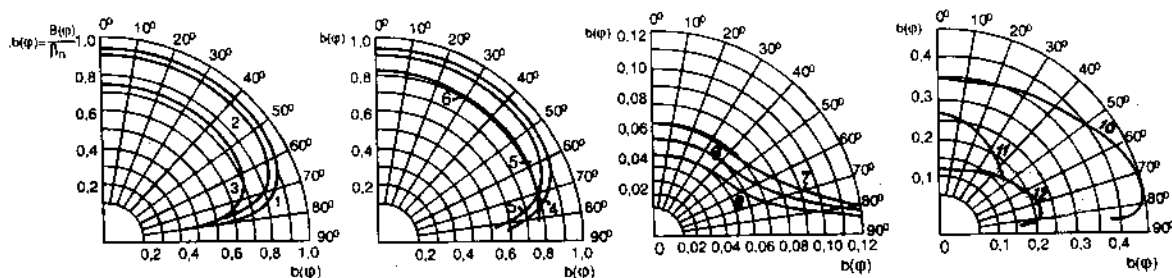
$$I(\lambda, T) = \varepsilon \cdot I_0(\lambda, T)$$

$$\varepsilon = A = \text{const}$$

$$E(T) = \varepsilon C_0 \left(\frac{T}{100} \right)^4 = C \left(\frac{T}{100} \right)^4 \quad (7-22)$$

trong đó : $C = \varepsilon \cdot C_0$ là hệ số bức xạ của vật xám.

Độ chói bức xạ tương đối của một số vật liệu được biểu diễn trên hình 7-7.



Hình 7-7. Độ chói bức xạ tương đối của một số vật liệu.

1 - nước đá, băng ; 2 - đất sét ; 3 - oxit đồng ; 4 - gỗ ; 5 - giấy ; 6 - oxit nhôm ;
7 - crom ; 8 - mangan ; 9 - nhôm ; 10 - bitumas ; 11 - gang ; 12 - sắt.

7.3.3. Bức xạ của chất khí

1) Đặc điểm bức xạ của các chất khí

Các chất khí cũng có khả năng bức xạ và hấp thụ năng lượng, nhưng đối với từng loại chất khí thì khả năng này khác nhau. Không khí sạch, khô và các khí một và hai nguyên tử có khả năng bức xạ và hấp thụ rất bé, thực tế có thể xem như trong suốt đối với bức xạ nhiệt, tức là chúng không tham gia vào quá trình trao đổi nhiệt bằng bức xạ. Các chất khí ba và nhiều nguyên tử (thí dụ hơi nước, khí CO_2 , SO_2 , CH_4 ...)

có khả năng bức xạ và hấp thụ tương đối lớn. Tuy nhiên, các chất khí đều có đặc điểm chung là chúng không có khả năng phản xạ mọi loại bức xạ giáng xuống chúng.

Bức xạ của các chất khí có nhiều đặc điểm khác với vật rắn. Các vật rắn bức xạ và hấp thụ năng lượng trong toàn bộ chiều dài bước sóng. Đối với các chất khí thì khả năng bức xạ và hấp thụ năng lượng có đặc tính chọn lọc, có nghĩa là chất khí chỉ bức xạ và hấp thụ năng lượng trong những khoảng chiều dài bước sóng nhất định. Ngoài những chiều dài bước sóng nhất định đó, chất khí là trong suốt đối với bức xạ nhiệt. Thí dụ, quang phổ hấp thụ, bức xạ của khí CO_2 và hơi nước gồm những khoảng quan trọng nhất sau đây :

CO_2	H_2O
$\lambda = 2,6$ đến $2,8 \mu\text{m}$	$\lambda = 1,3$ đến $1,5 \mu\text{m}$
$4,2$ đến $5,1 \mu\text{m}$	$1,7$ đến $2,0 \mu\text{m}$
$13,0$ đến $17,0 \mu\text{m}$	$2,3$ đến $3,4 \mu\text{m}$
	$4,5$ đến $8,5 \mu\text{m}$
	$12,0$ đến $30,0 \mu\text{m}$

Đặc điểm thứ hai của bức xạ của các chất khí là đặc tính thể tích. Để giải thích đặc tính này, chúng ta khảo sát trường hợp một chùm tia đơn sắc đi vào môi trường khí không trong suốt (Hình 7-8). Bằng thực nghiệm, người ta nhận thấy rằng sự thay đổi cường độ tương đối của chùm tia đơn sắc khi đi qua lớp khí có chiều dày dx của môi trường với mật độ không đổi, tỉ lệ với chiều dài đường đi của chùm tia trong lớp đó :

$$-\frac{dI_\lambda}{I_\lambda} = K_\lambda dx$$

Hệ số tỉ lệ K_λ xác định sự thay đổi tương đối cường độ của chùm tia đơn sắc trên một đơn vị chiều dài đường đi của chùm tia trong môi trường hấp thụ và được gọi là hệ số làm yếu tia. Hệ số này có thể biểu thị cho khả năng hấp thụ của môi trường, $K_\lambda [1/\text{m}]$.

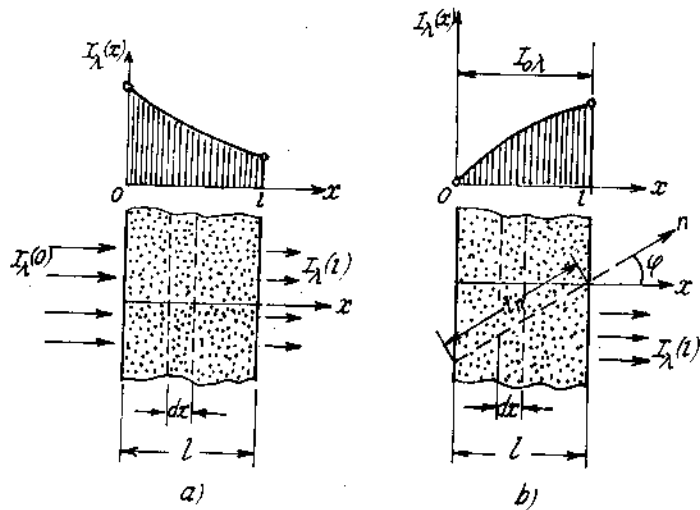
Nếu giả thiết hệ số làm yếu tia K_λ là một đại lượng không đổi thì :

$$\int_{I_{0,\lambda}}^{I_\lambda} \frac{dI_\lambda}{I_\lambda} = -\int_0^l K_\lambda dx \rightarrow \ln \frac{I_\lambda}{I_{0,\lambda}} = -K_\lambda l$$

hay : $I_\lambda = I_{0,\lambda} \exp(-K_\lambda l)$

trong đó : l - chiều dày của lớp khí ;

$I_{0,\lambda}$, I_λ - cường độ chùm tia bức xạ đơn sắc lúc đi vào và đi ra môi trường.



Hình 7-8.

a - sự thay đổi cường độ tia bức xạ khi đi qua môi trường hấp thụ ;
b - bức xạ riêng của lớp khí .

(7-23)

Bằng thực nghiệm với môi trường có mật độ khác nhau, Beer đã đi đến kết luận là "sự làm yếu cường độ tương đối của chùm tia đơn sắc trong lớp có chiều dày l đã cho tỉ lệ với mật độ ρ của vật chất hấp thụ trong lớp đó". Ở nhiệt độ T đã cho của môi trường hấp thụ, có thể thay mật độ ρ của vật chất hấp thụ bằng phân áp suất p của nó. Từ các kết luận trên, (7-23) được viết lại dưới dạng :

$$I_{\lambda} = I_{\lambda}^0 \exp(-k_{\lambda} \rho l) \quad (7-24)$$

Kết hợp công thức định luật Beer (7-24) và định luật Kirchhoff (7-21), ta thu được biểu thức xác định độ đen và hệ số hấp thụ đơn sắc của chất khí :

$$\varepsilon_{\lambda} = A_{\lambda} = \frac{I_{\lambda}^0 - I_{\lambda}}{I_{\lambda}^0} = 1 - \exp(-k_{\lambda} \rho l) \quad (7-25)$$

Hệ số k_{λ} trong phương trình (7-25) phụ thuộc vào loại chất khí, bước sóng và nhiệt độ của chất khí. Ở ngoài các dải hấp thụ, $k_{\lambda} = 0$.

Nếu chấp nhận một giá trị trung bình, không đổi đối với mọi bước sóng thì hệ số hấp thụ toàn phần và độ đen được xác định theo các phương trình sau :

$$\varepsilon(T_G) = \frac{\int_0^{\infty} \varepsilon_{\lambda}(T_G) I_{o\lambda}(T_G) d\lambda}{\int_0^{\infty} I_{o\lambda}(T_G) d\lambda} = \frac{\int_0^{\infty} \varepsilon_{\lambda}(T_G) I_{o\lambda}(T_G) d\lambda}{\sigma T_G^4} \quad (7-26)$$

$$A(T_G, T_1) = \frac{\int_0^{\infty} A_{\lambda}(T_G) I_{o\lambda}(T_1) d\lambda}{\int_0^{\infty} I_{o\lambda}(T_1) d\lambda} = \frac{\int_0^{\infty} A_{\lambda}(T_G) I_{o\lambda}(T_1) d\lambda}{\sigma T_1^4} \quad (7-27)$$

trong đó : T_G - nhiệt độ của khối khí ; T_1 - nhiệt độ của nguồn phát bức xạ tới khối khí.

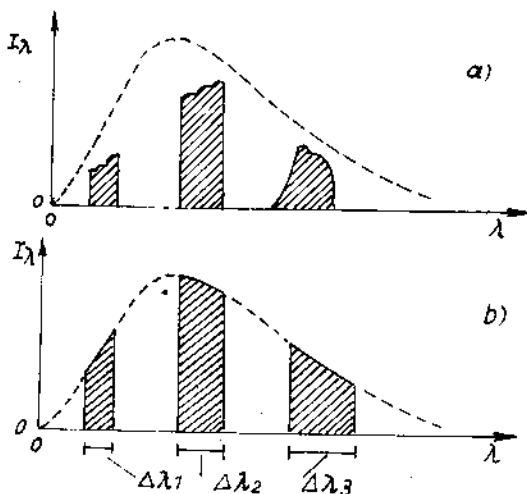
Khi khối khí có chiều dày vô cùng lớn thì $\varepsilon_{\lambda} = A_{\lambda} = 1$ ở trong các dải hấp thụ của phổ. Tức là trong các dải bước sóng này, khí là những vật đen tuyệt đối. Nếu một khối khí có ba dải phổ hấp thụ $\Delta\lambda_1, \Delta\lambda_2, \Delta\lambda_3$ và có cùng nhiệt độ với một vật đen tuyệt đối T_G thì sự thay đổi phổ bức xạ của nó khi chiều dày l bé và khi $l \rightarrow \infty$ được trình bày trên hình 7-9. Hình 7-10 biểu diễn phổ bức xạ của vật đen tuyệt đối có nhiệt độ T_w sau khi xuyên qua các lớp khí có chiều dày khác nhau và có nhiệt độ $T_G \ll T_w$.

Hệ số bức xạ hoặc độ đen trung bình cho mọi bước sóng của một hỗn hợp khí gồm m khí thành phần có nhiệt độ đồng đều T_G , có thể tính một cách gần đúng theo công thức sau :

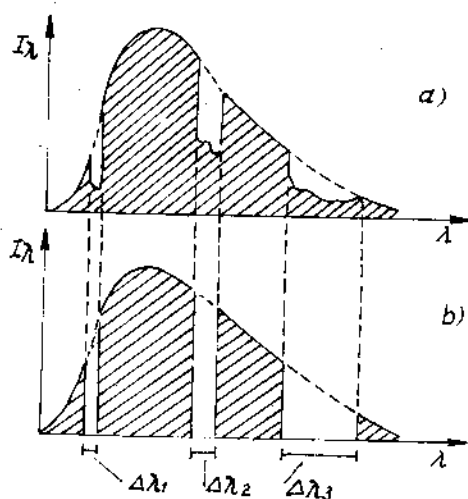
$$\varepsilon_m = \frac{1}{\sigma T_G^4} \int_0^{\infty} I_{o\lambda} [1 - \exp(\sum_{n=1}^m -k_{\lambda n} p_n l)] d\lambda$$

$$\varepsilon_m = \frac{1}{\sigma T_G^4} \int_0^{\infty} I_{o\lambda} [1 - \prod_{n=1}^m \exp(-k_{\lambda n} p_n l)] d\lambda$$

Với : $\exp(-k_{\lambda n} p_n l) = 1 - \varepsilon_n$



Hình 7-9. Phổ bức xạ của khối khí có nhiệt độ T_G
 a - khi chiều dày bé ;
 b - khi $l \rightarrow \infty$.



Hình 7-10. Phổ bức xạ của vật đen tuyệt đối
 sau khi xuyên qua một lớp khí có
 a - chiều dày bé
 b - $l \rightarrow \infty$

phương trình trên chuyển thành :

$$\varepsilon_m = \frac{1}{\sigma T_G^4} \int_0^\infty I_{0\lambda} \left[1 - \prod_{n=1}^m (1 - \varepsilon_n) \right] d\lambda \quad (7-28)$$

Trong thực tế ta thường gặp hỗn hợp hai thành phần. Đối với trường hợp này, độ đen trung bình được xác định theo :

$$\varepsilon_{12} = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 - \frac{1}{\sigma T_G^4} \int_0^\infty I_{0\lambda} [1 - \exp(-k_{\lambda 1} p_1 l)] [1 - \exp(-k_{\lambda 2} p_2 l)] d\lambda \quad (7-29a)$$

Viết dưới dạng rút gọn :

$$\varepsilon_{12} = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 - \Delta\varepsilon \quad (7-29b)$$

Đối với hỗn hợp các khí xám, (7-28) trở thành :

$$\varepsilon_m = 1 - \prod_{n=1}^m (1 - \varepsilon_n) \quad (7-30)$$

Khi $m = 2$, tức là khi hỗn hợp gồm hai khí thành phần bức xạ xám, ta có :

$$\varepsilon_{12} = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 - \varepsilon_1 \varepsilon_2 \quad (7-31)$$

2) Tính bức xạ nhiệt của chất khí

Năng lượng bức xạ của chất khí có thể tính theo quang phổ. Nếu quang phổ của chất khí có n khoảng hấp thụ, mỗi khoảng bức xạ một năng lượng $E_{\Delta\lambda} = f(T, p, l)$ thì năng lượng bức xạ toàn phần (tính trên toàn bộ chiều rộng quang phổ hấp thụ) của chất khí đó sẽ bằng :

$$E_G = \sum_{i=1}^n E_{\Delta\lambda, i}$$

Trên thực tế, việc tính năng lượng bức xạ toàn phần của chất khí theo phương pháp cộng từng phần nêu trên thường phức tạp, khó khăn. Để đơn giản, người ta lập công thức tính toán bức xạ toàn phần của chất khí dưới dạng một hàm số phụ thuộc các thông số T và p_l .

Nhiều công trình thực nghiệm đã chỉ ra rằng khác với vật rắn, sự phụ thuộc vào nhiệt độ của khả năng bức xạ của các chất khí là không giống nhau và không tỷ lệ với nhiệt độ tuyệt đối lũy thừa bậc 4. Thí dụ, đối với khí CO_2 và hơi nước (hai thành phần chủ yếu của sản phẩm cháy), khả năng bức xạ toàn phần có thể được biểu thị bằng các hàm số sau :

$$E_{\text{CO}_2} = 4,07 (p_l)^{0,33} \left(\frac{T}{100} \right)^{3,5} \quad (7-32)$$

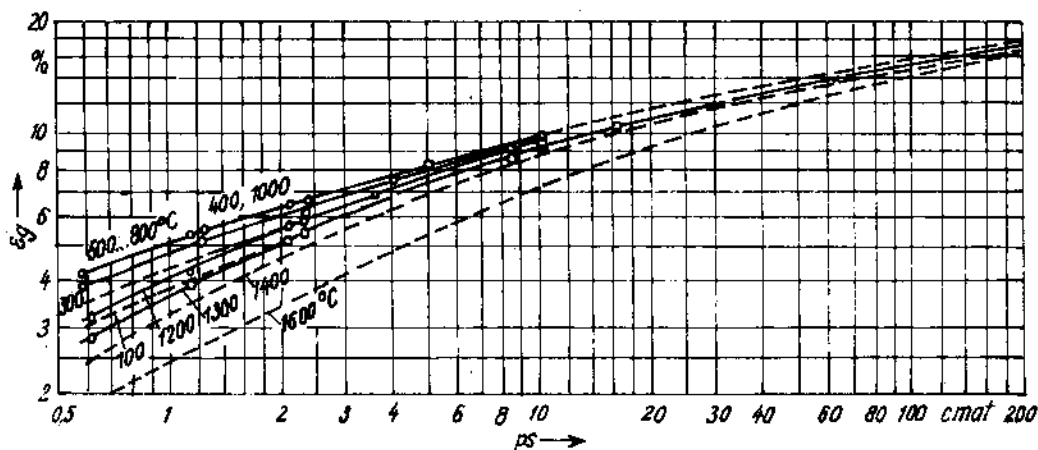
$$E_{\text{H}_2\text{O}} = 4,07 (p)^{0,8} \cdot 10^{0,6} \left(\frac{T}{100} \right)^3 \quad (7-33)$$

Các hàm này chỉ gần đúng trong giới hạn hẹp của các thông số T và p_l và không thuận tiện cho việc tính toán, cho nên trong kỹ thuật người ta thường đưa chúng về dạng biểu thức của định luật Stefan - Boltzmann (giống như trường hợp các vật dẫn điện) :

$$E_o = \varepsilon_G \cdot C_o \left(\frac{T}{100} \right)^4 \quad (7-34)$$

trong đó : ε_G - là độ đen toàn phần trung bình của chất khí, phụ thuộc vào T và p_l .

Nhiều tác giả đã tiến hành xác định độ đen của khí CO_2 và hơi nước bằng thực nghiệm. Để tiện sử dụng kết quả đo đạc được trình bày dưới dạng đồ thị.

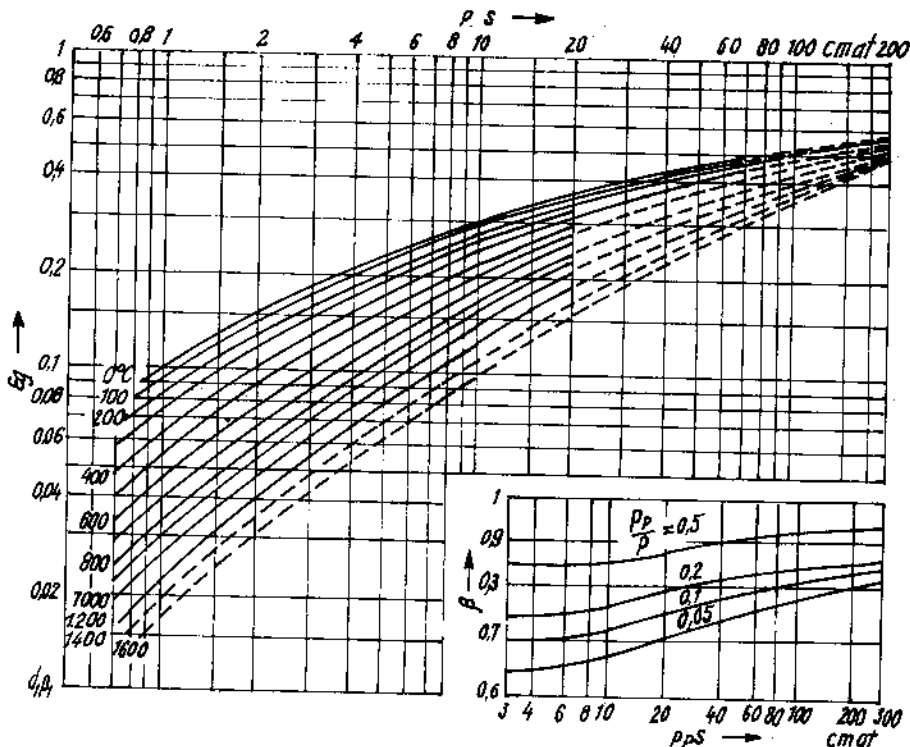


Hình 7-11. Độ đen của khí CO_2 phụ thuộc vào T và p_l .

Hình 7-11 biểu diễn sự phụ thuộc của độ đen của khí CO_2 vào nhiệt độ và tích số p_l . Do đặc trưng bức xạ, hấp thụ của CO_2 tuân theo định luật Beer, nên có thể sử dụng đồ thị này để xác định độ đen của CO_2 ở các phân áp suất khác nhau. Ngược lại, độ đen của hơi nước biểu diễn trên hình 7-12 chỉ đúng với hơi nước có áp suất $P_{\text{H}_2\text{O}} = 1 \text{at}$. Do không tuân theo định luật Beer nên độ đen của hơi nước không chỉ phụ thuộc vào tích số p_l mà còn phụ thuộc vào phân áp suất của nó trong hỗn hợp p_p . Cùng một giá trị p_l nhưng khi phân áp suất bé thì độ đen của hơi nước nhận được

từ đồ thị hình 7-12 phải được nhân thêm hệ số hiệu chỉnh β (xác định theo đồ thị ở góc phải của hình 7-12, $\beta \leq 1$) :

$$\varepsilon_{H_2O, P_p} = \beta \cdot \varepsilon_{H_2O, P_{H_2O}=1}$$



Hình 7-12. Độ đen của hơi nước khi $P_{H_2O} = 1at$

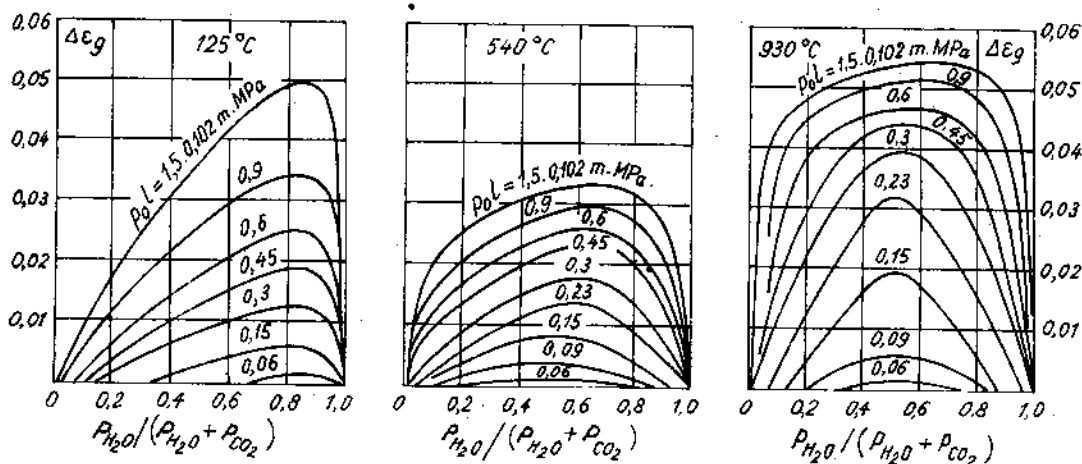
Khi sử dụng đồ thị được thiết lập cho phân áp suất của hơi nước rất bé, phải xác định hệ số hiệu chỉnh β bằng đồ thị tương ứng, khi đó $\beta \geq 1$.

Trong tính toán kĩ thuật nhiệt chúng ta thường phải xác định độ đen và hệ số hấp thụ của sản phẩm cháy (khói). Sản phẩm cháy chủ yếu chứa hai thành phần có khả năng trao đổi nhiệt bức xạ lớn là khí CO_2 và hơi nước. Do quang phổ hấp thụ của các khí có những dãy chồng lên nhau, nên bức xạ của chất khí này ảnh hưởng đến bức xạ của chất khí kia. Thí dụ, năng lượng bức xạ của khí CO_2 một phần bị hơi nước hấp thụ và ngược lại. Vì thế khả năng bức xạ (hoặc hấp thụ) của hỗn hợp bé hơn tổng khả năng bức xạ (hoặc hấp thụ) của các khí đơn. Tương ứng với công thức (7-29b), độ đen toàn phần trung bình của sản phẩm cháy được tính theo :

$$\varepsilon_G = \varepsilon_{CO_2} + \beta \varepsilon_{H_2O} - \Delta \varepsilon. \quad (7-35)$$

trong đó : ε_{H_2O} là trị số độ đen của hơi nước ở phân áp suất $P_{H_2O} = 1$, xác định bằng đồ thị hình 7-12 ; trị số $\Delta \varepsilon$ được xác định theo các đồ thị hình 7-13, trong đó áp suất tổng của các khí bức xạ $P_\Sigma = P_{CO_2} + P_{H_2O}$.

Hệ số hấp thụ của khí phụ thuộc vào cả nhiệt độ của khí và nhiệt độ của tường (nguồn phát). Bằng thực nghiệm, người ta đã thiết lập được các công thức sau để tính hệ số hấp thụ của khí CO_2 và hơi nước :



Hình 7-13. Hệ số hiệu chỉnh $\Delta \varepsilon$.

Đối với CO_2 :

$$A_{\text{GW}} = \varepsilon_{\text{CO}_2} \left(T_W, p = p_{\text{CO}_2} \frac{T_W}{T_G} \right) \cdot \left(\frac{T_G}{T_W} \right)^{0,65} \quad (7-36)$$

Đối với hơi nước :

$$A_{\text{GW}} = \varepsilon_{\text{H}_2\text{O}} \left(T_W, p = p_{\text{H}_2\text{O}} \frac{T_W}{T_G} \right) \cdot \left(\frac{T_G}{T_W} \right)^{0,45} \quad (7-37)$$

Độ đen của CO_2 và của hơi nước trong các công thức trên đây được xác định ở nhiệt độ T_W và ở phân áp suất hiệu chỉnh bằng phân áp suất thực nhân với hệ số T_W/T_G . Kết quả nghiên cứu cho thấy rằng, chỉ khi $T_W > T_G$ mới cần sử dụng các công thức (7-36) và (7-37) để tính toán. Trong những trường hợp khác có thể xem $A_{\text{GW}} = \varepsilon_{\text{GW}}$ mà không mắc phải sai số đáng kể.

Một cách gần đúng, hệ số hấp thụ trung bình của sản phẩm cháy đối với dòng bức xạ phát ra từ nguồn có nhiệt độ T_W được xác định theo công thức :

$$A_{\text{GW}} \approx \varepsilon_{\text{CO}_2}(T_W) \left[\frac{T_G}{T_W} \right]^{0,65} + \beta \varepsilon_{\text{H}_2\text{O}}(T_W) - \Delta \varepsilon(T_W) \quad (7-38)$$

Trong các công thức và đồ thị nêu ở trên, chiều dài trung bình của tia bức xạ l phụ thuộc vào hình dáng và kích thước của khối khí và có thể xác định theo công thức gần đúng :

$$l = 3,6 \frac{V}{F} \quad (7-39)$$

trong đó : V - thể tích khối khí, m^3 ;

F - diện tích bề mặt giới hạn (bề mặt bao quanh) khối khí, m^2 .

3) Bức xạ của ngọn lửa

Ngọn lửa là khoảng không gian trong đó xảy ra quá trình cháy, do đó các thành phần bức xạ (hấp thụ) trong ngọn lửa bao gồm : sản phẩm cháy (chủ yếu là khí CO_2

và hơi nước), nhiên liệu chưa cháy, tro, muối v.v... Dựa vào đặc tính bức xạ, người ta chia ngọn lửa thành : ngọn lửa không chiếu sáng và ngọn lửa chiếu sáng.

Ngọn lửa không chiếu sáng là ngọn lửa bức xạ chọn lọc, tức là thành phần bức xạ trong ngọn lửa loại này chỉ tồn tại ở thể khí và đặc tính bức xạ của nó có thể khảo sát như bức xạ của hỗn hợp các chất khí ba nguyên tử.

Bức xạ của ngọn lửa chiếu sáng được tạo thành từ bức xạ của các chất khí và bức xạ của các hạt chất rắn chứa trong nó. Vì thế số bức xạ và hấp thụ của ngọn lửa chiếu sáng không chỉ phụ thuộc vào độ lớn của không gian ngọn lửa mà còn phụ thuộc vào mật độ của các hạt chất rắn. Vì các hạt chất rắn chứa trong ngọn lửa là những vật không dẫn điện, nên ngọn lửa chiếu sáng bức xạ (và hấp thụ) trên mọi bước sóng và đặc tính bức xạ của nó có thể khảo sát gần đúng như bức xạ của vật xám.

Nếu chấp nhận định luật Beer cho bức xạ toàn phần của ngọn lửa chiếu sáng thì ta có công thức sau đây để tính độ đen của loại ngọn lửa này :

$$\varepsilon_{\lambda} = 1 - \exp(-\sum K_{\lambda} l) = 1 - \exp[-(K_B + K_G)l] \quad (7-40)$$

Tức là, hệ số làm yếu tia trong trường hợp này bằng tổng của hệ số làm yếu tia của sản phẩm cháy khi không có bụi (K_G) và hệ số làm yếu tia của bụi (K_B). Hệ số làm yếu tia của bụi phụ thuộc vào đặc tính của bụi, đường kính trung bình của hạt bụi d và nhiệt độ của nó :

Đối với các loại muối ($\frac{\pi d}{\lambda} < 1$) : $K_B \approx B.T_G.C$

Đối với các loại bụi ($\frac{\pi d}{\lambda} > 1$) : $K_B \approx 0,42 \frac{AC}{\rho^3 \sqrt{d^2/T_G}}$

trong đó : d - đường kính trung bình của hạt chất rắn, m ;

λ - bước sóng trung bình của phổ năng lượng, m ;

C - nồng độ bụi, kg/m^3 ;

B, A - hệ số đặc trưng cho các loại muối và bụi : $B \approx \frac{1000}{\rho} \frac{\text{m}^2}{\text{kgK}}$; $A \approx 0,15 + 0,2$.

Tính toán trước độ đen của ngọn lửa là điều đặc biệt khó khăn, vì nồng độ muối - yếu tố ảnh hưởng quyết định tới trị số của độ đen - phụ thuộc vào một loạt yếu tố như loại nhiên liệu, phương pháp đốt, hình dáng, kích thước của buồng lửa. Sự phân bố không đồng đều của muối và nhiệt độ trong ngọn lửa càng làm cho việc tính toán phức tạp thêm, do đó việc tính toán trước bức xạ của ngọn lửa chỉ có tính định hướng rất tương đối.

7.3.4. Bức xạ mặt trời

1) Bức xạ mặt trời ngoài trái đất (bức xạ mặt trời vũ trụ)

Mặt trời là nguồn bức xạ quan trọng nhất. Không có mặt trời thì không có sự sống trên trái đất. Mặc dù hiện tại mức độ sử dụng năng lượng mặt trời còn thấp, nhưng nguồn năng lượng này có triển vọng rất to lớn trong tương lai.

Một cách gần đúng, có thể xem mặt trời như là một quả cầu có đường kính $d_s = 1,392 \cdot 10^6 \text{ km}$, nằm ở một tiêu điểm của quỹ đạo elip của trái đất. Dòng bức xạ mặt trời giáng xuống bề mặt trái đất tỉ lệ nghịch với bình phương khoảng cách r giữa

chúng. Khoảng cách này thay đổi theo ngày trong năm. Khoảng cách trung bình $r_o = 149,6 \cdot 10^6$ km được gọi là một đơn vị thiên văn (AE). Vào ngày 3 tháng 1, khoảng cách giữa mặt trời và trái đất là nhỏ nhất và bằng 0,983 AE. Khoảng cách lớn nhất vào ngày 4 tháng 7 bằng 1,017 AE. Để tính toán bức xạ mặt trời người ta sử dụng tỉ lệ $(r_o/r)^2$ và gọi là hệ số lệch (hay độ lệch) f_{ex} . Một cách gần đúng, hệ số này được tính theo :

$$f_{ex} = (r_o/r)^2 = 1 + 0,033 \cos\left(\frac{2\pi d_n}{365}\right) \quad (7-41)$$

trong đó d_n là số ngày, bắt đầu từ ngày một tháng giêng ($d_n = 1$) và kết thúc vào 31 tháng 12 ($d_n = 365$).

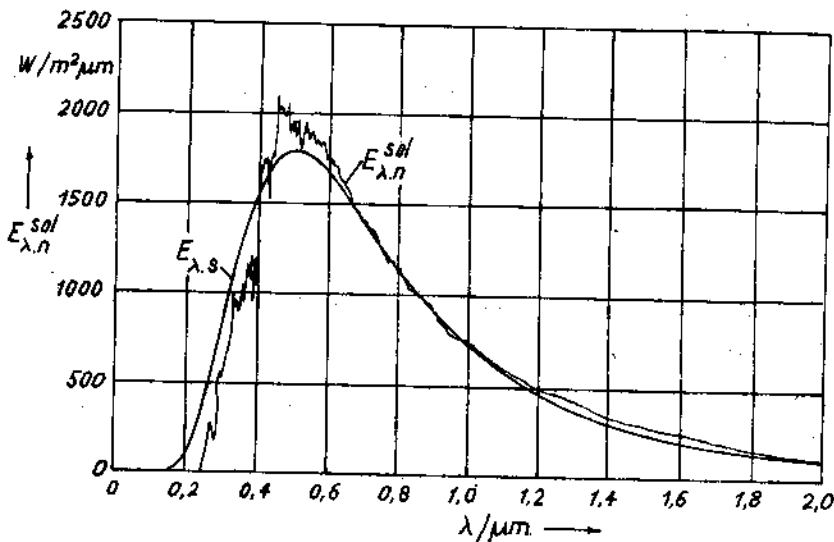
Do khoảng cách giữa mặt trời và trái đất rất lớn, nên bức xạ mặt trời tạo ra những chùm tia gần như song song. Bức xạ chưa bị làm yếu bởi sự tán xạ và hấp thụ trong lớp khí quyển của trái đất được gọi là bức xạ mặt trời ngoài trái đất (hay bức xạ mặt trời vũ trụ).

Mật độ bức xạ mặt trời vũ trụ trên bề mặt vuông góc với chùm tia bức xạ, cách tâm mặt trời một khoảng bằng $r_o = 1$ AE được gọi là hằng số mặt trời E_o . Kết quả đo đạc mới nhất (được tổ chức khí tượng thế giới công nhận là chính xác nhất) của hệ số này là :

$$E_o = (1367 \pm 1,6) \text{ W/m}^2 \quad (7-42)$$

Nếu xem mặt trời là vật đen tuyệt đối thì ta dễ dàng tính được nhiệt độ bề mặt mặt trời T_s :

$$T_s = \left(\frac{2r_o}{d_s}\right)^{1/2} \left(\frac{E_o}{\sigma}\right)^{1/4} = 5777 \text{ K} \quad (7-43)$$



Hình 7-14. Bức xạ mặt trời ở $r = r_o = 1$ AE, so sánh với bức xạ của vật đen tuyệt đối có cùng nhiệt độ.

Mật độ bức xạ tới của bức xạ mặt trời vũ trụ trên một bề mặt đặt trên mặt đất, có phương pháp tuyến tạo với tia tới một góc β_s được tính theo :

$$E^{\text{sol}} = E_o \left(\frac{r_o}{r} \right)^2 \cos \beta_s = E_o f_{\text{cx}} \cos \beta_s \quad (7-44)$$

Khi $\beta_s = 0$ thì $E^{\text{sol}} = E_n^{\text{sol}}$.

Người ta đã tiến hành hàng loạt phép đo để xác định phổ bức xạ mặt trời vũ trụ ở khoảng cách $r = r_o = 1\text{AE}$ và nhận thấy rằng cường độ bức xạ cực đại nằm ở vùng ánh sáng trắng, $\lambda_{\text{max}} = 0,45\mu\text{m}$; 99 % năng lượng bức xạ tập trung ở vùng $\lambda \leq 3,8\mu\text{m}$.

Trên hình 7-14 trình bày phổ bức xạ của mặt trời so sánh với phổ bức xạ của "mặt trời đen". Diện tích dưới các đường cong (tính tới $\lambda \rightarrow \infty$) - ứng với hằng số mặt trời E_o - là như nhau, nhưng ở vùng $\lambda < 0,6\mu\text{m}$, phổ bức xạ của hai vật khác nhau khá rõ rệt.

2) Làm yếu bức xạ mặt trời trong tầng khí quyển.

Bức xạ mặt trời vũ trụ khi xuyên qua tầng khí quyển của trái đất bị làm yếu đi, do đó mật độ bức xạ trên bề mặt trái đất nhỏ hơn rất nhiều so với bức xạ mặt trời vũ trụ tính theo (7-44).

Một phần bức xạ mặt trời bị tán xạ bởi các phân tử không khí, bởi các hạt bụi và giọt nước, phần khác bị các thành phần của không khí hấp thụ. Phần năng lượng bị hấp thụ này làm tăng nội năng của khí quyển và khí quyển, theo đúng quy luật lại phát bức xạ. Tuy nhiên bức xạ của khí quyển chủ yếu tập trung ở vùng sóng dài và chỉ một phần của bức xạ này tới được bề mặt trái đất.

Cường độ bức xạ mặt trời trên mặt trái đất $I_\lambda(l=0)$, sau khi bị tán xạ và hấp thụ trong tầng khí quyển, được tính một cách gần đúng theo (7-23), nhưng do mật độ các thành phần tán xạ và hấp thụ trong trường hợp này thay đổi theo đường đi của chùm bức xạ trong khí quyển do đó :

$$I_\lambda(l=0) = I_\lambda^{\text{sol}} \exp \left[-K_\lambda \int_0^\infty \rho(l) dl \right] \quad (7-45)$$

Tỷ lệ :

$$\tau_\lambda = \frac{I_\lambda(l=0)}{I_{\lambda, \text{sol}}} = \exp \left[-K_\lambda \int_0^\infty \rho(l) dl \right] \quad (7-46)$$

được gọi là độ truyền dẫn đơn sắc của khí quyển ($\tau_\lambda \leq 1$). Hệ số này biểu thị mức độ làm yếu bức xạ trong tầng khí quyển.

Các quá trình làm yếu bức xạ trong khí quyển gồm : tán xạ Rayleigh ở các phân tử của khí quyển ($\tau_{\lambda, R}$) tán xạ và hấp thụ bởi các hạt bụi và giọt nước ($\tau_{\lambda, A}$), hấp thụ do ozôn (τ_{λ, O_3}), hơi nước ($\tau_{\lambda, W}$) và các khí thành phần khác của khí quyển ($\tau_{\lambda, G}$).

Độ truyền dẫn vì thế được tính theo :

$$\tau_\lambda = \tau_{\lambda, R} \cdot \tau_{\lambda, A} \cdot \tau_{\lambda, O_3} \cdot \tau_{\lambda, W} \cdot \tau_{\lambda, G} \quad (7-47)$$

Ngược với quá trình tán xạ, quá trình hấp thụ bức xạ trong khí quyển chỉ xảy ra trong từng dải bước sóng nhất định, gọi là giải hấp thụ.

Thành phần chủ yếu của khí quyển là N_2 và O_2 . Ở độ cao trên 100 km, các khí này bị phân hủy thành N và O. Cả bốn chất khí này chỉ hấp thụ ở những bước sóng rất ngắn, nhưng lại hấp thụ rất mạnh. N và O hấp thụ toàn bộ bức xạ dưới $0,085 \mu m$. O_2 và N_2 hấp thụ bức xạ mặt trời trong nhiều dải trùng nhau tới $\lambda = 0,2 \mu m$, do đó không có bức xạ có bước sóng $\lambda < 0,2 \mu m$ xuyên tới được bề mặt trái đất.

Ozon (O_3) hấp thụ mạnh trong dải sóng từ $0,2 \mu m$ đến $0,35 \mu m$ nên có tác dụng ngăn bức xạ tử ngoại tới mặt đất. Hàm lượng ozon trong khí quyển thường được biểu thị bằng chiều cao cột khí ozon ở điều kiện tiêu chuẩn. Đại lượng này thay đổi theo mùa và theo vĩ độ, giá trị trung bình vào khoảng 2,5 mm ở xích đạo, 3,5 mm ở các vĩ độ trung bình và tới 4,5 mm ở các cực. Từ nhiều năm nay, do ảnh hưởng của FCKW (từ môi chất lạnh, chất tạo xốp của vật liệu cách nhiệt...) nên hàm lượng ozon giảm xuống đáng kể. Ở Bắc Âu, giá trị trung bình giảm 20% và đã xuất hiện "lỗ thủng ozon" ở Nam Cực, tại đây từng thời kỳ một có khi hàm lượng ozon giảm 75%.

Bằng các nghiên cứu công phu, người ta đã đưa ra được các công thức để xác định một cách khá chính xác các đại lượng trong (7-47).

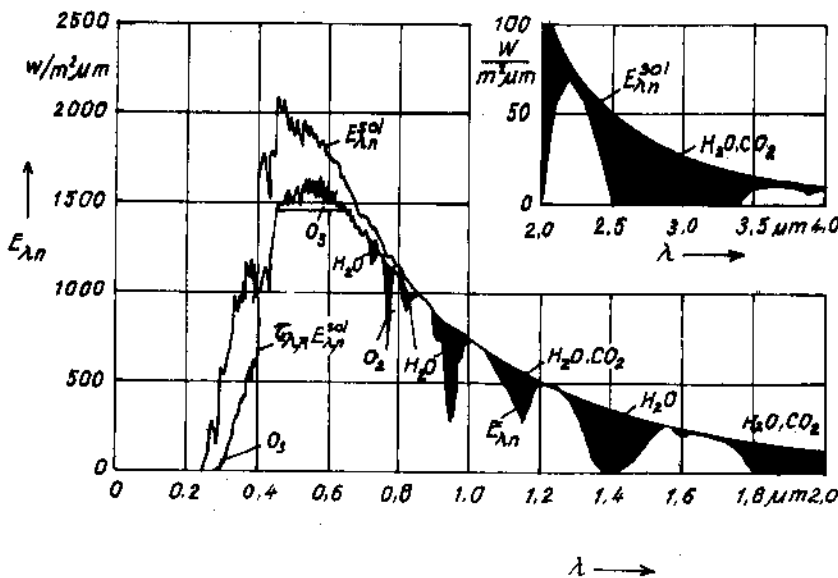
3) Bức xạ trực xạ và bức xạ tán xạ

Cường độ bức xạ trực tiếp (trực xạ) giáng xuống $1m^2$ bề mặt đặt vuông góc với tia bức xạ trên mặt đất được tính theo :

$$E_{\lambda,n} = \tau_{\lambda} E_{\lambda,n}^{sol} \quad (7-48)$$

Khi pháp tuyến của bề mặt tạo với tia tới một góc β_s thì :

$$E_{\lambda} = \tau_{\lambda} \cos \beta_s E_{\lambda,n}^{sol} \quad (7-49)$$



Hình 7-15. Phổ bức xạ mặt trời và trực xạ và bức xạ trực xạ ở bề mặt trái đất.

Trên hình 7-15 đưa ra phổ bức xạ mặt trời vũ trụ $E_{\lambda,n}^{sol}$ và phổ bức xạ trực xạ trên bề mặt trái đất $E_{\lambda,n}$ khi khí quyển trong, không mây. Rìa trên của đường cong $\tau_{\lambda,R} E_{\lambda,n}^{sol}$ là phổ bức xạ sau khi bị làm yếu do tán xạ Rayleigh, còn vùng diện tích tổ sẫm biểu diễn phần năng lượng bị hấp thụ bởi O_3 , O_2 , H_2O và CO_2 . Hình 7-15 cũng cho thấy rằng, để tính năng suất bức xạ E_n trên bề mặt trái đất, trong thực tế ta chỉ cần tích phân phổ bức xạ từ $\lambda = 0,3 \mu m$ đến $\lambda = 4,0 \mu m$.

Ngoài bức xạ trực tiếp, một phần bức xạ mặt trời bị khí quyển tán xạ cũng giáng xuống bề mặt trái đất, phần này gọi là bức xạ tán xạ. Một phần bức xạ trực xạ và bức xạ tán xạ khi đập tới bề mặt trái đất bị phản xạ trở lại, một lượng nhỏ của phần này sau đó lại bị khí quyển phản xạ. Quá trình phản xạ giữa bề mặt trái đất và khí quyển xảy ra nhiều lần với dòng phản xạ ngày càng bé dần. Dòng phản xạ bổ sung này cùng với bức xạ tán xạ được gọi là bức xạ của bầu trời. Tổng của bức xạ trực xạ và bức xạ bầu trời gọi là bức xạ tổng xạ.

4) Hệ số hấp thụ đối với bức xạ mặt trời

Hệ số bức xạ đơn sắc $\varepsilon_\lambda(\lambda, T)$ của tất cả các vật ở vùng bước sóng dưới $2 \mu m$ khác khá rõ rệt với vùng bước sóng dài. Ở các vật không dẫn điện, hệ số này ở λ bé, bé hơn khá nhiều, còn đối với các kim loại thì lớn hơn ít nhiều so với hệ số tương ứng ở vùng bước sóng dài. Tương tự như vậy, khả năng hấp thụ của phần lớn các vật đối với bức xạ mặt trời khác với khả năng hấp thụ bức xạ sóng dài từ các nguồn bức xạ trên mặt đất. Tức là mô hình bức xạ xám với quan hệ $a(T) = \varepsilon(T)$ không áp dụng được cho trường hợp hấp thụ năng lượng mặt trời. Hệ số hấp thụ đối với bức xạ mặt trời a_s của một số vật liệu được trình bày trong bảng dưới đây cùng với hệ số bức xạ ε ở nhiệt độ 300 K.

Bảng 7.1. Hệ số hấp thụ bức xạ mặt trời a_s và hệ số bức xạ ε ở nhiệt độ 300 K.

Vật liệu	a_s	ε	a_s/ε
Nhôm (đánh bóng)	0,20	0,08	2,5
Crôm (đánh bóng)	0,40	0,07	5,7
Đồng (đánh bóng)	0,18	0,03	6,0
Giấy dầu	0,82	0,91	0,90
Lá cây	0,71 ... 0,79	0,86	0,83 ... 0,92
Tuyết	0,2 ... 0,35	0,95	0,21 ... 0,37
Gạch đỏ	0,75	0,93	0,81
Sơn			
• Trắng kẽm	0,22	0,92	0,24
• Đen dầu	0,90	0,92	0,98

Tỉ lệ a_s/ε của các bề mặt có ý nghĩa quan trọng trong kĩ thuật sử dụng năng lượng mặt trời. Tỉ lệ này phải lớn đối với các bộ thu năng lượng mặt trời, để năng lượng bức xạ của nó ra môi trường bé hơn năng lượng mặt trời nó hấp thụ được. Ngược lại, khi muốn giữ nhiệt độ thấp cho bề mặt, đặt trực tiếp dưới bức xạ mặt trời, thì tỉ lệ này phải bé. Một lớp sơn phủ màu trắng với $a_s/\varepsilon = 0,24$ thỏa mãn rất tốt yêu cầu này.

Chương 8

TRAO ĐỔI NHIỆT BẰNG BỨC XẠ GIỮA CÁC VẬT ĐẶT TRONG MÔI TRƯỜNG TRONG SUỐT

Năng lượng trao đổi bằng bức xạ giữa các vật phụ thuộc vào rất nhiều yếu tố : bản chất vật lý, hình dáng, kích thước, trạng thái bề mặt, nhiệt độ, vị trí tương đối giữa các vật và đặc tính của môi trường giữa chúng. Hai yếu tố ảnh hưởng cuối cùng làm cho việc tính toán các quá trình trao đổi nhiệt bức xạ trở nên đặc biệt phức tạp. Dưới đây chúng ta sẽ khảo sát một số quá trình trao đổi nhiệt bức xạ giữa các vật rắn khi không có sự tham gia của môi trường, tức là khi môi trường giữa chúng là trong suốt (thí dụ : không khí khô hoặc chân không).

8.1. HỆ SỐ GÓC BỨC XẠ

8.1.1. Định nghĩa

Xét hai bề mặt phẳng hoặc lồi được đặt bất kỳ trong không gian. Giả thiết rằng cả hai bề mặt đều bức xạ khuếch tán, tức là bức xạ của chúng tuân theo định luật Lambert và nhiệt độ trên toàn bề mặt của mỗi vật là đồng đều. Nếu tách trên các bề mặt hai phần tử diện tích dF_1 và dF_2 (Hình 8-1), các phần tử bề mặt này có các pháp tuyến n_1 , n_2 tạo thành với đoạn thẳng nối hai tâm của chúng các góc φ_1 và φ_2 , thì theo định luật Lambert, năng lượng bức xạ của phần tử dF_1 chiếu đến dF_2 bằng (xem 7-15) :

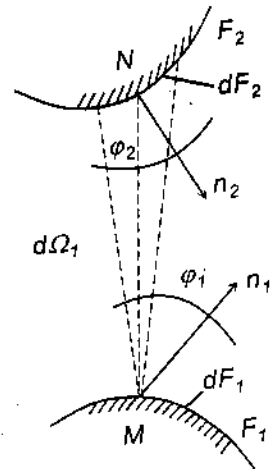
$$d^2Q_{1 \rightarrow 2} = \frac{E_1}{\pi} dF_1 \cdot \cos \varphi_1 d\Omega_1$$

Vì $d\Omega_1$ là góc khối nhìn từ tâm của dF_1 đến dF_2 nên khi r là khoảng cách giữa các tâm thì :

$$d\Omega_1 = \frac{dF_2 \cdot \cos \varphi_2}{r^2}$$

và

$$d^2Q_{1 \rightarrow 2} = \frac{E_1}{\pi} \frac{\cos \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2}{r^2} dF_1 dF_2 \quad (8-1)$$



Hình 8-1. Trao đổi bức xạ giữa hai bề mặt đặt bất kỳ trong không gian.

Tích phân (8-1) theo F_1 và F_2 chính là dòng bức xạ, xuất phát từ bề mặt F_1 giáng xuống bề mặt F_2 :

$$Q_{1 \rightarrow 2} = \frac{E_1}{\pi} \iint_{F_1 F_2} \frac{\cos \varphi_1 \cos \varphi_2}{r^2} dF_1 dF_2 \quad (8-2)$$

Hệ số góc bức xạ của bề mặt F_1 đến bề mặt F_2 , (φ_{12}) được định nghĩa bằng tỉ số giữa dòng bức xạ giáng xuống được bề mặt F_2 và toàn bộ năng lượng bức xạ phát ra từ bề mặt F_1 :

$$\varphi_{12} := \frac{Q_{1 \rightarrow 2}}{F_1 E_1} = \frac{1}{\pi F_1} \iint_{F_1 F_2} \frac{\cos \varphi_1 \cos \varphi_2}{r^2} dF_1 dF_2 \quad (8-3)$$

Nếu đổi chỗ các kí hiệu chân trong (8-3), ta có công thức xác định hệ số góc bức xạ của bề mặt F_2 đến bề mặt F_1 :

$$\varphi_{21} := \frac{Q_{2 \rightarrow 1}}{F_2 E_2} = \frac{1}{\pi F_2} \iint_{F_1 F_2} \frac{\cos \varphi_1 \cos \varphi_2}{r^2} dF_1 dF_2 \quad (8-4)$$

Từ (8-3) và (8-4) ta dễ dàng thấy rằng :

$$\varphi_{12} F_1 = \varphi_{21} F_2 \quad (8-5)$$

Tức là ta chỉ cần xác định một trong hai hệ số góc theo cách phức tạp là tích phân theo (8-3) hoặc (8-4).

Phần tiếp theo sẽ trình bày các phương pháp xác định hệ số này. Đây cũng chính là nội dung quan trọng nhất của tính toán trao đổi nhiệt bức xạ trong môi trường trong suốt.

Vì các bề mặt bức xạ khuếch tán, nên khi từ chúng không chỉ phát ra bức xạ riêng mà là bức xạ hiệu dụng thì năng suất bức xạ riêng E trong các công thức (8-2) đến (8-4) được thay bằng mật độ bức xạ hiệu dụng tương ứng H . Tức là biểu thức xác định hệ số góc bức xạ φ_{12} , φ_{21} , không có gì thay đổi, khi đó :

$$\begin{aligned} Q_{1 \rightarrow 2} &= \varphi_{12} F_1 H_1 \\ Q_{2 \rightarrow 1} &= \varphi_{21} F_2 H_2 \end{aligned} \quad (8-6)$$

8.1.2. Phương pháp xác định hệ số góc bức xạ

Hệ số góc hay hệ số chiếu thể hiện đặc tính hình học của hệ vật trao đổi nhiệt bằng bức xạ. Cho tới nay người ta đã phát triển rất nhiều phương pháp khác nhau để xác định hệ số góc. Đối với những trường hợp đơn giản, người ta thường áp dụng phương pháp tích phân, phương pháp đại số và phương pháp đồ thị, còn đối với những hệ vật phức tạp, hệ số góc được xác định bằng phương pháp thực nghiệm. Để minh họa, dưới đây sẽ trình bày hai phương pháp : phương pháp tích phân và phương pháp đại số.

1) Phương pháp tích phân

Phương pháp này dựa trên việc tính tích phân trực tiếp biểu thức định nghĩa (8-3). Theo công thức này, hệ số góc giữa một phần tử bề mặt dF_1 và bề mặt song song, rộng vô hạn F_2 (Hình 8-2) có giá trị bằng :

$$\varphi_{dF_1, F_2} = \varphi_{1,2} = \int_{F_2} \frac{\cos \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2}{\pi r^2} dF_2 = \int_{F_2} \frac{\cos^2 \alpha}{\pi r^2} dF$$

Tách trên bề mặt F_2 một phần tử dF_2 hình vành khuyên có đường kính $2r \cdot \sin \alpha$ và chiều rộng $db = \frac{dr}{\sin \alpha}$. Diện tích của phần tử này bằng :

$$dF_2 = 2\pi r \sin \alpha \frac{dr}{\sin \alpha} = 2\pi r dr$$

Thế giá trị dF và $\cos \alpha = \frac{a}{r}$ vào phương trình xác định hệ số góc $\varphi_{1,2}$ ở trên ta có :

$$\varphi_{1,2} = \int_{r=a}^{r=\infty} \frac{2a^2}{r^3} dr = 1$$

Điều này có nghĩa là tất cả năng lượng phát ra từ bề mặt dF_1 đều giáng tới bề mặt F_2 .

Một cách gần đúng, kết quả thu được trên đây cũng có thể sử dụng cho các bề mặt hữu hạn ΔF_1 và F_2 khi khoảng cách giữa chúng bé và $\Delta F_1 \ll F_2$. Hệ số góc bức xạ của bề mặt F_2 đến ΔF_1 được tính theo.

$$\varphi_{F_2, \Delta F_1} F_2 = \varphi_{\Delta F_1, F_2} \Delta F_1 ; \quad \varphi_{F_2, \Delta F_1} = \frac{\Delta F_1}{F_2} \varphi_{\Delta F_1, F_2}$$

Công thức tính hệ số góc đối với những hệ số đơn giản có thể tìm thấy trong các tài liệu tham khảo. Một vài ví dụ trong số này được trình bày ở bảng 8-1.

Đối với những hệ vật có đặc tính hình học phức tạp, việc xác định hệ số góc bằng phương pháp tích phân trực tiếp trở nên rất khó khăn, do đó phải sử dụng những phương pháp khác. Một trong những phương pháp tương đối đơn giản và được sử dụng khá phổ biến là phương pháp đại số.

2) Phương pháp đại số

Phương pháp đại số, do Poliat đề xuất, cho phép xác định hệ số góc và bề mặt bức xạ tương hỗ bằng những phép tính đại số đơn giản. Phương pháp này được xây dựng dựa trên một loạt các tính chất của hệ số góc của các vật tham gia trao đổi nhiệt bức xạ ; các vật này có đặc tính bức xạ bề mặt đồng nhất.

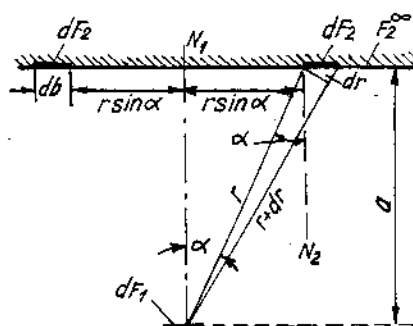
Tính chất 1 : Khi hai vật tham gia trao đổi nhiệt bằng bức xạ thì bề mặt bức xạ tương hỗ của chúng bằng nhau và hệ số góc tỷ lệ nghịch với diện tích các bề mặt :

$$F_1 \varphi_{12} = F_2 \varphi_{21} ; \quad \frac{\varphi_{12}}{\varphi_{21}} = \frac{F_2}{F_1} \quad (8-7)$$

Tính chất 2 : Nếu một bề mặt lớn F trao đổi bức xạ với môi trường xung quanh, thì hệ số góc của bề mặt này với môi trường nhỏ hơn đơn vị một lượng chính bằng hệ số góc của bề mặt F với chính nó.

Lượng nhiệt bề mặt lớn F phát ra môi trường bằng :

$$Q_{F \rightarrow mt} = E.F.\varphi_{F,mt} = EF - EF\varphi_{F,F}$$



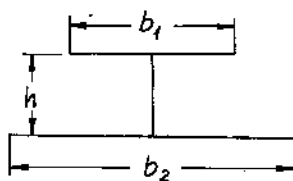
Hình 8-2. Các thông số hình học để xác định hệ số góc bức xạ.

Bảng 8.1. Hệ số góc bức xạ giữa các bề mặt song song và vuông góc

Hai dải song song dài vô hạn

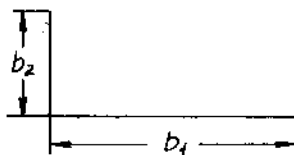
$$x = b_1/h; \quad y = b_2/h$$

$$\varphi_{12} = \frac{1}{2x} \left[\sqrt{(x+y)^2 + 4} - \sqrt{(y-x)^2 + 4} \right]$$



Hai dải vuông góc dài vô hạn có cạnh chung

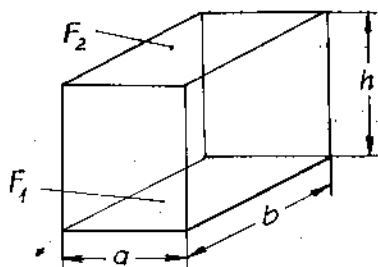
$$\varphi_{12} = \frac{1}{2} \left[1 + \frac{b_1}{b_2} - \sqrt{1 + (b_2/b_1)^2} \right]$$



Hai bề mặt song song của hình hộp

$$x = a/h; \quad y = b/h$$

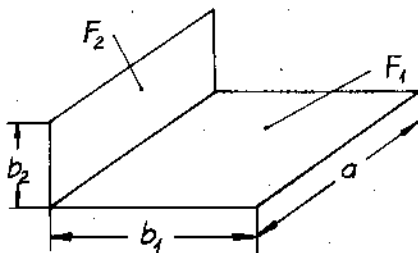
$$\begin{aligned} \varphi_{12} = \frac{1}{\pi xy} & \left[\frac{1}{2} \ln \frac{(1+x^2)(1+y^2)}{1+x^2+y^2} \right. \\ & + x \sqrt{1+y^2} \arctg \frac{x}{\sqrt{1+y^2}} \\ & + y \sqrt{1+x^2} \arctg \frac{y}{\sqrt{1+x^2}} - x \cdot \arctg x - y \cdot \arctg y \left. \right] \end{aligned}$$



Hai bề mặt vuông góc có cạnh chung

$$x = b_1/a; \quad y = b_2/a$$

$$\begin{aligned} \varphi_{12} = \frac{1}{\pi x} & \left[x \arctg \frac{1}{x} + y \arctg \frac{1}{y} \right. \\ & - \sqrt{x^2 + y^2} \arctg \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}} \\ & + \frac{1}{4} \ln \frac{(1+x^2)(1+y^2)}{1+x^2+y^2} \\ & + \frac{x^2}{4} \ln \frac{x^2(1+x^2+y^2)}{(1+x^2)(1+y^2)} + \frac{y^2}{4} \ln \frac{y^2(1+x^2+y^2)}{(1+x^2)(1+y^2)} \left. \right] \end{aligned}$$



Chia hai vế của phương trình này cho $E F_1$ ta thu được :

$$\varphi_{F,mt} = 1 - \varphi_{F,F} \quad (8-8)$$

Điều này cũng có nghĩa là, khác với bề mặt phẳng và lồi, hệ số góc bức xạ của các bề mặt lõm với chính nó không bằng không.

Tính chất 3 : Trong một hệ kín được tạo thành từ n vật, thì tổng các hệ số góc bức xạ của mỗi vật với tất cả các vật trong hệ luôn luôn bằng 1 và tổng các bề mặt bức xạ tương hỗ bằng chính diện tích của bề mặt này.

Lượng nhiệt bề mặt F_1 trong hệ kín phát ra giáng tới tất cả các bề mặt trong hệ, tức là :

$$Q_1 = E_1 F_1 = E_1 F_1 \varphi_{1,1} + E_1 F_1 \varphi_{12} + \dots + E_1 F_1 \varphi_{1,n} = \sum_{i=1}^n E_1 F_1 \varphi_{1,i}$$

Từ phương trình trên suy ra :

$$\sum_{i=1}^n \varphi_{1,i} = 1 ; \quad \sum_{i=1}^n F_1 \varphi_{1,i} = F_1 \quad (8-9)$$

Tính chất 4 : Nếu hai bề mặt F_1 và F_2 tạo thành một hệ kín thì hệ số góc bức xạ của bề mặt F_1 đến bề mặt F_2 không phụ thuộc vào hình dáng và kích thước của bề mặt F_2 .

Tính chất 5 : Nếu hệ số góc bức xạ từ một phân tố bất kỳ trên bề mặt F_1 đến bề mặt F_2 có trị số không đổi thì hệ số góc bức xạ của bề mặt F_1 đến F_2 cũng có giá trị bằng trị số không đổi đó.

$$Q_{1 \rightarrow 2} = E_1 F_1 \varphi_{1,2} = E_1 \Delta F_1 \varphi_{\Delta F_1, F_2} + E_1 \Delta F_2 \varphi_{\Delta F_2, F_2} + \dots + E_1 \Delta F_n \varphi_{\Delta F_n, F_2}$$

Khi : $\varphi_{\Delta F_1, F_2} = \varphi_{\Delta F_2, F_2} = \varphi_{\Delta F_n, F_2}$

suy ra : $\varphi_{1,2} = \varphi_{\Delta F_1, F_2} \quad (8-10)$

Tính chất 6 : Nếu vật F_i bị che chắn hoàn toàn khỏi vật F_k bởi một vật khác (vật đục) thì :

$$\varphi_{i,k} = \varphi_{k,i} = 0 \quad (8-11)$$

Sử dụng các phương trình biểu diễn tính chất của hệ số góc trên đây có thể giải hoặc đơn giản hóa lời giải các bài toán xác định hệ số góc bức xạ giữa các vật. Chúng ta hãy làm quen với phương pháp này qua hai thí dụ sau đây.

Thí dụ 1 : Xác định hệ số bức xạ giữa các bề mặt (không lõm) của một kênh dẫn dài vô hạn (Hình 8-3).

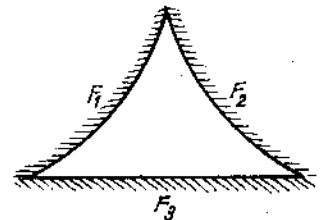
Theo tính chất 1 và 3 ta có thể viết :

$$F_1 \varphi_{1,2} = F_2 \varphi_{2,1}; \quad F_1 \varphi_{1,3} = F_3 \varphi_{3,1} \dots$$

$$F_1 \varphi_{1,2} + F_1 \varphi_{1,3} = F_1$$

$$F_2 \varphi_{2,1} + F_2 \varphi_{2,3} = F_2$$

$$F_3 \varphi_{3,1} + F_3 \varphi_{3,2} = F_3$$



Hình 8-3. Minh họa cho thí dụ 1.

Từ các phương trình trên dễ dàng tính được các hệ số góc :

$$\varphi_{1,2} = \frac{F_1 + F_2 - F_3}{2F_1};$$

$$\varphi_{1,3} = \frac{F_1 + F_3 - F_2}{2F_1}$$

$$\varphi_{2,3} = \frac{F_2 + F_3 - F_1}{2F_2};$$

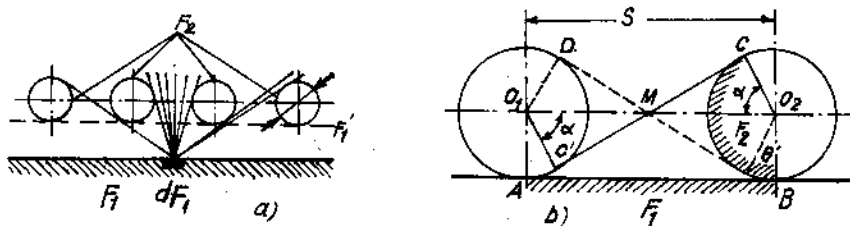
$$\varphi_{2,1} = \frac{F_1 + F_2 - F_3}{2F_2}$$

$$\varphi_{3,1} = \frac{F_1 + F_3 - F_2}{2F_3};$$

$$\varphi_{3,2} = \frac{F_2 + F_3 - F_1}{2F_3}$$

$$\varphi_{1,1} = \varphi_{2,2} = \varphi_{3,3} = 0$$

Thí dụ 2 : Xác định hệ số góc bức xạ của một bề mặt rộng vô hạn tới một chùm ống bố trí song song với nó (Hình 8-4).



Hình 8-4. Xác định hệ số góc từ mặt phẳng bức xạ đến hàng ống.

Vì khoảng cách giữa bề mặt F_1 và chùm ống thường rất nhỏ so với kích thước của bề mặt nên có thể xem mọi chùm tia bức xạ từ bề mặt F_1 đều đi qua mặt phẳng F'_1 để tới chùm ống. Tức là có thể xem :

$$\varphi_{1,2} = \varphi'_{1,2}$$

Nếu sử dụng bề mặt phân chia tưởng tượng $AC'C$ và chú ý tới tính đối xứng của việc bố trí các ống ta có thể viết công thức xác định hệ số góc trong một hệ kín gồm ba bề mặt không lõm AB , BC và $AC'C$ như đã trình bày ở thí dụ 1 :

$$\varphi_{AB,BC} = \frac{\varphi_{1,2}}{2} = \frac{AB + BC - AC'C}{2AB}$$

Vì : $AB = s$; $BC = \left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) \frac{d}{2}$;

$$AC'C = \left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \frac{d}{2} + d \operatorname{tg} \alpha$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \sqrt{\left(\frac{s}{d}\right)^2 - 1}$$

nên : $\varphi_{1,2} = 1 + \frac{d}{s} \operatorname{arctg} \sqrt{\left(\frac{s}{d}\right)^2 - 1} - \sqrt{1 - \left(\frac{d}{s}\right)^2}$

Hệ số góc từ hàng ống tới bề mặt F_1 :

$$\varphi_{2,1} = \varphi_{1,2} \cdot \frac{F_1}{F_2} = \varphi_{1,2} \cdot \frac{s}{\pi d}$$

Cần lưu ý rằng, không phải lúc nào phương pháp đại số cũng có khả năng xác định tất cả các hệ số góc trong hệ vật tham gia trao đổi bức xạ, vì trong một số trường hợp, số các phương trình đại số nhỏ hơn số các hệ số góc cần xác định. Trong những trường hợp như vậy phải xác định trước một số tối thiểu các hệ số góc bằng một phương pháp khác, sau đó dùng phương pháp đại số để xác định những hệ số góc còn lại.

8.2. TÍNH TOÁN TRAO ĐỔI NHIỆT BỨC XẠ TRONG MÔI TRƯỜNG TRONG SUỐT

8.2.1. Bức xạ hiệu dụng và bức xạ hiệu quả

Như đã định nghĩa ở mục 7.1, mật độ dòng bức xạ hiệu dụng H (W/m^2) của bề mặt i được tính theo :

$$H_i = E_i + (1 - \varepsilon_i)E_{t,i} \quad (8-12)$$

trong đó $E_{t,i}$ là mật độ bức xạ tới trên bề mặt i .

Bức xạ hiệu quả là lượng nhiệt thực tế vật nhận được từ môi trường ($q_i < 0$) hoặc tổn thất ra môi trường ($q_i > 0$), trong đó xảy ra quá trình trao đổi bức xạ :

$$Q_i = F_i q_i = F_i (E_i - \varepsilon_i E_{t,i}) \quad (8-13a)$$

hay :

$$Q_i = F_i q_i = F_i (H_i - E_{t,i}) \quad (8-13b)$$

Kết hợp (8-12) với (8-13a, b) ta có :

$$Q_i = \frac{F_i \varepsilon_i}{1 - \varepsilon_i} \left[\frac{E_i}{\varepsilon_i} - H_i \right] = \frac{F_i \varepsilon_i}{1 - \varepsilon_i} [\sigma T_i^4 - H_i] \quad (8-14)$$

Nếu môi trường bao gồm n bề mặt, thì do từ mỗi bề mặt j phát ra dòng bức xạ hiệu dụng $F_j H_j$ và dòng bức xạ phát ra từ j giáng xuống i là $F_j H_j \varphi_{ji}$ nên tổng bức xạ tới trên bề mặt i được tính theo :

$$F_i E_{t,i} = \sum_{j=1}^n F_j \varphi_{ji} H_j = F_i \sum_{j=1}^n \varphi_{ij} H_j \quad (8-15)$$

Thế (8-15) vào (8-13b) và chú ý tới quan hệ (8-9) ta thu được biểu thức tính bức xạ hiệu quả theo bức xạ hiệu dụng :

$$Q_i = F_i (H_i - \sum_{j=1}^n \varphi_{ij} H_j) = F_i \sum_{j=1}^n \varphi_{ij} (H_i - H_j) \quad (8-16)$$

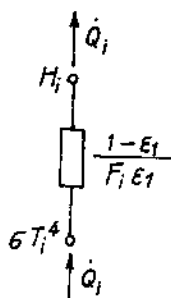
Nếu hệ bao gồm n thành phần trao đổi bức xạ với nhau thì ta có thể viết $2n$ phương trình dạng (8-14) và (8-16). Giải hệ phương trình tuyến tính này sẽ xác định được các dòng bức xạ hiệu dụng và hiệu quả của tất cả các bề mặt, khi biết được nhiệt độ của chúng.

8.2.2. Mô hình điện - sơ đồ thay thế

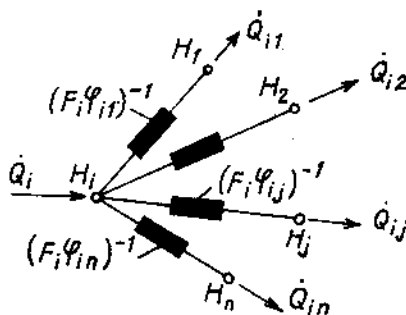
Tương tự phương trình định luật Ohm, ta chuyển (8-14) và (8-16) thành :

$$Q_i = \frac{\sigma T_i^4 - H_i}{\frac{1 - \varepsilon_i}{F_i \varepsilon_i}} \quad (8-17)$$

$$Q_i = \sum_{j=1}^n \frac{H_i - H_j}{\frac{1}{F_i \varphi_{ij}}} \quad (8-18)$$



a)



b)

Hình 8-5. Mạch thay thế với "nhiệt trở phản xạ" (a) và "nhiệt trở hình học" (b).

Theo (8-17), dòng Q_i sinh ra do độ chênh thế σT_i^4 và H_i , chuyển động qua nhiệt trở $(1 - \epsilon_i) / F_i \epsilon_i$. Nhiệt trở này gọi là "nhiệt trở phản xạ". Sơ đồ (hay mạch) thay thế loại này được minh họa trên (Hình 8-5a).

Phương trình (8-18) biểu thị sự phân dòng ở một điểm nút có thế H_i với các nhiệt trở nhánh $1 / F_i \phi_{ij}$ - gọi là "nhiệt trở hình học" (Hình 8-5b).

Khi $H_i = H_j$ (tức là khi không có độ chênh thế) thì không có dòng chạy qua, do đó mạch nhánh đó cũng không tồn tại.

Bây giờ ta hãy khảo sát một hệ thống kín gồm ba vùng (bề mặt) đẳng nhiệt bao bọc không gian trong suốt (Hình 8-6). Vùng 1, có nhiệt độ T_1 , độ đen ϵ_1 là vùng phát bức xạ hiệu quả, nên được cung cấp từ phía ngoài dòng nhiệt không đổi Q_1 . Vùng 2 với nhiệt độ $T_2 < T_1$ và độ đen ϵ_2 là vùng nhận bức xạ hiệu quả, trong khi vùng 3 với nhiệt độ không đổi T_R chỉ đóng vai trò phản xạ trung gian ($Q_R = 0$).

Hình 8-6. Hệ thống trao đổi bức xạ với một nguồn phát, một nguồn thu và một phản xạ trung gian.

Quá trình trao đổi nhiệt bức xạ trong hệ thống (Hình 8-6) được biểu diễn qua sơ đồ thay thế trên hình 8-7. Vì bề mặt phản xạ không có dòng chạy qua ($Q_R = 0$), nên dòng Q_1 chuyển dịch từ thế σT_1^4 đến điểm nút H_1 . Tại đây nó bị phân nhánh, chạy trực tiếp và qua H_R để đến H_2 và cuối cùng tới điểm có thế σT_2^4 .

Giữa điểm đầu và cuối của mạch có ba nhiệt trở mắc nối tiếp, trong đó nhiệt trở tương đương $(F_1 \bar{\phi}_{12})^{-1}$ giữa H_1 và H_2 được tính từ ba điện trở thành phần : $(F_1 \phi_{1,2})^{-1}$, $(F_1 \phi_{1R})^{-1}$ và $(F_2 \phi_{2R})^{-1}$ theo :

$$F_1 \bar{\phi}_{12} = F_1 \phi_{12} + \frac{1}{(F_1 \phi_{1R})^{-1} + (F_2 \phi_{2R})^{-1}} \quad (8-19)$$

Dòng Q_1 vì thế được tính theo :

$$Q_1 = \frac{\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1 F_1} + \frac{1}{F_1 \bar{\varphi}_{12}} + \frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2 F_2}} \quad (8-20)$$

Q_1 chính là dòng nhiệt trao đổi bằng bức xạ giữa vùng 1 và vùng 2 trong hệ thống (Hình 8-6), do đó cũng có thể dùng kí hiệu Q_{12} và thường được viết dưới dạng :

$$Q_1 = Q_{12} = \varepsilon_{12} F_1 \sigma(T_1^4 - T_2^4) \quad (8-21)$$

trong đó, ε_{12} là hệ số trao đổi bức xạ hay còn gọi là độ đen quy dẫn và được định nghĩa qua :

$$\frac{1}{\varepsilon_{12} F_1} = \frac{1-\varepsilon_1}{\varepsilon_1 F_1} + \frac{1}{F_1 \bar{\varphi}_{12}} + \frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2 F_2} \quad (8-22)$$

Khi độ đen phụ thuộc vào nhiệt độ thì phải thế $\varepsilon_1 = \varepsilon_1(T_1)$ và $\varepsilon_2 = \varepsilon_2(T_2)$ vào (8-22) để tính toán.

Giữa các điểm nút có thế σT_R^4 và H_R không có dòng chạy qua, $Q_R = 0$. Nhiệt trở $(1 - \varepsilon_R)/\varepsilon_R F_R$ vì thế không có ảnh hưởng và $\sigma T_R^4 = H_R$. Nhiệt độ T_R của vùng phản xạ không phụ thuộc độ đen ε_R và được xác định từ bức xạ hiệu dụng H_R .

Từ hình 8-7 dễ dàng thấy rằng :

$$F_1 \varphi_{1R}(H_1 - H_R) = F_2 \varphi_{2R}(H_R - H_2) \quad (8-23)$$

do đó :

$$H_R = \sigma T_R^4 = \frac{F_1 \varphi_{1R} H_1 + F_2 \varphi_{2R} H_2}{F_1 \varphi_{1R} + F_2 \varphi_{2R}} \quad (8-24)$$

Bức xạ hiệu dụng H_1 và H_2 được tính theo (8-17) khi cho $i = 1$ và $i = 2$ với $Q_1 = -Q_2$.

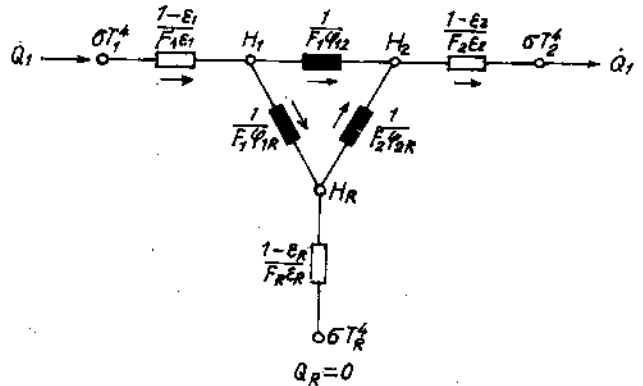
8.2.3. Trao đổi nhiệt bằng bức xạ giữa hai vật

Công thức (8-21) và (8-22) cũng áp dụng được cho trường hợp khi hệ được tạo thành chỉ bởi hai vùng : vùng phát bức xạ và vùng thu bức xạ. Vì vùng bức xạ trung gian R không tồn tại nên :

$$\varphi_{1R} = \varphi_{2R} = 0$$

Do đó từ (8-19) suy ra : $\bar{\varphi}_{12} = \varphi_{12}$ và hệ số trao đổi bức xạ của hệ thống trong trường hợp này được tính theo :

$$\frac{1}{\varepsilon_{12}} = \frac{1}{\varphi_{12}} + \frac{1}{\varepsilon_1} - 1 + \frac{F_1}{F_2} \left(\frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right) \quad (8-25)$$



Hình 8-7. Sơ đồ thay thế mô tả các quá trình trong hệ thống hình 8-6.

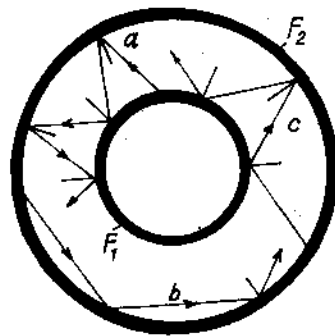
Phương trình này áp dụng được cho nhiều trường hợp thực tế quan trọng. Dưới đây sẽ xét các trường hợp đặc biệt đó.

1) Trao đổi nhiệt giữa hai vật bọc nhau

Vật 1 bị vật 2 bao bọc hoàn toàn (Hình 8-8) do đó $\varphi_{12} = 1$.

Hệ số trao đổi bức xạ trong trường hợp này được xác định theo :

$$\frac{1}{\varepsilon_{12}} = \frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{F_1}{F_2} \left(\frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right) \quad (8-26)$$



Hình 8-8. Trao đổi bức xạ giữa hai vật bọc nhau.

Một cách chặt chẽ, kết quả này chỉ đúng đối với trường hợp hai vật hình cầu đồng tâm hoặc hai hình trụ đồng tâm bọc nhau và dài vô hạn, vì chỉ khi đó giả thiết về các bề mặt đẳng nhiệt mới có khả năng được thỏa mãn. Khi khoảng cách giữa các bề mặt không đều thì mật độ bức xạ hiệu quả ở những chỗ hẹp sẽ lớn hơn nhiều so với những chỗ có khoảng cách rộng, do đó điều kiện đẳng nhiệt của các bề mặt sẽ không được bảo đảm. Tuy nhiên, nếu chấp nhận giả thiết "đẳng nhiệt" một cách thuần túy lý thuyết thì có thể sử dụng (8-26) cho mọi trường hợp bọc nhau, kể cả khi vật 2 không bao bọc hoàn toàn vật 1 mà cùng với vật 1 tạo thành một hệ khép kín. Nhưng trong mọi trường hợp, vật 1 không được phép lõm.

Nếu vật 2 là vật đen tuyệt đối, $\varepsilon_2 = 1$, thì công thức tính toán trở nên rất đơn giản :

$$Q_{12} = \varepsilon_1 F_1 (T_1^4 - T_2^4) \quad (8-27)$$

Công thức (8-27) cũng đúng cho cả trường hợp $F_2 \gg F_1$.

2) Trao đổi nhiệt bức xạ giữa hai vách phẳng song song, rộng vô hạn

Điều kiện "song song, rộng vô hạn" đồng nghĩa với $\varphi_{12} = 1$ và $F_1 = F_2$, do đó (8-25) trở thành :

$$\frac{1}{\varepsilon_{12}} = \frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \quad (8-28)$$

Trong mọi trường hợp, sau khi xác định được hệ số trao đổi bức xạ ε_{12} chỉ cần thế chúng vào (8-21), ta dễ dàng tính được lượng nhiệt trao đổi bằng bức xạ giữa các vật (bức xạ hiệu quả).

8.2.4. Trao đổi nhiệt bức xạ trong hệ gồm nhiều vùng

Khi các vật có hình dạng phức tạp hay khi các bề mặt không đẳng nhiệt thì phải chia chúng thành nhiều vùng đẳng nhiệt nhỏ. Khi đó ta có thể thiết lập 2n phương trình cho hệ gồm n vùng (xem 8-21). Khó khăn ở đây không phải là việc giải hệ phương trình tuyến tính với 2n ẩn số mà là việc xác định n^2 hệ số góc bức xạ. Trong số n vùng của hệ thống, có những vùng có nhiệt độ cho trước và những vùng có dòng nhiệt hiệu quả Q_i đã biết, do đó phải sử dụng hai phương trình khác nhau cho hai loại vùng này.

a) Phương trình cân bằng cho các vùng có nhiệt độ không cho trước (cho trước Q_i)

Biến đổi chút ít phương trình (8-16) với việc sử dụng kí hiệu Kronecker :

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{khí } i \neq j \\ 1 & \text{khí } i = j \end{cases} \quad (8-29)$$

ta có phương trình cân bằng sau đây :

$$\sum_{j=1}^n (\delta_{ij} - \varphi_{ij}) H_j = \frac{Q_i}{F_i} \quad (8-30)$$

b) Phương trình cân bằng cho vùng có nhiệt độ cho trước

Cân bằng phương trình (8-14) và (8-16), kết hợp với (8-29) cho ta :

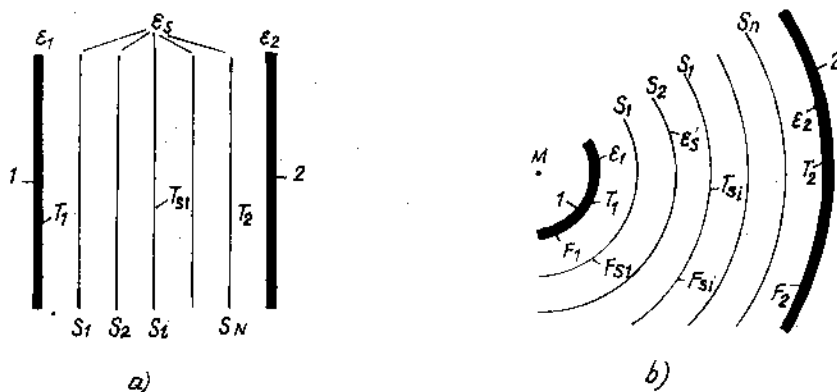
$$\sum_{j=1}^n [\delta_{ij} - (1 - \varepsilon_i)\varphi_{ij}] H_j = \varepsilon_i \sigma T_i^4 \quad (8-31)$$

Nếu trong số n vùng bề mặt có nhiệt độ cho trước có k vùng là đen, $\varepsilon = 1$, thì số phương trình theo (8-31) chỉ còn lại $n - k$ vì khi $\varepsilon_i = 1$ thì $H_i = \sigma T_i^4$. Tức là có k giá trị bức xạ hiệu dụng đã biết trước.

Chú ý là khi $\varepsilon = 1$ thì công thức (8-14) không còn thích hợp cho việc tính bức xạ hiệu quả Q_i . Trong trường hợp này phải sử dụng công thức ít thuận tiện hơn là công thức (8-16).

8.2.5. Màn chắn bức xạ

Để giảm trao đổi nhiệt bằng bức xạ giữa các bề mặt có nhiệt độ khác nhau, người ta sử dụng các màn chắn bức xạ. Đó là những tấm folie hoặc kim loại mỏng, làm từ các loại vật liệu có khả năng phản xạ lớn và được đặt song song giữa các bề mặt (Hình 8-9).



Hình 8-9. Màn chắn bức xạ.

a - giữa các tường phẳng song song ;

b - giữa các mặt cầu hoặc mặt trụ đồng tâm.

Không gian giữa các màn chắn thường là chân không để loại trừ trao đổi nhiệt đối lưu.

Kết cấu cách nhiệt kiểu này được sử dụng chủ yếu trong kĩ thuật lạnh sâu để cách nhiệt cho các bình chứa khí hóa lỏng có nhiệt độ rất thấp.

Bây giờ ta hãy khảo sát hiệu quả cách nhiệt của các màn chắn giữa hai bề mặt phẳng song song rộng vô hạn, có nhiệt độ $T_1 > T_2$.

Khi chưa đặt màn chắn, mật độ dòng bức xạ hiệu quả giữa chúng được tính theo (8-21) và (8-28) :

$$q = \frac{Q}{F} = \frac{\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1} \quad (8-32)$$

Khi đặt giữa chúng n màn chắn có cùng độ đen ε_s ở cả hai phía và ở tất cả các màn thì do các màn chắn đều rất mỏng nên nhiệt độ trên mỗi màn là đồng nhất. Nếu kí hiệu nhiệt độ của màn thứ i là T_{si} thì tương tự (8-32), ta có thể viết :

$$q \left(\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_s} - 1 \right) = \sigma(T_1^4 - T_{s1}^4)$$

$$q \left(\frac{1}{\varepsilon_s} + \frac{1}{\varepsilon_s} - 1 \right) = \sigma(T_{s1}^4 - T_{s2}^4)$$

$$\dots \dots \dots$$

$$q \left(\frac{1}{\varepsilon_s} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right) = \sigma(T_{sn}^4 - T_2^4)$$

Cộng đại số hai vế của các phương trình trên ta được :

$$q \left[\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1 + n \left(\frac{2}{\varepsilon_s} - 1 \right) \right] = \sigma(T_1^4 - T_2^4)$$

hay :

$$q_{(n)} = \frac{\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1 + n \left(\frac{2}{\varepsilon_s} - 1 \right)} \quad (8-33)$$

Rõ ràng là dòng bức xạ hiệu quả so với (8-32) giảm đi đáng kể ; khi $\varepsilon_s = 0,05$ và $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0,8$ thì lượng nhiệt trao đổi $\left\{ q_{(n)} / q_{(n=0)} \right\}$ giảm đi 53 lần nếu dùng 2 màn chắn và 27 lần nếu dùng một màn chắn. Độ đen của các bề mặt tường càng cao thì hiệu quả cách nhiệt càng lớn. Tương ứng với các trường hợp trên, mức độ giảm sẽ là 79 và 40 lần nếu $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 1$.

Tác dụng của màn chắn trong trường hợp hai vật bọc nhau (Hình 8-9b) cũng dễ dàng khảo sát theo cách tương tự. Khi có n màn chắn, lượng nhiệt trao đổi bằng bức xạ được tính theo :

$$Q = \frac{F_1 \sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{F_1}{F_2} \left(\frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right) + \left(\frac{2}{\varepsilon_s} - 1 \right) \sum_{i=1}^n \frac{F_1}{F_{si}}} \quad (8-34)$$

Các bề mặt có độ đen bé, như các màn chắn, thường không phản xạ khuếch tán như ta đã giả thiết khi thiết lập các công thức tính toán, mà sự phản xạ của chúng có thể xem là phản xạ gương.

Ta hãy khảo sát ảnh hưởng của tính chất này tới quá trình trao đổi nhiệt mà ta đang xét. Các bề mặt tham gia trao đổi nhiệt bây giờ là những bề mặt bức xạ khuếch tán nhưng phản xạ gương.

Đối với trường hợp các vách phẳng song song, rộng vô hạn, năng lượng do vách này phát ra luôn luôn giáng tới vách kia và bị phản xạ gương giữa hai vách liên tục cho đến khi bị hấp thụ hoàn toàn. Như vậy, tính chất phản xạ gương trong trường hợp này không gây ra bất kỳ sự thay đổi nào đối với quá trình trao đổi nhiệt. Phương trình (8-32) và cả (8-33) có thể áp dụng cho mọi trường hợp, cả khi các màn chắn phản xạ gương còn các bề mặt vách phản xạ khuếch tán.

Trên hình 8-8 trình bày đường đi của các tia bức xạ khi các bề mặt phản xạ gương. Bức xạ phát ra từ mặt trong 1, tia a, luôn luôn giáng xuống mặt ngoài 2, và bị phản xạ gương tại đây để rồi trở lại mặt 1, $\varphi_{12} = 1$. Cũng như ở trường hợp bức xạ khuếch tán, bức xạ phát ra từ mặt trong bị phản xạ liên tục giữa hai bề mặt cho đến khi bị hấp thụ hoàn toàn.

Quá trình đối với bức xạ phát ra từ vật 2 không giống như vậy. Chỉ một phần bức xạ phát ra từ mặt ngoài giáng xuống được mặt trong, phần còn lại giáng xuống chính nó. Phần này (tia b) luôn bị phản xạ gương và không bao giờ rời khỏi mặt 2. Nó không tham gia vào quá trình trao đổi nhiệt bằng bức xạ giữa hai bề mặt. Phần kia (tia c) được xác định qua hệ số góc bức xạ ($\varphi_{21} = F_1 \varphi_{12} / F_2 = F_1 / F_2$), ngược lại, luôn luôn giáng xuống mặt 1 và bị phản xạ gương liên tục giữa hai bề mặt cho đến khi bị hấp thụ hoàn toàn.

Như vậy, khi phản xạ gương, mặt ngoài chỉ tham gia vào quá trình trao đổi nhiệt như là nó có diện tích không phải là F_2 mà là $F_2 \varphi_{21} = F_1$. Vì vậy khi tính dòng nhiệt hiệu quả Q_i phải thay diện tích F_2 ở mẫu số của nhiệt trở thứ ba trong công thức (8-20) với $\bar{\varphi}_{12} = \varphi_{12} = 1$ bằng diện tích F_1 , khi đó :

$$Q = \frac{F_1 \sigma (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1} \quad (8-35)$$

Như vậy, độ lớn của bề mặt 2 không có ý nghĩa đối với quá trình trao đổi bức xạ. Công thức (8-35) đúng cả đối với trường hợp bề mặt 1 phản xạ khuếch tán.

Do tính chất này, nên dòng nhiệt hiệu quả giữa hai vật bọc nhau (vật 1 phản xạ khuếch tán hoặc phản xạ gương ; vật 2 phản xạ khuếch tán) khi giữa chúng có n màn chắn phản xạ gương không được tính theo (8-34) mà được tính bằng :

$$Q(n) = \frac{F_1 \sigma (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{F_1}{F_2} \left(\frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right) + \left(\frac{2}{\varepsilon_s} - 1 \right) \sum_{i=1}^{n-1} \frac{F_1}{F_{si}} + \frac{1}{\varepsilon_s} \left(1 + \frac{F_1}{F_{sn}} \right) - 1} \quad (8-36)$$

Nếu bề mặt 2 cũng phản xạ gương thì phải thay F_2 ở số hạng thứ hai của mẫu số bằng F_{sn} , vì đại lượng này chính là diện tích bức xạ thực của mặt 2.

8.2.6. Tuyến tính hóa công thức tính trao đổi nhiệt bức xạ khi độ chênh nhiệt độ bé

Tuyến tính hóa công thức tính trao đổi nhiệt bức xạ tức là đưa công thức về dạng biểu thức của định luật Newton.

Nếu đặt :

$$\Delta T = T_1 - T_2 \quad \text{và} \quad \bar{T} = \frac{T_1 + T_2}{2} \quad (8-37)$$

thì :

$$T_1 = \bar{T} + \frac{\Delta T}{2}; \quad T_2 = \bar{T} - \frac{\Delta T}{2} \quad (8-38)$$

Do đó, một cách tổng quát có thể viết :

$$\begin{aligned} T^4 &= \left(\bar{T} \pm \frac{\Delta T}{2} \right)^4 = \bar{T}^4 \left(1 \pm \frac{\Delta T}{2\bar{T}} \right)^4 \\ &= \bar{T}^4 \left[1 \pm 4 \frac{\Delta T}{2\bar{T}} + 6 \left(\frac{\Delta T}{2\bar{T}} \right)^2 \pm 4 \left(\frac{\Delta T}{2\bar{T}} \right)^3 + \left(\frac{\Delta T}{2\bar{T}} \right)^4 \right] \end{aligned}$$

hay :

$$T_1^4 - T_2^4 = \bar{T}^4 \left[8 \frac{\Delta T}{2\bar{T}} + 8 \left(\frac{\Delta T}{2\bar{T}} \right)^3 \right] = 4\bar{T}^3 \Delta T \left[1 + \frac{1}{4} \left(\frac{\Delta T}{\bar{T}} \right)^2 \right] \quad (8-39)$$

Khi độ chênh nhiệt độ tương đối bé :

$$\frac{1}{4} \left(\frac{\Delta T}{\bar{T}} \right)^2 \ll 1 \quad (8-40)$$

thì phương trình (8-39) có thể rút gọn thành :

$$T_1^4 - T_2^4 \approx 4\bar{T}^3 \Delta T \quad (8-41)$$

Thế biểu thức này vào công thức tổng quát (8-21) ta nhận được biểu thức tính dòng bức xạ hiệu quả dạng biểu thức định luật Newton :

$$Q_{12} = \varepsilon_{12} F_1 \sigma (T_1^4 - T_2^4) \approx 4\varepsilon_{12} \sigma \bar{T}^3 F_1 \Delta T = \alpha F \Delta T \quad (8-42)$$

Hệ số "tỏa nhiệt" quy dẫn α trong trường hợp này được định nghĩa bằng :

$$\alpha = 4\varepsilon_{12} \sigma \bar{T}^3, \quad \text{W/m}^2\text{K} \quad (8-43)$$

α tỉ lệ thuận với nhiệt độ trung bình lũy thừa bậc ba. Điều này chứng tỏ khi nhiệt độ càng cao thì vai trò của trao đổi nhiệt bức xạ càng lớn.

Trong thực tế, các dạng trao đổi nhiệt bức xạ và đối lưu thường xảy ra đồng thời, nên khi tuyến tính hóa được công thức trao đổi nhiệt bức xạ thì mô hình toán học của quá trình trao đổi nhiệt hỗn hợp sẽ đơn giản đi rất nhiều và thời gian tính toán sẽ giảm xuống đáng kể.

Chương 9

PHƯƠNG PHÁP TÍNH TOÁN TRAO ĐỔI NHIỆT BẰNG BỨC XẠ TRONG MÔI TRƯỜNG KHÔNG TRONG SUỐT

9.1. PHÂN LOẠI PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Như công thức (8-43) đã chỉ rõ, khi nhiệt độ càng cao thì hiệu quả của quá trình trao đổi nhiệt bức xạ càng lớn mặc dù độ chênh nhiệt độ ΔT giữa các vật tham gia trao đổi nhiệt không đổi. Vì vậy, trong các thiết bị nhiệt độ cao, thí dụ như trong buồng lửa và trong phần lớn các lò công nghiệp, trao đổi nhiệt bằng bức xạ đóng vai trò lớn tới mức mà trong rất nhiều trường hợp dù có bỏ qua các dạng trao đổi nhiệt khác khi tính toán thì cũng không gây ra sai số đáng kể. Chất mang nhiệt hay môi trường trong các thiết bị loại này thường gặp nhất là ngọn lửa hoặc sản phẩm cháy có nhiệt độ cao. Tức là các quá trình trao đổi nhiệt bằng bức xạ quan trọng và có ý nghĩa thực tế nhất xảy ra không phải trong môi trường trong suốt, như đã xét ở chương 8, mà xảy ra trong môi trường bức xạ, hấp thụ. Trong những trường hợp này, môi trường tham gia trực tiếp và có ảnh hưởng rất lớn tới quá trình trao đổi nhiệt bức xạ. Điều này làm cho việc nghiên cứu, tính toán trở nên hết sức phức tạp. Cho tới nay, đã có hàng loạt phương pháp tính toán trao đổi nhiệt bức xạ trong môi trường không trong suốt, nhưng các phương pháp này, hoặc là không có độ chính xác cao do phải chấp nhận quá nhiều giả thiết đơn giản hóa hoặc quá phức tạp và thời gian tính toán quá lớn ngay cả khi sử dụng các máy tính cỡ lớn.

Tùy theo khả năng tính tới được ảnh hưởng của trường nhiệt độ của môi trường khí, các phương pháp tính toán trao đổi nhiệt bằng bức xạ được phân thành các nhóm : nhóm mô hình không chiều, nhóm mô hình một chiều và nhóm mô hình ba chiều.

Mô hình không chiều còn được gọi là mô hình "buồng khuấy" là mô hình đơn giản nhất. Mô hình này cho phép tính toán lượng nhiệt trao đổi bằng bức xạ giữa khối khí có nhiệt độ và các tính chất vật lý đồng nhất và tường "xám" bao quanh có nhiệt độ đồng đều T_w . Phương pháp Elgeti là đại diện điển hình nhất cho mô hình không chiều.

Mô hình một chiều là sự mở rộng của mô hình "buồng khuấy" để tính tới gradien nhiệt độ và gradien nồng độ của khối khí theo hướng dọc trục. Do khả năng ứng dụng để tính toán các loại lò và buồng lửa có chiều dài lớn, mô hình một chiều còn được gọi là mô hình "lò dài".

Mô hình ba chiều là nhóm các phương pháp đa dạng nhất ; có thể kể tên một số phương pháp quen thuộc như : phương pháp vùng, phương pháp dòng, phương pháp Monte - Carlo v.v... Phương pháp dòng dựa trên các giả thiết đơn giản hóa về sự phụ thuộc của cường độ bức xạ vào hướng bức xạ để chuyển các phương trình vi tích phân

chính xác mô tả quá trình truyền năng lượng bức xạ thành hệ phương trình vi phân thường. Tùy thuộc vào các giả thiết về mối quan hệ trên phương pháp dòng lại được phân thành phương pháp hai dòng, phương pháp bốn dòng, phương pháp sáu dòng v.v... Phương pháp Monte - Carlo là một phương pháp của toán thống kê. Khi ứng dụng phương pháp này để tính toán trao đổi nhiệt bức xạ người ta biểu diễn nguồn gốc, hướng của tia bức xạ cũng như những quá trình vật lý xảy ra đối với tia bức xạ như hấp thụ, phản xạ theo sự phụ thuộc vào số ngẫu nhiên và theo dõi (quan sát) tia này cho tới lúc nó bị hấp thụ gần như hoàn toàn. Độ chính xác của phương pháp Monte - Carlo phụ thuộc chủ yếu vào số các tia và chiều dài quãng đường mà ta quan sát các tia đó.

Phương pháp vùng của Hottel là phương pháp chính xác và chặt chẽ về mặt toán học, do đó phương pháp này thường được sử dụng để kiểm tra, đánh giá độ chính xác của những phương pháp khác.

Ngoài các phương pháp giải tích, phương pháp số, phương pháp thống kê, người ta cũng đã xây dựng phương pháp mô hình tương tự để nghiên cứu quá trình trao đổi nhiệt bức xạ trong môi trường không trong suốt như phương pháp mô hình dẫn nhiệt, mô hình khuếch tán, mô hình điện.

Dưới đây sẽ trình bày hai phương pháp thông dụng nhất : Phương pháp Elgeti và phương pháp vùng Hottel.

9.2. MÔ HÌNH KHÔNG CHIỀU - PHƯƠNG PHÁP ELGETI

Phương pháp Elgeti, về mặt toán học, là phương pháp chính xác nhất trong số các phương pháp thuộc nhóm mô hình không chiều. Nội dung cơ bản của phương pháp này là thiết lập phương trình trao đổi nhiệt bức xạ ở một bước sóng giữa khối khí có nhiệt độ và tính chất vật lý đồng nhất với tường xám bao quanh. Tích phân phương trình này trên toàn bộ phổ bức xạ sẽ nhận được công thức tính lượng nhiệt trao đổi bằng bức xạ giữa khối khí và tường bao.

Ta hãy khảo sát quá trình hấp thụ, phản xạ nhiều lần của một tia bức xạ có bước sóng λ do khối khí phát ra. Ở bước sóng này, khối khí bức xạ một năng lượng bằng $I_{0,G\lambda} \varepsilon_{G\lambda} d\lambda$. Khi giáng tới tường có độ đen ε_w một phần năng lượng bằng $\varepsilon_w I_{0,G\lambda} \varepsilon_{G\lambda} d\lambda$ sẽ bị hấp thụ, phần còn lại $(1 - \varepsilon_w) I_{0,G\lambda} \varepsilon_{G\lambda} d\lambda$ bị phản xạ trở lại. Phần phản xạ này khi đi qua khối khí lại bị chính khối khí hấp thụ một lượng bằng $(1 - \varepsilon_w) \varepsilon_{G\lambda}^2 I_{0,G\lambda} d\lambda$. Năng lượng xuyên qua khối khí $(1 - \varepsilon_w) \varepsilon_{G\lambda} (1 - \varepsilon_{G\lambda}) I_{0,G\lambda} d\lambda$ khi giáng tới bề mặt tường lại bị hấp thụ; phần hấp thụ lần thứ hai này bằng $\varepsilon_w (1 - \varepsilon_w) \varepsilon_{G\lambda} (1 - \varepsilon_{G\lambda}) I_{0,G\lambda} d\lambda$. Quá trình hấp thụ, phản xạ, xuyên qua lặp đi lặp lại nhiều lần cho tới khi toàn bộ năng lượng do khối khí phát ra bị tường bao và chính nó hấp thụ hoàn toàn. Cộng tất cả các lượng nhiệt do tường hấp thụ ta có công thức tính lượng nhiệt mà tường nhận được từ bức xạ của khối khí ở bước sóng λ :

$$\begin{aligned} q_{G,w\lambda} &= \varepsilon_w I_{0,G\lambda} d\lambda [\varepsilon_{G\lambda} + (1 - \varepsilon_w) \varepsilon_{G\lambda} (1 - \varepsilon_{G\lambda}) + (1 - \varepsilon_w)^2 \varepsilon_{G\lambda} (1 - \varepsilon_{G\lambda})^2 + \dots] = \\ &= \varepsilon_w I_{0,G\lambda} d\lambda \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon_{G\lambda} [(1 - \varepsilon_w) (1 - \varepsilon_{G\lambda})]^n \end{aligned} \quad (9-1)$$

Vì :

$$\varepsilon_{G\lambda} = A_{G\lambda} = 1 - \exp(-k_{\lambda}pl)$$

nên các số hạng $\varepsilon_{G\lambda}(1 - \varepsilon_{G\lambda})^n$ trong biểu thức (9-1) có thể biến đổi thành :

$$\begin{aligned}\varepsilon_{G\lambda}(1 - \varepsilon_{G\lambda})^n &= [1 - \exp(-k_{\lambda}pl)] [\exp(-k_{\lambda}pl)]^n \\ &= \{1 - \exp[-(n+1)k_{\lambda}pl]\} - \{1 - \exp[-nk_{\lambda}pl]\}\end{aligned}\quad (9-2)$$

Các biểu thức trong dấu ngoặc của phương trình (9 - 2) chính là hệ số bức xạ của các lớp khí có chiều dày $(n+1)l$ và nl , nên để đơn giản ta sử dụng kí hiệu :

$$\varepsilon_{G\lambda(n+1)l} = 1 - \exp[-(n+1)k_{\lambda}pl]$$

$$\varepsilon_{G\lambda nl} = 1 - \exp[-nk_{\lambda}pl]$$

Với các ký hiệu này, (9-2) trở thành :

$$\varepsilon_{G\lambda}(1 - \varepsilon_{G\lambda})^n = \varepsilon_{G\lambda(n+1)l} - \varepsilon_{G\lambda nl} \quad (9-3)$$

Thế (9-3) vào (9-1) ta thu được :

$$\begin{aligned}q_{G-W} &= \varepsilon_W^2 I_{0,G\lambda} d\lambda [\varepsilon_{G\lambda l} + (1 - \varepsilon_W)\varepsilon_{G\lambda 2l} + (1 - \varepsilon_W)^2 \varepsilon_{G\lambda 3l} + \dots] \\ &= \varepsilon_W^2 I_{0,G\lambda} d\lambda \sum_{n=1}^{\infty} (1 - \varepsilon_W)^{n-1} \varepsilon_{G\lambda nl}\end{aligned}\quad (9-4)$$

Tích phân phương trình (9-4) từ $\lambda = 0$ đến $\lambda = \infty$ ta thu được công thức tính tổng lượng nhiệt tường hấp thụ được từ bức xạ khí :

$$q_{G-W} = \int_{\lambda=0}^{\infty} q_{G-W\lambda} d\lambda = \varepsilon_W^2 \left[\sum_{n=1}^{\infty} (1 - \varepsilon_W)^{n-1} \int_{\lambda=0}^{\infty} \varepsilon_{G\lambda nl} I_{0,G\lambda} d\lambda \right] \quad (9-5)$$

Các tích phân trong (9-5) biểu thị năng lượng bức xạ của khối khí có chiều dày $l, 2l, \dots, nl$, do đó tương ứng với công thức (7-35) ta có thể viết :

$$\int_{\lambda=0}^{\infty} \varepsilon_{G,\lambda nl} \cdot I_{0,G\lambda} d\lambda = \varepsilon_{G,nl} \cdot E_{0,G} \quad (9-6)$$

Trong đó $\varepsilon_{G,nl}$ là độ đen toàn phần trung bình của khối khí có chiều dày nl và $E_{0,G}$ là năng suất bức xạ của vật đen có nhiệt độ T_G . Nếu sử dụng khái niệm hệ số bức xạ $\bar{\varepsilon}_G$, được định nghĩa bằng biểu thức :

$$\bar{\varepsilon}_G = \frac{q_{G-W}}{E_{0,G}} \quad (9-7)$$

thì khi kết hợp với (9-6), phương trình (9-5) trở thành :

$$q_{G-W} = \bar{\varepsilon}_G E_{0,G} = \varepsilon_W^2 \sum_{n=1}^{\infty} (1 - \varepsilon_W)^{n-1} \cdot \varepsilon_{G,nl} E_{0,G} \quad (9-8)$$

Từ đây suy ra :

$$\bar{\varepsilon}_G = \varepsilon_W^2 \sum_{n=1}^{\infty} (1 - \varepsilon_W)^{n-1} \cdot \varepsilon_{G,nl} \quad (9-9)$$

Một cách tương tự, ta cũng thiết lập được công thức tính lượng nhiệt mà khối khí hấp thụ được từ bức xạ của tường :

$$q_{W-G} = \bar{\epsilon}_W E_{0,W} = \epsilon_W^2 \sum_{n=1}^{\infty} (1 - \epsilon_W)^{n-1} \cdot A_{GW,nl} \cdot E_{0,W} \quad (9-10)$$

$$\bar{\epsilon}_W = \epsilon_W^2 \sum_{n=1}^{\infty} (1 - \epsilon_W)^{n-1} \cdot A_{GW,nl} \quad (9-11)$$

trong đó : A_{GW} là hệ số hấp thụ của khí ở nhiệt độ của tường.

Lượng nhiệt trao đổi giữa khí và tường (bức xạ hiệu quả) chính bằng hiệu giữa năng lượng mà tường hấp thụ được từ bức xạ khí và năng lượng khí hấp thụ được từ bức xạ của tường, tức là :

$$q_{GW} = q_{G-W} - q_{W-G} = \bar{\epsilon}_G E_{0,G} - \bar{\epsilon}_W E_{0,W}$$

hay :

$$q_{GW} = C_0 \left[\bar{\epsilon}_G \left(\frac{T_G}{100} \right)^4 - \bar{\epsilon}_W \left(\frac{T_W}{100} \right)^4 \right] \quad (9-12)$$

Về mặt giải tích, các công thức (9-9), (9-11) và (9-12) là hoàn toàn chính xác và có thể sử dụng chúng để tính lượng nhiệt trao đổi bằng bức xạ giữa khối khí có bức xạ chọn lọc và tường bao quanh. Tuy nhiên, do phải xác định quá nhiều hệ số hấp thụ và bức xạ của khí với các chiều dày khác nhau nên việc tính toán không phải dễ dàng và nhanh chóng. Để khắc phục nhược điểm này, Elgeti đã đề xuất công thức gần đúng nhằm xác định hệ số bức xạ $\bar{\epsilon}$ trên cơ sở các phương trình chính xác (9-9) và (9-11), cụ thể là :

$$\begin{aligned} \bar{\epsilon}_G &= \epsilon_W \cdot \epsilon_G(T_G, l^*) \\ \bar{\epsilon}_W &= \epsilon_W \cdot A_G \cdot \epsilon_G(T_G, T_W, l^*) \end{aligned} \quad (9-13)$$

với : $l^* = \epsilon_W^{-0.85} l$

Tức là độ đen và hệ số hấp thụ của khí không phải tính với chiều dày l mà phải tính với chiều dày hiệu chỉnh l^* .

Khí sử dụng để tính toán cho khí CO_2 , hơi nước và hỗn hợp của chúng, sai số của phương trình (9-13) so với phương trình chính xác (9-9) và (9-11) không vượt quá 5% (sai số trung bình khoảng $\pm 1,5\%$).

Nhiều tác giả khác cũng đã đưa ra công thức gần đúng để xác định q_{GW} , trong đó có công thức Eckert và công thức của Hottel. Công thức gần đúng của Hottel và Egbert (1942) :

$$q_{GW} = \frac{\epsilon_W + 1}{2} C_0 \left[\epsilon_G \left(\frac{T_G}{100} \right)^4 - A_{GW} \left(\frac{T_W}{100} \right)^4 \right] \quad (9-14)$$

Công thức gần đúng của Eckert (năm 1937) :

$$q_{GW} = C_0 \left[\bar{\epsilon}_G \left(\frac{T_G}{100} \right)^4 - \bar{\epsilon}_W \left(\frac{T_W}{100} \right)^4 \right] \quad (9-15)$$

với :

$$\bar{\epsilon}_G = \frac{\epsilon_W}{\frac{\epsilon_W}{\epsilon_G} + \frac{1}{\epsilon_{G\infty}} - \frac{\epsilon_W}{\epsilon_{G\infty}}} ; \quad \bar{\epsilon}_W = \frac{\epsilon_W}{\frac{\epsilon_W}{A_{GW}} + \frac{1}{A_{GW\infty}} - \frac{\epsilon_W}{A_{GW\infty}}}$$

trong đó : $\varepsilon_{G\infty}$, $A_{GW\infty}$, là độ đen và hệ số hấp thụ của khí có chiều dày vô cùng lớn, $l = \infty$, được xác định bằng cách nội suy từ các đồ thị hình 7-11 và hình 7-12.

Các công thức (9-14) và (9-15) chỉ có thể sử dụng được khi tường có độ đen đủ lớn $\varepsilon_W > 0,8$. Khi ε_W bé, sử dụng các công thức này sẽ mắc phải sai số lớn. Thí dụ khi $\varepsilon_W = 0,2$, sai số giữa (9-15) và kết quả chính xác là 53%, còn khi $\varepsilon_W = 0,4$ sai số là 38% (tính đối với hỗn hợp khí CO_2 và hơi nước có nhiệt độ $t_G = 900^\circ \text{C}$).

Khi $\varepsilon_W = 1$, tức là khi tường là vật đen tuyệt đối, các công thức đều hội tụ ở dạng :

$$q_{GW} = C_o \left[\varepsilon_G \left(\frac{T_G}{100} \right)^4 - A_{GW} \left(\frac{T_W}{100} \right)^4 \right] \quad (9-16)$$

9.3. PHƯƠNG PHÁP VÙNG CỦA HOTTEL (THE ZONE METHOD)

Nội dung cơ bản của phương pháp vùng là sự thay thế các phương trình vi, tích phân mô tả các quá trình trao đổi nhiệt bằng bức xạ trong không gian chứa môi trường bức xạ, hấp thụ bằng một hệ phương trình đại số không tuyến tính. Nhằm mục đích này, không gian trao đổi nhiệt bức xạ được chia thành những vùng nhỏ tùy ý theo ba chiều và phân thành hai loại vùng : vùng bề mặt (tường hoặc vật liệu) và vùng thể tích của môi trường khí. Nhiệt độ và đặc tính bức xạ cũng như tất cả các tính chất nhiệt vật lý khác của mỗi vùng được xem là đồng nhất, do đó độ chính xác của phương pháp càng cao, nếu như độ lớn của các vùng càng bé. Về mặt lý thuyết, số lượng và hình dáng của các vùng chỉ bị giới hạn bởi khả năng tính toán của máy tính. Quá trình trao đổi nhiệt bức xạ được biểu diễn bằng hàm số của nhiệt độ các vùng và được giải bằng phương pháp số.

Bảng phương pháp vùng, khi biết :

- hình dạng, kích thước, tính chất nhiệt vật lý ;
- trường tốc độ chuyển động của khí trong không gian trao đổi nhiệt bức xạ ;
- phân bố nguồn trong hoặc trường nồng độ của các thành phần phản ứng cháy ;
- các hệ số trao đổi nhiệt đối lưu cưỡng bức

ta có thể tính được phân bố nhiệt độ trong môi trường khí và trên các bề mặt cũng như mật độ dòng nhiệt tại tất cả các vùng bề mặt vật liệu và vùng bề mặt tường bao.

Hệ phương trình phi tuyến mô tả quá trình trao đổi nhiệt bức xạ chính là tập hợp các phương trình cân bằng năng lượng của tất cả các vùng trong không gian trao đổi nhiệt. Để thiết lập các phương trình này cần xác định hệ số trao đổi bức xạ giữa từng cặp vùng.

9.3.1. Định nghĩa về hệ số trao đổi bức xạ

Hottel đưa ra ba loại hệ số trao đổi bức xạ khác nhau giữa hai vùng bất kỳ trong không gian trao đổi bức xạ và gọi chúng là hệ số trao đổi trực tiếp, hệ số trao đổi toàn phần và hệ số trao đổi định hướng. Khả năng biểu diễn của hai loại hệ số đầu tiên ít nhiều bị giới hạn trong khi hệ số trao đổi định hướng cho phép biểu diễn quá

trình trao đổi bức xạ giữa các vùng trong điều kiện thực, tức là khi khí có bức xạ chọn lọc và tường có bức xạ xám.

Hệ số trao đổi trực tiếp được ký hiệu bằng hai chữ cái thường, chữ cái đầu chỉ vật phát, chữ cái sau chỉ vật thu; s biểu thị vùng bề mặt, g biểu thị vùng thể tích (vùng khí). Hệ số trao đổi toàn phần và hệ số trao đổi định hướng được ký hiệu bằng các chữ cái viết in, nhưng để phân biệt, trên đầu các chữ cái biểu diễn các hệ số trao đổi định hướng có thêm các mũi tên. Thí dụ, các loại hệ số trao đổi bức xạ giữa vùng bề mặt và vùng khí được biểu diễn theo thứ tự bằng sg , SG và $\overline{SG}$.

Lượng nhiệt hiệu quả trao đổi giữa hai vùng bất kỳ i và j chính bằng hiệu giữa lượng nhiệt i phát đến j và bị j hấp thụ và lượng nhiệt j phát đến i và bị hấp thụ ở i :

$$Q_{i \rightleftharpoons j} = Q_{i \rightarrow j} - Q_{j \rightarrow i} \quad (9-17)$$

Khi sử dụng hệ số trao đổi định hướng, thí dụ đối với hai vùng bề mặt i và j , phương trình này chuyển thành:

$$Q_{i \rightleftharpoons j} = \overline{S_i S_j} E_{oi} - \overline{S_j S_i} E_{oj} \quad (9-18)$$

Như vậy, mọi sự phức tạp của quá trình trao đổi nhiệt bức xạ sẽ được tính đến thông qua hệ số trao đổi định hướng. Tức là các hệ số này biểu diễn ảnh hưởng của độ đen, hệ số hấp thụ, vị trí tương đối, kích thước, hình dáng của các vùng tham gia trao đổi nhiệt bức xạ. Việc chuyển từ hệ số trực tiếp qua hệ số toàn phần đến hệ số trao đổi định hướng là từng bước mở rộng phạm vi ứng dụng và độ chính xác của phương pháp vùng. Do đó để xác định hệ số trao đổi định hướng cần tính toán hệ số trao đổi trực tiếp và hệ số toàn phần. Cả ba loại hệ số này đều có thứ nguyên của diện tích (m^2), do đó chúng còn được gọi là bề mặt trao đổi bức xạ.

9.3.2. Hệ số trao đổi trực tiếp

Hệ số trao đổi trực tiếp, như tên gọi đã nói lên phần nào, biểu diễn trao đổi bức xạ giữa hai vùng khi không tính tới sự phản xạ tại các bề mặt và đặc tính bức xạ chọn lọc của môi trường khí. Tức là, khi xác định hệ số này tường được xem là vật đen tuyệt đối và khí là vật xám. Với các giả thiết này, lượng nhiệt trao đổi giữa hai vùng (thí dụ hai vùng bề mặt) được tính theo công thức:

$$Q_{i \rightleftharpoons j} = s_i s_j (E_{oi} - E_{oj}) \quad (9-19)$$

vì trong trường hợp lý tưởng hóa này:

$$\begin{aligned} s_i s_j &= s_j s_i \\ g_i g_j &= g_j g_i \\ g_i s_j &= s_j g_i \end{aligned} \quad (9-20)$$

Từ các phương trình định nghĩa (9-17) và (9-19), hệ số trao đổi trực tiếp được xác định theo:

$$s_i s_j = \frac{Q_{i \rightleftharpoons j}}{E_{oi} - E_{oj}} = \frac{Q_{i \rightarrow j}}{E_{oi}} \quad (9-21)$$

Bằng cách tích phân lượng nhiệt trao đổi giữa từng cặp vùng phân tố dV , dF , tương tự như đã trình bày ở mục 8.1.1 và chú ý rằng môi trường giữa các vùng này có hệ số xuyên qua phụ thuộc vào khoảng cách giữa các vùng và được xác định theo

công thức định luật Beer, $D(r) = \exp[-\int_0^r K(r)dr]$ ta có các công thức sau đây để xác định hệ số trao đổi trực tiếp :

$$s_i s_j = \iint_{F_i F_j} \frac{\cos \rho_i \cos \rho_j}{\pi r^2} D(r) dF_i dF_j \quad (9-22)$$

$$g_i s_j = \iint_{V_i F_j} \frac{K_i \cos \rho_j}{\pi r^2} D(r) dF_j dV_i \quad (9-23)$$

$$g_i g_j = \iint_{V_i V_j} \frac{K_i K_j}{\pi r^2} D(r) dV_i dV_j \quad (9-24)$$

Do tính đối xứng của các tích phân này nên các quan hệ (9-20) đã được chứng minh.

Hệ số trao đổi trực tiếp của Hottel khác với hệ số góc bức xạ ở hệ số $1/F_i$ và thừa số $D(r)$ dưới dấu tích phân. Tức là khi không có sự tham gia của môi trường khí thì $s_i s_j = \varphi_{ij} \cdot F_i$. Hệ số trao đổi trực tiếp phụ thuộc vào hình dáng, kích thước cũng như tính chất của môi trường giữa các vật tham gia trao đổi nhiệt, do đó phải xác định chính xác chúng cho từng trường hợp cụ thể.

Nếu không gian được chia thành n vùng bề mặt và m vùng thể tích thì bức xạ phát ra từ vùng bề mặt s_i và vùng khí g_j được xác định theo các phương trình sau :

$$\sum_{k=1}^n Q_{s_i s_k} + \sum_{j=1}^m Q_{s_i g_j} = E_{oi} \cdot F_i \quad (9-25)$$

$$\sum_{k=1}^n Q_{g_j s_k} + \sum_{i=1}^m Q_{g_j g_i} = 4KV_{gj} E_{oj} \quad (9-26)$$

trong đó $4K$ là "độ đen thể tích" của khối khí, $E_G = 4KVE_{og}$ và để phân biệt rõ vùng khí, vùng tường, lượng nhiệt vùng i phát và vùng j hấp thụ được, $Q_{i \rightarrow j}$ được ký hiệu thêm các chữ cái s và g , thí dụ $Q_{s_i s_k}$, $Q_{g_j g_i}$...

Chia hai vế của các phương trình (9-25), (9-26) cho các giá trị của năng suất bức xạ đen tương ứng E_{oi} và E_{oj} ta được :

$$\sum_{k=1}^n s_i s_k + \sum_{j=1}^m s_i g_j = F_i \quad (9-27)$$

$$\sum_{k=1}^n g_j s_k + \sum_{i=1}^m g_j g_i = 4KV_j \quad (9-28)$$

Các phương trình (9-27) và (9-28) được sử dụng để kiểm tra kết quả tính toán hệ số trao đổi trực tiếp hoặc để xác định những hệ số chưa biết.

Hệ số trao đổi trực tiếp trong không gian chứa môi trường khí không trong suốt với các hình dạng khác nhau đã được một số tác giả tính toán và kết quả tính toán thường được trình bày dưới dạng bảng và đồ thị để tiện cho việc sử dụng.

9.3.3. Xác định sự phản xạ tại các bề mặt

Từ các định nghĩa ở mục 7.1 ta biết rằng bức xạ hiệu quả của một bề mặt vật đục bằng bức xạ hiệu dụng trừ đi bức xạ tới :

$$q_i = H_i - E_{ti}$$

Bức xạ tới bề mặt F_i , một cách tổng quát, lại bằng tổng các phần bức xạ hiệu dụng của n vùng bề mặt và bức xạ riêng của m vùng khí giăng tới được F_i , tức là :

$$E_{ti} = \sum_{j=1}^n s_j s_i H_j + \sum_{k=1}^m g_k s_i E_{og,k} \quad (9-29)$$

thế :
$$E_{ti} = \frac{H_i - \varepsilon_i \cdot E_{oi}}{R_i} \quad (9-30)$$

vào (9-29) ta thu được phương trình xác định năng suất bức xạ hiệu dụng ở vùng tường thứ i :

hay :
$$\left[\frac{H_i - \varepsilon_i \cdot E_{oi}}{R_i} \right] F_i = \sum_{j=1}^n s_j s_i H_j + \sum_{k=1}^m g_k s_i E_{og,k}$$

$$\sum_{j=1}^n \left(s_j s_i - \delta_{ij} \frac{F_j}{R_i} \right) H_j = - \frac{F_i \varepsilon_i E_{oi}}{R_i} - \sum_{k=1}^m g_k s_i E_{og,k} \quad (9-31)$$

trong đó : δ_{ij} - kí hiệu Kronecker (xem 8-29) ;

R - hệ số phản xạ.

Từ (9-31) ta có thể thiết lập hệ phương trình để xác định các đại lượng chưa biết H_j và từ đó xác định phần năng lượng phản xạ trên các bề mặt tường E_{Rj} .

$$= \begin{vmatrix} s_1 s_1 - \frac{F_1}{R_1} & s_1 s_2 & \dots & s_1 s_n \\ s_2 s_1 & s_2 s_2 - \frac{F_2}{R_2} & \dots & s_2 s_n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s_n s_1 & s_n s_2 & \dots & s_n s_n - \frac{F_n}{R_n} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} H_1 \\ H_2 \\ \vdots \\ H_n \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -\frac{F_1 \varepsilon_1}{R_1} E_{oi} & -s_1 g_1 E_{og1} & \dots & -s_1 g_m E_{ogm} \\ -\frac{F_2 \varepsilon_2}{R_2} E_{oi} & -s_2 g_1 E_{og1} & \dots & -s_2 g_m E_{ogm} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\frac{F_n \varepsilon_n}{R_n} E_{oi} & -s_n g_1 E_{og1} & \dots & -s_n g_m E_{ogm} \end{vmatrix} \quad (9-32)$$

9.3.4. Hệ số trao đổi toàn phần

Khi biết hệ số trao đổi trực tiếp và nhiệt độ của từng vùng, nhờ hệ (9-32) có thể xác định các ẩn số H_j để qua đó xác định dòng nhiệt hiệu quả tại mỗi vùng, cũng như cân bằng bức xạ tổng cộng cho toàn bộ không gian.

Khi chưa biết nhiệt độ thì hệ phương trình này sẽ được sử dụng để xác định hệ số trao đổi toàn phần.

Hệ số trao đổi toàn phần được định nghĩa một cách tương tự như hệ số trao đổi trực tiếp, nhưng khi xác định chúng, tường không được xem là vật đen tuyệt đối nữa, mà cả khí và tường đều được giả thiết là những vật có bức xạ xám.

Khác với hệ số trao đổi trực tiếp, hệ số trao đổi toàn phần đã tính tới sự phản xạ giữa các vùng cũng như của không gian bao quanh.

Dòng nhiệt hiệu quả giữa hai vùng bề mặt i và j được biểu diễn bằng những biểu thức tương tự (9-17) và (9-19) :

$$Q_{i \rightleftharpoons j} = Q_{i \rightarrow j} - Q_{j \rightarrow i} \quad (9-33)$$

$$Q_{i \rightleftharpoons j} = S_i S_j (E_{oi} - E_{oj}) \quad (9-34)$$

Các phương trình đối với dòng bức xạ hiệu quả khí - tường, khí - khí cũng có dạng tương tự. Mặt khác, do khí vẫn được xem là vật xám nên :

$$\begin{aligned} S_i S_j &= S_j S_i \\ G_i G_j &= G_j G_i \\ G_i S_j &= S_j G_i \end{aligned} \quad (9-35)$$

Từ phương trình (9-34) ta thấy rằng, nhờ phương trình ma trận (9-32) có thể xác định được hệ số trao đổi toàn phần khi chưa biết nhiệt độ của các vùng bằng suy luận đơn giản như sau : nếu trong không gian chỉ có một vùng bức xạ với năng suất bức xạ đen bằng 1 ($\sigma_0 T^4 = 1$) còn các vùng khác đều có nhiệt độ tuyệt đối bằng không (tức là $E_o = 0$) thì hệ số trao đổi toàn phần của vùng bức xạ với các vùng khác trong không gian chính bằng lượng nhiệt trao đổi bằng bức xạ giữa chúng. Thí dụ, hệ số trao đổi toàn phần giữa hai vùng bề mặt i, j , trong đó i là vùng bức xạ được tính theo :

$$S_i S_j = Q_{i \rightarrow j} \quad (9-36)$$

Theo quy ước thì chỉ có vùng i phát bức xạ còn tất cả các vùng j nhận bức xạ từ i , do đó :

$$Q_{i \rightarrow j} = F_j A_j E_{ij} = F_j \varepsilon_j E_{ij} \quad (9-37)$$

Bức xạ hiệu dụng của vùng j sinh ra do vùng i phát xạ, được ký hiệu bằng H_{ij} :

$$H_{ij} = R_j E_{ij} + \delta_{ij} \varepsilon_i \quad (9-38)$$

Kết hợp (9-37) với (9-38) ta thu được :

$$S_i S_j = Q_{i \rightarrow j} = \frac{F_j \varepsilon_j [H_{ij} - \delta_{ij} \varepsilon_i]}{R_j} \quad (9-39)$$

Công thức tính hệ số trao đổi toàn phần giữa vùng khí và vùng tường cũng được thiết lập một cách tương tự như đối với $S_i S_j$:

$$G_i S_j = Q_{i \rightarrow j} = \frac{F_j \varepsilon_j}{R_j} (H_{ij} - 0) \quad (9-40)$$

Khi thiết lập công thức tính hệ số trao đổi toàn phần giữa hai vùng khí, ngoài dòng bức xạ trực tiếp từ vùng i đến vùng j cần chú ý tới dòng bức xạ phát ra từ i tới các vùng bề mặt và do bị phản xạ tại các bề mặt này nên một phần lại giáng tới vùng khí j :

$$G_i G_j = Q_{i \rightarrow j} = g_i g_j + \sum_k s_k g_j H_{ik} \quad (9-41)$$

Tương tự như đối với hệ số trao đổi trực tiếp, ta cũng thiết lập được các phương trình kiểm tra cho các hệ số trao đổi toàn phần :

$$\sum_{k=1}^n S_i S_k + \sum_{j=1}^m S_j G_j = \varepsilon_i F_i \quad (9-42)$$

$$\sum_{k=1}^n G_j S_k + \sum_{i=1}^m G_j G_i = 4KV_j \quad (9-43)$$

Như vậy, để xác định hệ số trao đổi toàn phần cho tất cả các cặp vùng trong không gian trao đổi nhiệt bức xạ, ta phải giải $(n+m)$ hệ phương trình dạng (9-32). Mỗi hệ viết cho một vùng phát và vì đã quy ước rằng chỉ có vùng này có bức xạ đen bằng 1 còn những vùng khác không bức xạ, nên vế phải của (9-32) được rút gọn xuống chỉ còn một cột. Thí dụ, khi vùng tường k phát bức xạ hệ phương trình trở thành :

$$\begin{vmatrix} s_1 s_1 - \frac{F_1}{R_1} & s_1 s_2 & \dots & s_1 s_k & \dots & s_1 s_n \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ s_k s_1 & s_k s_2 & \dots & s_k s_k - \frac{F_k}{R_k} & \dots & s_k s_n \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ s_n s_1 & s_n s_2 & \dots & s_n s_k & \dots & s_n s_n - \frac{F_n}{R_n} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} H_1 \\ \vdots \\ H_k \\ \vdots \\ H_n \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ \vdots \\ \frac{F_k \varepsilon_k}{R_k} \\ \vdots \\ 0 \end{vmatrix} \quad (9-44)$$

Giải hệ phương trình này ta tìm được $H_1 \dots H_n$ và thế các giá trị này vào (9-39) ta xác định được hệ số trao đổi toàn phần của vùng tường k với tất cả các vùng bề mặt trong không gian trao đổi bức xạ $S_k S_1, S_k S_2, \dots, S_k S_k, \dots, S_k S_n$.

9.3.5. Môi trường bức xạ, hấp thụ chọn lọc - Hệ số trao đổi định hướng

Các hệ số trao đổi bức xạ trực tiếp và toàn phần được xác định khi giả thiết khí có bức xạ xám, do đó đối với môi trường thực như trong các buồng lửa hoặc các lò công nghiệp thì việc sử dụng chúng để mô tả các quá trình trao đổi nhiệt bức xạ sẽ không còn chính xác nữa. Trong trường hợp này cần phải sử dụng hệ số trao đổi định hướng, tức là phải tính tới đặc tính bức xạ, hấp thụ chọn lọc của môi trường khí. Khi xây dựng mô hình ba chiều, Hottel đồng thời cũng đề xuất phương pháp để tính tới đặc trưng này và gọi nó là phương pháp của số bức xạ hay phương pháp "khí trong

suốt - xám". Một cách tương tự, Hottel xem khí bức xạ chọn lọc theo từng dải phổ như là một hỗn hợp gồm n thành phần. Trong đó $(n-1)$ thành phần là các khí bức xạ xám có độ đen khác nhau và có phổ bức xạ dạng hình chữ nhật còn thành phần cuối cùng là một khí trong suốt đóng vai trò các khoảng trống trong phổ bức xạ (cái gọi là cửa sổ bức xạ). Tỷ lệ của các dải bức xạ chữ nhật với hệ số làm yếu tia k_n và các cửa sổ bức xạ với $k = 0$ được biểu thị thông qua "hệ số tỉ trọng" a_n . Như vậy, độ đen trung bình của khí trên toàn bộ phổ bức xạ bằng tổng các độ đen của các thành phần tương tự :

$$\varepsilon = \sum_n a_n(T_g)[1 - \exp(-k_n p l)] \quad (9-45)$$

trong đó : $\varepsilon = 1 - \exp(-k_n p l)$ là biểu thức định luật Beer đối với khí xám.

Khi n càng lớn thì giả thiết về các dải phổ bức xạ hình chữ nhật càng gần với thực tế và sai số càng bé.

Kết hợp phương trình (7-27) với (9-45) ta có thể viết :

$$a_n = \frac{1}{\sigma T_G^4} \int_{\lambda_{n1}}^{\lambda_{n2}} I_{o\lambda} d\lambda \quad (9-46)$$

trong đó λ_{n1} và λ_{n2} là các giới hạn tích phân của dải bức xạ n . Đối với các dải bức xạ có dạng hình chữ nhật ta có thể viết :

$$\sum_n a_n = \frac{1}{\sigma T_G^4} \sum_n I_{o\lambda} \Delta\lambda_n \quad (9-47)$$

tức là :

$$\sum_n a_n = 1$$

Phương trình chuỗi (9-45) là biểu thức gần đúng của hàm $\varepsilon = f(pl, T_G)$ đối với khí bức xạ chọn lọc, do đó các hệ số a_n và k_n phải được xác định sao cho sai số giữa kết quả tính toán theo phương trình này và kết quả thực nghiệm là nhỏ nhất. Kết quả nghiên cứu cho thấy, có thể biểu diễn hàm $\varepsilon = f(pl, T_G)$ của hỗn hợp H_2O , CO_2 trong sản phẩm cháy một cách đủ chính xác bằng một chuỗi gồm ba số hạng. Vì đối với các cửa sổ bức xạ $k = 0$, do đó trong trường hợp này chỉ cần xác định các hệ số a_2 , a_3 và k_2 , k_3 . Thông thường, trước tiên người ta xác định hàm $\varepsilon = f(pl)$ đối với nhiệt độ trung bình của không gian trao đổi nhiệt bức xạ, sau đó mới tiếp tục hiệu chỉnh độ đen theo nhiệt độ, $\varepsilon = f(T_G)$.

Sự phụ thuộc của độ đen vào nhiệt độ thể hiện không những trong hệ số tỉ trọng a_n mà cả trong k_n , nhưng bằng cách chuyển sự phụ thuộc này vào riêng hệ số a_n , tức là xem $k_n = f(T_G)$. Hottel đã rút ngắn được một cách đáng kể thời gian và khối lượng tính toán.

Đối với sản phẩm cháy của các nhiên liệu hóa thạch, sự phụ thuộc của hệ số a_n vào nhiệt độ có thể được biểu diễn dưới dạng một đa thức :

$$a_n = b_{1,n} + b_{2,n} T_G + b_{3,n} T_G^2 + \dots \quad (9-48)$$

trong đó : $b_{1,n} \dots, b_{n,n}$ là các hệ số được xác định từ các số liệu thực nghiệm, $\varepsilon = f(T_G)$.

Thông thường, có thể biểu diễn quan hệ này dưới dạng một đa thức bậc hai mà không mắc phải sai số đáng kể.

Hệ số hấp thụ A của khí cũng được tính toán tương tự như đối với độ đen, nhưng do giá trị của hệ số này phụ thuộc cả vào nhiệt độ nguồn phát lẫn nhiệt độ khí nên việc tính toán phức tạp hơn nhiều.

Thực nghiệm cho thấy ảnh hưởng của nhiệt độ nguồn phát T_i tới hệ số hấp thụ của khí lớn hơn nhiều so với ảnh hưởng của nhiệt độ chính nó T_G , nên có thể bỏ qua ảnh hưởng của nhiệt độ khí mà không mắc phải sai số lớn (không vượt quá 4%). Vì thế trong tính toán có thể biểu diễn sự phụ thuộc này dưới dạng :

$$A = f(pl, T_i)$$

$$A = \sum_n a_n(T_i)[1 - \exp(-k_n pl)] \quad (9-49)$$

với :

$$\sum_n a_n = 1$$

$$a_n = b_{1,n} + b_{2,n} T_i + b_{3,n} T_i^2 + \dots \quad (9-50)$$

Các hệ số $b_{1,n}$, $b_{2,n}$... chính bằng các hệ số tương ứng trong phương trình (9-48) vì :

$$A = \varepsilon(T_i)$$

Ngoài ra, hoàn toàn có thể sử dụng các hệ số k_n , như đã xác định đối với độ đen, vì như đã trình bày ở trên, các hệ số này đã được giả thiết là không phụ thuộc vào nhiệt độ.

Như vậy, khi tính tới đặc tính bức xạ chọn lọc của môi trường khí, các hệ số trao đổi bức xạ thực - hệ số trao đổi định hướng, được xác định theo các biểu thức sau :

$$\overline{S_i S_j} = \sum_n a_{sn}(T_i)(S_i S_j)_n \quad (9-51)$$

$$\overline{G_i S_j} = \sum_n a_{gn}(T_{gi})(G_i S_j)_n \quad (9-52)$$

$$\overline{G_i G_j} = \sum_n a_{gn}(T_{gi})(G_i G_j)_n \quad (9-53)$$

trong đó : a_{sn} và a_{gn} là hệ số tỉ trọng xác định theo nhiệt độ bề mặt và nhiệt độ khí.

Giá trị ngược của chúng, có nghĩa là khi j là vùng phát, i là vùng thu được xác định theo :

$$\overline{S_j S_i} = \sum_n a_{sn}(T_j)(S_i S_j)_n \quad (9-54)$$

Điều này có nghĩa là trong điều kiện thực (khí không phải là vật xám, không ở trạng thái cân bằng nhiệt động) thì :

$$\overline{S_i S_j} \neq \overline{S_j S_i} ; \quad \overline{G_i G_j} \neq \overline{G_j G_i} ; \quad \overline{S_i G_j} \neq \overline{G_j S_i} \dots \quad (9-55)$$

9.3.6. Phương trình cân bằng năng lượng

Nhờ các hệ số trao đổi định hướng và các điều kiện biên ta có thể thiết lập phương trình cân bằng năng lượng cho các vùng khí và vùng bề mặt.

Đối với vùng bề mặt F_i :

$$Q_i = \sum_j \overrightarrow{S_j S_i} E_{oj} + \sum_j \overrightarrow{G_j S_i} E_{ogj} - (\sum_j \overrightarrow{S_i S_j} + \sum_j \overrightarrow{G_i S_j}) E_{oi} + \alpha_i F_i (T_{G,k} - T_i) \quad (9-56)$$

Số hạng cuối cùng của (9-56) là lượng nhiệt trao đổi bằng đối lưu giữa khí và bề mặt, trong đó $T_{G,k}$ là nhiệt độ của vùng khí tiếp xúc với bề mặt F_i .

Phương trình cân bằng đối với vùng khí (vùng thể tích) V_i :

$$\begin{aligned} & \sum_j \overrightarrow{G_j G_i} E_{ogj} + \sum_j \overrightarrow{S_j G_i} E_{oj} - (\sum_j \overrightarrow{G_i S_j} + \sum_j \overrightarrow{G_i G_j}) E_{ogi} + \\ & + m C_p (T_G' - T_G'') + m (H_u' - H_u'') = 0 \end{aligned} \quad (9-57)$$

Hai số hạng cuối của phương trình (9-57) là biến thiên Entanpi và biến thiên năng lượng hóa học trong vùng khí. Trong đó m là lưu lượng khối lượng, H_u' là nhiệt trị của khí hoặc hỗn hợp khí - nhiên liệu. Đối với những vùng khí tiếp xúc với bề mặt, phương trình năng lượng còn có thêm một số hạng biểu thị lượng nhiệt trao đổi đối lưu, giống như số hạng cuối cùng của phương trình (9-56) nhưng ngược dấu với số hạng này.

Nếu không gian được chia thành n vùng bề mặt và m vùng thể tích thì hệ phương trình phi tuyến sẽ gồm $(n + m)$ phương trình dạng (9-56) và (9-57). Giải hệ phương trình này ta xác định được nhiệt độ của tất cả các vùng và dòng nhiệt hiệu quả trên các vùng bề mặt.

Phương pháp vùng của Hottel đã được kiểm tra, đánh giá bằng cách so sánh kết quả tính toán và thực nghiệm tại rất nhiều mô hình thực nghiệm khác nhau. Phương pháp này đã tỏ ra có rất nhiều ưu điểm cơ bản, do đó hiện nay nó là phương pháp được ứng dụng rộng rãi nhất để tính toán trao đổi nhiệt bức xạ trong các buồng lửa và lò công nghiệp.

Chương 10

TRUYỀN NHIỆT VÀ THIẾT BỊ TRAO ĐỔI NHIỆT

10.1. TRAO ĐỔI NHIỆT PHỨC TẠP

Trong các chương trình bày ở phần trên, chúng ta đã nghiên cứu các dạng trao đổi nhiệt cơ bản : dẫn nhiệt, đối lưu, bức xạ. Ứng với mỗi dạng trao đổi nhiệt cơ bản đó chúng ta đã có công thức tính nhiệt lượng trao đổi. Trong thực tế có những quá trình trao đổi nhiệt mà các dạng trao đổi nhiệt cơ bản trên xảy ra đồng thời. Thí dụ, quá trình dẫn nhiệt của vật liệu xốp không thể tách rời quá trình trao đổi nhiệt đối lưu và bức xạ trong các lỗ rỗng hoặc quá trình trao đổi nhiệt giữa bề mặt vật rắn với chất khí bao quanh bề mặt trong trường hợp tổng quát sẽ là tổng hợp của quá trình trao đổi nhiệt đối lưu và bức xạ.

Quá trình trao đổi nhiệt trong đó xảy ra đồng thời các dạng trao đổi nhiệt cơ bản gọi là trao đổi nhiệt phức tạp. Trong trường hợp như vậy, ta có thể chọn một dạng trao đổi nhiệt cơ bản để tính toán còn ảnh hưởng của các dạng trao đổi nhiệt khác có thể xem xét bằng các hệ số hiệu chỉnh.

Thí dụ, xét quá trình trao đổi nhiệt giữa bề mặt vật rắn với chất khí bao xung quanh. Trong trường hợp này, nhiệt lượng trao đổi trên một đơn vị diện tích bề mặt có thể viết :

$$q = q_{dl} + q_{bx}$$

trong đó : q_{dl} là nhiệt lượng trao đổi bằng đối lưu ; q_{bx} là nhiệt lượng trao đổi bằng bức xạ.

Nếu bề mặt vật rắn có nhiệt độ t_w , còn chất khí bao quanh có nhiệt độ t_f thì :

$$q_{dl} = \alpha_{dl}(t_w - t_f)$$

$$q_{bx} = \varepsilon_{qd} C_o \left[\left(\frac{T_w}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_f}{100} \right)^4 \right]$$

$$\text{Khi đó : } q = \alpha_{dl}(t_w - t_f) + \varepsilon_{qd} C_o \left[\left(\frac{T_w}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_f}{100} \right)^4 \right]$$

Nếu ta xem trao đổi nhiệt đối lưu là chủ yếu thì công thức trên có thể viết lại dưới dạng :

$$q = \left\{ \alpha_{dl} + \varepsilon_{qd} C_o \frac{\left[\left(\frac{T_w}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_f}{100} \right)^4 \right]}{(t_w - t_f)} \right\} (t_w - t_f)$$

$$q = (\alpha_{dl} + \alpha_{bx})(t_w - t_f) = \alpha(t_w - t_f)$$

trong đó α là hệ số tỏa nhiệt tổng hợp.

$$\alpha = \alpha_{dl} + \alpha_{bx}$$

α_{dl} - hệ số tỏa nhiệt đối lưu ;

α_{bx} - hệ số tỏa nhiệt bức xạ .

$$\alpha_{bx} = \varepsilon_{qd} C_o \frac{\left[\left(\frac{T_w}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_f}{100} \right)^4 \right]}{(T_w - T_f)}$$

Như vậy, nếu coi hiện tượng trao đổi nhiệt đối lưu là chủ yếu thì công thức tính toán sẽ có dạng công thức của trao đổi nhiệt đối lưu và hệ số tỏa nhiệt sẽ gồm hệ số tỏa nhiệt đối lưu và hệ số tỏa nhiệt bức xạ. Khi độ chênh nhiệt độ bé thì có thể tính α_{bx} theo (8-43).

Để đơn giản, sau này hệ số tỏa nhiệt trong trường hợp trao đổi nhiệt phức tạp nếu không có gì ghi chú thêm thì chúng ta phải hiểu đó là hệ số tỏa nhiệt tổng hợp.

Trường hợp chất lỏng giọt bao quanh bề mặt vật rắn, nói chung trao đổi nhiệt bức xạ có thể bỏ qua, khi đó $\alpha_{bx} = 0$ và $\alpha = \alpha_{dl}$.

10.2. TRUYỀN NHIỆT

Truyền nhiệt là quá trình trao đổi nhiệt giữa hai môi trường có nhiệt độ khác nhau qua vách ngăn cách. Đây là trường hợp trao đổi nhiệt phức tạp thường gặp trong thực tế.

Quá trình trao đổi nhiệt này thường qua các giai đoạn sau :

- Trao đổi nhiệt giữa môi trường có nhiệt độ cao với bề mặt vách ngăn được thực hiện cơ bản bằng đối lưu hoặc đối lưu và bức xạ.
- Dẫn nhiệt qua bề mặt vách ngăn.
- Trao đổi nhiệt giữa bề mặt vách ngăn và môi trường có nhiệt độ thấp được thực hiện cơ bản bằng đối lưu.

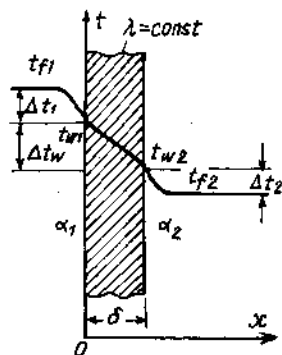
Tùy theo dạng bề mặt vách ngăn, chúng ta sẽ có truyền nhiệt qua vách phẳng, vách trụ hoặc vách có cánh. Chúng ta sẽ lần lượt nghiên cứu từng trường hợp.

10.2.1. Truyền nhiệt qua vách phẳng

1) Truyền nhiệt qua vách phẳng một lớp

Giả sử có một vách phẳng một lớp - hệ số dẫn nhiệt của vật liệu làm vách là λ , W/m.K, vách dày δ , m. Một phía bề mặt vách tiếp xúc với môi trường có nhiệt độ t_{f1} , hệ số tỏa nhiệt từ môi trường tới bề mặt vách là α_1 . Một phía bề mặt vách tiếp xúc với môi trường có nhiệt độ t_{f2} , hệ số tỏa nhiệt từ bề mặt vách tới môi trường là α_2 .

Giả sử $t_{f1} > t_{f2}$ quá trình trao đổi nhiệt giữa hai môi trường qua vách sẽ được thực hiện và dòng nhiệt sẽ hướng từ môi trường có nhiệt độ cao đến môi trường



Hình 10-1

có nhiệt độ thấp. Gọi t_{w1} là nhiệt độ bề mặt vách tiếp xúc với môi trường nóng, t_{w2} là nhiệt độ bề mặt vách tiếp xúc với môi trường lạnh. Khi đó mật độ dòng nhiệt có thể viết :

$$q = \alpha_1(t_{f1} - t_{w1})$$

$$q = \frac{\lambda}{\delta}(t_{w1} - t_{w2})$$

$$q = \alpha_2(t_{w2} - t_{f2})$$

Trong hệ phương trình này q , t_{w1} , t_{w2} chưa biết, giải hệ phương trình này ta có thể xác định được q , t_{w1} , t_{w2} .

Chú ý rằng, đối với quá trình ổn định, giá trị q không đổi. Biến đổi các phương trình trên thành :

$$t_{f1} - t_{w1} = q \frac{1}{\alpha_1}$$

$$t_{w1} - t_{w2} = q \frac{\delta}{\lambda}$$

$$t_{w2} - t_{f2} = q \frac{1}{\alpha_2}$$

Cộng hai vế của các phương trình ta được :

$$(t_{f1} - t_{f2}) = q \left(\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2} \right)$$

và :

$$q = \frac{t_{f1} - t_{f2}}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}}, \text{ W/m}^2 \quad (10-1)$$

Ký hiệu : $k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}}, \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$

k gọi là hệ số truyền nhiệt của vách phẳng một lớp. Khi đó :

$$q = k(t_{f1} - t_{f2}), \text{ W/m}^2 \quad (10-2)$$

Dòng nhiệt: $Q = qF = kF(t_{f1} - t_{f2}), \text{ W} \quad (10-3)$

Đại lượng nghịch đảo của hệ số truyền nhiệt gọi là nhiệt trở truyền nhiệt R :

$$R = \frac{1}{k} = \frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}, \text{ m}^2 \cdot \text{K/W}$$

trong đó : $\frac{1}{\alpha_1}$, $\frac{1}{\alpha_2}$ là nhiệt trở tỏa nhiệt ;
 $\frac{\delta}{\lambda}$ là nhiệt trở dẫn nhiệt.

Biết q chúng ta có thể xác định được t_{w1} và t_{w2} :

$$t_{w1} = t_{f1} - q \frac{1}{\alpha_1}$$

$$t_{w2} = t_{w1} - q \frac{\delta}{\lambda} = t_{f2} + q \frac{1}{\alpha_2}$$

2) Truyền nhiệt qua vách phẳng nhiều lớp

Vách ngăn giữa hai môi trường là vách phẳng nhiều lớp có chiều dày và hệ số dẫn nhiệt tương ứng $\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n$ và $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$.

Bằng cách chứng minh tương tự, ta có :

$$q = k(t_{f1} - t_{f2}) \quad , \text{ W/m}^2 \quad (10-4)$$

trong đó k là hệ số truyền nhiệt của vách phẳng nhiều lớp :

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_2}} \quad , \text{ W/m}^2 \cdot \text{K} \quad (10-5)$$

Biết q chúng ta dễ dàng xác định $t_{w1}, t_{w2}, \dots, t_{wn}$.

10.2.2. Truyền nhiệt qua vách trụ

1) Truyền nhiệt qua vách trụ một lớp

Giả sử có một vách trụ dài l , đường kính trong d_1 , đường kính ngoài d_2 . Vách làm bằng vật liệu đồng chất có hệ số dẫn nhiệt λ . Bề mặt trong tiếp xúc với môi trường có nhiệt độ t_{f1} hệ số tỏa nhiệt từ môi trường tới bề mặt trong của vách là α_1 . Bề mặt ngoài tiếp xúc với môi trường có nhiệt độ t_{f2} , hệ số tỏa nhiệt từ bề mặt ngoài tới môi trường là α_2 .

Giả sử $t_{f1} > t_{f2}$, dòng nhiệt sẽ hướng từ trong ra ngoài.

Gọi t_{w1} là nhiệt độ bề mặt tiếp xúc với môi trường nóng, t_{w2} là nhiệt độ bề mặt tiếp xúc với môi trường lạnh. Các nhiệt độ này ta chưa biết.

Ta có thể xác định mật độ dòng nhiệt ứng với một đơn vị chiều dài vách trụ như sau :

$$q_l = \alpha_1 \pi d_1 (t_{f1} - t_{w1})$$

$$q_l = \frac{t_{w1} - t_{w2}}{\frac{1}{2\pi\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1}}$$

$$q_l = \alpha_2 \pi d_2 (t_{w2} - t_{f2})$$

Giải hệ phương trình này ta xác định được q_l, t_{w1}, t_{w2} :

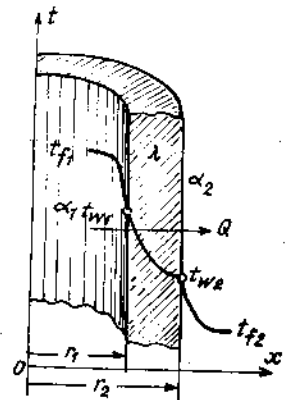
$$t_{f1} - t_{w1} = q_l \frac{1}{\alpha_1 \pi d_1}$$

$$t_{w1} - t_{w2} = q_l \frac{1}{2\pi\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1}$$

$$t_{w2} - t_{f2} = q_l \frac{1}{\alpha_2 \pi d_2}$$

Cộng hai vế của phương trình, ta có :

$$t_{f1} - t_{f2} = q_l \left(\frac{1}{\alpha_1 \pi d_1} + \frac{1}{2\pi\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\alpha_2 \pi d_2} \right)$$



Hình 10-2

và :

$$q_l = \frac{t_{f1} - t_{f2}}{\frac{1}{\alpha_1 \pi d_1} + \frac{1}{2\pi\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\alpha_2 \pi d_2}} \quad (10-6)$$

Gọi :

$$k_l = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1 \pi d_1} + \frac{1}{2\pi\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\alpha_2 \pi d_2}} \quad , \text{ W/m.K} \quad (10-7)$$

là hệ số truyền nhiệt của một đơn vị chiều dài vách trụ một lớp. Khi đó :

$$q_l = k_l (t_{f1} - t_{f2}) \quad , \text{ W/m} \quad (10-8)$$

Dòng nhiệt :

$$Q = q_l l = k_l l (t_{f1} - t_{f2}) \quad , \text{ W}$$

Đại lượng :

$$R_l = \frac{1}{k_l} = \frac{1}{\alpha_1 \pi d_1} + \frac{1}{2\pi\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\alpha_2 \pi d_2} \quad , \text{ mK/W} \quad (10-9)$$

gọi là nhiệt trở truyền nhiệt của vách trụ một lớp. Trong đó : $\frac{1}{\alpha_1 \pi d_1}$, $\frac{1}{\alpha_2 \pi d_2}$ là nhiệt trở tỏa nhiệt, $\frac{1}{2\pi\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1}$ là nhiệt trở dẫn nhiệt.

Biết q_l ta dễ dàng xác định t_{w1} và t_{w2} :

$$t_{w1} = t_{f1} - q_l \frac{1}{\alpha_1 \pi d_1}$$

$$t_{w2} = t_{w1} - q_l \frac{1}{2\pi\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1} = t_{f2} + q_l \frac{1}{\alpha_2 \pi d_2}$$

2) Truyền nhiệt qua vách trụ nhiều lớp

Khi vách ngăn giữa hai môi trường là vách trụ nhiều lớp có đường kính tương ứng là $d_1, d_2, d_3 \dots$ và hệ số dẫn nhiệt tương ứng là $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \dots$ ta cũng có thể viết :

$$q_l = k_l (t_{f1} - t_{f2}) \quad , \text{ W/m} \quad (10-10)$$

trong đó k_l là hệ số truyền nhiệt của vách trụ nhiều lớp :

$$k_l = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1 \pi d_1} + \sum_i \frac{1}{2\pi\lambda_i} \ln \frac{d_{i+1}}{d_i} + \frac{1}{\alpha_2 \pi d_{(n+1)}}}} \quad , \text{ W/m.K} \quad (10-11)$$

10.2.3. Truyền nhiệt qua vách có cánh

Giả sử có một vách có cánh (Hình 10-3) làm bằng vật liệu đồng chất có hệ số dẫn nhiệt λ , vách dày δ , phía vách phẳng có diện tích F_1 tiếp xúc với môi trường có nhiệt độ t_{f1} , hệ số tỏa nhiệt từ môi trường đến bề mặt phẳng là α_1 . Phía làm cánh có diện tích F_2 tiếp xúc với môi trường có nhiệt độ t_{f2} , hệ số tỏa nhiệt từ bề mặt có cánh vào môi trường là α_2 . Gọi t_{w1} là nhiệt độ bề mặt phía không làm cánh, t_{w2} là nhiệt độ trung bình của phía làm cánh, t_{w1} và t_{w2} chưa biết. Cần xác định dòng nhiệt truyền qua vách có cánh. Dòng nhiệt có thể được xác định từ các phương trình sau :

$$Q = \alpha_1 F_1 (t_{f1} - t_{w1})$$

$$Q = \frac{\lambda}{\delta} F_1 (t_{w1} - t_{w2})$$

$$Q = \alpha_2 F_2 (t_{w2} - t_{f2})$$

Giải hệ phương trình này ta sẽ xác định được Q, t_{w1}, t_{w2} :

$$t_{f1} - t_{w1} = Q \frac{1}{\alpha_1 F_1}$$

$$t_{w1} - t_{w2} = Q \frac{\delta}{\lambda F_1}$$

$$t_{w2} - t_{f2} = Q = \frac{1}{\alpha_2 F_2}$$

Do đó :

$$Q = \frac{t_{f1} - t_{f2}}{\frac{1}{\alpha_1 F_1} + \frac{\delta}{\lambda F_1} + \frac{1}{\alpha_2 F_2}}, W \quad (10-12)$$

$$\text{Ký hiệu : } k_c = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1 F_1} + \frac{\delta}{\lambda F_1} + \frac{1}{\alpha_2 F_2}}, W/K \quad (10-13)$$

là hệ số truyền nhiệt của vách có cánh. Khi đó :

$$Q = k_c (t_{f1} - t_{f2}), W \quad (10-14)$$

Biết Q ta có thể xác định được t_{w1}, t_{w2} :

$$t_{w1} = t_{f1} - Q \frac{1}{\alpha_1 F_1}$$

$$t_{w2} = t_{w1} - Q \frac{\delta}{\lambda F_1} = t_{f2} + Q \frac{1}{\alpha_2 F_2}$$

Mật độ dòng nhiệt phía không làm cánh q_1 và ở phía làm cánh q_2 được xác định theo các công thức sau đây :

$$q_1 = \frac{Q}{F_1} = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2} \cdot \frac{F_1}{F_2}} (t_{f1} - t_{f2}), W/m^2 \quad (10-15)$$

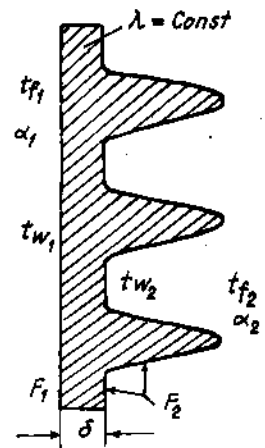
$$q_2 = \frac{Q}{F_2} = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} \cdot \frac{F_2}{F_1} + \frac{\delta}{\lambda} \cdot \frac{F_2}{F_1} + \frac{1}{\alpha_2}} (t_{f1} - t_{f2}), W/m^2 \quad (10-16)$$

Khi đó :

$$t_{w1} = t_{f1} - q_1 \frac{1}{\alpha_1}$$

$$t_{w2} = t_{w1} - q_1 \frac{\delta}{\lambda} = t_{f2} + q_2 \frac{1}{\alpha_2}$$

trong đó : $\frac{F_2}{F_1}$ gọi là hệ số cánh.



Hình 10-3

Việc làm cánh là nhằm mục đích tăng cường sự truyền nhiệt. Để thấy rõ hiệu quả của việc làm cánh, ta chỉ cần so sánh mật độ dòng nhiệt truyền qua bề mặt phẳng trong trường hợp vách không có cánh và vách có cánh.

Khi vách không làm cánh, mật độ dòng nhiệt được xác định theo công thức tính đối với vách phẳng :

$$q_{10} = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}} (t_{f1} - t_{f2}) \quad , \text{ W/m}^2$$

Khi làm cánh :

$$q_1 = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2} \frac{F_1}{F_2}} (t_{f1} - t_{f2}) \quad , \text{ W/m}^2$$

Vì $\frac{F_2}{F_1} > 1$, do đó $q_1 > q_{10}$.

Và tỷ số $\frac{q_1}{q_{10}} > 1$ chính là hiệu quả của việc làm cánh.

Khi làm cánh, người ta sẽ bố trí cánh ở phía có hệ số tỏa nhiệt nhỏ và cánh bố trí sao cho không cản trở đến sự chuyển động của môi trường trao đổi nhiệt.

10.3. TĂNG CƯỜNG TRUYỀN NHIỆT

Nhằm tăng cường truyền nhiệt, chúng ta cần dựa vào các dạng trao đổi nhiệt cơ bản để tìm ra những biện pháp có hiệu quả nhất.

Thí dụ : muốn tăng cường dẫn nhiệt, chúng ta giảm chiều dày của vách, dùng vật liệu làm vách có hệ số dẫn nhiệt lớn. Muốn tăng cường trao đổi nhiệt đối lưu, ta tăng cường sự nhiễu loạn và tốc độ của môi trường trao đổi nhiệt. Muốn tăng cường trao đổi nhiệt bức xạ, ta có thể tăng nhiệt độ và độ đen của bề mặt bức xạ nhiệt v.v...

Khi đồng thời xảy ra các dạng trao đổi nhiệt cơ bản, việc tăng cường truyền nhiệt một cách có hiệu quả là một vấn đề phức tạp.

Để có giải pháp đúng đắn, chúng ta cần phân tích từng trường hợp cụ thể. Ta lấy trường hợp truyền nhiệt qua vách phẳng để phân tích. Trong trường hợp này, dòng nhiệt được xác định theo công thức : $Q = kF (t_{f1} - t_{f2})$.

Rõ ràng, để tăng cường dòng nhiệt Q , ta cần tăng độ chênh nhiệt độ giữa hai môi trường $(t_{f1} - t_{f2})$, tăng diện tích trao đổi nhiệt, tăng hệ số truyền nhiệt k . Để tăng hệ số truyền nhiệt k , chúng ta lại phải xét những thành phần ảnh hưởng đến hệ số truyền nhiệt.

Hệ số truyền nhiệt k được xác định bởi công thức :

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}}$$

Nếu bỏ qua nhiệt trở dẫn nhiệt, coi $\frac{\delta}{\lambda} = 0$ thì :

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2}}$$

Như vậy, k phụ thuộc vào α_1 và α_2 . Muốn tăng k , chúng ta sẽ tăng α_1 hoặc α_2 nhưng ta xét xem tăng cái nào có lợi hơn ?

Giả sử $\alpha_1 \ll \alpha_2$, khi đó $\frac{1}{\alpha_1} \gg \frac{1}{\alpha_2}$ và hệ số truyền nhiệt k có thể viết :

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1}} \approx \alpha_1$$

Như vậy, hệ số truyền nhiệt k chỉ có thể nhỏ hơn hoặc bằng hệ số tỏa nhiệt bé nhất.

Do đó muốn tăng k , chúng ta tăng hệ số tỏa nhiệt bé sẽ mang lại hiệu quả hơn.

Thực vậy, vì : $k = f(\alpha_1, \alpha_2) = \frac{\alpha_1 \alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2}$

nên :
$$\frac{\partial k}{\partial \alpha_1} = \frac{\alpha_2^2}{(\alpha_1 + \alpha_2)^2}$$

và :
$$\frac{\partial k}{\partial \alpha_2} = \frac{\alpha_1^2}{(\alpha_1 + \alpha_2)^2}$$

Chia hai vế cho nhau, ta có :

$$\frac{\partial k}{\partial \alpha_1} : \frac{\partial k}{\partial \alpha_2} = \frac{\alpha_2^2}{\alpha_1^2} = \left(\frac{\alpha_2}{\alpha_1} \right)^2$$

hay :
$$\frac{\partial k}{\partial \alpha_1} = \left(\frac{\alpha_2}{\alpha_1} \right)^2 \frac{\partial k}{\partial \alpha_2}$$

Nếu $\alpha_1 < \alpha_2$, ta có : $\frac{\partial k}{\partial \alpha_1} > \frac{\partial k}{\partial \alpha_2}$

Điều này có nghĩa là khi $\alpha_1 < \alpha_2$ thì sự thay đổi của hệ số truyền nhiệt k theo hệ số tỏa nhiệt bé sẽ lớn hơn sự thay đổi hệ số truyền nhiệt theo α lớn. Vì vậy, để tăng hệ số truyền nhiệt, ta tăng hệ số tỏa nhiệt có giá trị bé là hiệu quả nhất.

Thí dụ :

Nếu	$\alpha_1 = 40$, $\alpha_2 = 5000$	thì	$k = 39,7$
	$\alpha_1 = 40$, $\alpha_2 = 10000$	thì	$k = 39,8$
	$\alpha_1 = 80$, $\alpha_2 = 5000$	thì	$k = 78,8$

Hay nói một cách khác, để tăng hệ số truyền nhiệt k một cách có hiệu quả, ta tìm cách giảm nhiệt trở lớn nhất.

Trường hợp cần kể đến nhiệt trở dẫn nhiệt $\frac{\delta}{\lambda}$. Với cách lý luận tương tự, chúng ta xem trong số các nhiệt trở, nhiệt trở nào lớn ta tìm cách giảm để làm tăng hệ số truyền nhiệt một cách hiệu quả nhất.

Trở lại việc làm cánh. Từ công thức tính dòng nhiệt của vách phẳng :

$$Q = kF (t_{f1} - t_{f2})$$

hay :

$$Q = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}} F(t_{t1} - t_{t2})$$

$$Q = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1 F} + \frac{\delta}{\lambda F} + \frac{1}{\alpha_2 F}} (t_{t1} - t_{t2})$$

Muốn tăng Q ta phải tăng $\frac{1}{\frac{1}{\alpha_1 F} + \frac{\delta}{\lambda F} + \frac{1}{\alpha_2 F}}$

Nếu bỏ qua $\frac{\delta}{\lambda F}$ thì muốn tăng Q phải tăng $\frac{1}{\frac{1}{\alpha_1 F} + \frac{1}{\alpha_2 F}}$. Để tăng Q có hiệu quả

thì cần so sánh trị số $\frac{1}{\alpha_1 F}$ và $\frac{1}{\alpha_2 F}$. Giả sử $\alpha_2 < \alpha_1$, có nghĩa là $\frac{1}{\alpha_2 F} > \frac{1}{\alpha_1 F}$. Vậy muốn Q tăng, cần giảm trị số $\frac{1}{\alpha_2 F}$. Trong trường hợp α_2 không thay đổi được, khi đó duy nhất chỉ có cách tăng diện tích và diện tích bề mặt phía có trị số α nhỏ cần lớn hơn diện tích bề mặt phía có α lớn, có nghĩa là $F_2 > F_1$.

10.4. CÁCH NHIỆT - ĐƯỜNG KÍNH TỐI HẠN BỌC CÁCH NHIỆT

Cách nhiệt : trong kỹ thuật, ở nhiều trường hợp ta cần giảm mật độ dòng nhiệt hay dòng nhiệt và như chúng ta thường nói là giảm tổn thất nhiệt. Trong trường hợp này, chúng ta lại cần tăng nhiệt trở toàn phần. Để tăng nhiệt trở toàn phần, chúng ta có thể tăng nhiệt trở từng phần như nhiệt trở tỏa nhiệt, nhiệt trở dẫn nhiệt. Thông thường, tăng nhiệt trở dẫn nhiệt là cách thích hợp nhất. Để tăng nhiệt trở dẫn nhiệt, tức là để cách nhiệt, ta thêm vào các lớp có hệ số dẫn nhiệt bé. Các loại vật liệu có $\lambda < 0,2 \text{ W/mK}$ thường được dùng làm vật liệu cách nhiệt như stirofo, amiăng, bông thủy tinh, bông xỉ, mùn cưa, trấu v.v... Các vật liệu cách nhiệt cũng cần đảm bảo một số yêu cầu kỹ thuật nhất định như chịu nhiệt độ cao, chịu ẩm, đảm bảo yêu cầu vệ sinh công nghiệp v.v... Khi bọc cách nhiệt, chúng ta cũng cần lưu ý một điều : đối với vách phẳng, khi thêm các lớp cách nhiệt vào thì nhiệt trở toàn phần sẽ tăng nhưng đối với vách trụ, khi thêm lớp cách nhiệt vào có thể làm nhiệt trở toàn phần giảm mặc dù nhiệt trở dẫn nhiệt tăng. Thực vậy, nếu ta bọc một lớp cách nhiệt có hệ số dẫn nhiệt λ_{cn} ngoài một ống có đường kính d_2 , đường kính ngoài của ống có bọc cách nhiệt sẽ là d_{cn} . Khi đó nhiệt trở dẫn nhiệt $\frac{1}{2\pi\lambda_{cn}} \ln \frac{d_{cn}}{d_2}$ tăng nhưng nhiệt trở tỏa nhiệt của bề mặt ngoài $\frac{1}{\alpha_2 \pi d_{cn}}$ sẽ giảm. Vì vậy nhiệt trở toàn phần có thể giảm. Do đó cần phải xét mối quan hệ giữa nhiệt trở toàn phần và đường kính cách nhiệt d_{cn} . Nhiệt trở toàn phần có thể viết :

$$R = \frac{1}{2\pi\lambda_{cn}} \ln \frac{d_{cn}}{d_2} + \frac{1}{\alpha_2 \pi d_{cn}}$$

Lấy đạo hàm của nhiệt trở toàn phần theo d_{cn} :

$$\frac{d(R)}{d(d_{cn})} = \frac{1}{2\pi\lambda_{cn}d_{cn}} - \frac{1}{\alpha_2\pi d_{cn}^2}$$

Nhiệt trở toàn phần nhỏ nhất khi :

$$\frac{d(R)}{d(d_{cn})} = 0$$

$$\frac{1}{2\pi\lambda_{cn}d_{cn}} - \frac{1}{\alpha_2\pi d_{cn}^2} = 0$$

Đường kính cách nhiệt ứng với R nhỏ nhất gọi là đường kính cách nhiệt tối hạn.

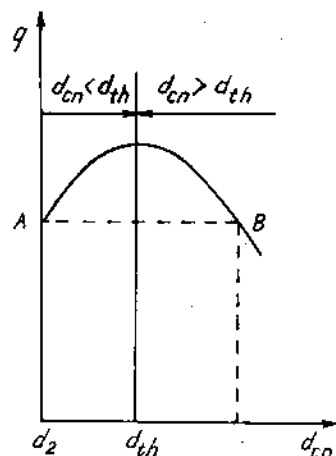
Đường kính cách nhiệt tối hạn bằng :

$$d_{th} = \frac{2\lambda_{cn}}{\alpha_2} \quad (10-17)$$

hoặc : $\frac{\alpha_2 d_{th}}{\lambda_{cn}} = Bi_{th} = 2 \quad (10-18)$

Ứng với d_{th} thì R nhỏ nhất và tổn thất nhiệt q sẽ lớn nhất. Vậy muốn bọc cách nhiệt, chọn đường ống ta phải lưu ý tới điều kiện trên, tức là $d_{cn} > d_{th}$ (Hình 10-4).

Khi bọc cách nhiệt, chúng ta cũng cần tính toán chiều dày cách nhiệt cho hợp lý để vừa đảm bảo giảm tổn thất nhiệt, nghĩa là tiết kiệm được năng lượng nhưng lại vừa đảm bảo vốn đầu tư xây dựng là ít nhất.



Hình 10-4

10.5. THIẾT BỊ TRAO ĐỔI NHIỆT

10.5.1. Thiết bị trao đổi nhiệt và phân loại thiết bị trao đổi nhiệt

Thiết bị trao đổi nhiệt là thiết bị dùng để thực hiện sự trao đổi nhiệt giữa hai chất tải nhiệt có nhiệt độ khác nhau. Thí dụ : các bình ngưng hay các dàn ngưng hơi, các calorife dùng trong các thiết bị sấy, các bộ hâm nước hay các bộ sấy không khí trong các nhà máy điện v.v...

Phân loại thiết bị trao đổi nhiệt :

Các thiết bị trao đổi nhiệt được sử dụng rộng rãi trong kỹ thuật, công dụng và cấu tạo của nó có thể rất khác nhau nhưng về nguyên lý làm việc, chúng ta có thể phân thiết bị trao đổi nhiệt thành ba loại :

1) Thiết bị trao đổi nhiệt kiểu vách ngăn

Trong thiết bị trao đổi nhiệt loại này, các chất tải nhiệt trao đổi nhiệt với một cách liên tục qua vách ngăn cách. Sự trao đổi nhiệt được thực hiện liên tục và ở chế độ ổn định.

Thí dụ : các bình ngưng hơi, các bộ quá nhiệt.

2) Thiết bị trao đổi nhiệt kiểu hồi nhiệt.

Trong thiết bị trao đổi nhiệt loại này, các chất tải nhiệt trao đổi nhiệt với nhau qua bộ phận trung gian gọi là bộ tích nhiệt. Bộ tích nhiệt có thể đứng yên hay quay tròn.

Sự trao đổi nhiệt được tiến hành qua hai giai đoạn :

Giai đoạn đầu cho chất tải nhiệt có nhiệt độ cao hơn đi qua. Chất tải nhiệt sẽ nhà nhiệt cho bộ tích nhiệt. Sau đó cho chất tải nhiệt có nhiệt độ thấp hơn đi qua. Chất tải nhiệt sẽ nhận nhiệt từ bộ tích nhiệt.

Như vậy, sự trao đổi nhiệt ở đây có tính chất chu kỳ và mang đặc tính không ổn định. Bộ sấy gió nóng ở các lò luyện kim thuộc loại này.

3) Thiết bị trao đổi nhiệt kiểu hỗn hợp

Trong thiết bị loại này các chất tải nhiệt trao đổi nhiệt với nhau khi chúng hỗn hợp với nhau. Đặc điểm của loại này là quá trình trao đổi nhiệt luôn luôn kèm theo quá trình trao đổi chất. Các tháp làm mát nước, các bình khử khí ở các nhà máy điện thuộc loại này.

10.5.2. Các phương trình cơ bản tính toán thiết bị trao đổi nhiệt

Việc tính toán thiết bị trao đổi nhiệt có thể là tính toán thiết kế hay tính toán kiểm tra.

Mục đích của tính toán thiết kế là xác định diện tích bề mặt trao đổi nhiệt theo những điều kiện đã đặt ra.

Tính toán kiểm tra nhằm mục đích kiểm tra lại chế độ làm việc mà ở đây chủ yếu là kiểm tra nhiệt độ cuối của các chất tải nhiệt trong thiết bị trao đổi nhiệt sau một thời gian làm việc của nó.

Tuy nhiên vụ có khác nhau, nhưng tính toán đều phải dựa vào hai phương trình cơ bản là phương trình cân bằng nhiệt và phương trình truyền nhiệt.

Phương trình truyền nhiệt :

$$Q = kF\Delta t \quad , \quad W \quad (10-19)$$

trong đó : Q - lượng nhiệt trao đổi giữa hai môi trường, W ;

k - hệ số truyền nhiệt của thiết bị trao đổi nhiệt, $W/m^2.K$;

F - diện tích bề mặt trao đổi nhiệt, m^2 ;

Δt - độ chênh nhiệt độ trung bình của thiết bị trao đổi nhiệt. Tùy theo yêu cầu chính xác khi tính toán mà độ chênh nhiệt độ trung bình này có thể tính bằng phương pháp số học hay phương pháp lôgarít.

Phương trình cân bằng nhiệt :

$$Q = G_1(i'_1 - i''_1) = G_2(i''_2 - i'_2) \quad , \quad W \quad (10-20)$$

trong đó : chỉ số 1 tương ứng với chất tải nhiệt nóng, chỉ số 2 tương ứng với chất tải nhiệt lạnh ; dấu ' tương ứng với các thông số khi vào thiết bị ; dấu '' với các thông số khi ra khỏi thiết bị.

G là lưu lượng khối lượng, kg/s .

$$G = V\rho = \omega.f\rho$$

V - lưu lượng thể tích, m^3/s ;

ρ - khối lượng riêng, kg/m^3 ;

ω - tốc độ chuyển động trung bình của chất tải nhiệt, m/s ;

f - tiết diện lưu thông của chất tải nhiệt, m^2 .

Nếu chất tải nhiệt có nhiệt dung riêng không đổi thì phương trình cân bằng nhiệt có thể viết :

$$Q = G_1 C_{p1} (t_1' - t_1'') = G_2 C_{p2} (t_2'' - t_2') \quad , \quad W \quad (10-21)$$

C_p là nhiệt dung riêng khối lượng đẳng áp, J/kg.K.

Trong tính toán thiết bị trao đổi nhiệt, người ta thường hay dùng ký hiệu nhiệt dung toàn phần, $W = GC_p$ hay còn gọi là đương lượng nước.

Khi đó, phương trình cân bằng nhiệt có thể viết :

$$Q = W_1 (t_1' - t_1'') = W_2 (t_2'' - t_2') \quad (10-22)$$

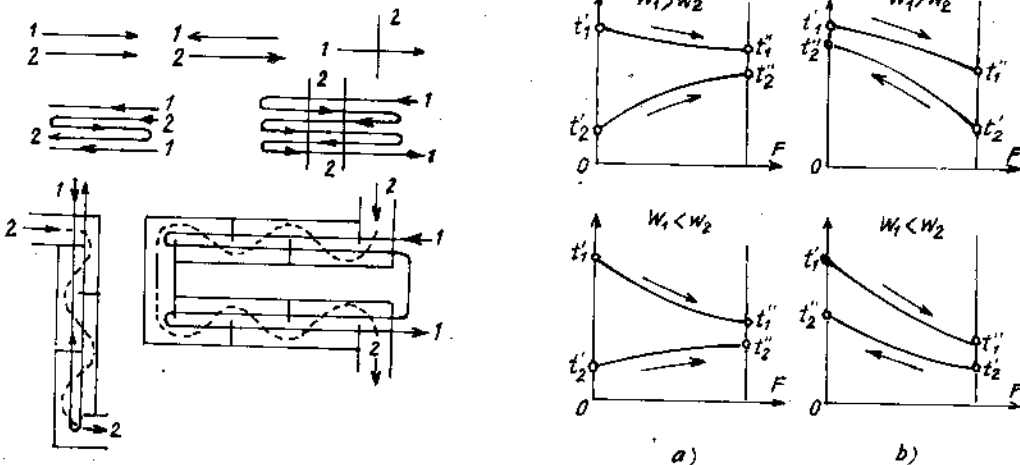
Nếu ký hiệu δt_1 là sự thay đổi nhiệt độ của chất tải nhiệt nóng, δt_2 là sự thay đổi nhiệt độ của chất tải nhiệt lạnh thì quan hệ giữa sự thay đổi nhiệt độ và nhiệt dung toàn phần xác định theo phương trình :

$$\frac{\delta t_1}{\delta t_2} = \frac{W_2}{W_1} \quad (10-23)$$

Rõ ràng là sự thay đổi nhiệt độ của các chất tải nhiệt tỷ lệ thuận với nhiệt dung toàn phần.

Ngoài ra, sự thay đổi nhiệt độ của các chất tải nhiệt còn phụ thuộc vào chiều chuyển động của chúng.

Trong các thiết bị trao đổi nhiệt, chuyển động của các chất tải nhiệt có thể là chuyển động song song cùng chiều, chuyển động song song ngược chiều hoặc chuyển động cắt nhau (giao nhau) (Hình 10-5).



Hình 10-5

10.5.3. Xác định độ chênh nhiệt độ trung bình

Trường hợp các chất tải nhiệt chuyển động song song cùng chiều, chúng ta có thể thiết lập sơ đồ tính toán trên hình 10-6.

Độ chênh nhiệt độ trung bình dọc theo toàn bộ bề mặt trao đổi nhiệt được xác định như sau :

$$\Delta t = \frac{1}{F} \int_0^F \Delta t_x dF = \frac{1}{F} \int_0^F \Delta t_1 e^{-mkF_x} dF$$

$$\Delta t = \frac{\Delta t_1}{-mkF} (e^{-mkF} - 1) = \frac{\Delta t_1}{\ln \frac{\Delta t_2}{\Delta t_1}} \left(\frac{\Delta t_2}{\Delta t_1} - 1 \right)$$

$$\Delta t = \frac{\Delta t_2 - \Delta t_1}{\ln \frac{\Delta t_2}{\Delta t_1}} \quad (10-29)$$

Độ chênh nhiệt độ trung bình tính theo công thức (10-29) gọi là độ chênh nhiệt độ trung bình lôgarit. Độ chênh nhiệt độ trung bình lôgarit trong trường hợp các chất tải nhiệt chuyển động song song cùng chiều sẽ là :

$$\Delta t_{cc} = \frac{\Delta t_2 - \Delta t_1}{\ln \frac{\Delta t_2}{\Delta t_1}} \quad (10-30)$$

với :

$$\Delta t_1 = t'_1 - t'_2$$

$$\Delta t_2 = t''_1 - t''_2$$

Trường hợp các chất tải nhiệt chuyển động song song ngược chiều. Sơ đồ tính toán biểu diễn trên hình (Hình 10.6). Cách thức tính toán tiến hành tương tự như trường hợp các chất tải nhiệt chuyển động song song

cùng chiều nhưng chú ý là $m = \left(\frac{1}{W_1} - \frac{1}{W_2} \right)$.

Kết quả cuối cùng có dạng :

$$\Delta t_{nc} = \frac{\Delta t_2 - \Delta t_1}{\ln \frac{\Delta t_2}{\Delta t_1}} \quad (10-31)$$

với :

$$\Delta t_1 = t'_1 - t''_2$$

$$\Delta t_2 = t''_1 - t'_2$$

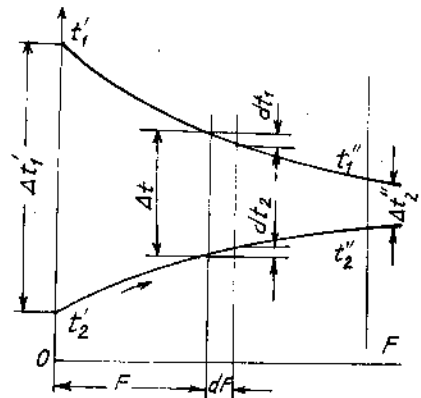
Trường hợp các chất tải nhiệt chuyển động cắt nhau, có thể tính theo công thức sau :

$$\Delta t_{cn} = \varepsilon_{\Delta t} \cdot \Delta t_{nc} \quad (10-32)$$

trong đó : Δt_{cn} - độ chênh nhiệt độ trong trường hợp các chất tải nhiệt chuyển động cắt nhau ;

Δt_{nc} - độ chênh nhiệt độ trong trường hợp ngược chiều ;

$\varepsilon_{\Delta t}$ - hệ số hiệu chỉnh. Trị số này phụ thuộc vào hai hàm, $\varepsilon_{\Delta t} = f(P, R)$



Hình 10-6

với :
$$P = \frac{t''_2 - t'_2}{t'_1 - t''_1} = \frac{\delta t_2}{\Delta t_{\max}} \quad (10-33)$$

$$R = \frac{t'_1 - t''_1}{t''_2 - t'_2} = \frac{\delta t_1}{\delta t_2} \quad (10-34)$$

Trị số $\varepsilon_{\Delta t}$ được xác định bằng đồ thị tùy thuộc vào sơ đồ chuyển động.

Trong trường hợp tính toán không yêu cầu độ chính xác cao lắm, độ chênh nhiệt độ trung bình có thể lấy bằng giá trị trung bình số học :

$$\Delta t = \frac{\Delta t_1 + \Delta t_2}{2} = \frac{t'_1 + t''_1}{2} - \frac{t'_2 + t''_2}{2} \quad (10-35)$$

10.5.4. Tính nhiệt độ cuối của các chất tải nhiệt

Việc tính nhiệt độ cuối của chất tải nhiệt cũng là một trong những bài toán thường gặp khi tính toán thiết bị trao đổi nhiệt, trong trường hợp cần kiểm tra chế độ làm việc của nó sau một thời gian làm việc.

Trong trường hợp này ta đã biết : nhiệt độ của các chất tải nhiệt khi đi vào thiết bị t'_1 và t'_2 , diện tích bề mặt trao đổi nhiệt F , hệ số truyền nhiệt của thiết bị và các giá trị nhiệt dung toàn phần W_1 , W_2 . Việc tính toán nhiệt độ cuối cùng vẫn phải dựa vào hai phương trình cơ bản : phương trình truyền nhiệt và phương trình cân bằng nhiệt. Nhưng tùy thuộc vào cách xác định độ chênh nhiệt độ trung bình mà chúng ta sẽ có các cách tính khác nhau.

Trường hợp độ chênh nhiệt độ trung bình xác định bằng phương pháp số học :

$$\Delta t = \frac{t'_1 + t'_2}{2} - \frac{t''_2 + t''_1}{2}$$

Từ phương trình cân bằng nhiệt :

$$Q = W_1(t'_1 - t''_1) = W_2(t''_2 - t'_2)$$

ta có :
$$t''_1 = t'_1 - Q \frac{1}{W_1} \quad (10-36)$$

$$t''_2 = t'_2 + Q \frac{1}{W_2} \quad (10-37)$$

khi đó :

$$\Delta t = (t'_1 - t'_2) - \left(\frac{1}{2W_1} + \frac{1}{2W_2} \right) Q$$

Thay giá trị Δt vào phương trình truyền nhiệt ta có :

$$Q = \frac{t'_1 - t'_2}{\frac{1}{2W_1} + \frac{1}{kF} + \frac{1}{2W_2}} \quad (10-38)$$

Biết Q ta dễ dàng tính được t''_1 và t''_2 .

Trường hợp độ chênh nhiệt độ trung bình được xác định bằng phương pháp lôgarit.

• Đối với sơ đồ cùng chiều :

$$\text{Từ (10-28) ta có : } \frac{t''_1 - t''_2}{t'_1 - t'_2} = e^{-\left(\frac{1}{W_1} + \frac{1}{W_2}\right)kF} = e^{-\frac{kF}{W_1} \left(1 + \frac{W_1}{W_2}\right)}$$

Trừ hai vế của phương trình cho 1 và thực hiện các phép biến đổi đơn giản, ta thu được :

$$(t'_1 - t''_1) + (t''_2 - t'_2) = (t'_1 - t'_2) \left[1 - e^{-\frac{kF}{W_1} \left(1 + \frac{W_1}{W_2}\right)} \right]$$

$$\delta t_1 + \delta t_2 = \Delta t_1 \left[1 - e^{-\frac{kF}{W_1} \left(1 + \frac{W_1}{W_2}\right)} \right]$$

Chú ý rằng :

$$\frac{\delta t_1}{\delta t_2} = \frac{W_2}{W_1} \rightarrow \delta t_2 = \delta t_1 \frac{W_1}{W_2}$$

và :

$$\delta t_1 = \delta t_2 \frac{W_2}{W_1}$$

khí đó :

$$\delta t_1 = \Delta t_1 \frac{1 - e^{-\frac{kF}{W_1} \left(1 + \frac{W_1}{W_2}\right)}}{1 + \frac{W_1}{W_2}} \quad (10-39)$$

và :

$$\delta t_2 = \Delta t_1 \frac{W_1}{W_2} \frac{1 - e^{-\frac{kF}{W_1} \left(1 + \frac{W_1}{W_2}\right)}}{1 + \frac{W_1}{W_2}} \quad (10-40)$$

Nếu kí hiệu :

$$\frac{1 - e^{-\frac{kF}{W_1} \left(1 + \frac{W_1}{W_2}\right)}}{1 + \frac{W_1}{W_2}} = f_{cc} \left(\frac{kF}{W_1}, \frac{W_1}{W_2} \right)$$

thì hàm f_{cc} phụ thuộc vào hai đại lượng không thứ nguyên $\frac{kF}{W_1}$ và $\frac{W_1}{W_2}$, do đó có thể biểu diễn bằng đồ thị. Biết hàm f_{cc} ta dễ dàng xác định được t''_1 và t''_2 .

$$\delta t_1 = t'_1 - t''_1 = (t'_1 - t'_2) f_{cc} \left(\frac{kF}{W_1}, \frac{W_1}{W_2} \right) \quad (10-41)$$

$$\delta t_2 = t''_2 - t'_2 = (t'_1 - t'_2) f_{cc} \left(\frac{kF}{W_1}, \frac{W_1}{W_2} \right) \cdot \frac{W_1}{W_2} \quad (10-42)$$

Dòng nhiệt Q được xác định theo công thức :

$$Q = W_1 (t'_1 - t''_1) = W_2 (t''_2 - t'_2) \quad (10-43)$$

• Đối với sơ đồ ngược chiều : $m = \left(\frac{1}{W_1} - \frac{1}{W_2} \right)$

Bằng cách chứng minh tương tự ta có :

$$\delta t_1 = (t'_1 - t'_2) \frac{1 - e^{-\frac{kF}{W_1} \left(1 - \frac{W_1}{W_2}\right)}}{1 - \frac{W_1}{W_2} e^{-\frac{kF}{W_1} \left(1 - \frac{W_1}{W_2}\right)}} \quad (10-44)$$

và :

$$\delta t_2 = (t'_1 - t'_2) \frac{W_1}{W_2} \left[\frac{1 - e^{-\frac{kF}{W_1} \left(1 - \frac{W_1}{W_2}\right)}}{1 - \frac{W_1}{W_2} e^{-\frac{kF}{W_1} \left(1 - \frac{W_1}{W_2}\right)}} \right] \quad (10-45)$$

Kí hiệu
$$\frac{1 - e^{-\frac{kF}{W_1} \left(1 - \frac{W_1}{W_2}\right)}}{1 - \frac{W_1}{W_2} e^{-\frac{kF}{W_1} \left(1 - \frac{W_1}{W_2}\right)}} = f_{nc} \left(\frac{kF}{W_1}, \frac{W_1}{W_2} \right)$$

Hàm $f_{nc} \left(\frac{kF}{W_1}, \frac{W_1}{W_2} \right)$ được xác định bằng đồ thị.

Biết hàm f_{nc} ta dễ dàng xác định được t''_1 và t''_2 :

$$\delta t_1 = t'_1 - t''_1 = (t'_1 - t'_2) f_{nc} \left(\frac{kF}{W_1}, \frac{W_1}{W_2} \right) \quad (10-46)$$

$$\delta t_2 = t''_2 - t'_2 = (t'_1 - t'_2) f_{nc} \left(\frac{kF}{W_1}, \frac{W_1}{W_2} \right) \cdot \frac{W_1}{W_2} \quad (10-47)$$

• Đối với sơ đồ cắt nhau :

Trường hợp này việc tính toán phức tạp hơn. Để tính toán gần đúng, chúng ta có thể dùng cách tính như trường hợp độ chênh nhiệt độ trung bình xác định bằng phương pháp số học.

Trong một số trường hợp đặc biệt, các công thức tính toán trình bày trên sẽ đơn giản đi rất nhiều, cụ thể :

- Khi các chất tải nhiệt có nhiệt dung toàn phần bằng nhau, $W_1 = W_2 = W$.

Trong trường hợp này dễ dàng nhận thấy rằng ở sơ đồ cùng chiều :

$$\delta t_1 = \delta t_2 = (t'_1 - t'_2) \frac{1 - e^{-\frac{2kF}{W}}}{2}$$

$$\text{do đó : } \delta t_1 = (t''_1 - t''_2) = (t'_1 - t'_2) \frac{1 - e^{-\frac{2kF}{W}}}{2} \quad (10-48)$$

$$\delta t_2 = (t''_2 - t'_2) = (t'_1 - t'_2) \frac{1 - e^{-\frac{2kF}{W}}}{2} \quad (10-49)$$

Ở sơ đồ ngược chiều, khi $W_1 = W_2 = W$ thì từ phương trình cân bằng nhiệt suy ra : $t'_1 - t''_1 = t''_2 - t'_2$.

$$\text{Và từ phương trình } \frac{\Delta t_2}{\Delta t_1} = e^{-mkF} \text{ với } m = \left(\frac{1}{W_1} - \frac{1}{W_2} \right)$$

$$\text{ta thấy ngay : } \Delta t_2 = \Delta t_1 \text{ hay } t''_1 - t'_2 = t'_1 - t''_2$$

$$\text{Vì } \Delta t_1 = \Delta t_2 \text{ nên } Q = kF(t'_1 - t''_2) = W(t'_1 - t''_1)$$

$$\text{và : } t''_2 = t'_1 - \frac{W}{kF} (t'_1 - t''_1)$$

$$\text{do đó : } \delta t_1 = \frac{t'_1 - t'_2}{1 + \frac{W}{kF}} = \delta t_2 \quad (10-50)$$

- Khi một trong hai chất tải nhiệt có nhiệt độ không đổi trong suốt quá trình trao đổi nhiệt, thí dụ, khi ngưng hoặc sôi, trường hợp này tương đương với trường hợp một trong hai chất tải nhiệt có nhiệt dung toàn phần bằng vô cùng. Giả sử $W_1 \pm \infty$ thì $t'_1 = t''_1 = t_1$ (như trường hợp ngưng hơi bão hòa). Khi đó phương trình (10-28) trở thành.

$$\frac{\Delta t_2}{\Delta t_1} = e^{-\frac{kF}{W_2}}$$

$$\text{hay : } t'_1 - t''_2 = (t'_1 - t'_2) e^{-\frac{kF}{W_2}}$$

$$t''_1 = t'_1 - (t'_1 - t'_2) e^{-\frac{kF}{W_2}} \quad (10-51)$$

$$\text{Tương tự khi : } W_2 = \infty \rightarrow t'_2 = t''_2 = t_2$$

$$\text{và : } t''_1 = t'_2 + (t'_1 - t'_2) e^{-\frac{kF}{W_1}} \quad (10-52)$$

10.6. TÍNH TRỞ LỰC CỦA THIẾT BỊ TRAO ĐỔI NHIỆT

Khi chất lỏng hay chất khí chuyển động, luôn luôn xuất hiện trở lực, cản trở sự chuyển động của chất lỏng hoặc chất khí. Để khắc phục các trở lực này, cần tiêu tốn năng lượng. Nhiệm vụ cơ bản của tính toán thủy lực của các thiết bị trao đổi nhiệt là xác định các trở lực khi chất lỏng hoặc chất khí đi qua thiết bị trao đổi nhiệt, trên

cơ sở đó tính toán công suất của quạt hay bơm cũng như thiết lập chế độ làm việc tối ưu của thiết bị. Phụ thuộc vào nguyên nhân gây ra trở lực, người ta chia thành các loại trở lực sau :

Trở lực ma sát, trở lực cục bộ, trở lực gia tốc và trở lực tự nhiên.

10.6.1. Trở lực ma sát

Trở lực ma sát do tính nhớt của chất lỏng gây ra, trở lực này phụ thuộc vào bản chất các chất lỏng, phụ thuộc vào nhiệt độ, phụ thuộc vào kích thước, hình dáng và chiều dài của ống hoặc rãnh và đồng thời phụ thuộc vào tốc độ của dòng chảy.

Trở lực ma sát được xác định bằng công thức sau :

$$\Delta P_{ms} = \xi \cdot \frac{1}{d} \cdot \frac{\rho \omega^2}{2}, \text{ N/m}^2 \quad (10-53)$$

trong đó : l - chiều dài của ống hoặc rãnh, m ;

d - đường kính ống hay đường kính tương đương, m ;

ρ, ω - khối lượng riêng và tốc độ trung bình của chất lỏng ;

ξ - hệ số trở lực ma sát.

Hệ số trở lực ma sát ξ phụ thuộc vào đặc tính thủy lực, hình dạng, kích thước ống, độ nhẵn bóng của bề mặt ống v.v...

Hệ số trở lực ma sát trong một số trường hợp được xác định như sau :

- Khi chất lỏng chuyển động trong ống thẳng, nhẵn, ở chế độ chảy tầng :

$$\xi = A/Re \quad (10-54)$$

Hàng số A phụ thuộc vào hình dạng của tiết diện (được cho theo bảng dưới đây).

Hình dạng của tiết diện	d_{td}	A
Hình tròn đường kính d	d	64
Hình vuông cạnh bằng a	a	57
Hình tam giác đều cạnh bằng a	$0,58a$	53
Hình chữ nhật		
$a/b = 0,25$	$1,6a$	73
$a/b = 0,50$	$1,3a$	62
Hình elíp		
$a/b = 0,3$	$1,4a$	73
$a/b = 0,5$	$1,3a$	68
$a/b = 0,7$	$1,17a$	65

Ở chế độ chảy rối :

$$Re = 3.10^3 \div 1.10^5 ; \quad \xi = \frac{0,3164}{Re^{0,25}} \quad (10-55)$$

$$Re = 1.10^5 \div 1.10^8 ; \quad \xi = 0,032 + \frac{0,221}{Re^{0,237}} \quad (10-56)$$

- Khi chất lỏng chảy không đẳng nhiệt :

Ở chế độ chảy tầng :

$$\xi = \frac{A}{Re_f} \left(\frac{Pr_w}{Pr_f} \right)^{0,33} \left[1 + 0,22 \left(\frac{Gr_f Pr_f}{Re_f} \right)^{0,15} \right] \quad (10-57)$$

Ở chế độ chảy rối :

$$\xi = \frac{0,3164}{Re_f^{0,25}} \left(\frac{Pr_w}{Pr_f} \right)^{0,33} \quad (10-58)$$

Khi chất lỏng chảy dọc chùm ống, trở lực ma sát được tính theo công thức đối với rãnh thẳng nhưng trong công thức này phải tính với đường kính tương đương :

$$d_{td} = \frac{4 \cdot f}{U}$$

Chất lỏng chảy trong ống cuốn thành hình lò so :

$$\frac{\xi}{\xi_{thẳng}} = \frac{21,5K}{(1,56 + \lg K)^{5,73}} \quad \text{khi } 13,5 < K < 5000 \quad (10-59)$$

trong đó K là hệ số xác định bằng công thức :

$$K = Re \sqrt{\frac{d}{D}}$$

$$Re = \frac{\omega d}{\nu}$$

d - đường kính ống ;

R = $\frac{D}{2}$ - bán kính cong của hình lò so ;

$\xi_{thẳng}$ - hệ số trở lực ma sát của ống thẳng.

Hệ số trở lực ma sát của dòng hai pha chảy ngang qua chùm ống :

$$\xi_{hh} = \frac{f(x)f(s/d)}{We^{0,6}} \left(\frac{\rho_f - \rho_{kh}}{\rho_f} \right)^{0,8} \quad (10-60)$$

trong đó : $f(x) = \frac{3,1x}{1+x}$

$$f(s/d) = 1,5 (s/d) - 0,73$$

$$We = \omega \mu_{hh} / \sigma$$

x - thành phần khối lượng của khí trong hỗn hợp, $x = 0 \div 0,9$;

ω - tốc độ của dòng hỗn hợp ở tiết diện nhỏ nhất ;

σ - sức căng bề mặt, N/m.

10.6.2. Trở lực cục bộ

Khi chất lỏng chuyển động qua những chỗ tiết diện thay đổi (mở rộng hay thu hẹp) hoặc dòng chảy bị đổi hướng khi qua những chỗ ngoặt, dòng chảy cũng bị tổn thất áp suất. Tổn thất này gọi là trở lực cục bộ.

Trở lực cục bộ được xác định bằng công thức :

$$\Delta p_{cb} = \xi \frac{\rho \omega^2}{2} \quad (10-61)$$

trong đó : ξ - hệ số trở lực cục bộ. ξ tra ở bảng trong các sổ tính toán nhiệt hay thủy lực.

Khi dòng chảy ngang qua chùm ống, hệ số trở lực cục bộ được xác định theo các công thức sau :

- Đối với chùm ống song song :

$$\xi = (6 + 9z) \left(\frac{S_1}{d} \right)^{-0,23} Re_f^{-0,26} \quad (10-62)$$

- Đối với chùm ống so le :

$$S_1 > S_2 ; \quad \xi = (5,4 + 3,4z) Re_f^{-0,28} \quad (10-63)$$

$$S_1 < S_2 ; \quad \xi = (4 + 6,6z) Re_f^{-0,28} \quad (10-64)$$

trong đó : S_1 và S_2 - bước ngang và bước dọc của chùm ống
 z - số ống trong chùm ống.

10.6.3. Trở lực gia tốc

Trở lực gia tốc gây ra bởi sự thay đổi tốc độ khi có sự thay đổi mật độ trong trường hợp chảy không đẳng nhiệt :

$$\Delta p_{gt} = \rho_2 \omega_2^2 - \rho_1 \omega_1^2 \quad , N/m^2 \quad (10-65)$$

ρ_1, ω_1 và ρ_2, ω_2 là mật độ và tốc độ khi vào và ra của chất lỏng.

Đối với chất lỏng giọt, Δp_{gt} nhỏ, trong tính toán có thể bỏ qua.

10.6.4. Trở lực tự nhiên

Trong thiết bị trao đổi nhiệt, khi chất lỏng chuyển động có liên hệ trực tiếp với môi trường bên ngoài sẽ xuất hiện trở lực tự nhiên.

Trở lực tự nhiên được xác định bằng công thức :

$$\Delta p_{tn} = \pm g (\rho - \rho_o) h \quad , N/m^2 \quad (10-66)$$

ở đây : g - gia tốc trọng trường, $9,81 \text{ m/s}^2$;

ρ, ρ_o - mật độ của chất lỏng và của môi trường, kg/m^3 ;

h - khoảng cách tính theo chiều cao giữa tiết diện vào và tiết diện dòng thoát ra môi trường.

Dấu (+) ứng với trường hợp chất lỏng chuyển động từ trên xuống.

Dấu (-) ứng với trường hợp chuyển động từ dưới lên.

Trường hợp chất lỏng chuyển động trong một hệ thống kín, $\Delta p_{tn} = 0$.

Như vậy, trở lực của thiết bị trao đổi nhiệt sẽ bằng :

$$\Delta p \approx \sum \Delta p_{ms} + \sum \Delta p_{cb} + \sum \Delta p_{gt} + \sum \Delta p_{tn} \quad , \text{ N/m}^2$$

trong đó : $\sum \Delta p_{ms}$ - tổng trở lực ma sát ;

$\sum \Delta p_{cb}$ - tổng trở lực cục bộ ;

$\sum \Delta p_{gt}$ - tổng trở lực gia tốc ;

$\sum \Delta p_{tn}$ - tổng trở lực tự nhiên.

Công suất cần thiết để đẩy chất lỏng qua thiết bị trao đổi nhiệt :

$$N = \frac{V \Delta p}{\eta} = \frac{G \cdot \Delta p}{\rho \eta} \quad , \text{ W} \quad (10-67)$$

trong đó : V - lưu lượng thể tích, m³/s ;

G - lưu lượng khối lượng, kg/s ;

Δp - tổng trở lực của thiết bị trao đổi nhiệt ;

η - hiệu suất của bơm hoặc quạt.

Khi thiết kế thiết bị trao đổi nhiệt thì quan hệ giữa hình dạng và kích thước bề mặt trao đổi nhiệt và năng lượng tiêu tốn cho việc chuyển động của các chất tải nhiệt cần tính toán sao cho có lợi nhất nghĩa là tính kinh tế cao nhất.

10.7. THIẾT BỊ TRAO ĐỔI NHIỆT KIỂU ỐNG NHIỆT

Ống nhiệt là một ống thông thường bằng kim loại được hàn kín hai đầu trong đó có chứa một lượng chất lỏng xác định, mặt ngoài ống có thể trơn hoặc làm cánh. Ống được chia làm ba phần :

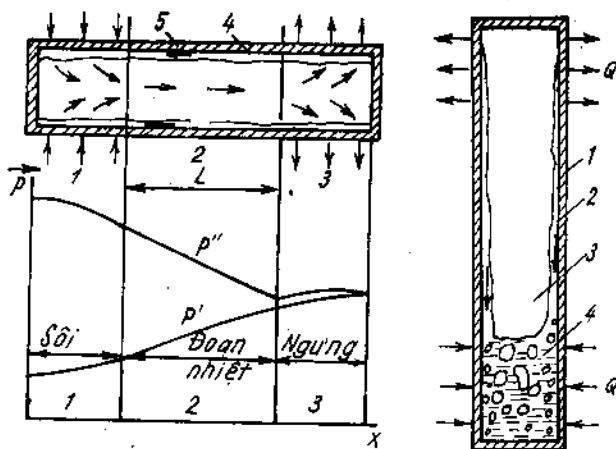
Phần sôi, phần đoạn nhiệt và phần ngưng (Hình 10-7).

Phần sôi : phần này được đốt nóng bằng các nguồn nhiệt khác nhau, chất lỏng trong ống sẽ sôi và hơi bão hòa được tạo thành.

Hơi bão hòa sẽ chuyển động qua phần đoạn nhiệt lên phần ngưng. Sở dĩ gọi là phần đoạn nhiệt vì ở phần này không thực hiện quá trình trao đổi nhiệt.

Phần ngưng : hơi bão hòa lên tới phần ngưng nhả nhiệt cho môi trường xung quanh và ngưng lại. Nước ngưng sẽ quay về phần sôi nhờ lực trọng trường, lực mao dẫn hay lực ly tâm.

Như vậy, ống đã thực hiện được trao đổi nhiệt giữa hai môi trường có nhiệt độ khác nhau nhờ sự "dẫn" một lượng nhiệt từ đầu ống này đến đầu ống kia. Ống nhiệt trong đó chất lỏng ngưng trở về phần sôi nhờ lực



Hình 10-7

trọng trường gọi là ống nhiệt trọng trường. Ống nhiệt trọng trường thường bố trí thẳng đứng hoặc nghiêng một góc nào đó nhưng phần sôi luôn luôn ở phía dưới phần ngưng.

Ống nhiệt mà chất lỏng ngưng trở về phần sôi nhờ lực mao dẫn hoặc lực ly tâm gọi là ống nhiệt mao dẫn hoặc ống nhiệt ly tâm. Các ống nhiệt loại này phần sôi có thể ở trên phần ngưng.

Các chất lỏng sử dụng trong ống nhiệt có thể là đơn chất hoặc "hỗn hợp", như H_2O , NH_3 , rượu, axêton, freon, thủy ngân, natri, kali, liti NH_3 v.v..., freon được sử dụng trong phạm vi nhiệt độ $< 50^\circ C$.

Nước sử dụng trong phạm vi nhiệt độ từ $50^\circ C + 250^\circ C$.

Thủy ngân (Hg), từ $200^\circ C + 600^\circ C$.

So với các phần tử truyền nhiệt khác, ống nhiệt có những ưu điểm sau :

- Ống nhiệt có tính dẫn nhiệt cao (tính siêu dẫn nhiệt). Thí dụ một ống nhiệt đường kính 14mm, dài 600mm, làm bằng crôm - niken chứa natri lỏng có hệ số dẫn nhiệt hiệu dụng bằng $10^6 W/m.K$, nghĩa là gấp 10.000 lần hệ số dẫn nhiệt của hợp kim đồng.

- Ống nhiệt truyền được một số lượng nhiệt lớn trong khi hiệu số nhiệt độ chỉ khoảng vài độ.

- Ống nhiệt có khả năng tập trung dòng nhiệt và mật độ dòng nhiệt lớn. Thí dụ một ống nhiệt đường kính 10mm, dài 500mm chứa liti lỏng có mật độ dòng nhiệt là $15 kW/cm^2$ tính trên tiết diện ống.

- Ống nhiệt có thể truyền đi một lượng nhiệt lớn mà không cần thiết bị phụ như bơm, không có các bộ phận chuyển động. Vì vậy cấu tạo của ống nhiệt rất đơn giản, ống nhiệt làm việc với độ tin cậy cao, không gây tiếng ồn.

- Khi chọn môi chất nạp thích hợp, ống nhiệt sẽ làm việc an toàn trong khoảng nhiệt độ lớn từ $-80^\circ C$ đến $2500^\circ C$.

- Khi có một ống nhiệt bị hỏng, việc thay thế đơn giản, có thể thay thế ống nhiệt ngay khi đang làm việc.

- Nguồn nhiệt cấp cho ống nhiệt rất đa dạng, có thể là sản phẩm cháy của nhiên liệu rắn, nhiên liệu lỏng, các khí thải, hơi nước, năng lượng mặt trời v.v...

Vì những ưu điểm trên, hiện nay ống nhiệt được sử dụng rộng rãi trong nhiều lĩnh vực khác nhau như trong lĩnh vực điện - điện tử, ống nhiệt được dùng để làm mát các linh kiện bán dẫn, làm mát các động cơ điện, các dây cáp điện. Trong công nghiệp, ống nhiệt được dùng trong các hệ thống sấy, hệ thống lạnh, ống nhiệt được dùng trong các bộ thu năng lượng mặt trời. Ống nhiệt cũng đã được sử dụng trong lĩnh vực nghiên cứu vũ trụ, trong ngành hàng không v.v...

Việc tính toán ống nhiệt bao gồm :

- Tính toán công suất của ống nhiệt và giới hạn công suất.
- Tính toán kích thước ống nhiệt.

Công suất của ống nhiệt được xác định bằng công thức sau :

$$Q = \frac{\Delta t}{R}$$

trong đó : Δt - độ chênh nhiệt độ, $\Delta t = t_n - t_l$;
 t_n - nhiệt độ của môi chất nóng ;
 t_l - nhiệt độ của môi chất lạnh ;

R - nhiệt trở toàn phần.

Về lý thuyết, công suất của ống nhiệt có thể đạt giá trị rất lớn, nhưng thực tế công suất của ống nhiệt bị hạn chế bởi quá trình nhiệt, quá trình thủy động xảy ra trong ống nhiệt, sự hạn chế này gọi là giới hạn công suất.

Đối với ống nhiệt trọng trường có ba giới hạn công suất. Đó là giới hạn âm, giới hạn sôi và giới hạn lõi cuốn :

Giới hạn âm : công suất lớn nhất của ống nhiệt đạt được khi tốc độ dòng hơi bằng tốc độ âm thanh. Theo lý thuyết thì tốc độ dòng hơi không thể đạt được bằng tốc độ âm thanh.

Giới hạn sôi : công suất nhiệt cần thiết để đảm bảo cho chế độ sôi là sôi bọt. Vì nếu công suất nhiệt lớn, dẫn đến hiện tượng sôi màng làm hệ số tỏa nhiệt khi sôi giảm, nhiệt độ bề mặt ống tăng, dẫn đến sự phá hỏng các ống nhiệt.

Giới hạn lõi cuốn : Công suất nhiệt cần đảm bảo sao cho dòng hơi không cuốn màng nước ngưng. Nếu không đảm bảo điều này, nước ngưng sẽ không trở về phần sôi và nhiệt độ bề mặt ống tăng, dẫn đến hỏng ống.

Đối với ống nhiệt trọng trường, giới hạn lõi cuốn là nhỏ nhất, vì thế khi tính toán ống nhiệt trọng trường ta chỉ cần chú ý đến giới hạn lõi cuốn.

Khi tính toán cũng như vận hành phải đảm bảo điều kiện công suất nhỏ hơn giới hạn lõi cuốn.

Chương 11

TRUYỀN NHIỆT VÀ TRUYỀN CHẤT HỖN HỢP

Trong nhiều quá trình công nghệ cũng như trong thực tế hàng ngày chúng ta thường gặp hiện tượng truyền nhiệt, truyền chất (TNTC) xảy ra đồng thời và ảnh hưởng lẫn nhau. Chẳng hạn, quá trình dịch chuyển các phân tử ẩm (nước hoặc hơi nước) và quá trình dẫn nhiệt trong vật liệu sấy hoặc quá trình khuếch tán không đẳng nhiệt của một chất khí vào một hỗn hợp hay quá trình ngưng tụ hơi nước của không khí ẩm trên bề mặt lạnh của một vật thể v.v...

Cũng như trong truyền nhiệt thuần túy, quá trình truyền chất có thể xảy ra do sự dịch chuyển của các phân tử từ vùng có nồng độ cao đến vùng có nồng độ thấp. Ta gọi hình thức dịch chuyển này là quá trình khuếch tán phân tử. Quá trình này tương tự như quá trình dẫn nhiệt trong truyền nhiệt. Quá trình dịch chuyển vật chất còn có thể thực hiện theo phương thức vĩ mô, nghĩa là quá trình dịch chuyển xảy ra do các dòng vật chất. Ta gọi quá trình này là quá trình khuếch tán đối lưu. Hiện tượng này tương tự như hiện tượng truyền nhiệt đối lưu.

Thông thường, hiện tượng khuếch tán và truyền chất đối lưu xảy ra kèm theo dẫn nhiệt và truyền nhiệt đối lưu. Quá trình liên kết như vậy ta gọi là TNTC hỗn hợp, ở đây quá trình truyền nhiệt và truyền chất liên kết chặt chẽ và ảnh hưởng lẫn nhau.

Trong chương này sẽ giới thiệu các công cụ toán học để miêu tả và tính toán quá trình TNTC hỗn hợp cũng như những ứng dụng của nó.

11.1. CÁC KHÁI NIỆM CƠ BẢN

11.1.1. Quá trình khuếch tán

Quá trình trao đổi chất là quá trình di chuyển các phân tử của cấu tử (pha) này vào không gian giữa các phân tử của cấu tử kia. Quá trình này còn được gọi là quá trình khuếch tán.

Quá trình khuếch tán có thể tiến hành bằng phương pháp vĩ mô - khuếch tán phân tử, cũng như bằng phương pháp vĩ mô - khuếch tán đối lưu.

Nguyên nhân phát sinh khuếch tán phân tử là do chuyển động nhiệt của các phân tử. Các quá trình khuếch tán phân tử có thể quan sát rõ ràng khi trên giới hạn phân chia giữa các pha tồn tại trạng thái không chuyển động hoặc chuyển động tầng. Trường hợp trên giới hạn phân pha tồn tại chuyển động rối thì ngoài nguyên nhân chuyển động nhiệt của các phân tử còn có sự truyền chất do sự di chuyển mạnh của các pha riêng biệt - khuếch tán đối lưu.

Tương tự quá trình trao đổi nhiệt đối lưu, tổ hợp các phương thức truyền chất do khuếch tán phân tử và do khuếch tán đối lưu trong môi trường nhiều pha, nhiều cấu tử được gọi là trao đổi chất đối lưu. Quá trình này được tiến hành cho đến khi đạt được sự cân bằng động giữa các pha, nghĩa là đến khi có bao nhiêu phân tử của pha này chuyển đến pha khác thì có bấy nhiêu phân tử pha khác chuyển đến pha này.

Tương tự khái niệm dòng nhiệt, quá trình khuếch tán được đặc trưng bằng dòng chất, kí hiệu bằng chữ J [kg/s]. Dòng chất là lượng vật chất đi qua một bề mặt theo phương pháp tuyến của nó trong một đơn vị thời gian. Khi diện tích bề mặt là 1m^2 thì dòng chất được gọi là mật độ dòng chất :

$$j = \frac{dJ}{dF}, \text{ kg/m}^2\text{s} \quad (11-1)$$

Cũng như mật độ dòng nhiệt, mật độ dòng chất là một đại lượng véctơ.

11.1.2. Định luật Fick

Về lí thuyết, có ba nguyên nhân gây ra quá trình khuếch tán phân tử : gradien nồng độ ($\frac{\partial \rho}{\partial n} \neq 0$), gradien nhiệt độ ($\frac{\partial T}{\partial n} \neq 0$) và gradien áp suất ($\frac{\partial p}{\partial n} \neq 0$). Dưới đây chỉ trình bày quá trình có ý nghĩa thực tiễn quan trọng nhất : quá trình truyền chất do sự chênh lệch nồng độ.

Trong hỗn hợp hai cấu tử (A và B) đồng nhất về nhiệt độ và áp suất thì mật độ dòng chất do khuếch tán phân tử của một trong hai cấu tử tỉ lệ thuận với gradien nồng độ (hoặc gradien mật độ) của cấu tử đó :

$$j_A = -D_{AB} \frac{\partial \rho_A}{\partial n} \quad (11-2)$$

trong đó : ρ_A [kg/m³] - nồng độ vùng hoặc mật độ vùng (mật độ hoặc nồng độ tại một điểm xác định trong không gian) của cấu tử A ;

n - phương pháp tuyến của mặt đẳng nồng độ ;

D_{AB} [m²/s] - hệ số khuếch tán nồng độ tương hỗ của cấu tử A ứng với cấu tử B.

Phương trình (11-2), được gọi là biểu thức của định luật Fick, chỉ đúng khi mật độ chung của hỗn hợp không thay đổi ($\rho = \text{const}$). Trong trường hợp này, sự di chuyển của dòng cấu tử này phải được bù bằng những dòng cấu tử khác để $\sum j_i = 0$. Đối với hỗn hợp hai cấu tử, điều kiện này được khai triển thành :

$$j_A + j_B = -D_{AB} \frac{\partial \rho_A}{\partial n} - D_{BA} \frac{\partial \rho_B}{\partial n} = 0 \quad (11-3)$$

Vì $\rho_A + \rho_B = \rho = \text{const}$ nên $\frac{\partial \rho_A}{\partial n} + \frac{\partial \rho_B}{\partial n} = 0$ và từ (11-3) dễ dàng suy ra :

$$D_{AB} = D_{BA} \quad (11-4)$$

Tức là hệ số khuếch tán của cấu tử A qua B bằng hệ số khuếch tán của B qua A. Hệ số tỉ lệ trong phương trình định luật Fick vì thế không cần có thêm kí hiệu chân. Một cách tổng quát, định luật này được biểu diễn dưới dạng :

$$j_i = -D \frac{\partial \rho_i}{\partial n} = -DV \rho_i \quad (11-5)$$

Giá trị đặc trưng của hệ số khuếch tán :

- giữa các chất khí : từ 5.10^{-6} đến $10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$;
- giữa các chất lỏng : từ 10^{-10} đến $10^{-9} \text{ m}^2/\text{s}$;
- giữa các chất rắn : từ 10^{-14} đến $10^{-10} \text{ m}^2/\text{s}$.

Tương tự phương trình định luật Fourier, dấu trừ (-) trong phương trình (11-5) biểu thị chiều của dòng chất và chiều của gradient nồng độ ngược nhau. Sự truyền chất chỉ tiến hành theo chiều giảm nồng độ.

11.1.3. Tỏa chất và hệ số tỏa chất

Khi dịch chuyển, dòng chất luôn mang theo năng lượng dưới dạng entanpi (i). Dòng chất của cấu tử i có mật độ j_i mang theo nó năng lượng $j_i i_i$ [$\text{J}/\text{m}^2\text{s}$]. Tổng các dòng entanpi qua một đơn vị diện tích nào đó đặt trong hỗn hợp $\sum j_i i_i$ được gọi là dòng entanpi hiệu quả. Dòng entanpi hiệu quả vẫn có thể tồn tại ngay cả khi không có dòng chất hiệu quả ($\sum j_i = 0$).

Ta xét trường hợp hỗn hợp gồm 2 khí lý tưởng. Dòng entanpi hiệu quả lúc này được tính theo :

$$j_1 i_1 + j_2 i_2 = I_{hq}$$

Khi dòng chất hiệu quả không tồn tại, nghĩa là $j_1 = -j_2$, thì vẫn có dòng entanpi hiệu quả vì :

$$j_1 i_1 + j_2 i_2 = j_1 (C_{p1} - C_{p2})T \neq 0 \quad (11-6)$$

Trong môi trường chuyển động, ngoài khuếch tán phân tử, sự truyền chất còn do đối lưu, nên một cách tổng quát mật độ dòng chất j_i trong (11-6) được tính theo :

$$j_i = j_{pt,i} + j_{dl,i} = j_{pt,i} + \rho_i \omega \quad (11-7)$$

trong đó : ρ và ω là mật độ và tốc độ dịch chuyển của hỗn hợp.

Biểu thức (11-6) cho thấy sự truyền năng lượng vẫn gắn liền với quá trình truyền chất ngay cả khi không có độ chênh nhiệt độ.

Trong hỗn hợp, mật độ dòng nhiệt được tính theo :

$$q = -\lambda \nabla t + \rho \omega i + \sum_{pt,i} j_i i_i \quad (11-8)$$

Trong đó ở vế bên phải, thành phần đầu tiên biểu thị dòng nhiệt truyền bằng dẫn nhiệt, thành phần thứ hai, do đối lưu và thành phần thứ ba, do khuếch tán phân tử. Trong môi trường một cấu tử thì không tồn tại thành phần thứ ba.

Trong trường hợp tồn tại bề mặt phân pha thì ngoài lớp biên thủy động và lớp biên nhiệt (nếu có đối với quá trình khảo sát), còn có lớp biên khuếch tán. Trong lớp biên khuếch tán, nồng độ của cấu tử khuếch tán thay đổi từ trị số cân bằng trên bề mặt chất lỏng hoặc rắn (bề mặt phân pha) đến trị số nồng độ của cấu tử đó ở xa bề mặt phân pha. Sự thay đổi của nồng độ cũng tương ứng với sự thay đổi của phân áp suất của cấu tử khuếch tán. Trong phạm vi lớp biên khuếch tán, phân áp suất của cấu tử khuếch tán thay đổi từ trị số $P_{\phi,i}$ trên bề mặt phân pha đến trị số $P_{o,i}$ trên giới hạn ngoài của lớp biên khuếch tán. Sự thay đổi phân áp suất của cấu tử khuếch

tán tập trung vào lớp biên mỏng tiếp giáp với bề mặt phân pha. Bên ngoài lớp biên và trên giới hạn ngoài của nó $\frac{\partial p_i}{\partial n} = 0$.

Tương tự khái niệm tỏa nhiệt đối lưu, trong trao đổi chất người ta dùng khái niệm tỏa chất. Khi đó, lượng chất tỏa ra môi trường tính trên một đơn vị bề mặt phân pha (lỏng hoặc rắn) trong một đơn vị thời gian ứng với độ chênh nồng độ của vật chất khuếch tán trên bề mặt phân pha và ở xa bề mặt phân pha bằng đơn vị được gọi là hệ số tỏa chất, kí hiệu β . Tức là :

$$\beta = \frac{j}{\rho_\phi - \rho_o}, \text{ m/s} \quad (11-9)$$

Tương tự phương trình Newton đối với quá trình trao đổi nhiệt đối lưu, mật độ dòng chất tỏa ra môi trường được xác định theo :

$$j = \beta (\rho_\phi - \rho_o), \text{ kg/m}^2\text{s} \quad (11-10)$$

Đối với khí lí tưởng (11-10) có thể viết dưới dạng :

$$j = \frac{\beta}{RT} (p_\phi - p_o) = \beta_p (p_\phi - p_o) \quad (11-11)$$

trong đó : $\beta_p = \beta/RT$ là hệ số tỏa chất ứng với hiệu phân áp suất $p_\phi - p_o$.

11.2. NHIỆT ĐỘNG HỌC CÁC QUÁ TRÌNH KHÔNG THUẬN NGHỊCH VÀ QUÁ TRÌNH TNTC HỖN HỢP

Quá trình TNTC hỗn hợp xét về mặt bản chất của hiện tượng, là một trong những quá trình không thuận nghịch. Do đó, hệ phương trình vi phân miêu tả hiện tượng TNTC hỗn hợp nói chung và các phương trình vi phân dẫn nhiệt và khuếch tán nói riêng có thể thu được từ hệ quả của lý thuyết nhiệt động học các quá trình không thuận nghịch.

Giả sử hiện tượng dịch chuyển xảy ra trong hệ nhiều thực thể. Ta hiểu thực thể (substance) là các dạng khác nhau của vật chất như nhiệt lượng, xung lượng, vật chất A, vật chất B... trong một hỗn hợp. Ta gọi j_n ($n = 1, N$) là các dòng thực thể như dòng nhiệt, dòng vật chất v.v... và X_n ($n = 1, N$) là lực nhiệt động gây ra các dòng thực thể tương ứng. Lý thuyết và thực nghiệm chứng tỏ rằng, dòng dịch chuyển J_n của thực thể n được tạo ra không những do lực nhiệt động X_n mà còn do tất cả các lực nhiệt động của các thực thể khác gây ra. Chẳng hạn, trong hiện tượng khuếch tán ẩm không đẳng nhiệt thì dòng nhiệt được hình thành không chỉ do gradient nhiệt độ mà còn do gradient nồng độ ẩm gây ra. Quan hệ giữa dòng thực thể J_n ($n = 1, N$) và các lực nhiệt động X_n ($n = 1, N$) là rất phức tạp. Một cách gần đúng, Onzager cho rằng giữa dòng thực thể J_n và các lực nhiệt động X_n tồn tại một tổ hợp tuyến tính dạng :

$$J_n = \sum_{k=1}^N L_{nk} X_k, \quad n = 1, N \quad (11-12)$$

trong đó : L_{nk} ($n, k = 1, N$) là các hệ số động học.

Nếu gọi :

$$J = (J_1, J_2, \dots, J_n) \quad \text{và} \quad X = (X_1, X_2, \dots, X_n) \quad (11-13)$$

tương ứng là vectơ dòng và vectơ lực nhiệt động thì quan hệ tuyến tính Onzager (11-12) có thể biểu diễn dưới dạng vectơ - ma trận sau :

$$J = LX \quad (11-14)$$

trong (11-4), L là ma trận vuông cấp N mà các phần tử của nó là các hệ số động học, L_{nk} ($n, k=1, N$).

Các hệ số động học trên đường chéo chính L_{nn} ($n=1, N$) về thực chất là các hệ số tỷ lệ giữa dòng thực thể J_n với lực nhiệt động chính X_n của nó. Các hệ số động học khác L_{nk} ($n, k=1, N, n \neq k$) biểu diễn ảnh hưởng của các lực nhiệt động khác X_k ($k=1, N$) đến dòng thực thể n, J_n .

Quan hệ giữa các hệ số nhiệt động học này, theo Onzager có dạng tương hỗ :

$$L_{nk} = L_{kn} \quad (n, k=1, N ; n \neq k) \quad (11-15)$$

Như vậy, ma trận L là một ma trận vuông đối xứng.

Quan hệ tương hỗ (11-15) có thể xem là một dạng của định luật tác dụng và phản tác dụng của cơ học Newton trong nhiệt động học các quá trình không thuận nghịch.

Bây giờ ta xem xét cách xác định lực nhiệt động. Quiri chứng minh được rằng, chỉ có những đại lượng có cùng một đặc trưng tenxơ mới có thể đóng vai trò lực nhiệt động. Nghĩa là các lực nhiệt động phải là các tenxơ cùng bậc. Trong hiện tượng dẫn nhiệt và khuếch tán, nếu gọi θ_1 là nhiệt độ tuyệt đối và $\theta_2, \theta_3, \dots, \theta_N$ là thế dịch chuyển của các chất khí trong hỗn hợp, người ta chứng minh được rằng, lực nhiệt động có dạng :

$$X_n = -\frac{1}{\theta_n^2} \cdot \nabla \theta_n, \quad n = 1, N \quad (11-16)$$

Lúc đó, quan hệ Onzager (11-12) có dạng :

$$J_n = -\sum_{k=1}^N \frac{L_{nk}}{\theta_k^2} \nabla \theta_k \quad (11-17)$$

$$\text{Đặt :} \quad b_{nk} = \frac{L_{nk}}{\theta_k^2} \quad (11-18)$$

$$\text{ta được :} \quad J_n = -\sum_{k=1}^N b_{nk} \nabla \theta_k \quad (11-19)$$

Hay dưới dạng vectơ ma trận :

$$J = -B \cdot \nabla \theta \quad (11-20)$$

trong đó : B là ma trận vuông cấp N có các phần tử là b_{nk} .

11.2.2. Các định luật TNTC

Ứng dụng quan hệ (11-19) cho quá trình khuếch tán âm không đẳng nhiệt ta có :

$$J_1 = -b_{11} \cdot \nabla \theta_1 - b_{12} \cdot \nabla \theta_2 \quad (11-21)$$

$$J_2 = -b_{21} \cdot \nabla \theta_1 - b_{22} \cdot \nabla \theta_2 \quad (11-22)$$

trong đó : J_1 và J_2 là dòng nhiệt và dòng âm ;

$\nabla \theta_1$ và $\nabla \theta_2$ là gradien nhiệt độ và độ âm.

Hệ số b_{12} phản ánh ảnh hưởng của gradien nồng độ đến hiện tượng dẫn nhiệt. Ngược lại, hệ số b_{21} biểu diễn quan hệ giữa dòng âm với gradient nhiệt độ. Nếu bỏ qua ảnh hưởng qua lại giữa dẫn nhiệt và khuếch tán âm, nghĩa là xem $b_{21} = b_{12} = 0$, thì từ (11-21) và (11-22) ta thu được định luật Fourier về dẫn nhiệt :

$$J_1 = -b_{11} \nabla \theta_1 \quad (11-23)$$

và định luật Fick về khuếch tán :

$$J_2 = -b_{22} \nabla \theta_2 \quad (11-24)$$

trong đó b_{11} là hệ số dẫn nhiệt và b_{22} là hệ số khuếch tán mà trong cách trình bày riêng lẻ về dẫn nhiệt và khuếch tán ta thường ký hiệu tương ứng là λ và D .

Như vậy, định luật Fourier về dẫn nhiệt và định luật Fick về khuếch tán chỉ là các trường hợp riêng của quan hệ Onzager.

Nếu trong hỗn hợp dịch thể, ngoài quá trình dẫn nhiệt, khuếch tán còn có quá trình TNTC đối lưu thì quan hệ (11-19) có thể viết dưới dạng :

$$J_n = - \sum_{k=1}^N b_{nk} \cdot \nabla \theta_k + \rho \omega C_n \theta_n \quad (11-25)$$

trong đó : ρ - mật độ của hỗn hợp ;

C_n - thực thể dung riêng, như nhiệt dung riêng, âm dung riêng ;

ω - tốc độ chuyển động của hỗn hợp trong lớp biên TNTC và trong trường hợp tổng hợp quát ta có :

$$\omega = \omega_1 e_1 + \omega_2 e_2 + \omega_3 e_3 \quad (11-26)$$

- $\omega_i (i=1, 3)$ là ba thành phần tốc độ trên ba trục có các vectơ đơn vị $e_i (i=1, 3)$.

11.2.3. Hệ phương trình truyền nhiệt, truyền chất

Cũng như phương trình vi phân dẫn nhiệt, hệ phương trình vi phân TNTC có thể thu được bằng phương pháp cân bằng thực thể trong một phân tố thể tích. Giả sử hệ TNTC của chúng ta không có nguồn thực thể (không có nguồn nhiệt và nguồn vật chất). Lúc đó, nếu lấy một phân tố thể tích bất kỳ có thể tích V và có diện tích bao quanh là F , thì theo định luật bảo toàn thực thể (bảo toàn năng lượng và vật chất) ta có thể viết :

$$\int_V C_n \rho \cdot \frac{\partial \theta_n}{\partial \tau} dV + \int_F J_n \cdot n dF = 0 \quad (11-27)$$

trong đó n là véc tơ pháp tuyến của bề mặt F .

Theo công thức Gauss, ta có :

$$\int_V \mathbf{J}_n \cdot \mathbf{n} \cdot d\mathbf{F} = \int_V \operatorname{div} \mathbf{J}_n \cdot dV = \int_V \operatorname{div} \left(- \sum_{k=1}^N b_{nk} \nabla \theta_k + \rho \omega C_n \theta_n \right) dV$$

do đó :

$$C_n \rho \frac{\partial \theta_n}{\partial \tau} = \operatorname{div} \left(\sum_{k=1}^N b_{nk} \nabla \theta_k - \rho \omega C_n \theta_n \right)$$

Chú ý rằng : $\omega = \omega_1 \mathbf{e}_1 + \omega_2 \mathbf{e}_2 + \omega_3 \mathbf{e}_3$ và nếu xem b_{nk} và C_n không đổi thì công thức cuối cùng có thể viết :

$$C_n \rho \frac{\partial \theta_n}{\partial \tau} + C_n \rho \left(\omega_1 \frac{\partial \theta_n}{\partial x} + \omega_2 \frac{\partial \theta_n}{\partial y} + \omega_3 \frac{\partial \theta_n}{\partial z} \right) = \sum_{k=1}^N b_{nk} \cdot \nabla^2 \theta_k$$

Chia hai vế cho $C_n \rho$ và chú ý đến định nghĩa đạo hàm toàn phần theo thời gian ta được :

$$\frac{D\theta_n}{D\tau} = \sum_{k=1}^N a_{nk} \cdot \nabla^2 \theta_k \quad (11-28)$$

trong đó a_{nk} gọi là hệ số dẫn thế và được tính bằng : $a_{nk} = \frac{b_{nk}}{C_n \rho}$.

Trong trường hợp riêng, nếu $\omega_i (i = 1, 3) = 0$, thì từ (11-28) ta thu được hệ phương trình dẫn nhiệt, dẫn chất hỗn hợp :

$$\frac{\partial \theta_n}{\partial \tau} = \sum_{k=1}^N a_{nk} \nabla^2 \theta_k \quad (11-29)$$

Dưới dạng vectơ ma trận các hệ phương trình (11-28) và (11-29) có thể viết tương ứng như sau :

$$\frac{D\theta}{D\tau} = A \cdot \nabla^2 \theta \quad (11-30)$$

$$\text{và :} \quad \frac{\partial \theta}{\partial \tau} = A \cdot \nabla^2 \theta \quad (11-31)$$

A trong các phương trình (11-30) và (11-31) là ma trận vuông cấp N mà các phần tử của nó bằng a_{nk} ($n, k = 1, N$).

Như vậy, về hình thức toán học hệ phương trình TNTC hỗn hợp (11-30) có dạng phương trình năng lượng (4-3) và hệ phương trình dẫn nhiệt, dẫn chất hỗn hợp (11-21) hoàn toàn giống như phương trình dẫn nhiệt (1-12).

11.2.4. Sự tương tự giữa các quá trình truyền nhiệt, truyền chất

Các định luật dịch chuyển và hệ phương trình vi phân đã trình bày ở trên cho thấy rằng, về mặt vật lý, các quá trình TN và TC đều là các quá trình dịch chuyển các thực thể, như dịch chuyển nhiệt năng, dịch chuyển vật chất. Không những khi xét riêng rẽ hiện tượng TN và hiện tượng TC mà cả khi xem xét hiện tượng TN và TC liên hợp với nhau, về mặt hình thức toán học các quá trình đó cũng được biểu thị bởi những công thức giống nhau. Trong thực tiễn, người ta sử dụng tính chất tương tự này để nghiên cứu hiện tượng TNTC và thiết lập các công thức tính toán.

Thí dụ, nếu khi truyền nhiệt đối lưu đơn thuần không kèm trao đổi chất chúng ta có phương trình tiêu chuẩn.

$$Nu = aRe^m.Pr^n \quad (11-32)$$

thì đối với truyền chất đối lưu xảy ra trong điều kiện tương tự chúng ta cũng sẽ có :

$$Nu_D = aRe^m.Pr_D^n \quad (11-33)$$

trong đó a, m, n là các hằng số thực nghiệm và có cùng một trị số ở cả hai phương trình đối với truyền nhiệt (11-32) và truyền chất (11-33) :

$$Nu_D = \frac{\beta l}{D} \quad \text{gọi là tiêu chuẩn Nusselt về khuếch tán.}$$

trong đó β là hệ số tỏa chất trong biểu thức giữa dòng vật chất J_c với độ chênh mật độ :

$$J_c = \beta(\rho - \rho_0) \quad (11-34)$$

$$Pr_D = \frac{\nu}{D} \quad \text{tiêu chuẩn Prandtl về khuếch tán.}$$

Tuy nhiên, sự tương tự về mặt vật lý và mô hình toán học của hiện tượng TN và TC, nói một cách chính xác chỉ là gần đúng. Vì vậy, trong một số bài toán cụ thể, nhất là những bài toán TNTC hỗn hợp, ta có thể gặp các công thức thực nghiệm tính Nu và Nu_D không hoàn toàn giống nhau như các công thức (11-32) và (11-33). Chẳng hạn nghiên cứu các quá trình truyền nhiệt và truyền chất khi chất lỏng bay hơi từ bề mặt vật xếp vào dòng không khí, Secgâyep G.T. đã thiết lập được các phương trình tiêu chuẩn sau :

- Đối với truyền nhiệt :

$$Nu = 0,061Re^{0,77}.Pr^{0,33}.Gu^{0,09} \quad (11-35)$$

- Đối với truyền chất :

$$Nu_D = 0,096Re^{0,75}.Pr^{0,33}.Gu^{0,144} \quad (11-36)$$

trong đó Gu là tiêu chuẩn Gukhman và tính bằng :

$$Gu = \frac{T_k - T_u}{T_k}$$

T_k và T_u là nhiệt độ tuyệt đối của hỗn hợp hơi - khí theo chỉ số nhiệt kế khô và nhiệt kế ướt.

Nhiệt độ xác định trong các công thức trên là nhiệt độ của môi trường và kích thước xác định là cạnh hình vuông tương đương với diện tích bề mặt xếp.

11.3. CÁC PHƯƠNG PHÁP GIẢI HỆ PHƯƠNG TRÌNH TNTC VÀ BÀI TOÁN TNTC THƯỜNG GẶP TRONG KỸ THUẬT

11.3.1. Các điều kiện biên của hệ phương trình TNTC

Cũng như trong bài toán dẫn nhiệt đơn thuần, để xác định các thể dịch chuyển θ_n ($n=1,N$) trong bài toán TNTC, người ta phải giải hệ phương trình TNTC với những

điều kiện ban đầu và điều kiện biên nhất định nào đó. Điều kiện biên của bài toán TNTC cũng có thể có bốn dạng : điều kiện biên loại 1, 2, 3 và 4.

Điều kiện biên loại 1 cho biết giá trị của thể trên biên, chẳng hạn :

$$\theta_n(x, y, z, \tau)_b = F(\tau) \quad (11-37)$$

Trong nhiều bài toán kỹ thuật, giá trị thể trên biên thường gặp là những hằng số.

Trong điều kiện biên loại 2, người ta cho biết giá trị của dòng thực thể trên biên :

$$J_n(x, y, z, \tau)_b = H(\tau) \quad (11-38)$$

Chẳng hạn, trong bài toán TNTC của vật liệu ẩm khi sấy bằng bức xạ hoặc tiếp xúc, một cách gần đúng ta có thể xem dòng nhiệt J_1 và dòng ẩm J_2 trên biên là hằng số trong giai đoạn đầu. Trong giai đoạn hai, dòng nhiệt ẩm trên biên giảm dần theo thời gian.

Điều kiện biên loại 3 đặc trưng cho quy luật TNTC trên biên theo định luật TN và TC đối lưu dạng :

$$J_n(x, y, z, \tau)_b = \alpha_n(\theta_{nb} - \theta_{nml}) \quad (11-39)$$

Cuối cùng, điều kiện biên loại 4 cho biết điều kiện tiếp xúc giữa hai phần của hệ, chẳng hạn điều kiện tiếp xúc giữa hai vật xếp có nhiệt độ và độ ẩm khác nhau. Điều kiện biên loại 4 có dạng :

$$J_n^1(x, y, z, \tau)_b = J_n^2(x, y, z, \tau)_b \quad (11-40)$$

và :

$$\theta_n^1(x, y, z, \tau)_b = \theta_n^2(x, y, z, \tau)_b \quad (11-41)$$

trong đó chỉ số 1 và 2 chỉ vật 1 và vật 2.

Các điều kiện (11-40) và (11-41) phản ánh điều kiện tiếp xúc lý tưởng. Trong thực tế, hai điều kiện đó không hoàn toàn được thỏa mãn. Thường thì thể trên biên có những sai khác nào đó trên hai phần của hai bề mặt tiếp xúc. Cần nói thêm rằng, việc phân chia điều kiện biên thành bốn loại như trên là hoàn toàn tương đối.

11.3.2. Các phương pháp giải hệ phương trình TNTC

Như phần trước đã chỉ rõ, hệ phương trình TNTC dưới dạng véc tơ - ma trận hoàn toàn giống như phương trình dẫn nhiệt. Do đó, tất cả các phương pháp dùng để giải bài toán dẫn nhiệt đều có thể áp dụng cho bài toán TNTC. Có điều, thủ pháp giải hệ phương trình TNTC phức tạp hơn nhiều vì tính chất liên kết của hiện tượng. Do tính chất tương tự, để tận dụng kết quả của bài toán dẫn nhiệt, ta có thể sử dụng phương pháp sau đây để giải các bài toán TNTC.

Nội dung của phương pháp này như sau :

- Viết hệ phương trình TNTC với các điều kiện đơn trị đã cho dưới dạng véc tơ - ma trận.

- Sử dụng nghiệm của bài toán dẫn nhiệt tương tự nếu có hoặc dùng các phương pháp đã biết để giải phương trình TNTC dưới dạng véc tơ - ma trận. Dĩ nhiên, nghiệm thu được chứa các hàm của các ma trận.

Dùng định lý Syvester để chuyển nghiệm từ dạng véc tơ - ma trận về dạng giải tích thông thường.

Thực ra, để thu được phương pháp giải trên đây, ta phải xây dựng một đại số Jordan riêng. Do khuôn khổ của giáo trình, ở đây không giới thiệu đại số đó mà chỉ thông qua một thí dụ cụ thể để miêu tả phương pháp đã giới thiệu.

Chẳng hạn, ta cần tìm sự phân bố nhiệt độ không thứ nguyên Ω_1 và độ ẩm không thứ nguyên Ω_2 trong vật liệu ẩm của quá trình sấy. Giả sử vật liệu là tấm phẳng (bài toán một chiều). Nhiệt độ và độ ẩm ban đầu không thứ nguyên bằng nhau và bằng 0, dòng nhiệt, dòng ẩm trên biên cho trước và bằng các hằng số. Lúc đó, nhiệt độ và độ ẩm được miêu tả bởi hệ phương trình :

$$\frac{\partial \Omega_1}{\partial F_0} = a_{11} \frac{\partial^2 \Omega_1}{\partial x^2} + a_{12} \frac{\partial^2 \Omega_2}{\partial x^2} \quad (11-42)$$

$$\frac{\partial \Omega_2}{\partial F_0} = a_{21} \frac{\partial^2 \Omega_1}{\partial x^2} + a_{22} \frac{\partial^2 \Omega_2}{\partial x^2} \quad (11-43)$$

Với điều kiện :

$$\Omega_1(x, 0) = \Omega_2(x, 0) = 0 \quad (11-44)$$

$$\frac{\partial \Omega(\pm 1, F_0)}{\partial x} = K_{i1} \quad (11-45)$$

$$\frac{\partial \Omega_2(\pm 1, F_0)}{\partial x} = P_n K_{i1} + K_{i2} \quad (11-46)$$

trong đó K_{i1} và K_{i2} là dòng nhiệt và dòng vật chất không thứ nguyên. Người ta gọi K_{i1} và K_{i2} là tiêu chuẩn Kirpichev; P_n là tiêu chuẩn Pashov. Ta đặt các vectơ :

$$\Omega = (\Omega_1, \Omega_2)$$

$$K_i = (K_{i1}, P_n K_{i1} + K_{i2})$$

và ma trận vuông bậc hai :

$$A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$$

với các ký hiệu này, hệ phương trình (11-42), (11-43) và các điều kiện đơn trị (11-44), (11-46) có thể viết dưới dạng :

$$\frac{\partial \Omega}{\partial F_0} = A \frac{\partial^2 \Omega}{\partial x^2} \quad (11-47)$$

$$\Omega(x, 0) = 0 \quad (11-48)$$

$$\frac{\partial \Omega(\pm 1, F_0)}{\partial x} = K_i \quad (11-49)$$

Nghiệm của bài toán dẫn nhiệt dạng (11-47) đến (11-49) đã biết và có dạng :

$$\Omega(x, F_0) = \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot \frac{2}{\mu_n} \cos \mu_n \exp(-\mu_n^2 A F_0) + A F_0 - \frac{1}{6}(1-3x^2) \right\} K_i \quad (11-50)$$

trong đó : $\mu_n = n\pi$.

Chú ý rằng, nghiệm của (11-50) chứa hàm số ma trận A :

$$\Phi(A) = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot \frac{2}{\mu_n} \cos \mu_n \exp(-\mu_n^2 A F_0) + A F_0 \quad (11-51)$$

Theo định lý Sylvester, nếu giá trị riêng $a_1, a_2, \dots, a_N$ của ma trận vuông cấp N, A khác nhau, thì hàm ma trận $\Phi(A)$ có thể biểu diễn dưới dạng :

$$\Phi(A) = \sum_{k=1}^N \frac{\prod_{i \neq k} (A - a_i E) \Phi(a_k)}{\prod_{i \neq k} (a_k - a_i)} \quad (11-52)$$

trong đó E là ma trận đơn vị.

Trong trường hợp chúng ta đang xét A là ma trận vuông cấp 2. Do đó các giá trị riêng a_1 và a_2 được xác định bởi đẳng thức :

$$a_i = \frac{1}{2} [(a_{11} + a_{22}) + (-1)^{i+1} \sqrt{(a_{11} + a_{22})^2 - 4(a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21})}] \quad , i=1,2 \quad (11-53)$$

Áp dụng công thức Sylvester (11-52), cho trường hợp ma trận vuông cấp 2 ta có :

$$\Phi(A) = \sum_{i=1}^2 \frac{(-1)^i}{a_i(a_1 - a_2)} \cdot (a_1 a_2 E - a_i A) \Phi(a_i) \quad (11-54)$$

Do đó, hàm ma trận (11-51) có thể lấy dưới dạng :

$$\begin{aligned} \Phi(A) = & \sum_{i=1}^2 \frac{(-1)^i}{a_i(a_1 - a_2)} (a_1 a_2 E - a_i A) \{ a_i F_0 + \\ & + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot \frac{2}{\mu_n^2} \cos \mu_n \cdot \exp(-\mu_n^2 a_i F_0) \} \end{aligned} \quad (11-55)$$

Như vậy nghiệm (11-50) có thể viết :

$$\begin{aligned} \Omega(x, F_0) = & \left\{ \sum_{i=1}^2 \frac{(-1)^i}{a_i(a_1 - a_2)} (a_1 a_2 E - a_i A) [a_i F_0 + \right. \\ & \left. + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot \frac{2}{\mu_n^2} \cos \mu_n \exp(-\mu_n^2 a_i F_0)] - \frac{1}{6} (1 - 3x^2) \right\} K_1 \end{aligned} \quad (11-56)$$

Thực hiện phép nhân ma trận với vectơ và cân bằng hai vế của phương trình vectơ ta được trường nhiệt độ và độ ẩm có dạng :

$$\begin{aligned} \Omega_1(x, F_0) = & \left\{ \sum_{i=1}^2 \frac{(-1)^i}{a_i(a_1 - a_2)} \cdot [(a_1 a_2 - a_i a_{11}) K_{11} - a_i a_{12} (P_n K_{11} + K_{12})] [a_i F_0 + \right. \\ & \left. + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{(n+1)} \cdot \frac{2}{\mu_n^2} \cos \mu_n \exp(-\mu_n^2 a_i F_0)] - \frac{1}{6} (1 - 3x^2) K_{11} \right\} \end{aligned} \quad (11-57)$$

$$\Omega_2(x, F_0) = \left\{ \sum_{i=1}^2 \frac{(-1)^i}{a_i(a_1 - a_2)} \cdot [(a_1 a_2 - a_i a_{22})(K_{i2} + P_n K_{i1})] - a_1 a_{21} K_{11} [a_1 F_0 + \right. \\ \left. + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot \frac{2}{\mu_n^2} \cos \mu_n \cdot \exp(-\mu_n^2 a_1 F_0)] - \frac{1}{6} (1 - 3x^2) K_1 \right\} \quad (11-58)$$

Từ nghiệm (11-57) và (11-58) ta thấy rằng, sự phân bố của nhiệt độ và độ ẩm trong vật là như nhau về mặt quy luật, chúng chỉ khác nhau về các hệ số. Nói cách khác, chúng cùng một dạng điệu nhưng chỉ khác nhau về độ lớn.

Trong kỹ thuật sấy ta tìm cách đơn giản các nghiệm này sau đó lấy tích phân theo không gian để tìm quan hệ giữa nhiệt độ trung bình $\Omega_1(\tau)$ và độ ẩm trung bình $\Omega_2(\tau)$ theo thời gian. Từ đó cho phép ta xác định thời gian sấy bằng lý thuyết.

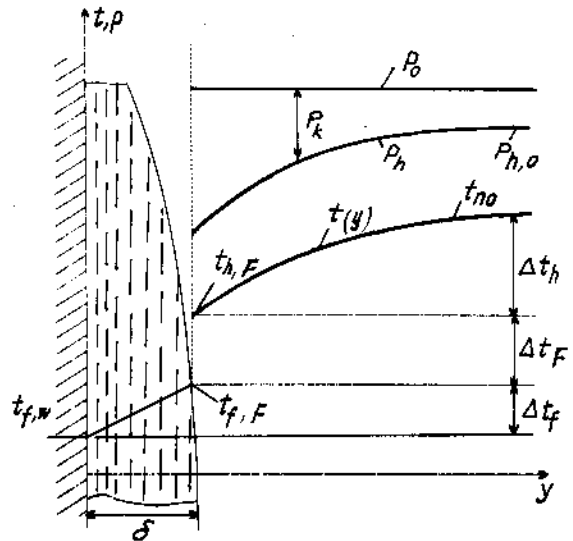
11.3.3. Truyền nhiệt truyền chất khi ngưng hơi từ hỗn hợp khí - hơi

Hiện tượng TNTC khi ngưng hơi từ hỗn hợp khí - hơi là hiện tượng thường gặp trong các thiết bị ngưng, thiết bị tách lỏng. Trong các thiết bị này, hơi nước thường lẫn trong không khí hoặc hỗn hợp khí. Lượng khí không ngưng này tích tụ trên bề mặt phân pha làm cản trở quá trình ngưng hơi. Trên hình 11-1 biểu thị sự phân bố nhiệt độ và phân bố áp suất của hơi và của không khí khi xét hiện tượng ngưng hơi trên vách đứng từ hỗn hợp khí - hơi.

Giả sử áp suất của hỗn hợp khí - hơi bằng p_0 và không đổi trong quá trình TNTC. Phân áp suất của hơi p_h thay đổi từ p_{ho} ở xa bề mặt phân pha đến p_{hF} trên bề mặt phân pha. Phân áp suất của không khí, theo định luật Dantông bằng :

$$p_k = p_0 - p_h(y) \quad (11-59)$$

p_k thay đổi tương ứng với sự thay đổi phân áp suất hơi nước.



Hình 11-1. Sự phân bố nhiệt độ và áp suất khi ngưng hơi từ hỗn hợp khí - hơi.

Dòng nước ngưng từ hỗn hợp khí - hơi có thể xác định theo công thức :

$$J_h = \beta(p_{ho} - p_{hF}) \quad \text{kg/m}^2 \cdot \text{s} \quad (11-60)$$

Hơi ngưng tụ trên bề mặt phân pha tỏa nhiệt ẩn r . Do đó, dòng nhiệt J_{qn} mà màng nước nhận được do hiện tượng ngưng sinh ra bằng :

$$J_{qn} = r J_h = (i_n - i_h) J_h \quad (11-61)$$

trong đó i_h và i_n là entanpi của hơi và nước ở phân áp suất p_{hF} trên bề mặt phân pha.

Nhiệt lượng màng nước nhận được do truyền nhiệt đối lưu của hỗn hợp J_{qd} bằng :

$$J_{qd} = \alpha_h(t_{ho} - t_{hF}) \quad (11-62)$$

Do đó, tổng nhiệt lượng mà màng nước nhận được tính theo biểu thức :

$$J_q = J_{qn} + J_{qd} = \beta r(p_{ho} - p_{hf}) + \alpha_h(t_{ho} - t_{hf}) \quad (11-63)$$

Để tiện tính toán, dòng nhiệt J_q thường được tính theo độ chênh nhiệt độ của hỗn hợp ở xa bề mặt phân pha t_{ho} và nhiệt độ của vách t_w theo công thức :

$$J_q = \alpha(t_{ho} - t_w) \quad (11-64)$$

trong đó α có thể xem là hệ truyền nhiệt quy dẫn hoặc hệ số TN tổng hợp.

Có thể viết :

$$\alpha = \frac{1}{R_n + R_F + R_h} \quad (11-65)$$

trong đó :

R_n - nhiệt trở màng nước ngưng ứng với độ chênh nhiệt độ $t_{nF} - t_w$;

R_F - nhiệt trở chuyển pha ứng với độ chênh nhiệt độ $t_{hF} - t_{nF}$

R_h - nhiệt trở TN khuếch tán đối lưu ứng với độ chênh nhiệt độ $t_{ho} - t_{nF}$.

Trong thực tế t_{hF} và t_{nF} không khác nhau nhiều và có thể xem chúng bằng nhiệt độ sôi t_s ứng với phân áp suất hơi nước trên bề mặt phân pha p_{hF} , nghĩa là :

$$t_{hF} = t_{nF} = t_s \quad (11-66)$$

Khi đó :

$$R_n = \frac{1}{\alpha_n} = \frac{t_{nF} - t_w}{J_q} = \frac{t_s - t_w}{J_q} \quad (11-67)$$

$$\text{và : } R_n = \frac{1}{\alpha_n} = \frac{t_{ho} - t_{hF}}{J_q} = \frac{t_{ho} - t_s}{J_q} \quad (11-68)$$

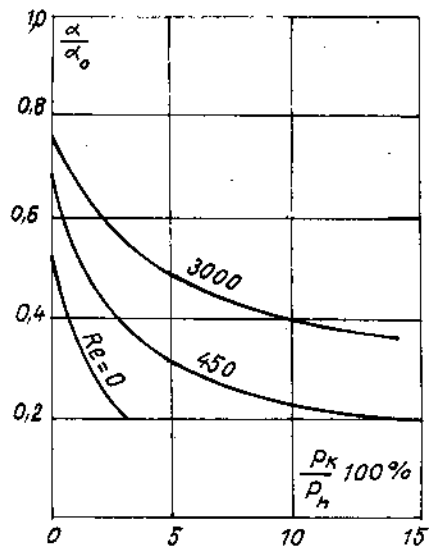
do đó :

$$\alpha = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_n} + \frac{1}{\alpha_h}} = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_n} + \frac{t_{ho} - t_s}{\alpha_h(t_{ho} - t_s) + r\beta(p_{ho} - p_{hF})}}$$

$$\alpha = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_n} + \frac{1}{\alpha_h + r\beta \frac{p_{ho} - p_{hF}}{t_{ho} - t_s}}} \quad (11-69)$$

Phương trình này cho thấy hệ số TN α là một đại lượng quy ước. Trong đó bao hàm các nhân tố ảnh hưởng đến quá trình TNTC khi ngưng. Hệ số TN α còn phụ thuộc hình dáng, kích thước, tính chất bề mặt vách lạnh, thành phần hỗn hợp khí - hơi, đặc tính lưu động của hỗn hợp v.v...

Trên hình 11-2 biểu diễn quan hệ giữa α/α_o và p_k/p_o với các chế độ chảy (Re) khác nhau, trong đó α_o là hệ số TN trong cùng một điều kiện khi ngưng hơi sạch.



Hình 11-2. Tỏa nhiệt khi ngưng hơi từ hỗn hợp hơi - khí trên ống đặt nằm ngang
($p_o = 0,8 \text{ bar}$, $\Delta t = 10^\circ\text{C}$)

Thông thường, ta tính toán TNTC theo các công thức thực nghiệm. Chẳng hạn, khi ngưng màng trên ống nằm ngang với điều kiện :

$$\varepsilon_k = p_k / p_o = 0,01 \div 0,56$$

ta sử dụng các công thức sau đây để tính toán :

$$Nu_D = C_1 Re^{0,5} \pi_D^{-0,33} \varepsilon^{-0,6} \quad (11-70)$$

khi $Re = 350 \div 4800$

và : $Nu_D = C_2 Re^{0,5} \pi_D^{-0,33} \varepsilon_k^{-0,6} \quad (11-71)$

khi $Re = 40 \div 350$.

trong đó : $\pi_D = (p_{hF} - p_{ho})/p_o \quad (11-72)$

và hệ số C_1, C_2 cho ở bảng sau :

Hệ số C_1			Hệ số C_2
Ống đơn	Hàng đầu của chùm ống	Các hàng khác của chùm ống	Hàng ống thứ 3
0,47	0,53	0,82	0,52

Cuối cùng cần nói thêm rằng, các công thức thực nghiệm tính toán TNTC khi ngưng hơi của hỗn hợp khí - hơi, cũng như TN đối lưu ở các điều kiện khác nhau hoặc thậm chí trong cùng một điều kiện có thể, có những dạng khác với (11-70) và (11-71) tùy theo từng thiết bị cụ thể và các nghiên cứu cụ thể.

11.3.4. Tỏa nhiệt và tỏa chất khi chất lỏng bay hơi vào môi trường khí

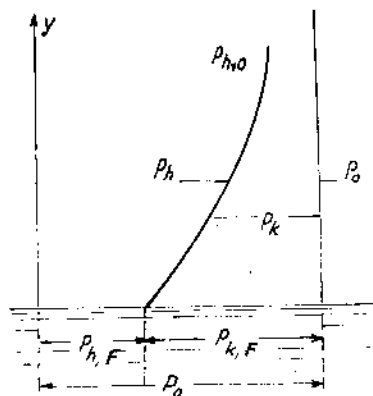
Chúng ta khảo sát cơ cấu của quá trình trao đổi nhiệt và trao đổi chất khi chất lỏng bay hơi từ bề mặt thoáng của nó (còn gọi là bề mặt tự do hoặc bề mặt phân pha) vào môi trường khí (Hình 11-3).

Giả thiết áp suất chung toàn phần của hỗn hợp hơi - khí không thay đổi :

$$p_o = p_h + p_k = \text{const}$$

trong đó p_h và p_k là phân áp suất của hơi và của khí có trong hỗn hợp. Đối với trường ổn định và một chiều, p_h và p_k chỉ phụ thuộc vào y .

Dòng hơi khuếch tán từ bề mặt thoáng vào môi trường khí. Phân áp suất của hơi thay đổi từ trị số $p_{h,F}$ trên bề mặt phân pha đến trị số $p_{h,o}$ xa bề mặt phân pha. Phân áp suất của khí $p_k = p_o - p_h$ cũng cần phải thay đổi tương ứng với sự thay đổi của phân



Hình 11-3. Sự bay hơi của chất lỏng từ bề mặt tự do vào môi trường khí.

áp suất của hơi. Do $p_o = \text{const}$ nên gradient phân áp suất của hơi và của khí bằng nhau về trị số tuyệt đối và ngược chiều nhau :

$$\frac{dp_h}{dy} = - \frac{dp_k}{dy} \quad \text{a)}$$

Như vậy, chiều khuếch tán của khí ngược với chiều khuếch tán của hơi. Nếu bề mặt chất lỏng là bề mặt bán thấm thấu, nghĩa là chỉ cho hơi xuyên qua nó mà không cho khí thấm thấu vào, do đó lượng khí ở bề mặt chất lỏng không ngừng tăng lên. Trong trường hợp ổn định, sự phân bố phân áp suất của hơi và của khí là không đổi theo thời gian. Cho nên đồng thời với sự dịch chuyển dòng khí từ môi trường đến bề mặt phân pha cần phải có dòng khí hướng ngược lại từ bề mặt phân pha vào môi trường cùng với lượng hơi khuếch tán. Dòng hỗn hợp hơi-khí đó được gọi là dòng Stéfan, tốc độ ω .

Dòng hơi khuếch tán vào môi trường khí do khuếch tán phân tử và đối lưu được xác định theo các phương trình (11-2) (11-7) và (11-11) :

$$j_h = -D_{p,h} \left(\frac{dp_h}{dy} \right) + \rho_h \omega \quad \text{(b)}$$

Dòng khí tổng ở bề mặt phân pha bằng 0 :

$$j_k = -D_{p,k} \left(\frac{dp_k}{dy} \right) + \rho_k \omega = 0 \quad \text{(c)}$$

Từ phương trình (c) kết hợp với phương trình (a) chúng ta có :

$$\omega = - \frac{D_{p,k}}{\rho_k} \left(\frac{dp_h}{dy} \right) \quad \text{(d)}$$

Mặt khác, từ biểu thức $D_{p,i} = \frac{D}{R_i T}$ đối với hỗn hợp hai cấu tử hơi và khí, chúng ta có :

$$D = D_{p,h} R_h T = D_{p,k} R_k T$$

hoặc :

$$\frac{D_{p,h}}{D_{p,k}} = \frac{R_k}{R_h} \quad \text{(e)}$$

Thay (e) vào (d) ta được :

$$\omega = - \frac{D_{p,k}}{\rho_k} \cdot \frac{R_h}{R_k} \left(\frac{dp_h}{dy} \right) \quad \text{(f)}$$

Thay (f) vào (b) và áp dụng phương trình trạng thái của chất khí chúng ta nhận được :

$$j_h = -D_{p,h} \left(\frac{p_o}{p_o - p_h} \right) \left(\frac{dp_h}{dy} \right) \quad \text{(11-73)}$$

Phương trình này gọi là phương trình Stefan.

Với các trị số đã cho của nhiệt độ chất lỏng và phân áp suất của hơi ở xa bề mặt phân pha, chúng ta có thể tích phân phương trình (11-73).

Dùng phương pháp tách biến số :

$$\frac{dp_h}{p_o - p_h} = - \frac{j_h}{D_{p,h} p_o} dy$$

Tích phân từ $y = 0$ (trên bề mặt phân pha) đến $y = \delta$ (chiều dày của lớp biên khuếch tán) chúng ta nhận được :

$$\ln \frac{p_o - p_{h,o}}{p_o - p_{h,F}} = \frac{j_h}{D_{p,h} \cdot p_o} \delta$$

Do đó :

$$j_h = \frac{D_{p,h} p_o}{\delta} \ln \frac{p_o - p_{h,o}}{p_o - p_{h,F}} \quad (11-74)$$

Công thức này được ứng dụng để xác định hệ số khuếch tán của các chất lỏng.

Như vậy, dòng hơi khuếch tán trên bề mặt bay hơi có thể xác định theo phương trình (11-73) hoặc theo phương trình (11-11). Sau khi cân bằng các vế phải của các phương trình này chúng ta sẽ nhận được :

$$\beta_p(p_{h,F} - p_{h,o}) = -D_{p,h} \left(\frac{p_o}{p_o - p_h} \right)_F \left(\frac{dp_h}{dy} \right)_F \quad (11-75)$$

viết trên bề mặt phân pha.

Phương trình (11-75) thường viết dưới dạng :

$$\beta_p = -D_{p,h} \frac{[p_o/(p_o - p_h)]_F}{(p_{h,F} - p_{h,o})} \left(\frac{dp_h}{dy} \right)_F \quad (11-76)$$

gọi là *phương trình tỏa chất*, tương tự như phương trình tỏa nhiệt.

Giả thiết môi trường khí có lưu lượng rất lớn để cho chất lỏng có thể bay hơi liên tục vào môi trường với mật độ j_h . Khi bay hơi, chất lỏng tiêu thụ lượng nhiệt bằng rj_h (trong đó r là nhiệt hóa hơi hoặc nhiệt chuyển pha).

Nếu ban đầu nhiệt độ của chất lỏng lớn hơn nhiệt độ của môi trường thì do bay hơi và do tỏa nhiệt đối lưu, nhiệt độ của chất lỏng giảm đi. Sau một thời gian nào đó, nhiệt độ của chất lỏng sẽ bằng nhiệt độ của môi trường và quá trình tỏa nhiệt sẽ dừng lại, nhưng việc bay hơi của chất lỏng thì vẫn tiếp tục. Do đó, nhiệt độ của chất lỏng bị giảm đi và trở nên bé hơn nhiệt độ của môi trường. Chất lỏng nhận nhiệt từ môi trường để bay hơi. Theo mức độ giảm nhiệt độ của chất lỏng, tỏa nhiệt từ môi trường đến chất lỏng được tăng thêm nhưng đồng thời $p_{h,F}$ giảm nên sự bay hơi của chất lỏng bị chậm lại (trị số $p_{h,F}$ được xác định bằng áp suất bão hòa của chất lỏng bởi vì trong lớp mỏng môi trường tiếp giáp với bề mặt chất lỏng xem như bão hòa hơi). Các sự thay đổi này sẽ tiến hành cho đến khi với nhiệt độ nào đó của chất lỏng hệ thống đạt được sự cân bằng động giữa sự cung cấp nhiệt từ môi trường cho chất lỏng và sự tiêu thụ nhiệt để chất lỏng bay hơi. Trị số nhiệt độ đó chính bằng nhiệt độ của nhiệt kế ướt t_u . Sự bay hơi tiếp tục sau này của chất lỏng sẽ tiến hành với nhiệt độ t_u do nhiệt lượng nhận được từ môi trường.

Quá trình bay hơi mà khi đó toàn bộ nhiệt lượng chất lỏng nhận được từ môi trường để bay hơi được quay trở về môi trường cùng với hơi gọi là *quá trình bay hơi đoạn nhiệt*.

Hệ số tỏa nhiệt khi bay hơi đoạn nhiệt được xác định từ phương trình :

$$\alpha \equiv \frac{q}{t_o - t_u} = \frac{r j_h}{t_o - t_u} = \frac{r \beta_p (p_{h,F} - p_{h,o})}{t_o - t_u} \quad (11-77)$$

trong đó : t_o - nhiệt độ của môi trường ở xa bề mặt phân pha.

Trong thực tế chúng ta thường gặp các quá trình bay hơi không đoạn nhiệt. Phần chất lỏng bay hơi được bổ sung nhưng với nhiệt độ khác với nhiệt độ bay hơi, hệ thống khảo sát có sự trao đổi nhiệt với môi trường bên ngoài qua vỏ bọc nó. Trong trường hợp đó, sự bay hơi tiến hành không chỉ do nhiệt truyền bằng tỏa nhiệt trên bề mặt phân pha mà còn do nhiệt lượng phần chất lỏng bổ sung mang vào và nhiệt lượng hệ thống trao đổi với bên ngoài qua vỏ bọc nó. Những nguyên nhân nêu ra ở trên làm khó khăn cho việc nhận được các công thức tính toán có dạng tổng quát.

Sự bay hơi của chất lỏng còn có thể tiến hành từ vật xốp ẩm. Quá trình này thường xảy ra trong các thiết bị sấy, các lò nung v.v...

Cơ cấu của quá trình trao đổi nhiệt và trao đổi chất khi bay hơi của chất lỏng từ vật xốp ẩm khác với cơ cấu của quá trình chất lỏng bay hơi từ bề mặt tự do. Đặc điểm của quá trình này là sự làm sâu bề mặt bay hơi, nghĩa là khi tiến hành quá trình, bề mặt bay hơi sẽ xâm chiếm liên tục vào chiều sâu của vật, chiều dày vùng bay hơi tăng dần lên.

Hơi bay ra từ vùng bay hơi làm xáo động lớp biên khuếch tán trên bề mặt vật, đưa đến sự thay đổi điều kiện thủy động, làm nâng cao cường độ tỏa nhiệt và tỏa chất. Như vậy, cường độ trao đổi nhiệt và trao đổi chất khi bay hơi của chất lỏng từ vật xốp ẩm lớn hơn khi chất lỏng bay hơi từ bề mặt tự do.

PHỤ LỤC

Phụ lục 1 : THÔNG SỐ VẬT LÝ CỦA CÁC LOẠI VẬT LIỆU THƯỜNG GẶP

Tên vật liệu	ρ , kg/m ³	t , °C	λ , W/mK	C, kJ/kg K
Lớp cách nhiệt bằng các lá nhôm mỏng có lớp không khí dày 10mm	-	-	$0,0302 \div 0,85.10^{-1}t$	-
Amiăng đã chế biến :				
- loại 3	340	-	$0,087 \div 0,24.10^{-3}t$	0,816
- loại 6	650	-	$0,11 \div 0,19.10^{-3}t$	0,816
Căctông amiăng	900	-	$0,16 \div 0,17.10^{-3}t$	0,816
Dây amiăng	800	-	$0,13 \div 0,15.10^{-3}t$	0,816
Nhựa đường	2120	0 ÷ 30	$0,60 \div 0,74$	1,67
Bê tông trộn đá vụn	2000	0	1,28	0,084
Bê tông xi	1500	0	0,70	0,80
Bông dẹt vôi	80	30	0,042	-
Giấy thường	-	20	0,14	1,51
Thạch cao (khô, định hình)	1250	20	0,43	0,80 ÷ 0,92
Đất sét	1600 ÷ 2000	20	0,9 ÷ 0,7	0,84
Đất sét chịu lửa	1845	450	1,04	1,09
Gỗ :				
- gỗ thông ngang thớ	546	0 ÷ 50	0,14 ÷ 0,16	2,72
- gỗ thông dọc thớ	-	0 ÷ 25	0,35 ÷ 0,72	2,72
Gỗ dán	600	0	0,15	2,51
Than đá :				
- dùng để tạo khí	1420	20 ÷ 700	3,6 ÷ 4,0	-
- loại thường, cứng	1200 ÷ 1350	20	0,24 ÷ 0,27	-
Bột than đá	730	35 ÷ 150	0,12 ÷ 0,13	-
Căctông	-	20	0,14 ÷ 0,35	1,51
Gạch :				
- gạch đỏ làm bằng máy	1800	0	0,77	0,88
- gạch đỏ làm bằng tay	1700	0	0,70	0,88
- gạch silicat	1900	0	0,81	0,84
Đá (đã thuộc)	-	20	0,14 ÷ 0,16	-
Than cốc dạng bột	449	101	0,191	1,21
Cấu cặn lò hơi				
- nhiều thạch cao	2000 ÷ 2700	100	0,7 ÷ 2,3	-
- nhiều đá vôi	1000 ÷ 2500	100	0,15 ÷ 2,3	-
- nhiều silicat	300 ÷ 1200	100	0,08 ÷ 0,23	-

Tên vật liệu	ρ , kg/m ³	t, °C	λ , W/mK	C, kJ/kg K
Thạch anh kết tinh :				
- ngang trục	-	0	0,72	-
- dọc trục	-	0	1,94	-
Muội đèn	165	40	0,07 ÷ 0,12	-
Băng (nước đá)	917	0	2,2	2,26
Vải gai	-	-	0,088	-
Đá phấn	2000	50	0,9	0,88
Đá	2800	0	3,5	0,92
Parafin (sáp)	920	20	0,27	-
Cát sông mịn khô	1520	0 ÷ 160	0,30 ÷ 0,38	0,8
Cát sông mịn ẩm	1650	20	1,13	2,09
Thủy tinh hữu cơ	-	20	0,184	-
Các mảnh gỗ, bắc khô (liè)	148 ÷ 198	80	0,042 ÷ 0,053	1,76
Liè vụn, các mẫu 4÷5mm	85	0 ÷ 60	0,044 ÷ 0,058	1,76
Cao su :				
- loại thường, cứng	1200	0 ÷ 100	0,157 ÷ 0,160	1,38
- loại mềm	-	20	0,13 ÷ 0,16	1,38
Dường cát	1600	0	0,58	1,26
Lưu huỳnh kết tinh hình thoi	-	21	0,28	0,762
Diệp thạch (đá có dầu)	-	94	1,49	-
Mica (ngang qua các lớp)	2600 ÷ 3200	20	0,46 ÷ 0,58	-
Thủy tinh :				
- kính	2500	0 ÷ 100	0,78 ÷ 0,88	0,779
- thủy tinh thường	2500	20	0,74	0,67
- làm nhiệt kế	2590	20	0,96	-
- thủy tinh thạch anh	-	400	1,76	-
- như trên	-	800	2,40	-
- như trên	-	1200	3,05	-
Bong thủy tinh	154 ÷ 206	88	0,051 ÷ 0,059	-
Sứ	2400	95	1,04	1,09
Sứ	2400	1055	1,96	1,09
Xenlulô	1400	30	0,21	-
Tơ	100	0 ÷ 93	0,043 ÷ 0,06	-
Êbônít	1200	20	0,157 ÷ 0,17	-
Xi lô hơi	1000	0	0,29	0,75
Xi lô cao dạng hạt	500	0	0,15	0,75
Vữa trát tường :				
- vôi	1600	0	0,70	0,84
- cát xi măng	1800	0	1,20	0,84

**Phụ lục 2. GIÁ TRỊ BỐN NGHIỆM ĐẦU TIÊN CỦA PHƯƠNG TRÌNH
DẶC TRƯNG ĐỐI VỚI TẮM PHẪNG**

Bi	μ_1	μ_2	μ_3	μ_4	Bi	μ_1	μ_2	μ_3	μ_4
0	0,0000	3,1416	6,2832	9,4248	1,0	0,8603	3,4256	6,4373	9,5293
0,001	0,0316	3,1419	6,2833	9,4249	1,5	0,9882	3,5422	6,5097	9,5801
0,002	0,0447	3,1422	6,2835	9,4250	2,0	1,0769	3,6436	6,5783	9,6296
0,004	0,0632	3,1429	6,2838	9,4252	3,0	1,1925	3,8088	6,7040	9,7240
0,006	0,0774	3,1435	6,2841	9,4254	4,0	1,2646	3,9352	6,8140	9,8119
0,008	0,0893	3,1441	6,2845	9,4256	5,0	1,3118	4,0336	6,9096	9,8928
0,01	0,0998	3,1448	6,2848	9,4258	6,0	1,3496	4,1116	6,9924	9,9667
0,02	0,1410	3,1479	6,2864	9,4269	7,0	1,3766	4,1746	7,0640	10,0339
0,04	0,1987	3,1543	6,2895	9,4290	8,0	1,3978	4,2264	7,1263	10,0949
0,06	0,2425	3,1606	6,2927	9,4311	9,0	1,4149	4,2694	7,1806	10,1502
0,08	0,2791	3,1668	6,2959	9,4333	10,0	1,4289	4,3058	7,2281	10,2003
0,1	0,3111	3,1731	6,2991	9,4354	15,0	1,4729	4,4255	7,3959	10,3898
0,2	0,4328	3,2039	6,3148	9,4459	20,0	1,4961	4,4915	7,4954	10,5117
0,3	0,5218	3,2341	6,3305	9,4565	30,0	1,5202	4,5615	7,6057	10,6543
0,4	0,5932	3,2636	6,3461	9,4670	40,0	1,5325	4,5979	7,6647	10,7334
0,5	0,6533	3,2923	6,3616	9,4775	50,0	1,5400	4,6202	7,7012	10,7832
0,6	0,7051	3,3204	6,3770	9,4879	60,0	1,5451	4,6353	7,7259	10,8172
0,7	0,7506	3,3477	6,3923	9,4983	80,0	1,5514	4,6543	7,7573	10,8606
0,8	0,7910	3,3744	6,4074	9,5087	100,0	1,5552	4,6658	7,7764	10,8871
0,9	0,8274	3,4003	6,4224	9,5190	∞	1,5708	4,7124	7,8540	10,9956

Phụ lục 3. MỘT SỐ TÍNH CHẤT CƠ BẢN CỦA PHÉP BIẾN ĐỔI LAPLACE

1. $\mathcal{L}\{t_1 + t_2\} = \mathcal{L}\{t_1\} + \mathcal{L}\{t_2\}$

2. $\mathcal{L}\left\{\frac{\partial t}{\partial \tau}\right\} = p \mathcal{L}\{t\} - t(\tau=0) = pu - t_0$

3. $\mathcal{L}\left\{\frac{\partial^n t}{\partial x^n}\right\} = \frac{\partial^n u}{\partial x^n}$

4. $\mathcal{L}\left\{\int_0^{\tau} t(\tau') d\tau'\right\} = \frac{1}{p} \mathcal{L}\{t\}$

5. Nếu $\mathcal{L}\{t(\tau)\} = u(p)$ và k là hằng số dương thì :

$$\mathcal{L}\{t(k\tau)\} = \frac{1}{k} u\left(\frac{p}{k}\right)$$

6.
$$\mathcal{L}\left\{\int_0^{\tau} f_1(m)f_2(\tau - m)dm\right\} = \mathcal{L}\left\{\int_0^{\tau} f_2(m)f_1(\tau - m)dm\right\}$$

$$= \mathcal{L}\{f_1(\tau)\} \cdot \mathcal{L}\{f_2(\tau)\}$$

Phụ lục 4. MỘT SỐ HÀM ĐẶC TRƯNG ĐƯỢC SỬ DỤNG TRONG CHƯƠNG 3

$$J_0(\alpha) = 1 - \frac{(\alpha/2)^2}{1!1!} + \frac{(\alpha/2)^4}{2!2!} - \frac{(\alpha/2)^6}{3!3!} + \dots$$

$$J_1(\alpha) = \frac{\alpha/2}{0!1!} - \frac{(\alpha/2)^3}{1!2!} + \frac{(\alpha/2)^5}{2!3!} - + \dots$$

$$N_0(\alpha) = \frac{2}{\pi} \left\{ \ln \frac{\gamma \alpha}{2} \cdot J_0(\alpha) + \frac{(\alpha/2)^2}{1!1!} - \left(1 + \frac{1}{2}\right) \frac{(\alpha/2)^4}{2!2!} + \right. \\ \left. + \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) \frac{(\alpha/2)^6}{3!3!} - + \dots \right\}$$

$$N_1(\alpha) = \frac{2}{\pi} \left\{ \ln \frac{\gamma \alpha}{2} J_1(\alpha) - \frac{1}{\alpha} - \left[1 - \frac{1}{2}\right] \frac{\alpha/2}{0!1!} + \right. \\ \left. + \left[\left(1 + \frac{1}{2}\right) - \frac{1}{4}\right] \frac{(\alpha/2)^3}{1!2!} - \left[\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) - \frac{1}{6}\right] \frac{(\alpha/2)^5}{2!3!} + - \dots \right\}$$

$$H_0^{(1)}(\alpha) = J_0(\alpha) + i N_0(\alpha)$$

$$H_1^{(2)}(\alpha) = J_1(\alpha) - i N_1(\alpha)$$

với mọi α $\ln \gamma = C = 0,577215$ - hằng số Euler

Phụ lục 5. CÁC HÀM TRỤ

1. Phương trình vi phân :

$$\frac{d^2 y}{d\alpha^2} + \frac{1}{\alpha} \frac{dy}{d\alpha} + y = 0 \quad (1)$$

có các nghiệm :

$y = J_0(\alpha)$ hàm trụ loại 1, hàm Bessel bậc không ;

$y = N_0(\alpha)$ hàm trụ loại 2, hàm Neumann bậc không ;

$y = H_0^{(1)}(\alpha)$ hàm trụ loại 3 ;

$y = H_0^{(2)}(\alpha)$ hàm Hankel bậc không.

Dưới đây sẽ sử dụng kí hiệu $Z_n(\alpha)$ để chỉ chung cho cả bốn hàm $J_n(\alpha)$, $N_n(\alpha)$, $H_n^{(1)}$ và $H_n^{(2)}$.

2. Phương trình vi phân :

$$\frac{d^2 y}{d\alpha^2} + \frac{1}{\alpha} \frac{dy}{d\alpha} + \left(k^2 - \frac{n^2}{\alpha^2}\right) y = 0 \quad (2)$$

có nghiệm là :

$$y = Z_n(k\alpha) \quad - \text{Hàm trụ bậc } n$$

- Hàm Hankel bậc n , $H_n^{(1)}(\alpha)$ và $H_n^{(2)}(\alpha)$ được định nghĩa bằng :

$$H_n^{(1)}(\alpha) = J_n(\alpha) + iN_n(\alpha)$$

$$H_n^{(2)}(\alpha) = J_n(\alpha) - iN_n(\alpha)$$

và có tính chất : phức khi đối số thực, trong khi $i^{n+1}H_n^{(1)}(i\alpha)$ và $i^{-(n+1)}H_n^{(2)}(i\alpha)$ có giá trị thực với mọi α dương. Chúng là những hàm trụ duy nhất có giá trị bằng không khi đối số ảo hoặc phức tiến tới vô cùng. $H_n^{(1)}$ triệt tiêu khi phần ảo của đối số dương, còn $H_n^{(2)}$ triệt tiêu khi phần ảo âm.

- Khi sử dụng kí hiệu hàm số chung Z và bỏ qua đối số α thì :

$$\frac{d}{d\alpha} Z_n = -\frac{n}{\alpha} Z_n + Z_{n-1} = \frac{n}{\alpha} Z_n - Z_{n+1} = \frac{1}{\alpha} (Z_{n-1} + Z_{n+1})$$

Thí dụ :

$$dZ_0/d\alpha = Z_0' = -Z_1 ; \quad dZ_1/d\alpha = Z_1' = Z_0 - \frac{1}{\alpha} Z_1.$$

3. Phương trình vi phân :

$$\frac{d^2y}{d\alpha^2} + \frac{1}{\alpha} \frac{dy}{d\alpha} - \left(1 + \frac{n^2}{\alpha^2}\right)y = 0 \quad (3)$$

có nghiệm $y = Z_n(i\alpha)$.

4. Khi $n = 0$ và $k^2 \equiv q^2 = \frac{p}{a}$ thì phương trình (1) chính là phương trình (3-90), nhưng khi xác định nghiệm tổng quát cho nó, người ta nhân thêm $i = \sqrt{-1}$ vào đối số (để thành iqr), vì trong rất nhiều trường hợp của phương trình dẫn nhiệt q là ảo.

Trong tài liệu của một số nước, người ta không sử dụng hàm Bessel và Newmann với đối số ảo (tức là không nhân thêm i vào đối số) mà sử dụng hai hàm khác là hàm Bessel biến điệu $I_n(qr)$ và hàm McDonald $K_n(qr)$. Khi đó, nghiệm của (3) sẽ là :

$$y = I_n(\alpha) \text{ và } y = K_n(\alpha)$$

với :

$$I_n(\alpha) = \frac{J_n(i\alpha)}{i^n}$$

$$K_n(\alpha) \approx (i^{n+1}) \frac{\pi}{2} H_n^{(1)}(i\alpha)$$

Phụ lục 6. THÔNG SỐ VẬT LÝ CỦA NƯỚC TRÊN ĐƯỜNG BẢO HÒA

t °C	$p \cdot 10^{-3}$ Pa	ρ kg/m ³	i kJ/kg	c_p kJ/kg.K	$\lambda \cdot 10^2$ W/m.K	$\alpha \cdot 10^8$ m ² /s	$\mu \cdot 10^6$ N.s/m ²	$\nu \cdot 10^6$ m ² /s	$\beta \cdot 10^4$ 1/K	$\sigma \cdot 10^4$ N/m	Pr
0	1,013	999,9	0	4,212	55,1	13,1	1788	1,789	-0,63	756,4	13,67
10	1,013	999,7	42,04	4,191	57,4	13,7	1306	1,306	+ 0,70	741,6	9,52
20	1,013	998,2	83,91	4,183	59,9	14,3	1004	1,006	1,82	726,9	7,02
30	1,013	995,7	125,7	4,174	61,8	14,9	801,5	0,805	3,21	712,2	5,42
40	1,013	992,2	167,5	4,174	63,5	15,3	653,3	0,659	3,87	696,5	4,31
50	1,013	988,1	209,3	4,174	64,8	15,7	549,4	0,556	4,49	676,9	3,54
60	1,013	983,1	251,1	4,179	65,9	16,0	469,9	0,478	5,11	662,2	2,98
70	1,013	977,8	293,0	4,187	66,8	16,3	406,1	0,415	5,70	643,5	2,55
80	1,013	971,8	355,0	4,195	67,4	16,6	355,1	0,365	6,32	625,9	2,21
90	1,013	965,3	377,0	4,208	68,0	16,8	314,9	0,326	6,95	607,2	1,95
100	1,013	958,4	419,1	4,220	68,3	16,9	282,5	0,295	7,52	588,6	1,75
110	1,43	951,0	461,4	4,233	68,5	17,0	259,0	0,272	8,08	569,0	1,60
120	1,98	943,1	503,7	4,250	68,6	17,1	237,4	0,252	8,64	548,4	1,47
130	2,70	934,8	546,4	4,266	68,6	17,2	217,8	0,233	9,19	528,8	1,36
140	3,61	926,1	589,1	4,287	68,5	17,2	201,1	0,217	9,72	507,2	1,26
150	4,76	917,0	632,2	4,313	68,4	17,3	186,4	0,203	10,3	486,6	1,17
160	6,18	907,0	675,4	4,346	68,3	17,3	173,6	0,191	10,7	466,0	1,10
170	7,92	897,3	719,3	4,380	67,9	17,3	162,8	0,181	11,3	443,4	1,05
180	10,03	886,9	763,3	4,417	67,4	17,2	153,0	0,173	11,9	422,8	1,00
190	12,55	876,0	807,8	4,459	67,0	17,1	144,2	0,165	12,6	400,2	0,96
200	15,55	863,0	852,5	4,505	66,3	17,0	136,4	0,158	13,3	376,7	0,93
210	19,08	852,8	897,7	4,555	65,5	16,9	130,5	0,153	14,1	354,1	0,91
220	23,20	840,3	943,7	4,614	64,5	16,6	124,6	0,148	14,8	331,6	0,89
230	27,98	827,3	990,2	4,681	63,7	16,4	119,7	0,145	15,9	310,0	0,88
240	33,48	813,6	1037,5	4,756	62,8	16,2	114,8	0,141	16,8	285,5	0,87
250	39,78	799,0	1085,7	4,844	61,8	15,9	109,9	0,137	18,1	261,9	0,86
260	46,94	784,0	1135,7	4,949	60,5	15,6	105,9	0,135	19,7	237,4	0,87
270	55,05	767,9	1185,7	5,070	59,0	15,1	102,0	0,133	21,6	214,8	0,88
280	64,19	750,7	1236,8	5,230	57,4	14,6	98,1	0,131	23,7	191,3	0,90
290	74,45	732,3	1290,0	5,485	55,8	13,9	94,2	0,129	26,2	168,7	0,93
300	85,92	712,5	1344,9	5,736	54,0	13,2	91,2	0,128	29,2	144,2	0,97
310	98,70	691,1	1402,2	6,071	52,3	12,5	88,3	0,128	32,9	120,7	1,03
320	112,90	667,1	1462,1	6,574	50,6	11,5	85,3	0,128	38,2	98,10	1,11
330	128,65	640,2	1526,2	7,244	48,4	10,4	81,4	0,127	43,3	76,71	1,22
340	146,08	610,1	1594,8	8,165	45,7	9,17	77,8	0,127	53,4	56,70	1,39
350	165,37	574,4	1671,4	9,504	43,0	7,88	72,6	0,126	66,8	38,16	1,60
360	186,74	528,0	1761,5	13,984	39,5	5,36	66,7	0,126	109	20,21	2,35
370	210,53	450,5	1892,5	40,321	33,7	1,86	56,9	0,126	164	4,709	6,79

Phụ lục 7 : THÔNG SỐ VẬT LÝ CỦA KHÔNG KHÍ KHÔ

t °C	ρ kg/m ³	c_p kJ/kg.K	$\lambda.10^2$ W/m.K	$a.10^8$ m ² /s	$\mu.10^6$ N.s/m ²	$\nu.10^6$ m ² /s	Pr
-50	1,584	1,013	2,04	12,7	14,6	9,23	0,728
-40	1,515	1,013	2,12	13,8	15,2	10,04	0,728
-30	1,453	1,013	2,20	14,9	15,7	10,80	0,723
-20	1,395	1,009	2,28	16,2	16,2	12,79	0,716
-10	1,342	1,009	2,36	17,4	16,7	12,43	0,712
0	1,293	1,005	2,44	18,8	17,2	13,28	0,707
10	1,247	1,005	2,51	20,0	17,6	14,16	0,705
20	1,205	1,005	2,59	21,4	18,1	15,06	0,703
30	1,165	1,005	2,67	22,9	18,6	16,00	0,701
40	1,128	1,005	2,76	24,3	19,1	16,96	0,699
50	1,093	1,005	2,83	25,7	19,6	17,95	0,698
60	1,060	1,005	2,90	27,2	20,1	18,97	0,696
70	1,029	1,009	2,96	28,6	20,6	20,02	0,694
80	1,000	1,009	3,05	30,2	21,1	21,09	0,692
90	0,972	1,009	3,13	31,9	21,5	22,10	0,690
100	0,946	1,009	3,21	33,6	21,9	23,13	0,688
120	0,898	1,009	3,34	36,8	22,8	24,45	0,686
140	0,854	1,013	3,49	40,3	23,7	27,80	0,684
160	0,815	1,017	3,64	43,9	24,5	30,09	0,682
180	0,779	1,022	3,78	47,5	25,3	32,49	0,681
200	0,746	1,026	3,93	51,4	26,0	34,85	0,680
250	0,674	1,039	4,27	61,0	27,4	40,61	0,677
300	0,615	1,047	4,60	71,6	29,7	48,33	0,674
350	0,566	1,059	4,91	81,9	31,4	55,46	0,676
400	0,524	1,068	5,21	93,1	33,0	63,09	0,678
500	0,456	1,093	5,74	115,3	36,2	79,38	0,687
600	0,404	1,114	6,22	138,3	39,1	96,89	0,699
700	0,362	1,135	6,71	163,4	41,8	115,4	0,706
800	0,329	1,156	7,18	188,8	44,3	134,8	0,713
900	0,301	1,172	7,63	216,2	46,7	155,1	0,717
1000	0,277	1,185	8,07	245,9	49,0	177,1	0,719
1100	0,257	1,197	8,50	276,2	51,2	199,3	0,722
1200	0,239	1,210	9,15	316,5	53,5	133,7	0,724

Phụ lục 8. THÔNG SỐ VẬT LÝ CỦA KHÓI

($B = 760 \text{ mmHg} \approx 1,01 \cdot 10^5 \text{ Pa}$; $\bar{P}_{\text{CO}_2} = 0,13$; $\bar{P}_{\text{H}_2\text{O}} = 0,11$; $\bar{P}_{\text{N}_2} = 0,76$)

t °C	ρ kg/m ³	c_p kJ/kg.K	$\lambda \cdot 10$ W/m.K	$a \cdot 10^6$ m ² /s	$\mu \cdot 10^6$ Pa.s	$\nu \cdot 10^6$ m ² /s	Pr
0	1,295	1,042	2,28	16,9	15,8	12,20	0,72
100	0,950	1,068	3,13	30,8	20,4	21,54	0,69
200	0,748	1,097	4,01	48,9	24,5	32,80	0,67
300	0,617	1,122	4,84	69,9	28,6	45,81	0,65
400	0,525	1,151	5,70	94,3	31,7	60,38	0,64
500	0,457	1,185	6,56	121,1	34,8	76,30	0,63
600	0,405	1,214	7,42	150,9	37,9	93,61	0,62
700	0,363	1,239	8,27	183,8	40,7	112,1	0,61
800	0,330	1,264	9,15	219,7	43,4	131,8	0,60
900	0,301	1,290	10,0	258,0	45,9	152,5	0,59
1000	0,275	1,306	10,90	303,4	48,4	174,3	0,58
1100	0,257	1,323	11,75	345,5	50,7	197,1	0,57
1200	0,240	1,340	12,62	392,4	53,0	221,0	0,56

Phụ lục 9. THÔNG SỐ VẬT LÝ CỦA DẦU MÁY BIẾN ÁP

t °C	ρ kg/m ³	c_p kJ/kg.K	λ W/m.K	$\mu \cdot 10^4$ Pa.s	$\gamma \cdot 10^6$ m ² /s	$a \cdot 10^8$ m ² /s	$\beta \cdot 10^4$ 1/K	Pr
0,0	892,5	1,549	0,1123	629,8	70,5	8,14	6,80	866
10	886,4	1,620	0,1115	335,5	37,9	7,83	6,85	484
20	880,3	1,666	0,1106	198,2	22,5	7,56	6,90	298
30	874,2	1,729	0,1098	128,2	14,7	7,28	6,95	202
40	868,2	1,788	0,1090	89,4	10,3	7,03	7,00	145
50	862,1	1,846	0,1082	65,3	7,58	6,80	7,05	111
60	856,0	1,905	0,1072	49,5	5,78	6,58	7,10	87,8
70	850,0	1,964	0,1064	38,6	4,54	6,36	7,15	71,3
80	843,9	2,026	0,1056	30,8	3,66	6,17	7,20	59,3
90	837,8	2,085	0,1047	25,4	3,03	6,00	7,25	50,5
100	831,8	2,144	0,1038	21,3	2,56	5,83	7,30	43,9
110	825,7	2,202	0,1030	18,1	2,20	5,67	7,35	38,8
120	819,6	2,261	0,1022	15,7	1,92	5,50	7,40	34,9

Phụ lục 10. ĐỘ ĐEN BỨC XẠ TOÀN PHẦN CỦA MỘT SỐ LOẠI VẬT LIỆU

Tên vật liệu	$t, ^\circ\text{C}$	ε
Nhôm nhẵn	50 ÷ 500	0,04 ÷ 0,06
Nhôm có bề mặt nhám	20 ÷ 50	0,06 ÷ 0,07
Đồng đỏ nhẵn	50	0,1
Đồng đỏ nhám	50 ÷ 150	0,55
Vonfram	200	0,05
Vonfram	600 ÷ 1000	0,11 ÷ 0,16
Vonfram	1500 ÷ 2200	0,24 ÷ 0,31
Sắt :		
- điện phân, được đánh bóng	175 ÷ 225	0,052 ÷ 0,064
- hàn, được đánh bóng cẩn thận	40 ÷ 250	0,28
- được đánh bóng	425 ÷ 1020	0,144 ÷ 0,377
- sắt tấm chưa gia công	925 ÷ 1115	0,87 ÷ 0,95
Thép :		
- thép tấm được mài nhẵn	940 ÷ 1100	0,52 ÷ 0,61
- bị oxy hóa ở 600 $^\circ\text{C}$	200 ÷ 600	0,79
- bị oxy hóa, bề mặt xù xì	40 ÷ 370	0,94 ÷ 0,97
Gang :		
- được đánh bóng	200	0,21
- được tiện	830 ÷ 990	0,60 ÷ 0,70
- bị oxy hóa ở 600 $^\circ\text{C}$	200 ÷ 600	0,64 ÷ 0,78
- xù xì, bị oxy hóa nhiều	40 ÷ 250	0,96
Vàng, được đánh bóng cẩn thận	225 ÷ 625	0,018 ÷ 0,035
Đồng thau :		
- được đánh bóng cẩn thận, thành phần khối lượng 73,2% Cu , 26,7% Zn	245 ÷ 355	0,028 ÷ 0,031
- được dát mỏng với bề mặt tự nhiên	22	0,06
- bị mờ đục	50 ÷ 350	0,22
- bị oxy hóa khi đốt nóng dưới 600 $^\circ\text{C}$	200 ÷ 600	0,61 ÷ 0,59
Đồng :		
- điện phân, được đánh bóng cẩn thận	80	0,018
- được đánh bóng	115	0,023
- bị đốt nóng liên tục và bị phủ một lớp oxy dày	25	0,78
- bị oxy hóa khi đốt nóng dưới 600 $^\circ\text{C}$	200 ÷ 600	0,57 ÷ 0,59

Tên vật liệu	t , °C	ε
Bạch kim tinh khiết được đánh bóng	225 ÷ 625	0,054 ÷ 0,019
Các chế phẩm từ bạch kim		
- sợi mảnh	25 ÷ 1230	0,036 ÷ 0,199
- dây	115 ÷ 1735	0,073 ÷ 0,182
Thủy ngân tinh khiết	0 ÷ 100	0,09 ÷ 0,12
Bạc nguyên chất được đánh bóng	200 ÷ 600	0,02 ÷ 0,03
Crôm	38 ÷ 538	0,08 ÷ 0,26
Các vật liệu chịu lửa, cách nhiệt xây dựng		
Căctông amiăng	24	0,96
Gạch samôt	1100	0,75
Gạch đỏ bề mặt xù xì	20	0,93
Sứ có tráng men	22	0,92
Vôi vữa trát xù xì	10 ÷ 90	0,91
Gỗ	70	0,91
Các loại vật liệu khác		
Giấy	95	0,89
Than đá đã chọn rửa (độ tro 0,9%)	125 ÷ 625	0,81 ÷ 0,79
Nước	0 ÷ 100	0,95 ÷ 0,963
Bề mặt kim loại dính ướt	20	0,980
Sơn đen bóng phủ trên bề mặt thép	25	0,875
Sơn đen không bóng	40 ÷ 95	0,96 ÷ 0,90
Các loại sơn dầu màu sắc khác nhau	100	0,92 ÷ 0,96
Sơn kim nhũ (nhôm) trên thép tấm không nhẵn bóng	20	0,39
Cao su mềm đã tinh chế, màu xám	24	0,859
Cao su cứng đã được mài bóng	23	0,945
Thủy tinh	250 ÷ 1000	0,87 ÷ 0,72
Xỉ lò hơi	0 ÷ 100	0,97 ÷ 0,93
Xỉ lò hơi	200 ÷ 500	0,89 ÷ 0,70
Xỉ lò hơi	600 ÷ 1200	0,76 ÷ 0,7
Xỉ lò hơi	1400 ÷ 1800	0,69 ÷ 0,67
Sắt tráng men màu trắng	20	0,9
Muội đen (hỗ hống) có hạt > 0,075mm	40 ÷ 360	0,945
Muội đen trên thủy tinh nước	20 ÷ 200	0,66
Muội đen trên bề mặt cứng	50 ÷ 1000	0,96
Thạch cao	20	0,903

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Кутателадзе, С. С. ; Основы теории Теплообмена ; Атомиздат, 1979.
2. Лыков, А. В. ; Михайлов, Ю. А. ; Теория тепло - и массопереноса ; "Высшая школа", 1967.
3. Коздоба, Л. А. ; Методы решения нелинейных задач Теплопроводности ; "Наука", 1975.
4. Цой, П. В. ; Методы расчета отдельных задач Тепломассопереноса ; "Энергия", 1971.
5. Михеев, М. А. ; Михеева, И. М. ; Основы Теплопередачи ; "Энергия", 1973.
6. Юдаев, Б. Н. Теплопередача "Высшая школа" 1973.
7. Nguyễn Hà Thanh, Hoàng Đình Tín ; Cơ sở truyền nhiệt ; NXB Đại học và Trung học chuyên nghiệp, 1972.
8. Elsner, N. ; Grundlagen der technischen Thermodynamik ; Akademie Verlag Berlin, 1973.
9. Grober/Erk/Grigull ; Grundgesetze der Wärmeübertragung ; Springer - Verlag 1963.
10. Baehr, H. D; Stephan, K. ; Wärme - und Stoffübertragung ; Springer - Verlag 1993.
11. Grigull, U; Sandner, H. ; Wärmeleitung ; Springer - Verlag, 1990.
12. Tautz, H. ; Wärmeleitung und Temperatúrausgleich ; Weinheim: Verlag Chemie, 1971.
13. Hottel, H. C; Sarofim, A. ; I Radiative transfer ; Mc. Graw - New York, 1970.
14. Kays, W. M ; Grawford, M. E. ; Convective Heat and Mass transfer ; New York : Mc Graw Hill, 1980.
15. Holmam, J. P.; White, P. R. S ; Heat transfer ; Mc. Graw Hill, 1992.
16. Carslaw, H. S.; Jaeger, J. C. ; Conduction of heat in solids ; Oxford : Claredon, Press 1986.

MỤC LỤC

	<i>Trang</i>
<i>Lời nói đầu</i>	3
<i>Chương 1</i>	
CÁC ĐỊNH LUẬT VÀ PHƯƠNG TRÌNH CƠ BẢN VỀ DẪN NHIỆT	
1.1. Định luật Fourier về dẫn nhiệt	5
1.2. Phương trình vi phân dẫn nhiệt	7
1.3. Điều kiện đơn trị	9
1.4. Phân loại các bài toán về dẫn nhiệt	10
1.5. Sơ lược về các phương pháp giải bài toán dẫn nhiệt	11
<i>Chương 2</i>	
DẪN NHIỆT ỔN ĐỊNH	
2.1. Dẫn nhiệt ổn định không có nguồn nhiệt bên trong	13
2.2. Dẫn nhiệt ổn định khi có nguồn nhiệt bên trong	26
<i>Chương 3</i>	
DẪN NHIỆT KHÔNG ỔN ĐỊNH	
3.1. Dẫn nhiệt không ổn định với điều kiện biên loại một	29
3.2. Dẫn nhiệt không ổn định với điều kiện biên loại ba đối xứng	41
3.3. Bài toán dẫn nhiệt với điều kiện biên liên hợp	51
3.4. Dẫn nhiệt khi có sự thay đổi trạng thái	53
3.5. Dẫn nhiệt trong các vật có kích thước hữu hạn	57
3.6. Giải gần đúng phương trình vi phân dẫn nhiệt bằng phương pháp số - đồ thị (phương pháp Binder - Schmidt)	59
3.7. Phương pháp mô hình tương tự	64
3.8. Chế độ nhiệt điều hòa	67
3.9. Dẫn nhiệt không ổn định khi có nguồn nhiệt bên trong	71
3.10. Bài toán dẫn nhiệt phi tuyến	74
<i>Chương 4</i>	
MỘT SỐ VẤN ĐỀ CƠ BẢN VỀ TRAO ĐỔI NHIỆT ĐỐI LƯU	
4.1. Trao đổi nhiệt đối lưu và những nhân tố ảnh hưởng đến trao đổi nhiệt đối lưu	77
4.2. Hệ phương trình vi phân miêu tả quá trình trao đổi nhiệt đối lưu	79
4.3. Lớp biên thủy lực và lớp biên nhiệt	80
4.4. Công thức Newton và phương pháp xác định hệ số tỏa nhiệt α	81
4.5. Lý thuyết đồng dạng	86
4.6. Phương pháp phân tích thứ nguyên	90
4.7. Phương trình tiêu chuẩn	92
<i>Chương 5</i>	
CÁC TRƯỜNG HỢP TRAO ĐỔI NHIỆT ĐỐI LƯU	
5.1. Giải bài toán trao đổi nhiệt đối lưu bằng lý thuyết lớp biên	94
5.2. Trao đổi nhiệt đối lưu tự nhiên	99
5.3. Trao đổi nhiệt đối lưu cưỡng bức	102
5.4. Tỏa nhiệt của kim loại lỏng	107

Chương 6

TRAO ĐỔI NHIỆT ĐỐI LƯU KHI CÓ BIẾN ĐỔI PHA

6.1. Trao đổi nhiệt khi sôi	109
6.2. Trao đổi nhiệt khi ngưng hơi	118

Chương 7

LÝ THUYẾT CƠ SỞ CỦA BỨC XẠ NHIỆT

7.1. Một số khái niệm và định nghĩa cơ bản	131
7.2. Đặc tính bức xạ của vật đen tuyệt đối	132
7.3. Bức xạ, hấp thụ, phản xạ của các vật thực	135

Chương 8

TRAO ĐỔI NHIỆT BẰNG BỨC XẠ GIỮA CÁC VẬT ĐẶT TRONG MÔI TRƯỜNG TRONG SUỐT

8.1. Hệ số góc bức xạ	151
8.2. Tính toán trao đổi nhiệt bức xạ trong môi trường trong suốt	157

Chương 9

PHƯƠNG PHÁP TÍNH TOÁN TRAΟ ĐỔI NHIỆT BẰNG BỨC XẠ TRONG MÔI TRƯỜNG KHÔNG TRONG SUỐT

9.1. Phân loại phương pháp giải	165
9.2. Mô hình không chiều - Phương pháp Elgeti	166
9.3. Phương pháp vùng của Hottel (THE ZONE METHOD)	169

Chương 10

TRUYỀN NHIỆT VÀ THIẾT BỊ TRAΟ ĐỔI NHIỆT

10.1. Trao đổi nhiệt phức tạp	178
10.2. Truyền nhiệt	179
10.3. Tăng cường truyền nhiệt	184
10.4. Cách nhiệt - đường kính tối hạn bọc cách nhiệt	186
10.5. Thiết bị trao đổi nhiệt	187
10.6. Tính trở lực của thiết bị trao đổi nhiệt	195
10.7. Thiết bị trao đổi nhiệt kiểu ống nhiệt	199

Chương 11

TRUYỀN NHIỆT VÀ TRUYỀN CHẤT HỖN HỢP

11.1. Các khái niệm cơ bản	202
11.2. Nhiệt động học các quá trình không thuận nghịch và quá trình truyền nhiệt, truyền chất hỗn hợp	205
11.3. Các phương pháp giải hệ phương trình truyền nhiệt truyền chất và bài toán truyền nhiệt truyền chất thường gặp trong kỹ thuật	209
Phụ lục	219
Tài liệu tham khảo	229
Mục lục	230

Chịu trách nhiệm xuất bản :
Chủ tịch HĐQT kiêm Tổng Giám đốc NGÔ TRẦN ÁI
Phó Tổng Giám đốc kiêm Tổng biên tập VŨ DƯƠNG THỤY

Biên tập tái bản :
HOÀNG TRỌNG NGHĨA

Biên tập kĩ thuật :
NGUYỄN LIÊN HƯƠNG

Trình bày bìa :
TRẦN THÚY HẠNH

Sửa bản in :
NGUYỄN MINH THU

Chế bản :
TRẦN THU HƯƠNG - PHÒNG CHẾ BẢN (NXB GIÁO DỤC)

TRUYỀN NHIỆT

Mã số : 7B523T4

In 1.500 cuốn, khổ 19 x 27 cm tại Công ty cổ phần In Diên Hồng 187^a Giảng Võ - Hà Nội. Số in : 313. Giấy phép xuất bản do Cục Xuất bản cấp số : 442/CXB - 49 ngày 12 tháng 8 năm 2004. In xong và nộp lưu chiểu tháng 8 năm 2004.



8934980425794



Giá : 26.800đ