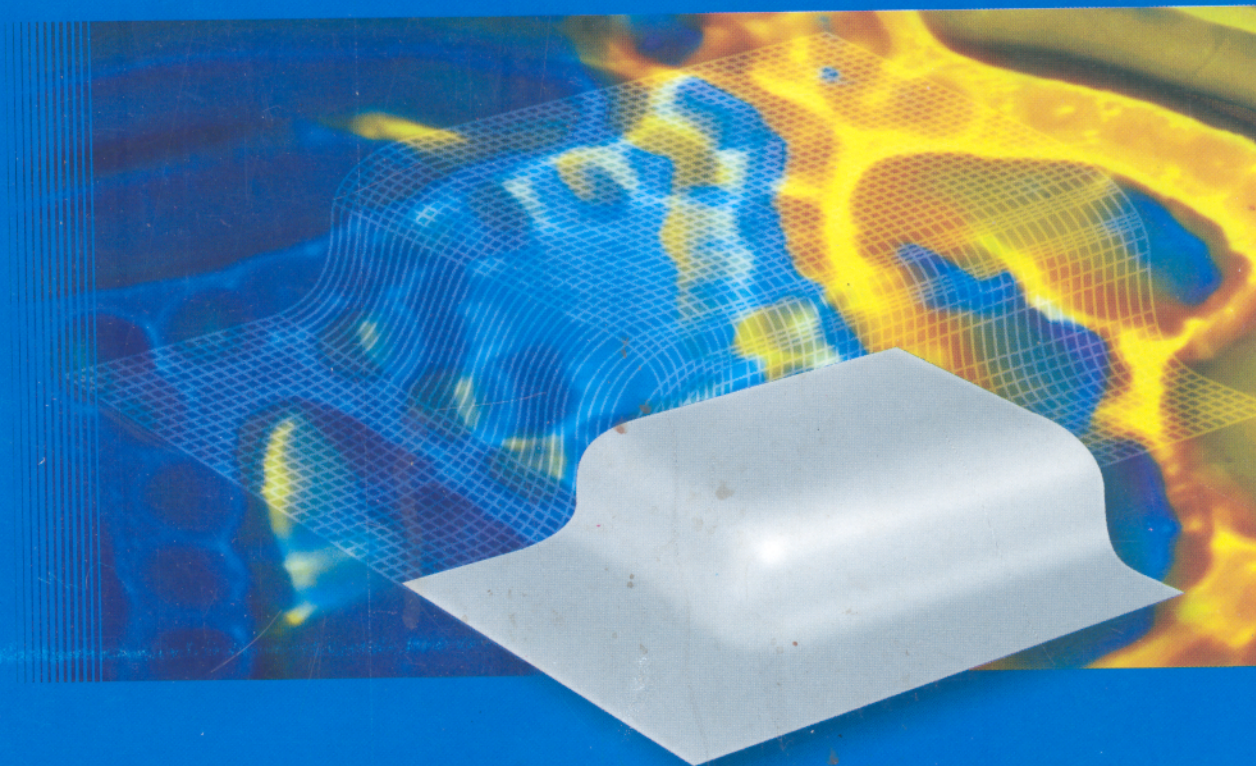


PGS. TSKH. NGUYỄN TẤT TIẾN

LÝ THUYẾT BIẾN DẠNG ĐÉO KIM LOẠI



NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC

PGS. TSKH. NGUYỄN TẤT TIẾN

LÝ THUYẾT BIẾN DẠNG Dẻo KIM LOẠI

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC

LỜI NÓI ĐẦU

Ngày nay, các phương pháp gia công kim loại dựa trên sự biến dạng dẻo của vật liệu (gọi tắt là gia công biến dạng dẻo hay gia công áp lực) đã chiếm một vị trí quan trọng với một tỷ trọng ngày càng tăng trong sản xuất cơ khí và luyện kim. Chúng loại sản phẩm của chúng hết sức phong phú, đa dạng và được ứng dụng trong hầu hết các lĩnh vực của nền kinh tế quốc dân và đời sống xã hội như xây dựng, giao thông vận tải, kỹ thuật điện và điện tử, hoá chất, hàng kim khí gia dụng, v.v... Bên cạnh những phương pháp mang tính truyền thống chuyên sản xuất bán thành phẩm và tạo phối như cán, rèn, ép đã xuất hiện những phương pháp cho phép sản xuất ra sản phẩm là những chi tiết hoàn chỉnh không cần phải gia công tiếp theo, đặc biệt là những sản phẩm dập tấm. Sở dĩ gia công biến dạng dẻo trở thành một công nghệ quan trọng và được phát triển nhanh chóng là vì chúng có những ưu điểm nổi bật, đó là tiết kiệm nguyên vật liệu (gia công không phoi), năng suất cao và đặc biệt là không chỉ tạo ra sản phẩm có hình dáng, kích thước mong muốn mà thông qua biến dạng còn có thể cải thiện tính chất của vật liệu.

Cuốn sách này được biên soạn dựa trên các bài giảng và kinh nghiệm của nhiều năm giảng dạy môn "Lý thuyết biến dạng dẻo kim loại" tại trường ĐHBK Hà Nội. Nó dùng làm giáo trình giảng dạy cho sinh viên ngành cơ khí chế tạo máy trong các trường đại học kỹ thuật, đồng thời cũng được sử dụng cho đào tạo cao học, nghiên cứu sinh và các cán bộ kỹ thuật làm việc trong lĩnh vực gia công kim loại.

Cuốn sách gồm hai phần:

Phần I: Cơ sở vật lý của quá trình biến dạng - Trình bày những vấn đề về cơ chế của biến dạng dẻo trong kim loại, những nhân tố chủ yếu ảnh hưởng đến quá trình biến dạng và ảnh hưởng của biến dạng dẻo đến tính chất của kim loại, trong đó xoay quanh ứng suất chảy và tính dẻo là những thông số cơ bản của vật liệu. Mục tiêu là giúp cho người đọc xác định được những thông số quá trình một cách hợp lý trong các nguyên công biến dạng nhằm đạt được biến dạng lớn nhất và cơ lý tính mong muốn.

Phần II: Cơ sở cơ học của quá trình biến dạng - Trình bày những vấn đề về trạng thái ứng suất và trạng thái biến dạng, những định luật chảy dẻo và điều kiện dẻo, những vấn đề mang tính quy luật của quá trình biến dạng như: nguyên tắc trở lực nhỏ nhất, biến dạng không đồng đều và ứng suất phụ,... Ở chương cuối cùng của phần này giới thiệu một số phương pháp xác định lực và công biến dạng, trong đó trọng tâm là phương pháp của lý thuyết dẻo cơ bản bởi lẽ trước sau nó vẫn là cơ sở của nhiều công

thức tính toán và là căn cứ giúp ta giải thích và thảo luận những kết quả thu được từ những phương pháp khác. Để hiểu sâu thêm về những phương pháp này, cần đọc những tài liệu chuyên khảo liệt kê trong phần tài liệu tham khảo.

Hy vọng rằng cuốn sách này sẽ giúp ích cho các sinh viên trong học tập và cho tất cả những ai muốn nghiên cứu về lĩnh vực gia công biến dạng dẻo. Rất mong nhận được sự phê bình, chỉ dẫn, bổ sung của các đồng nghiệp và tất cả độc giả để cuốn sách được hoàn thiện hơn trong lần tái bản sau.

Chúng tôi xin chân thành cảm ơn những cộng sự đã giúp đỡ trong việc hoàn thành bản thảo cuốn sách này.

TÁC GIẢ

Phần một:

CƠ SỞ VẬT LÝ CỦA QUÁ TRÌNH BIẾN DẠNG Dẻo KIM LOẠI

Chương 1

KHÁI NIỆM VỀ BIẾN DẠNG Dẻo

1.1. KHÁI QUÁT VỀ QUÁ TRÌNH BIẾN DẠNG

Sự dịch chuyển tương đối giữa các chất điểm, các phần tử của vật thể rắn dưới tác dụng của ngoại lực, nhiệt độ hoặc của một nguyên nhân nào đó dẫn đến sự thay đổi về hình dạng, kích thước của nó gọi là biến dạng.

Tất cả mọi phương pháp trong *Gia công áp lực* (GCAL) đều dựa trên một tiền đề chung là thực hiện một quá trình biến dạng dẻo. Vật liệu dưới tác dụng của ngoại lực sẽ thay đổi hình dạng và kích thước mà không mất đi sự liên kết bền chặt của nó. Khả năng cho phép thực hiện một quá trình biến dạng dẻo được coi là một đặc tính quan trọng của kim loại. Để làm sáng tỏ quá trình biến dạng của kim loại ta hãy theo dõi thí nghiệm kéo giãn đơn. Dưới tác dụng của lực kéo, mẫu kéo liên tục bị kéo dài cho đến khi bị kéo đứt. Trong thí nghiệm kéo với các thiết bị phù hợp ta có thể đo được lực kéo và độ giãn dài tương ứng, từ đó xác định ứng suất và biến dạng theo các mối quan hệ sau:

$$\sigma = \frac{F}{A_0}$$

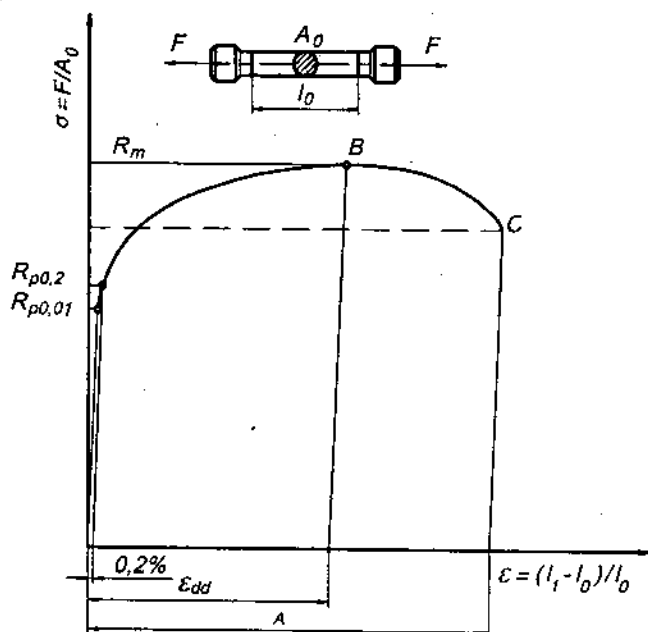
$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0} = \frac{l_1 - l_0}{l_0}$$

Đường cong biểu diễn mối quan hệ giữa ứng suất và độ giãn dài tương đối ε gọi là đường cong ứng suất - biến dạng. Xét ứng xử của kim loại khi biến dạng có thể chia đường cong ứng suất - biến dạng làm hai vùng.

- *Vùng biến dạng đàn hồi*

Khi lực kéo còn nhỏ mẫu chỉ biến dạng đàn hồi, đặc trưng của giai đoạn này là khi dỡ bỏ tải trọng, mẫu lại phục hồi trở lại chiều dài ban đầu. Trong vùng này tồn tại mối quan hệ tuyến tính giữa ứng suất σ và biến dạng ε tuân theo định luật Hooke:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon$$

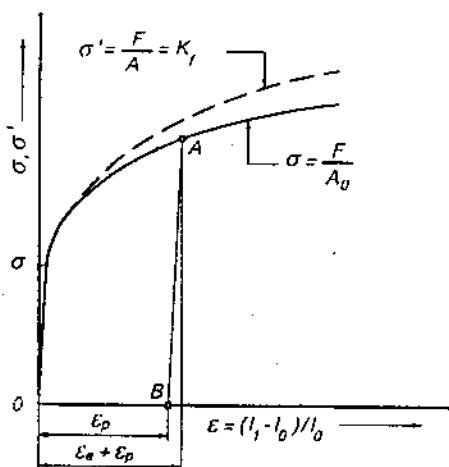


Hình 1.1. Đường cong ứng suất biến dạng của một kim loại không có vùng chảy rõ rệt trong thí nghiệm kéo

Modun đàn hồi E đặc trưng cho thuộc tính đàn hồi của vật liệu dưới tác dụng của ứng suất pháp. Vùng biến dạng đàn hồi được giới hạn bởi giới hạn đàn hồi R_e . Việc xác định chính xác giới hạn đàn hồi R_e nhiều khi rất khó khăn nên người ta thường qui định lấy $R_{p0,01}$ làm giới hạn đàn hồi, đó là ứng suất tương ứng với mức độ biến dạng dư $\epsilon = 0,01\%$.

- Vùng biến dạng đàn hồi - dẻo

Nếu tải trọng tăng lên khiến ứng suất trong mẫu vượt quá giới hạn đàn hồi thì vật liệu bắt đầu quá trình chảy dẻo. Trong vùng này nếu dỡ bỏ tải trọng thì mẫu không phục hồi được chiều dài ban đầu mà vẫn bị dẫn dài ra một đoạn và trên đường cong ứng suất biến dạng được thể hiện bằng mức độ biến dạng dư ϵ_p . Ứng suất làm cho vật liệu bắt đầu chảy dẻo gọi là giới hạn chảy R_p . Trong kỹ thuật người ta qui định giới hạn chảy là ứng suất gây nên một lượng biến dạng dư bằng 0,2% kí hiệu là $R_{p0,2}$ đối với những vật liệu có đường cong ứng suất - biến dạng không có vùng chảy rõ rệt, còn đối



Hình 1.2. Phân đầu của đường cong ứng suất-biến dạng với ứng suất danh nghĩa σ và ứng suất thực σ'

với những vật liệu có đường cong ứng suất - biến dạng có vùng chảy rõ rệt thì việc xác định R_p là dễ dàng.

Trong tất cả các phương pháp GCAL thì quá trình biến dạng được thực hiện trong vùng đàn hồi - dẻo. Mối quan hệ giữa ứng suất và biến dạng là quan hệ phi tuyến. Kèm theo biến dạng dẻo bao giờ cũng có biến dạng đàn hồi. Nói chung, biến dạng đàn hồi so với biến dạng dẻo được thực hiện trong các phương pháp GCAL là không đáng kể, có thể bỏ qua, song trong một số trường hợp nhất thiết phải để ý đến ảnh hưởng của nó (ví dụ biến dạng đàn hồi khi uốn).

Ứng suất ứng với lực kéo lớn nhất trong thí nghiệm kéo là giới hạn bền kéo :

$$R_m = \frac{F_{\max}}{A_0}$$

Kể từ khi đặt tải cho đến khi lực kéo đạt giá trị lớn nhất, mẫu bị kéo dài ra nhưng tiết diện của mẫu hầu như giảm đồng đều trên suốt chiều dài của mẫu, giai đoạn này gọi là giai đoạn dẫn đồng đều. Qua giai đoạn dẫn đồng đều mẫu bị co thắt cục bộ và do vậy lực kéo giảm đi, theo đó ứng suất $\sigma = \frac{F}{A_0}$ cũng giảm.

Trong vùng dẻo, do mẫu bị kéo dài ra nên tiết diện tức thời A của mẫu tại bất cứ thời điểm nào của quá trình kéo cũng nhỏ hơn tiết diện ban đầu A_0 , vì thế ứng suất thực tế tồn tại trong mẫu $\sigma' = \frac{F}{A}$ luôn luôn lớn hơn ứng suất danh nghĩa $\sigma = \frac{F}{A_0}$ và bởi vậy đường cong ứng suất thực - biến dạng $\sigma' = f'(\epsilon)$ luôn luôn nằm bên trên đường cong $\sigma = f(\epsilon)$. Trong giai đoạn dẫn đồng đều ở thí nghiệm kéo thì trong mẫu tồn tại trạng thái ứng suất đơn và ở giai đoạn này ứng suất thực $\sigma' = \frac{F}{A}$ chính là ứng suất chảy k_f (phân biệt với giới hạn chảy R_p).

Như vậy, đường cong ứng suất - biến dạng là đường cong biểu diễn sự phụ thuộc của ứng suất chảy vào mức độ biến dạng. Mức độ biến dạng càng lớn thì ứng suất cần thiết để duy trì biến dạng càng tăng (ứng suất σ' tăng cho đến khi mẫu bị phá hủy). Ta nói vật liệu bị hoá bền. Đây là một đặc điểm hết sức quan trọng của vật liệu kim loại mà bất cứ quá trình biến dạng nào cũng phải chú ý đến.

Trong thí nghiệm kéo, kể từ khi mẫu bắt đầu co thắt cục bộ thì trạng thái ứng suất trong mẫu đã chuyển từ trạng thái ứng suất đơn sang trạng thái ứng suất khối và bởi vậy đường cong ứng suất thực - biến dạng trong giai đoạn này cũng mất đi ý nghĩa thực tiễn của nó.

Điểm B trên đường cong ứng suất - biến dạng (hình 1.1) đánh dấu giai đoạn mất ổn định trong quá trình kéo. Điểm C ứng với khi xuất hiện sự đứt gãy của mẫu, nó nói lên khả năng biến dạng của vật liệu không còn nữa. Khả năng này phụ thuộc rất nhiều vào vật liệu và những điều kiện biến dạng. Để đánh giá khả năng biến dạng của vật liệu trong thí nghiệm kéo cần xác định những đại lượng sau:

- Độ thắt tiết diện tương đối Z%:

$$Z = \frac{A_0 - A_g}{A_0} \cdot 100\% = \frac{\Delta A_g}{A_0} \cdot 100\%$$

trong đó: A_g - tiết diện mặt đứt gãy.

- Độ giãn dài tương đối A%:

$$A = \frac{l_g - l_0}{l_0} = \frac{\Delta l_g}{l_0} \cdot 100\%$$

trong đó: l_g - chiều dài làm việc của mẫu khi đứt gãy.

1.2. PHÂN LOẠI CÁC PHƯƠNG PHÁP BIẾN DẠNG

Trên thực tế có tới hàng mấy trăm phương pháp biến dạng khác nhau và trong mỗi phương pháp đồng thời xuất hiện nhiều trạng thái ứng suất khác nhau, chúng biến đổi trong quá trình biến dạng. Bởi vậy chỉ có thể căn cứ vào những ứng suất có tác dụng chủ yếu đối với quá trình biến dạng, lấy đó làm tiêu chuẩn để phân loại các phương pháp biến dạng. Dựa trên quan điểm này có thể phân chia các phương pháp biến dạng thành 5 nhóm lớn sau đây:

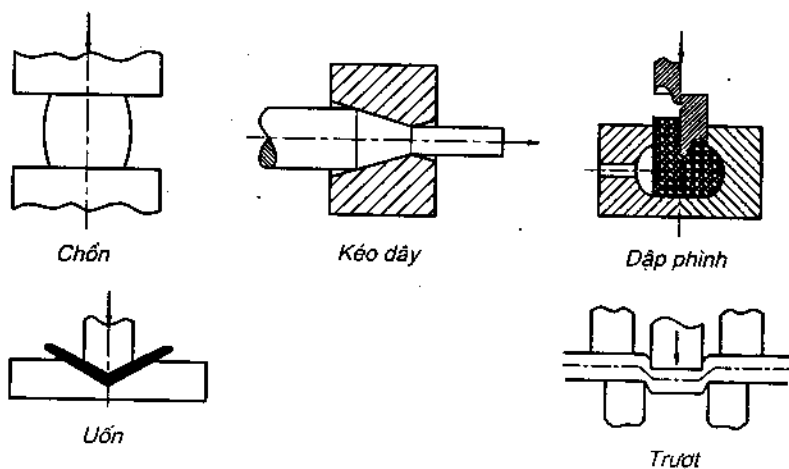
- Biến dạng nén: Trạng thái dẻo trong vật thể biến dạng chủ yếu được gây nên bởi ứng suất nén một hoặc nhiều chiều. Thuộc nhóm này có các phương pháp cán, rèn tự do, rèn khuôn, ép chảy...

- Biến dạng kéo - nén: Trạng thái dẻo trong vật thể biến dạng chủ yếu được gây nên bởi ứng suất kéo và nén. Thuộc nhóm này có các phương pháp kéo, dập vuốt, uốn vành, miết...

- Biến dạng kéo: Trạng thái dẻo trong vật thể biến dạng chủ yếu được gây nên bởi ứng suất kéo một hoặc nhiều chiều. Thuộc nhóm này có các phương pháp kéo dãn, dập phình, dập định hình...

- Biến dạng uốn: Trạng thái dẻo trong vật thể biến dạng chủ yếu được gây nên bởi trọng tải uốn. Thuộc nhóm này có các phương pháp uốn với dụng cụ chuyển động thẳng hoặc chuyển động quay.

- Biến dạng cắt: Trạng thái dẻo trong vật thể biến dạng chủ yếu được gây nên bởi tải trọng cắt. Thuộc nhóm này có các phương pháp trượt, xoắn.



Hình 1.3. Sơ đồ các phương pháp biến dạng

Ngoài ra, ta còn phân chia các phương pháp biến dạng thành:

- Biến dạng nóng.
- Biến dạng nguội.
- Biến dạng nửa nóng (nhiệt độ nung dưới nhiệt độ kết tinh lại).

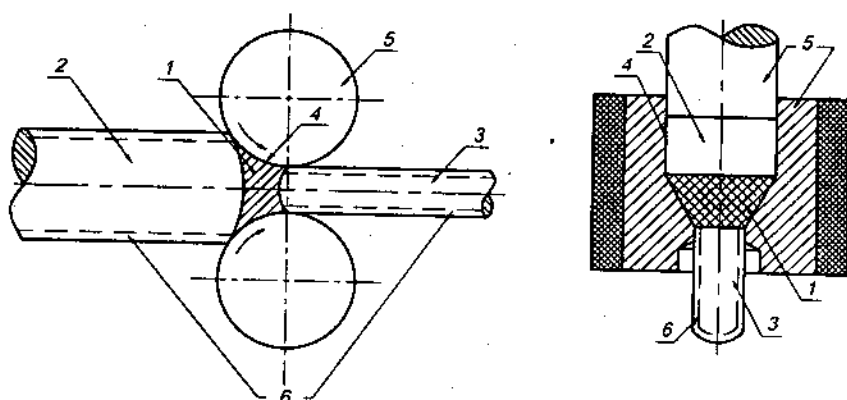
Ranh giới giữa biến dạng nóng và biến dạng nguội là nhiệt độ kết tinh lại. Theo cách phân loại này thì biến dạng chì ở nhiệt độ thường là biến dạng nóng, còn biến dạng molipden ở 1073°K vẫn là biến dạng nguội. Cách phân loại này ngày nay còn phổ biến song cũng gây nhiều sự bần cãi bởi lẽ quá trình hồi phục nhất là đối với thép hợp kim cao ngày càng đóng vai trò đáng kể đối với ứng xử của vật liệu trong quá trình biến dạng.

Căn cứ vào dạng sản phẩm người ta còn chia thành các phương pháp biến dạng tấm và biến dạng khối. Một cách phân loại nữa là chia thành các quá trình biến dạng không ổn định và ổn định tùy theo trường tốc độ biến dạng ở trong vùng biến dạng có biến đổi theo thời gian hay không.

1.3. NHỮNG VẤN ĐỀ CHUNG CẦN XEM XÉT KHI NGHIÊN CỨU QUÁ TRÌNH BIẾN DẠNG

Tuy có rất nhiều phương pháp biến dạng khác nhau nhưng bất cứ một quá trình biến dạng nào cũng hàm chứa 6 khu vực sau đây cần xem xét (hình 1.4:

- Khu vực 1 là vùng (ổ) biến dạng. Ở đây cần nghiên cứu ứng xử của vật liệu trong trạng thái dẻo, xác định ứng suất, biến dạng, tốc độ biến dạng, dòng chảy kim loại, sự phân bố nhiệt độ, các quá trình tế vi xảy ra trong vật liệu biến dạng (chuyển động của lệch, hồi phục, kết tinh lại, chuyển biến pha, khuếch tán v.v...).



Hình 1.4. Hệ thống những vấn đề cần xem xét đối với một quá trình biến dạng

- Khu vực 2: bao gồm những vấn đề thuộc về vật liệu phôi trước khi biến dạng, ví dụ thành phần hoá học, cấu trúc tinh thể, tổ chức, các tính chất cơ học, chất lượng bề mặt của phôi... Những vấn đề này có ảnh hưởng rất lớn đến ứng xử của vật liệu trong vùng biến dạng và tính chất của sản phẩm.

- Khu vực 3: bao gồm những vấn đề về tính chất của sản phẩm sau khi biến dạng, ví dụ tổ chức và các tính chất cơ học, chất lượng bề mặt và độ chính xác của sản phẩm. Những vấn đề này sẽ quyết định chất lượng sản phẩm khi sử dụng.

- Khu vực 4: là vùng ranh giới giữa vật thể biến dạng và dụng cụ biến dạng bởi vậy những vấn đề cần giải quyết là ma sát bôi trơn, mài mòn trong đó cặp vật liệu phôi và dụng cụ cũng đóng một vai trò nhất định.

- Khu vực 5: Để thực hiện một quá trình biến dạng không thể không có dụng cụ biến dạng, bởi vậy những vấn đề về kết cấu, vật liệu, chất lượng gia công và độ chính xác của dụng cụ là những vấn đề được đặt ra ở đây bởi lẽ chúng ảnh hưởng trực tiếp đến khả năng làm việc; tuổi thọ của dụng cụ, chất lượng bề mặt và độ chính xác của sản phẩm..

- Khu vực 6: ở khu vực này có thể xảy ra những phản ứng bề mặt giữa vật thể biến dạng và môi trường xung quanh. Ví dụ oxy hoá tạo thành vẩy oxit trong biến dạng nóng, xâm nhập của chất khí khi biến dạng những kim loại đặc biệt v.v... Những phản ứng này đều gây ảnh hưởng xấu đến chất lượng bề mặt cũng như tính chất của khu vực 3.

Chương 2

CƠ SỞ KIM LOẠI HỌC

2.1. CẤU TRÚC TINH THỂ VÀ TỔ CHỨC CỦA KIM LOẠI

Kim loại nguyên chất là những nguyên tố hoá học, trong kỹ thuật chúng chỉ được sử dụng vào một số trường hợp đặc biệt (ví dụ, trong kỹ thuật điện, điện tử: đồng, bạc nguyên chất được dùng làm vật liệu dẫn điện). Đại bộ phận các vật liệu kim loại đều là hợp kim của hai hay nhiều kim loại khác nhau. Nhờ việc hợp kim hoá mà ta có thể thay đổi cơ tính của vật liệu trong một phạm vi rộng.

Xét về tổ chức và tính chất trên phạm vi vĩ mô thì kim loại nguyên chất là vật liệu đồng đều. Quan sát dưới kính hiển vi ta thấy kim loại do nhiều hạt tạo thành, chúng phân cách với nhau bởi các biên giới hạt. Những hạt này có cấu trúc tinh thể nên gọi là các hạt tinh thể. Độ lớn của các hạt này tùy thuộc vào thành phần hoá học và cách xử lý nó, có thể biến đổi trong một phạm vi rộng (khoảng 10^{-3} mm đến hàng mm thậm chí đến cm). Nói đến tổ chức của kim loại ta hiểu đó là sự sắp xếp của các hạt bao gồm cả các biên giới hạt và các khuyết tật.

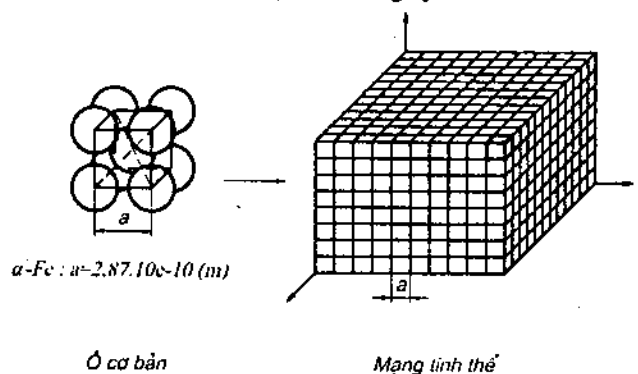
Tổ chức của hợp kim có thể rất đa dạng, không những độ lớn và hình dạng các hạt mà cả cấu trúc và thành phần của chúng cũng khác nhau.

Trong phạm vi một hạt tinh thể thì các nguyên tử sắp xếp có trật tự theo một quy luật nhất định tạo nên một mạng tinh thể. Do khoảng cách giữa các nguyên tử lặp lại theo chu kỳ trong không gian nên mỗi kiểu mạng tinh thể được đặc trưng bởi tế bào của nó gọi là ô cơ bản. Bởi vậy, muốn nghiên cứu cấu trúc một mạng tinh thể nào đó ta chỉ cần nghiên cứu ô cơ bản của nó. Trong mạng tinh thể lý tưởng, các nguyên tử nằm trên các nút mạng trong trạng thái cân bằng về lực hút và lực đẩy của các điện tử và hạt nhân nguyên tử.

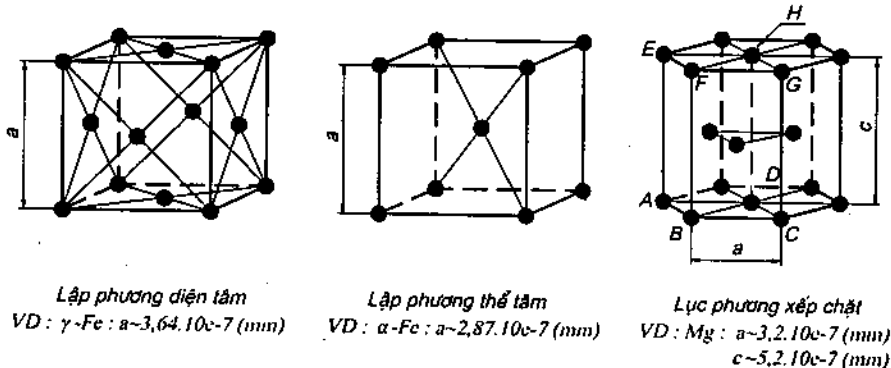
Những kim loại và hợp kim được sử dụng phổ biến trong kỹ thuật thường có cấu trúc tinh thể thuộc một trong ba dạng sau đây (hình 2.1):

- *Mạng lập phương thể tâm*: Thuộc nhóm này có α -Fe ($<911^{\circ}\text{C}$), Nb, Mo, Ta, W, Ti ($>1155^{\circ}\text{K}$), Zr ($>1125^{\circ}\text{K}$), Cr, V.

- *Mạng lập phương diện tâm*: Thuộc nhóm này có γ -Fe (911 – 1392°C), Al, Ni, Cu, Ag, Au, Pt, Pb, Co ($>1393^{\circ}\text{K}$).



Hình 2.1. Mạng tinh thể và ô cơ bản



Hình 2.2. Các dạng ô cơ bản của những kim loại thường dùng trong kỹ thuật

- Mạng lục phương xếp chặt: Thuộc nhóm này có Zn, Mg, Be, Ti ($<1155^\circ\text{K}$), Co ($<1393^\circ\text{K}$), Zr ($<1125^\circ\text{K}$).

Kích thước của ô cơ bản gọi là thông số mạng, đối với mạng lập phương chỉ có một thông số là a , còn mạng lục phương thì có hai thông số là a và c . Trong mô hình về mạng tinh thể ta coi các nguyên tử như những quả cầu, chúng tiếp xúc với nhau trên những phương nhất định. Với mô hình như vậy thì đường kính nguyên tử và khoảng cách giữa các nguyên tử đều là hàm của các thông số mạng.

Một số kim loại có thể tồn tại dưới những dạng mạng tinh thể khác nhau phụ thuộc vào nhiệt độ, trong đó mỗi dạng mạng chỉ ổn định trong một khoảng nhiệt độ nhất định.

Ví dụ: $\alpha\text{-Fe}$ $< 1184^\circ\text{K}$ có dạng lập phương thể tâm.

$\gamma\text{-Fe}$ ($1184 - 1665^\circ\text{K}$) có dạng lập phương diện tâm.

$\delta\text{-Fe}$ $> 1392^\circ\text{K}$ có dạng lập phương thể tâm.

Đặc điểm này gọi là tính thù hình của kim loại. Chuyển biến từ dạng thù hình này sang dạng thù hình khác gọi là chuyển biến thù hình hoặc chuyển biến pha. Chính các phương pháp nhiệt luyện là dựa trên cơ sở của các chuyển biến pha để đạt được những tính chất kỹ thuật cần thiết.

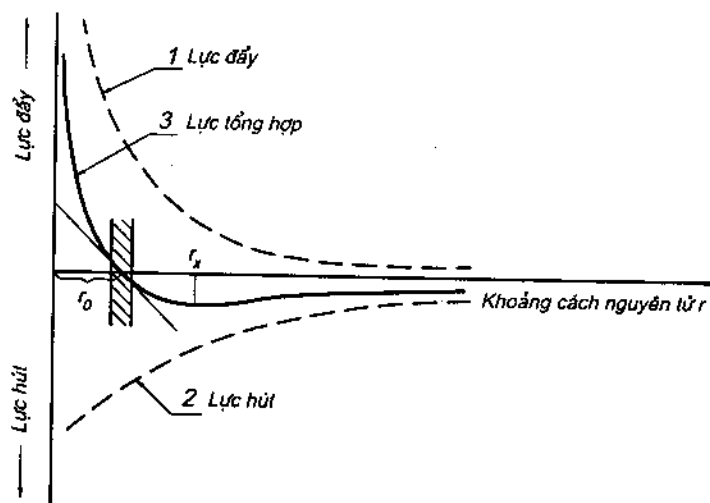
2.2. LỰC LIÊN KẾT GIỮA CÁC NGUYÊN TỬ TRONG MẠNG TINH THỂ

Kim loại dưới tác dụng của tải trọng bên ngoài thể hiện có một độ bền nhất định là do các nguyên tử của chúng gắn bó với nhau bởi những lực liên kết. Những lực này là kết quả của sự tương tác về điện giữa hạt nhân nguyên tử mang điện tích dương và các điện tử tự do mang điện tích âm. Hãy xét tương tác giữa hai nguyên tử riêng biệt.

Tương tác đó bao gồm lực đẩy và lực hút tĩnh điện, cả hai lực này đều phụ thuộc vào khoảng cách r giữa hai nguyên tử. Khi hai nguyên tử còn xa nhau (r rất lớn so với kích thước nguyên tử) lực tương tác coi như bằng 0 vì cả lực hút và lực đẩy đều rất nhỏ. Khi hai nguyên tử tiến lại gần nhau hơn thì lực hút và lực đẩy đều tăng nhưng lực hút tăng nhanh

hơn. Các nguyên tử càng gần nhau thì lực đẩy càng tăng nhanh do đó trên đường biểu diễn lực tổng hợp (là tổng đại số lực hút và lực đẩy) tại một khoảng cách xác định ($r = r_x$) xuất hiện giá trị cực đại, sau đó do lực đẩy tăng nhanh hơn nên lực tổng hợp giảm dần. Ứng với $r = r_0$ lực hút và lực đẩy cân bằng lẫn nhau, lực tổng hợp bằng 0. Khi đó các nguyên tử nằm ở vị trí ổn định trong mạng tinh thể. Dao động nhiệt của các nguyên tử xung quanh vị trí cân bằng của chúng trong mạng tinh thể có thể bỏ qua. Ở vị trí cân bằng, năng lượng tương tác của nguyên tử cũng đạt cực tiểu. Như vậy, trong mạng tinh thể các nguyên tử luôn luôn có xu hướng nằm ở trạng thái ổn định cách nhau một khoảng cách xác định r_0 và luôn luôn chống lại bất cứ sự xê dịch nào muốn tăng hoặc giảm khoảng cách đó. Trong cấu trúc tinh thể nào cũng vậy, xê dịch nguyên tử ra khỏi vị trí cân bằng của chúng đều làm tăng thế năng.

Quan sát cấu trúc của mạng tinh thể ta dễ dàng nhận thấy khoảng cách giữa các nguyên tử trên các mặt và các phương khác nhau của mạng tinh thể là khác nhau, bởi vậy tương tác giữa chúng cũng mạnh yếu khác nhau. Điều này dẫn đến các tính chất của tinh thể (cơ tính, lý tính...) trên các mặt và các phương cũng khác nhau. Như vậy, tinh thể có tính dị hướng. Đó là xét trong phạm vi một tinh thể, còn đối với vật liệu đa tinh thể thì do các hạt định hướng khác nhau nên tính



Hình 2.3. Lực tương tác giữa hai nguyên tử gần nhau trong mạng tinh thể

chất của vật liệu lại thể hiện đồng đều trên mọi hướng. Ta nói vật liệu đa tinh thể có tính đẳng hướng nhưng xét về bản chất là đẳng hướng giả.

Vì lý do trên nên khi nghiên cứu những vấn đề có liên quan đến cấu trúc tinh thể cần thiết phải ký hiệu các mặt và các phương của mạng tinh thể. Người ta dùng chỉ số Miller để ký hiệu chúng (h, k, l).

Cách ký hiệu mặt:

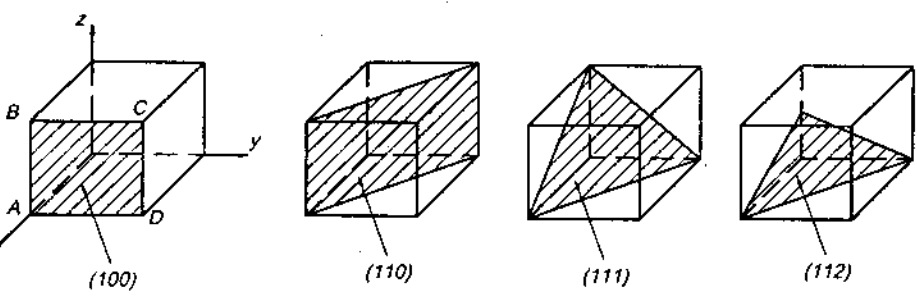
- Chọn hệ tọa độ của ô cơ bản là ox, oy, oz , đơn vị đo là thông số mạng.
- Mặt cần ký hiệu cắt các trục ox, oy, oz ở các tọa độ a, b, c .
- Lấy nghịch đảo của a, b, c :

$$h = \frac{1}{a} ; k = \frac{1}{b} ; l = \frac{1}{c}$$

trong đó : h, k, l phải là số nguyên. Đặt h, k, l vào trong dấu ngoặc đơn. Tất cả các mặt đối xứng có giá trị như nhau (bao gồm cả các tọa độ âm) hợp thành một họ mặt. Các chỉ số h, k, l được đặt vào { }. Các mặt trong mạng lục phương được ký hiệu bằng bốn chỉ số (h, k, i, l).

Ví dụ: Mặt ABCD cắt ox, oy, oz ở 1, ∞, ∞.

Vậy $h = \frac{1}{1}$; $k = \frac{1}{\infty}$; $l = \frac{1}{\infty}$



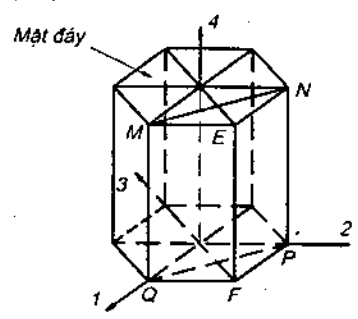
Hình 2.4. Ký hiệu mặt

Ký hiệu (100)

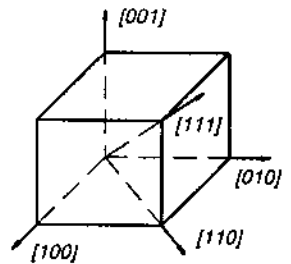
Mặt MNPQ cắt 1, 2, 3, 4 ở 1, 1, -1/2, ∞

Vậy $h = \frac{1}{1}$; $k = \frac{1}{1}$; $i = -\frac{1}{0,5}$; $l = \frac{1}{\infty}$

Ký hiệu (11 $\bar{2}$ 0)



Mặt MNPO (11 $\bar{2}$ 0)



Hình 2.5. Ký hiệu phương

Cách ký hiệu phương:

- Chọn hệ tọa độ của ô cơ bản, đơn vị đo là thông số mạng
- Tịnh tiến phương song song căn ký hiệu tới gốc tọa độ
- Lấy tọa độ u, v, w của nguyên tử đầu tiên trên phương đó đặt trong dấu [] nếu u, v, w là những số nguyên.

Tất cả các phương đối xứng đều có giá trị như nhau (bao gồm cả các tọa độ âm) hợp thành một họ phương. Các chỉ số u, v, w được đặt vào < >.

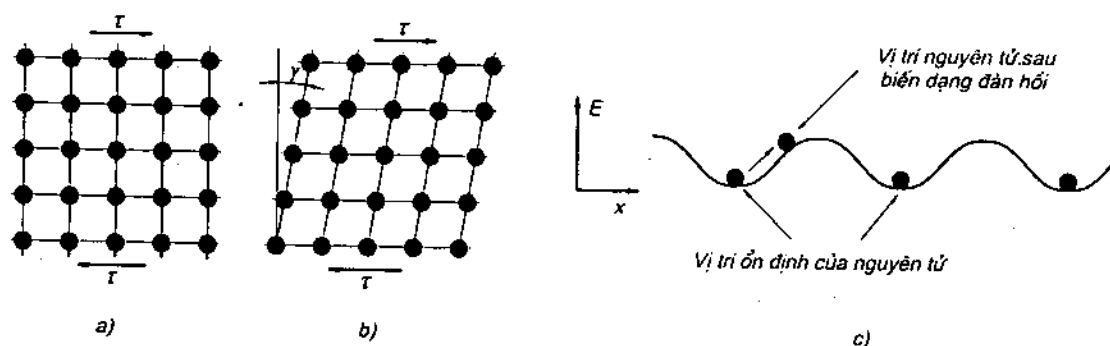
2.3. BIẾN DẠNG ĐÀN HỒI VÀ BIẾN DẠNG DẸO TRONG TINH THỂ LÝ TƯỞNG

Sự biến dạng của vật thể mà ta thực hiện được trong các quá trình biến dạng chính là tổng hợp của các quá trình biến dạng trong từng hạt tinh thể và trên biên giới hạt. Vì vậy muốn tìm hiểu cơ chế của quá trình biến dạng trong đa tinh thể trước hết hãy nghiên cứu sự biến dạng trong đơn tinh thể lý tưởng (không có khuyết tật). Ngày nay, người ta đã có

thể nuôi cấy được những đơn tinh thể đủ lớn để có thể thực hiện những thí nghiệm kéo hoặc nén.

2.3.1. Biến dạng đàn hồi

Khi đặt tải trọng lên mẫu sẽ làm cho mạng tinh thể bị xô lệch do các nguyên tử bị xô dịch ra khỏi vị trí cân bằng. Tải trọng kéo làm tăng khoảng cách nguyên tử ($r > r_0$) dẫn đến xuất hiện lực hút kéo nguyên tử trở về vị trí cân bằng. Tải trọng nén đưa hai nguyên tử gần nhau hơn ($r < r_0$) nên xuất hiện lực đẩy cũng đưa nguyên tử trở về vị trí cân bằng. Dưới tác dụng của ứng suất tiếp, các nguyên tử cũng bị xô dịch khỏi vị trí cân bằng. Song do xô dịch của các nguyên tử trong phạm vi biến dạng đàn hồi còn rất nhỏ, chưa vượt qua được ngưỡng năng lượng để có thể xô dịch tới một vị trí ổn định mới nên khi bỏ tải trọng các nguyên tử lại trở về vị trí cân bằng ban đầu.



Hình 2.6. Biến dạng đàn hồi và mô hình năng lượng trong biến dạng đàn hồi

a) Trước biến dạng; b) Trong biến dạng đàn hồi; c) Mô hình năng lượng.

Trong biến dạng đàn hồi, ở trạng thái ứng suất đơn ta có mối quan hệ:

$$\sigma = E\varepsilon \quad \text{khi kéo, nén}$$

$$\tau = G\gamma \quad \text{khi xô dịch (trượt)}$$

trong đó: E - môđun đàn hồi dọc; G - môđun đàn hồi trượt.

Các môđun này là những thông số đặc trưng cho độ cứng rắn của vật liệu. Giữa chúng có mối quan hệ $E = 2G(1 + \nu)$, trong đó ν là hệ số Poisson, nó là tỷ số giữa sự thay đổi kích thước theo chiều ngang và chiều dọc. Ví dụ, trong thí nghiệm kéo giãn đơn chiều dài của mẫu tăng lên nhưng đường kính của nó giảm đi.

Môđun đàn hồi là đặc trưng của lực liên kết giữa các nguyên tử trong mạng tinh thể. Lực liên kết nguyên tử càng lớn thì môđun đàn hồi càng lớn, vật liệu càng cứng rắn hơn. Bởi vậy môđun đàn hồi là một trong những thông số quan trọng khi chọn vật liệu dùng trong kỹ thuật. Chẳng hạn, để chế tạo lò xo cần vật liệu có môđun đàn hồi lớn, còn để tắt nhanh dao động thì dùng vật liệu có môđun đàn hồi nhỏ. Trị số của môđun đàn hồi phụ thuộc vào những yếu tố sau:

- Nhiệt độ: vì môđun đàn hồi phụ thuộc vào khoảng cách giữa các nguyên tử nên nó phụ thuộc vào nhiệt độ, bởi lẽ khi nhiệt độ tăng thì khoảng cách giữa các nguyên tử tăng, lực liên kết giảm đi nên môđun đàn hồi giảm. Sự phụ thuộc này gần như là tuyến tính song không đáng kể. Trung bình môđun đàn hồi giảm từ 2% đến 4% khi tăng nhiệt độ lên 100°C .

- Mức độ biến dạng nguội: khi biến dạng nguội, do mạng tinh thể bị xô lệch nên môđun đàn hồi giảm, nhưng giảm rất ít (không quá 1%). Song biến dạng nguội có thể tạo nên định hướng đặc biệt (tổ chức thớ) trong mạng tinh thể làm giảm tính đẳng hướng dẫn đến sự thay đổi đáng kể trị số môđun đàn hồi giữa các phương (có thể tới vài chục phần trăm).

- Thành phần hoá học: khi hợp kim hoá sẽ làm thay đổi khoảng cách giữa các nguyên tử và do đó ảnh hưởng đến trị số của môđun đàn hồi. Hợp kim hoá có thể làm tăng hoặc giảm môđun đàn hồi tùy thuộc vào các yếu tố sau đây:

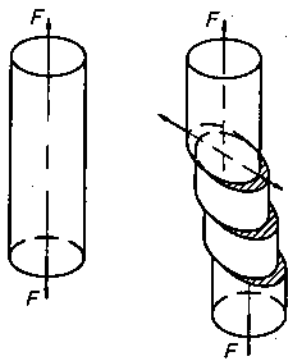
- + Xô lệch mạng xung quanh nguyên tử của nguyên tố hoà tan làm giảm môđun đàn hồi.
- + Nguyên tử của nguyên tố hoà tan có thể cản trở chuyển động của lệch (sẽ nói ở phần sau), vì vậy lại làm tăng môđun đàn hồi.
- + Tương quan lực liên kết giữa nguyên tử của nguyên tố hoà tan với nguyên tử dung môi và giữa các nguyên tử hoà tan với nhau sẽ quyết định chiều tăng giảm của môđun đàn hồi. Nếu lực liên kết loại đầu mạnh hơn thì môđun đàn hồi sẽ tăng.

2.3.2. Biến dạng dẻo

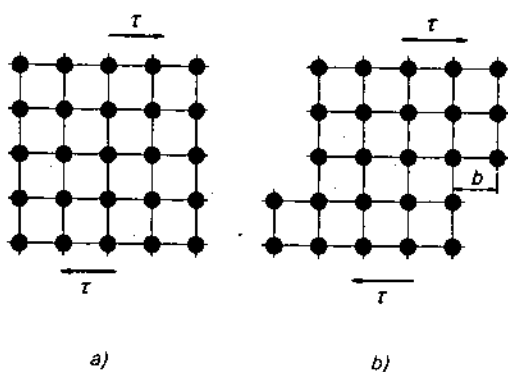
Quan sát sự biến dạng trong đơn tinh thể ta thấy có hai cơ chế chủ yếu dẫn đến biến dạng dẻo, đó là trượt và đối tinh.

2.3.2.1. Trượt

Khi mẫu đơn tinh thể bị kéo ta thấy xuất hiện các bậc trên bề mặt của mẫu. Điều đó chứng tỏ có sự trượt lên nhau giữa các phần của tinh thể. Sự trượt xảy ra chủ yếu trên những mặt nhất định và dọc theo những phương nhất định gọi là mặt trượt và phương trượt. Mức độ trượt thường là bằng một số nguyên lần khoảng cách giữa các nguyên tử trên phương trượt.



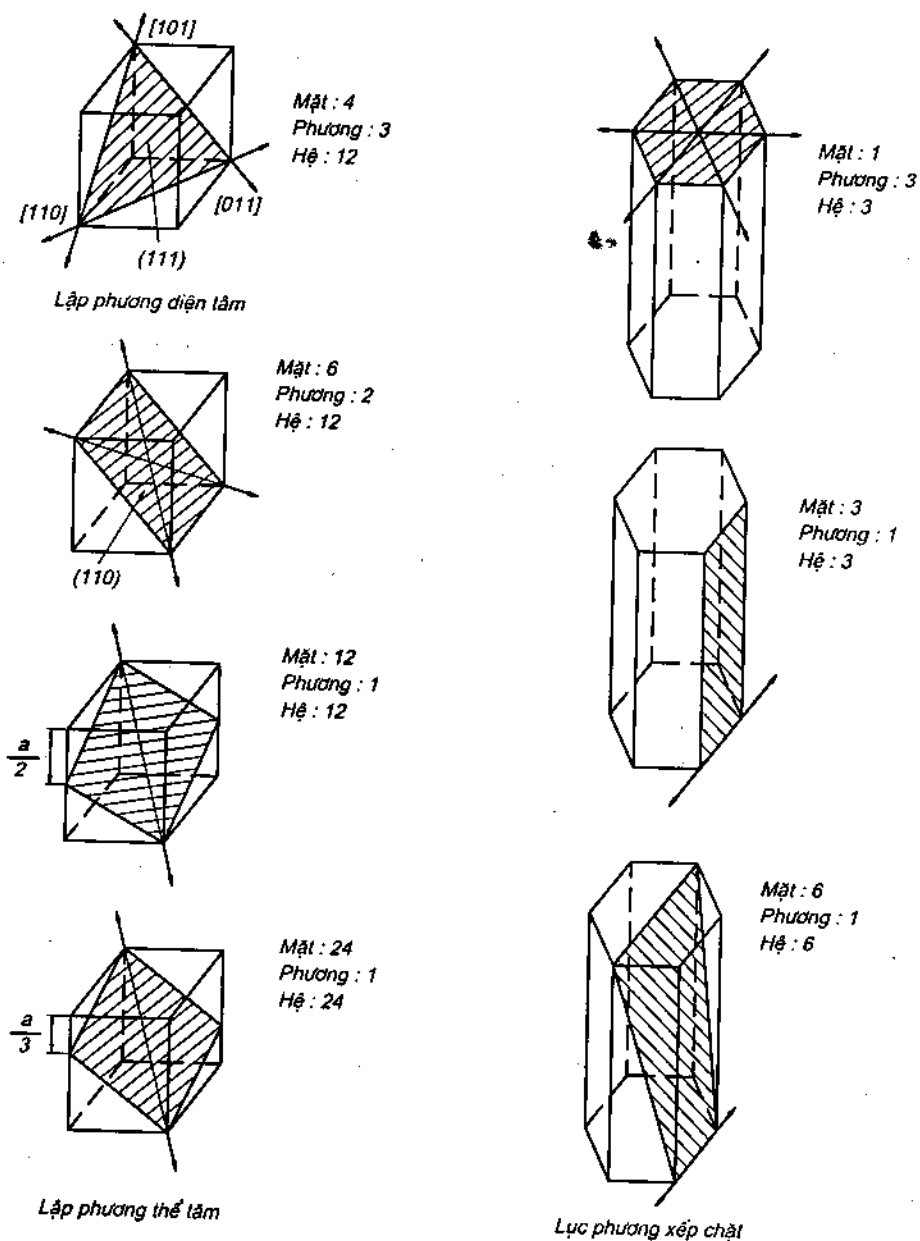
Hình 2.7. Trượt ở đơn tinh thể dưới tải trọng kéo



Hình 2.8. Biến dạng dẻo của mạng tinh thể do trượt
a) Trước biến dạng ; b) Sau khi trượt.

Một mặt trượt cùng với một phương trượt nằm trên nó tạo thành một hệ trượt. Các nghiên cứu lý thuyết lẫn thực nghiệm đều cho thấy mặt trượt và phương trượt là những mặt và phương có mật độ nguyên tử lớn nhất. Điều này cũng dễ hiểu bởi lẽ lực liên kết giữa các nguyên tử trên mặt và phương đó là lớn nhất so với những mặt và phương khác.

Số lượng hệ trượt càng lớn thì khả năng xảy ra trượt càng nhiều có nghĩa là càng dễ biến dạng dẻo. Bởi vậy khả năng biến dạng dẻo của kim loại có thể được đánh giá thông qua số lượng hệ trượt. Qua đây có thể nhận thấy rằng những kim loại có mạng lục phương do số lượng hệ trượt hạn chế nên thường có tính dẻo kém hơn so với những kim loại có mạng tinh thể Lpdt hoặc Lptt (hình 2.9).



Hình 2.9. Hệ trượt của ba dạng tinh thể thường gặp

Đặc điểm của trượt:

- Trượt chỉ xảy ra dưới tác dụng của ứng suất tiếp.
- Phương mạng không thay đổi trước và sau khi trượt.
- Mức độ trượt bằng một số nguyên lần khoảng cách giữa các nguyên tử trên phương trượt.
- Ứng suất tiếp cần thiết để gây ra trượt không lớn.

Thực nghiệm đã chỉ ra rằng trong một số hệ trượt biến dạng dẻo thông qua trượt sẽ xảy ra nếu ứng suất tiếp đạt tới giá trị tới hạn τ_0 . Bởi vậy trên hệ trượt nào ứng suất tiếp đạt tới giá trị τ_0 trước thì trượt sẽ bắt đầu trên hệ trượt đó trước. Ta hãy nghiên cứu quá trình kéo mẫu đơn tinh thể (hình 2.10). Mặt A_1 là mặt trượt, phương trượt t nằm trên mặt trượt A_1 . F là lực kéo tác dụng lên mẫu. Ta hãy xác định ứng suất tiếp τ trên phương trượt.

Từ hình 2.10a ta có:

$$A_0 = A_1 \cdot \cos \varphi$$

$$F = \sigma_0 \cdot A_0 = \sigma_1 \cdot A_1$$

$$\sigma_1 = \sigma_0 \frac{A_0}{A_1} = \sigma_0 \cdot \cos \varphi$$

$$\tau = \sigma_1 \cdot \cos \psi$$

$$\tau = \sigma_0 \cdot \cos \varphi \cdot \cos \psi$$

(2.1)

Đây là định luật ứng suất tiếp của Schmid. Dựa vào định luật này ta có thể tính được ứng suất tiếp τ tác dụng trên một hệ trượt nếu biết độ lớn và phương của ứng suất σ_0 hoặc ngược lại có thể tính được ứng suất cần thiết để bắt đầu gây ra trượt nếu biết ứng suất tiếp tới hạn τ_0 và định hướng của hệ trượt:

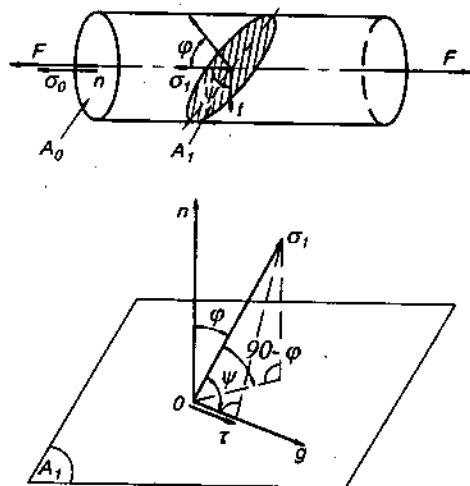
$$\sigma^* = \frac{\tau_0}{\cos \varphi \cdot \cos \psi} \quad (2.2)$$

Đó chính là giới hạn chảy R_p khi kéo. Từ (2.1) ta nhận thấy rõ ràng τ không chỉ phụ thuộc vào ứng suất kéo σ_0 mà còn phụ thuộc vào định hướng của hệ trượt so với phương kéo.

Ta gọi:

$$\mu = \cos \varphi \cos \psi \quad (2.3)$$

là yếu tố định hướng. μ càng lớn thì τ cũng càng lớn. Vậy với giá trị nào của các góc φ và ψ thì τ đạt lớn nhất?



b) Hình 2.10. Ứng suất tiếp tác dụng trên phương trượt ở đơn tinh thể dưới tải trọng kéo

a) Mẫu kéo với mặt trượt A_1 và phương trượt t ;

b) Một phần của mặt trượt A_1 .

Giả sử phương kéo hợp với mặt trượt một góc φ_i , trong trường hợp này phương của σ_1 chưa hoàn toàn xác định, nó có thể xoay quanh pháp tuyến n và quét thành một mặt nón có đỉnh là O , trục là n và góc ở đỉnh là $2\varphi_i$. Khi φ_i xác định thì góc hợp bởi phương của lực kéo (cũng là phương của σ_1) và phương trượt ψ_i chỉ có thể biến động trong phạm vi:

$$(90^\circ - \varphi_i) \leq \psi_i \leq (90^\circ + \varphi_i) \quad (2.4)$$

Từ (2.1) và (2.4) rút ra, để có τ dương trên phương trượt t thì:

$$(90^\circ - \varphi_i) \leq \psi_i \leq 90^\circ \quad (2.5)$$

Từ (2.1) cho thấy, với φ_i xác định thì τ sẽ càng lớn nếu ψ_i càng nhỏ.

Khi $\psi_{imin} = 90^\circ - \varphi_i$ thế vào (2.1) ta có:

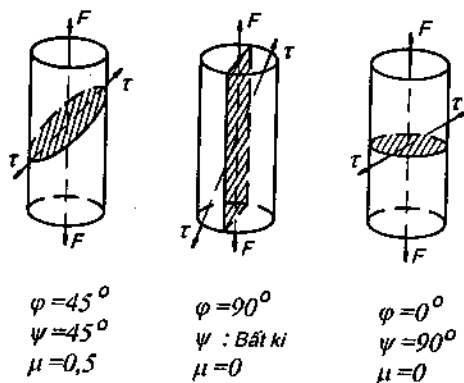
$$\tau = \sigma_0 \cdot \cos \varphi_i \cdot \sin \varphi_i = \sigma_0 \cdot \frac{1}{2} \sin 2\varphi_i$$

τ sẽ đạt lớn nhất khi $2\varphi_i = 90^\circ$ và do đó $\psi_{imin} = \varphi_i = 45^\circ$

$$\begin{aligned} \tau_{max} &= \frac{1}{2} \sigma_0 \\ \mu_{max} &= \frac{1}{2} \end{aligned} \quad \left| \begin{array}{l} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right. \quad \text{khi } \varphi = \psi = 45^\circ$$

Vì trong một tinh thể tồn tại nhiều hệ trượt nên ở hệ trượt nào có yếu tố định hướng lớn nhất thì τ lớn nhất, và khi đạt tới ứng suất tiếp tới hạn τ_0 thì bắt đầu trượt trước tiên.

Khi $\mu = 0$ thì trên hệ trượt đó ứng suất tiếp bằng 0 và do đó không thể xảy ra trượt ở trên những hệ trượt này.

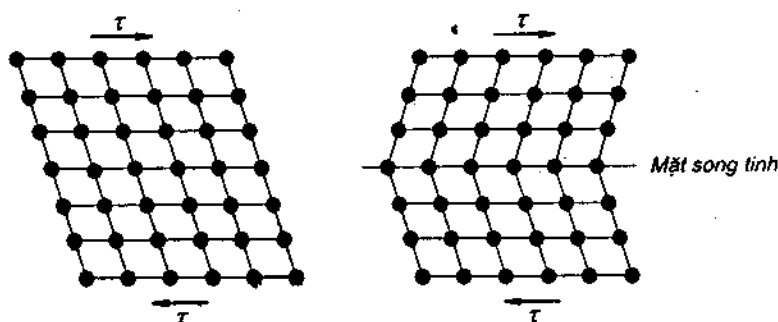


2.3.2.2. Song tinh (đối tinh)

Một cơ chế thứ hai dẫn đến biến dạng dẻo trong tinh thể đó là sự tạo thành song tinh cơ học (cần phân biệt với sự tạo thành song tinh khi có chuyển biến Ôstênit). Khi ứng suất tiếp τ đạt tới một giá trị tới hạn nào đó thì một phần của mạng tinh thể sẽ xô dịch đến một vị trí mới đối xứng với phần còn lại qua một mặt phẳng gọi là mặt song tinh.

Song tinh cũng giống như trượt chỉ xảy ra trên các mặt và các phương xác định. Ví dụ:

- Mạng Lpdt : $\{111\}$ $\langle 112 \rangle$ nhưng ít xảy ra
- Mạng Lptt : $\{112\}$ $\langle 111 \rangle$
- Mạng Lpxc: $\{1012\}$ không phải là mặt cơ sở



Hình 2.12. Song tinh trong mạng tinh thể

Song tinh có những đặc điểm sau:

- Giống như trượt sự tạo thành song tinh chỉ xảy ra dưới tác dụng của ứng suất tiếp
- Khác với trượt là việc tạo thành song tinh kèm theo sự thay đổi phương mạng của phần tinh thể bị xô dịch.
- Khoảng xô dịch của các nguyên tử tỷ lệ thuận với khoảng cách giữa chúng tới mặt song tinh và có trị số nhỏ hơn so với khoảng cách nguyên tử.
- Ứng suất cần thiết để tạo thành đối tinh cơ học thường lớn hơn ứng suất cần thiết để gây ra trượt. Bởi vậy nói chung trượt sẽ xảy ra trước và chỉ khi các quá trình trượt gặp khó khăn thì song tinh mới tạo thành; ví dụ như trường hợp biến dạng trong mạng lập phương thể tâm ở nhiệt độ thấp hoặc tốc độ biến dạng lớn (khi đó giới hạn chảy tương đối cao).

Vì xô dịch của các nguyên tử khi tạo thành song tinh nhỏ nên song tinh không dẫn đến một mức độ biến dạng dẻo đáng kể trong tinh thể (chỉ mấy %). Nếu cùng với song tinh còn xảy ra trượt thì trượt sẽ đóng vai trò chính trong quá trình biến dạng dẻo. Trong các tinh thể liên kết đồng hoá trị như Bi, Sb... toàn bộ biến dạng dẻo cho đến lúc phá hủy chủ yếu do song tinh tạo nên, vì thế mức độ biến dạng dẻo trong các tinh thể đó rất nhỏ, chúng được coi là những vật liệu giòn. Đối với những kim loại mạng lục phương xếp chặt như Zn, Mg, Cd do số lượng hệ trượt ít nên thường tạo thành song tinh, song như trên đã nói ý nghĩa của song tinh đối với biến dạng dẻo không lớn mà quan trọng hơn là do song tinh làm thay đổi phương mạng nên có thể làm xuất hiện một vài định hướng mới có lợi cho trượt. Trong trường hợp này biến dạng dẻo xảy ra trước phá hủy tăng lên so với trường hợp chỉ có trượt đơn thuần. Tuy nhiên sự thay đổi ấy không lớn nên các kim loại mạng lục phương xếp chặt vẫn là những vật liệu có tính dẻo kém.

2.3.3. Độ bền cắt lý thuyết

Như đã biết trong biến dạng đàn hồi sau khi bỏ tải trọng các nguyên tử lại trở về vị trí ổn định ban đầu do thế năng của chúng (do ngoại lực cung cấp) chưa vượt qua được ngưỡng năng lượng cần thiết để xê dịch đến một vị trí ổn định mới. Chừng nào chúng vượt qua được ngưỡng năng lượng đó thì có thể dịch chuyển đi một khoảng cách nguyên tử, ta nói mạng tinh thể bị biến dạng dẻo.

Độ bền cắt lý thuyết là độ bền cắt được tính toán dựa trên giả thiết là khi biến dạng dẻo các lớp nguyên tử nằm ở phía trên và phía dưới mặt trượt đồng thời xê dịch tương đối với nhau một khoảng cách nguyên tử.

Ta có hàm thế năng:

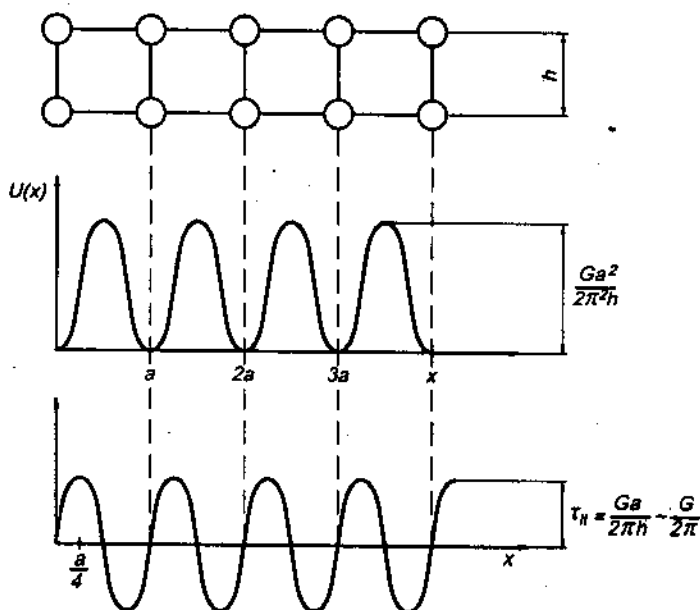
$$U(x) = \frac{Ga^2}{4\pi^2h} (1 - \cos 2\pi \frac{x}{a})$$

trong đó a - khoảng cách giữa các nguyên tử

h - khoảng cách giữa các mặt nguyên tử

G - môđun cắt (môđun đàn hồi trượt)

$$\tau = \frac{dU(x)}{dx} = \frac{Ga}{2\pi h} \sin 2\pi \frac{x}{a}$$



Hình 2.13. Xác định độ bền cắt lý thuyết

Độ bền cắt lý thuyết lấy bằng giá trị cực đại của hàm $\tau = \tau(x)$ tại $x = \frac{a}{4}$

Khi đó: $\tau_{lt} = \frac{Ga}{2\pi h}$

Nếu: $h = a$ thì $\tau_{lt} = \frac{G}{2\pi} = \frac{G}{6}$

Nếu tính toán dựa trên những giả thiết chính xác hơn về hàm thế năng $U(x)$ thì:

$$\tau_{lt} = \frac{G}{30}$$

Ví dụ: với Fe có $G = 83000 \text{ N/mm}^2$

$$\tau_{lt} = 2766 \text{ N/mm}^2$$

Thực nghiệm đã xác định ứng suất tiếp tới hạn của đơn tinh thể sắt chỉ bằng $\approx 20 \text{ N/mm}^2$. Người ta đã nuôi cấy được những đơn tinh thể dạng sợi rất mảnh mà mạng tinh thể của nó hầu như không có khuyết tật gọi là “whisker” (tinh thể sợi tóc). Độ bền cắt của nó quả thực đạt tới trị số của độ bền cắt lý thuyết. Và chính vì vậy ngày nay người ta đã chế tạo được những vật liệu tổ hợp có độ bền rất cao bằng cách cấy những sợi whisker có độ bền cao vào nền kim loại hoặc phi kim loại, song ứng suất tiếp tới hạn mà ta đo được ở những đơn tinh thể kim loại nguyên chất thì lại thấp hơn khoảng 1000 lần độ bền cắt lý thuyết. Những kim loại đa tinh thể thường dùng trong kỹ thuật tuy còn có ảnh hưởng của biên giới hạt không thể đem ra so sánh trực tiếp nhưng cũng có giới hạn chảy cắt thấp hơn nhiều so với độ bền cắt lý thuyết.

Sự thật này khiến ta phải kết luận là ứng suất tiếp tới hạn của tinh thể thực không thể xác định dựa trên giả thiết về sự trượt đồng thời của tất cả các nguyên tử ở về hai phía của mặt trượt. Rõ ràng là sự trượt và do đó ứng suất tiếp tới hạn có liên quan với các khuyết tật trong mạng tinh thể. Dạng khuyết tật quan trọng nhất đối với biến dạng dẻo là khuyết tật đường, cụ thể là các loại lệch trong mạng tinh thể. Dựa vào sự chuyển động của lệch ta có thể giải thích một loạt các quá trình có liên quan đến tính dẻo và độ bền của kim loại như biến dạng, hoá bền, mỏi, dãn, phá hủy v.v...

2.4. KHUYẾT TẬT TRONG MẠNG TINH THỂ

2.4.1. Các dạng khuyết tật mạng

Cấu trúc tinh thể của vật liệu kim loại bị rối loạn do sự xuất hiện của các khuyết tật mạng. Căn cứ vào phạm vi không gian (kích thước) của các khuyết tật ta có thể chia chúng thành ba dạng:

- Khuyết tật điểm (khuyết tật không chiều): ví dụ các nút trống, các nguyên tử xen kẽ.
- Khuyết tật đường (khuyết tật một chiều): ví dụ các loại lệch
- Khuyết tật mặt (khuyết tật hai chiều): ví dụ biên giới hạt, biên giới pha, khuyết tật xếp

Mạng tinh thể có chứa đựng các khuyết tật gọi là mạng tinh thể thực. Các khuyết tật mạng có ý nghĩa lớn đối với một loạt các tính chất của kim loại tùy thuộc vào tính chất và

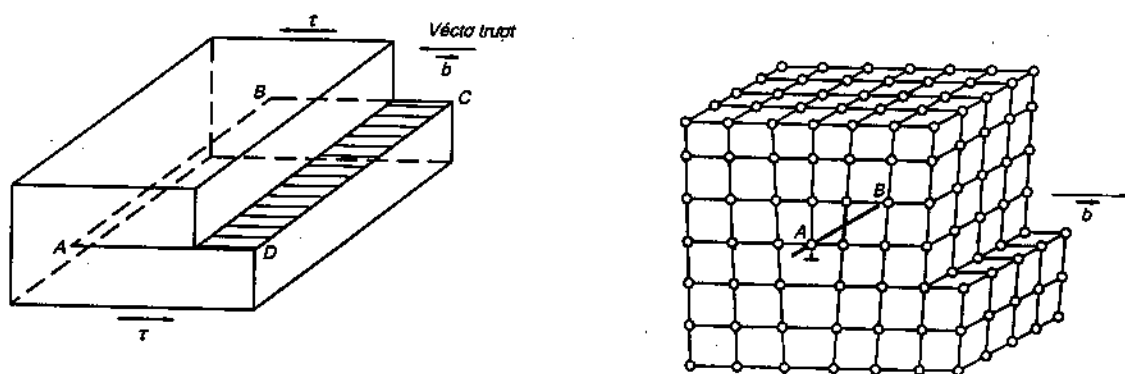
nồng độ của chúng. Ngày nay việc nghiên cứu các khuyết tật mạng đã trở thành một lĩnh vực chính của vật lý chất rắn.

2.4.2. Lệch

Sự chênh lệch giữa độ bền cắt lý thuyết và ứng suất tiếp tới hạn mà ta đo được trên đơn tinh thể thực đầu tiên được giải thích thuần túy bằng lý thuyết của Orowan, Polanyi và Taylor về sự chuyển động của lệch trong mạng tinh thể. Mãi đến năm 1952 người ta mới quan sát thấy lệch trên bề mặt của tinh thể và năm 1956 mới nhìn thấy lệch ở bên trong tinh thể nhờ kính hiển vi điện tử.

1.- Các dạng lệch

Có hai dạng lệch cơ bản là lệch biên và lệch xoắn



Hình 2.14. Lệch biên

Nếu ta cắt mạng tinh thể hoàn chỉnh theo mặt phẳng ABCD rồi xê dịch phần trên đi một khoảng cách nguyên tử so với phần dưới theo phương của vectơ trượt $\vec{b}$ (vuông góc với đường AB) thì ta sẽ tạo nên một lệch biên (hình 2.14). Mặt phẳng qua ABCD gọi là mặt trượt (mặt xê dịch), còn AB là ranh giới giữa miền đã xê dịch và miền chưa xê dịch trên mặt trượt gọi là đường lệch hay trục lệch. Như vậy, ta có thể hình dung lệch biên là trong mạng tinh thể hoàn chỉnh có cắm thêm vào một bán mặt nguyên tử thừa. Nếu bán mặt nguyên tử nằm ở phần trên mặt trượt thì theo qui ước ta có lệch biên dương, ký hiệu là “ $\perp$ ” còn nếu nằm ở phần dưới mặt trượt thì ta có lệch biên âm ký hiệu là “ $\neg$ ”. Rõ ràng mạng tinh thể ở vùng phụ cận lệch biên bị xô lệch, càng gần đường lệch thì xô lệch càng mạnh. Khoảng cách giữa các nguyên tử ở phía trên đường AB thì nhỏ hơn, còn ở phía dưới đường AB thì lớn hơn so với khoảng cách bình thường, càng xa đường AB thì sự sai khác ấy càng giảm. Lệch biên có đặc điểm sau:

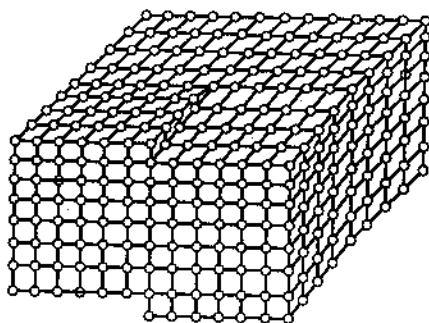
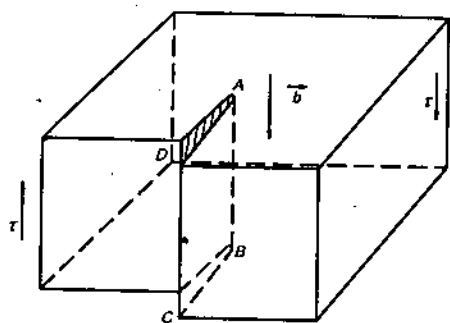
- * Đường lệch vuông góc với vectơ trượt $\vec{b}$.
- * Mặt trượt của lệch biên là xác định.

Nếu ta cắt mạng tinh thể hoàn chỉnh theo mặt phẳng ABCD rồi xô dịch phần nằm bên phải đi một khoảng cách nguyên tử so với phần nằm bên trái theo phương của vectơ trượt $\vec{b}$ (song song với đường AB) thì ta sẽ tạo nên một lệch xoắn (hình 2.15).

Cũng giống như lệch biên, mặt phẳng qua ABCD gọi là mặt trượt, AB là ranh giới giữa miền đã xô dịch và miền chưa xô dịch trên mặt trượt gọi là đường lệch hay trục lệch của lệch xoắn. Tùy theo chiều xoắn ốc là phải hoặc trái mà theo qui ước ta có lệch xoắn dương hoặc lệch xoắn âm. Ký hiệu là " $\odot$ ".

Khi tạo thành lệch xoắn ta thấy các mặt nguyên tử 1,2,3... đều bị gián đoạn tại mặt trượt ABCD sao cho nửa bên phải của mặt phẳng 1 trùng với nửa bên trái của mặt phẳng 2, nửa bên phải của mặt phẳng 2 trùng với nửa bên trái của mặt phẳng 3, v.v... Rõ ràng mạng tinh thể ở vùng phụ cận lệch xoắn cũng bị xô lệch và càng gần đường lệch thì xô lệch càng mạnh. Lệch xoắn có những đặc điểm sau:

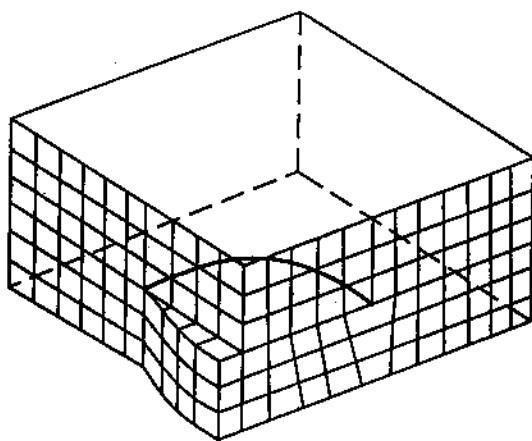
- * Đường lệch song song với vectơ trượt $\vec{b}$.
- * Mặt trượt của lệch xoắn có thể là bất kỳ mặt phẳng nào có chứa đường lệch.



Hình 2.15. Lệch xoắn

Trên đây là hai dạng lệch cơ bản trong mạng tinh thể, trong đó đường lệch của chúng hoặc vuông góc hoặc song song với vectơ trượt. Trong tinh thể các trường hợp đó ít gặp hơn là trường hợp đường lệch tạo với vectơ trượt một góc $0^\circ < \alpha < 90^\circ$. Lệch với đường lệch như vậy gọi là lệch hỗn hợp, có thể coi lệch hỗn hợp là tổng hợp của hai lệch biên và xoắn có vectơ trượt như nhau (hình 2.16).

Thực nghiệm cũng cho thấy rằng đường lệch rất ít khi là đường thẳng ($\alpha = \text{const}$) mà nó thường có dạng đường cong bất kỳ trong tinh thể ($\alpha \neq \text{const}$). Vì đường lệch là ranh



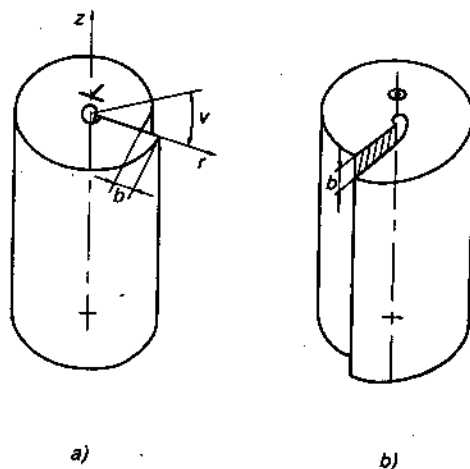
Hình 2.16. Lệch hỗn hợp

giới giữa miền đã xô dịch và miền chưa xô dịch trên mặt trượt nên nó không thể kết thúc ở bên trong tinh thể mà phải kết thúc ở mặt ngoài tinh thể hoặc tạo thành vòng khép kín trong tinh thể gọi là vòng lệch. Vòng lệch có thể là phẳng nếu nó hoàn toàn nằm trên một mặt trượt nhưng trong thực tế vì lý do năng lượng thường gặp vòng lệch cong (đường lệch nằm trên một số mặt trượt khác nhau). Quá trình trượt xảy ra và phát triển hoặc làm thu hẹp vòng lệch hoặc mở rộng nó tùy theo miền đã xô dịch nằm ngoài hoặc trong vòng lệch.

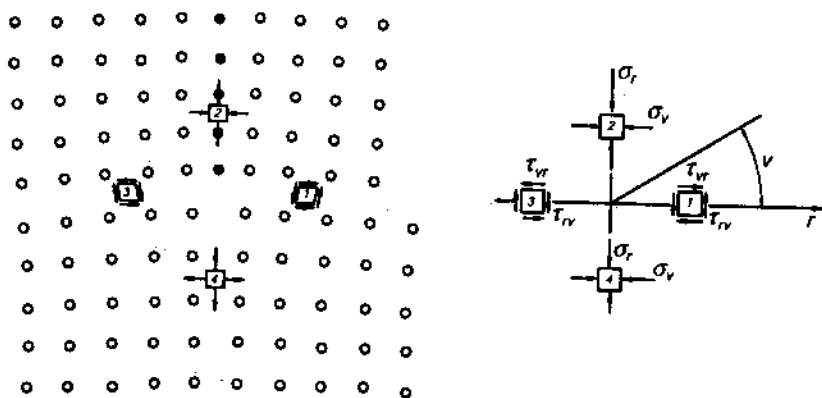
2. Trường ứng suất đàn hồi của lệch

Như trên đã trình bày, sự tồn tại của lệch làm cho mạng tinh thể ở vùng phụ cận nó bị xô lệch và bởi vậy gây nên một trường ứng suất đàn hồi xung quanh nó. Có thể dựa vào lý thuyết đàn hồi để xác định trường ứng suất đàn hồi này bằng những mô hình thích hợp.

Ta hình dung một vật thể hình trụ làm bằng vật liệu đàn hồi đẳng hướng có lỗ nhỏ dọc trục. Cắt vật thể này theo hướng kính đến tâm. Xô dịch mặt cắt này theo hướng kính (đối với lệch biên) hoặc hướng trục (đối với lệch xoắn) đi một khoảng b và sau đó lại hàn lại như không có mặt cắt. Ta hãy tính toán trường ứng suất xung quanh lệch biên dựa vào phương pháp của lý thuyết đàn hồi.



Hình 2.17. Mô hình để tính toán trường ứng suất đàn hồi của lệch



Hình 2.18. Trường ứng suất đàn hồi xung quanh lệch biên

$$\sigma_r = \sigma_\theta = -\frac{bG \sin \theta}{2\pi(1-\nu)r}$$

b: vectơ trượt

$$\tau_{r\theta} = \frac{bG \cos \theta}{2\pi(1-\nu)r}$$

Phân tố 1: $\theta = 0$

$$\sigma_r = \sigma_\theta = 0$$

$$\tau_{r\theta} = \frac{bG}{2\pi(1-\nu)r}$$

Phân tố 2: $\theta = 90^\circ$

$$\tau_{r\theta} = 0$$

$$\sigma_r = \sigma_\theta = \frac{-bG}{2\pi(1-\nu)r}$$

Phân tố 3: $\theta = 180^\circ$

$$\sigma_r = \sigma_\theta = 0$$

$$\tau_{r\theta} = \frac{-bG}{2\pi(1-\nu)r}$$

Phân tố 4: $\theta = 270^\circ$

$$\tau_{r\theta} = 0$$

$$\sigma_r = \sigma_\theta = \frac{bG}{2\pi(1-\nu)r}$$

Ở về hai bên mặt trượt ứng suất pháp đối dấu, còn ứng suất tiếp trên mặt trượt ($\theta = 0$) đạt trị số lớn nhất. Trường ứng suất xung quanh lệch tỷ lệ nghịch với khoảng cách r kể từ tâm lệch.

Ví dụ: đối với đồng $G = 45500 \text{ N/mm}^2$; $\nu = 0,35$

$b = 2,5 \cdot 10^{-7} \text{ mm}$ (tương ứng với khoảng cách nguyên tử trên phương trượt)

$r = 10^{-4} \text{ mm}$ (cách tâm lệch $\approx 10^3$ khoảng cách nguyên tử)

$$\begin{aligned} \theta &= 0 \\ (\text{mặt trượt}) \end{aligned} \quad \tau_{r\theta} = \frac{bG}{2\pi(1-\nu)r} = 27,4 \text{ N/mm}^2$$

Rõ ràng sự tồn tại của lệch đã tạo ra xung quanh nó một trường ứng suất đàn hồi đáng kể. Trường ứng suất này trong sự tương tác với ngoại lực, với trường ứng suất của các lệch khác hoặc của các dạng khuyết tật có trong mạng tinh thể ví dụ khuyết tật điểm sẽ dẫn đến sự chuyển động của lệch trong mạng tinh thể.

3. Năng lượng của lệch

Sự xuất hiện của lệch đã làm cho mạng tinh thể bị xô lệch và bởi vậy làm cho năng lượng của nó tăng lên. Năng lượng của lệch chính là do công cần thiết tạo ra nó chuyển biến thành. Dựa vào mô hình đã nói ở trên và bằng phương pháp của lý thuyết đàn hồi ta có thể tính được năng lượng của lệch biên và lệch xoắn ở vùng xung quanh lệch, ở đó xô dịch của các nguyên tử và xô lệch mạng tương đối nhỏ nên có thể sử dụng thuyết đàn hồi. Còn trong vùng gần đường lệch chừng một vài hàng số mạng (gọi là lõi lệch) do xô dịch của các nguyên tử và xô lệch mạng quá lớn nên thuyết đàn hồi không còn thích hợp.

$$E_{\perp} = \frac{Gb^2l}{4\pi(1-\nu)} \ln \frac{r_l}{r_0}$$

$$E_0 = \frac{Gb^2l}{4\pi} \ln \frac{r_l}{r_0}$$

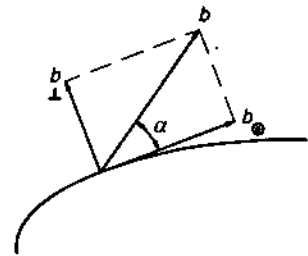
trong đó: G - môđun trượt;

b - vectơ trượt;

l - chiều dài đường lệch;

r_l - khoảng cách từ điểm bị biến dạng đàn hồi tới lệch;

r_0 - bán kính lõi lệch.



Hình 2.19. Tính toán năng lượng của lệch hỗn hợp

Lệch hỗn hợp được xem là tổng hợp của hai lệch biên và xoắn có cùng vectơ trượt nên ta có thể viết:

$$b_{\perp} = b \sin \alpha$$

$$b_{\parallel} = b \cos \alpha$$

Năng lượng của trường ứng suất đàn hồi của lệch hỗn hợp sẽ bằng tổng năng lượng của hai lệch thành phần:

$$E_{hh} = \frac{Gb^2l}{4\pi(1-\nu)} \ln \frac{r_l}{r_0} (1 - \nu \cos^2 \alpha)$$

Nếu mật độ lệch trong tinh thể thực là ρ thì giá trị r_l có thể coi như khoảng cách trung bình giữa các lệch với nhau nên:

$$r_l = \sqrt{\frac{l}{\rho}} = \rho^{-1/2}$$

còn bán kính lõi lệch $r_0 \approx b$

Vậy:
$$E_{hh} = \frac{Gb^2l}{4\pi(1-\nu)} (1 - \nu \cos^2 \alpha) \ln \frac{\rho^{-1/2}}{b}$$

Thông thường $r_l \approx 10^{-4}$ cm, $r_0 \approx 10^{-7} + 10^{-8}$ cm cho nên năng lượng của lệch tính theo một khoảng cách nguyên tử dọc đường lệch vào khoảng $3+10$ eV. Như vậy, nếu lệch dài 1 cm thì nó có năng lượng khá lớn đạt $\approx 10^8$ eV, bởi vậy lệch không bền vững về mặt nhiệt động học, vì thế sẽ mất đi khi ủ.

Năng lượng của lệch có thể viết dưới dạng tổng quát là hàm của ba biến số G , b và l :

$$E \approx \alpha Gb^2l = f(G, b, l)$$

Từ biểu thức này ta nhận thấy rằng đối với bất kỳ loại lệch nào năng lượng của chúng cũng tỷ lệ thuận với môđun trượt, với chiều dài lệch và bình phương trị số tuyệt đối của vectơ trượt. Tăng chiều dài lệch sẽ làm tăng năng lượng đàn hồi của nó, vì thế đường lệch luôn luôn có xu hướng duỗi thẳng ra để giảm chiều dài tức là giảm năng lượng. Bởi vậy

xuất hiện sức căng của lệch hướng dọc theo đường lệch, nó bằng năng lượng tính trên một đơn vị chiều dài của lệch.

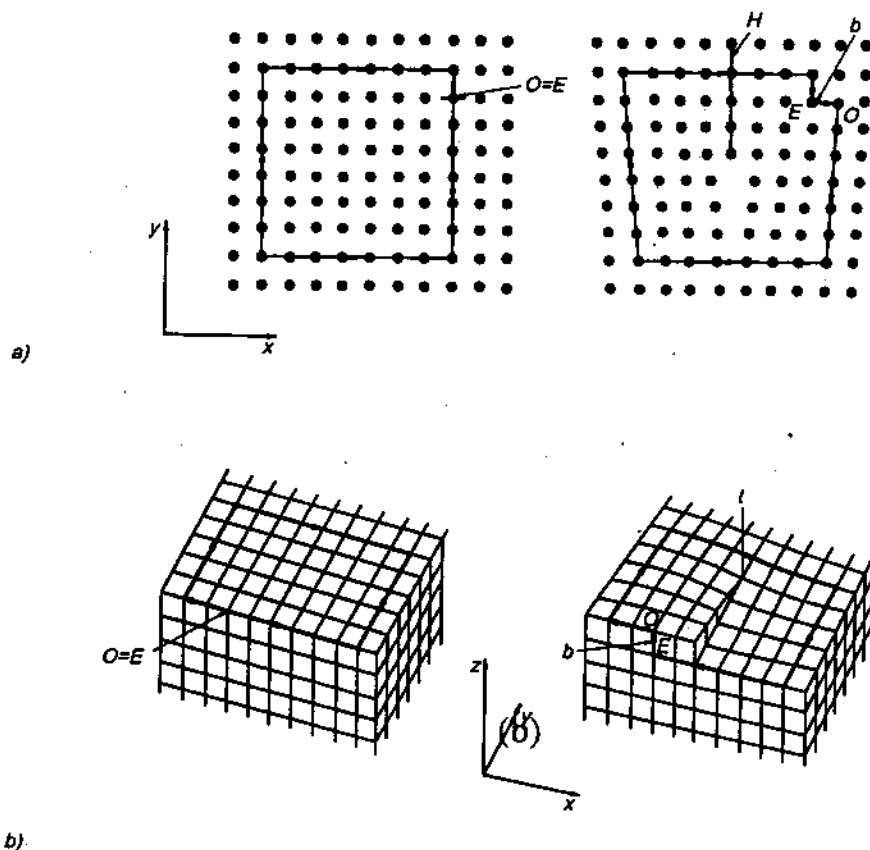
$$T = \alpha G b^2$$

4. Vòng Burgers, vector Burgers

Để đánh giá mức độ xô lệch mạng tinh thể do lệch gây ra ta dùng một đại lượng gọi là vector Burgers $\vec{b}$. Để xác định vector Burgers người ta vẽ vòng Burgers.

Vòng Burgers là một vòng khép kín có hình dáng tùy ý dựng trong tinh thể không hoàn chỉnh (có chứa lệch) khi đi vòng quanh đường lệch từ nút mạng này đến nút mạng khác (thuận hoặc ngược chiều kim đồng hồ đều được) trong vùng hoàn chỉnh của tinh thể. Trong mạng tinh thể hoàn chỉnh cũng dựng một vòng tương tự như vậy (về thứ tự và chiều). Vòng này sẽ bị hở, vector để đóng kín vòng lại gọi là vector Burgers.

Ta nhận thấy rằng khi đi theo vòng Burgers quanh đường lệch tất cả mọi xê dịch dần hồi của mạng sẽ hợp lại làm cho vòng bị hở. Vì vậy vector Burgers là đại lượng đặc trưng cho mức độ xô lệch mạng do lệch gây ra. Vector Burgers là đặc trưng cơ bản của lệch. Nó xác định năng lượng của lệch, trường ứng suất đàn hồi, mức độ trượt v.v...



Hình 2.20. Vòng Burgers của lệch biên (a) và lệch xoắn (b)

Vectơ Burgers có đặc điểm sau:

- Vectơ Burgers vuông góc với đường lệch biên và song song với đường lệch xoắn.
- Vectơ Burgers không thay đổi dọc theo đường lệch.

Trong hệ trục tinh thể, vectơ Burgers được ký hiệu $\vec{b}$.

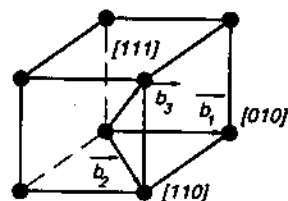
$$\vec{b} = na [uvw]$$

trị số tuyệt đối $|\vec{b}| = na \sqrt{u^2 + v^2 + w^2}$

trong đó: $[uvw]$ - phương của vectơ Burgers;

a - thông số mạng;

n - một số bất kỳ.



Hình 2.21. Vectơ Burgers trong hệ lập phương đơn giản

Thí dụ trong hệ lập phương đơn giản các vectơ Burgers $\vec{b}_1, \vec{b}_2, \vec{b}_3$ có thể viết như sau:

$$\vec{b}_1 = a [010] \rightarrow |\vec{b}_1| = a$$

$$\vec{b}_2 = a [110] \rightarrow |\vec{b}_2| = a\sqrt{2}$$

$$\vec{b}_3 = a [111] \rightarrow |\vec{b}_3| = a\sqrt{3}$$

5. Tương tác giữa các lệch

Do xung quanh mỗi lệch tồn tại trường ứng suất đàn hồi nên khi gần nhau chúng tương tác lẫn nhau và có xu hướng phân bố lại trong mạng tinh thể nhằm giảm năng lượng đàn hồi. Kết quả có thể là lệch triệt tiêu lẫn nhau hoặc có thể tạo nên tập hợp lệch bền vững trong tinh thể. Trước hết ta hãy xét tương tác giữa các lệch cùng loại và hậu quả của sự tương tác ấy.

Khi xét tương tác giữa các lệch ta coi tác dụng của lệch này là ngoại lực đối với lệch kia. Khi lực tác dụng lên lệch đủ lớn thì nó sẽ chuyển động trong mạng tinh thể, như vậy lệch đã sinh công. Công sản ra khi một lệch có chiều dài dl chuyển dịch một khoảng cách dx theo phương của vectơ Burgers $\vec{b}$ do ứng suất tiếp τ gây nên được biểu diễn bằng biểu thức:

$$dA = b \cdot dx \cdot dl \cdot \tau$$

Vậy lực làm cho lệch chuyển động là:

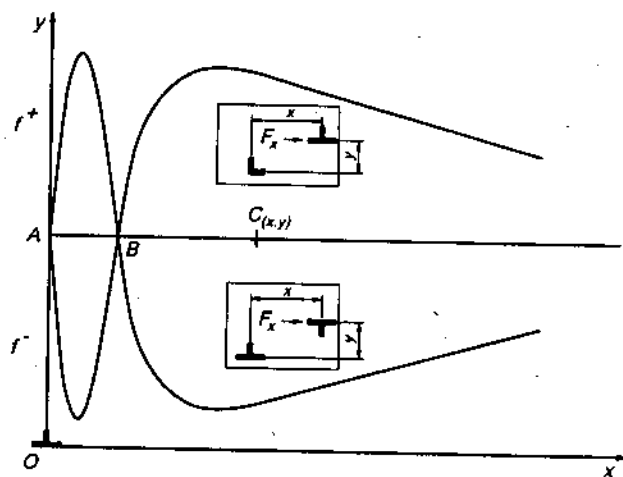
$$F_x = \frac{dA}{dx} = b \cdot dl \cdot \tau$$

Lực trên một đơn vị chiều dài lệch là:

$$f_x = \frac{F_x}{dl} = b \cdot \tau$$

- Trường hợp hai lệch biên nằm trên hai mặt trượt song song.

Giả sử có hai lệch biên cùng dấu nằm trên hai mặt trượt song song với nhau. lệch thứ nhất nằm ở điểm $O(0,0)$ với vector Burgers $\vec{b}_1$, lệch thứ hai tại điểm $C(x,y)$ với vector Burgers $\vec{b}_2$.



Hình 2.22. Lực tương tác giữa hai lệch biên trên các mặt trượt song song

Lực tác dụng của lệch 1 lên đơn vị chiều dài lệch 2 theo phương của vector Burgers b_2 (phương x) là:

$$f_{1,2} = \tau_{yx} \cdot b_2 = \frac{G \cdot b_1 \cdot b_2}{2\pi(1-\nu)} \cdot \frac{x(x^2 - y^2)}{(x^2 + y^2)^2}$$

trong đó: τ_{yx} - ứng suất tiếp tại điểm $C(x,y)$ trên mặt trượt của lệch 2 do lệch 1 gây ra ;

x - toạ độ theo phương của vector Burgers;

y - toạ độ theo phương vuông góc với mặt trượt.

Trên hình 2.22 đường đậm biểu thị sự phụ thuộc của lực f vào khoảng cách giữa các lệch cùng dấu $x = x(y)$ trong đó ký hiệu f^+ là lực đẩy, f^- là lực hút. Tại $A(x=0, y)$ và $B(x, y=x)$ lực $f_{1,2} = 0$. Điều đó nói lên rằng đối với trượt đây là hai vị trí ổn định. Bên phải điểm $B(x>y)$ lực $f_{1,2} > 0$ tức lệch cùng dấu đẩy nhau, còn bên trái điểm $B(x<y)$ lực $f_{1,2} < 0$ tức là lệch hút nhau. Bởi vậy mỗi xê dịch lệch khỏi điểm B (sang phải hoặc sang trái) đều làm xuất hiện lực tiếp tục đưa lệch ra khỏi vị trí đó. Vì vậy B là vị trí cân bằng không bền. Ngược lại điểm A là vị trí cân bằng bền bởi lẽ mỗi xê dịch lệch ra khỏi A đều làm xuất hiện lực có xu hướng đưa nó trở về vị trí cũ. Như vậy, hai lệch biên cùng dấu sẽ nằm trong trạng thái cân bằng bền vững nếu chúng sắp xếp trên phương thẳng đứng vuông góc với mặt trượt. Tập hợp các lệch biên cùng dấu xếp theo phương thẳng đứng vuông góc với mặt trượt tạo nên trạng thái bền vững gọi là tường lệch. Khi phân chia hạt tinh thể thành những nhóm (siêu hạt) thì tường lệch đóng vai trò của biên giới nhóm (biên giới góc nhỏ). Cấu

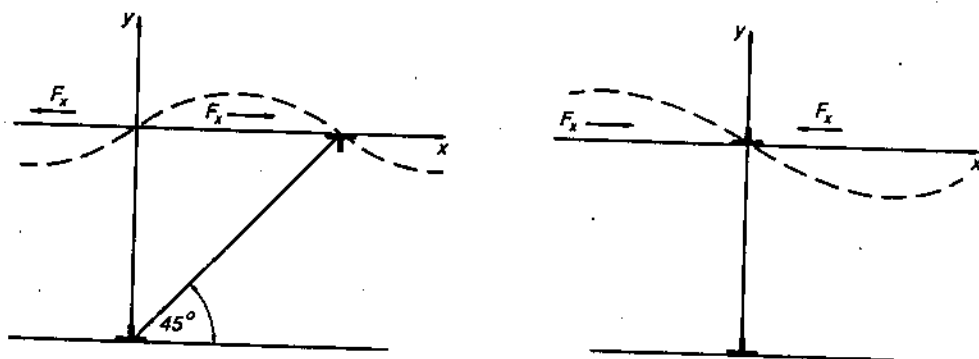
trúc nhóm có thể coi là tinh thể với mạng hoàn chỉnh gần như lý tưởng. Bằng thực nghiệm người ta đã quan sát được sự hình thành biên giới nhóm khi tinh thể kết tinh từ kim loại lỏng hoặc khi ủ kết tinh lại sau khi biến dạng nguội. Đó là quá trình đa cạnh hoá tinh thể (sẽ nói ở phần sau).

Từ biểu thức tính f_{1-2} nhận thấy rằng khi hai lệch biên cùng dấu nằm trên một mặt trượt ($y = 0$) thì chúng sẽ đẩy nhau và lực đẩy tỷ lệ nghịch với khoảng cách giữa chúng ($f_{1-2} \sim \frac{1}{x}$). Điều này rất dễ hiểu vì khi đưa hai bán mặt nguyên tử lại gần nhau thì xô lệch mạng sẽ rất lớn và năng lượng tinh thể sẽ tăng rất nhiều.

Trường hợp hai lệch khác dấu nhau thì lực tác dụng từ lệch này lên đơn vị chiều dài của lệch kia đối dấu, nghĩa là:

$$f_{1-2} = -\frac{Gb_1b_2}{2\pi(1-\nu)} \frac{x(x^2-y^2)}{(x^2+y^2)^2}$$

Mối quan hệ của nó phụ thuộc vào khoảng cách x được biểu diễn bằng đường chấm chấm trên hình 2.22. Khác với trường hợp hai lệch cùng dấu ta nhận thấy rằng trên đường cong này điểm A là vị trí cân bằng không bền, còn điểm B là vị trí cân bằng bền. Như vậy, hai lệch biên khác dấu sẽ nằm trong trạng thái cân bằng bền vững nếu đường thẳng nối chúng tạo một góc 45° với mặt trượt.



Hình 2.23. Vị trí ổn định của lệch biên trên những mặt trượt song song

Khi hai lệch biên khác dấu cùng nằm trong một mặt trượt ($y = 0$) thì chúng sẽ hút nhau và lực hút cũng sẽ tỷ lệ nghịch với khoảng cách giữa chúng. Bởi vậy khi gặp nhau chúng sẽ triệt tiêu lẫn nhau, hai bán mặt khi đó hợp nhất thành một.

Nếu hai lệch khác dấu nằm trên hai mặt trượt song song cách nhau một khoảng cách nguyên tử thì sau khi hút nhau sẽ xuất hiện dải nút trống.

- Trường hợp hai lệch xoắn nằm trên hai mặt trượt song song

Nếu hai lệch xoắn song song nằm cách nhau một khoảng r thì lệch này tác dụng lên đơn vị chiều dài của lệch kia một lực f_{1-2} bằng:

$$f_{1-2} = \tau_{02} \cdot b_2 = \pm \frac{G \cdot b_1 \cdot b_2}{2\pi r}$$

trong đó: τ_{02} - ứng suất tiếp trên mặt trượt của lệch 2 do lệch 1 gây ra.

Ở đây dấu (+) chỉ lực đẩy trong trường hợp hai lệch xoắn cùng dấu, dấu (-) chỉ lực hút trong trường hợp hai lệch xoắn khác dấu. Lực đẩy hoặc lực hút đều tỷ lệ nghịch với khoảng cách r giữa các lệch. Cũng tương tự như lệch biên, hai lệch xoắn cùng dấu nằm trong một mặt trượt thì đẩy nhau còn hai lệch khác dấu thì hút nhau và khi chúng gặp nhau thì sẽ triệt tiêu nhau.

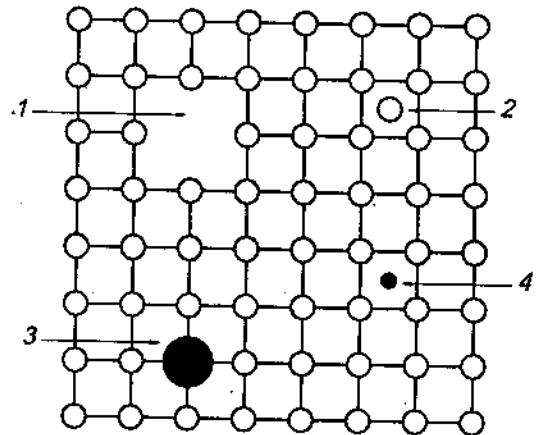
Nếu hai lệch xoắn và biên song song thì lực tác dụng của lệch này lên lệch kia sẽ bằng không tức là chúng không tương tác với nhau bởi lẽ ứng suất tiếp do lệch này gây ra lại vuông góc với vectơ Burgers của lệch kia nên hình chiếu xuống vectơ đó sẽ bằng không.

Trên đây là mới xét trường hợp đơn giản nhất khi các đường lệch song song với nhau. Trong thực tế đường lệch định hướng tùy ý cho nên việc tính toán lực tác dụng tương hỗ giữa các lệch rất phức tạp.

2.4.3. Các khuyết tật khác

1. Khuyết tật điểm

Các khuyết tật điểm có thể là khuyết tật điểm hoá học và khuyết tật điểm vật lý. Các khuyết tật điểm hoá học là những nguyên tử ngoại lai hoặc nằm trên nút mạng hoặc nằm xen kẽ giữa các nút mạng. Còn khuyết tật điểm vật lý là những nút trống và những nguyên tử của chính nguyên tố đó nhưng lại nằm xen kẽ giữa các nút mạng. Loại này thường xuất hiện đi đôi với nút trống. Khi nhiệt độ tăng thì số lượng các khuyết tật điểm cũng tăng, bởi vậy tồn tại một trạng thái cân bằng nhiệt động tức thời giữa số lượng các khuyết tật điểm sinh ra và mất đi. Song số lượng nút trống thường lớn hơn số lượng các nguyên tử xen kẽ bởi lẽ năng lượng cần thiết để tạo thành nút trống nhỏ hơn năng lượng cần thiết để tạo thành nguyên tử xen kẽ. Khuyết tật điểm thường hình thành và mất đi ở những chỗ có bậc lệch (đường lệch chuyển tiếp từ mặt trượt này sang mặt trượt khác) và cả ở biên giới hạt. Khuyết tật điểm có ý nghĩa rất quan trọng đối với sự chuyển động của lệch tức là đối với biến dạng dẻo và đối với một số quá trình khác ví dụ như khuếch tán.



Hình 2.24. Các khuyết tật điểm

- 1- Nút trống; 2- Nguyên tử xen kẽ;
3- Nguyên tử thay thế; 4- Nguyên tử ngoại lai xen kẽ

2. Khuyết tật mặt

Thuộc về khuyết tật mặt có biên giới hạt, biên giới pha, khuyết tật xếp và song tinh.

a) Biên giới hạt

Biên giới hạt là ranh giới giữa các vùng tinh thể có định hướng khác nhau trong vật liệu đa tinh thể. Tùy thuộc vào mức độ khác nhau về định hướng của tinh thể ở về hai phía của biên giới hạt ta chia ra biên giới góc lớn và biên giới góc nhỏ (biên giới siêu hạt hoặc biên giới nhóm). Nếu định hướng khác nhau $< 5^\circ$ thì ta có biên giới góc nhỏ, nếu $> 5^\circ$ thì gọi là biên giới góc lớn.

Biên giới góc lớn được coi là một vùng lộn xộn không có cấu trúc tinh thể, phạm vi của nó khoảng chừng 2 - 5 khoảng cách nguyên tử, vùng này có năng lượng bề mặt lớn. Biên giới góc lớn được hình thành do các tinh thể kết tinh từ thể lỏng bắt đầu từ vô số những tâm mầm có định hướng khác nhau và chúng lớn lên cho đến khi hoàn toàn tiếp xúc nhau. Khi nói đến biên giới hạt nên hiểu đó là mặt ranh giới giữa những tinh thể của cùng một pha (tinh thể cùng loại) để phân biệt với biên giới pha là mặt ranh giới của những tinh thể khác loại. Biên giới hạt có ảnh hưởng đáng kể đến tính chất của vật liệu kim loại đa tinh thể. Ở nhiệt độ thấp nói chung biên giới hạt có độ bền tương đối cao nên không làm suy yếu kim loại nền, bởi vậy ta thường thấy ở nhiệt độ thấp khi kim loại bị phá hủy, các vết nứt cắt ngang các hạt. Nhưng ở nhiệt độ cao và tốc độ kéo chậm thì độ bền của biên giới hạt lại giảm đi nhanh chóng so với độ bền của nội bộ hạt. Bởi vậy sự phá hủy thường xảy ra dọc theo biên giới hạt.

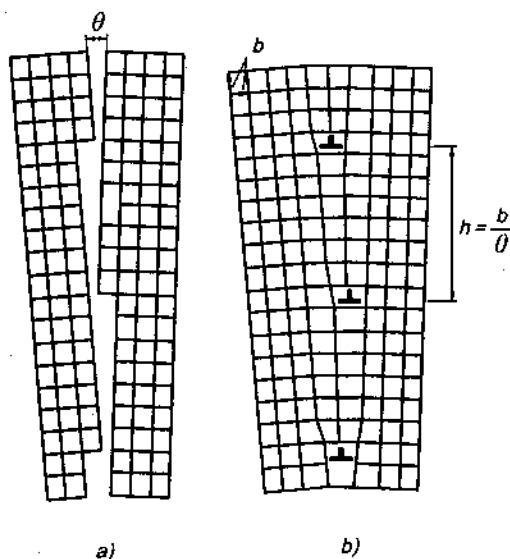
Biên giới góc nhỏ như trên đã nói được xem như một tập hợp bền vững của các lệch biên cùng dấu và thường xuất hiện trong quá trình hồi phục. Góc lệch hướng θ giữa hai phần tinh thể ở về hai phía của biên giới góc nhỏ phụ thuộc vào khoảng cách giữa lệch trên tường lệch và trị số của vectơ Burgers theo quan hệ:

$$\sin \frac{\theta}{2} = \frac{b}{2h}$$

do θ rất nhỏ nên $\theta \approx \frac{b}{h}$

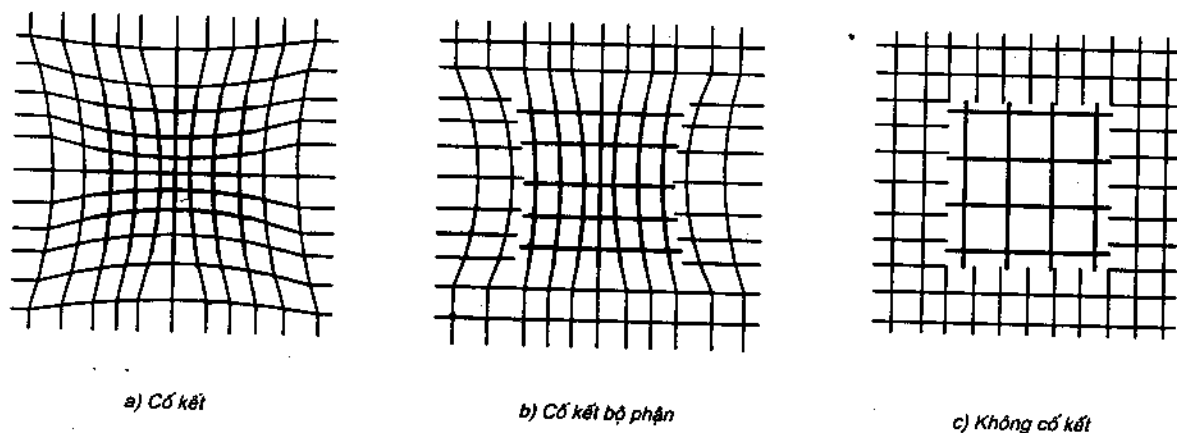
a) Biên giới pha

Biên giới pha là mặt ranh giới giữa những vùng có cấu trúc tinh thể khác nhau hoặc thành phần khác nhau và bởi vậy bề mặt tinh thể cũng được coi là biên giới pha (giữa pha rắn và pha khí).



Hình 2.25. Biên giới góc nhỏ

Nếu hai pha có thông số mạng không chênh lệch nhau nhiều thì cấu trúc này có thể quá độ sang cấu trúc kia mà không gây xô lệch mạng đáng kể. Trường hợp này biên giới pha là cố kết. Nếu cấu trúc của hai pha chỉ có phần nào tương thích thì biên giới pha là cố kết bộ phận. Nếu cấu trúc của hai pha rất khác nhau, không có một sự tương thích nào cả thì biên giới pha là không cố kết (giống như biên giới góc lớn). Năng lượng của biên giới pha tăng lên từ cố kết đến không cố kết, chúng có ý nghĩa quan trọng đối với các quá trình tiết pha và chuyển biến pha.

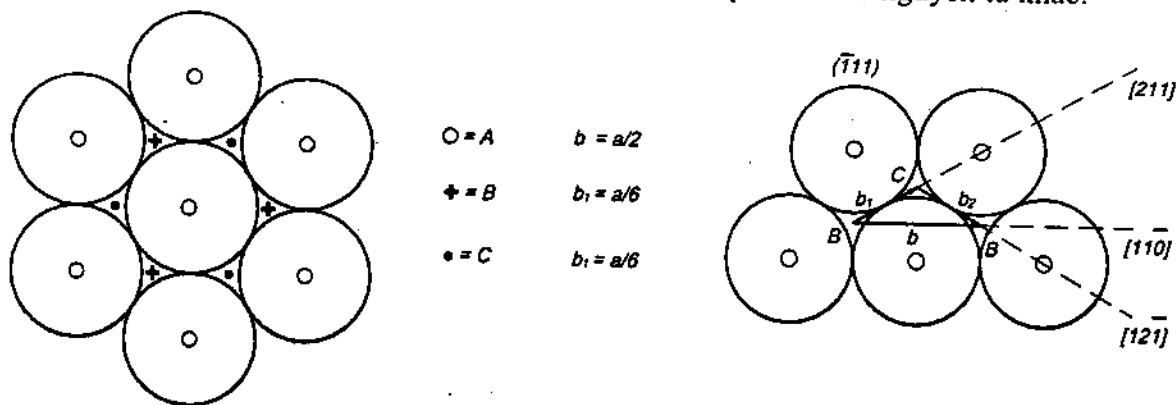


Hình 2.26. Sơ đồ cấu trúc biên giới pha

a) cố kết b) cố kết bộ phận c) không cố kết

b) Khuyết tật xếp

Cấu trúc tinh thể của kim loại có thể xem như là kết quả của một sự xếp chồng theo một thứ tự nhất định của các mặt nguyên tử. Ví dụ mạng lục phương xếp chặt tương ứng với sự xếp chồng hai lớp của mặt đáy (0001) theo thứ tự ABABAB còn mạng lập phương diện tâm được tạo thành do sự xếp chồng ba lớp của họ mặt {111} theo thứ tự ABCABCABC... Trên những mặt này mỗi nguyên tử tiếp xúc với 6 nguyên tử khác.



Hình 2.27. Phân ly lệch hoàn chỉnh $b = a/2$ $[110]$ thành hai lệch bộ phận $b_1 = a/6$ $[211]$ và $b_2 = a/6$ $[12\bar{1}]$ trên mặt $(\bar{1}11)$ của mạng lục phương

Nếu ở đầu thứ tự xếp chồng này bị phá vỡ thì ở đó sẽ xuất hiện khuyết tật xếp, ví dụ ở mạng lpdt khi xô dịch một khoảng cách nguyên tử trên mặt trượt (111) giữa mặt A và mặt B sẽ làm thay đổi thứ tự xếp chồng thành ABCACAB.

Trước khi xô dịch thứ tự sắp xếp các lớp nguyên tử mạng lpdt là ABCABCABC... sau khi xô dịch theo lớp A sao cho các nguyên tử B chuyển sang vị trí C, C sang A và A sang B thứ tự các lớp bây giờ sẽ là ABCACABC. Như vậy, gần mặt xô dịch thứ tự xếp chồng cũ bị phá vỡ thay vào đó là thứ tự mới giống như trong mạng lpxc.

	A	A	A	→	B	B	B	
	C	C	C	→	A	A	A	
Mặt xô dịch	B	B	B	→	C	C	C	Khuyết tật xếp
	A	A	A		A	A	A	
	C	C	C		C	C	C	
	B	B	B		B	B	B	
	A	A	A		A	A	A	
Trước xô dịch				Khi xô dịch			Sau xô dịch	

Nguyên tử ở vị trí B có thể xô dịch theo vectơ tịnh tiến bất biến $\vec{b}$ để tới một vị trí B khác, song cũng có thể xô dịch liên tiếp qua vị trí trung gian C theo vectơ Burgers $\vec{b}_1$ rồi từ C đến B theo vectơ Burgers $\vec{b}_2$, trong đó:

$$b = \frac{a}{2}; b_1 = \frac{a}{6}; b_2 = \frac{a}{6}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 > \left(\frac{1}{6}\right)^2 + \left(\frac{1}{6}\right)^2$$

bởi lẽ theo đường này lợi hơn về mặt năng lượng.

Như vậy, lệch hoàn chỉnh $\vec{b}$ đã phân ly thành hai lệch bộ phận $\vec{b}_1$ và $\vec{b}_2$

$$\frac{a}{2}[110] \rightarrow \frac{a}{6}[211] + \frac{a}{6}[12\bar{1}]$$

Sự phân ly này đã phá vỡ thứ tự xếp chồng của các mặt nguyên tử và tạo thành khuyết tật xếp. Ranh giới giữa khuyết tật xếp với vùng mạng tinh thể hoàn chỉnh chính là hai lệch không hoàn chỉnh với vectơ Burgers $\vec{b}_1$ và $\vec{b}_2$. Hai lệch này gọi là lệch không hoàn chỉnh Shockley. Tập hợp của hai lệch không hoàn chỉnh Shockley và khuyết tật xếp gọi là lệch kéo dài.

Khuyết tật xếp thường xuất hiện trong quá trình kết tinh, song cũng có thể tạo thành khi lệch phân chia thành các lệch bộ phận.

Nếu xét đến độ lớn của vectơ Burgers thì lệch có thể phân chia thành hai loại gọi là lệch hoàn chỉnh và lệch không hoàn chỉnh (còn gọi là lệch bộ phận). Nếu xô dịch nguyên

từ trên nút mạng đi một khoảng cách theo một phương xác định nào đó sao cho hình thái nguyên tử nút mạng không thay đổi so với trước khi xô dịch thì như vậy ta đã thực hiện được phép tịnh tiến bất biến. Phương và độ lớn của tịnh tiến bất biến được xác định bằng vector tịnh tiến bất biến $a[uvw]$.

Những lệch khi chuyển động trong tinh thể gây ra tịnh tiến bất biến thì gọi là lệch hoàn chỉnh. Vector Burgers của lệch hoàn chỉnh bằng vector tịnh tiến bất biến (vector mạng). Những lệch không thoả mãn điều kiện này đều gọi là lệch không hoàn chỉnh. Nói chung lệch biên, lệch xoắn hoặc lệch hỗn hợp có thể là lệch hoàn chỉnh hoặc không hoàn chỉnh, chúng có thể tham gia vào các phản ứng lệch: ví dụ một lệch hoàn chỉnh có thể phân ly thành hai lệch không hoàn chỉnh hoặc ngược lại, hai lệch không hoàn chỉnh có thể hợp lại thành các lệch không hoàn chỉnh khác; hoặc một lệch hoàn chỉnh và một lệch không hoàn chỉnh có thể tạo thành một lệch không hoàn chỉnh v.v...

Phản ứng lệch có thể biểu diễn theo vector Burgers như sau:

$$\vec{b}_1 = \vec{b}_2 + \vec{b}_3 \quad \begin{array}{l} \text{lệch với vector Burgers } \vec{b}_1 \text{ phân ly thành} \\ \text{hai lệch với vector Burgers } \vec{b}_2 \text{ và } \vec{b}_3 \end{array}$$

hoặc :

$$\vec{b}_1 + \vec{b}_2 = \vec{b}_3 + \vec{b}_4 \quad \begin{array}{l} \text{hai lệch với vector Burgers } \vec{b}_1 \text{ và } \vec{b}_2 \text{ hợp thành} \\ \text{hai lệch khác với vector Burgers } \vec{b}_3 \text{ và } \vec{b}_4 \end{array}$$

Trong các biểu thức trên tổng vector Burgers của lệch tham gia phản ứng (vế trái) bằng tổng các vector Burgers của lệch nhận được sau phản ứng (vế phải). Tất cả mọi phản ứng lệch đều tuân theo một qui luật đơn giản gọi là qui luật Frank: Phản ứng lệch chỉ có thể xảy ra khi tổng bình phương trị số vector Burgers của các lệch tham gia phản ứng lớn hơn tổng bình phương trị số vector Burgers của các lệch nhận được sau phản ứng. Điều đó rất dễ hiểu bởi lẽ năng lượng của lệch tỷ lệ với bình phương trị số vector Burgers và mọi phản ứng lệch đều phải dẫn tới việc làm giảm năng lượng của hệ thống. Bởi vậy xét về mặt năng lượng thì trượt sẽ dễ xảy ra trên những phương mà lệch có vector Burgers nhỏ nhất, ví dụ:

$$\text{lpdt: } \vec{b} = \frac{a}{2} \langle 110 \rangle$$

$$\text{lpdt: } \vec{b} = \frac{a}{2} \langle 111 \rangle; \vec{b} = a \langle 100 \rangle$$

$$\text{lpdt: } \vec{b} = a \langle 110 \rangle; \vec{b} = c[001]$$

Năng lượng cần thiết để tạo thành khuyết tật xếp gọi là năng lượng khuyết tật xếp γ .

Năng lượng tương tác đàn hồi làm xuất hiện lực đẩy F giữa hai lệch bộ phận, lực đó bằng:

$$F = \frac{G.b_1.b_2}{2\pi d}$$

trong đó: d - khoảng cách giữa hai lệch.

Lực F muốn đưa hai lệch ra xa nhau nhưng năng lượng khuyết tật xếp sinh ra sức căng bề mặt có xu hướng làm giảm diện tích bề mặt khuyết tật xếp bằng cách kéo hai lệch lại gần nhau. Khi sức căng bề mặt và lực đẩy F cân bằng nhau thì khoảng cách giữa hai lệch bộ phận trở nên ổn định và bằng:

$$d_0 = \frac{G.b_1.b_2}{2\pi\gamma}$$

Ta nhận thấy rằng năng lượng khuyết tật xếp càng nhỏ thì khoảng cách d_0 càng lớn nghĩa là chiều rộng khuyết tật xếp càng lớn.

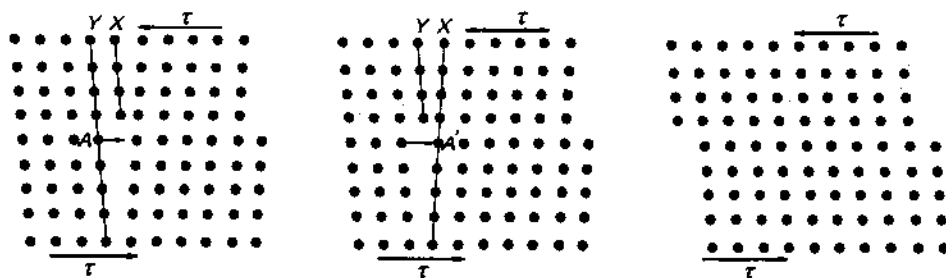
Khuyết tật xếp cản trở chuyển động của lệch nên phạm vi của khuyết tật xếp càng rộng lớn thì chuyển động của lệch sẽ càng khó khăn. Bởi vậy năng lượng khuyết tật xếp γ được coi là một chỉ tiêu quan trọng trong việc đánh giá tính chất của vật liệu (tính dẻo).

Lệch bộ phận Shockley có thể trượt trong mặt phẳng khuyết tật xếp nếu vectơ Burgers của nó nằm trên mặt phẳng đó. Ngược lại nếu vectơ Burgers của nó không nằm trong mặt phẳng khuyết tật xếp thì nó sẽ đứng yên (không thể trượt được) và trở thành vật cản đối với sự chuyển động của những lệch khác. Những lệch đứng yên này gọi là lệch “ngồi”.

2.5. LỆCH VÀ TÍNH CHẤT CỦA VẬT LIỆU

2.5.1. Sự chuyển động của lệch

Lực tác dụng lên lệch bao gồm ngoại lực và nội lực do trường ứng suất đàn hồi của các lệch khác và các dạng khuyết tật có trong tinh thể gây nên. Nếu ứng suất tiếp trên một mặt trượt nào đó do tập hợp của các trường ứng suất đó gây ra đạt tới giá trị tới hạn thì lệch sẽ chuyển động ở trong mạng tinh thể. Ta hãy xem xét sự chuyển động của một lệch biên.



Hình 2.28. Trượt trong mạng tinh thể nhờ chuyển động của một lệch biên

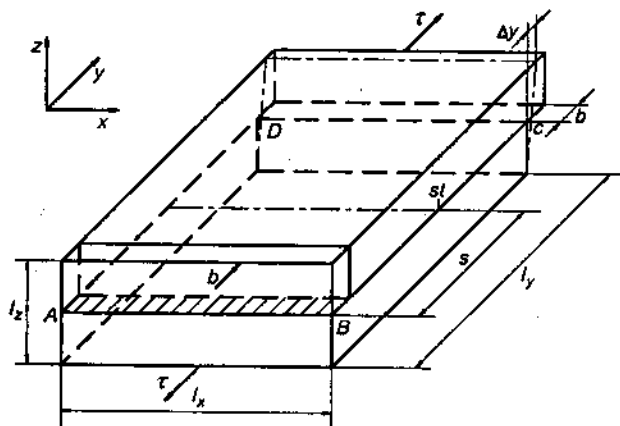
- a) Vị trí ban đầu; b) Lệch xô dịch sang trái một khoảng cách nguyên tử; c) Lệch chuyển động ra đến bề mặt tinh thể.

Dưới tác dụng của ứng suất tiếp τ các nguyên tử của mặt Y nằm ở phía dưới mặt trượt sẽ xô dịch đi một khoảng cách nguyên tử về phía phải. Nguyên tử A chuyển sang vị trí A' v.v... Mặt X bây giờ trở thành mặt liên tục từ trên xuống dưới, ngược lại mặt Y

trở thành bán mặt và như vậy lệch biên (cụ thể là đường lệch của nó) đã xô dịch về phía trái một khoảng cách nguyên tử. Ở đây sự chuyển động của lệch có ý nghĩa hoàn toàn giống như sự trượt tương đối của các nguyên tử nằm ở phía trên và phía dưới mặt trượt. Qua đây ta thấy rõ đường lệch chính là ranh giới giữa vùng tinh thể đã trượt và vùng chưa trượt. Quá trình chuyển động của lệch cứ như thế tiếp diễn tuần tự từ phải sang trái, kết quả cuối cùng dẫn tới sự xô dịch tương đối một khoảng cách nguyên tử của hai phần tinh thể nằm ở phía trên và phía dưới mặt trượt. Song sự khác nhau ở đây chính là ở chỗ không phải tất cả các nguyên tử ở về hai phía của mặt trượt đồng thời trượt mà là xô dịch từng bước kế tiếp nhau. Lực cần thiết bởi vậy nhỏ hơn rất nhiều (ứng suất tiếp chảy trên thực tế nhỏ hơn rất nhiều lần độ bền cắt lý thuyết). Lệch muốn chuyển động thì đường lệch và vectơ Burgers của nó phải cùng nằm trong một mặt trượt và trượt sẽ xảy ra theo phương của vectơ Burgers song song với phương trượt. Đối với lệch biên vì đường lệch vuông góc với vectơ Burgers nên mặt trượt của nó là hoàn toàn xác định. Còn đối với lệch xoắn vì đường lệch song song với vectơ Burgers nên về mặt lý thuyết mà nói thì bất cứ mặt nào có chứa đường lệch đều có thể là mặt trượt, vì vậy lệch xoắn có khả năng trượt ngang để chuyển mặt trượt khi gặp vật chướng ngại (sẽ nói ở mục sau).

2.5.2. Sự sản sinh lệch, nguồn lệch

Lệch được tạo thành trong quá trình kết tinh của kim loại từ thể lỏng, nó đóng vai trò như những mầm kết tinh và điều đó là không thể tránh khỏi. Mật độ lệch trong tinh thể kim loại chưa biến dạng được ủ mềm trong khoảng $10^4 - 10^8$ lệch/cm². Dựa vào mật độ lệch, khoảng xô dịch trung bình của lệch và trị số của vectơ Burgers có thể đánh giá được mức độ biến dạng trượt của một tinh thể. Ta hãy xét chuyển động của một lệch biên (hình 2.29).



Hình 2.29. Tính toán mức độ trượt trong mạng tinh thể do chuyển động của lệch biên

Khi một lệch biên quét trên mặt trượt ABCD có diện tích $A_0 = l_x l_y$ thì sẽ gây nên một mức độ trượt bằng trị số của vectơ Burgers $\vec{b}$. Nếu nó mới chỉ quét được một diện tích $A_1 = l_x s$ tương ứng với khoảng xô dịch s theo phương y thì chỉ gây nên một xô dịch bằng:

$$\Delta y = \frac{A_1}{A_0} b = \frac{l_x S}{l_x l_y} b = \frac{S}{l_y} b$$

Mật độ lệch được tính bằng số lượng đường lệch trên một đơn vị diện tích.

Vậy số lượng lệch có trong tinh thể như hình vẽ là:

$$N = \rho l_y l_z$$

Tổng xê dịch y do N lệch gây ra:

$$y = N \cdot \Delta y$$

$$y = \rho \cdot l_z \cdot S \cdot b$$

$$\text{Mức độ biến dạng trượt } \gamma = \frac{y}{l_z} = \rho \cdot S \cdot b$$

$$\text{Giả thiết: } S = 10^{-2} \text{ mm}$$

$$\gamma = 30\% = 0,3 \text{ (mức độ biến dạng thông thường)}$$

$$b = 2,5 \cdot 10^{-7} \text{ mm}$$

$$\text{Vậy mật độ lệch cần thiết } \rho \approx 10^{10} \text{ lệch/cm}^2.$$

Mật độ lệch trong kim loại chưa biến dạng chỉ khoảng $10^4 - 10^8$ lệch/cm². Vậy rõ ràng phải sản sinh thêm lệch trong quá trình biến dạng. Một trong những cơ chế sản sinh lệch trong quá trình biến dạng là nguồn Frank - Read (do Frank và Read đưa ra năm 1950).

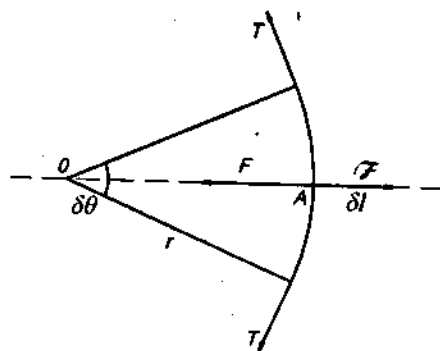
Như trên đã trình bày, dọc theo đường lệch luôn luôn tồn tại sức căng T có xu hướng làm cho đường lệch duỗi thẳng ra. Trong thực tế đường lệch có dạng đường cong, chúng chỉ tồn tại khi có ứng suất tiếp tác dụng. Dưới đây ta tính ứng suất tiếp τ cần thiết để tạo cho đường lệch có độ cong với bán kính r . Trên cung tròn δl của đường lệch chịu một ngoại lực tác dụng $\mathcal{F}$ theo phương OA (hình 2.30):

$$\mathcal{F} = f \cdot \delta l = \tau \cdot b \cdot \delta l$$

Sức căng T tạo nên lực hướng tâm F chống lại ngoại lực $\mathcal{F}$:

$$F = 2T \sin \frac{\delta \theta}{2}$$

$$\text{Do } \delta \theta \text{ rất nhỏ nên } \sin \frac{\delta \theta}{2} \approx \frac{\delta \theta}{2} \text{ và } \delta \theta \approx \frac{\delta l}{r}$$



Hình 2.30. Sơ đồ để thiết lập sự cân bằng lực trên một đoạn đường lệch

$$T = \alpha.G.b^2$$

nên:
$$F = \alpha.G.b^2 \cdot \frac{\delta l}{r}$$

Ở điều kiện ổn định τ và F cân bằng nhau nên:

$$\tau.b.\delta l = \alpha.G.b^2 \cdot \frac{\delta l}{r}$$

do đó:
$$\tau = \frac{\alpha G b}{r}$$

τ chính là ứng suất tiếp cần thiết làm đường lệch cong với bán kính r .

Khi $r = r_{\min} = \frac{l}{2}$, trong đó l là chiều dài đường lệch thì ứng suất tiếp τ đạt giá trị lớn nhất:

$$\tau_{\max} = \frac{2\alpha G b}{l}$$

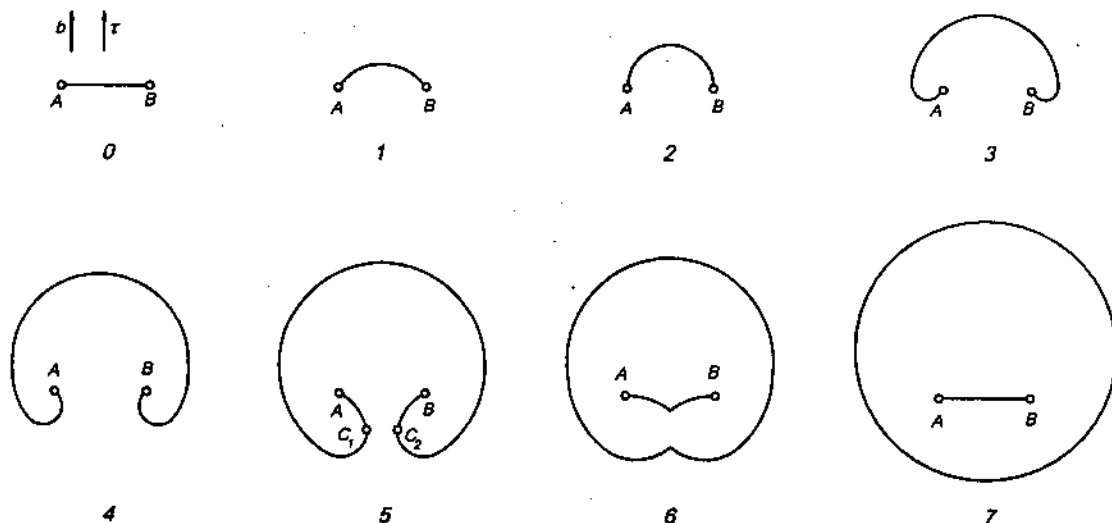
Khi τ đạt tới giá trị này thì cân bằng lực bị phá vỡ và cung trở nên không ổn định, nó sẽ tự lan rộng ra trên mặt trượt mà không cần tăng thêm ứng suất.

Ta có thể hình dung nguồn lệch là đường AB bị giữ chặt ở hai đầu bởi những chướng ngại nào đó có thể là giao điểm của các đường lệch cắt nhau (nút) hoặc các hạt tiết pha phân tán v.v... (hình 2.31). Mặt trượt chứa AB trùng với mặt phẳng tờ giấy, ứng suất bên ngoài τ uốn đường lệch thành cung tròn. τ càng tăng thì r càng giảm tức là cung càng cong hơn. Khi $r \rightarrow r_{\min}$ cung trở thành nửa đường tròn ứng với trị số tới hạn của ứng suất tiếp τ_{th} đường lệch sẽ trở nên không ổn định, tự nó lan rộng ra mặc dù $\tau = \text{const}$. Vòng lan rộng cho đến khi đoạn lệch C_1 và C_2 là hai lệch xoắn khác dấu gặp nhau và triệt tiêu lẫn nhau, vòng lệch trở thành vòng khép kín bao quanh đoạn lệch AB. Vòng kín dưới tác dụng của ứng suất tiếp sẽ lan khắp mặt trượt, còn đoạn lệch AB lại tiếp tục sản sinh ra các vòng lệch khác trong mặt trượt dưới tác dụng của ứng suất tiếp τ lặp lại các giai đoạn vừa mô tả ở trên.

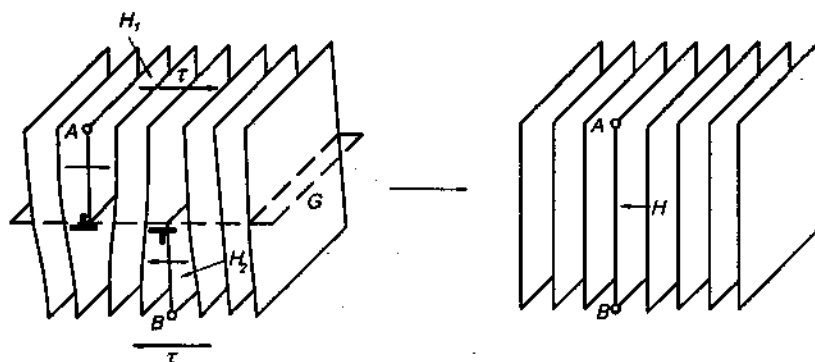
Hình 2.32a là một tinh thể có chứa một lệch biên dương (bán mặt nguyên tử H_1) và một lệch biên âm (bán mặt nguyên tử H_2) cùng nằm trên một mặt trượt. Dưới tác dụng của ứng suất tiếp τ hai lệch biên này chuyển động về phía nhau. Khi chúng gặp nhau hai bán mặt nguyên tử H_1 và H_2 sẽ tạo nên một mặt hoàn chỉnh H , do vậy hai lệch biên khác dấu đã triệt tiêu nhau và mạng tinh thể sẽ không còn bị xô lệch (hình 2.32b).

Với cơ chế như đã trình bày ở trên, nguồn Frank - Read có thể tạo ra không hạn chế số vòng lệch trong một mặt trượt và do đó đạt được một mức độ xê dịch đáng kể. Tuy nhiên trong quá trình chuyển động các vòng lệch sinh ra không thể tránh khỏi gặp phải các chướng ngại và chúng sẽ bị dồn ứ lại ở những chỗ đó. Trường ứng suất đàn hồi của các lệch

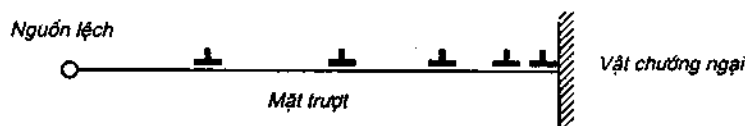
bị dồn ứ đó sẽ tác động trở lại nguồn lệch. Những lệch sinh ra từ một nguồn lệch đều là những lệch cùng dấu, chúng đẩy nhau. Khi trường ứng suất của các lệch dồn ứ bằng với ứng suất ngoài thì nguồn lệch sẽ ngừng hoạt động, những lệch sinh sau để muộn sẽ sớm bị dồn lại không thể chuyển động được nữa (hình 2.33).



Hình 2.31. Sơ đồ sản sinh lệch của nguồn Frank-Read.



Hình 2.32. Hai lệch biên khác dấu triệt tiêu nhau



Hình 2.33. Lệch bị dồn ứ giữa nguồn lệch và vật chướng ngại

Vật chướng ngại ở đây có thể là những lệch không chuyển động, các hạt tiết pha hoặc biên giới hạt.

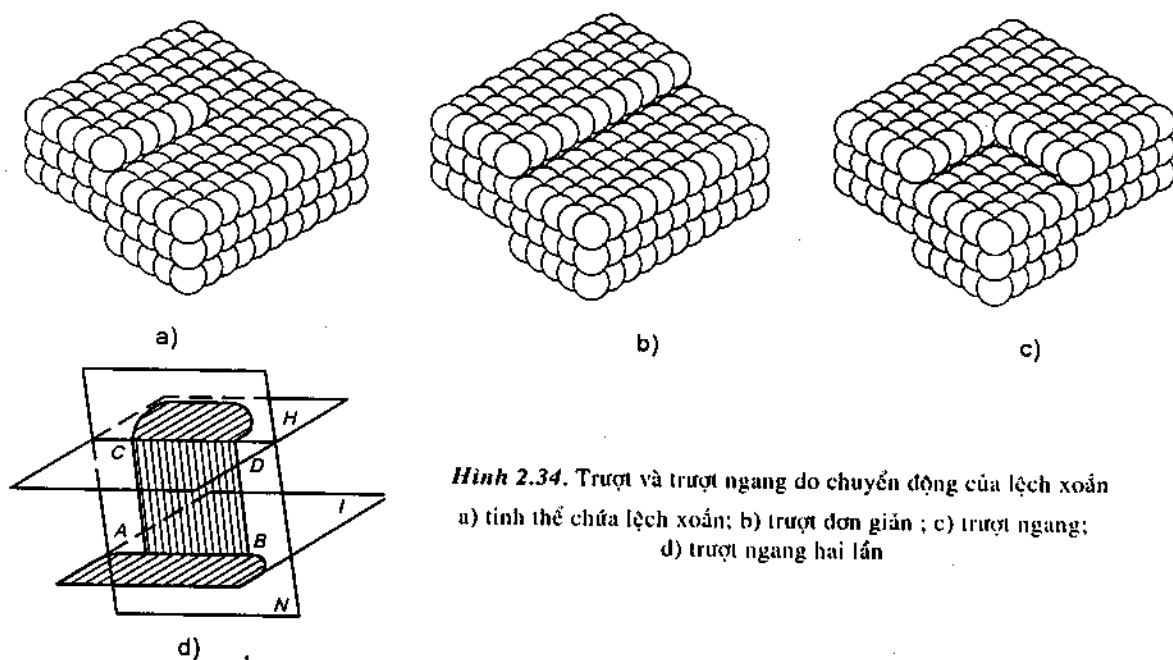
Nguồn Frank - Read vừa xét là nguồn phẳng vì nó chỉ phát ra vòng lệch trên một mặt phẳng. Ngoài ra còn có thể là nguồn không gian trong đó vòng lệch được sinh ra trên nhiều mặt phẳng khác nhau. Nguồn Frank - Read chỉ là một khả năng sản sinh lệch mới dưới tác

dụng của ứng suất. Biên giới hạt hoặc các mặt ranh giới giữa các tinh thể có cấu trúc khác nhau cũng có thể là những nguồn lệch.

2.5.3. Sự trượt ngang của lệch xoắn

Như đã biết do đặc điểm của lệch xoắn là đường lệch song song với vectơ Burgers nên lệch xoắn không có mặt trượt cố định mà về nguyên tắc nó có thể chuyển động trên bất cứ mặt nào có chứa đường lệch. Bởi vậy lệch xoắn có thể chuyển mặt trượt nếu như trên mặt trượt ban đầu nó gặp phải chướng ngại. Quá trình này gọi là trượt ngang. Trên mặt trượt ngang tuy ứng suất nhỏ hơn nhưng không có chướng ngại. Sau khi trượt một đoạn trên mặt trượt ngang ra khỏi khu vực chướng ngại lệch lại có thể chuyển động trên một mặt trượt song song với mặt trượt ban đầu mà ở đó ứng suất tiếp lớn hơn trên mặt trượt ngang. Quá trình như vậy gọi là trượt ngang hai lần (hình 2.34). Nếu trượt ngang tiếp tục xảy ra nhiều lần thì sẽ nhận được một đường lệch liên tục đi qua hàng loạt mặt trượt song song nhau, các đoạn lệch nằm trên các mặt đó nối với nhau bằng các bậc lệch.

Như vậy, nhờ trượt ngang nhiều lần mà một vòng lệch được mở rộng và nhân lên nhiều, trượt ngày càng xảy ra trên nhiều mặt phẳng hơn, do đó xuất hiện giải trượt rộng hơn.

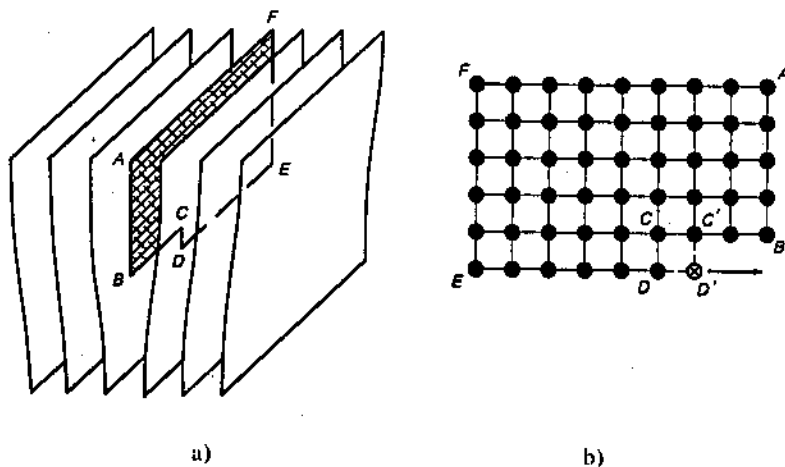


Hình 2.34. Trượt và trượt ngang do chuyển động của lệch xoắn
a) tinh thể chứa lệch xoắn; b) trượt đơn giản; c) trượt ngang;
d) trượt ngang hai lần

2.5.4. Sự leo của lệch biên

Do mặt trượt của lệch biên hoàn toàn xác định bởi vectơ Burgers và đường lệch của nó cho nên lệch biên trong quá trình trượt gặp phải chướng ngại thì không có khả năng chuyển mặt trượt để vòng qua chướng ngại như đối với lệch xoắn. Trên thực tế đường lệch không bao giờ chỉ nằm trong một mặt phẳng mà nó thường quá độ sang những mặt phẳng lân cận.

Ở những chỗ như vậy xuất hiện những “bạc lệch”. Trên hình 2.35 là sơ đồ một lệch biên với một bạc lệch. Nếu có các nguyên tử khuếch tán đến hoặc khuếch tán khỏi bạc lệch thì đều sẽ làm cho bạc lệch dịch chuyển. Kết quả là làm cho đường lệch hoặc nâng lên hoặc hạ xuống (lên cao hoặc xuống thấp), bởi vậy quá trình này gọi là “leo”. Sự khuếch tán của các nguyên tử hoặc của các nút trống trong mạng tinh thể chỉ xảy ra một cách đáng kể khi có kích hoạt nhiệt nghĩa là ở nhiệt độ tương đối cao, cho nên leo đóng một vai trò quan trọng đối với quá trình hồi phục và dẻo. Khi biến dạng ở nhiệt độ cao nồng độ nút trống tăng lên mạnh khi tăng nhiệt độ và biến dạng, nhờ đó mà khuếch tán của các nguyên tử và do đó leo trở nên dễ dàng hơn, hiện tượng hoá bền nhờ đó cũng giảm bớt hoặc được khử bỏ.



Hình 2.35. Sự leo của lệch biên

- a) Đường lệch BCDE có bậc lệch CD;
b) Khuếch tán của nguyên tử D' vào chỗ bậc lệch làm cho nó dịch chuyển theo hướng B.

2.5.5. Sự cắt nhau của lệch

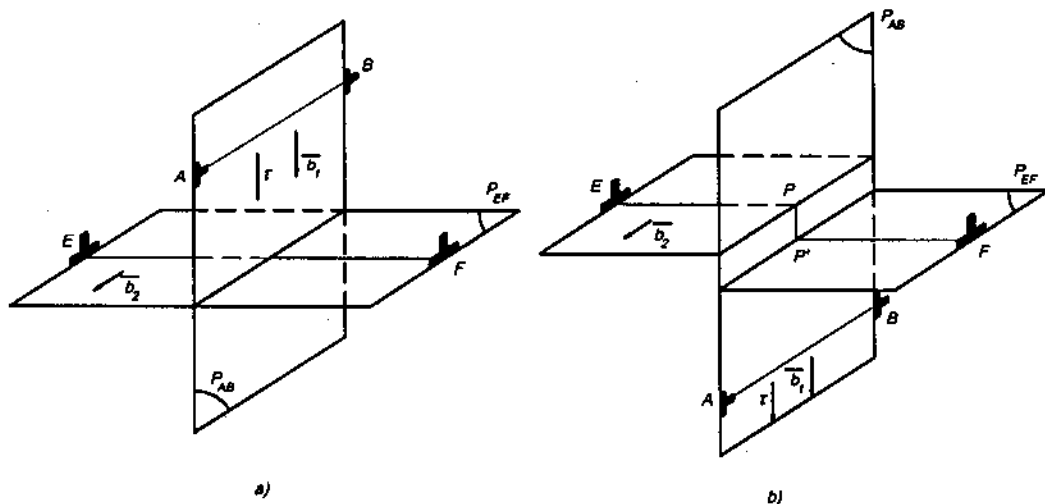
Trong tinh thể lệch thường nằm và chuyển động trên các mặt phẳng khác nhau. Khi trượt một lệch sẽ gặp vô số lệch khác và chúng cắt nhau tạo nên những bậc nhỏ gọi là bậc lệch. Dưới đây ta hãy xem xét một số trường hợp cơ bản lệch cắt nhau, sự hình thành bậc lệch và chuyển động của chúng. Để đơn giản ta coi đường lệch là đường thẳng.

a) Lệch biên cắt nhau

Trước hết xét trường hợp hai lệch biên có vectơ Burgers vuông góc với nhau (hình 2.36). Lệch AB với vectơ Burgers $\vec{b}_1$ chuyển động từ trên xuống dưới trong mặt trượt P_{AB} . Lệch EF với vectơ Burgers $\vec{b}_2$ đứng yên trong mặt P_{EF} .

Sau khi cắt nhau lệch EF phân thành hai đoạn EP và P'F nối với nhau bằng một bậc nhỏ PP' có phương và chiều dài của vectơ Burgers $\vec{b}_1$. Bậc PP' gọi là bậc lệch của lệch EF, nó mang tính chất của lệch biên vì PP' vuông góc với vectơ $\vec{b}_2$. Do mặt phẳng chứa bậc lệch PP' không trùng với mặt trượt của lệch EF nên bậc lệch trở nên bền vững. Còn trên lệch AB không xuất hiện bậc lệch vì AB song song với $\vec{b}_2$. Tuy nhiên sau khi cắt EF chiều

dài lệch AB có thay đổi, cụ thể là nếu bán mặt nguyên tử qua EF nằm về phía dưới mặt trượt P_{EF} thì chiều dài lệch AB sẽ tăng thêm $|\vec{b}_2|$, bởi lẽ trước khi cắt nhau lệch AB chỉ đi qua n mặt phẳng đứng, còn sau khi cắt EF nó phải đi qua (n+1) mặt phẳng đứng. Mặt phẳng thừa đó chính là bán mặt qua EF. Kết quả cũng sẽ như vậy nếu lệch EF không đứng yên mà chuyển động trên mặt trượt P_{EF} .



Hình 2.36. Sự cắt nhau của hai lệch biên có vectơ Burgers vuông góc với nhau

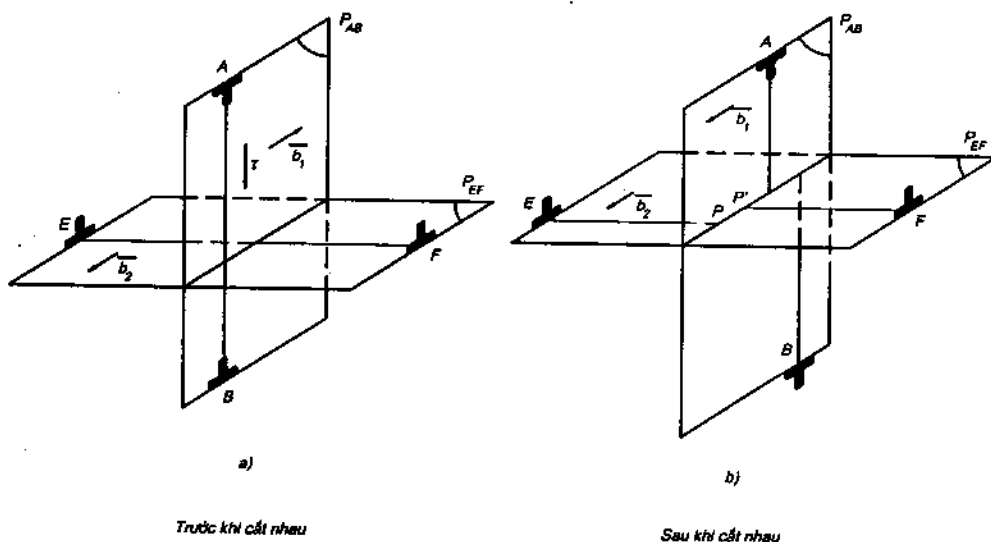
a) Trước khi cắt nhau ; b) Sau khi cắt nhau.

Tóm lại nếu hai lệch biên có vectơ Burgers vuông góc với nhau cắt nhau thì trên một lệch sẽ xuất hiện bậc lệch có phương và độ lớn bằng vectơ Burgers của lệch kia, còn lệch kia sẽ thay đổi chiều dài bằng trị số của vectơ Burgers của lệch ban đầu. Bậc lệch ở đây là bậc lệch biên không nằm trong mặt trượt của lệch chứa nó vì vậy bậc lệch là bền vững.

Trường hợp hai lệch biên có vectơ Burgers song song với nhau cả hai lệch đều chuyển động (hình 2.37). Lệch AB với vectơ Burgers $\vec{b}_1$ chuyển động trong mặt trượt P_{AB} , lệch EF với vectơ Burgers $\vec{b}_2$ chuyển động trong mặt trượt P_{EF} . Sau khi cắt nhau trên mỗi lệch đều xuất hiện bậc lệch: PP' trên EF và QQ' trên AB trong đó $PP' = |\vec{b}_1|$ và $QQ' = |\vec{b}_2|$. Cả hai bậc lệch đều mang tính chất của lệch xoắn vì chúng đều song song với vectơ Burgers tương ứng của lệch chứa nó. Khác với trường hợp đã xét ở trên, ở đây các bậc lệch đều nằm trong mặt trượt của lệch chứa nó, vì vậy bậc lệch không bền vững bởi lẽ để giảm năng lượng khi trượt đường lệch có thể duỗi thẳng ra (giảm chiều dài đường lệch) và hủy bậc lệch.

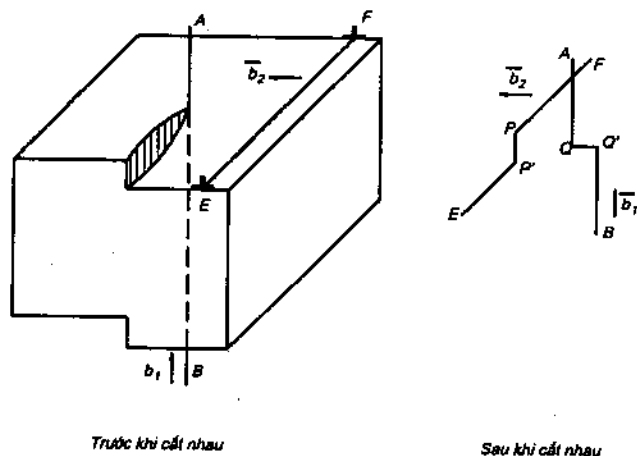
Lệch xoắn AB với vectơ Burgers $\vec{b}_1$ đứng yên, lệch biên EF với vectơ Burgers $\vec{b}_2$ chuyển động từ phải sang trái. Vì mặt trượt của EF không phẳng mà là xoắn nên khi đến gần đường lệch xoắn AB bán mặt của nó dần dần cuốn theo mặt xoắn: phần gần F được nâng lên, phần gần E hạ xuống. Khi gặp AB phần gần F cao hơn phần gần E một khoảng

cách bằng trị số của $\vec{b}_1$. Kết quả là trên EF xuất hiện bậc lệch $PP' = |\vec{b}_1|$ mang tính chất của lệch biên vì $PP' \perp \vec{b}_2$. Khi lệch EF chuyển động từ phải sang trái phần tinh thể nằm phía trên EF sẽ dịch đi một khoảng bằng $|\vec{b}_2|$ so với phần tinh thể nằm dưới EF. Bởi vậy trên lệch xoắn AB sẽ xuất hiện bậc lệch $QQ' = |\vec{b}_2|$ cũng mang tính chất của lệch biên vì $QQ' \perp \vec{b}_1$.



Hình 2.37. Sự cắt nhau của hai lệch biên có vectơ Burgers song song với nhau

b) Lệch xoắn và lệch biên cắt nhau (hình 2.38)



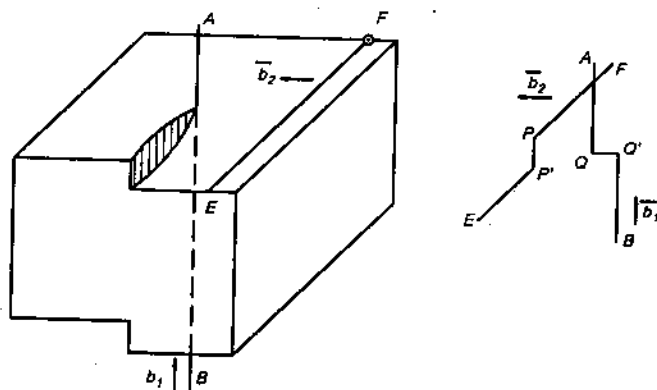
Hình 2.38. Sự cắt nhau của một lệch xoắn và một lệch biên

Tóm lại, khi lệch xoắn và lệch biên cắt nhau, trên mỗi lệch sẽ xuất hiện một bậc lệch mang tính chất của lệch biên, chúng có phương và độ lớn bằng vectơ Burgers của lệch kia.

d) Lệch xoắn cắt nhau (hình 2.39)

Hai lệch xoắn có vectơ Burgers vuông góc với nhau, lệch AB với vectơ Burgers $\vec{b}_1$ đứng yên, lệch EF với vectơ Burgers $\vec{b}_2$ chuyển động từ phải sang trái. Sau khi cắt nhau

lệch EF tách ra hai phần, phần nọ cao hơn phần kia một khoảng bằng $|\bar{b}_1|$ và nối với nhau bằng bậc lệch PP' = $|\bar{b}_1|$. Một cách tương tự, lệch AB cũng xuất hiện bậc lệch QQ' = $|\bar{b}_2|$. Cả hai bậc lệch đều mang tính chất của lệch biên. Bậc lệch biên trên đường lệch xoắn hạn chế rất nhiều chuyển động của lệch xoắn bởi lẽ leo là một quá trình khuếch tán xảy ra chậm hơn so với trượt.



Trước khi cắt nhau

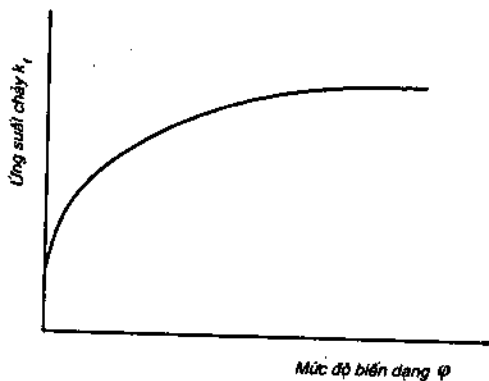
Sau khi cắt nhau

Hình 2.39. Sự cắt nhau của hai lệch xoắn

2.5.6. Hoá bền biến dạng

Một hiện tượng có ảnh hưởng rất quan trọng đến quá trình biến dạng cũng như đến tính chất của sản phẩm là hiện tượng hoá bền biến dạng. Đó là hiện tượng ứng suất chảy tăng lên theo mức độ biến dạng trong quá trình biến dạng. Điều này thường gặp khi biến dạng ở nhiệt độ còn tương đối thấp mà ở đó các quá trình kích hoạt nhiệt chưa xảy ra đáng kể. Hoá bền biến dạng làm tăng tải trọng đối với dụng cụ biến dạng, đòi hỏi tiêu hao về lực và công biến dạng ngày càng tăng. Vì vậy để có thể đạt được một mức độ biến dạng mong muốn nào đó trong nhiều trường hợp phải tiến hành các bước nhiệt luyện trung gian nhằm giảm bớt ứng suất chảy và khôi phục tính dẻo. Việc làm này gây thêm tổn kém nhiều cả về tiền của lẫn thời gian. Một khả năng khác nhằm tránh hiện tượng hoá bền biến dạng là thực hiện biến dạng ở nhiệt độ cao, song độ chính xác và chất lượng bề mặt của sản phẩm lại kém hơn nhiều so với biến dạng nguội.

Bên cạnh những mặt tiêu cực kể trên, hiện tượng tăng độ bền do biến dạng nhiều khi lại là mong muốn đối với tính chất của sản phẩm nhất là đối với những vật liệu không hoá bền được bằng nhiệt luyện hoặc bằng hợp kim hoá.



Hình 2.40. Đường cong ứng suất - biến dạng khi có hoá bền

Trong quá trình biến dạng lệch không ngừng được sinh ra, mật độ lệch tăng lên. Khi chuyển động trên nhiều hệ trượt khác nhau lệch hoặc gặp phải chướng ngại vật hoặc cắt nhau làm cho chúng bị dồn ứ lại bên chướng ngại vật hoặc chuyển động khó khăn (kém linh động). Ở những chỗ như vậy tập trung nhiều lệch mất khả năng chuyển động tạo thành "rừng lệch" và được coi là những chướng ngại vật đối với những lệch chuyển động. Những lệch này muốn tiếp tục chuyển động bằng cách vượt qua nhau hoặc cắt nhau đều đòi hỏi phải tăng ứng suất. Trường ứng suất của những lệch bị dồn ứ chống lại sự sản sinh và chuyển động của những lệch khác cũng là một nguyên nhân chính dẫn đến hoá bền biến dạng. Ở kim loại đa tinh thể thì biên giới hạt cũng được coi là những chướng ngại vật đối với sự chuyển động của lệch.

Tóm lại, tất cả những nhân tố nào gây cản trở cho sự sản sinh và chuyển động của lệch đều là nguyên nhân dẫn đến hoá bền biến dạng.

2.6. TƯƠNG TÁC GIỮA LỆCH VỚI CÁC KHUYẾT TẬT ĐIỂM

Ở trên đã trình bày tương tác giữa các lệch với nhau. Trong tinh thể thực còn có các loại khuyết tật khác mà tác dụng giữa chúng với lệch cũng có ý nghĩa thực tế rất lớn. Đáng chú ý hơn cả là các khuyết tật điểm: nút trống, nguyên tử xen kẽ hoặc thay thế... Trong tinh thể chúng sẽ tham gia tương tác với lệch như tương tác đàn hồi, tương tác điện và tương tác hoá học.

2.6.1. Khí quyển Cottrell

Khí quyển Cottrell tạo thành do tương tác đàn hồi giữa lệch với các nguyên tử ngoại lai. Tất cả các loại khuyết tật điểm đều gây ra trường ứng suất đàn hồi ở vùng xung quanh nó, vì vậy chúng sẽ tham gia tương tác đàn hồi với lệch trong mạng tinh thể. Hãy lấy trường hợp lệch biên có miền dẫn (kéo) và nén làm ví dụ. Nếu trong tinh thể có nguyên tử ngoại lai (hoặc thay thế hoặc xen kẽ) chúng sẽ bị hút về phía lệch theo nguyên tắc sau:

- Nguyên tử ngoại lai hoà tan theo kiểu xen kẽ hoặc thay thế có kích thước nguyên tử lớn hơn so với nguyên tử của kim loại nên sẽ bị hút về phía miền dẫn và nằm ở đó.
- Nguyên tử ngoại lai hoà tan theo kiểu thay thế có kích thước nguyên tử nhỏ hơn so với nguyên tử của kim loại nên bị hút về phía miền nén và nằm ở đó.

Kết luận trên đây được rút ra dựa trên biểu thức năng lượng liên kết giữa nguyên tử ngoại lai và lệch biên:

$$E = - G \cdot b \cdot R_0^3 \cdot \epsilon \cdot \sin \frac{\theta}{r}$$

trong đó: $\vec{b}$ - vectơ Burgers;

G - môđun đàn hồi trượt;

θ, r - tọa độ cực của nguyên tử ngoại lai so với đường lệch (trên phương của vector Burgers $\vec{b}$ góc $\theta = 0$);

$$\epsilon = \frac{R_n - R_0}{R_0} - \text{yếu tố không phù hợp kích thước ;}$$

R_n - bán kính nguyên tử ngoại lai;

R_0 - bán kính nguyên tử của kim loại nền.

Xét hai trường hợp sau đây:

- Nguyên tử ngoại lai thay thế và nguyên tử ngoại lai xen kẽ có $R_n > R_0$ (do đó $\epsilon > 0$).

Ở miền nén, khi $0 < \theta < \pi$ thì $\sin\theta > 0$, do đó $E < 0$, điều đó có nghĩa là giữa lệch và nguyên tử ngoại lai xuất hiện lực đẩy đàn hồi.

Ở miền dẫn, khi $\pi < \theta < 2\pi$ thì $\sin\theta < 0$, do đó $E > 0$, điều đó có nghĩa là lệch và nguyên tử ngoại lai hút nhau.

Như vậy, các nguyên tử ngoại lai xen kẽ và thay thế có bán kính nguyên tử lớn hơn bán kính nguyên tử của kim loại nền đều bị hút về miền dẫn của lệch.

- Các nguyên tử ngoại lai thay thế có $R_n < R_0$ (do đó $\epsilon < 0$).

Ở miền nén, khi $0 < \theta < \pi$ thì $\sin\theta > 0$, do đó $E > 0$, điều đó có nghĩa là lệch và nguyên tử ngoại lai hút nhau.

Ở miền dẫn, khi $\pi < \theta < 2\pi$ thì $\sin\theta < 0$, do đó $E < 0$, điều đó có nghĩa là lệch và nguyên tử ngoại lai đẩy nhau.

Như vậy, các nguyên tử ngoại lai thay thế có bán kính nguyên tử nhỏ hơn bán kính nguyên tử của kim loại nền bị hút về miền nén của lệch.

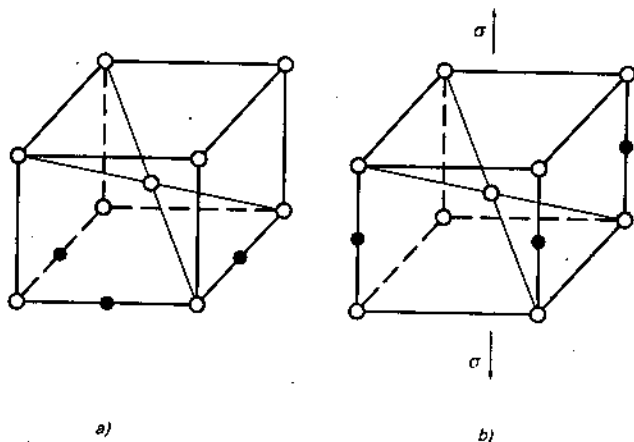
Nói chung các nguyên tử ngoại lai xen kẽ bị hút tới lệch mạnh hơn các nguyên tử ngoại lai thay thế vì năng lượng liên kết với lệch của nguyên tử xen kẽ lớn hơn của nguyên tử thay thế.

Tóm lại, việc hút các nguyên tử ngoại lai xen kẽ hoặc thay thế tới lệch sẽ dẫn đến sự tập trung các nguyên tử đó thành một dải dọc theo đầu bán mặt. Dải nguyên tử ngoại lai này có thể hình dung như một đám mây bao bọc quanh đường lệch nên có tên gọi là khí quyển hoặc đám mây Cottrell (người đầu tiên đưa ra công thức tính năng lượng liên kết giữa lệch và nguyên tử ngoại lai vào năm 1948).

Trong thí dụ trên ta thấy do lệch biến tạo ra miền dẫn và nén đều mọi phía trong phần mạng tinh thể xung quanh nó nên lệch có thể hút các loại khuyết tật có trường ứng suất đàn hồi đối xứng cầu (trường ứng suất gây ra xô lệch mạng đều nhau theo mọi phương). Lệch xoắn vì không tạo ra miền dẫn và nén như vậy nên không có khả năng hút các loại khuyết tật có trường ứng suất đàn hồi đối xứng cầu.

2.6.2. Khí quyển Snoek

Sự tạo thành khí quyển Snoek cũng là kết quả của tương tác đàn hồi giữa nguyên tử ngoại lai và lệch trong mạng tinh thể. Khi không có ứng suất trong mạng lập phương thể tâm (ví dụ α - Fe) các nguyên tử ngoại lai xen kẽ (C hoặc N) nằm ở các vị trí xác định với xác suất như nhau.



Hình 2.41. Hiệu ứng Snoek trong mạng lptt

a) Trạng thái không có ứng suất; b) Trạng thái có ứng suất.

Khi có ứng suất khoảng cách giữa các nguyên tử theo một phương nào đó tăng lên, các nguyên tử ngoại lai xen kẽ sẽ sắp xếp lại theo phương đó (hình 2.41b). Hiện tượng sắp xếp có trật tự các nguyên tử ngoại lai dưới tác dụng của ứng suất bên ngoài gọi là hiệu ứng Snoek. Như vậy, do hiệu ứng Snoek mà các nguyên tử ngoại lai xen kẽ cũng sẽ tập trung xung quanh đường lệch biên và lệch xoắn dưới tác dụng của trường ứng suất đàn hồi của các lệch đó tạo thành đám mây các nguyên tử ngoại lai gọi là khí quyển Snoek. Sự hình thành khí quyển sẽ làm giảm năng lượng tự do của tinh thể. So với quá trình hình thành khí quyển Cottrell (là một quá trình khuếch tán) thì sự chuyển chỗ của các nguyên tử ngoại lai khi tạo thành khí quyển Snoek xảy ra nhanh hơn nhiều.

2.6.3. Khí quyển Suzuki

Ta biết rằng khi một lệch hoàn chỉnh tách ra thành hai lệch không hoàn chỉnh thì giữa chúng tạo thành khuyết tật xếp. Tập hợp của hai lệch không hoàn chỉnh và khuyết tật xếp được gọi là lệch kéo dài. Cấu trúc của khuyết tật xếp trong lệch kéo dài khác với cấu trúc của toàn tinh thể. Thí dụ trong mạng lập phương diện tâm có thứ tự xếp chồng ABCABC, khuyết tật xếp là một lớp mỏng có sắp xếp nguyên tử giống như trong mạng lục phương xếp chặt ABCACAB. Sự khác nhau về cấu trúc như vậy sẽ dẫn đến sự khác nhau về các đặc tính nhiệt hoá học, chẳng hạn độ hoà tan tạp chất của mạng lptt khác với mạng lpxc. Vì vậy, khi ở nhiệt độ tương đối cao, các nguyên tử tạp chất nhờ khuếch tán sẽ phân bố lại giữa khuyết tật xếp và mạng tinh thể. Quá trình ấy Suzuki gọi là tương tác hoá học giữa lệch kéo dài và nguyên tử ngoại lai. Nguyên tử ngoại lai có thể khuếch tán đến hoặc đi khỏi khuyết tật xếp trong khi nồng độ trung bình của các nguyên tử ngoại lai trong tinh thể không thay đổi. Tập hợp các nguyên tử ngoại lai trong khuyết tật xếp của lệch kéo dài tạo thành khí quyển Suzuki. Cũng giống như khí quyển Snoek, việc tạo thành khí quyển Suzuki làm giảm năng lượng khuyết tật xếp tức là mở rộng phạm vi của khuyết tật xếp.

2.6.4. Tương tác tĩnh điện

Ngoài tương tác đàn hồi và tương tác hoá học ra lệch còn tham gia tương tác tĩnh điện với các nguyên tử ngoại lai. Ví dụ: xung quanh lệch biên có miền dẫn và miền nén nên mật độ nguyên tử thay đổi. Sự thay đổi đó có thể dẫn đến việc phân bố lại điện tử dẫn gần lệch. Vùng dẫn nằm dưới bán mặt thừa điện tử nên mang điện tích âm, còn vùng nén mang điện tích dương. Kết quả là dọc theo đường lệch xuất hiện lưỡng cực điện có thể tương tác với khuyết tật điểm mang điện. Tuy nhiên tương tác tĩnh điện đối với kim loại không đáng kể (chiếm không quá 10% năng lượng tương tác nói chung). Nhưng trong tinh thể ion thí dụ như tinh thể muối ăn NaCl, KCl, AgCl v.v... có mạng tinh thể cấu tạo từ các ion mang điện trái dấu nhau thì tương tác tĩnh điện lại là dạng tương tác chủ yếu.

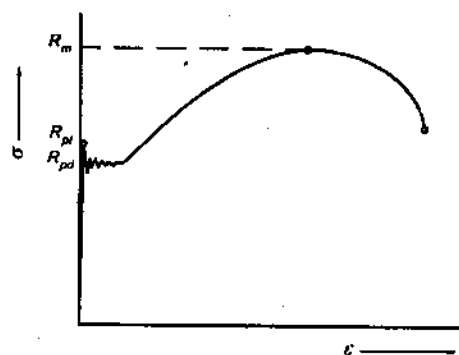
2.6.5. Giải thích một số hiện tượng

a) Tính chất của các hợp kim dưới dạng dung dịch đặc

Sự tồn tại của các nguyên tố hợp kim dưới dạng dung dịch đặc thay thế hoặc xen kẽ đều làm cho mạng tinh thể của kim loại nền bị xô lệch và do đó cản trở sự chuyển động của lệch, trong đó sự cản trở của các nguyên tử xen kẽ mạnh hơn của các nguyên tử thay thế hàng chục lần. Sự cản trở này chính là nguyên nhân làm cho độ bền của các hợp kim dưới dạng dung dịch đặc cao hơn độ bền của kim loại nền. Ví dụ độ bền, độ cứng của đồng thau (dung dịch đặc của kẽm trong đồng) cao hơn độ bền, độ cứng của các kim loại thành phần là đồng và kẽm.

b) Giới hạn chảy trên và giới hạn chảy dưới

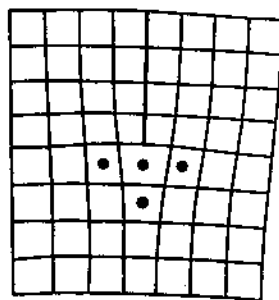
Một đặc thù của một số hợp kim, đặc biệt là những hợp kim dưới dạng dung dịch đặc xen kẽ (ví dụ thép C thấp, hợp kim Al - Mg) là đường cong ứng suất - biến dạng trong thí nghiệm kéo của chúng có vùng chảy rất rõ rệt. Giới hạn chảy R_p có hai giá trị là giới hạn chảy trên R_{pt} và giới hạn chảy dưới R_{pd} . Khi ứng suất đạt tới giới hạn chảy trên thì biến dạng dẻo bắt đầu nhưng sau đó để duy trì biến dạng ứng suất cần thiết lại giảm xuống giá trị của giới hạn chảy dưới. Mỗi khi biến dạng được nhiều phần trăm thì ứng suất mới tiếp tục tăng lên do hoá bền biến dạng. Các giá trị về giới hạn chảy đưa ra trong các sổ tay về vật liệu nhất là đối với thép đều là giới hạn chảy trên.



Hình 2.42. Đường cong ứng suất biến dạng của một kim loại có giới hạn chảy trên và giới hạn chảy dưới

Trong dung dịch đặc xen kẽ các nguyên tử của nguyên tố hợp kim (ví dụ C, N) nằm xen giữa các nút mạng nên làm cho mạng tinh thể bị xô lệch mạnh, năng lượng tự do của

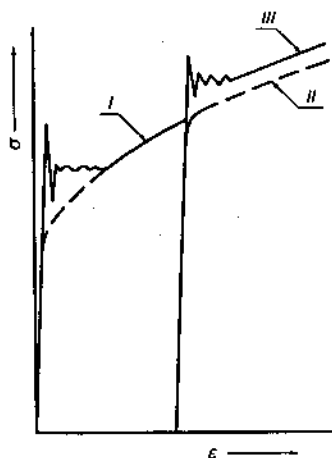
tính thể tăng lên. Bởi vậy chúng có xu hướng chiếm giữ những vị trí thuận lợi hơn về mặt năng lượng, ví dụ ở miền dẫn của lệch biên tạo thành đám mây Cottrell. Thông qua trường ứng suất đàn hồi của mình chúng cản trở sự chuyển động của lệch vì thế giới hạn chảy phải tăng lên đến giá trị trên R_{pt} . Chừng nào lệch chuyển động ra khỏi phạm vi ảnh hưởng của đám mây Cottrell thì ứng suất cần thiết để làm cho lệch tiếp tục chuyển động sẽ giảm xuống giá trị dưới R_{pt} .



Hình 2.43. Tụ tập các nguyên tử xen kẽ tại miền dẫn của lệch biên

c) Hoá già biến dạng

Sau một thời gian lưu giữ lâu dài những thép đã qua biến dạng ta thấy có hiện tượng giới hạn chảy của chúng tăng lên. Hiện tượng này gọi là hoá già biến dạng. Theo sự giải thích của Cottrell thì ở nhiệt độ thường các nguyên tử C hoặc N cũng có thể khuếch tán trong mạng tinh thể đến vùng xung quanh đường lệch nhưng rất chậm. Do mật độ lệch tăng lên sau biến dạng làm cho quãng đường mà các nguyên tử C hoặc N di chuyển tới lệch được rút ngắn, do vậy các lệch sẽ sớm bị bao vây bởi các nguyên tử xen kẽ và giới hạn chảy vì thế mà tăng lên. Hình 2.44 ghi lại đường cong ứng suất - biến dạng thu được trong thí nghiệm kéo không liên tục đã chứng minh điều đó. Nếu sau bước I chỉ dừng lại thời gian rất ngắn rồi lại tiếp tục đặt tải thì đường cong của bước II hầu như nối tiếp của bước I, còn nếu sau bước I dừng lại một thời gian dài để cho quá trình hoá già xảy ra rồi mới tiếp tục đặt tải thì sẽ nhận được đường cong III nằm trên đường cong II.



Hình 2.44. Ảnh hưởng của hoá già biến dạng đến đường cong ứng suất - biến dạng trong thí nghiệm kéo không liên tục

Hiện tượng hoá già thép ngoài việc làm tăng giới hạn chảy còn làm cho thép trở nên giòn, các trị số về tính dẻo và độ dai va đập đều giảm, bởi vậy nhất thiết phải được lưu ý nhất là đối với những chi tiết chịu tải.

d) Dòn xanh

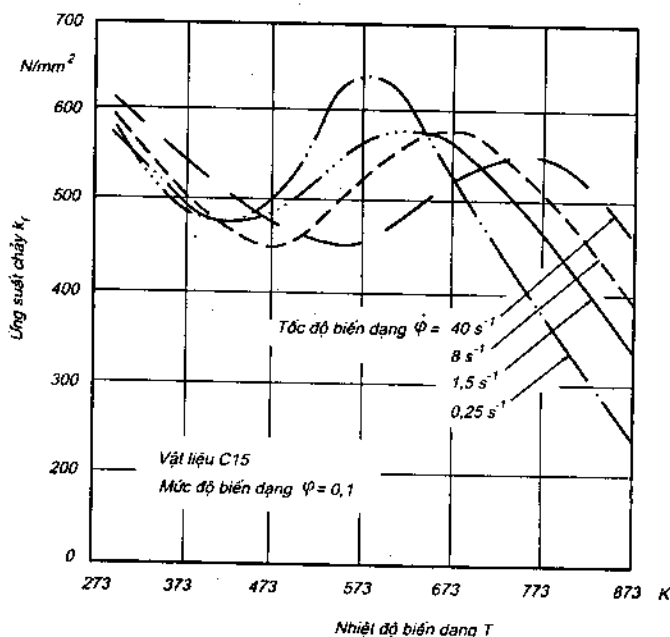
Theo Cottrell thì tốc độ khuếch tán của các nguyên tử tăng lên khi tăng nhiệt độ, bởi vậy có thể có một phạm vi nhiệt độ mà ở đó tốc độ khuếch tán của các nguyên tử C và N tương đương với tốc độ chuyển động của lệch. Trong khoảng nhiệt độ này ứng suất chảy sẽ tăng lên bởi vì chuyển động của lệch luôn luôn bị cản trở mạnh bởi các nguyên tử bám

theo. Thực vậy ta thấy ở những thép các-bon thấp ứng suất chảy tăng lên trong khoảng nhiệt độ từ 400°K đến 750°K đồng thời với sự giảm tính dẻo. Hiện tượng này gọi là dòn xanh. Trên hình 2.45 là đường cong ứng suất chảy phụ thuộc vào nhiệt độ của thép cacbon thấp C15.

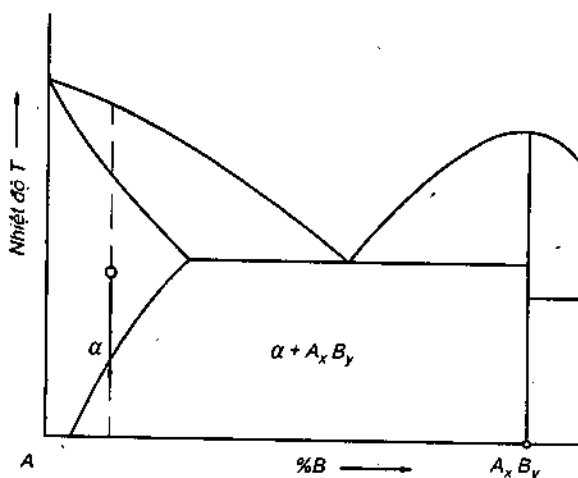
e) *Biến cứng tiết pha và biến cứng phân tán*

Biến cứng tiết pha là một biện pháp quan trọng để nâng cao độ bền, độ cứng của một số hợp kim nhất định. Cơ chế tăng độ bền, độ cứng ở đây là dựa vào tác dụng của các chất điểm nhỏ phân tán của một pha thứ hai đối với lệch. Việc tạo ra các chất điểm nhỏ phân tán trong trạng thái rắn chỉ xảy ra ở những hợp kim dạng dung dịch đặc có độ hoà tan giảm đi theo sự giảm nhiệt độ.

Ta hãy xét một hợp kim nằm trong khu vực α (hình 2.46). Khi nguội nhanh từ vùng dung dịch đặc α đồng đều xuống khu vực hai pha $\alpha + A_xB_y$ sẽ nhận được dung dịch đặc quá bão hoà do nguyên tố B không kịp tiết ra dưới dạng A_xB_y . Vì vậy nó có xu hướng trở về trạng thái cân bằng bằng cách tiết ra các chất điểm nhỏ của hợp chất hoá học có thành phần A_xB_y . Tiết pha là một quá trình khuếch tán, bởi vậy cần có thời gian lưu giữ mới có thể đạt được sự tăng độ bền, độ cứng dựa trên tương tác giữa lệch và các chất điểm. Trong kỹ thuật những hợp kim có thể biến cứng tiết pha đặc biệt phải kể đến những hợp kim nhôm hệ Al-Cu-Mg, Al-Zn-Mg, Al-Mg-Si. Để giải thích hiện tượng biến cứng tiết pha người ta cho rằng các hạt tiết pha có tác dụng kìm hãm sự chuyển động của lệch. Nếu không kể đến trường hợp lệch bị tắc nghẽn ở bên các chất điểm thì nó còn có khả năng vòng qua hoặc cắt ngang chất điểm. Dù là vòng qua hay cắt ngang chất điểm thì cũng đều



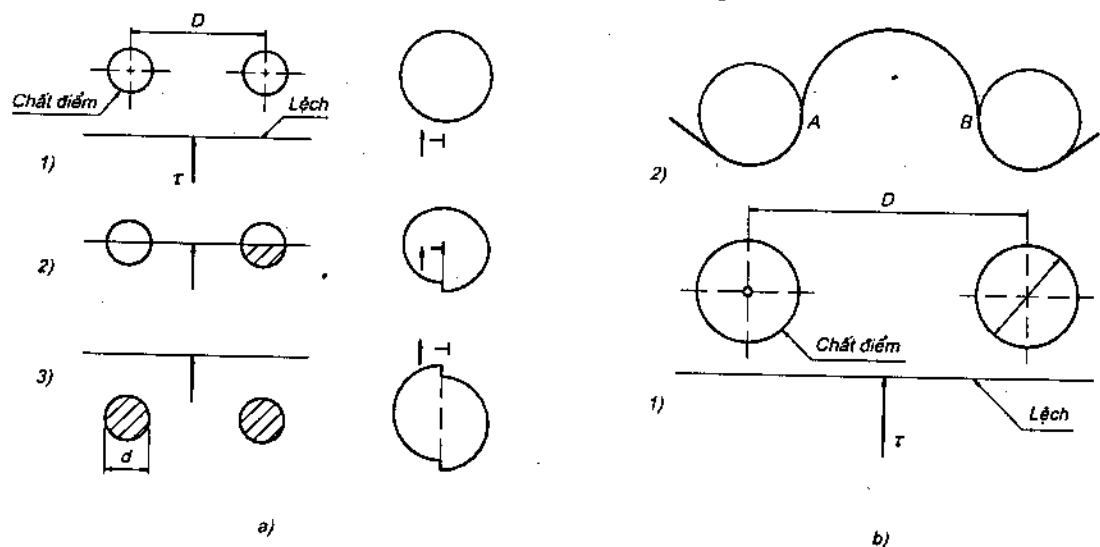
Hình 2.45. Ảnh hưởng của nhiệt độ và tốc độ biến dạng đến ứng suất chảy của thép C15



Hình 2.46. Một phần của giản đồ trạng thái của hệ hợp kim có độ hoà tan phụ thuộc vào nhiệt độ

đòi hỏi phải tăng ứng suất. Các bức ảnh hiển vi điện tử cho thấy cả hai khả năng này đều tồn tại. Vấn đề quyết định ở đây là khoảng cách, độ lớn và độ bền của các chất điểm và mối quan hệ về cấu trúc tinh thể giữa các pha.

Biến cứng tiết pha còn có tác dụng nâng cao độ bền lâu của vật liệu. Rất nhiều các hợp kim chịu nóng trên cơ sở Nickel là vật liệu biến cứng tiết pha.



Hình 2.47. Lệch chuyển động khi gặp các chất điểm
a) cắt ngang chất điểm ; b) vòng qua chất điểm.

Trong biến cứng phân tán người ta đưa vào vật liệu nền những pha phân tán không hoà tan. Việc này thường được thực hiện bằng cách luyện kim bột trong đó các thành phần cấu thành đều ở dạng bột được trộn lẫn với nhau rồi thiêu kết. Vì các pha phân tán không hoà tan hoặc chỉ hoà tan rất ít trong kim loại nền nên các vật liệu biến cứng phân tán có thể làm việc ở nhiệt độ rất cao. Cơ chế tăng độ bền độ cứng ở đây cũng dựa trên sự cản trở chuyển động của lệch bởi các chất điểm. Một vài vật liệu biến cứng phân tán quen thuộc như SAP (Sinter-Aluminium-Product), trong đó oxyt nhôm Al_2O_3 phân tán trên nền nhôm; TD-Nickel (thoria dispersion Nickel), trong đó oxyt thorium ThO_2 phân tán trên nền Ni.

2.7. CÁC QUÁ TRÌNH KÍCH HOẠT NHIỆT

2.7.1. Khái niệm chung

Khi tăng nhiệt độ thì các tính chất của kim loại sẽ thay đổi, chúng trở nên mềm và dẻo hơn. Sự thay đổi này đã được tận dụng khi biến dạng. Nói chung mọi phương pháp biến dạng đều mong muốn tiêu hao về lực và công biến dạng ít nhất mà lại đạt được mức độ biến dạng lớn nhất. Điều này chỉ có thể đạt được khi biến dạng ở nhiệt độ cao thích hợp. Song biến dạng ở nhiệt độ cao lại có nhược điểm là oxy hoá bề mặt dẫn đến chất lượng bề mặt kém, độ hoà tan khí tăng lên có thể làm cho kim loại trở nên giòn, độ chính xác của sản

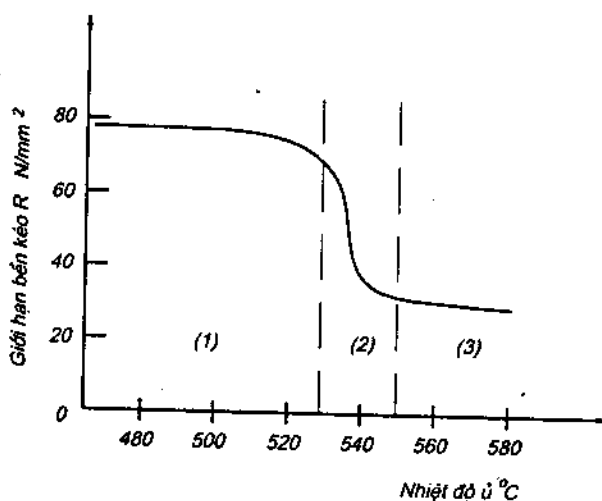
phẩm không cao. Bởi vậy không phải bất kỳ trường hợp nào cũng sử dụng biến dạng nóng. Ta biết rằng biến dạng dẻo làm cho mật độ các khuyết tật mạng tăng lên, do đó năng lượng bên trong của vật thể cũng tăng lên. Trạng thái như vậy không ổn định, nó có xu hướng giảm năng lượng bằng cách thay đổi lại cấu trúc khuyết tật mạng nếu có điều kiện.

Tăng nhiệt độ có nghĩa là cung cấp thêm năng lượng. Dao động của các nguyên tử và sự chuyển động của các khuyết tật mạng sẽ mạnh lên khi nhiệt độ tăng, ta nói chúng trở nên hoạt động hơn. Nhờ vậy ở nhiệt độ thích hợp có thể khôi phục lại tổ chức và tính chất của vật thể đã bị biến dạng dẻo làm cho thay đổi. Ví dụ khi biến dạng nóng hiện tượng hoá bền biến dạng có thể không xảy ra hoặc chỉ xảy ra ở mức độ yếu.

Hình 2.48 cho thấy sự thay đổi của giới hạn bền kéo của thép cacbon thấp đã qua biến dạng nguội phụ thuộc vào nhiệt độ ủ. Quá trình thay đổi này có thể chia làm ba giai đoạn là:

- (1) hồi phục
- (2) kết tinh lại
- (3) lớn lên của hạt

Phạm vi nhiệt độ mà ở đó các quá trình kích hoạt nhiệt xảy ra ở mức độ đáng kể dẫn đến sự thay đổi về cơ tính của vật liệu là khác nhau tùy thuộc vào mỗi kim loại. Nó phụ thuộc chủ yếu vào nhiệt độ nóng chảy $T_c(^{\circ}\text{K})$ của kim loại và những yếu tố khác như mức độ biến dạng, thời gian ủ.



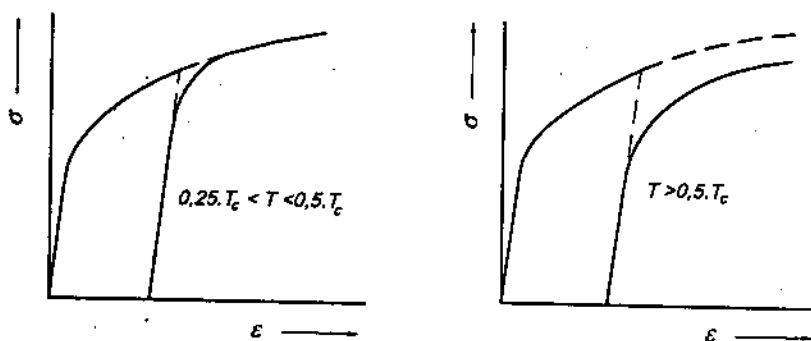
Hình 2.48. Sự thay đổi của giới hạn bền kéo khi ủ thép cacbon thấp đã qua biến dạng nguội

2.7.2. Hồi phục

Suy cho cùng thì tính dẻo của kim loại được quyết định bởi tình trạng sắp xếp và chuyển động của lệch trong mạng tinh thể. Vì thế tất cả mọi sự thay đổi về tính chất của kim loại khi nung nóng chẳng qua là hậu quả của những thay đổi về cấu trúc và mật độ của các khuyết tật mạng trong đó lệch đóng vai trò chủ yếu. Khi biến dạng nguội kim loại bị hoá bền, sự hoá bền này sẽ mất hoặc giảm đi nếu ta nung nóng kim loại để tạo nên một sự thay đổi về mật độ và tình trạng sắp xếp của lệch.

Trong giai đoạn hồi phục nhờ có năng lượng kích hoạt những lệch trái dấu có chung mặt trượt sẽ triệt tiêu nhau, do đó mật độ lệch sẽ giảm đi. Mặt khác nhờ khuếch tán những lệch còn lại sẽ sắp xếp lại trên những vị trí thuận lợi về mặt năng lượng và hình thành những biên giới góc nhỏ. Quá trình này gọi là đa diện hoá. Ở đây quá trình leo của lệch biên đóng vai trò quyết định trong việc sắp xếp lại lệch. Như đã biết quá trình leo của lệch

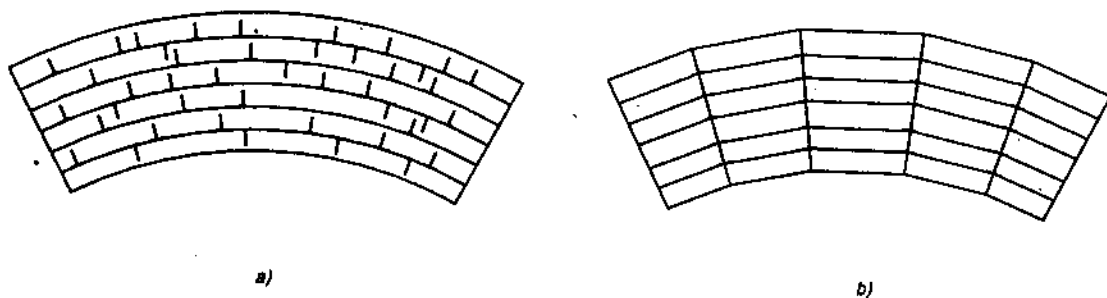
biến thực hiện được nhờ có sự khuếch tán của các nút trống. Trong quá trình biến dạng nhờ có phản ứng lệch (tương tác giữa các lệch, lệch cắt nhau...) các nút trống không ngừng được sinh ra với một nồng độ tương đối lớn, bởi vậy quá trình hồi phục trong biến dạng nóng xảy ra nhanh hơn nhiều so với khi ủ sau biến dạng nguội. Ở đây cần phân biệt hai khái niệm: hồi phục tĩnh và hồi phục động. Hồi phục tĩnh xảy ra khi ủ kim loại sau biến dạng nguội, còn hồi phục động xảy ra ngay trong quá trình biến dạng nóng. Hồi phục động xảy ra với tốc độ nhanh nên góp phần vào việc khôi phục các tính chất của vật liệu ngay khi đang biến dạng. Điều này rất quan trọng đối với những vật liệu có tốc độ kết tinh lại thấp ví dụ các loại thép hợp kim cao, trong trường hợp này hồi phục động đóng vai trò chủ yếu trong việc khử bền (chống lại hoá bền). Quá trình hồi phục phụ thuộc nhiều vào nhiệt độ, ta có thể thấy được điều đó qua thí nghiệm kéo nhiều bước (hình 2.49).



Hình 2.49. Ảnh hưởng của hồi phục đến đường cong ứng suất - biến dạng

Khi nhiệt độ ủ $0,25T_c < T < 0,5T_c$ chỉ có giới hạn chảy giảm đi còn đường chảy sau đó hầu như là tiếp tục của đường cong cũ, ngược lại khi $T > 0,5T_c$ thì toàn bộ đường chảy nằm thấp hơn so với đường cong cũ.

Dưới kính hiển vi điện tử người ta đã quan sát thấy những đổi thay về mặt cấu trúc sau khi hồi phục (hình 2.50).



Hình 2.50 Đa diện hoá trong tinh thể bị uốn

a) sắp xếp của lệch trong tinh thể bị uốn ; b) sắp xếp của lệch sau khi đa diện hoá

Như vậy, trong kim loại biến dạng sau khi hồi phục sẽ xuất hiện cấu trúc siêu hạt có mật độ lệch thấp, chúng ngăn cách với nhau bởi các biên giới góc nhỏ có mật độ lệch cao.

2.7.3. Kết tinh lại

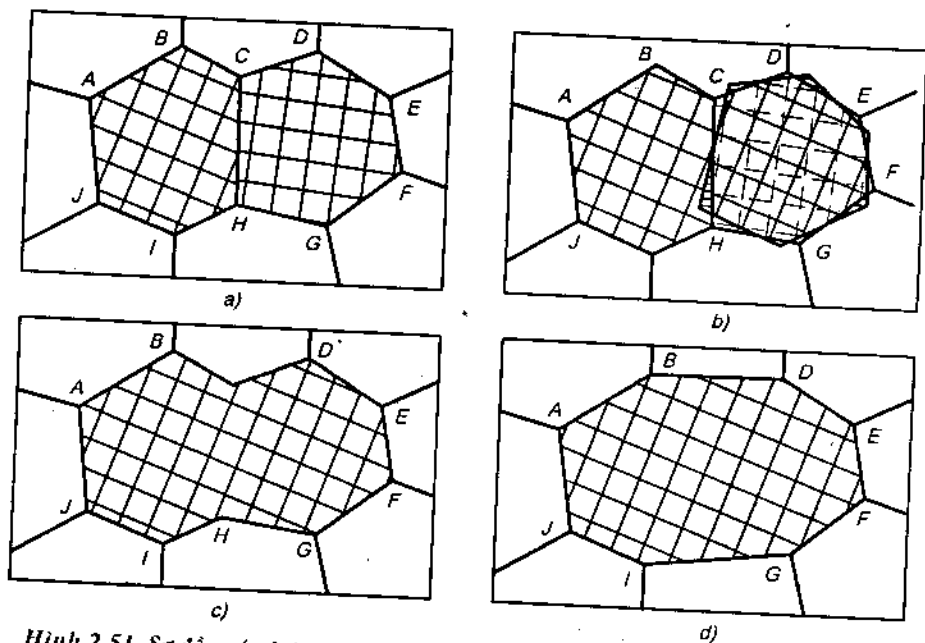
Đối với kim loại sạch (nếu chứa tạp chất thì nhiệt độ kết tinh lại sẽ tăng lên) biến dạng với mức độ tương đối lớn thì khi nung nóng đến $(0,4 - 0,5)T_c$ sẽ xảy ra kết tinh lại. Khi kết tinh lại, mật độ lệch sẽ giảm đi đáng kể, cơ tính của kim loại sẽ được phục hồi do việc hình thành và lớn lên của những hạt tinh thể mới chứa ít lệch. Sự hình thành và lớn lên của các hạt tinh thể mới trong tổ chức bị biến dạng và giảm mật độ lệch ở trong đó xảy ra nhờ các quá trình đối chỗ của các nguyên tử gần nhau trên mặt ranh giới (biên giới góc lớn). Vì vậy về thực chất kết tinh lại là quá trình xuất hiện và dịch chuyển của các biên giới góc lớn. Động lực P của quá trình này là sự giảm năng lượng tự do của tinh thể, nó có thể tính được từ chênh lệch về mật độ lệch giữa tổ chức hồi phục và tổ chức kết tinh lại và năng lượng của lệch:

$$p = \Delta\rho \cdot G \cdot b^2$$

trong đó: ρ - mật độ lệch ;

G - môđun đàn hồi trượt ;

b - vectơ Burgers.



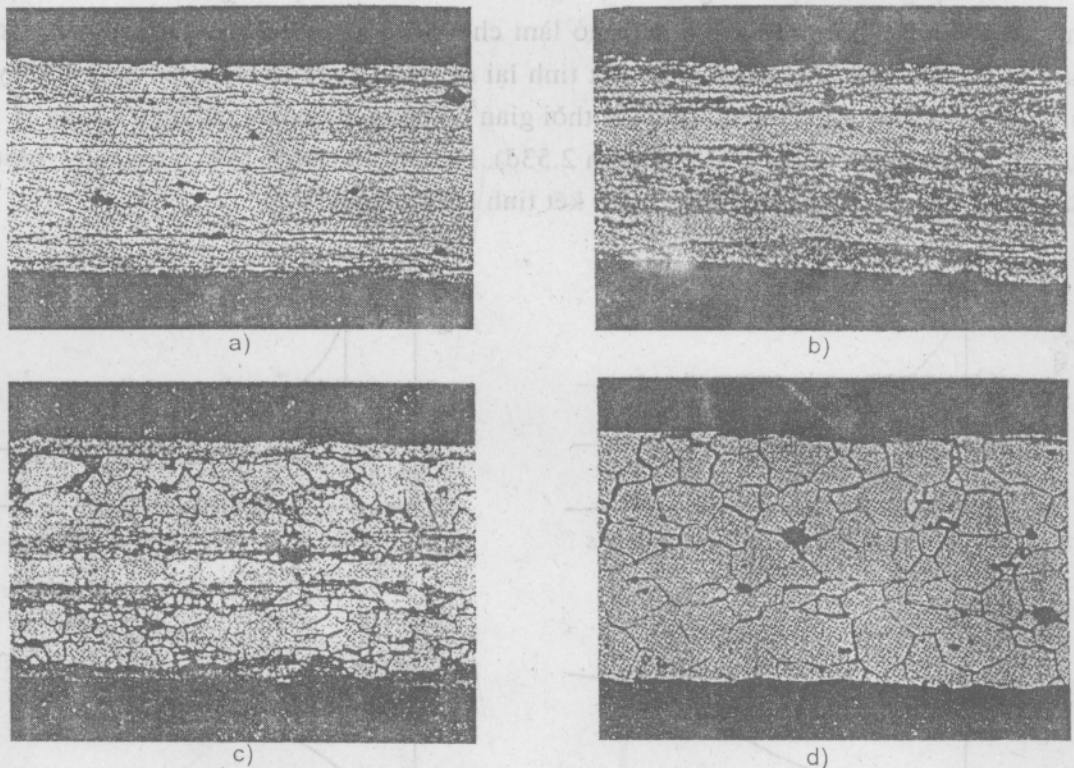
Hình 2.51. Sơ đồ quá trình tạo mầm khi kết tinh lại bằng việc sát nhập các siêu hạt

Tổ chức kết tinh lại xuất hiện trên cơ sở của quá trình tạo mầm và lớn lên của mầm. Một mầm tinh thể muốn tồn tại và phát triển phải đủ lớn và có định hướng tinh thể khác với vùng xung quanh ở mức độ nhất định. Các tâm mầm được hình thành từ sự lớn lên của các siêu hạt đã được tạo ra trong quá trình đa diện hoá. Lệch sẽ di chuyển đến các biên giới siêu hạt gần nó và qua đó mà thủ tiêu dần từng biên giới góc nhỏ, sát nhập các siêu hạt ở gần nhau. Kết quả là mức độ chênh lệch về định hướng giữa các siêu hạt mới tạo thành

càng ngày càng tăng (hình 2.51). Quá trình này cứ lặp đi lặp lại nhiều lần làm cho mầm đạt tới độ lớn cần thiết và chênh lệch về định hướng so với các siêu hạt xung quanh. Các tâm mầm sẽ lớn lên tương tự như khi kết tinh cho đến khi chúng tiếp xúc với nhau. Hình 2.52 cho thấy sự hình thành tổ chức kết tinh lại ở thép cacbon thấp phụ thuộc vào nhiệt độ ủ.

Để phân biệt với một hiện tượng tương tự song lại do động lực khác gây nên - hiện tượng lớn lên của hạt tinh thể, ta gọi quá trình kết tinh lại vừa trình bày ở trên là kết tinh lại lần thứ nhất.

Tổ chức nhận được khi kết tinh lại phụ thuộc rất nhiều vào mức độ biến dạng trước đó, vào nhiệt độ ủ và thời gian ủ. Mức độ biến dạng càng lớn thì mật độ lệch càng tăng, độ lớn của các siêu hạt xuất hiện khi đa diện hoá càng giảm, mức độ chênh lệch về định hướng giữa chúng càng lớn. Như vậy, việc tạo tâm mầm càng thuận lợi, số lượng mầm tăng vì quãng đường mà lệch phải leo càng rút ngắn. Kết tinh lại vì thế thường bắt đầu ở những chỗ có mức độ biến dạng lớn và không đồng đều (chỗ giao nhau của ba hạt), ở chỗ tạp chất, ở những chỗ có các hạt tiết pha.



Hình 2.52. Tổ chức của thép cacbon thấp sau khi biến dạng nguội và sau khi ủ một giờ ở những nhiệt độ khác nhau

a) chưa ủ ; b) ủ ở 525°C ; c) ủ ở 550°C ; d) ủ ở 650°C .

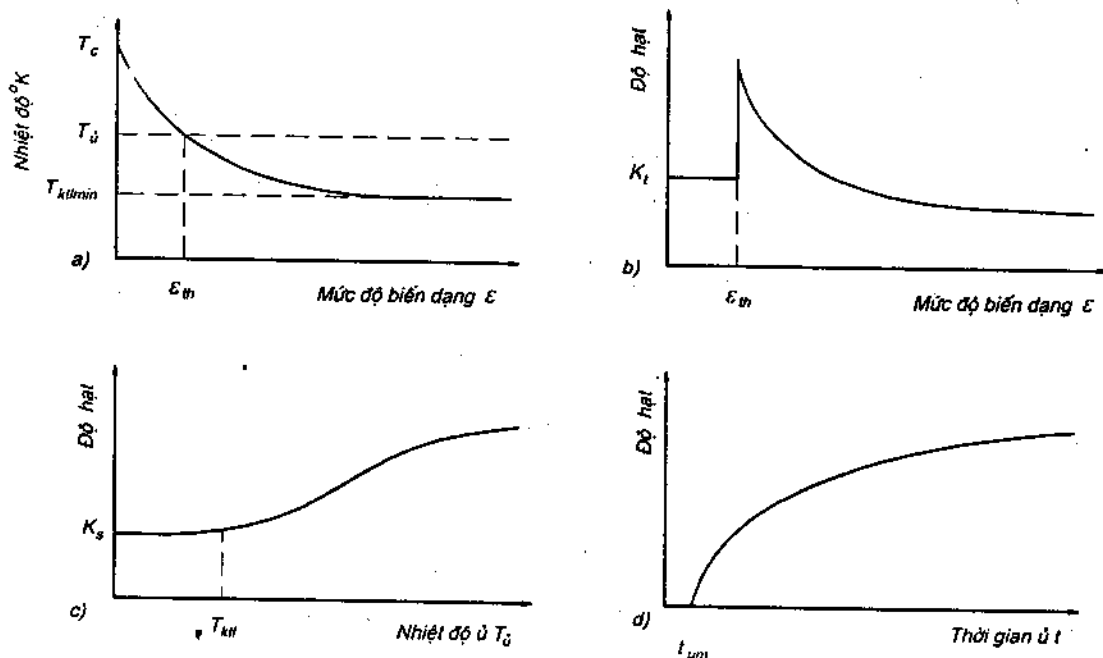
Mức độ biến dạng càng tăng thì động lực kết tinh càng mạnh nên nhiệt độ cần thiết để bắt đầu kết tinh lại cũng giảm (hình 2.53a). Giới hạn dưới của nhiệt độ kết tinh lại T_{ktlmin} đối với kim loại sạch khoảng 40% của nhiệt độ nóng chảy T_C ($^{\circ}\text{K}$). Bảng 2.1 liệt kê nhiệt độ kết tinh lại của một số kim loại nguyên chất. Đối với kim loại có tạp chất hoặc đối với

hợp kim thì nhiệt độ kết tinh lại cao hơn vì sự dịch chuyển của biên giới hạt bị cản trở bởi các nguyên tử hoà tan hoặc các pha rắn.

Bảng 2.1. Nhiệt độ kết tinh lại của một số kim loại nguyên chất sau khi biến dạng với mức độ lớn

Kim loại	$T_{k\text{tmin}} (^{\circ}\text{C})$	$T_c (^{\circ}\text{C})$	$T_{k\text{tmin}}/T_c (^{\circ}\text{K})$
Sn	0	232	0.54
Pb	0	327	0.46
Zn	20	419	0.42
Al	150	658	0.45
Ag	200	961	0.38
Cu	250	1083	0.39
Fe	450	1535	0.40
W	1200	3370	0.41

Vì số lượng tâm mầm tăng nên độ hạt sau khi kết tinh lại sẽ giảm khi mức độ biến dạng tăng (hình 2.53b). Tổ chức hạt nhỏ làm cho vật liệu có độ bền cao và tính dẻo tốt, người ta có thể điều khiển quá trình kết tinh lại để nhận được tổ chức hạt nhỏ. Ở đây cần lưu ý nhiệt độ ủ không được quá cao và thời gian ủ không được quá dài, nếu không sẽ nhận được tổ chức hạt thô (hình 2.53c và hình 2.53d). Ngoài ra mức độ biến dạng tăng, nhiệt độ ủ tăng thì thời gian ủ cần thiết để xảy ra kết tinh lại sẽ rút ngắn.



Hình 2.53. (a) Sự phụ thuộc của nhiệt độ kết tinh lại vào mức độ biến dạng, $t = \text{const}$

b) Sự phụ thuộc của độ hạt vào mức độ biến dạng, $t = \text{const}$, $T_u = \text{const}$; c) Sự phụ thuộc của độ hạt vào nhiệt độ ủ, $t = \text{const}$; d) Sự phụ thuộc của độ hạt vào thời gian ủ, $T_u = \text{const}$.

trong đó: T_C - nhiệt độ nóng chảy, T_u - nhiệt độ ủ ;

$T_{k\text{tlmin}}$ - giới hạn dưới của nhiệt độ kết tinh lại

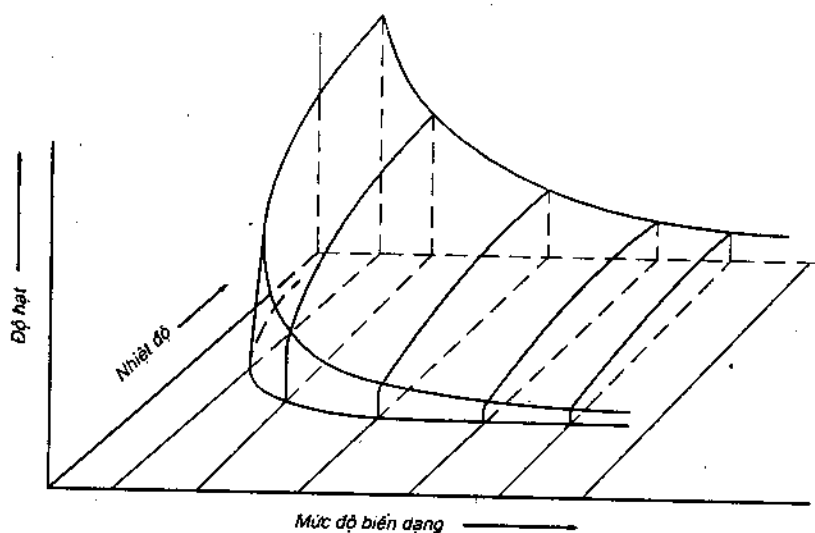
$T_{k\text{tl}}$ - nhiệt độ kết tinh lại, ϵ_{th} - mức độ biến dạng tới hạn

K_1 - độ hạt trước khi biến dạng, K_S - độ hạt sau khi biến dạng

t_{um} - thời kỳ ủ mầm.

Ảnh hưởng tổng hợp của các điều kiện kết tinh lại (nhiệt độ, mức độ biến dạng) đến độ hạt nhận được sau khi kết tinh lại được mô tả trong giản đồ không gian kết tinh lại (hình 2.54). Mức độ biến dạng nhỏ nhất dẫn đến kết tinh lại khi ủ gọi là mức độ biến dạng tới hạn ϵ_{th} (đối với thép $\epsilon_{\text{th}} \approx 8 - 10\%$). Ứng với mức độ biến dạng tới hạn do mật độ lệch nhỏ, số lượng tâm mầm ít nên xuất hiện tổ chức hạt thô, đặc biệt gây ảnh hưởng xấu đối với những chi tiết dập vuốt (sau khi ủ kết tinh lại còn tiếp tục dập vuốt, do tổ chức hạt thô nên bề mặt không nhẵn bóng).

Kết tinh lại lần thứ nhất là cách duy nhất để có thể nhận được tổ chức hạt nhỏ đối với những kim loại và hợp kim không có chuyển biến pha ở trạng thái đặc. Nó chịu ảnh hưởng mạnh bởi các quá trình tiết pha xảy ra trước đó hoặc đồng thời. Các pha tiết ra tùy thuộc vào độ lớn và hình dạng của chúng có thể kìm hãm mạnh sự hình thành và dịch chuyển của biên giới hạt. Lợi dụng mối quan hệ này ta có thể điều chỉnh độ lớn, hình dạng và định hướng của các hạt tinh thể khi kết tinh lại.



Hình 2.54. Sơ đồ giản đồ không gian kết tinh lại

2.7.4. Lớn lên của hạt

Tổ chức nhận được sau khi kết tinh lại lần thứ nhất chưa phải là một tổ chức trong trạng thái cân bằng nhiệt động.

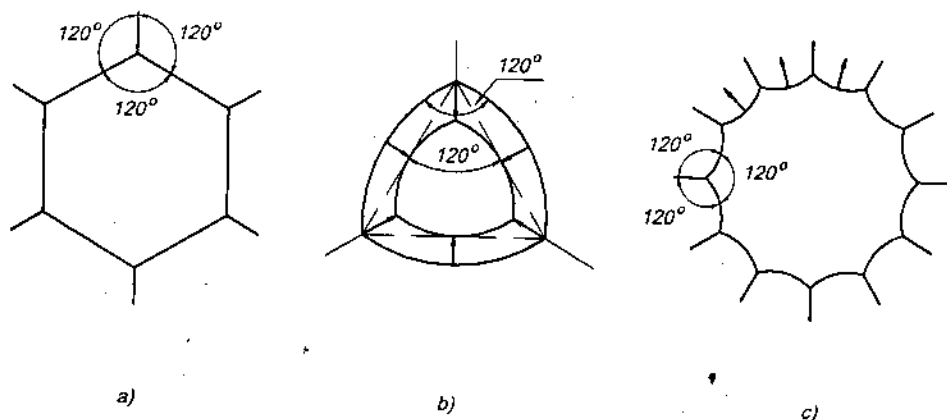
Nếu mật độ lệch trong các hạt nhận được sau khi kết tinh lại khác nhau thì sẽ xuất hiện lực tác dụng lên biên giới hạt làm cho chúng dịch chuyển về phía có mật độ lệch lớn nếu sự giảm năng lượng do giảm mật độ lệch lớn hơn so với sự tăng năng lượng bề mặt do biên giới hạt mở rộng. Tổ chức đa tinh thể có năng lượng bên trong lớn hơn đơn tinh thể do sự tồn tại của các biên giới hạt, bởi vậy sau khi kết tinh lại nếu tiếp tục tăng nhiệt độ thì mật độ biên giới hạt sẽ giảm đi dựa trên sự lớn lên của các hạt. Động lực của quá trình này là khuynh hướng giảm năng lượng bề mặt. Do năng lượng trên biên giới hạt luôn lớn hơn năng lượng trong nội bộ hạt nên trên biên giới hạt xuất hiện sức căng bề mặt có xu hướng làm giảm diện tích bề mặt của nó. Với xu hướng đó sức căng bề mặt sẽ gây nên lực tác dụng lên biên giới hạt dạng cong hướng về phía tâm điểm của mặt cong:

$$p = 2\gamma_{bg}/R$$

trong đó: γ_{bg} - năng lượng biên giới hạt

R - bán kính cong của biên giới hạt

Dưới tác dụng của lực này biên giới hạt sẽ dịch chuyển. Nhờ đó các hạt lớn lên liên tục bằng cách thu nhỏ dần những hạt có biên giới dạng lõm và mở rộng những hạt có biên giới dạng lồi (hình 2.55b và c). Thực chất sự dịch chuyển của biên giới hạt theo phương thức này cũng là dựa vào các quá trình trao đổi chỗ của các nguyên tử nên nó sẽ diễn ra dễ dàng hơn nếu nhiệt độ tăng. Biên giới hạt sẽ ổn định hay nói cách khác sẽ không có dịch chuyển của biên giới hạt nếu các hạt có dạng "tổ ong" có nghĩa là tất cả các mặt biên giới đều là mặt phẳng và hợp với nhau dưới góc 120° (hình 2.55a). Trong trường hợp đó sức căng bề mặt trên biên giới hạt ở vào trạng thái cân bằng. Nhưng rõ ràng trong quá trình kết tinh từ thể lỏng hoặc kết tinh lại trạng thái này hầu như không bao giờ tồn tại.



Hình 2.55. Sơ đồ dịch chuyển liên tục của biên giới hạt

a) Hạt ổn định; b) Hạt thu nhỏ; c) Hạt lớn lên.

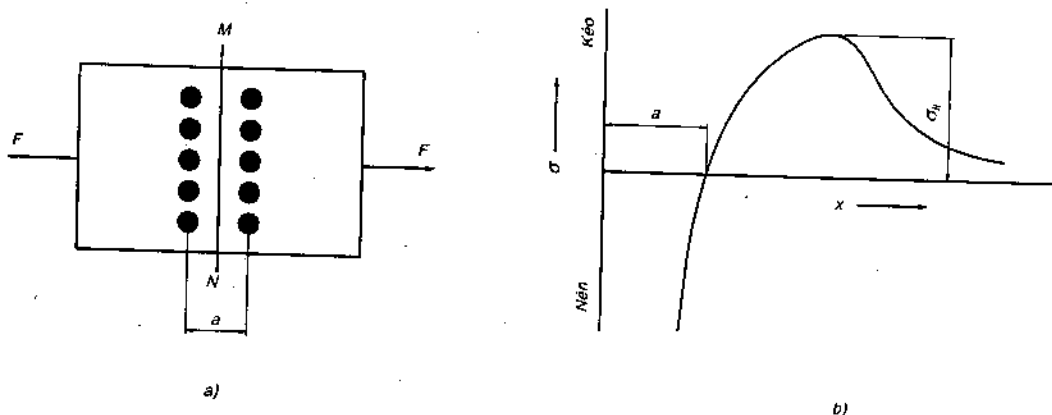
Quá trình lớn lên liên tục của hạt có thể bị cản trở do nhiều nguyên nhân ví dụ như do tổ chức thớ, do các hạt tiết pha phân tán. Nhưng ở nhiệt độ cao có thể sự cản trở này không còn tồn tại đối với một số ít hạt (có thể do các hạt tiết pha tụ lại thành hạt lớn hoặc hoà tan vào nền) và do đó những hạt này sẽ lớn lên mạnh tạo nên tổ chức bao gồm những hạt thô bên cạnh những hạt kết tinh lại lần thứ nhất. Ta gọi quá trình này là kết tinh lại lần thứ hai.

Nếu nhiệt độ tiếp tục tăng lên thì tất cả các hạt đều lớn lên, cuối cùng ta nhận được tổ chức hạt thô. Tổ chức kết tinh lại lần thứ hai và tổ chức hạt thô đều làm xấu cơ tính của vật liệu đặc biệt là giảm tính dẻo, giảm chất lượng bề mặt của các chi tiết dập vuốt và uốn (bề mặt thô, không nhẵn bóng).

2.8. CÁC QUÁ TRÌNH PHÁ HUỖ TRONG KIM LOẠI

Bằng việc hình thành các vết nứt hoặc đứt gãy, kim loại sẽ đạt tới giới hạn về khả năng biến dạng của nó. Trong nhiều phương pháp công nghệ ví dụ như kéo dãn, dập vuốt... thì mức độ biến dạng không phải muốn lớn bao nhiêu cũng được mà bị giới hạn trước hết bởi sự xuất hiện của các quá trình phá huỷ trong vật liệu.

Cơ chế của sự phá huỷ trong kim loại rất khác nhau. Thông thường người ta phân biệt hai dạng phá huỷ: phá huỷ giòn và phá huỷ dẻo. Gọi là phá huỷ dẻo nếu như trước khi phá huỷ đã thực hiện được một mức độ biến dạng khá lớn, ngược lại đối với phá huỷ giòn thì mức độ biến dạng trước đó là không đáng kể. Nhưng thông thường thì trong các phương pháp biến dạng đều có thể đạt được mức độ biến dạng tương đối lớn trước khi xảy ra phá huỷ song cơ chế của phá huỷ vẫn khác nhau. Reed-Hill đã đưa ra định nghĩa về phá huỷ căn cứ vào sự phát triển của các vết nứt. Theo đó gọi là phá huỷ giòn nếu như vết nứt phát triển không đi đôi với biến dạng dẻo đáng kể ở vùng xung quanh nó, ngược lại đối với phá huỷ dẻo thì sự phát triển của vết nứt là hậu quả của biến dạng dẻo khá lớn ở vùng xung quanh nó. Ta biết rằng các nguyên tử trong kim loại gắn bó với nhau bởi những lực liên kết, có thể hình dung phá huỷ là sự mất đi đồng thời của những lực liên kết đó trên một mặt ngăn cách. Xuất phát từ giả thuyết đó ta có thể tính toán được độ bền kéo lý thuyết. Nó tương ứng với trị số cực đại trên đường biểu diễn lực liên kết giữa các nguyên tử phụ thuộc vào khoảng cách giữa chúng (hình 2.56).



Hình 2.56. Xác định độ bền kéo lý thuyết

Giả thiết rằng công phá huỷ bằng năng lượng bề mặt của mặt phá huỷ được tạo thành ta có:

$$\sigma_{lt} \approx \sqrt{\frac{\gamma E}{a}}$$

trong đó : E - môđun đàn hồi ;

γ - năng lượng bề mặt trên đơn vị diện tích ;

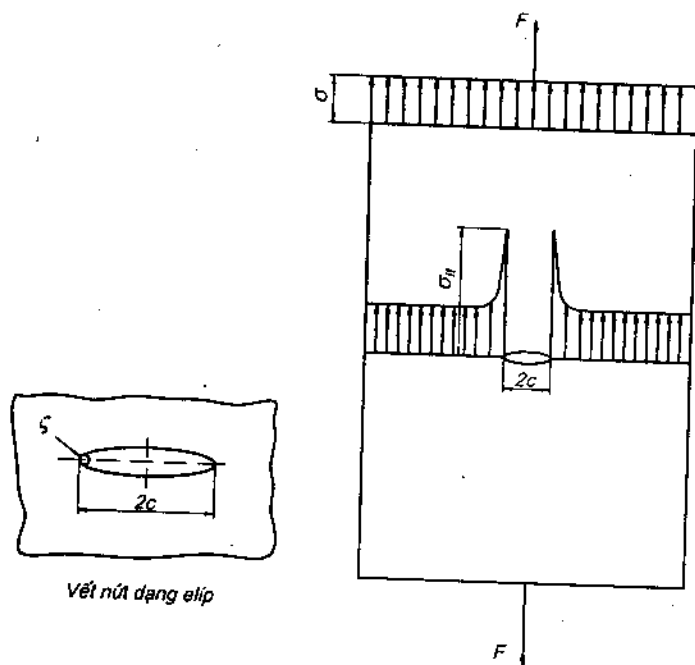
a - khoảng cách nguyên tử.

Ví dụ với α - Fe : $E = 2.10^5 \text{ N/mm}^2$, $\gamma = 2.10^{-6} \text{ Nm/mm}^2$, $a = 3.10^{-7} \text{ mm}$ tính được:

$$\sigma_{lt} = 35000 \text{ N/mm}^2$$

Trị số này vượt xa giá trị đo được ở kim loại. Điều đó nói lên rằng sự phá huỷ trong kim loại không phải là sự mất đi đồng thời của lực liên kết giữa các nguyên tử dọc theo mặt ngăn cách (mặt gãy). Griffith đã giải thích hiện tượng này như sau:

Bên trong hoặc ở mặt ngoài của vật thể kim loại biến dạng luôn luôn tồn tại những vết nứt tế vi, do đó ở chỗ đầu nhọn của của các vết nứt sẽ xuất hiện ứng suất tập trung (hình 2.57).



Hình 2.57. Ứng suất tập trung tại một vết nứt dạng elíp

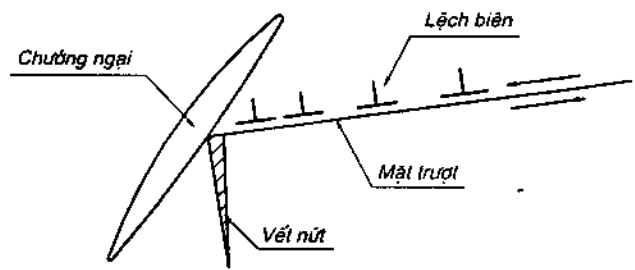
Dưới tác dụng của tải trọng, ứng suất tập trung tại đầu nhọn của vết nứt có thể đạt tới trị số độ bền kéo lý thuyết nên vết nứt sẽ phát triển trong khi ứng suất trung bình do tải trọng bên ngoài gây nên còn nhỏ hơn rất nhiều. Griffith xuất phát từ vết nứt có dạng elíp để nghiên cứu, nhưng những tính toán đối với các dạng vết nứt khác cho thấy ứng

suất cần thiết để một vết nứt sản-có phát triển phụ thuộc rất ít vào hình dạng của vết nứt và có thể tính toán một cách gần đúng đối với các dạng vết nứt theo công thức:

$$\sigma \approx \sqrt{\frac{\gamma E}{c}}$$

Công thức này chỉ đúng với trường hợp phá huỷ dòn lý tưởng nghĩa là trường hợp vết nứt phát triển không đi đôi với biến dạng dẻo ở vùng xung quanh nó. Nhưng những vật liệu kim loại kỹ thuật ngay cả trong trường hợp phá huỷ dòn cũng vẫn luôn luôn ít nhiều kèm theo biến dạng dẻo trong quá trình phát triển của vết nứt, cho nên công phá huỷ không chỉ chuyển biến thành năng lượng bề mặt của mặt phá huỷ mà một phần còn chuyển biến thành năng lượng biến dạng. Bởi vậy ứng suất cần thiết để vết nứt phát triển phải lớn hơn ứng suất tính theo công thức trên.

Người ta cho rằng vết nứt được tạo thành ở những chỗ có chướng ngại cản trở chuyển động của lệch (ví dụ biên giới hạt, mặt song tinh). Ở những chỗ đó lệch bị dồn ứ và gây nên một trường ứng suất bao gồm ứng suất pháp và ứng suất tiếp. Nếu ứng suất pháp đạt tới trị số độ bền kéo lý thuyết thì sẽ xuất hiện vết nứt (hình 2.58). Vết nứt này sẽ gây nên phá huỷ dòn nếu nó



Hình 2.58. Vết nứt tạo thành do trường ứng suất của các lệch bị dồn ứ tại chướng ngại

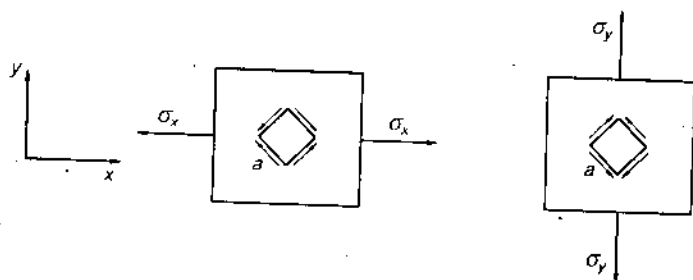
tiếp tục phát triển mà không kèm theo biến dạng dẻo. Lệch bị dồn ứ càng nhiều thì ứng suất tiếp cũng càng tăng và có thể làm cho những nguồn lệch nằm trong trường ứng suất đó hoạt động. Như vậy, lệch lại có thể chuyển động, điều đó có nghĩa là biến dạng dẻo lại tiếp tục xảy ra. Trường hợp này sẽ dẫn đến phá huỷ dẻo. Bởi vậy điều quyết định đối với phá huỷ dòn hay phá huỷ dẻo trong kim loại là sự phát triển của vết nứt chứ không phải sự tạo thành vết nứt.

Đối với sự phát triển vết nứt thì biên giới hạt có tác dụng như những chướng ngại. Điều này đã được chứng minh khi quan sát những vết nứt trong kim loại đa tinh thể ta thấy các vết nứt cắt ngang hạt và kết thúc ở biên giới hạt. Ứng suất phá huỷ vì thế mà phụ thuộc độ hạt. Đối với ứng suất phá huỷ thì cả ứng suất cần thiết để tạo thành vết nứt lẫn ứng suất cần thiết để phát triển vết nứt đều quan trọng. Trong trường hợp hạt nhỏ thì ứng suất cần thiết để phát triển vết nứt là quyết định, còn trong trường hợp hạt thô thì ứng suất cần thiết để tạo thành vết nứt lại đóng vai trò chủ yếu. Nhưng nói chung thì độ bền phá huỷ sẽ tăng khi độ hạt giảm.

Trạng thái ứng suất trong vùng biến dạng cũng có ảnh hưởng lớn đến mức độ biến dạng có thể đạt được và dạng phá huỷ. Dưới ảnh hưởng của ứng suất kéo vết nứt sẽ phát triển

thuận lợi. Ngược lại các quá trình trượt dựa trên sự chuyển động của lệch lại đòi hỏi ứng suất tiếp phải đạt đến một trị số tương ứng. Trạng thái ứng suất trong đó các thành phần ứng suất kéo lớn còn các thành phần ứng suất tiếp nhỏ sẽ dễ dẫn đến phá huỷ giòn.

Hình 2.59 mô tả hai trạng thái ứng suất kéo đơn, chúng tạo nên những hệ ứng suất tiếp ngược chiều nhau trong phần tử a . Nếu hai trạng thái ứng suất đó đồng thời tác dụng lên vật thể thì ứng suất tiếp trên phần tử a sẽ giảm đi thậm chí triệt tiêu nhau nếu $\sigma_x = \sigma_y$.



Hình 2.59. Ứng suất kéo và hệ ứng suất tiếp do chúng gây nên

Như vậy, có thể xảy ra trường hợp là, trong một trạng thái ứng suất kéo nhiều chiều các thành phần ứng suất kéo đã rất lớn nhưng biến dạng dẻo vẫn không xảy ra bởi lẽ các thành phần ứng suất tiếp chưa đạt tới trị số tới hạn cần thiết để gây ra trượt. Bởi vậy trạng thái ứng suất kéo nhiều chiều dễ dẫn đến phá huỷ giòn.

Nếu trong hình 2.59 một trong hai trạng thái ứng suất là nén và chúng đồng thời tác dụng lên vật thể thì ứng suất tiếp trên phần tử a sẽ tăng lên do chúng cùng chiều. Điều đó sẽ thuận lợi cho biến dạng dẻo trong khi ứng suất kéo cần thiết để dẫn đến chảy dẻo lại giảm. Vì vậy đối với những kim loại có khuynh hướng phá huỷ giòn nên chọn những phương pháp biến dạng nén hoặc kéo nén.

Chương 3

ĐƯỜNG CONG HOÁ BỀN

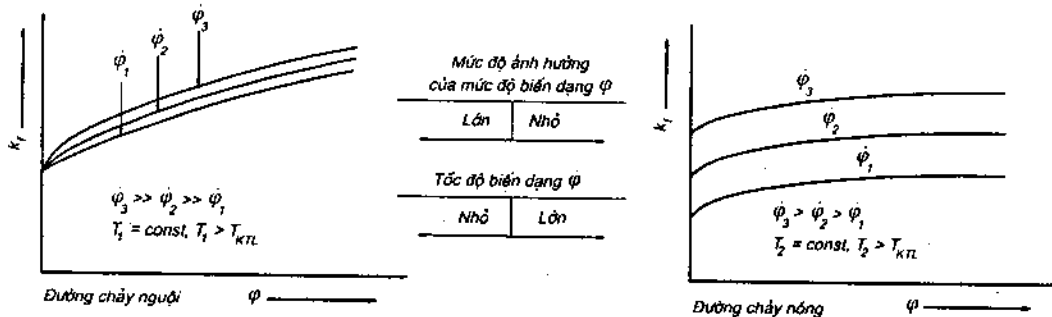
3.1. KHÁI NIỆM CHUNG

Vấn đề luôn luôn được đặt ra đối với một quá trình biến dạng là việc xác định lực và công biến dạng, bởi lẽ nó là số liệu cơ bản đầu tiên để căn cứ vào đó thiết kế hoặc lựa chọn thiết bị và công cụ biến dạng cũng như để tính toán năng lượng tiêu hao. Muốn thế thì điều cốt yếu là phải xác định được độ lớn và sự phân bố của ứng suất trong vùng biến dạng. Điều này lại phụ thuộc trước hết vào tính chất của vật liệu trong trạng thái dẻo, vào điều kiện ma sát và vào dạng hình học của miền biến dạng. Việc xác định lực và công biến dạng có thể dựa vào các phương pháp của lý thuyết dẻo kết hợp với những giả thiết nhằm đơn giản hoá bài toán. Ngày nay với sự phát triển của lý thuyết dẻo và các công cụ tính toán người ta đã có thể nhận được kết quả chính xác hơn; thế nhưng mọi phương pháp tính toán đều phải dựa trên những số liệu về ứng suất chảy của vật liệu.

Ứng suất cần thiết trong trạng thái ứng suất đơn để làm cho vật liệu ở vào trạng thái dẻo hoặc duy trì ở trạng thái dẻo gọi là ứng suất chảy (còn gọi là độ bền biến dạng- ký hiệu là k_f). Ứng suất chảy là một thông số cơ bản của vật liệu, nó phụ thuộc trước hết vào bản thân vật liệu (thành phần, tổ chức, cấu trúc,...) và các điều kiện biến dạng (nhiệt độ, mức độ biến dạng, tốc độ biến dạng, trạng thái ứng suất).

$$k_f = f(\text{vật liệu}, T, \varphi, \dot{\varphi}, \sigma_{ij}) \quad (3.1)$$

Đường cong biểu diễn sự phụ thuộc của ứng suất chảy vào mức độ biến dạng (hoặc tốc độ biến dạng) gọi là đường cong hoá bền hoặc đường chảy.



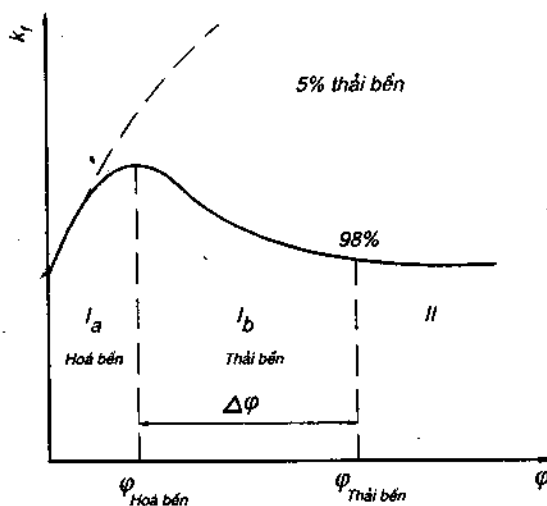
Hình 3.1. Sơ đồ đường chảy nguội và đường chảy nóng

Ở đây cần lưu ý rằng trạng thái ứng suất đơn được chọn làm cơ sở cho việc nghiên cứu và xác lập đường chảy. Người ta có thể xác lập đường chảy bằng nhiều phương pháp khác nhau trong đó trạng thái ứng suất của mẫu khi biến dạng có thể là đơn, phẳng hoặc khối. Vì

vậy để có thể so sánh các đường chảy với nhau phải quy đổi về trạng thái ứng suất đơn. Việc đó phải dựa vào các điều kiện dẻo trong đó tất cả các trị số của ứng suất và biến dạng đều quy đổi về các giá trị tương đương. Cần phân biệt đường chảy trong biến dạng nóng và biến dạng nguội bởi lẽ mức độ ảnh hưởng của các nhân tố ảnh hưởng rất khác nhau. Trong biến dạng nóng do đồng thời xảy ra hai quá trình trái ngược nhau là hoá bền và thải bền nên ảnh hưởng của mức độ biến dạng đối với đường chảy nóng yếu hơn rất nhiều so với đường chảy nguội trong khi ảnh hưởng của tốc độ biến dạng thì ngược lại.

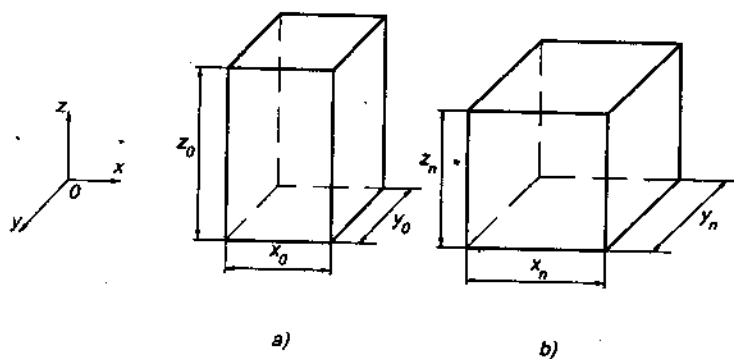
Ví dụ: $\dot{\varphi}_3 = 1000\dot{\varphi}_1$ thì k_f trong biến dạng nguội tăng khoảng 20% trong khi ở biến dạng nóng có thể tăng từ hai đến ba lần.

Theo lý thuyết kinh điển thì sự khác nhau giữa biến dạng nguội và biến dạng nóng là ở chỗ khi biến dạng nguội vật liệu bị hoá bền, còn khi biến dạng nóng ở nhiệt độ lớn hơn nhiệt độ kết tinh lại thì do đồng thời xuất hiện cả hai quá trình hoá bền và thải bền nên sự hoá bền lập tức được huỷ bỏ. Điều này được thể hiện rõ trên hình 3.1. Đường chảy nguội được đặc trưng bởi sự tăng mạnh của ứng suất chảy phụ thuộc vào mức độ biến dạng, ngược lại đối với đường chảy nóng thì ứng suất chảy hầu như không phụ thuộc vào mức độ biến dạng. Thải bền là một quá trình phụ thuộc vào thời gian. Nó chỉ xảy ra hoàn toàn nếu tốc độ thải bền lớn hơn tốc độ biến dạng. Nếu không phải như vậy thì hoá bền vẫn xuất hiện ngay cả khi biến dạng nóng. Những kết quả nghiên cứu mới đây về các quá trình hoá bền và thải bền động đã cho thấy chi tiết hơn về sự phụ thuộc của ứng suất chảy vào mức độ biến dạng khi biến dạng nóng. Theo đó ở giai đoạn đầu trên đường chảy nóng xuất hiện hoá bền. Sau khi đạt tới giá trị cực đại ứng với một mức độ biến dạng nhất định nào đó (tùy thuộc vào vật liệu) sẽ xuất hiện thải bền phụ thuộc vào tốc độ biến dạng và nhiệt độ biến dạng (hình 3.2). Nếu tốc độ hoá bền bằng tốc độ thải bền thì ứng suất chảy sẽ không phụ thuộc vào mức độ biến dạng. Dưới những điều kiện nhất định trên đường chảy có thể xuất hiện các quá trình hoá bền và thải bền theo chu kỳ.



Hình 3.2. Một dạng của đường chảy nóng trên thực tế

Trái với những quan điểm trước đây cho rằng khi biến dạng nóng hoá bền được huỷ bỏ nhờ kết tinh lại, song những nghiên cứu gần đây cho thấy cơ chế thải bền chủ yếu khi biến dạng nóng là hồi phục động ít nhất là đối với những vật liệu có năng lượng khuyết tật xếp lớn.



Hình 3.3. Biến dạng đồng đều của một vật thể hình hộp

Để hiểu được những khái niệm về mức độ biến dạng và tốc độ biến dạng ta hãy xét sự biến dạng của một vật thể hình hộp có các kích thước ban đầu là X_0, Y_0, Z_0 (hình 3.3a). Giả sử sau khi biến dạng vật thể vẫn có dạng hình hộp với các kích thước X_n, Y_n, Z_n (hình 3.3.b).

Để đánh giá mức độ biến dạng của vật thể, ta có thể dùng mức độ biến dạng tỉ đối, nó được định nghĩa như sau:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{X_n - X_0}{X_0} = \frac{\Delta X}{X_0} \\ \varepsilon_y &= \frac{Y_n - Y_0}{Y_0} = \frac{\Delta Y}{Y_0} \\ \varepsilon_z &= \frac{Z_n - Z_0}{Z_0} = \frac{\Delta Z}{Z_0} \end{aligned} \right\} \quad (3.2)$$

Nếu xét mức độ biến dạng tức thời tại một thời điểm nào đó thì biến dạng trên các phương x, y, z sẽ là $\frac{dx}{x}, \frac{dy}{y}, \frac{dz}{z}$. Vậy khi vật thể thay đổi kích thước từ X_0, Y_0, Z_0 thành X_n, Y_n, Z_n thì mức độ biến dạng sẽ là:

$$\left. \begin{aligned} \varphi_x &= \int_{X_0}^{X_n} \frac{dx}{x} = \ln x \Big|_{X_0}^{X_n} = \ln \frac{X_n}{X_0} \\ \varphi_y &= \int_{Y_0}^{Y_n} \frac{dy}{y} = \ln y \Big|_{Y_0}^{Y_n} = \ln \frac{Y_n}{Y_0} \\ \varphi_z &= \int_{Z_0}^{Z_n} \frac{dz}{z} = \ln z \Big|_{Z_0}^{Z_n} = \ln \frac{Z_n}{Z_0} \end{aligned} \right\} \quad (3.3)$$

trong đó: $\varphi_x, \varphi_y, \varphi_z$ gọi là mức độ biến dạng logarit hay mức độ biến dạng thực. Giữa mức độ biến dạng logarit và mức độ biến dạng tỉ đối có mối quan hệ sau đây:

$$\left. \begin{aligned} \varphi_x &= \ln \frac{X_n}{X_0} = \ln \frac{X_0 + \Delta X}{X_0} = \ln(1 + \varepsilon_x) \\ \varphi_y &= \ln \frac{Y_n}{Y_0} = \ln \frac{Y_0 + \Delta Y}{Y_0} = \ln(1 + \varepsilon_y) \\ \varphi_z &= \ln \frac{Z_n}{Z_0} = \ln \frac{Z_0 + \Delta Z}{Z_0} = \ln(1 + \varepsilon_z) \end{aligned} \right\} \quad (3.4)$$

Khai triển $\ln(1 + \varepsilon_x)$ thành chuỗi ta có:

$$\varphi_x = \ln(1 + \varepsilon_x) = \varepsilon_x - \frac{\varepsilon_x^2}{2} + \frac{\varepsilon_x^3}{3} - \frac{\varepsilon_x^4}{4} + \dots$$

Chuỗi này chỉ hội tụ với $\varepsilon_x < 1$. Nếu lược bỏ các số hạng bậc cao ta có:

$$\varphi_x \approx \varepsilon_x$$

Điều này chỉ đúng khi mức độ biến dạng còn nhỏ, ví dụ khi mức độ biến dạng nhỏ hơn 0,1 thì sự chênh lệch giữa φ và ε nhỏ hơn 5%.

Trong biến dạng dẻo do mức độ biến dạng tương đối lớn, có thể bỏ qua phần biến dạng đàn hồi nên coi thể tích của vật thể là không thay đổi. Điều đó có nghĩa là:

$$V = X_0 \cdot Y_0 \cdot Z_0 = X_n \cdot Y_n \cdot Z_n \quad (3.5)$$

$$\text{Rút ra} \quad \frac{X_n}{X_0} \cdot \frac{Y_n}{Y_0} \cdot \frac{Z_n}{Z_0} = 1 \quad (3.6)$$

Lấy logarit cả hai vế ta được:

$$\ln \frac{X_n}{X_0} + \ln \frac{Y_n}{Y_0} + \ln \frac{Z_n}{Z_0} = 0$$

$$\text{hay} \quad \varphi_x + \varphi_y + \varphi_z = 0 \quad (3.7)$$

Như vậy trong biến dạng dẻo tổng đại số của các biến dạng logarit trên ba phương vuông góc với nhau bằng 0. Một trong ba biến dạng trên có trị số tuyệt đối bằng tổng của hai biến dạng kia nhưng khác dấu, nó là biến dạng lớn nhất và thường được đặc trưng cho một quá trình biến dạng. Ví dụ trong trường hợp trên, vật thể giảm chiều cao theo phương z nhưng tăng chiều dài và chiều rộng theo phương x và y thì:

$$\varphi_z = -(\varphi_x + \varphi_y)$$

Khi mức độ biến dạng còn nhỏ dựa vào (3.7) ta có:

$$\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z = 0 \quad (3.8)$$

Với biến dạng lớn thì từ (3.6) rút ra

$$(1 + \varepsilon_x)(1 + \varepsilon_y)(1 + \varepsilon_z) = 1 \quad (3.9)$$

So với biến dạng tỷ đối thì việc sử dụng biến dạng logarit có hai ưu điểm sau:

- Phản ánh được thực chất của biến dạng: Ví dụ một mẫu có chiều dài ban đầu là l_0 , nếu đem nén xuống chiều dài $l_1 = l_0/2$ hoặc kéo dài thành $l_1 = 2l_0$ thì mức độ biến dạng logarit trong hai trường hợp này là bằng nhau chỉ khác dấu, còn mức độ biến dạng tỷ đối thì lại khác nhau cả về trị số:

Bảng 3.1. Mức độ biến dạng thực φ và mức độ biến dạng tỷ đối ε trong thí nghiệm nén và thí nghiệm kéo

	$\varphi = \ln \frac{l_1}{l_0}$	$\varepsilon = \frac{l_1 - l_0}{l_0}$
Thí nghiệm nén $l_1 = l_0/2$	- 0,6931	- 0,5
Thí nghiệm kéo $l_1 = 2l_0$	+0,6931	+1,0

- Biến dạng logarit có thể dùng phép cộng, còn biến dạng tỉ đối thì không. Ví dụ: một mẫu có chiều dài ban đầu là l_0 bị kéo dài ra thành l_1 , khi đó mức độ biến dạng logarit sẽ là $\varphi_1 = \ln \frac{l_1}{l_0}$, sau đó lại tiếp tục kéo dài mẫu từ l_1 thành l_2 , mức độ BD của giai đoạn này sẽ là $\varphi_2 = \ln \frac{l_2}{l_1}$. Tổng mức độ biến dạng của cả hai giai đoạn là:

$$\begin{aligned}\varphi &= \varphi_1 + \varphi_2 \\ &= \ln \frac{l_1}{l_0} + \ln \frac{l_2}{l_1} \\ &= \ln \frac{l_2}{l_0}\end{aligned}$$

Nếu dùng mức độ biến dạng tỉ đối thì:

$$\varepsilon_1 = \frac{l_1 - l_0}{l_0} ; \varepsilon_2 = \frac{l_2 - l_1}{l_1}$$

Mức độ biến dạng của cả hai giai đoạn là:

$$\varepsilon = \frac{l_2 - l_0}{l_0} \neq \frac{l_1 - l_0}{l_0} + \frac{l_2 - l_1}{l_1}$$

Ta gọi tốc độ biến dạng là sự biến thiên của mức độ biến dạng trong một đơn vị thời gian thì:

$$\dot{\varphi} = \frac{d\varphi}{dt} \quad (3.10a)$$

hoặc $\dot{\varepsilon} = \frac{d\varepsilon}{dt} \quad (3.10b)$

Do đó:

$$\left. \begin{aligned} \dot{\varphi}_x &= \frac{d\varphi_x}{dt} = \frac{1}{x} \cdot \frac{dx}{dt} \\ \dot{\varphi}_y &= \frac{d\varphi_y}{dt} = \frac{1}{y} \cdot \frac{dy}{dt} \\ \dot{\varphi}_z &= \frac{d\varphi_z}{dt} = \frac{1}{z} \cdot \frac{dz}{dt} \end{aligned} \right\} \quad (3.11)$$

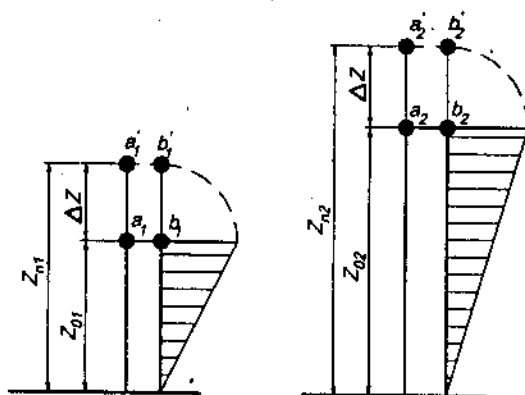
Nếu tốc độ biến dạng không thay đổi hoặc để tính tốc độ biến dạng trung bình thì :

$$\dot{\varphi} = \frac{\varphi}{t} \quad (3.12a)$$

hoặc $\dot{\varepsilon} = \frac{\varepsilon}{t} \quad (3.12b)$

Cần phân biệt rõ tốc độ biến dạng với tốc độ chuyển động của công cụ biến dạng cũng như tốc độ dịch chuyển của các chất điểm trong vật thể.

Giả sử có hai mẫu có chiều dài khác nhau $Z_{01} < Z_{02}$ được kéo với một tốc độ như nhau của công cụ biến dạng. Sau một đơn vị thời gian mặt đầu a_1b_1 và a_2b_2 của mẫu sẽ dịch chuyển đến vị trí mới $a_1'b_1'$ và $a_2'b_2'$. Vì tốc độ chuyển động của công cụ biến dạng như nhau nên:



Hình 3.4. Tốc độ biến dạng và tốc độ dịch chuyển của các chất điểm trong vật thể

$$b_1b_1' = b_2b_2' = Z_{n1} - Z_{01} = Z_{n2} - Z_{02} = \Delta Z$$

Tốc độ biến dạng trong hai mẫu lần lượt là

$$\dot{\varepsilon}_1 = \frac{\Delta Z}{Z_{01}} \quad \text{và} \quad \dot{\varepsilon}_2 = \frac{\Delta Z}{Z_{02}} \quad \text{vì thời gian bằng 1 đơn vị}$$

rút ra : $\frac{\dot{\varepsilon}_1}{\dot{\varepsilon}_2} = \frac{Z_{02}}{Z_{01}} \quad (3.13)$

Như vậy trong trường hợp tốc độ chuyển động của công cụ biến dạng như nhau thì tốc độ biến dạng tỷ lệ nghịch với chiều dài của mẫu.

Gọi v là tốc độ chuyển động của công cụ biến dạng, ta có $v = \frac{\Delta Z}{1}$. Thay vào (3.13)

được:

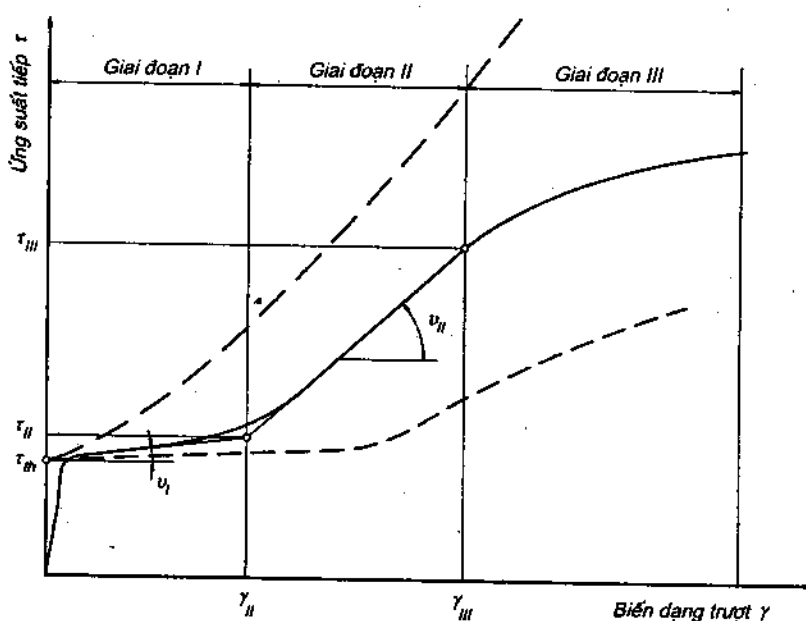
$$\dot{\varepsilon}_1 = \frac{v}{Z_{01}} ; \quad \dot{\varepsilon}_2 = \frac{v}{Z_{02}} \quad (3.14)$$

Biểu thức này cho ta mối quan hệ giữa tốc độ biến dạng, tốc độ chuyển động của công cụ biến dạng và kích thước của mẫu tại bất kỳ thời điểm nào của quá trình kéo hoặc nén.

Còn tốc độ dịch chuyển của từng chất điểm trên mẫu sẽ tuân theo quy luật tuyến tính từ 0 ở chỗ kẹp chặt cố định đến giá trị lớn nhất trên bề mặt ab.

3.2. ĐƯỜNG CHẢY CỦA ĐƠN TINH THỂ

Vật liệu đa tinh thể do nhiều đơn tinh thể tạo thành, khi biến dạng mỗi hạt tinh thể do định hướng khác nhau nên biến dạng không hoàn toàn giống nhau, vì vậy đường chảy của đa tinh thể có thể coi là đường cong trung bình của các hạt trong đa tinh thể, nó không phản ánh được các đặc trưng của quá trình biến dạng trong đơn tinh thể. Bởi vậy trước hết hãy nghiên cứu đường chảy của đơn tinh thể.



Hình 3.5. Đường chảy của một đơn tinh thể lập phương diện tâm

———— định hướng trung bình;
----- vùng định hướng khác nhau.

Đường chảy của đơn tinh thể phụ thuộc rất nhiều vào kiểu mạng và định hướng của chúng đối với phương của tải trọng. Hầu hết các công trình nghiên cứu thực nghiệm cũng như lý thuyết đều giành cho việc nghiên cứu đường chảy của đơn tinh thể mạng lập phương diện tâm. Trên hình 3.5 là đường chảy của đơn tinh thể mạng lập phương diện tâm có định hướng trung bình. Nó có thể phân thành hai miền: miền biến dạng đàn hồi theo quy luật tuyến tính $\tau = G\gamma$ và miền biến dạng dẻo, song miền biến dạng đàn hồi rất nhỏ có thể bỏ qua. Trong đơn tinh thể chuyển động của lệch sẽ dẫn tới sự trượt tương đối giữa các mặt nguyên tử, kết quả là tạo ra những bậc trượt trên bề mặt tự do của tinh thể. Vì đặc điểm này nên đường chảy của đơn tinh thể không biểu diễn dưới dạng ứng suất chảy k_f phụ thuộc vào mức độ biến dạng ϕ mà dưới dạng ứng suất tiếp τ trên mặt trượt phụ thuộc vào biến dạng

trượt γ . Ở đây γ là tỉ số giữa khoảng xê dịch tương đối S giữa hai mặt trượt song song trên phương trượt và khoảng cách h giữa chúng, tức là:

$$\gamma = \frac{S}{h} \quad (3.15)$$

Đường cong thuộc miền biến dạng dẻo có thể chia thành ba giai đoạn:

Giai đoạn I: có dạng đường thẳng với độ dốc $\text{tg } \vartheta_I = \left(\frac{d\tau}{d\gamma} \right)_I$ rất nhỏ, điều đó chứng tỏ

mức độ hoá bền biến dạng trong giai đoạn này rất yếu, nó được đặc trưng bằng môđun hoá bền thấp cỡ $\sim 10^{-4}G$. Giai đoạn I kéo dài tới khi biến dạng trượt $\gamma \approx 0,2$. Trong giai đoạn này mật độ lệch còn nhỏ, trượt xảy ra trên một hệ mặt trượt song song theo một phương xác định, lệch có thể chuyển động một quãng đường tương đối dài trước khi gặp phải chướng ngại. Các lệch chuyển động chỉ cần khắc phục ảnh hưởng của trường ứng suất đàn hồi của các lệch gần nó (do mật độ lệch nhỏ nên ảnh hưởng không lớn) nên ứng suất cần thiết không cần tăng nhiều. Vì vậy giai đoạn này gọi là giai đoạn trượt dễ hay trượt đơn giản. Ứng suất tăng sẽ làm cho nguồn lệch tiếp tục sản sinh thêm lệch, mật độ lệch tăng lên, khoảng cách giữa các lệch giảm đi, do đó tương tác giữa chúng mạnh lên. Ứng suất tiếp tục tăng lên làm cho những hệ trượt mới bắt đầu hoạt động.

Giai đoạn II: Bước quá độ từ giai đoạn I sang giai đoạn II được đánh dấu bằng ứng suất tiếp τ_{II} mà ứng với nó có các hệ trượt mới bắt đầu hoạt động. Quan hệ giữa ứng suất và biến dạng ở đây gần như là tuyến tính song độ dốc $\text{tg } \vartheta_{II} = \left(\frac{d\tau}{d\gamma} \right)_{II}$ lớn hơn nhiều so với giai

đoạn I. Môđun hoá bền trong giai đoạn này lớn gấp khoảng 30 lần so với giai đoạn I tức $\approx 3 \cdot 10^{-3}G$. Ở giai đoạn này trượt xảy ra đồng thời trên nhiều hệ trượt khác nhau, ứng suất tiếp đủ lớn để làm cho một số nguồn lệch trong các hệ trượt mới hoạt động. Phản ứng lệch ở đây xảy ra giữa những lệch chuyển động trên những hệ trượt khác nhau, kết quả là tạo thành những lệch Lomer - Cottrell mà vectơ Burgers của chúng không nằm trong hệ trượt nào cả. Bởi vậy những lệch này không có khả năng chuyển động, chúng đóng vai trò như những chướng ngại vật cản trở chuyển động của lệch. Những lệch chuyển động sinh ra từ các nguồn lệch sau khi di chuyển được một quãng đường ngắn ngủi sẽ bị dồn ứ lại bên các chướng ngại này. Tương tác giữa các lệch chuyển động với trường ứng suất đàn hồi của các nhóm lệch bị dồn ứ mạnh hơn nhiều lần so với tương tác giữa từng lệch chuyển động trong giai đoạn I, vì thế để duy trì biến dạng ứng suất phải tăng mạnh. Ứng suất tiếp cần thiết trong giai đoạn này được tính theo công thức sau:

$$\tau = \tau_{th} + Gbp^{1/2} \quad (3.16)$$

trong đó: G - môđun trượt;

b - vectơ Burgers;

ρ - mật độ lệch.

Giai đoạn III: Giai đoạn III bắt đầu khi biến dạng trượt $\gamma = 0,3 \div 0,5$ và đường cong có dạng parabol. Mức độ hoá bền trong giai đoạn này giảm xuống và nhỏ hơn chừng 2÷3 lần so với giai đoạn II, tức môđun hoá bền $\sim 10^{-3}G$. Ứng suất tiếp ở cuối giai đoạn II đã đủ lớn để làm cho các lệch bị dồn ứ có thể vòng qua chướng ngại bằng cách trượt ngang để có thể tiếp tục chuyển động trên những mặt trượt khác không có chướng ngại. Trên những mặt trượt mới này có khả năng những lệch trái dấu gặp nhau và triệt tiêu nhau. Mặt khác do những lệch bị dồn ứ đã trượt ngang nên ảnh hưởng của trường ứng suất đàn hồi của chúng đối với nguồn lệch sẽ yếu đi, làm cho nguồn lệch có thể hoạt động trở lại. Các quá trình này có tác dụng thái bền so với trạng thái ở cuối giai đoạn II, vì vậy có thể xem như hồi phục động.

3.3. ĐƯỜNG CHẢY CỦA VẬT LIỆU ĐA TINH THỂ

Đa số kim loại dùng trong kỹ thuật là vật liệu đa tinh thể, đó là một tập hợp của rất nhiều đơn tinh thể liên kết bền-vững với nhau thông qua biên giới hạt. Bởi vậy các hạt của đa tinh thể không thể biến dạng một cách tự do như đơn tinh thể. Mỗi hạt đều liên kết với các hạt xung quanh nên khi biến dạng nó phải làm sao thích ứng với cả tập hợp nếu không muốn phá vỡ sự liên kết với xung quanh. Để thoả mãn điều đó đòi hỏi trong đa tinh thể phải có nhiều hệ trượt hoạt động và khi bắt đầu biến dạng dẻo không phải là trượt đơn giản mà là trượt phức tạp. Vì thế đường chảy của đa tinh thể thường không xuất hiện giai đoạn I mà bắt đầu ngay từ giai đoạn II của đường chảy của đơn tinh thể.

Mặt khác do trong đa tinh thể các hạt định hướng khác nhau đối với phương của tải trọng nên ứng suất tiếp không đồng thời đạt tới giá trị tới hạn trong tất cả các hạt, bên cạnh những hạt đã biến dạng dẻo vẫn còn những hạt còn đang biến dạng đàn hồi. Bước quá độ từ biến dạng đàn hồi sang biến dạng dẻo ở vật liệu đa tinh thể bởi vậy thường không thể hiện rõ rệt.

Biến dạng dẻo trong đa tinh thể là trượt phức tạp lại cộng thêm ảnh hưởng của biên giới hạt (cản trở chuyển động của lệch) nên ứng suất chảy của vật liệu đa tinh thể thường cao hơn nhiều so với đơn tinh thể.

3.3.1. Ảnh hưởng của biên giới hạt

Trong biến dạng dẻo của đa tinh thể thì biên giới hạt vừa là nguồn lệch vừa là vật chướng ngại đối với sự chuyển động của lệch nên góp phần dẫn tới hoá bền biến dạng. Vì thế rõ ràng đường chảy của đa tinh thể cũng sẽ phải phụ thuộc vào độ hạt. Ứng suất chảy của đa tinh thể vì vậy sẽ là tổng của hai thành phần hợp lại, đó là thành phần nội bộ hạt σ_{nb} và thành phần biên giới hạt σ_{bg} . Thành phần nội bộ hạt σ_{nb} là giá trị trung bình của đường chảy của đơn tinh thể có định hướng tương ứng với định hướng của các hạt trong đa tinh

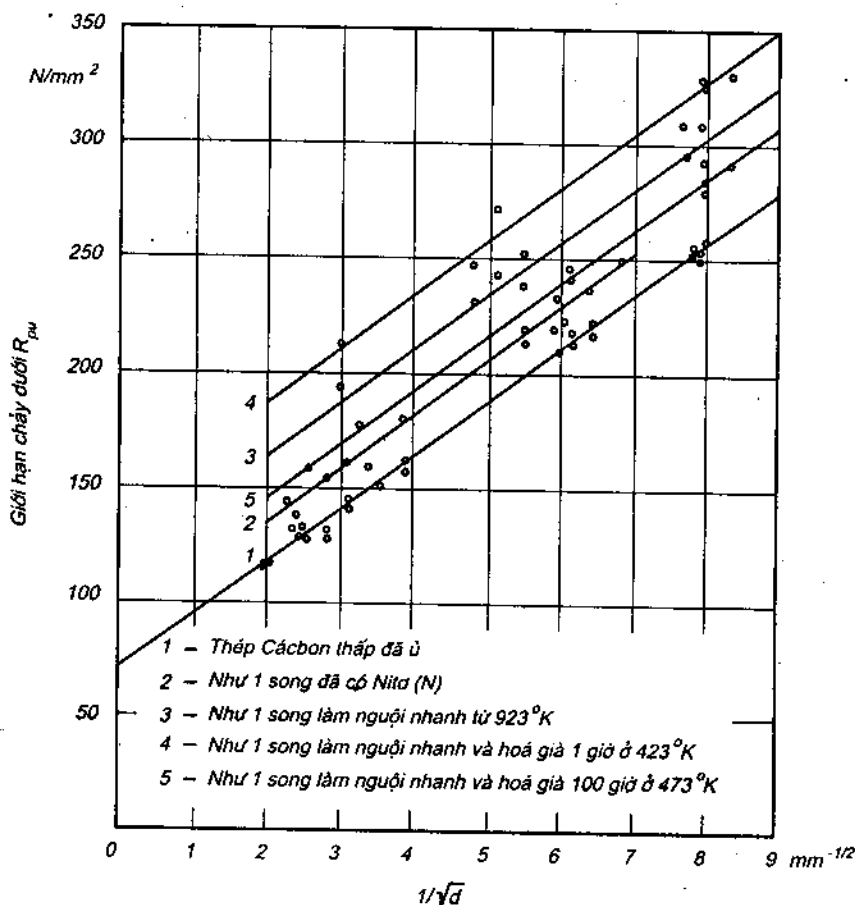
thể. Còn thành phần biên giới hạt σ_{bg} sẽ thể hiện qua ảnh hưởng của độ hạt tới giới hạn chảy $\sigma_{bg} = \frac{k}{\sqrt{d}}$. Như vậy:

$$R_p = \sigma_{nb} + \sigma_{bg} = \sigma_{nb} + \frac{k}{\sqrt{d}} \quad (3.17)$$

trong đó: k - hệ số;

d - đường kính hạt trung bình

Biểu thức (3.17) thoả mãn đối với giai đoạn bắt đầu biến dạng dẻo của nhiều kim loại. Khi mức độ biến dạng lớn do ảnh hưởng của sự dồn ứ lệch lớn đến mức có thể so sánh với ảnh hưởng của biên giới hạt đối với sự chuyển động của lệch nên mối quan hệ giữa giới hạn chảy và độ hạt không thể mô tả một cách đơn giản như trên.



Hình 3.6. Sự phụ thuộc của giới hạn chảy dưới vào đường kính hạt trung bình

3.3.2. Đường chảy ở nhiệt độ thường (đường chảy nguội)

Đường chảy nguội là đường chảy được xác lập ở những nhiệt độ mà ứng với nó không xảy ra các quá trình kích hoạt nhiệt (hồi phục, kết tinh lại) ở mức độ đáng kể. Đối với một

vài kim loại ví dụ chì ở nhiệt độ thường cũng đã xảy ra kết tinh lại, nhưng đại đa số các kim loại dùng trong kỹ thuật đều có nhiệt độ kết tinh lại cao hơn nhiệt độ thường, vì vậy đường chảy của chúng xác lập ở nhiệt độ thường đều coi là đường chảy nguội.

Ta biết rằng khi biến dạng nguội kim loại bị hoá bền, tốc độ hoá bền thường cao hơn nhiều so với tốc độ biến dạng thông thường vì thế đối với biến dạng nguội ảnh hưởng của tốc độ biến dạng đến hoá bền của vật liệu là không đáng kể so với ảnh hưởng của mức độ biến dạng. Như vậy ứng suất chảy khi biến dạng nguội phụ thuộc chủ yếu vào mức độ biến dạng, biểu thức (3.1) trong trường hợp này có thể viết:

$$k_{f \text{ nguội}} = f(\text{vật liệu}, \varphi, \sigma_{ij}) \quad (3.18)$$

Hình 3.7 cho ta đường chảy nguội của một số kim loại và hợp kim. Rõ ràng ứng suất chảy luôn tăng lên theo mức độ biến dạng. Đối với phần lớn các vật liệu thì mức độ hoá bền ở giai đoạn đầu của đường chảy luôn lớn hơn ở giai đoạn sau. Dạng đường chảy như vậy tương ứng với giai đoạn II và giai đoạn III của đường chảy đơn tinh thể. Đối với đường chảy nguội giữa ứng suất chảy và mức độ biến dạng tồn tại mối quan hệ hàm số mũ:

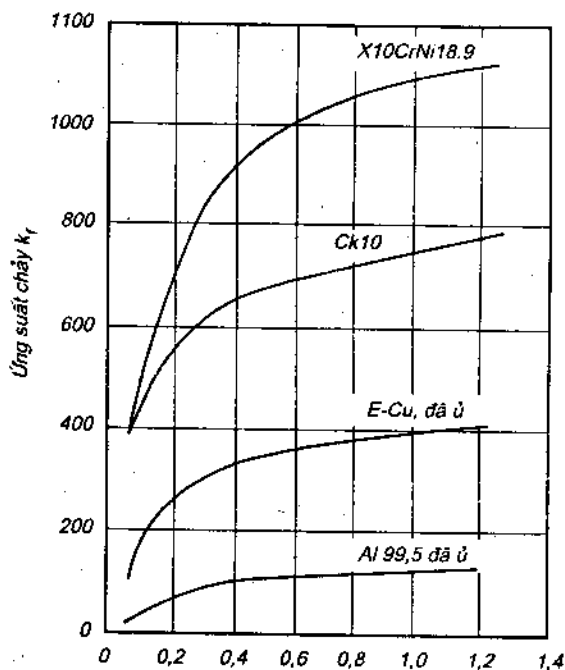
$$k_f = k_{f1} \left(\frac{\varphi}{\varphi_1} \right)^n \quad (3.19)$$

trong đó : n - số mũ hoá bền ;

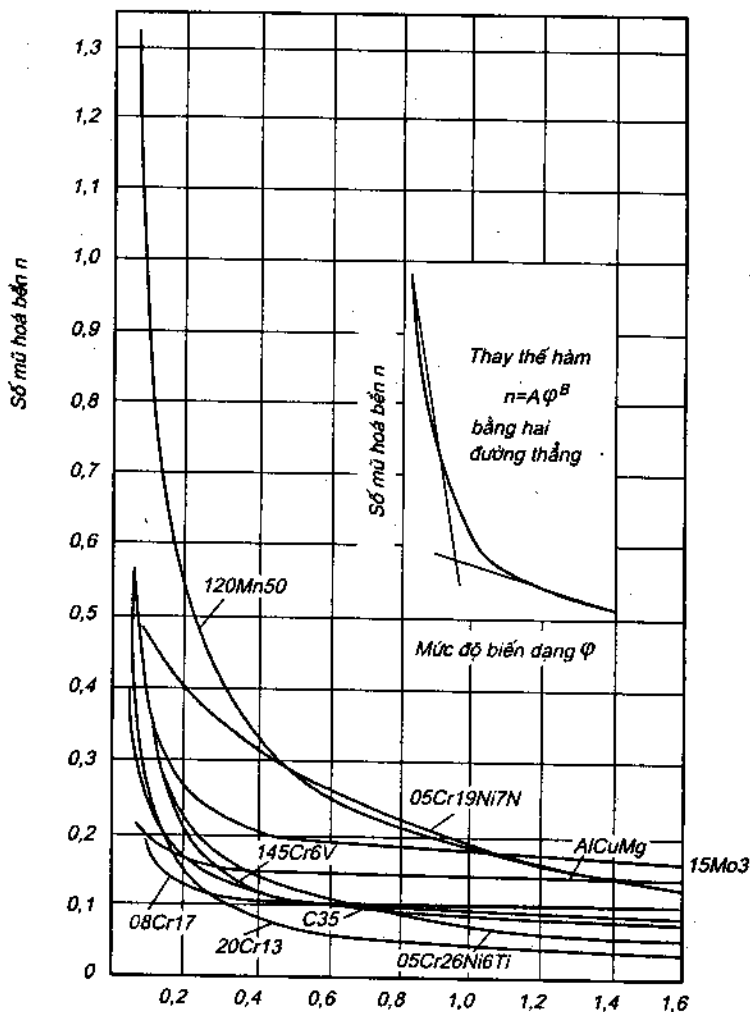
k_{f1} - ứng suất chảy khi $\varphi_1 = 1$

Số mũ n không phải là hằng số mà là một hàm của mức độ biến dạng. Hàm hyperbol này một cách gần đúng có thể biểu diễn bằng hai đường thẳng (hình 3.8).

Khi xác lập đường chảy cũng như khi nghiên cứu các quá trình biến dạng nguội cần lưu ý rằng khoảng 90% công biến dạng chuyển biến thành nhiệt làm tăng nhiệt độ của vật thể biến dạng, còn 10% thì chuyển thành năng lượng bên trong. Nhiệt độ tăng có thể làm xảy ra các quá trình kích hoạt nhiệt nhất là đối với những vật liệu có nhiệt độ nóng chảy thấp và do đó ảnh hưởng tới độ chính xác của đường chảy.



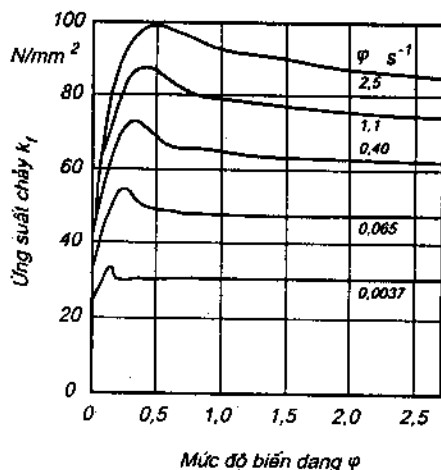
Hình 3.7. Đường chảy nguội của một số vật liệu



Hình 3.8. Sự phụ thuộc của số mũ hoá bền vào mức độ biến dạng

3.3.3. Ảnh hưởng của nhiệt độ và tốc độ biến dạng - Đường chảy nóng

Khi biến dạng ở nhiệt độ cao trong vật thể biến dạng đồng thời xảy ra hai quá trình có tác dụng trái ngược nhau đó là hoá bền biến dạng và hồi phục, kết tinh lại trong đó các quá trình kích hoạt nhiệt xảy ra với một tốc độ phụ thuộc vào bản thân vật liệu và nhiệt độ. Nếu tốc độ thái bền bằng hoặc lớn hơn tốc độ biến dạng thì ứng suất chảy sẽ không phụ thuộc vào mức độ biến dạng ϕ , ngược lại nếu tốc độ thái bền nhỏ hơn tốc độ biến dạng thì mặc dù là biến dạng nóng cũng vẫn xuất hiện hoá bền.



Hình 3.9. Đường chảy nóng của thép cacbon với hàm lượng C = 0,25%

Đường chảy nóng thường có dạng điển hình như hình 3.9. Giai đoạn đầu khi mức độ biến dạng còn nhỏ xuất hiện hoá bền, ứng với một mức độ biến dạng nào đó k_f đạt cực đại, sau đó phụ thuộc vào nhiệt độ và tốc độ biến dạng sẽ xảy ra quá trình thái bền động ở mức độ khác nhau. Mức độ biến dạng mà ứng với nó k_f đạt cực đại tùy thuộc vào nhiệt độ và vật liệu nằm trong khoảng $\varphi = 0,2 - 0,4$. Khi nhiệt độ tăng nó sẽ giảm đi.

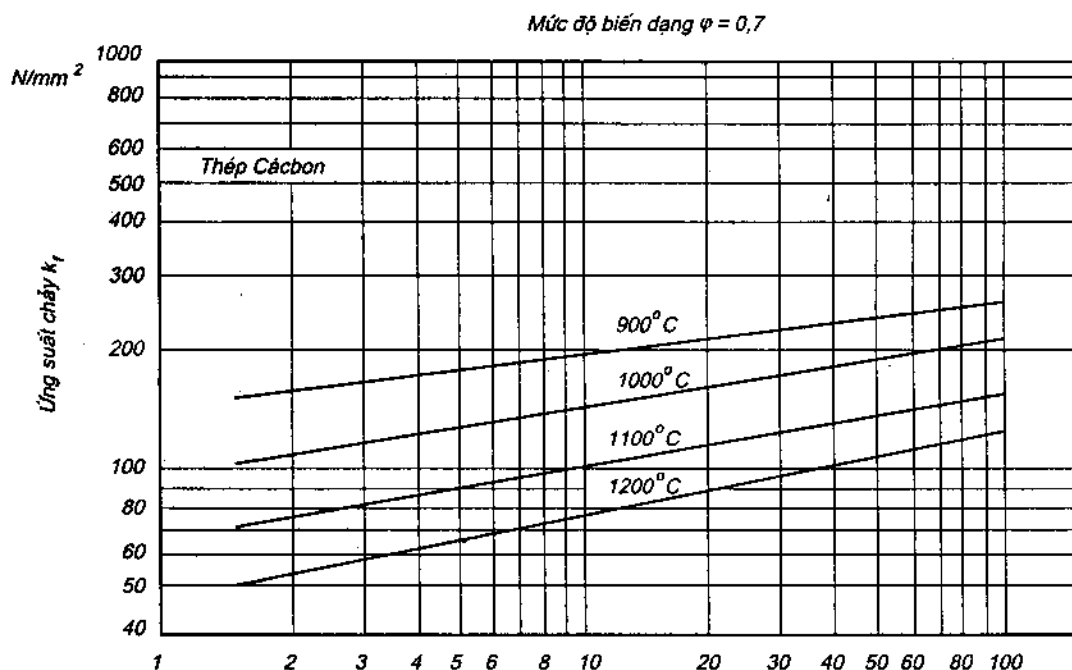
Ảnh hưởng của tốc độ biến dạng đối với ứng suất chảy k_f trong phạm vi $\dot{\varphi} = 0,1 - 10.000 \text{ s}^{-1}$ có thể mô tả bằng một hàm số mũ:

$$k_f = k_{f1} \left(\frac{\dot{\varphi}}{\dot{\varphi}_1} \right)^m \quad (3.20a)$$

trong đó: k_{f1} - ứng suất chảy khi $\dot{\varphi}_1 = 1 \text{ s}^{-1}$; số mũ m phụ thuộc vào nhiệt độ và tăng lên theo nhiệt độ, ví dụ với thép cacbon thấp $m = 0,11$ ở 90°C và $m = 0,18$ ở 1200°C .

Dựa vào quan hệ hàm số mũ kể trên ứng suất chảy sẽ phụ thuộc tuyến tính vào tốc độ biến dạng nếu ta biểu diễn nó dưới dạng logarit (hình 3.10).

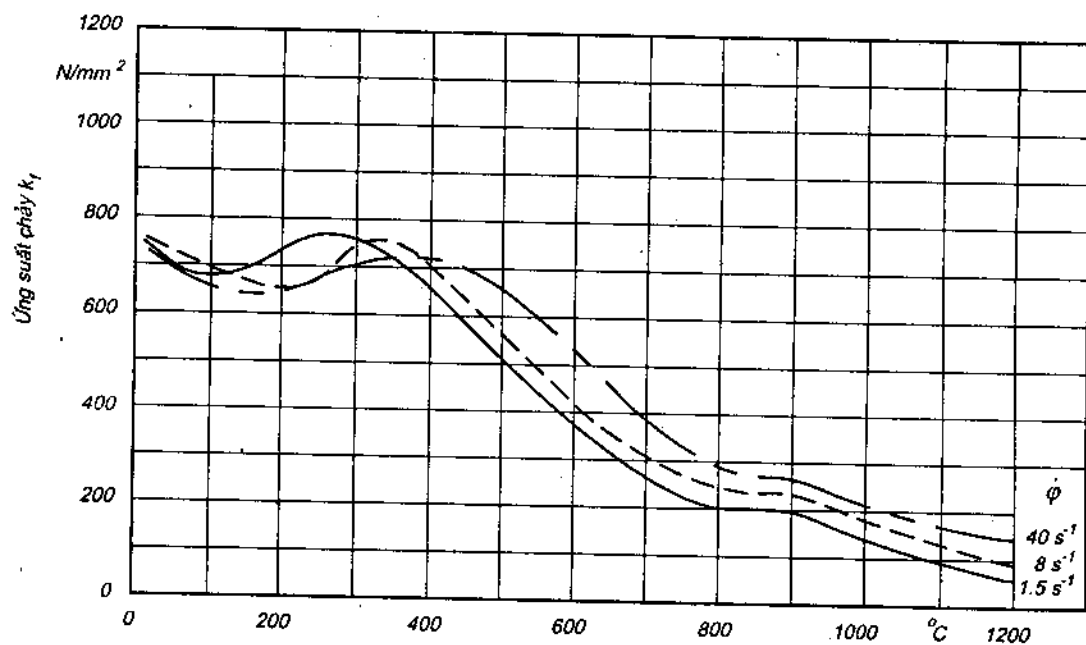
$$\ln k_f = \ln k_{f1} + m(\ln \dot{\varphi} - \ln \dot{\varphi}_1) \quad (3.20b)$$



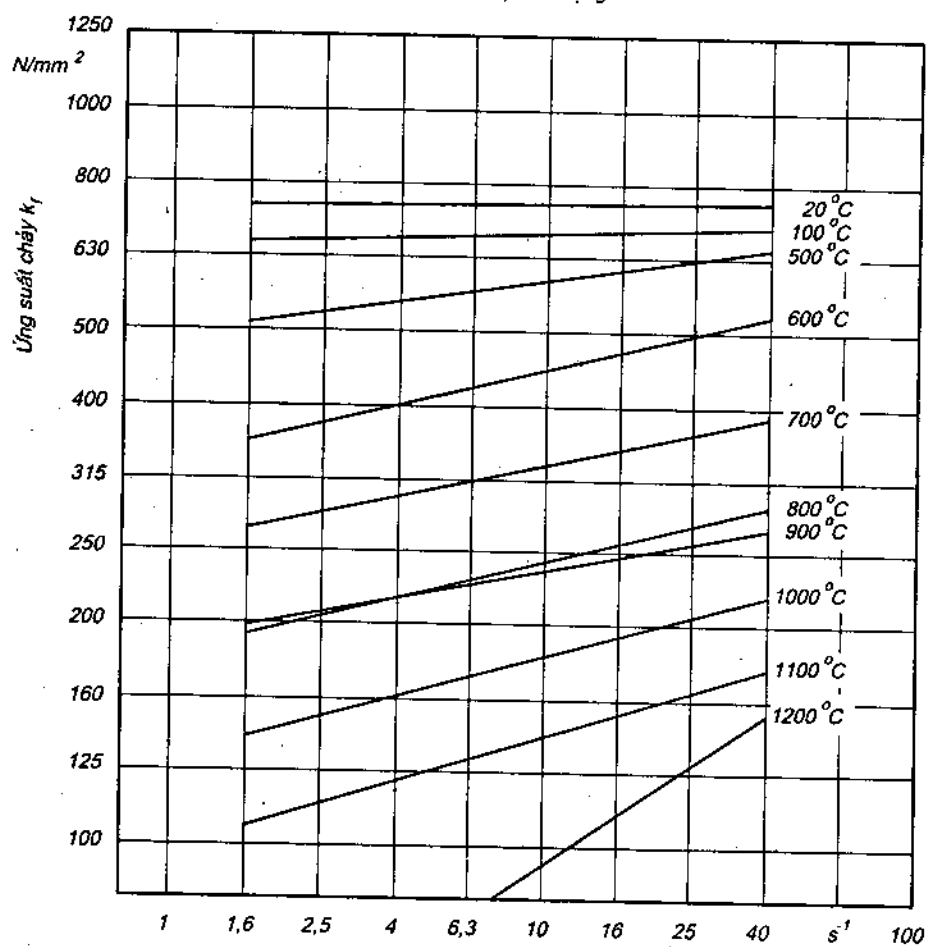
Hình 3.10. Ứng suất chảy phụ thuộc vào tốc độ biến dạng (thí nghiệm nén)

Ví dụ thép cacbon thấp ở nhiệt độ 1200°C khi $\dot{\varphi} = 10.000 \text{ s}^{-1}$ có ứng suất chảy k_f tương đương với k_f ở 900°C khi $\dot{\varphi} = 100 \text{ s}^{-1}$.

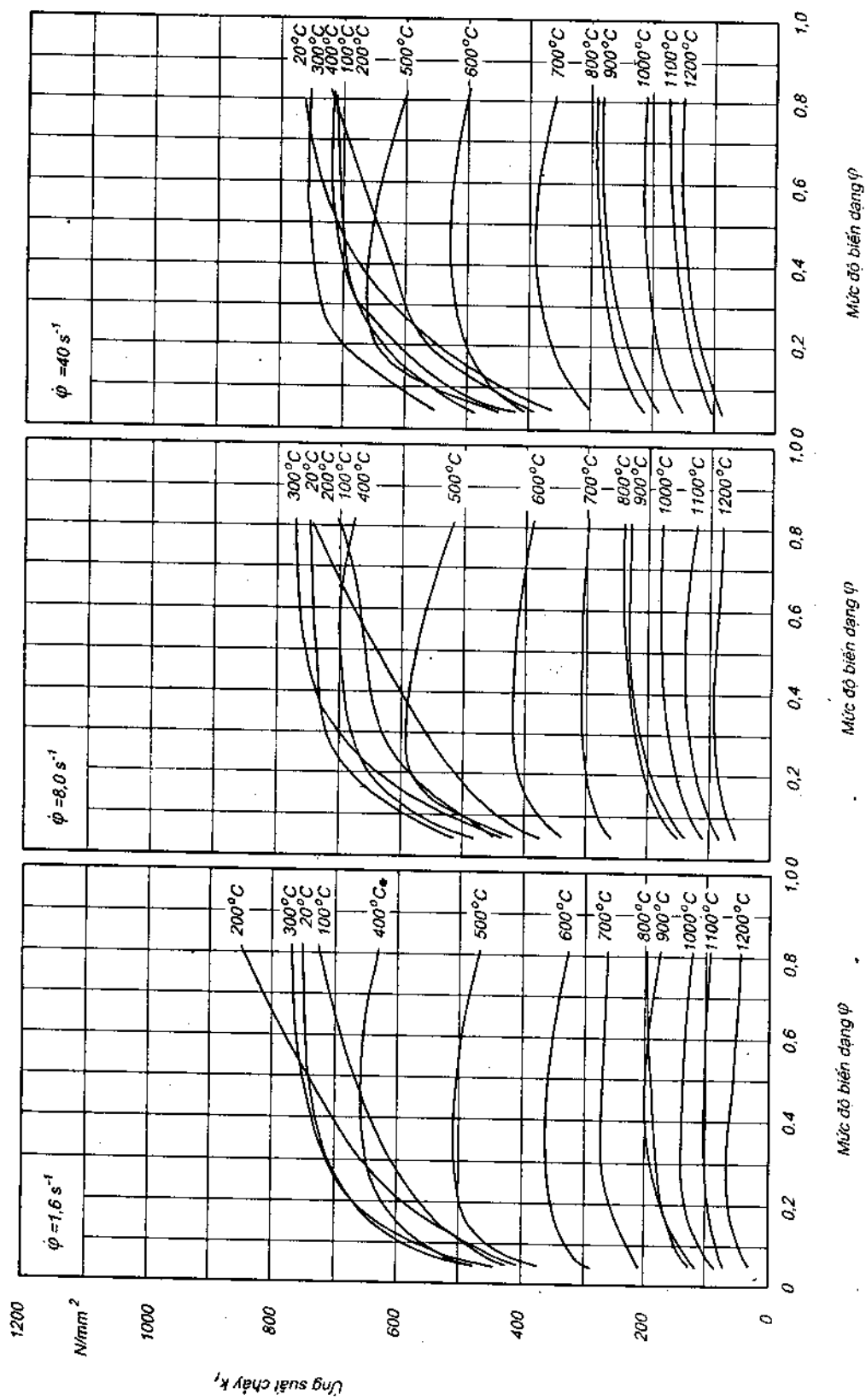
Hình 3.11 và 3.12 cho thấy sự phụ thuộc của ứng suất chảy vào nhiệt độ, tốc độ biến dạng, mức độ biến dạng đối với thép C15 và thép 05CrNi18.9 được xác định bằng thí nghiệm nén.



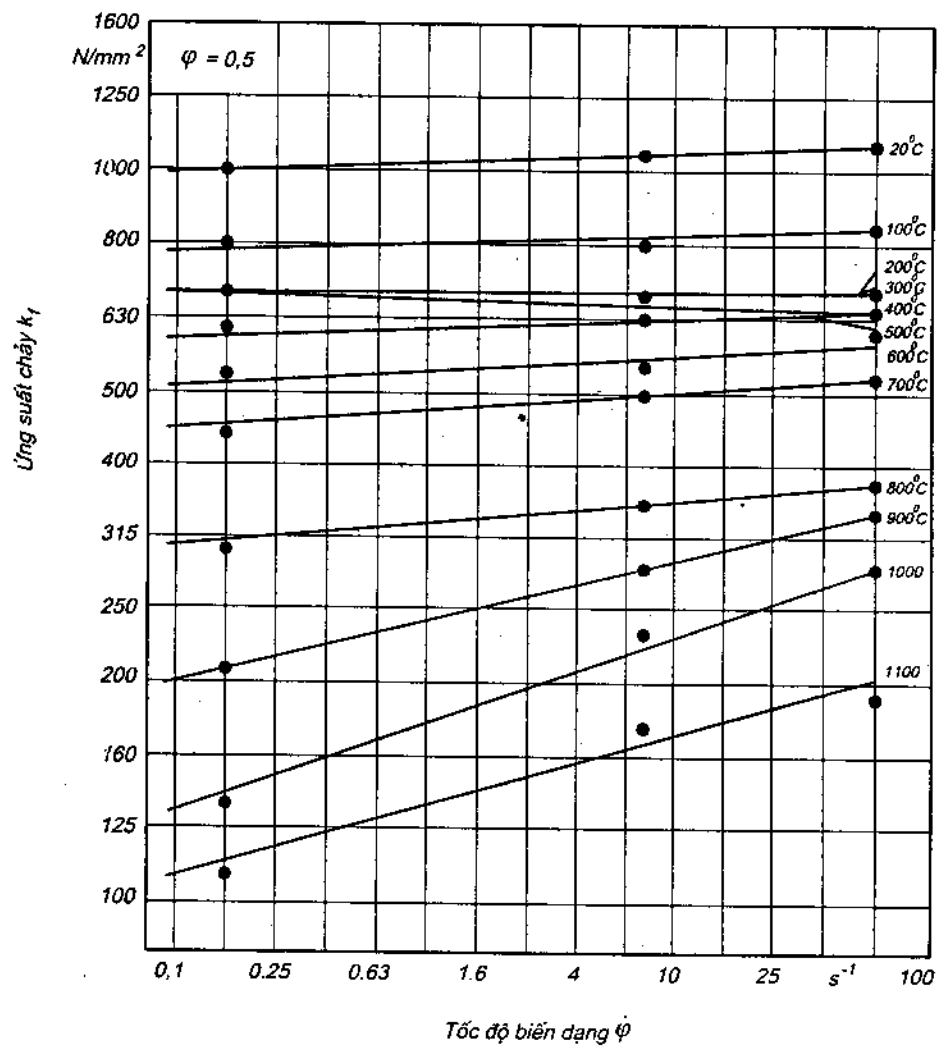
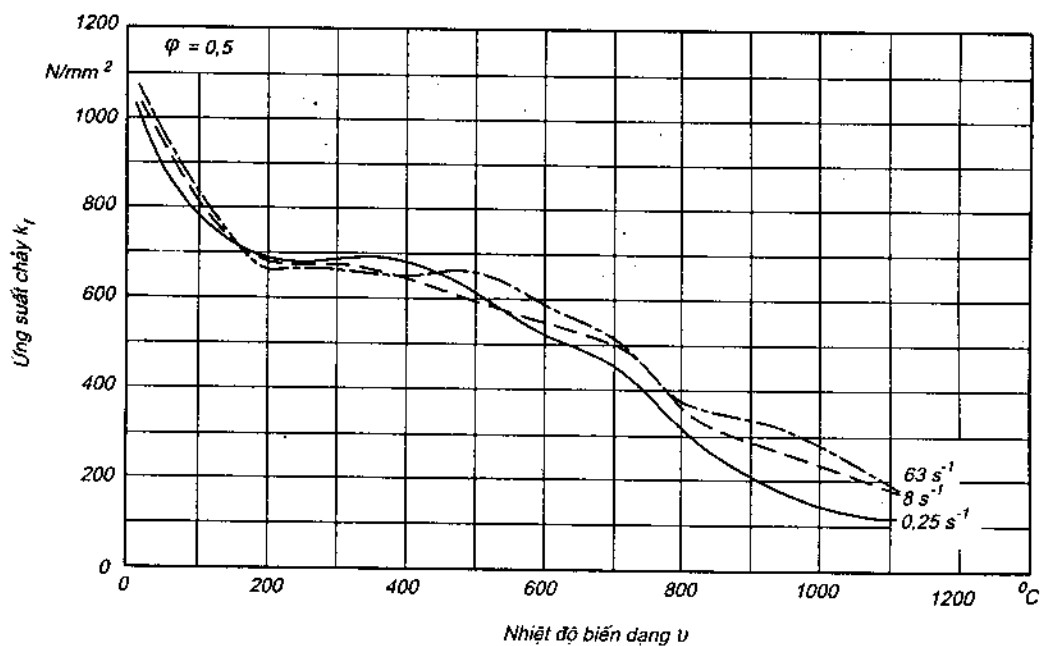
Mức độ biến dạng

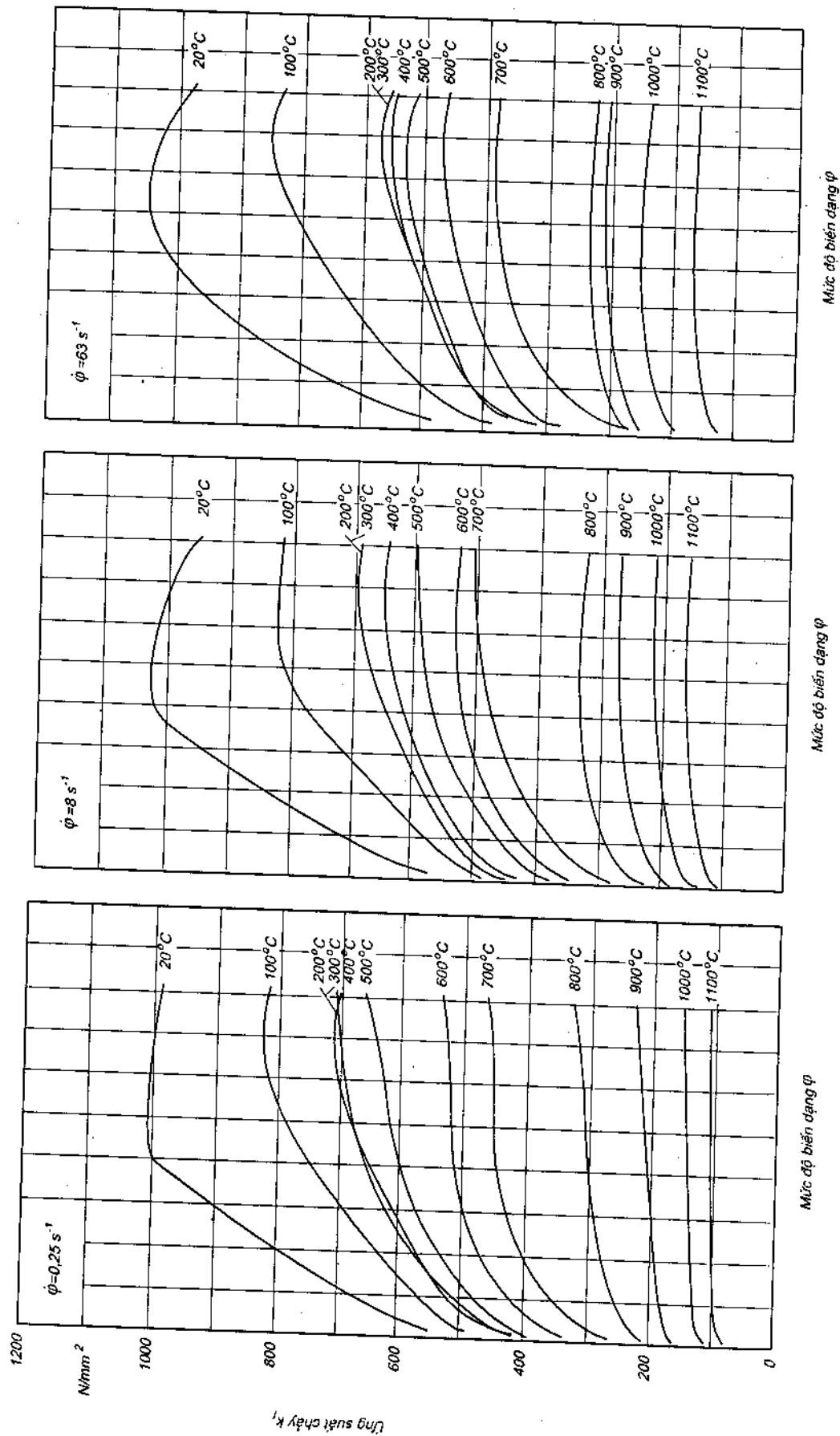


Tốc độ biến dạng



Hình 3.11. Sự phụ thuộc của ứng suất chảy vào nhiệt độ (a), tốc độ biến dạng (b), mức độ biến dạng (ϕ) của thép CI5.





Hình 3.12. Sự phụ thuộc của ứng suất cháy vào nhiệt độ (a), tốc độ biến dạng (b), mức độ biến dạng (c) của thép 05CrNi18.9.

3.4. CÁC PHƯƠNG PHÁP XÁC LẬP ĐƯỜNG CHẢY BẰNG THỰC NGHIỆM

Hiện nay có rất nhiều phương pháp xác lập đường chảy bằng thực nghiệm. Chúng thường được xây dựng dựa trên yêu cầu của từng phương pháp biến dạng cụ thể. Yêu cầu chung đối với mọi phương pháp là phải có tính lặp lại chính xác, phạm vi có thể thực hiện được về mức độ biến dạng, tốc độ biến dạng và nhiệt độ phải rộng. Ngoài ra phải dễ thực hiện, ít tốn kém. Chọn phương pháp nào còn phải tùy thuộc vào tính tương hợp của phương pháp đó đối với quá trình biến dạng trong thực tế. Về nguyên tắc thì bất cứ phương pháp nào cũng có thể dùng để xác lập đường chảy nguội cũng như nóng, song để xác lập đường chảy nóng đòi hỏi phải áp dụng những kỹ thuật phức tạp do tiến hành ở nhiệt độ cao nên chỉ có một số ít phương pháp là thích hợp, ví dụ thí nghiệm nén mẫu hình trụ giữa hai đe phẳng, thí nghiệm xoắn. Sau đây sẽ giới thiệu một số phương pháp thông dụng nhất.

3.4.1. Thí nghiệm kéo

1. Thí nghiệm kéo theo Siebel

Thí nghiệm kéo là thí nghiệm thực hiện vào loại đơn giản nhất. Trong phạm vi dẫn đồng đều ta coi lực kéo phân bố đều trên tiết diện của mẫu, do đó:

$$k_f = \frac{F}{A} = \frac{Fl}{A_0 l_0} = \frac{F(l_0 + \Delta l)}{A_0 l_0} = \frac{F}{A_0} (1 + \varepsilon)$$
$$k_f = \frac{F}{A_0} e^{\varphi} \quad (3.21)$$

$$\varphi = \ln \frac{l}{l_0} = \ln \frac{A_0}{A} \quad (3.22)$$

Thí nghiệm kéo chỉ giới hạn trong phạm vi dẫn đồng đều, khi mẫu bắt đầu xuất hiện co thắt cục bộ thì nó mất đi khả năng ứng dụng. Nhược điểm lớn nhất của thí nghiệm kéo là không thực hiện được mức độ biến dạng lớn bởi lẽ khi mức độ biến dạng còn tương đối nhỏ ($\varphi = 0,2 - 0,3$) mẫu đã có co thắt cục bộ. Ở vùng co thắt có thể đạt được mức độ biến dạng lớn nhưng trạng thái ứng suất không còn là trạng thái ứng suất đơn.

Siebel tính ứng suất chảy trong vùng co thắt của mẫu tiết diện tròn theo công thức sau:

$$k_f = \frac{F}{A_{\min} \left(1 + \frac{r}{4\rho}\right)} \quad (3.23)$$

$$\varphi = \ln \frac{A_0}{A_{\min}} \quad (3.24)$$

với điều kiện là ở vùng co thắt mẫu vẫn giữ được tiết diện tròn. Sai số ở đây trước hết là do việc xác định bán kính cong ρ và việc không tính tới ảnh hưởng của tốc độ biến dạng. Nếu tốc độ kéo của máy không thay đổi thì tốc độ biến dạng cũng tăng lên rất nhiều khi xuất

hiện co thắt cục bộ so với giai đoạn dẫn đồng đều do bởi vùng biến dạng chỉ hạn chế ở chỗ co thắt. Nếu tính cả vùng co thắt thì mức độ biến dạng đạt được trong thí nghiệm kéo có thể mở rộng tới $\varphi \approx 1,0$. Để đạt được mức độ biến dạng lớn trong thí nghiệm kéo người ta có thể tiến hành như sau: kéo đến khi mẫu bắt đầu co thắt cục bộ thì dừng lại đem mẫu đi tiện tròn rồi lại kéo và cứ lặp đi lặp lại như vậy.

2. Thí nghiệm kéo theo Reihle

Dựa vào thực tế là mối quan hệ giữa ứng suất chảy và mức độ biến dạng của thép cacbon và thép hợp kim thấp ở nhiệt độ thường trong phạm vi mức độ biến dạng đến $\varphi \approx 1$ có thể mô tả bằng một hàm mũ có dạng:

$$k_f = C \varphi^n \quad (3.25)$$

Reihle đề xuất phương pháp chỉ cần làm một thí nghiệm kéo duy nhất để xác định giới hạn bền kéo R_m và mức độ biến dạng ở cuối giai đoạn dẫn đồng đều φ_{dd} cũng có thể tính toán để xây dựng đường chảy. Các loại vật liệu khác như thép hợp kim cao, đồng, v.v... không tồn tại mối quan hệ này. Ngoài ra yêu cầu vật liệu trước đó không biến dạng (chưa hoá bền).

Trong biểu thức (3.25) các hằng số:

$$n = \varphi_{dd} = \ln \frac{A_0}{A_{dd}} \quad (3.26)$$

$$c = R_m \left(\frac{e}{n} \right)^n$$

$$c = R_m \left(\frac{e}{\varphi_{dd}} \right)^{\varphi_{dd}} \quad (3.27)$$

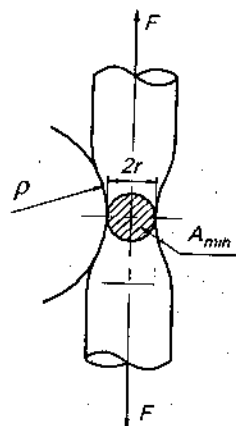
Bằng cách đo độ dẫn dài của mẫu kéo ta có thể xác định mức độ biến dạng ở cuối giai đoạn dẫn đồng đều φ_{dd} . Nếu muốn nhanh chóng thì một cách gần đúng có thể tính độ dẫn dài tỷ đối ở cuối giai đoạn dẫn đồng đều theo công thức sau:

$$\epsilon_{dd} = 2\delta_{10} - \delta_5 \quad (3.28)$$

trong đó δ_{10} và δ_5 là độ dẫn dài tỷ đối khi phá huỷ của các mẫu kéo tiêu chuẩn ($l_0 = 10d_0$ và $l_0 = 5d_0$). Từ (3.28) có:

$$n = \varphi_{dd} = \ln(1 + \epsilon_{dd}) \quad (3.29)$$

Phương pháp này có ưu điểm là có thể xây dựng đường chảy từ những số liệu thường đã có sẵn trong các sổ tay về vật liệu như R_m , δ_{10} , δ_5 . Nhược điểm của phương pháp Reihle

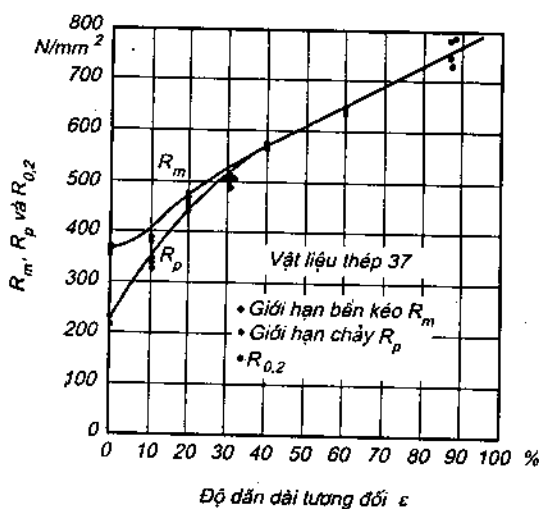


Hình 3.13. Chỗ co thắt trên mẫu thử kéo hình trụ

là mẫu kéo phải chế tạo rất chính xác ví dụ đối với mẫu dẹt trong phạm vi của chiều dài làm việc dung sai của chiều dày và chiều rộng phải nhỏ hơn 0,02mm.

3. Thí nghiệm kéo với mẫu đã hoá bền trước

Để chuẩn bị mẫu kéo người ta cán các dải thép tấm có cùng chiều dày và tỷ lệ chiều rộng/chiều dày $b/h > 10$ đến các chiều dày khác nhau (mức độ biến dạng khác nhau). Từ các dải thép cán có chiều dày khác nhau này chế tạo ra các mẫu kéo để xác định giới hạn chảy R_p . Nhưng không phải mọi vật liệu đều dễ dàng xác định được R_p (có vùng chảy rõ rệt) nên trong những trường hợp đó phải xác định $R_{0,2}$ thay cho R_p . Đối với rất nhiều vật liệu khi $\varphi \geq 0,3$ không thể xác định được R_p hoặc $R_{0,2}$ vì trước đó mẫu đã đứt. Trong những trường hợp này ta phải xác định giới hạn bền kéo R_m thay cho R_p hoặc $R_{0,2}$. Đường chảy ở đây sẽ là mối quan hệ giữa R_p và R_m hoặc giữa $R_{0,2}$ và R_m với mức độ biến dạng (hình 3.14).



Hình 3.14. Đường chảy xác lập bằng thí nghiệm kéo với mẫu đã hoá bền trước

Với tỷ lệ $b/h > 10$ có thể coi trạng thái biến dạng khi cán là trạng thái biến dạng phẳng (không có dẫn rộng) nên mức độ biến dạng tương đương φ_{ld} tính theo điều kiện dẻo của Mises sẽ là:

$$\varphi_{ld} = \frac{2}{\sqrt{3}}\varphi = \frac{2}{\sqrt{3}}\ln \frac{h_1}{h_0} \quad (3.30)$$

trong đó h_0, h_1 - chiều dày của tấm trước và sau khi cán.

Mức độ biến dạng tương đương tính như trên sẽ là chính xác nếu biến dạng khi cán là đồng đều, nghĩa là nếu như chiều dài cung tiếp xúc giữa trục cán và vật cán l_{ix} lớn gấp khoảng 3 lần chiều dày sau khi cán. Thí nghiệm kéo với mẫu đã hoá bền trước đặc biệt thích hợp cho việc xác lập đường chảy của vật liệu tấm. Vì việc xác định $R_p, R_{0,2}$ và R_m trong khi thí nghiệm kéo thường có độ phân tán tương đối lớn nên ứng với mỗi mức độ biến dạng ít nhất phải làm từ hai mẫu trở lên.

3.4.2. Thí nghiệm nén

1. Nén mẫu hình trụ giữa hai đe phẳng

Nén mẫu hình trụ giữa hai đe phẳng là thí nghiệm được sử dụng rộng rãi để xác lập đường chảy nguội cũng như nóng với mức độ biến dạng tương đối lớn $\varphi \geq 1$.

Trong quá trình nén do tồn tại lực ma sát trên bề mặt tiếp xúc giữa mẫu và đe nên mẫu bị phình ra dạng tang trống. Khi đó biến dạng trong mẫu không còn là đồng đều và trạng thái ứng suất cũng không còn là trạng thái ứng suất đơn. Vì vậy muốn sử dụng phương pháp này để xác lập đường chảy thì trước hết phải tìm cách bôi trơn tốt bề mặt tiếp xúc để giảm ma sát tới mức tối đa. Với điều kiện đó có thể coi trạng thái ứng suất trong mẫu là trạng thái ứng suất đơn và vì vậy:

$$k_f = \frac{F}{A} = \frac{Fh}{A_0 h_0} = \frac{F(h_0 - \Delta h)}{A_0 h_0} = \frac{F}{A_0} e^\varphi \quad (3.31)$$

$$\varphi = \ln \frac{h}{h_0} \quad (3.32)$$

Để giảm ma sát người ta dùng những chất bôi trơn khác nhau tùy thuộc ép nguội hay ép nóng hoặc tiện những rãnh chứa chất bôi trơn trên mặt đầu của mẫu. Khi xác lập đường chảy nguội quá trình ép có thể không liên tục để sau mỗi bước ép lại bôi trơn mẫu hoặc khi mẫu bắt đầu xuất hiện tang trống thì đem đi tiện cho mất dạng tang trống với tỷ lệ chiều cao/đường kính giống như mẫu ban đầu. Để hạn chế ảnh hưởng của ma sát đồng thời tránh mất ổn định khi nén thường lấy tỷ lệ chiều cao/đường kính $h_0/d_0 = 1,6 - 2,0$. Khi nén không liên tục và với tốc độ thấp ta nhận được đường chảy đẳng nhiệt vì nhiệt do công biến dạng chuyển biến thành được truyền ra xung quanh. Còn khi nén liên tục và với tốc độ cao thì sẽ nhận được đường chảy đoạn nhiệt do nhiệt không kịp truyền ra xung quanh. Mức tăng nhiệt độ có thể tính theo biểu thức sau:

$$\Delta T = \frac{1}{427} \cdot \frac{k_{fm} \cdot \varphi}{\gamma \cdot c} \cdot 10^3 \text{ [}^\circ\text{C]} \quad (3.33)$$

trong đó: γ - trọng lượng riêng của mẫu [kg/mm^3];

c - tỉ nhiệt của vật liệu [$\text{kcal/kg} \cdot ^\circ\text{C}$];

$$k_{fm} = \frac{1}{\varphi} \int_0^\varphi k_f d\varphi - \text{ứng suất chảy trung bình } [\text{kg/mm}^2].$$

Cần lưu ý rằng trong những máy thử nén thông thường tốc độ chuyển động của đe là không đổi nên tốc độ biến dạng luôn thay đổi (tăng lên) trong quá trình nén:

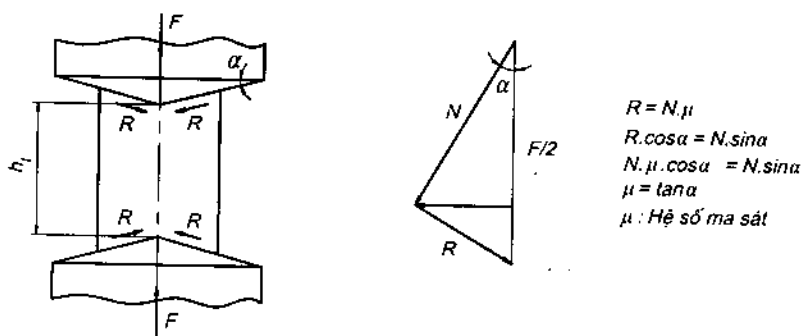
$$\dot{\varphi} = \frac{d\varphi}{dt} = \frac{1}{h} \frac{dh}{dt} = \frac{v}{h} \quad (3.34)$$

trong đó: v - tốc độ chuyển động của đe.

Để nghiên cứu ảnh hưởng của tốc độ biến dạng đối với đường chảy nóng người ta đã chế tạo ra máy thử nén cho phép giữ tốc độ biến dạng trong quá trình nén không thay đổi. Muốn vậy thì tốc độ chuyển động của đe phải biến đổi theo quy luật:

$$v = \dot{\varphi} \cdot h$$

2. Nén mẫu hình trụ có mặt đầu lõm hình côn



Hình 3.15. Nén mẫu hình trụ có mặt đầu lõm hình côn

Để loại trừ ảnh hưởng của ma sát trên bề mặt tiếp xúc giữa đe và mẫu nhằm đạt được trạng thái ứng suất đơn người ta sử dụng đầu ép hình côn và mẫu có mặt đầu lõm hình côn. Muốn vậy góc nghiêng của đầu ép hoặc của mẫu phải bằng góc ma sát tức là:

$$\alpha = \rho \text{ (góc ma sát)} \quad (3.35)$$

Nếu sử dụng cả chất bôi trơn thì góc nghiêng α chỉ khoảng từ 3 đến 7°, điều đó cho phép xem biến dạng của mẫu gần như là đồng đều (chính xác ra mức độ biến dạng trên tiết diện của mẫu không bằng nhau) và có thể tính mức độ biến dạng theo chiều cao trung bình của mẫu:

$$k_f = \frac{F}{A} \quad (3.36)$$

$$\text{trong đó: } A = \frac{V}{h_1 + 0,75\sqrt{A} \tan \rho} \quad (3.37)$$

h_1 - chiều cao của tâm mẫu;

V - thể tích của mẫu.

Mặc dù sử dụng đầu ép hình côn và bôi trơn, dạng hình trụ của mẫu cũng chỉ giữ được đến mức độ biến dạng $\varphi \approx 0,45$ sau đó phải đem tiện mẫu với tỷ lệ chiều cao/đường kính như ban đầu. Làm như vậy có thể mở rộng mức độ biến dạng tới $\varphi \approx 1,2$.

Thí nghiệm nén với đầu ép hình côn tuy có ưu điểm nhưng đòi hỏi phải có đồ gá đảm bảo sự đồng tâm của đầu ép và mẫu, đồng thời việc chế tạo mẫu cũng không đơn giản và tốn kém nên ít được sử dụng hơn so với các phương pháp khác.

3. Thí nghiệm nén phẳng

Thí nghiệm nén phẳng chủ yếu dùng để xác lập đường chảy của vật liệu tấm. Ở đây dùng hai đe có mặt ép phẳng đối diện nhau ép vào phôi tấm phẳng có tỷ lệ chiều rộng/chiều dày $b/h > 6$ nhằm đạt được trạng thái biến dạng phẳng.

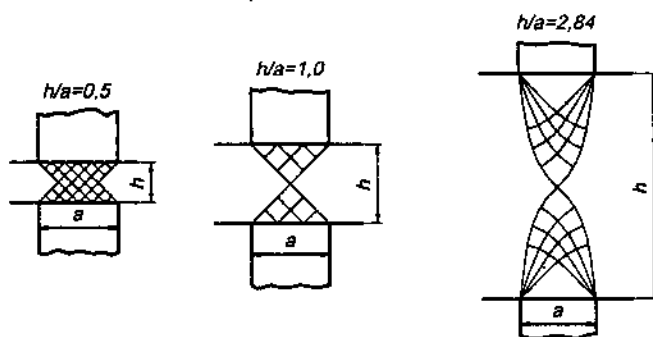
Dựa vào lý thuyết đường trượt người ta đã tính áp lực riêng p của đe có chiều rộng a ép vào vật thể cứng - dẻo lý tưởng có chiều dày h để nó biến dạng dẻo đối với trường hợp

$h/a < 1$ và $h/a \geq 1$. Nếu ta chia áp lực riêng p cho ứng suất chảy k_f thì tỷ số p/k_f sẽ không phụ thuộc vào vật liệu mà chỉ là một hàm của điều kiện hình học vùng biến dạng mà cụ thể ở đây được thể hiện bằng tỷ lệ h/a .

Đối với mọi tỷ lệ h/a có dạng $1/n$ trong đó n là dãy các số nguyên dương thì trường đường trượt có dạng rất đơn giản gồm các họ đường thẳng (hình 3.17). Trong những trường hợp này $p/k_f = 1$, điều đó có nghĩa là áp lực riêng p bằng ứng suất chảy k_f . Khi $h/a < 1$ thì tỷ số p/k_f không lớn hơn 1,04. Như vậy nếu ta lấy $p = k_f$ thì cũng không gây nên sai số vượt quá 4%.

$$k_f = p = \frac{F}{A_0} = \frac{F}{ab} \quad (3.38)$$

$$\varphi = \ln \frac{h}{h_0} \quad (3.39)$$



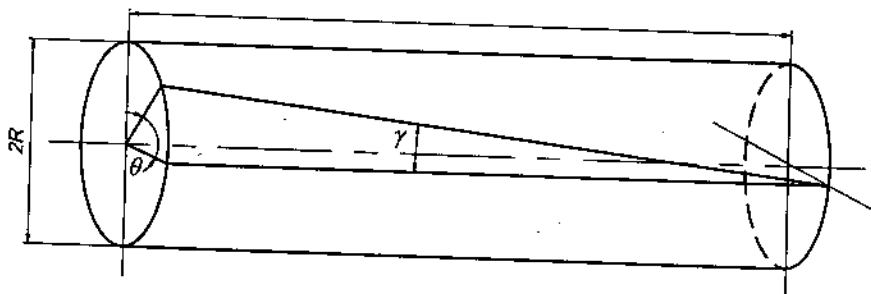
Hình 3.17. Trường đường trượt trong thí nghiệm nén phẳng phụ thuộc vào tỷ lệ h/a

Thực tế cho thấy thí nghiệm nén phẳng với cùng một mức độ biến dạng ít bị ảnh hưởng bởi ma sát hơn là thí nghiệm nén mẫu hình trụ, đương nhiên trong thí nghiệm nén phẳng cũng phải bôi trơn. Cũng giống như nén mẫu hình trụ, nén phẳng có thể thực hiện liên tục hoặc không liên tục.

3.4.3. Thí nghiệm xoắn

Trong thí nghiệm xoắn dưới tác dụng của mômen xoắn một mẫu hình trụ sẽ bị xoắn quanh trục của nó (hình 3.18). Như vậy trong thí nghiệm xoắn mômen xoắn M_x và góc xoắn θ là những đại lượng cần đo để từ đó có thể tính ra ứng suất chảy k_f và mức độ biến dạng φ hoặc ứng suất tiếp τ và biến dạng trượt γ . Việc tính toán này dựa trên những tiền đề sau đây:

- Khi xoắn tiết diện tròn của mẫu vuông góc với trục vẫn giữ được phẳng.
- Chiều dài của mẫu không đổi.



Hình 3.18. Các ký hiệu trên mẫu xoắn

Đối với xoắn ứng suất tiếp τ , mức độ biến dạng trượt γ và tốc độ biến dạng trượt $\dot{\gamma}$ đều thay đổi trên tiết diện từ tâm ra ngoài và đạt giá trị lớn nhất ở mép ngoài

$$\tau_R = \frac{1}{2\pi R^3} \left(3M_x + \gamma_R \frac{dM_x}{d\gamma_R} + \dot{\gamma}_R \frac{dM_x}{d\dot{\gamma}_R} \right) \quad (3.40)$$

$$\gamma_R = \frac{R}{l} \theta \quad (3.41)$$

$$\dot{\gamma}_R = \frac{R}{l} \dot{\theta} = \frac{R}{l} \omega \quad (3.42)$$

trong đó: θ - góc xoắn; ω - tốc độ góc.

θ và ω có thể tính được nếu biết tốc độ quay của trục. Để có thể so sánh đường chảy dưới dạng $\tau_R = f(\gamma_R)$ với đường chảy dạng $k_f = f(\varphi)$ ta phải quy đổi τ_R và γ_R ra những đại lượng tương đương. Theo điều kiện dẻo của Mises ta có:

$$k_f = \sigma_{ld} = \sqrt{3} \cdot \tau_R \quad (3.43)$$

$$\varphi_{ld} = \frac{1}{\sqrt{3}} \gamma_R \quad (3.44)$$

Thí nghiệm xoắn có ưu điểm lớn là không tồn tại ảnh hưởng của ma sát và có thể đạt được mức độ cũng như tốc độ biến dạng rất lớn. Nó được dùng khá phổ biến để xác lập đường chảy nóng và nguội.

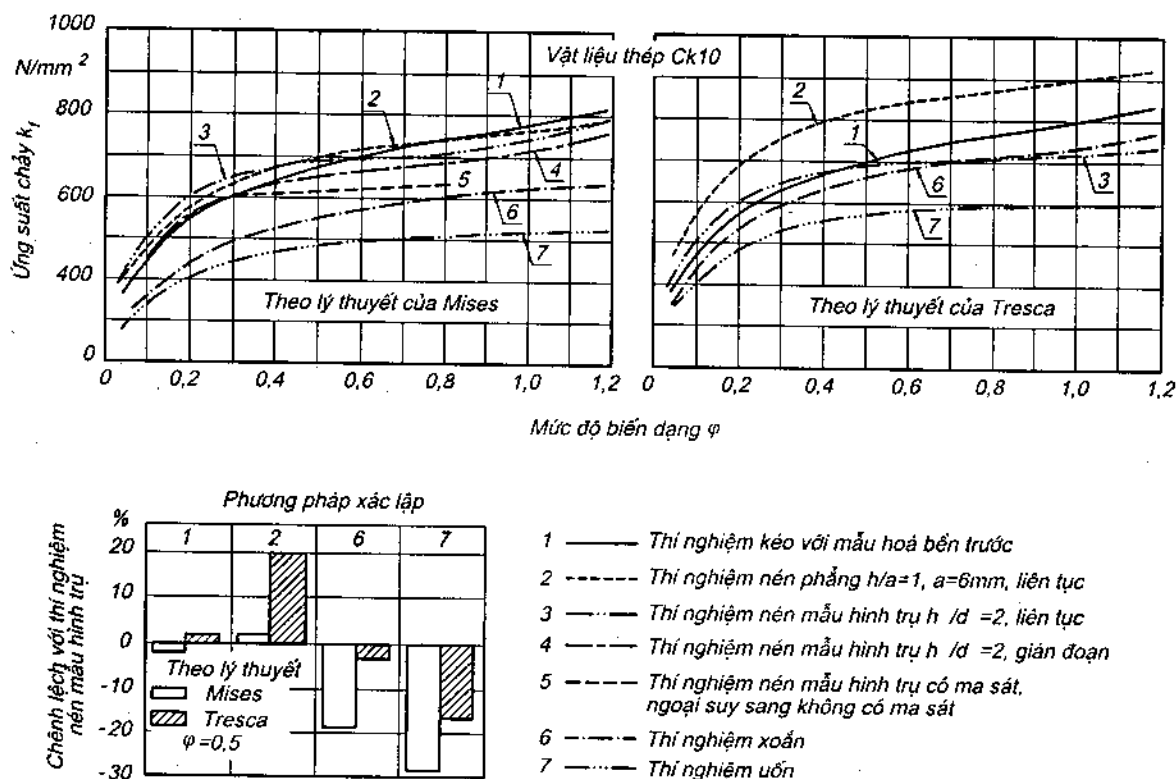
3.5. SO SÁNH CÁC PHƯƠNG PHÁP XÁC LẬP ĐƯỜNG CHẢY

Trong thực tế có nhiều phương pháp xác lập đường chảy. Mỗi phương pháp lại có những ưu, khuyết điểm của nó trong đó những điều kiện thí nghiệm như nhiệt độ, tốc độ biến dạng có ảnh hưởng quyết định đến phạm vi ứng dụng cũng như đến độ tin cậy của từng phương pháp. Về nguyên tắc thì phương pháp nào cũng có thể dùng để xác lập đường chảy nguội và đường chảy nóng, song vì lý do kỹ thuật hoặc vì thao tác không thuận tiện cho nên việc xác lập đường chảy nóng thường chỉ hạn chế trong một số phương pháp như nén mẫu hình trụ giữa hai đe phẳng, xoắn hoặc đôi khi cả thí nghiệm kéo.

Nếu đem so sánh những đường chảy được xác lập trong những điều kiện như nhau về vật liệu, nhiệt độ, tốc độ biến dạng, mức độ biến dạng nhưng bằng những phương pháp khác nhau, thì sẽ thấy chúng rất ít khi trùng nhau, mức độ khác nhau có khi tới hàng trăm N/mm^2 . Nguyên nhân của sự khác nhau đó là:

- Thực tế thí nghiệm khác với những điều kiện và giả thiết đặt cơ sở cho tính toán;
- Độ chính xác trong đo đạc khác nhau;
- Mức độ ảnh hưởng khác nhau của ma sát, nhiệt độ, của tính dị hướng;
- Áp dụng điều kiện dẻo khác nhau hoặc những giả thiết khác nhau trong tính toán những đại lượng tương đương;
- Mỗi phương pháp có khó khăn thuận lợi khác nhau trong khi tiến hành thí nghiệm;
- Hình dáng, kích thước của mẫu khác nhau.

Hình 3.19. cho thấy sự chênh lệch giữa các đường chảy của thép Ck10 xác lập bằng các phương pháp khác nhau.



Hình 3.19. Đường chảy của thép Ck10 xác lập bằng những phương pháp khác nhau.

So với các phương pháp khác thì thí nghiệm nén do có ảnh hưởng của ma sát nên thường cho những trị số k_f cao. Ngược lại thí nghiệm xoắn lại luôn luôn cho những trị số thấp. Nguyên nhân có thể là do giả thiết trong việc tính toán biến dạng chỉ phù hợp khi mức độ biến dạng nhỏ. Mức độ biến dạng càng lớn thì khoảng cách giữa thực tế và giả thiết càng lớn.

Thí nghiệm nén với đầu ép hình côn và thí nghiệm xoắn có chung nhược điểm là biến dạng không đồng đều trên tiết diện của mẫu.

Thí nghiệm kéo có ưu điểm lớn là không bị ảnh hưởng bởi ma sát nhưng chỉ thích hợp trong việc xác lập đường chảy trong phạm vi dẫn đồng đều (đến $\varphi \approx 0,25$). Đường chảy trong phạm vi co thắt chênh lệch khá nhiều với đường chảy xác lập bằng thí nghiệm nén, thậm chí cả trong phạm vi dẫn đồng đều. Nguyên nhân có thể là do ảnh hưởng của tính dị hướng của vật liệu không được để ý tới. Ảnh hưởng của ma sát cũng như của nhiệt biến dạng trong thí nghiệm nén phẳng ít hơn trong thí nghiệm nén mẫu hình trụ.

Từ những diễn giải ở trên cho thấy không có phương pháp nào thật hoàn mỹ và chính xác nhất trong việc xác lập đường chảy. Vì vậy chọn phương pháp nào là phải xuất phát từ tính kinh tế, từ sự thích hợp của phương pháp đó đối với đối tượng cần nghiên cứu và từ yêu cầu mở rộng phạm vi của các điều kiện biến dạng (nhiệt độ, mức độ biến dạng, tốc độ biến dạng) đến mức tối đa.

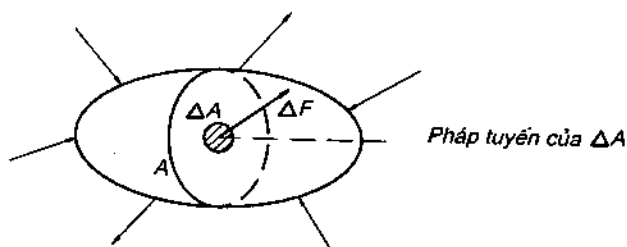
Phần hai: CƠ SỞ CƠ HỌC CỦA QUÁ TRÌNH BIẾN DẠNG

Chương 4

ỨNG SUẤT

4.1. KHÁI NIỆM CHUNG

Khi một vật thể rắn chịu tải và trong trạng thái cân bằng thì bên trong nó sẽ xuất hiện nội lực, ta nói vật thể ở trong trạng thái ứng suất. Cắt vật thể bằng một mặt cắt bất kỳ, trên đó tại điểm A lấy ra một phần tố diện tích vô cùng nhỏ ΔA (hình 4.1). Giả sử trên ΔA xuất hiện nội lực ΔF , ta gọi:



Hình 4.1. Nội lực và ứng suất trong vật thể

$$\lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta A} = \sigma \quad (4.1)$$

là ứng suất toàn phần tại điểm A trên mặt ΔA , phương của nó trùng với phương của nội lực ΔF . Nếu phân tích ΔF thành hai thành phần vuông góc và song song với ΔA thì ta được:

$$\left. \begin{aligned} \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F_{\perp}}{\Delta A} &= \sigma_{\perp} \\ \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F_{\parallel}}{\Delta A} &= \sigma_{\parallel} \end{aligned} \right\} \quad (4.2)$$

trong đó, $\sigma_{\perp}$ gọi là ứng suất pháp và $\sigma_{\parallel}$ gọi là ứng suất tiếp trên mặt ΔA . Nếu qua A dựng một hệ tọa độ vuông góc Ax, Ay, Az trong đó Ax vuông góc với ΔA (trùng với pháp tuyến của ΔA) còn Ay, Az có thể chọn phương bất kỳ nằm trong mặt phẳng ΔA và phân tích ΔF thành 3 thành phần $\Delta F_x, \Delta F_y$ và ΔF_z dọc theo các trục tọa độ ta sẽ được 3 thành phần ứng suất là:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{xx} &= \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F_x}{\Delta A} \\ \sigma_{xy} &= \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F_y}{\Delta A} \\ \sigma_{xz} &= \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F_z}{\Delta A} \end{aligned} \right\} \quad (4.3)$$

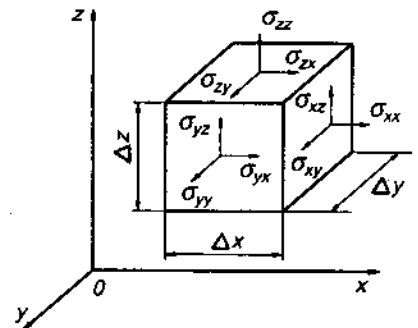
Ở đây ta thấy mỗi thành phần ứng suất có hai chỉ số trong đó chỉ số thứ nhất cho biết phương pháp tuyến của mặt tác dụng của ứng suất và chỉ số thứ hai cho biết phương tác dụng của ứng suất trên mặt đó.

Ví dụ: σ_{xy} là ứng suất tác dụng trên mặt vuông góc với trục x và theo phương song song với trục y.

Như vậy bất kỳ một ứng suất nào tác dụng trên một mặt phẳng đều có thể phân tích thành 3 thành phần: một ứng suất pháp và hai ứng suất tiếp.

4.2. ỨNG SUẤT TRÊN CÁC MẶT TOẠ ĐỘ

Nếu ngay từ đầu ta đã dựng một hệ toạ độ vuông góc Ox, Oy, Oz trong không gian, sau đó mới xét nội lực ΔF tác dụng trên phần tử diện tích ΔA_x vẽ qua A và vuông góc với Ox thì các thành phần ứng suất tác dụng trên mặt ΔA_x sẽ là $\sigma_{xx}, \sigma_{xy}, \sigma_{xz}$ như đã trình bày ở trên. Nếu qua A lấy một phần tử diện tích ΔA_y vuông góc với Oy và trên đó xuất hiện nội lực ΔP thì với cách làm tương tự như trên ta sẽ có các thành phần ứng suất $\sigma_{yx}, \sigma_{yy}, \sigma_{yz}$ tác dụng trên mặt ΔA_y . Cũng làm như vậy trên mặt ΔA_z vuông góc với Oz sẽ có các thành phần ứng suất $\sigma_{zx}, \sigma_{zy}, \sigma_{zz}$.



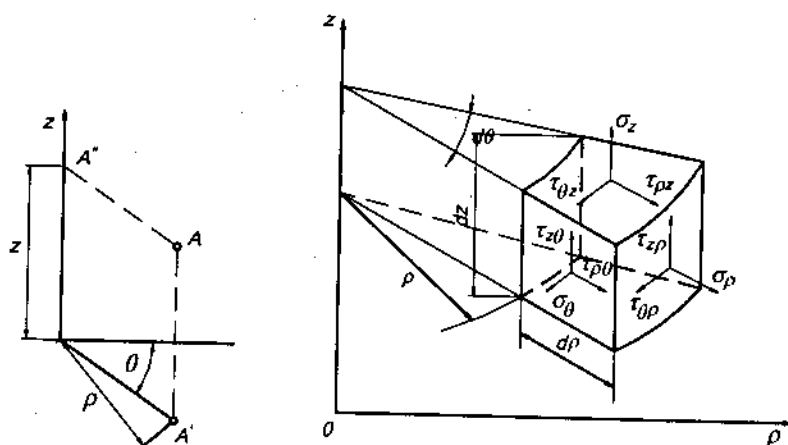
Hình 4.2. Ứng suất trên các mặt toạ độ

Như vậy trên ba mặt vuông góc với nhau vẽ qua A và tương ứng song song với các mặt toạ độ có tất cả 9 thành phần ứng suất tác dụng, trong đó có 3 ứng suất pháp và 6 ứng suất tiếp (hình 4.2). Ta có thể viết chúng dưới dạng ma trận:

$$\begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{pmatrix} \quad (4.4)$$

Khi giải các bài toán về biến dạng trong thực tế ngoài việc sử dụng hệ toạ độ để các nhiều khi còn sử dụng hệ toạ độ trụ và hệ toạ độ cầu, điều đó sẽ tiện lợi hơn nhiều trong trường hợp các bài toán đối xứng trục hoặc đối xứng cầu.

Trong hệ tọa độ trụ vị trí của một điểm được xác định bởi các tọa độ (ρ, θ, z) bởi vậy tương ứng cũng sẽ có 9 thành phần ứng suất tác dụng trên các mặt của một phân tố thể tích (hình 4.3).

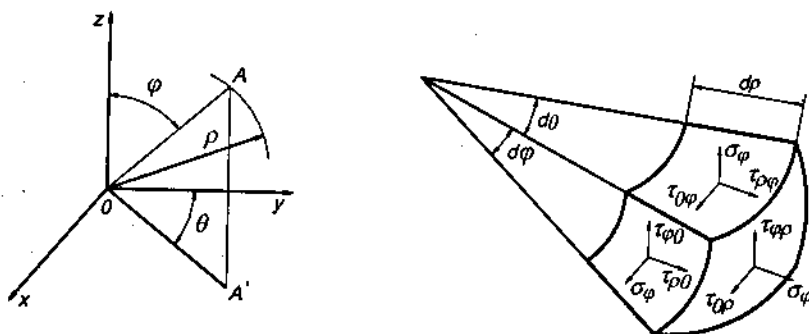


Hình 4.3. Các thành phần ứng suất tại một điểm trong hệ tọa độ trụ

Viết chúng dưới dạng ma trận:

$$\begin{pmatrix} \sigma_{\rho\rho} & \sigma_{\rho\theta} & \sigma_{\rho z} \\ \sigma_{\theta\rho} & \sigma_{\theta\theta} & \sigma_{\theta z} \\ \sigma_{z\rho} & \sigma_{z\theta} & \sigma_{zz} \end{pmatrix} \quad (4.5)$$

Trong hệ tọa độ cầu vị trí của một điểm được xác định bởi các tọa độ (ρ, θ, φ) , bởi vậy tương ứng cũng sẽ có 9 thành phần ứng suất tác dụng trên các mặt của một phân tố thể tích. (hình 4.4).



Hình 4.4. Các thành phần ứng suất tại một điểm trong hệ tọa độ cầu

Viết chúng dưới dạng ma trận:

$$\begin{pmatrix} \sigma_{\rho\rho} & \sigma_{\rho\theta} & \sigma_{\rho\varphi} \\ \sigma_{\theta\rho} & \sigma_{\theta\theta} & \sigma_{\theta\varphi} \\ \sigma_{\varphi\rho} & \sigma_{\varphi\theta} & \sigma_{\varphi\varphi} \end{pmatrix} \quad (4.6)$$

Theo tập quán (trong nhiều sách và các công trình đã công bố còn dùng) ứng suất pháp được ký hiệu là σ còn ứng suất tiếp được ký hiệu là τ nên trong các ma trận (4.4) đến (4.6) những ứng suất pháp có hai chỉ số giống nhau sẽ thay bằng một chỉ số, còn ứng suất tiếp thì thay bằng τ . Mặt khác căn cứ vào định luật đối ứng của ứng suất tiếp (xuất phát từ điều kiện cân bằng mômen) trong 6 thành phần của ứng suất tiếp chỉ có 3 thành phần độc lập vì:

$$\tau_{xy} = \tau_{yx}; \tau_{xz} = \tau_{zx}; \tau_{yz} = \tau_{zy} \quad (4.7)$$

Dựa vào (4.7) ta nhận thấy các ma trận đối xứng qua đường chéo chính của chúng, vì vậy ma trận (4.4) có thể được viết đơn giản hơn:

$$\begin{pmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \bullet & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \bullet & \bullet & \sigma_z \end{pmatrix} \quad (4.4a)$$

4.3. ỨNG SUẤT TRÊN MẶT PHẪNG NGHIÊNG

Cần phải chứng minh rằng trạng thái ứng suất tại một điểm là hoàn toàn xác định nếu biết được các thành phần ứng suất trên ba mặt vuông góc với nhau vẽ qua điểm đó. Điều đó có nghĩa là từ các thành phần ứng suất đã biết phải tính được ứng suất pháp và ứng suất tiếp trên bất kỳ mặt phẳng nghiêng nào vẽ qua điểm đã cho.

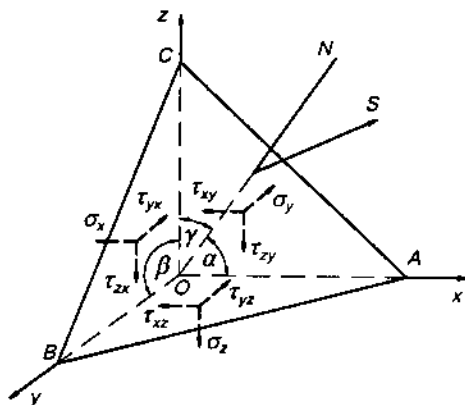
Qua O dựng một mặt phẳng nghiêng bất kỳ cắt các trục Ox, Oy, Oz tại A, B, C ta sẽ được một khối tứ diện OABC và khi các cạnh của tứ diện tiến tới không thì nó sẽ trở thành điểm O (hình 4.5). Gọi N là pháp tuyến của mặt nghiêng, vị trí của nó được xác định bởi các cosin chỉ phương:

$$\cos \alpha = \cos(N, x) = a_x$$

$$\cos \beta = \cos(N, y) = a_y$$

$$\cos \gamma = \cos(N, z) = a_z$$

Gọi ΔF là diện tích của mặt nghiêng ABC, diện tích các mặt còn lại của khối tứ diện tương ứng với vị trí của chúng sẽ là ΔF_x , ΔF_y và ΔF_z . Giả thiết ứng suất toàn phần trên mặt nghiêng là S trong đó ứng suất pháp là σ_n và ứng suất tiếp là τ . Các thành phần của ứng suất toàn phần S theo phương của các trục tọa độ lần lượt là s_x , s_y và s_z . Khối tứ diện OABC nằm trong trạng thái cân bằng nên nó phải thỏa mãn các điều kiện cân bằng sau đây:



Hình 4.5. Ứng suất trên mặt phẳng nghiêng

$$\begin{aligned}\sum X &= S_x \Delta F - \sigma_x \Delta F_x - \tau_{xy} \Delta F_y - \tau_{xz} \Delta F_z = 0 \\ \sum Y &= S_y \Delta F - \tau_{yx} \Delta F_x - \sigma_y \Delta F_y - \tau_{yz} \Delta F_z = 0 \\ \sum Z &= S_z \Delta F - \tau_{zx} \Delta F_x - \tau_{zy} \Delta F_y - \sigma_z \Delta F_z = 0\end{aligned}$$

Vì $\Delta F_x = \Delta F \cdot a_x$; $\Delta F_y = \Delta F \cdot a_y$; $\Delta F_z = \Delta F \cdot a_z$ nên

$$\left. \begin{aligned}S_x &= \sigma_x a_x + \tau_{xy} a_y + \tau_{xz} a_z \\ S_y &= \tau_{yx} a_x + \sigma_y a_y + \tau_{yz} a_z \\ S_z &= \tau_{zx} a_x + \tau_{zy} a_y + \sigma_z a_z\end{aligned} \right\} \quad (4.8)$$

Vậy ứng suất toàn phần:

$$S^2 = S_x^2 + S_y^2 + S_z^2 \quad (4.9)$$

Ứng suất pháp:

$$\sigma_n = S_x a_x + S_y a_y + S_z a_z \quad (4.10)$$

Thay (4.8) vào (4.10) ta được:

$$\sigma_n = \sigma_x a_x^2 + \sigma_y a_y^2 + \sigma_z a_z^2 + 2\tau_{xy} a_x a_y + 2\tau_{yz} a_y a_z + 2\tau_{zx} a_z a_x \quad (4.10a)$$

Ứng suất tiếp:

$$\tau^2 = S^2 - \sigma_n^2 \quad (4.11)$$

Như vậy nếu biết các thành phần ứng suất trên ba mặt vuông góc với nhau vẽ qua một điểm ta có thể tính được ứng suất trên một mặt nghiêng bất kỳ vẽ qua điểm đó, nói cách khác trạng thái ứng suất tại điểm đó là hoàn toàn xác định.

4.4. ỨNG SUẤT CHÍNH

Hãy đặt một vectơ r lên phương pháp tuyến N của một mặt nghiêng bất kỳ nào đó, độ lớn của vectơ thoả mãn điều kiện :

$$r = \frac{A}{\sqrt{|\sigma_n|}}$$

như vậy có nghĩa là $\sigma_n = \pm \frac{A^2}{r^2}$ trong đó A là một hằng số bất kỳ. Các toạ độ của đầu mút vectơ là :

$$x = r \cdot a_x ; y = r \cdot a_y ; z = r \cdot a_z$$

suy ra

$$a_x = \frac{x}{r} ; a_y = \frac{y}{r} ; a_z = \frac{z}{r}$$

Thay các giá trị trên của a_x, a_y, a_z và $\sigma_n = \frac{A^2}{r^2}$ vào (4.10a) ta được:

$$A^2 = \sigma_x x^2 + \sigma_y y^2 + \sigma_z z^2 + 2\tau_{xy} xy + 2\tau_{yz} yz + 2\tau_{zx} zx \quad (4.12)$$

Đây là phương trình của một mặt bậc hai mà tâm điểm của nó trùng với gốc toạ độ (phương trình không chứa các số hạng bậc nhất của x, y, z).

Khi vị trí của mặt nghiêng thay đổi thì phương và toạ độ x, y, z của vectơ r cũng thay đổi theo, nhưng đầu mút của vectơ luôn luôn nằm trên mặt được xác định bởi phương trình (4.12). Xét về ý nghĩa hình học thì rõ ràng trạng thái ứng suất tại một điểm được hoàn toàn xác định bởi mặt này gọi là mặt elip ứng suất của Cauchy.

Khi xoay hệ toạ độ đi bất kỳ thì bản thân mặt elip không có gì thay đổi mà chỉ có các hệ số của phương trình là thay đổi, nói cách khác là độ lớn của các thành phần ứng suất trên các mặt toạ độ thay đổi. Theo hình học giải tích thì nếu một mặt bậc hai có tâm điểm trùng với gốc toạ độ và các trục của nó song song với các trục toạ độ thì hệ số của các số hạng tích bằng 0. Vận dụng điều này vào (4.12) cho thấy qua một điểm nằm trong trạng thái ứng suất bao giờ ta cũng có thể tìm được ba mặt phẳng vuông góc với nhau mà trên đó chỉ có ứng suất pháp và không có ứng suất tiếp tác dụng. Chúng được gọi là các ứng suất chính, phương tác dụng của ứng suất chính gọi là phương chính. Các trục toạ độ song song với phương chính gọi là các trục chính. Các mặt trên đó ứng suất chính tác dụng gọi là mặt chính. Nếu ta chọn hệ toạ độ là hệ trục chính thì trên các mặt toạ độ (mặt chính) chỉ có ba ứng suất chính tác dụng. Vì vậy trạng thái ứng suất tại một điểm là hoàn toàn xác định nếu ta biết phương và độ lớn của ba ứng suất chính. Thay vì x, y, z ta ký hiệu các trục chính là 1, 2, 3 và tương ứng có các ứng suất chính $\sigma_1; \sigma_2; \sigma_3$.

Nếu trạng thái ứng suất tại một điểm được xác định bởi các ứng suất chính thì dựa vào các biểu thức từ (4.8) đến (4.11) ta có thể tính được ứng suất trên một mặt nghiêng bất kỳ, cụ thể là:

$$S_1 = \sigma_1 a_1; S_2 = \sigma_2 a_2; S_3 = \sigma_3 a_3 \quad (4.13)$$

$$S^2 = \sigma_1^2 a_1^2 + \sigma_2^2 a_2^2 + \sigma_3^2 a_3^2 \quad (4.14)$$

$$\sigma_n = \sigma_1 a_1^2 + \sigma_2 a_2^2 + \sigma_3 a_3^2 \quad (4.15)$$

$$\tau^2 = \sigma_1^2 a_1^2 + \sigma_2^2 a_2^2 + \sigma_3^2 a_3^2 - (\sigma_1 a_1^2 + \sigma_2 a_2^2 + \sigma_3 a_3^2)^2 \quad (4.16)$$

4.5. TENXƠ ỨNG SUẤT VÀ CÁC BẤT BIẾN CỦA NÓ

Đối với đại lượng vô hướng (ví dụ nhiệt độ trong một vật thể) thì mỗi điểm trong không gian được mô tả bằng một số, đối với đại lượng vectơ (ví dụ lực tác dụng lên một vật thể) thì mỗi điểm trong không gian được mô tả bằng ba số, còn đối với trạng thái ứng suất tại một điểm thì mỗi điểm trong không gian được mô tả bằng 9 số, đó là một ten xơ. Vậy trạng thái ứng suất tại một điểm được mô tả bằng một Tenxơ ứng suất:

$$T_{\sigma} = \sigma_{ij} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{pmatrix} \quad (4.17)$$

(i,j = x,y,z)

Chín thành phần ứng suất trong (4.17) gọi là các thành phần của Tenxơ ứng suất. Do các thành phần ứng suất tiếp bằng nhau từng đôi một nên đây là một Tenxơ đối xứng bậc hai.

$$T_{\sigma} = \sigma_{ij} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \bullet & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \bullet & \bullet & \sigma_{zz} \end{pmatrix} \quad (4.17a)$$

(i,j = x,y,z ; $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$)

Nếu biểu diễn bằng các ứng suất chính thì:

$$T_{\sigma} = \sigma_{ij} = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & 0 & 0 \\ \bullet & \sigma_{22} & 0 \\ \bullet & \bullet & \sigma_{33} \end{pmatrix} \quad (4.17b)$$

(i,j = 1,2,3)

Nếu cho biết trạng thái ứng suất tại một điểm trong hệ trục bất kỳ, hãy xác định độ lớn và phương của ứng suất chính. Giả sử có một mặt nghiêng chưa biết trên đó chỉ có ứng suất pháp σ tác dụng, vậy mặt đó là mặt chính. Đối với hệ trục đã cho vị trí của mặt nghiêng đó được xác định bởi các cosin chỉ phương a_x, a_y, a_z . Vậy các thành phần ứng suất theo phương của các trục toạ độ sẽ là $\sigma a_x; \sigma a_y; \sigma a_z$.

Thay vào (4.8) ta có:

$$\sigma a_x = \sigma_x a_x + \tau_{xy} a_y + \tau_{xz} a_z$$

$$\sigma a_y = \tau_{yx} a_x + \sigma_y a_y + \tau_{yz} a_z$$

$$\sigma a_z = \tau_{zx} a_x + \tau_{zy} a_y + \sigma_z a_z$$

$$\text{Vậy: } \left. \begin{aligned} (\sigma_x - \sigma) a_x + \tau_{xy} a_y + \tau_{xz} a_z &= 0 \\ \tau_{yx} a_x + (\sigma_y - \sigma) a_y + \tau_{yz} a_z &= 0 \\ \tau_{zx} a_x + \tau_{zy} a_y + (\sigma_z - \sigma) a_z &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (4.18)$$

Đây là một hệ phương trình tuyến tính thuần nhất (các số hạng tự do bằng không). Vì a_x, a_y, a_z không thể đồng thời bằng 0 nên định thức của hệ phương trình này phải bằng 0, có nghĩa là:

$$\begin{vmatrix} (\sigma_x - \sigma) & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & (\sigma_y - \sigma) & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & (\sigma_z - \sigma) \end{vmatrix} = 0 \quad (4.19)$$

Khai triển định thức trên ta sẽ được một phương trình bậc ba đối với σ :

$$\sigma^3 - \sigma^2(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) - \sigma(-\sigma_x\sigma_y - \sigma_y\sigma_z - \sigma_z\sigma_x + \tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2) - (\sigma_x\sigma_y\sigma_z + 2\tau_{xy}\tau_{yz}\tau_{zx} - \sigma_x\tau_{yz}^2 - \sigma_y\tau_{zx}^2 - \sigma_z\tau_{xy}^2) = 0 \quad (4.19a)$$

Xét về khía cạnh vật lý đối với bất kỳ một trạng thái ứng suất đã cho bao giờ ta cũng có thể tìm được ba ứng suất chính $\sigma_1; \sigma_2; \sigma_3$, bởi vậy phương trình (4.19a) sẽ luôn luôn có ba nghiệm thực. Kết hợp hệ phương trình tuyến tính (4.18) với điều kiện:

$$a_x^2 + a_y^2 + a_z^2 = 1$$

ta có thể xác định được các cosin chỉ phương.

Khi dẫn giải ra phương trình bậc ba (4.19a) để xác định độ lớn của các ứng suất chính ta chọn hệ toạ độ bất kỳ. Đối với một trạng thái ứng suất nhất định mỗi ứng suất chính chỉ có một trị số duy nhất. Từ đây ta suy ra các hệ số của phương trình bậc ba (4.19a) có giá trị không đổi không phụ thuộc vào việc chọn hệ toạ độ, nói cách khác các hệ số này là bất biến khi thay đổi hệ toạ độ. Mặt khác ta nhận thấy các hệ số này đều do các thành phần của Tenxơ ứng suất tổ hợp lại nên chúng đồng thời cũng là những bất biến của Tenxơ ứng suất khi thay đổi hệ toạ độ. Có ba bất biến của Tenxơ ứng suất.

- Bất biến thứ nhất I_1 là bất biến bậc nhất

$$I_1 = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z = \text{const} \quad (4.20)$$

- Bất biến thứ hai I_2 là bất biến bậc hai

$$I_2 = -(\sigma_x\sigma_y + \sigma_y\sigma_z + \sigma_z\sigma_x) + \tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2 = \text{const} \quad (4.21)$$

- Bất biến thứ ba I_3 là bất biến bậc ba

$$I_3 = \sigma_x\sigma_y\sigma_z + 2\tau_{xy}\tau_{yz}\tau_{zx} - \sigma_x\tau_{yz}^2 - \sigma_y\tau_{zx}^2 - \sigma_z\tau_{xy}^2 = \text{const} \quad (4.22)$$

hoặc có thể viết dưới dạng định thức:

$$I_3 = \begin{vmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{vmatrix} \quad (4.22a)$$

Còn bất biến thứ hai là tổng của các định thức con khi ta tách định thức mẹ theo đường chéo chính:

$$-I_2 = \begin{vmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} \\ \tau_{yx} & \sigma_y \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \sigma_x & \tau_{xz} \\ \tau_{zx} & \sigma_z \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zy} & \sigma_z \end{vmatrix} \quad (4.21a)$$

Các bất biến của Tenxơ ứng suất có ý nghĩa rất lớn bởi vì chúng thể hiện tính qui luật của trạng thái ứng suất không phụ thuộc vào việc chọn hệ toạ độ. Dựa vào các bất biến của Tenxơ ứng suất ta có thể biết được hai Tenxơ ứng suất đã cho là hai trạng thái ứng suất khác nhau hay chỉ là cùng biểu diễn một trạng thái ứng suất ở trong hai hệ toạ độ khác nhau. Phương trình (4.19a) có thể viết dưới dạng sau đây:

$$\sigma^3 - I_1 \sigma^2 - I_2 \sigma - I_3 = 0 \quad (4.19b)$$

4.6. ELIPSOID ỨNG SUẤT

Các thành phần ứng suất trên mặt phẳng nghiêng biểu diễn trong hệ trục chính đã được nói tới trong biểu thức (4.13):

$$S_1 = \sigma_1 a_1; S_2 = \sigma_2 a_2; S_3 = \sigma_3 a_3$$

Vì vậy:
$$a_1 = \frac{S_1}{\sigma_1}; a_2 = \frac{S_2}{\sigma_2}; a_3 = \frac{S_3}{\sigma_3}$$

thay vào điều kiện : $a_x^2 + a_y^2 + a_z^2 = 1$ ta có:

$$\frac{S_1^2}{\sigma_1^2} + \frac{S_2^2}{\sigma_2^2} + \frac{S_3^2}{\sigma_3^2} = 1 \quad (4.23)$$

Đây là phương trình của một elipsoid ba trục trong đó các bán trục của nó là các ứng suất chính tại điểm đã cho. Toạ độ của một điểm trên bề mặt của elipsoid chính là hình chiếu của ứng suất toàn phần S tác dụng trên một mặt nghiêng nào đó. Bởi vậy vectơ nối từ tâm điểm đến một điểm trên bề mặt của elipsoid chính là ứng suất toàn phần S trên mặt nghiêng nào đó. Ta gọi elipsoid này là elipsoid ứng suất, nó nói lên ý nghĩa hình học của Tenxơ ứng suất. Dựa vào elipsoid ứng suất ta nhận thấy ứng suất toàn phần S trên một mặt nghiêng bất kỳ vẽ qua điểm đã cho xét về trị số tuyệt đối luôn luôn nhỏ hơn ứng suất chính lớn nhất và lớn hơn ứng suất chính nhỏ nhất.

Nếu hai trong ba ứng suất chính có độ lớn bằng nhau thì ta có một elipsoid tròn xoay. Nếu tất cả ba ứng suất chính có độ lớn và dấu bằng nhau thì elipsoid sẽ trở thành hình cầu và bất cứ ba trục nào vuông góc với nhau đều là trục chính, trên tất cả mọi mặt nghiêng so với trục toạ độ đều xuất hiện ứng suất pháp có độ lớn bằng nhau. Nói một cách khác điểm đã cho nằm trong trạng thái kéo hoặc nén đều mọi phía. Tenxơ ứng suất trong trường hợp này được biểu diễn như sau:

$$T_{\sigma}^0 = \begin{pmatrix} \sigma & 0 & 0 \\ 0 & \sigma & 0 \\ 0 & 0 & \sigma \end{pmatrix} \quad (4.24)$$

Tenxơ này gọi là Tenxơ cầu, nó hoàn toàn bất biến đối với việc chọn hệ toạ độ.

Nếu một trong ba ứng suất chính bằng 0 thì elipsoid sẽ trở thành một elip và trạng thái ứng suất khối sẽ trở thành trạng thái ứng suất phẳng. Nếu hai trong ba ứng suất chính bằng 0 thì elipsoid sẽ trở thành một đường thẳng và ta có trạng thái ứng suất đơn.

4.7. ỨNG SUẤT TIẾP CHÍNH

Vấn đề ở đây là xác định xem qua một điểm trong trạng thái ứng suất những mặt nào mà trên đó ứng suất tiếp đạt cực trị. Theo (4.16):

$$\tau^2 = \sigma_1^2 a_1^2 + \sigma_2^2 a_2^2 + \sigma_3^2 a_3^2 - (\sigma_1 a_1^2 + \sigma_2 a_2^2 + \sigma_3 a_3^2)^2$$

$$\text{trong đó:} \quad a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 = 1 \quad (a)$$

$$\text{vậy:} \quad a_3^2 = 1 - a_1^2 - a_2^2$$

Thay vào (4.16) ta được:

$$\tau^2 = \sigma_1^2 a_1^2 + \sigma_2^2 a_2^2 + \sigma_3^2 (1 - a_1^2 - a_2^2) - [\sigma_1 a_1^2 + \sigma_2 a_2^2 + \sigma_3 (1 - a_1^2 - a_2^2)]^2$$

Để tìm cực trị ta lấy đạo hàm theo a_1 và cho nó bằng 0

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\tau^2)}{\partial a_1} &= 2\sigma_1^2 a_1 - 2\sigma_3^2 a_1 - 2[\sigma_1 a_1^2 + \sigma_2 a_2^2 + \sigma_3 (1 - a_1^2 - a_2^2)](2\sigma_1 a_1 - 2\sigma_3 a_1) = 0 \\ &= 2a_1(\sigma_1 - \sigma_3) \left\{ (\sigma_1 + \sigma_3) - 2[\sigma_1 a_1^2 + \sigma_2 a_2^2 + \sigma_3 (1 - a_1^2 - a_2^2)] \right\} = 0 \end{aligned}$$

Đơn giản cho $2(\sigma_1 - \sigma_3)$ ta được:

$$a_1(\sigma_1 + \sigma_3 - 2\sigma_1 a_1^2 - 2\sigma_2 a_2^2 - 2\sigma_3 + 2\sigma_3 a_1^2 + 2\sigma_3 a_2^2) = 0$$

Sau khi rút gọn và đổi dấu ta thu được phương trình dưới đây:

$$a_1 \left[(\sigma_1 - \sigma_3) a_1^2 + (\sigma_2 - \sigma_3) a_2^2 - \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) \right] = 0 \quad (b)$$

Nếu ta lấy đạo hàm theo a_2 và cho nó bằng 0 thì cũng sẽ thu được một phương trình tương tự như (b):

$$a_2 \left[(\sigma_1 - \sigma_3) a_1^2 + (\sigma_2 - \sigma_3) a_2^2 - \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) \right] = 0 \quad (c)$$

Một nghiệm của hai phương trình (b) và (c) sẽ là:

$$a_1 = 0 \text{ và } a_2 = 0$$

Thay vào điều kiện (a) ta sẽ được nghiệm thứ ba $a_3 = \pm 1$.

Như vậy nhóm nghiệm thứ nhất sẽ là:

$$a_1 = 0 ; a_2 = 0 ; a_3 = \pm 1$$

Thay $a_1 = 0$ vào phương trình (c) và giải ra ta được $a_2 = \pm \sqrt{\frac{1}{2}}$ và lại thế a_1, a_2 vào điều kiện (a) ta tìm được $a_3 = \pm \sqrt{\frac{1}{2}}$.

Như vậy nhóm nghiệm thứ hai sẽ là:

$$a_1 = 0 ; a_2 = \pm \sqrt{\frac{1}{2}} ; a_3 = \pm \sqrt{\frac{1}{2}}$$

Thay $a_2 = 0$ vào phương trình (b) và giải ra ta được $a_1 = \pm \sqrt{\frac{1}{2}}$ và lại thế vào điều kiện (a) ta tìm được $a_3 = \pm \sqrt{\frac{1}{2}}$. Vậy nhóm nghiệm thứ ba sẽ là:

$$a_1 = \pm \sqrt{\frac{1}{2}} ; a_2 = 0 ; a_3 = \pm \sqrt{\frac{1}{2}}$$

Nếu từ điều kiện (a) ta rút ra a_1^2 hoặc a_2^2 rồi với cách làm tương tự như trên để tìm cực trị thì cuối cùng ta sẽ tìm được tất cả sáu nhóm nghiệm của các cosin chỉ phương mà ứng với chúng ứng suất tiếp cực trị:

Bảng 4.1. Các nhóm nghiệm của các cosin chỉ phương

cosin chỉ phương	1	2	3	4	5	6
a_1	0	0	± 1	0	$\pm \sqrt{\frac{1}{2}}$	$\pm \sqrt{\frac{1}{2}}$
a_2	0	± 1	0	$\pm \sqrt{\frac{1}{2}}$	0	$\pm \sqrt{\frac{1}{2}}$
a_3	± 1	0	0	$\pm \sqrt{\frac{1}{2}}$	$\pm \sqrt{\frac{1}{2}}$	0

(4.25)

Ba nhóm đầu xác định các mặt toạ độ, ngay từ đầu ta đã chọn hệ trục chính nên chúng là những mặt chính, bởi vậy ứng suất tiếp trên đó bằng 0. Ba nhóm sau xác định những

mặt mà trên đó ứng suất tiếp đạt cực trị (có trị số tuyệt đối lớn nhất bởi vì ta lấy đạo hàm của τ^2). Ba nhóm sau mô tả những mặt phẳng có đặc điểm là song song với một trục toạ độ và hợp với hai trục kia một góc 45° . Vì các cosin chỉ phương mang dấu $\pm$ nên mỗi nhóm nghiệm trong ba nhóm cuối xác định bốn mặt phẳng, như vậy tổng cộng sẽ có 12 mặt phẳng mà trên đó ứng suất tiếp đạt cực trị.

Để xác định độ lớn của các ứng suất tiếp cực trị ta chỉ việc thay các giá trị của từng nhóm cosin chỉ phương vào (4.16) lần lượt nhận được :

$$\left. \begin{aligned} \tau_{12} &= \pm \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}; \left(a_1 = \pm \sqrt{\frac{1}{2}}; a_2 = \pm \sqrt{\frac{1}{2}}; a_3 = 0 \right) \\ \tau_{23} &= \pm \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{2}; \left(a_1 = 0; a_2 = \pm \sqrt{\frac{1}{2}}; a_3 = \pm \sqrt{\frac{1}{2}} \right) \\ \tau_{31} &= \pm \frac{\sigma_3 - \sigma_1}{2}; \left(a_1 = \pm \sqrt{\frac{1}{2}}; a_2 = 0; a_3 = \pm \sqrt{\frac{1}{2}} \right) \end{aligned} \right\} \quad (4.26)$$

Những ứng suất tiếp này được gọi là ứng suất tiếp chính, các chỉ số của chúng cho biết ứng suất tiếp chính đó bằng nửa hiệu của các ứng suất chính nào và mặt tác dụng của nó hợp với những trục chính nào một góc 45° . Vậy ứng suất tiếp chính bằng nửa hiệu của các ứng suất chính tương ứng. Ứng suất tiếp chính có trị số tuyệt đối lớn nhất bằng nửa hiệu của các ứng suất chính lớn nhất và nhỏ nhất về mặt đại số. Giả thiết $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ thì $\tau_{13} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$ sẽ là ứng suất tiếp chính có trị số tuyệt đối lớn nhất.

Đối với trường hợp Tenxơ cầu cả ba ứng suất đều bằng nhau nên ứng suất tiếp chính bằng 0.

Từ (4.26) ta nhận thấy tổng của ba ứng suất tiếp chính bằng 0, tức là:

$$\tau_{12} + \tau_{23} + \tau_{31} = 0 \quad (4.27)$$

Để xác định các trị số của ứng suất pháp trên những mặt ứng suất tiếp chính ta thay các cosin chỉ phương trong (4.25) vào (4.15).

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{12} &= \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} \\ \sigma_{23} &= \frac{\sigma_2 + \sigma_3}{2} \\ \sigma_{31} &= \frac{\sigma_3 + \sigma_1}{2} \end{aligned} \right\} \quad (4.28)$$

Ứng suất pháp trên mặt có ứng suất tiếp chính bằng nửa tổng của các ứng suất chính tương ứng.

Từ biểu thức (4.26) ta nhận thấy nếu các ứng suất chính cùng tăng thêm hoặc cùng giảm bớt một độ lớn nào đó thì trị số của ứng suất tiếp chính không thay đổi, điều đó có nghĩa là nếu ta đặt vào trạng thái ứng suất đã cho một Tenxơ cầu kéo hoặc nén thì độ lớn của các ứng suất tiếp sẽ không đổi. Bởi vậy một Tenxơ ứng suất bao giờ cũng có thể coi là tổng của hai ten xơ, đó là Tenxơ cầu và Tenxơ lệch. Tenxơ cầu được tạo bởi ứng suất trung bình σ_m .

$$T_{\sigma}^0 = \begin{pmatrix} \sigma_m & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_m & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_m \end{pmatrix} \quad (4.29)$$

trong đó,
$$\sigma_m = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} = \frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{3} \quad (4.30)$$

Tenxơ lệch:

$$\begin{aligned} D_{\sigma} &= T_{\sigma} - T_{\sigma}^0 \\ &= \begin{pmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \sigma_m & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_m & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_m \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} (\sigma_x - \sigma_m) & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & (\sigma_y - \sigma_m) & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & (\sigma_z - \sigma_m) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (4.31)$$

hoặc
$$T_{\sigma} = T_{\sigma}^0 + D_{\sigma} \quad (4.32)$$

Ta cũng có thể viết dưới dạng ngắn gọn như sau:

$$\sigma_{ij} = \frac{1}{3} \delta_{ij} \sigma_{kk} + \sigma'_{ij} \quad (4.32a)$$

trong đó, $\delta_{ij} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ gọi là Tenxơ đơn vị hay tenxơ Cronecker

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 \text{ nê'u } i = j \\ 0 \text{ nê'u } i \neq j \end{cases}$$

$$\sigma_m = \frac{1}{3} \sigma_{kk} \quad (k = 1, 2, 3) \quad (4.30a)$$

Tenxơ cầu: $\delta_{ij}\sigma_m = \delta_{ij} \cdot \frac{1}{3}\sigma_{kk}$ (4.29a)

Tenxơ lệch:

$$\sigma'_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{1}{3}\sigma_{kk}\delta_{ij} \quad (4.31a)$$

Tenxơ cầu ứng suất (còn gọi là trạng thái ứng suất thuỷ tĩnh) không làm thay đổi hình dạng vật thể mà chỉ làm thay đổi thể tích khi biến dạng đàn hồi. Ngược lại Tenxơ lệch ứng suất sẽ quyết định sự thay đổi hình dạng của vật thể.

Từ (4.31) ta nhận thấy tổng các thành phần nằm trên đường chéo chính của Tenxơ lệch ứng suất bằng 0, tức là bất biến thứ nhất bằng 0.

$$J_1 = (\sigma_x - \sigma_m) + (\sigma_y - \sigma_m) + (\sigma_z - \sigma_m) = 0 \quad (4.33)$$

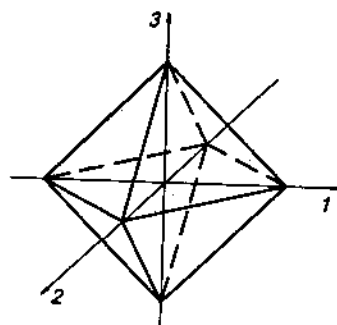
4.8. ỨNG SUẤT TRÊN KHỐI TÁM MẶT

Ta hãy xác định độ lớn của ứng suất trên những mặt nghiêng đều với ba trục chính. Trường hợp này có nghĩa là:

$$a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 = 3a^2 = 1$$

$$\text{Rút ra } a = \pm \frac{1}{\sqrt{3}} \quad (4.34)$$

Cả thảy có tám mặt như vậy, chúng tạo nên một khối tám mặt, bởi vậy ứng suất tác dụng trên bề mặt của khối tám mặt gọi là ứng suất trên khối tám mặt.



Hình 4.6. Khối 8 mặt

Thay (4.34) vào (4.15) ta được ứng suất pháp trên khối tám mặt:

$$\sigma_0 = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} = \sigma_m \quad (4.35)$$

Thay (4.34) vào (4.16) ta sẽ được ứng suất tiếp trên khối tám mặt:

$$\tau_0^2 = \frac{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2}{3} - \frac{(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)^2}{9}$$

Sau khi rút gọn ta nhận được:

$$\tau_0^2 = \frac{2}{9}(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_2 - \sigma_2\sigma_3 - \sigma_3\sigma_1) \quad (4.36)$$

$$\text{Rút ra:} \quad \tau_0 = \pm \frac{1}{3} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} \quad (4.37)$$

Ta hãy lấy bình phương của bất biến thứ nhất của Tenxơ ứng suất biểu diễn trong hệ trục chính (4.20)

$$\begin{aligned} I_1^2 &= (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)^2 \\ &= \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 + 2\sigma_1\sigma_2 + 2\sigma_2\sigma_3 + 2\sigma_3\sigma_1 \end{aligned} \quad (4.38)$$

và để ý đến bất biến thứ hai cũng biểu diễn trong hệ trục chính (4.21):

$$I_2 = -\sigma_1\sigma_2 - \sigma_2\sigma_3 - \sigma_3\sigma_1$$

So sánh (4.38) và (4.21) với (4.36) dễ dàng nhận thấy:

$$\tau_0^2 = \frac{2}{9} (I_1^2 + 3I_2) \quad (4.36a)$$

Qua đây cũng có thể biểu diễn ứng suất tiếp trên khối tám mặt bằng các thành phần của Tenxơ ứng suất viết trong hệ tọa độ bất kỳ:

$$\tau_0^2 = \frac{2}{9} \left[(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)^2 - 3(\sigma_x\sigma_y + \sigma_y\sigma_z + \sigma_z\sigma_x - \tau_{xy}^2 - \tau_{yz}^2 - \tau_{zx}^2) \right]$$

Sau khi biến đổi và rút gọn ta được:

$$\tau_0 = \pm \frac{1}{3} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)} \quad (4.37a)$$

Dựa vào (4.21) và (4.31) ta có thể viết ra bất biến thứ hai của Tenxơ lệch ứng suất:

$$J_2 = -\left[(\sigma_x - \sigma_m)(\sigma_y - \sigma_m) + (\sigma_y - \sigma_m)(\sigma_z - \sigma_m) + (\sigma_z - \sigma_m)(\sigma_x - \sigma_m) \right] + \tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2$$

Thay trị số của σ_m trong (4.30) vào phương trình trên:

$$\begin{aligned} J_2 &= \frac{1}{6} \left[(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2) \right] \\ &= \frac{1}{6} \left[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \right] \end{aligned} \quad (4.39)$$

So sánh (4.37) với (4.39) dễ dàng nhận thấy:

$$\tau_0^2 = \frac{2}{3} J_2 \quad (4.36b)$$

$$\tau_0 = \pm \sqrt{\frac{2}{3} J_2} \quad (4.37b)$$

So sánh (4.36a) với (4.36b) ta rút ra:

$$J_2 = \frac{1}{3}(I_1^2 + 3I_2) \quad (4.39a)$$

Khi xem xét điều kiện dẻo của kim loại, bất biến thứ hai của Tenxơ lệch ứng suất có một ý nghĩa lớn. Ta sẽ trở lại vấn đề này trong chương 7.

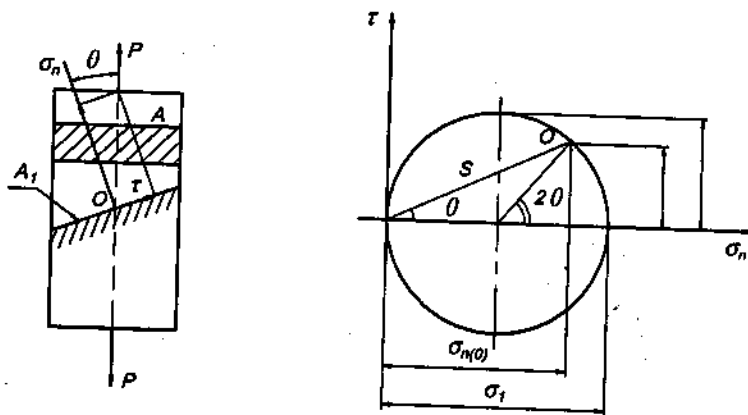
Tổng kết lại qua một điểm trong trạng thái ứng suất có tất cả 23 mặt đặc biệt đặc trưng cho trạng thái ứng suất tại điểm đó, cụ thể là:

- Ba mặt chính, trên đó chỉ có ứng suất pháp mà không có ứng suất tiếp
- Mười hai mặt ứng suất tiếp chính
- Tám mặt nghiêng đều với các trục chính mà trên đó ứng suất pháp bằng ứng suất trung bình và ứng suất tiếp $\tau_0 = \pm \sqrt{\frac{2}{3}} J_2$.

4.9. VÒNG TRÒN MOHR ỨNG SUẤT

Như trên đã trình bày trạng thái ứng suất tại một điểm được xác định bởi Tenxơ ứng suất. Biết Tenxơ ứng suất tại một điểm ta có thể tính được ứng suất pháp σ_n và ứng suất tiếp τ trên bất kỳ mặt phẳng nghiêng nào vẽ qua điểm đó bằng phương pháp giải tích (các công thức tính σ_n và tính τ). Song cũng có thể xác định được σ_n và τ bằng phương pháp hình học, bằng cách vẽ vòng tròn Mohr ứng suất. Vòng tròn Mohr biểu diễn bằng hình học tổ hợp các vectơ ứng suất pháp và ứng suất tiếp tác dụng trên những mặt nghiêng khác nhau vẽ qua điểm đã cho trong hệ trục σ_n và τ .

Ta hãy lấy một ví dụ đơn giản là vẽ vòng tròn Mohr khi kéo đơn (hình 4.7).



Hình 4.7. Vòng tròn Mohr ứng suất khi kéo đơn

$$\left(\sigma_n - \frac{\sigma_1}{2} \right)^2 = \left(\frac{\sigma_1}{2} \right)^2 \cos^2 2\theta$$

Suy ra:
$$\sigma_n = \frac{P_{\perp}}{A_1} = \frac{P}{A} \cos^2 \theta$$

$$\sigma_n = \sigma_1 \frac{1 + \cos 2\theta}{2} = \frac{\sigma_1}{2} + \frac{\sigma_1}{2} \cos 2\theta$$

Và
$$\tau^2 = \left(\frac{\sigma_1}{2} \right)^2 \sin^2 2\theta$$

Suy ra:
$$\tau = \frac{P_{//}}{A_1} = \frac{P}{A} \sin \theta \cos \theta = \frac{\sigma_1}{2} \sin 2\theta$$

Qua những biến đổi đơn giản cuối cùng ta được:

$$\left(\sigma_n - \frac{\sigma_1}{2} \right)^2 + \tau^2 = \left(\frac{\sigma_1}{2} \right)^2$$

Trong hệ tọa độ lấy σ_n làm trục hoành và τ làm trục tung phương trình vừa thu được là phương trình của một đường tròn mà tâm của nó nằm trên trục hoành và cách gốc tọa độ một đoạn bằng $\frac{\sigma_1}{2}$, bán kính của nó bằng $\frac{\sigma_1}{2}$.

Điểm 0 nằm trên vòng tròn, tọa độ của nó là $(\sigma_{n(0)}, \tau_{(0)})$. Đoạn thẳng nối từ gốc tọa độ đến điểm 0 chính là độ lớn của ứng suất toàn phần S trên mặt phẳng nghiêng vẽ qua 0 và hợp với trục σ_n một góc θ . Bây giờ ta xét đến trường hợp chung.

Biết ứng suất pháp trên mặt phẳng nghiêng được xác định bằng biểu thức:

$$\sigma_n = \sigma_1 a_1^2 + \sigma_2 a_2^2 + \sigma_3 a_3^2 \quad (4.40)$$

ứng suất toàn phần S trên mặt phẳng nghiêng được xác định bằng biểu thức:

$$S^2 = \sigma_n^2 + \tau^2 = \sigma_1^2 a_1^2 + \sigma_2^2 a_2^2 + \sigma_3^2 a_3^2 \quad (4.41)$$

Ngoài ra ta còn biết:

$$1 = a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 \quad (*)$$

Nhân hai vế của phương trình (4.40) với $(\sigma_2 + \sigma_3)$ rồi lấy (4.41) trừ đi kết quả vừa thu được sau đó cộng chúng với phương trình (*) sau khi đã nhân hai vế của nó với $\sigma_2 \sigma_3$ ta được:

$$\begin{aligned} \sigma_n^2 + \tau^2 - \sigma_n(\sigma_2 + \sigma_3) + \sigma_2 \sigma_3 &= \sigma_1^2 a_1^2 + \sigma_2^2 a_2^2 + \sigma_3^2 a_3^2 - (\sigma_2 + \sigma_3)(\sigma_1 a_1^2 + \sigma_2 a_2^2 + \sigma_3 a_3^2) \\ &\quad + \sigma_2 \sigma_3 (a_1^2 + a_2^2 + a_3^2) \end{aligned} \quad (a)$$

Cộng hai vế của phương trình (a) với $\left(\frac{\sigma_2 + \sigma_3}{2}\right)^2$

Sau khi biến đổi và rút gọn ta được:

$$\left(\sigma_n - \frac{\sigma_2 + \sigma_3}{2}\right)^2 + \tau^2 = \left(\frac{\sigma_2 - \sigma_3}{2}\right)^2 + a_1^2(\sigma_1 - \sigma_3)(\sigma_1 - \sigma_2) \quad (4.42a)$$

Cũng bằng phương pháp như vậy ta còn thu được hai phương trình nữa:

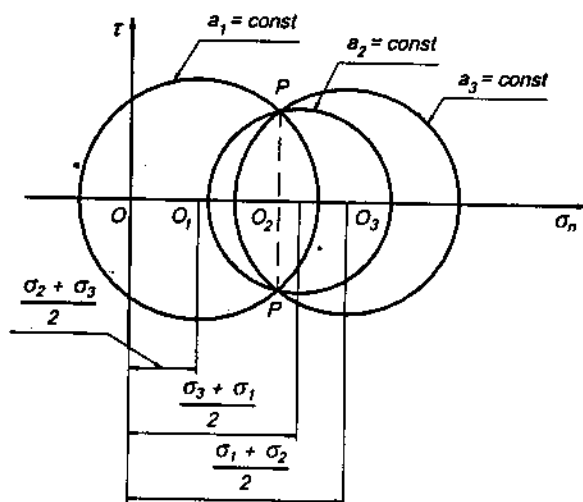
$$\left(\sigma_n - \frac{\sigma_3 + \sigma_1}{2}\right)^2 + \tau^2 = \left(\frac{\sigma_3 - \sigma_1}{2}\right)^2 + a_2^2(\sigma_2 - \sigma_3)(\sigma_2 - \sigma_1) \quad (4.42b)$$

$$\left(\sigma_n - \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2}\right)^2 + \tau^2 = \left(\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}\right)^2 + a_3^2(\sigma_3 - \sigma_2)(\sigma_3 - \sigma_1) \quad (4.42c)$$

Trong hệ toạ độ σ_n, τ , các phương trình (4.42a,b,c) cũng biểu diễn các vòng tròn mà tâm của chúng nằm trên trục hoành (trục σ_n) và cách gốc toạ độ những khoảng cách tương ứng bằng:

$$\frac{\sigma_2 + \sigma_3}{2}, \frac{\sigma_3 + \sigma_1}{2}, \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2}$$

Vế phải của các phương trình (4.42) là bình phương của bán kính R của các vòng tròn trong đó các thông số a_1, a_2, a_3 thay đổi vì thế mỗi phương trình (4.42) là phương trình của một nhóm những vòng tròn đồng tâm. Mỗi đường tròn biểu diễn vị trí hình học của những điểm (σ_n, τ) ứng với trị số đã cho nào đó của cosin chỉ phương a_1 hoặc a_2 hoặc a_3 . Song các trị số của cosin chỉ phương a_1, a_2, a_3 không thể tùy ý, chúng bị ràng buộc bởi điều kiện (*). Vì vậy mỗi nhóm trị số của cosin chỉ phương đã cho độ lớn của σ_n và τ hoàn toàn xác định bởi điểm P cắt cả ba vòng tròn (hình 4.8).



Hình 4.8. Các trị số của ứng suất pháp và ứng suất tiếp ứng với mỗi nhóm trị số của cosin chỉ phương

Ta hãy xác định độ lớn của các bán kính vòng tròn R_1, R_2 và R_3 khi các cosin chỉ phương bằng 0 (tức góc nghiêng với trục đó bằng 90°).

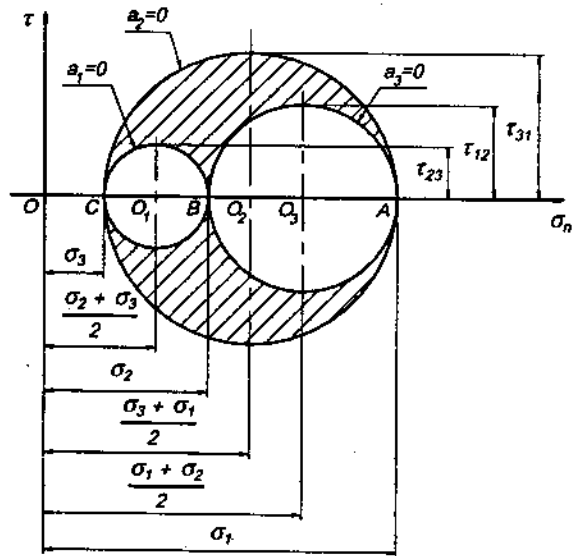
$$R_{1(a_1=0)} = \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{2} \quad (4.43a)$$

$$R_{2(a_1=0)} = \frac{\sigma_3 - \sigma_1}{2} \quad (4.43b)$$

$$R_{3(a_1=0)} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \quad (4.43c)$$

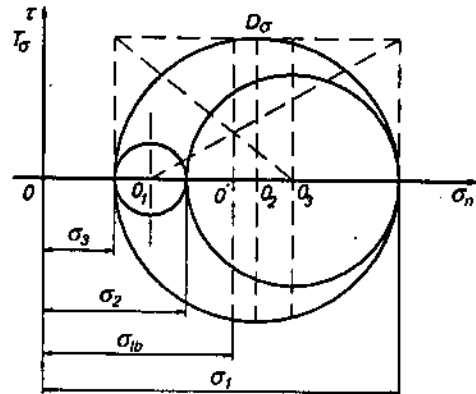
Quy ước $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$

Từ phương trình (4.42a và c) nhận thấy khi tăng các trị số của a_1 và a_3 thì bán kính của các vòng tròn tương ứng cũng tăng. Điều đó chứng tỏ rằng cặp trị số có thể có của σ_n và τ nằm trên đường tròn bán kính $R_{1(a_1=0)}$ và $R_{3(a_3=0)}$ hoặc nằm ngoài chúng chứ không thể nằm bên trong chúng. Ngược lại nếu tăng trị số của a_2 thì bán kính R_2 sẽ giảm bởi $\sigma_2 - \sigma_1 < 0$. Do đó các trị số của σ_n và τ nằm trên hoặc bên trong vòng tròn bán kính $R_{2(a_2=0)}$. Vẽ các vòng tròn có bán kính $R_{1(a_1=0)}, R_{2(a_2=0)}, R_{3(a_3=0)}$ ta được các vòng tròn Mohr (hình 4.9).



Hình 4.9. Vòng tròn Mohr ứng suất cho trạng thái ứng suất khối

Các cặp trị số tương ứng của σ_n và τ nằm trong vùng có gạch được giới hạn bởi các vòng tròn Mohr. Ta còn nhận thấy bán kính các vòng tròn có độ lớn bằng trị số của các ứng suất tiếp chính tương ứng. Dễ dàng nhận thấy khi tăng hoặc giảm các ứng suất chính với cùng một lượng thì bán kính của các vòng tròn chính và khoảng cách giữa các tâm của chúng không thay đổi mà chỉ thay đổi vị trí của trục τ . Nếu trục τ dịch chuyển về bên phải (về phía các vòng tròn) một lượng bằng ứng suất trung bình thì ta sẽ nhận được sự biểu diễn của Tenxơ lệch ứng suất. Trong trường hợp này trục τ luôn luôn cắt các vòng tròn Mohr. Tenxơ cầu ứng suất



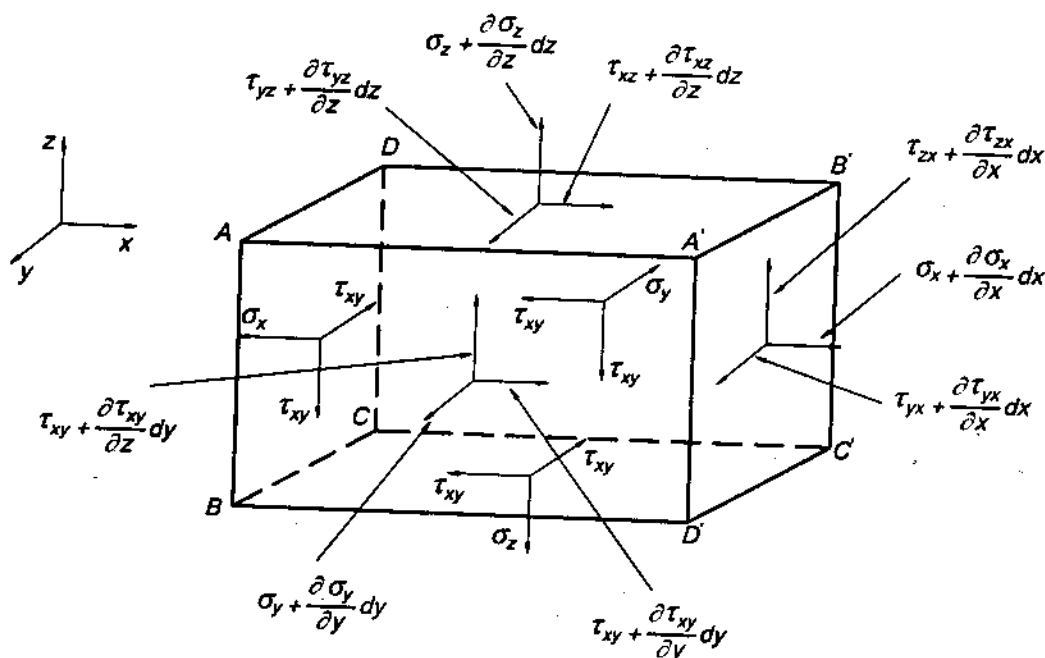
Hình 4.10. Tenxơ cầu và Tenxơ lệch ứng suất biểu diễn bằng vòng tròn Mohr

được biểu diễn bằng vòng tròn có bán kính bằng 0 (điểm 0') cách gốc toạ độ một đoạn bằng ứng suất trung bình (hình 4.10).

4.10. ĐIỀU KIỆN CÂN BẰNG

Nói chung ứng suất bên trong vật thể chịu tải và ở vào trạng thái cân bằng thay đổi liên tục từ điểm này sang điểm khác, nói các khác ứng suất là hàm liên tục của các toạ độ trong vật thể.

Từ vật thể nằm trong trạng thái ứng suất ta lấy ra một phần tử hình hộp trong đó các mặt của nó song song với các mặt toạ độ (hình 4.11). Ta hãy xác định những điều kiện để cho phần tử nằm trong trạng thái cân bằng. Giả sử điểm A của phần tử có toạ độ là x, y, z , điểm A' cách A một khoảng vô cùng nhỏ có toạ độ tương ứng là $x+dx, y+dy, z+dz$. Như vậy các cạnh của hình hộp có kích thước là dx, dy, dz .



Hình 4.11. Phần tử hình hộp trong trạng thái ứng suất

Trạng thái ứng suất tại điểm A được xác định bởi Tenxơ ứng suất $T_{\sigma A}$:

$$T_{\sigma A} = \begin{pmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{pmatrix}$$

Ứng suất tại điểm A' khác với ứng suất tại A một giá trị vô cùng nhỏ. Nếu lược bỏ các số hạng bậc cao thì Tenxơ ứng suất tại điểm A' sẽ là:

$$T_{\sigma A} = \begin{pmatrix} \left(\sigma_x + \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} dx \right) & \left(\tau_{xy} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} dy \right) & \left(\tau_{xz} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} dz \right) \\ \left(\tau_{yx} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} dx \right) & \left(\sigma_y + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} dy \right) & \left(\tau_{yz} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} dz \right) \\ \left(\tau_{zx} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} dx \right) & \left(\tau_{zy} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} dy \right) & \left(\sigma_z + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} dz \right) \end{pmatrix}$$

Lực tác dụng lên các bề mặt của phần tử sẽ bằng ứng suất nhân với diện tích tương ứng của mặt mà nó tác dụng. Điều kiện cân bằng được thiết lập bằng cách chiếu tất cả các lực xuống các trục tọa độ và cho tổng của chúng bằng 0:

$$\sum X = 0$$

$$\begin{aligned} \left(\sigma_x + \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} dx \right) dy dx - \sigma_x dy dx + \left(\tau_{yx} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} dy \right) dz dx - \\ - \tau_{yx} dz dx + \left(\tau_{zx} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} dz \right) dx dy - \tau_{zx} dx dy = 0 \end{aligned}$$

Sau khi rút gọn ta thu được phương trình:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} = 0$$

Làm tương tự như trên theo phương y và phương z ta sẽ nhận được hai phương trình nữa. Kết quả là có ba phương trình vi phân đặc trưng cho điều kiện cân bằng của vật thể trong trạng thái ứng suất khối gọi là các phương trình vi phân cân bằng:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (4.44)$$

Tất cả mọi điểm trong vật thể đều phải thỏa mãn hệ phương trình này. Như trên đã biết ứng suất trong vật thể thay đổi từ điểm này sang điểm khác, trên bề mặt vật thể chúng thỏa mãn điều kiện cân bằng với tải trọng bên ngoài có nghĩa là phải thỏa mãn điều kiện biên. Về điều này ta có thể coi một phần tử vô cùng nhỏ trên bề mặt vật thể như là một khối tứ diện mà mặt nghiêng của nó là một phần nhỏ của bề mặt vật thể, bởi vậy có thể thiết lập điều kiện biên dựa vào biểu thức (4.8).

Ba phương trình vi phân cân bằng (4.44) có thể viết dưới dạng thu gọn:

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_i} = 0 \quad (4.44a)$$

trong đó chọn j theo một phương cố định nào đó và cho i tất cả các khả năng có thể có rồi cộng các số hạng lại với nhau.

Với cách làm tương tự như trên và để ý đến dạng hình học của một phần tử trong hệ tọa độ trụ ta có thể thu được ba phương trình vi phân cân bằng trong hệ tọa độ trụ :

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \sigma_r}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{\rho} &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{\theta z}}{\partial z} + \frac{\tau_{r\theta}}{\rho} &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\tau_{rz}}{\rho} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (4.45)$$

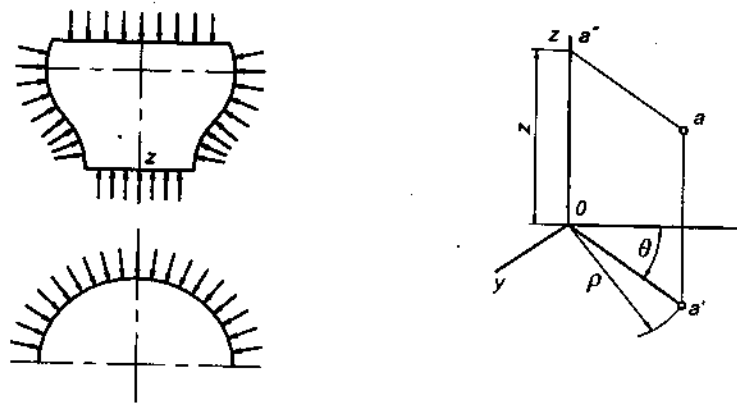
Cũng như vậy các phương trình vi phân cân bằng viết trong hệ tọa độ cầu:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \sigma_r}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho \sin \varphi} \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_{r\varphi}}{\partial \varphi} + \frac{1}{\rho} (2\sigma_r - \sigma_\varphi - \sigma_\theta + \tau_{r\varphi} \cot g \varphi) &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho \sin \varphi} \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_{\theta\varphi}}{\partial \varphi} + \frac{1}{\rho} (3\tau_{r\theta} + 2\tau_{r\varphi} \cot g \varphi) &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{r\varphi}}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho \sin \varphi} \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \sigma_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{1}{\rho} [(\sigma_\varphi - \sigma_\theta) \cot g \varphi + 3\tau_{r\varphi}] &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (4.46)$$

4.11. TRẠNG THÁI ỨNG SUẤT ĐỐI XỨNG TRỤC

Một trong những trường hợp đặc biệt của trạng thái ứng suất khối mà ta thường gặp trong thực tế là trạng thái ứng suất đối xứng trục. Đó là trạng thái ứng suất trong một vật thể tròn xoay mà trên bề mặt của nó phân bố những tải trọng đối xứng với trục của nó và bằng nhau tại tất cả các mặt cắt theo kinh tuyến (hình 4.12). Ví dụ: Trạng thái ứng suất khi chôn vật thể hình trụ, khi ép chảy những vật thể hình trụ, khi kéo dãn...

Vì đặc điểm như vậy cho nên khi nghiên cứu trạng thái ứng suất đối xứng trục ta dùng hệ tọa độ trụ là thích hợp hơn cả. Trong hệ tọa độ trụ vị trí của một điểm a bất kỳ được xác định bởi bán kính ρ , góc cực θ (tính từ trục ρ) và khoảng cách z tính từ điểm a tới mặt phẳng vuông góc với trục z và đi qua góc tọa độ 0.



Hình 4.12. Trạng thái ứng suất đối xứng trục

Các ký hiệu ứng suất trong hệ tọa độ trụ và hình dạng của phần tử được thể hiện trong hình 4.13.

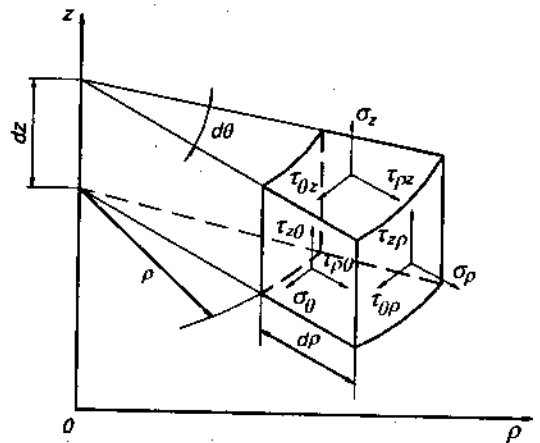
Tenxơ ứng suất trong hệ tọa độ trụ được viết như sau :

$$T_{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_{\rho} & \tau_{\rho\theta} & \tau_{\rho z} \\ \tau_{\theta\rho} & \sigma_{\theta} & \tau_{\theta z} \\ \tau_{z\rho} & \tau_{z\theta} & \sigma_z \end{pmatrix}$$

σ_{ρ} - ứng suất hướng kính

σ_{θ} - ứng suất hướng tiếp tuyến

σ_z - ứng suất hướng trục



Hình 4.13. Ứng suất trên phần tử trong hệ tọa độ trụ

Trong trạng thái ứng suất đối xứng trục các thành phần ứng suất không phụ thuộc vào tọa độ θ , bởi vậy tất cả các đạo hàm theo tọa độ đó trong phương trình vi phân cân bằng bằng 0. Ngoài ra trên những mặt kinh tuyến (mặt chứa trục z hoặc vuông góc với trục θ) thì không tồn tại ứng suất tiếp vì sự đối xứng của vật thể và sự đối xứng của tải trọng bên ngoài. Điều đó có nghĩa là:

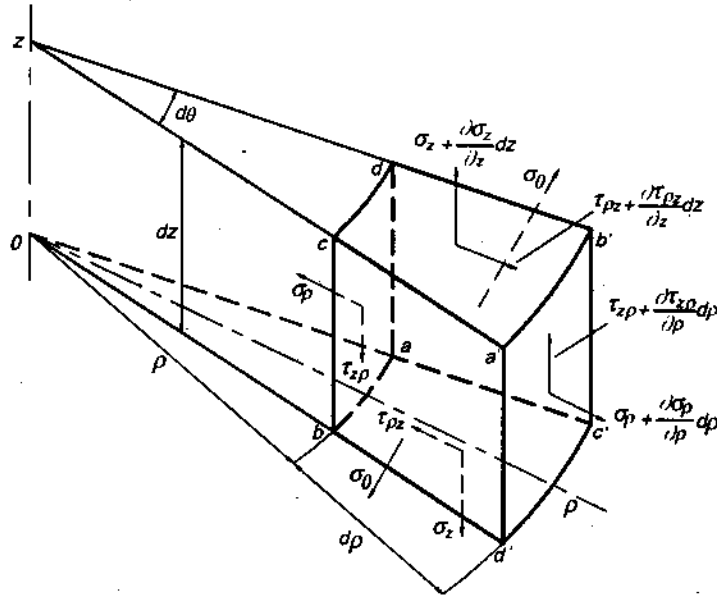
$$\tau_{\rho\theta} = \tau_{z\theta} = \tau_{\theta\rho} = \tau_{\theta z} = 0$$

Vì vậy ứng suất σ_{θ} luôn là ứng suất chính và trục ρ có thể nhận phương bất kỳ trong mặt phẳng z (mặt vuông góc với trục z). Như vậy trong trạng thái ứng suất đối xứng trục chỉ còn tồn tại những thành phần ứng suất sau đây:

$$\begin{cases} \sigma_{\rho} & 0 & \tau_{\rho z} \\ 0 & \sigma_{\theta} & 0 \\ \tau_{z\rho} & 0 & \sigma_z \end{cases}$$

Tất cả có 3 ứng suất pháp trong đó σ_θ luôn luôn là một ứng suất chính và hai ứng suất tiếp bằng nhau.

Để thiết lập phương trình cân bằng trong hệ tọa độ trụ đối với trạng thái ứng suất đối xứng trục ta cũng dùng phương pháp như đã làm đối với trạng thái ứng suất khối trong hệ tọa độ để các.



Hình 4.14. Phân tố trong trạng thái ứng suất đối xứng trục.

Các ứng suất tác dụng trên phân tố được biểu diễn trong hình 4.14. Như trên đã nói trục ρ có thể nhận phương bất kỳ trong mặt phẳng z do đó ở đây để tiện cho việc tính toán ta chọn trục ρ sao cho mặt phẳng ρz là mặt đối xứng của phân tố.

Các bề mặt của phân tố lần lượt là:

$$F_\rho = F_{abcd} = \rho d\theta dz$$

$$F_{(\rho+d\rho)} = F_{a'b'c'd'} = (\rho + d\rho) d\theta dz$$

$$F_\theta = F_{a'd'bc} = d\rho dz$$

$$F_z = F_{a'c'd'b'} = F_{ac'd'b} = \rho d\theta d\rho$$

Để thiết lập phương trình cân bằng ta chiếu tất cả các lực tác dụng lên phân tố xuống các trục ρ và z (lấy $\sin \frac{d\theta}{2} = \frac{d\theta}{2}$) rồi đặt tổng các hình chiếu đó bằng 0

$$\sum \rho = 0$$

$$\begin{aligned}
 -\sigma_{\rho} \rho d\theta dz + \left(\sigma_{\rho} + \frac{\partial \sigma_{\rho}}{\partial \rho} d\rho \right) (\rho + d\rho) d\theta dz - \sigma_{\theta} d\theta \rho dz - \tau_{\rho z} \rho d\theta d\rho + \\
 + \left(\tau_{\rho z} + \frac{\partial \tau_{\rho z}}{\partial z} dz \right) \rho d\theta d\rho = 0
 \end{aligned} \quad (a)$$

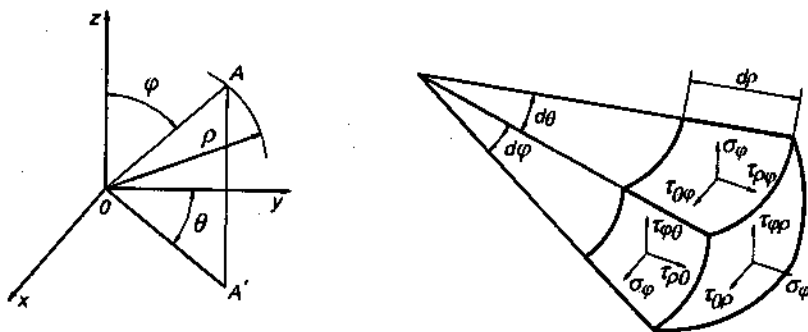
$$\sum z = 0$$

$$-\tau_{z\rho} \rho d\theta dz + \left(\tau_{z\rho} + \frac{\partial \tau_{z\rho}}{\partial \rho} d\rho \right) (\rho + d\rho) d\theta dz - \sigma_z \rho d\theta d\rho + \left(\sigma_z + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} dz \right) \rho d\theta d\rho = 0 \quad (b)$$

Sau khi biến đổi và lược bỏ các số hạng bậc cao ta được hệ phương trình vi phân cân bằng đối với trạng thái ứng suất đối xứng trục biểu diễn trong hệ tọa độ trụ như sau:

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_{\rho}}{\partial \rho} + \frac{\partial \tau_{\rho z}}{\partial z} + \frac{\sigma_{\rho} - \sigma_{\theta}}{\rho} = 0 \\ \frac{\partial \tau_{z\rho}}{\partial \rho} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\tau_{z\rho}}{\rho} = 0 \end{cases} \quad (4.47)$$

Khi giải một số bài toán đối xứng trục có khi ta còn sử dụng hệ tọa độ cầu (hoặc độ cực). Trong hệ tọa độ đó vị trí của một điểm trong không gian được xác định bởi bán kính ρ và hai góc θ và φ .



Hình 4.15. Ứng suất trên phần tử trong hệ tọa độ cầu

Góc φ tính từ trục z (tương tự như vĩ tuyến) còn góc θ tính từ một trục nào đó nằm trong mặt phẳng vuông góc với trục z và đi qua gốc tọa độ (tương tự như kinh tuyến).

Các ký hiệu ứng suất và hình dạng của phần tử biểu diễn trong hình 4.15.

Bởi vì là trạng thái ứng suất đối xứng trục cho nên các ứng suất không phụ thuộc vào tọa độ θ và các ứng suất tiếp có chứa θ trong chỉ số của nó bằng 0.

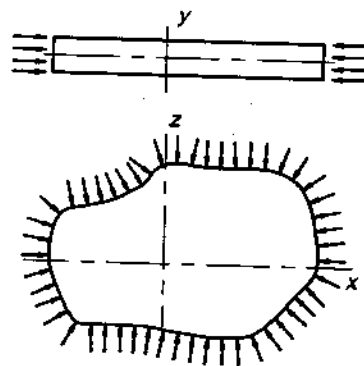
$$\tau_{\rho\theta} = \tau_{\varphi\theta} = \tau_{\theta\rho} = \tau_{\theta\varphi}$$

Phương trình vi phân cân bằng đối với trạng thái ứng suất đối xứng trục biểu diễn trong hệ tọa độ cầu được viết như sau:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \sigma_p}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_{p\varphi}}{\partial \varphi} + \frac{1}{\rho} \left[2\sigma_p - (\sigma_\varphi + \sigma_\theta) + \tau_{p\varphi} \cot g\varphi \right] &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{p\varphi}}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \sigma_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{1}{\rho} \left[3\tau_{p\varphi} + (\sigma_\varphi - \sigma_\theta) \cot g\varphi \right] &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (4.47a)$$

4.12. TRẠNG THÁI ỨNG SUẤT PHẪNG VÀ TRẠNG THÁI BIẾN DẠNG PHẪNG (BÀI TOÁN PHẪNG)

Trong thực tế biến dạng ta thường gặp hai trường hợp đặc biệt là trạng thái ứng suất phẳng và trạng thái biến dạng phẳng (gọi chung là bài toán phẳng).



Hình 4.16. Trạng thái ứng suất phẳng

Ví dụ trạng thái ứng suất ở phần mặt bích khi dập vuốt các chi tiết hình trụ từ phôi tấm là trạng thái ứng suất phẳng, hoặc là trạng thái ứng suất trong một tấm mỏng xung quanh chịu tác dụng lực song song với mặt phẳng tấm và phân bố đều theo chiều dày của tấm cũng là trạng thái ứng suất phẳng (hình 4.16). Còn trạng thái biến dạng phẳng có thể gặp ở phần giữa (cách hai đầu khá xa) của một ống hình trụ chịu áp lực phân bố đều bên trong, gặp khi cán tấm rộng (khi đó chỉ thay đổi về chiều dày, còn chiều rộng hầu như không thay đổi).

Hai trạng thái có những đặc điểm chung sau đây:

- Tất cả các thành phần ứng suất không phụ thuộc vào một trong ba tọa độ, nghĩa là không đổi khi tọa độ ấy thay đổi.

- Trên mặt phẳng vuông góc với trục tọa độ ấy các thành phần ứng suất tiếp bằng 0, còn ứng suất pháp hoặc bằng 0 (đối với trạng thái ứng suất phẳng) hoặc bằng nửa tổng của hai ứng suất kia (đối với trạng thái biến dạng phẳng)

Giả sử trục y có đặc điểm trên ta dễ dàng nhận thấy nó là một trục chính, các ứng suất σ_x , σ_z và $\tau_{xz} = \tau_{zx}$ không phụ thuộc vào y ; $\tau_{xy} = \tau_{yx} = \tau_{yz} = \tau_{zy} = 0$, đối với trạng thái ứng suất phẳng thì $\sigma_y = 0$; còn đối với trạng thái biến dạng phẳng thì $\sigma_y = \frac{\sigma_x + \sigma_z}{2}$.

Cần phải luôn nhớ rằng giữa trạng thái ứng suất phẳng và trạng thái biến dạng phẳng có một sự khác nhau rất cơ bản, đó là trong trường hợp trạng thái ứng suất phẳng $\sigma_y = 0$ nhưng biến dạng theo phương y khác 0, ngược lại trong trường hợp trạng thái biến dạng phẳng thì $\sigma_y \neq 0$ nhưng biến dạng theo phương y lại bằng 0.

Trong trường hợp bài toán phẳng các phương trình của trạng thái ứng suất trở nên đơn giản hơn nhiều và giảm đi một số lượng đáng kể các biến số,

Các phương trình đối với bài toán phẳng có thể rút ra từ các phương trình đối với trạng thái ứng suất khối trong đó có xét tới các điều kiện bổ xung sau đây:

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \tau_{zy} = \tau_{yz} = 0$$

$$a_y = 0$$

(bởi ta chỉ cần nghiên cứu những mặt nghiêng song song với trục y tức là những mặt vuông góc với mặt không có ứng suất trong trường hợp trạng thái ứng suất phẳng hoặc không có biến dạng trong trường hợp trạng thái biến dạng phẳng).

Trong trường hợp này:

$$a_x^2 + a_z^2 = 1$$

$$a_z^2 = 1 - a_x^2$$

Gọi góc φ là góc hợp bởi pháp tuyến N của mặt nghiêng và trục x (hoặc trục 1 nếu như trạng thái ứng suất cho trong hệ trục chính 1 và 2):

$$a_x = \cos \varphi$$

$$a_z^2 = 1 - \cos^2 \varphi$$

$$a_z = \sin \varphi$$

Thay các trị số vừa thu được vào biểu thức (4.15) tính σ_n được:

$$\sigma_n = \sigma_1 \cos^2 \varphi + \sigma_3 \sin^2 \varphi \quad (4.48)$$

và biểu thức (4.16) tính τ được:

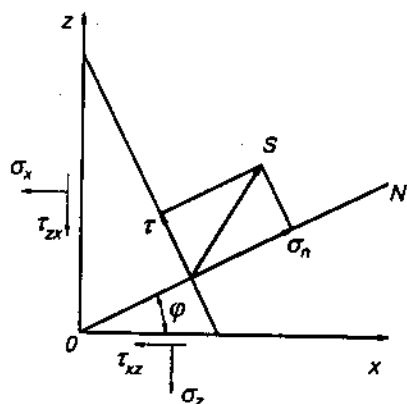
$$\tau = \pm \frac{1}{2} (\sigma_3 - \sigma_1) \sin 2\varphi \quad (4.49)$$

Từ (4.49) dễ dàng nhận thấy τ sẽ lớn nhất khi $\sin 2\varphi = 1$ tức là khi $\varphi = 45^\circ$.

Độ lớn của các ứng suất chính có thể biểu diễn bằng các thành phần ứng suất trong hệ tọa độ bất kỳ theo biểu thức (4.19)

$$\begin{vmatrix} \sigma_x - \sigma & \tau_{xz} \\ \tau_{zx} & \sigma_z - \sigma \end{vmatrix} = 0$$

$$\sigma^2 - (\sigma_x + \sigma_z) \cdot \sigma + \sigma_x \sigma_z - \tau_{xz}^2 = 0$$



Hình 4.17. Xác định ứng suất trên mặt phẳng nghiêng trong trạng thái ứng suất phẳng

Giải ra được hai nghiệm:

$$\sigma_{1,3} = \frac{\sigma_x + \sigma_z}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_z)^2 + 4\tau_{xz}^2} \quad (4.50)$$

Đối với trạng thái ứng suất phẳng $\sigma_2 = 0$

$$\text{Đối với trạng thái biến dạng phẳng } \sigma_2 = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}$$

Nếu cho biết trạng thái ứng suất trong hệ trục chính thì ta cũng có thể dễ dàng chuyển sang hệ toạ độ bất kỳ (hình 4.18).

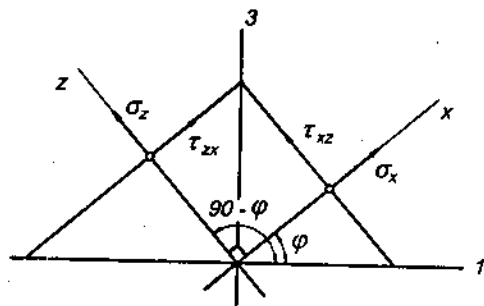
Ta cho trục toạ độ mới x hợp với trục 1 một góc φ . Khi đó có thể coi trục x là pháp tuyến của một mặt nghiêng mà biểu thức (4.48) được thoả mãn:

$$\sigma_n = \sigma_1 \cos^2 \varphi + \sigma_3 \sin^2 \varphi$$

ở đây trục x đồng thời là pháp tuyến của mặt nghiêng do đó ứng suất σ_x cũng chính bằng ứng suất pháp σ_n .

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \sigma_1 \cos^2 \varphi + \sigma_3 \sin^2 \varphi \\ &= \sigma_1 \frac{1 + \cos 2\varphi}{2} + \sigma_3 \frac{1 - \cos 2\varphi}{2} \end{aligned}$$

$$\sigma_x = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \cos 2\varphi \quad (4.51)$$



Hình 4.18. Xác định ứng suất trong hệ trục bất kỳ khi biết ứng suất trong hệ trục chính

Trục mới z hợp với trục 1 một góc $(\varphi + 90^\circ)$ do đó chỉ việc thay góc φ bằng góc $(\varphi + 90^\circ)$ trong (4.51) ta sẽ được ứng suất σ_z

$$\sigma_z = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} - \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \cos 2\varphi \quad (4.52)$$

Ta có thể tính ứng suất τ_{xz} từ biểu thức (4.49)

$$\tau_{xz} = \pm \frac{1}{2} (\sigma_3 - \sigma_1) \sin 2\varphi \quad (4.53)$$

Nếu đưa khái niệm ứng suất trung bình σ_m và ứng suất tiếp chính τ_{31} vào thì các biểu thức (4.51), (4.52) và (4.53) sẽ có dạng sau đây:

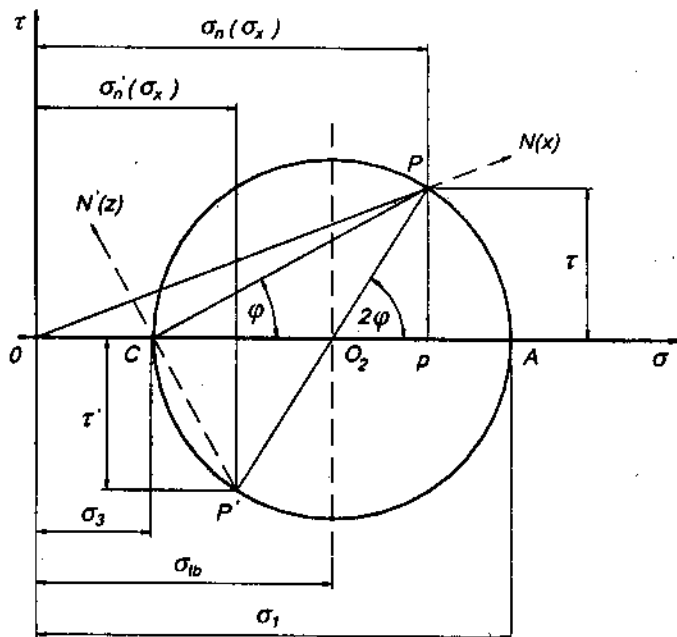
$$\left. \begin{aligned} \sigma_x \\ \sigma_z \\ \tau_{xz} \end{aligned} \right\} &= \left. \begin{aligned} \sigma_m \pm \tau_{31} \cos 2\varphi \\ \tau_{31} \sin 2\varphi \end{aligned} \right\} \quad (4.54)$$

Đây là công thức chuyển đổi hệ toạ độ trong đó các thành phần ứng suất là những hàm của góc φ là góc quay của hệ trục mới so với hệ trục chính.

Bởi vì như trên đã nói chỉ nghiên cứu những mặt song song với trục y (trục 2), a_2 luôn bằng 0 ($\alpha_2 = 90^\circ$) cho nên tất cả các cặp trị số cần tìm σ_n và τ sẽ nằm trên vòng tròn được xác định bởi biểu thức (4.44b) trong đó $a_2 = 0$

$$\left(\sigma_n - \frac{\sigma_3 + \sigma_1}{2}\right)^2 + \tau^2 = \left(\frac{\sigma_3 - \sigma_1}{2}\right)^2 \quad (4.55)$$

$$\text{hay: } (\sigma_n - \sigma_m)^2 + \tau^2 = \tau_{31}^2 \quad (4.55a)$$



Hình 4.19. Vòng tròn Mohr ứng suất trong trường hợp bài toán phẳng

Vòng tròn Mohr ứng suất đối với bài toán phẳng được biểu diễn trong hình 4.19. Toạ độ của một điểm P bất kỳ nằm trên vòng tròn xác định các trị số cần tìm của σ_n và τ . Nối P với O, dễ dàng nhận thấy:

$$O_2 P = \tau_{21}$$

$$P_D = \tau$$

$$0_p = \sigma_n = \sigma_v$$

$$\tau = \tau_{\perp} \sin \angle PO, A$$

$$\begin{aligned}\sigma_n &= \sigma_{ib} + \theta_2 p \\ &= \sigma_{ib} + \tau_{31} \cos \angle P O_2 A\end{aligned}$$

So sánh σ_n và τ với (4.54) ta thấy $\angle P O_2 A = 2\varphi$ và do đó $\angle PCA = \varphi$. Như vậy nếu biết vị trí của mặt phẳng nghiêng hay nói cách khác nếu biết góc φ thì ta có thể tìm được các trị số ứng suất σ_n và τ tác dụng trên mặt đó. Bởi vì $OP^2 = Op^2 + Pp^2$ cho nên đoạn OP biểu thị độ lớn của ứng suất toàn phần trên mặt nghiêng. Phương của pháp tuyến N của mặt

ngiêng đồng thời cũng là phương của ứng suất pháp σ_n . Kéo dài PO₂ cắt vòng tròn tại điểm P'. Toạ độ của P' xác định cặp trị số σ_n và τ' tác dụng trên một mặt nghiêng thứ hai vuông góc với mặt nghiêng thứ nhất. Đó chính là mặt có góc nghiêng $\varphi' = \varphi + 90^\circ$ và pháp tuyến là N'. Có thể lấy phương của các pháp tuyến N và N' làm phương của các trục toạ độ mới x và z và bởi vậy các ứng suất σ_n và σ_n tương ứng bằng σ_x và σ_z . Trị số tuyệt đối của các ứng suất τ và τ' bằng nhau theo định luật đối ứng của ứng suất tiếp. Như vậy bằng vòng tròn Mohr ta có thể xác định trạng thái ứng suất trong hệ trục bất kỳ mà không cần sử dụng công thức (4.54).

Ta cũng có thể giải bài toán ngược một cách không khó khăn: cho biết các ứng suất trong hệ toạ độ bất kỳ σ_x, τ và σ_z, τ' ($\tau = \tau'$) tìm các ứng suất chính.

Dựng các trục toạ độ σ_n và τ . Vẽ điểm P và P' có các toạ độ tương ứng với các ứng suất đã cho σ_x, τ và σ_z, τ' . Nối PP' cắt trục σ_n để xác định tâm của vòng tròn Mohr O₂ có đường kính PP' = $2\tau_{31}$. Sau đó dựng các trục N, N' (hoặc x, z) sao cho phương của chúng song song với phương của các ứng suất σ_x và σ_z tại điểm đã cho. Khi đó phương của các trục σ_n và τ sẽ song song với phương của các trục chính 1 và 2.

Điều kiện cân bằng trong trường hợp bài toán phẳng có thể rút ra từ các phương trình (4.46) trong đó có xét tới những đặc điểm là tất cả các đạo hàm theo y bằng 0 và các ứng suất tiếp τ_{yx} và τ_{yz} cũng bằng 0.

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (4.56)$$

Trong một số trường hợp khi giải các bài toán phẳng có khi dùng toạ độ độc cực thì sẽ thuận tiện hơn là dùng toạ độ trục giao. Khi đó vị trí của một điểm được xác định bởi vectơ bán kính ρ và góc θ - góc hợp bởi vectơ bán kính và trục ρ .

Ta có thể thiết lập điều kiện cân bằng trong hệ toạ độ độc cực từ điều kiện cân bằng trong hệ toạ độ trụ có để ý tới đặc điểm là:

$$\tau_{z\theta} = \tau_{\theta z} = \tau_{z\rho} = \tau_{\rho z} = 0$$

và tất cả các đạo hàm theo z đều bằng 0.

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \sigma_\rho}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_{\rho\theta}}{\partial \theta} + \frac{\sigma_\rho - \sigma_\theta}{\rho} &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{\theta\rho}}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} + \frac{2\tau_{\rho\theta}}{\rho} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (4.57)$$

Một trường hợp đặc biệt của bài toán phẳng là ngoài những đặc điểm đã nêu ra ở trên, các ứng suất còn không phụ thuộc cả vào tọa độ θ (ứng suất phân bố đối xứng với trục). Trong trường hợp này các đạo hàm theo θ và các ứng suất tiếp $\tau_{\rho\theta}$ và $\tau_{\theta\rho}$ bằng 0. Do vậy điều kiện cân bằng được xác định chỉ bằng một phương trình vi phân thường.

$$\frac{d\sigma_\rho}{d\rho} + \frac{\sigma_\rho - \sigma_\theta}{\rho} = 0 \quad (4.58)$$

Rõ ràng trong trường hợp này các ứng suất σ_ρ và σ_θ là ứng suất chính. Ta có thể gặp trạng thái ứng suất như vậy ở phần mặt bích các chi tiết hình trụ khi dập vuốt không dùng vành ép.

Chương 5

BIẾN DẠNG VÀ TỐC ĐỘ BIẾN DẠNG

5.1. KHÁI NIỆM VỀ BIẾN DẠNG NHỎ

Trong chương này sẽ nghiên cứu những mối quan hệ về biến dạng nhỏ trong môi trường liên tục, dựa vào đó có thể xem xét quá trình biến dạng dẻo ở bất cứ thời điểm xác định nào.

Khi một vật thể biến dạng thì mọi điểm trong vật thể đó sẽ bị xô dịch khỏi vị trí ban đầu. Ở đây ta giả thiết rằng vật thể nằm trong trạng thái cân bằng và không bị xô dịch cả khối, nói cách khác là không có xô dịch cứng.

Giả sử một điểm có tọa độ ban đầu là x, y, z , sau khi biến dạng nhỏ có tọa độ là x', y', z' . Ta gọi :

$$x' - x = u_x$$

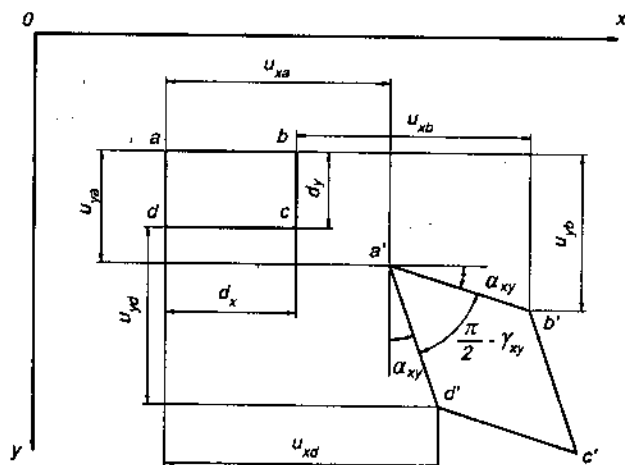
$$y' - y = u_y$$

$$z' - z = u_z$$

là các chuyển vị của điểm đó tương ứng theo phương x, y, z . Cũng giống như ứng suất các thành phần của chuyển vị thay đổi từ điểm này sang điểm khác trong vật thể, chúng là những hàm liên tục của các tọa độ. Vì vậy một phân tố hình hộp trong vật thể khi biến dạng không chỉ thay đổi vị trí mà còn thay đổi cả hình dạng. Tóm lại sau khi biến dạng cả độ dài của các cạnh cũng như độ lớn của các góc hình hộp sẽ thay đổi. Như vậy sẽ xuất hiện hai loại biến dạng: biến dạng dài ϵ và biến dạng góc γ . Nếu bỏ qua các số hạng bậc cao ta có thể coi biến dạng góc không ảnh hưởng tới biến dạng dài. Các biến dạng dài được ký hiệu bằng các chỉ số như đối với ứng suất pháp, còn biến dạng góc thì như đối với ứng suất tiếp.

Để xác định các thành phần biến dạng theo chuyển vị ta hãy lấy ra một phân tố hình hộp có các cạnh vô cùng nhỏ dx, dy, dz và song song với các trục tọa độ. Giả sử hình chiếu của phân tố hình hộp lên mặt phẳng z (mặt phẳng vuông góc với trục z) trước khi biến dạng là $abcd$ và sau khi biến dạng là $a'b'c'd'$. Chuyển vị của điểm b và điểm d có thể biểu diễn qua chuyển vị của điểm a . Điểm b cách điểm a theo phương x một đoạn vô cùng nhỏ dx , nếu bỏ qua các số hạng bậc cao và gọi chuyển vị của điểm a theo phương x là u_{xa} thì chuyển vị của điểm b theo phương x sẽ là:

$$u_{xb} = u_{xa} + \frac{\partial u_x}{\partial x} dx$$



Hình 5.1. Biến dạng dài và biến dạng góc trên mặt phẳng z

Biến dạng dài theo phương x:

$$\epsilon_x = \frac{u_{xb} - u_{xa}}{dx} = \frac{u_{xa} + \frac{\partial u_x}{\partial x} dx - u_{xa}}{dx} = \frac{\partial u_x}{\partial x}$$

Với cách làm tương tự ta có :

$$u_{yd} = u_{ya} + \frac{\partial u_y}{\partial y} dy$$

$$\epsilon_y = \frac{u_{yd} - u_{ya}}{dy} = \frac{u_{ya} + \frac{\partial u_y}{\partial y} dy - u_{ya}}{dy} = \frac{\partial u_y}{\partial y}$$

$$u_{yb} = u_{ya} + \frac{\partial u_y}{\partial x} dx$$

$$u_{xd} = u_{xa} + \frac{\partial u_x}{\partial y} dy$$

Vì biến dạng góc vô cùng nhỏ nên :

$$\tan \alpha_{xy} \approx \alpha_{xy}$$

$$\tan \alpha_{yx} \approx \alpha_{yx}$$

$$\alpha_{xy} = \frac{u_{yb} - u_{ya}}{u_{xb} + dx - u_{xa}}$$

$$\alpha_{xy} = \frac{u_{ya} + \frac{\partial u_y}{\partial x} dx - u_{ya}}{u_{xa} + \frac{\partial u_x}{\partial x} dx + dx - u_{xa}} = \frac{\frac{\partial u_y}{\partial x}}{1 + \frac{\partial u_x}{\partial x}}$$

Vì $\frac{\partial u_x}{\partial x} = \epsilon_x$ nhỏ hơn 1 rất nhiều nên:

$$\alpha_{xy} = \frac{\partial u_y}{\partial x}$$

Tương tự như vậy ta có :

$$\alpha_{yx} = \frac{\partial u_x}{\partial y}$$

Biến dạng góc $\gamma_{xy} = \alpha_{xy} + \alpha_{yx}$

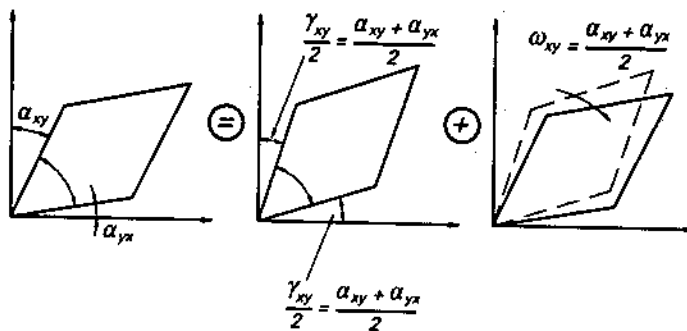
$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u_y}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial y}$$

Nếu chiếu hình hộp lên mặt phẳng x và mặt phẳng y và làm tương tự như trên ta sẽ nhận được mối quan hệ giữa các thành phần biến dạng và các chuyển vị:

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_x &= \frac{\partial u_x}{\partial x} & \gamma_{xy} &= \frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \\ \epsilon_y &= \frac{\partial u_y}{\partial y} & \gamma_{yz} &= \frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y} \\ \epsilon_z &= \frac{\partial u_z}{\partial z} & \gamma_{zx} &= \frac{\partial u_z}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial z} \end{aligned} \right\} \quad (5.1)$$

5.2. TENXƠ BIẾN DẠNG NHỎ VÀ CÁC BẤT BIẾN CỦA NÓ

Ta nhận thấy rằng độ lớn của biến dạng góc được xác định bằng tổng của hai góc quay, hai góc quay đó có thể có những trị số khác nhau miễn là tổng của chúng không thay đổi. Ví dụ γ_{xy} là tổng của α_{xy} là góc quay của cạnh ab quanh trục z về phía trục y và α_{yx} là góc quay của cạnh ad quanh trục z về phía trục x. Đúng trên quan điểm về sự thay đổi hình dạng mà nói thì điều quyết định sự thay đổi hình dạng là độ lớn của γ_{xy} chứ không phải từng giá trị riêng lẻ của α_{yx} và α_{xy} , chúng có thể có giá trị tùy ý miễn là tổng của chúng không đổi và bằng γ_{xy} . Vì thế bất cứ một biến dạng góc nào cũng có thể xem như là kết quả của một biến dạng góc có trị số bằng tổng của hai góc quay bằng nhau cùng với sự quay cứng của vật thể.



Hình 5.2. Biến dạng góc và quay cứng của phân tố

Vậy Tenxơ biến dạng nhỏ đặc trưng cho trạng thái biến dạng tại một điểm có thể viết như sau:

$$T_{\epsilon} = \begin{pmatrix} \epsilon_x & \frac{1}{2}\gamma_{xy} & \frac{1}{2}\gamma_{xz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{yx} & \epsilon_y & \frac{1}{2}\gamma_{yz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{zx} & \frac{1}{2}\gamma_{zy} & \epsilon_z \end{pmatrix} \quad (5.2)$$

hoặc:

$$\epsilon_{ij} = \begin{pmatrix} \epsilon_{xx} & \epsilon_{xy} & \epsilon_{xz} \\ \epsilon_{yx} & \epsilon_{yy} & \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{zx} & \epsilon_{zy} & \epsilon_{zz} \end{pmatrix} \quad (5.2a)$$

trong đó $\epsilon_{ij} = \epsilon_{ji}$ vì tính đối xứng của Tenxơ biến dạng và:

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \quad (i, j = x, y, z) \quad (5.2b)$$

Khi $i = j$ ta có các biến dạng dài $\epsilon_{xx}, \epsilon_{yy}, \epsilon_{zz}$

Khi $i \neq j$ ta có các biến dạng góc $\epsilon_{xy}, \epsilon_{yz}, \epsilon_{zx}$

Giữa độ lớn của góc quay cứng của vật thể và các thành phần chuyển vị tồn tại mối quan hệ sau đây :

$$\omega_{xy} = \frac{1}{2} (\alpha_{xy} - \alpha_{yx}) = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_y}{\partial x} - \frac{\partial u_x}{\partial y} \right) \quad (5.3)$$

Tương tự trong mặt phẳng x và mặt phẳng y ta cũng có :

$$\omega_{yz} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_z}{\partial y} - \frac{\partial u_y}{\partial z} \right)$$

$$\omega_{zx} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_x}{\partial z} - \frac{\partial u_z}{\partial x} \right)$$

$$\text{Tổng quát ta có : } \omega_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \quad (5.3a)$$

Dễ dàng nhận thấy $\omega_{ij} = -\omega_{ji}$

Trạng thái quay cứng tại một điểm được xác định bởi ω_{ij} gồm ba thành phần.

Nếu biểu diễn trạng thái biến dạng tại một điểm có xét tới cả quay cứng thì ta có

$$e_{ij} = \epsilon_{ij} + \omega_{ij} \quad (5.4)$$

$$\text{trong đó } \epsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \text{ và } \omega_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right)$$

Ví dụ:

Khi $i \neq j$
$$e_{xy} = \epsilon_{xy} + \omega_{xy}$$

hay
$$e_{xy} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_y}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial y} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_y}{\partial x} - \frac{\partial u_x}{\partial y} \right)$$

Khi $i = j$
$$e_{xx} = \epsilon_{xx} + \omega_{xx}$$

hay
$$e_{xx} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial x} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} - \frac{\partial u_x}{\partial x} \right) = \epsilon_{xx}$$

tức là
$$e_{ii} = \epsilon_{ii}$$

Tenxơ biến dạng cũng có những tính chất như tenxơ ứng suất. Nó hoàn toàn xác định trạng thái biến dạng tại một điểm. Nó cũng có các bất biến như tenxơ ứng suất và ta cũng có thể tách nó thành một tenxơ cầu và một tenxơ lệch biến dạng. Tenxơ cầu biến dạng xác định sự thay đổi thể tích trong biến dạng đàn hồi, còn tenxơ lệch biến dạng thì xác định sự thay đổi hình dạng. Trong biến dạng dẻo vì thể tích của vật thể biến dạng được coi là không đổi nên ta có điều kiện :

$$\theta = \epsilon_{xx} + \epsilon_{yy} + \epsilon_{zz} = 0$$

Do đó: $\epsilon_m = \frac{1}{3}(\epsilon_{xx} + \epsilon_{yy} + \epsilon_{zz}) = 0$ vậy trong biến dạng dẻo tenxơ cầu biến dạng bằng 0 và tenxơ biến dạng chính là tenxơ lệch biến dạng.

$$\epsilon_{ij} = \epsilon'_{ij}$$

Cũng như đối với ứng suất ta cũng có thể tìm được các trục chính mà trên những mặt phẳng vuông góc với nó chỉ tồn tại biến dạng dài chứ không xuất hiện biến dạng góc, chúng gọi là các biến dạng chính $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$. Tóm lại ta cũng có thể viết tất cả các phương trình cần thiết cho biến dạng tương tự như các phương trình tương ứng đối với ứng suất.

Ví dụ trên những mặt ứng suất tiếp chính sẽ xuất hiện biến dạng góc chính (biến dạng góc lớn nhất):

$$\gamma_{12} = \epsilon_1 - \epsilon_2 ; \gamma_{23} = \epsilon_2 - \epsilon_3 ; \gamma_{31} = \epsilon_3 - \epsilon_1$$

và chúng có mối quan hệ :

$$\gamma_{12} + \gamma_{23} + \gamma_{31} = 0$$

5.3. TỐC ĐỘ BIẾN DẠNG VÀ TENXƠ TỐC ĐỘ BIẾN DẠNG

Nếu ta khảo sát chuyển vị xảy ra trong một khoảng thời gian vô cùng nhỏ thì tương tự như đối với biến dạng ta có tenxơ tốc độ biến dạng:

$$T_{\dot{\epsilon}} = \begin{pmatrix} \dot{\epsilon}_x & \frac{1}{2}\dot{\gamma}_{xy} & \frac{1}{2}\dot{\gamma}_{xz} \\ \frac{1}{2}\dot{\gamma}_{yx} & \dot{\epsilon}_y & \frac{1}{2}\dot{\gamma}_{yz} \\ \frac{1}{2}\dot{\gamma}_{zx} & \frac{1}{2}\dot{\gamma}_{zy} & \dot{\epsilon}_z \end{pmatrix} \quad (5.5)$$

hoặc:

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \begin{pmatrix} \dot{\epsilon}_{xx} & \dot{\epsilon}_{xy} & \dot{\epsilon}_{xz} \\ \dot{\epsilon}_{yx} & \dot{\epsilon}_{yy} & \dot{\epsilon}_{yz} \\ \dot{\epsilon}_{zx} & \dot{\epsilon}_{zy} & \dot{\epsilon}_{zz} \end{pmatrix} \quad (5.5a)$$

trong đó: $\dot{\epsilon}_{ij} = \dot{\epsilon}_{ji}$

$$\text{và } \dot{\epsilon}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \dot{u}_j}{\partial x_i} + \frac{\partial \dot{u}_i}{\partial x_j} \right) \quad (i, j = x, y, z) \quad (5.5b)$$

Tenxơ tốc độ biến dạng cũng có những tính chất như tenxơ biến dạng. Ta có thể viết tất cả các phương trình cần thiết cho tốc độ biến dạng tương tự như các phương trình tương ứng đối với biến dạng.

Trong biến dạng dẻo do thể tích không đổi nên $\dot{\epsilon}_{xx} + \dot{\epsilon}_{yy} + \dot{\epsilon}_{zz} = 0$ bởi vậy $\dot{\epsilon}_m = 0$ tức là tenxơ cầu tốc độ biến dạng bằng 0 và tenxơ tốc độ biến dạng chính là tenxơ lệch tốc độ biến dạng $\dot{\epsilon}_{ij} = \dot{\epsilon}'_{ij}$.

5.4. ĐIỀU KIỆN BIẾN DẠNG LIÊN TỤC (Phương trình điều hoà)

Các thành phần biến dạng trong biểu thức (5.1) được xác định bởi ba thành phần chuyển vị u_x, u_y, u_z , bởi vậy nên chúng không thể có giá trị tùy ý mà phải phụ thuộc lẫn nhau. Nói cách khác chúng phải thoả mãn những điều kiện để mặc dù biến dạng nhưng vẫn không làm phá vỡ tính liên tục của vật thể. Những mối quan hệ phụ thuộc đó gọi là điều kiện biến dạng liên tục. Nó được chia làm hai nhóm: nhóm thứ nhất bao gồm mối quan hệ giữa những thành phần biến dạng trong cùng một mặt phẳng, nhóm thứ hai bao gồm mối quan hệ giữa những thành phần biến dạng trên những mặt phẳng khác nhau.

Trước hết ta xét nhóm thứ nhất ví dụ các thành phần biến dạng trên mặt phẳng z (mặt phẳng vuông góc với trục z) gồm có:

$$\begin{aligned} \epsilon_x &= \frac{\partial u_x}{\partial x} \\ \epsilon_y &= \frac{\partial u_y}{\partial y} \\ \gamma_{xy} &= \frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \end{aligned}$$

Lấy đạo hàm bậc hai của ϵ_x theo y và của ϵ_y theo x :

$$\frac{\partial^2 \epsilon_x}{\partial y^2} = \frac{\partial^3 u_x}{\partial x \partial y^2}$$

$$\frac{\partial^2 \epsilon_y}{\partial x^2} = \frac{\partial^3 u_y}{\partial y \partial x^2}$$

Cộng hai phương trình lại với nhau:

$$\frac{\partial^2 \epsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \epsilon_y}{\partial x^2} = \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \left(\frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x} \right)$$

Phần trong ngoặc ở vế phải chính là biến dạng góc γ_{xy} .

Tương tự nếu ta xét các thành phần biến dạng trên mặt phẳng x và mặt phẳng y ta sẽ nhận được tất cả ba phương trình sau đây :

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 \epsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \epsilon_y}{\partial x^2} &= \frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y} \\ \frac{\partial^2 \epsilon_y}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \epsilon_z}{\partial y^2} &= \frac{\partial^2 \gamma_{yz}}{\partial y \partial z} \\ \frac{\partial^2 \epsilon_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \epsilon_x}{\partial z^2} &= \frac{\partial^2 \gamma_{zx}}{\partial z \partial x} \end{aligned} \right\} \quad (5.6)$$

Để thiết lập mối quan hệ giữa những thành phần biến dạng trên những mặt phẳng khác nhau ta lấy đạo hàm của các thành phần biến dạng góc $\gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}$ trong (5.1) tương ứng theo z, x và y :

$$\frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} = \frac{\partial^2 u_x}{\partial y \partial z} + \frac{\partial^2 u_y}{\partial x \partial z}$$

$$\frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} = \frac{\partial^2 u_y}{\partial z \partial x} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial y \partial x}$$

$$\frac{\partial \gamma_{zx}}{\partial y} = \frac{\partial^2 u_z}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial z \partial y}$$

Cộng hai phương trình đầu với nhau rồi trừ đi phương trình thứ ba:

$$\frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} + \frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} - \frac{\partial \gamma_{zx}}{\partial y} = 2 \frac{\partial^2 u_y}{\partial z \partial x}$$

Đạo hàm phương trình vừa nhận được theo y:

$$\frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial z \partial y} + \frac{\partial^2 \gamma_{yz}}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 \gamma_{zx}}{\partial y^2} = 2 \frac{\partial^3 u_y}{\partial z \partial x \partial y} = 2 \frac{\partial^2 \epsilon_y}{\partial z \partial x}$$

hoặc:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} + \frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} - \frac{\partial \gamma_{zx}}{\partial y} \right) &= 2 \frac{\partial^2 \epsilon_y}{\partial z \partial x} \\ \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} + \frac{\partial \gamma_{zx}}{\partial y} - \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} \right) &= 2 \frac{\partial^2 \epsilon_z}{\partial x \partial y} \\ \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \gamma_{zx}}{\partial y} + \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} - \frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} \right) &= 2 \frac{\partial^2 \epsilon_x}{\partial y \partial z} \end{aligned} \right\} \quad (5.7)$$

Tương tự ta có:

Chương 6

QUAN HỆ GIỮA ỨNG SUẤT VÀ BIẾN DẠNG

Tuỳ thuộc vào những thuộc tính của vật liệu mà mối quan hệ giữa ứng suất và biến dạng có thể được mô tả khác nhau, chẳng hạn vật liệu dẻo lý tưởng hay đàn dẻo hay dẻo nhớt, có hoá bền hay không có hoá bền, đẳng hướng hay dị hướng thì quan hệ giữa ứng suất và biến dạng sẽ rất khác nhau. Ở đây ta chỉ khảo sát trường hợp vật liệu đẳng hướng và không xét tới ảnh hưởng của thời gian và nhiệt độ. Mối quan hệ đầy đủ giữa ứng suất và biến dạng phải xét tới cả biến dạng đàn hồi và biến dạng dẻo.

6.1. ĐỊNH LUẬT HOOKE TỔNG QUÁT TRONG BIẾN DẠNG ĐÀN HỒI

Đối với vật liệu đẳng hướng định luật Hooke tổng quát viết như sau:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{1}{E} [\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)] \\ \varepsilon_y &= \frac{1}{E} [\sigma_y - \nu(\sigma_z + \sigma_x)] \\ \varepsilon_z &= \frac{1}{E} [\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)] \\ \gamma_{xy} &= \frac{1}{2G} \tau_{xy} \\ \gamma_{yz} &= \frac{1}{2G} \tau_{yz} \\ \gamma_{zx} &= \frac{1}{2G} \tau_{zx} \end{aligned} \right\} \quad (6.1)$$

trong đó : E - môđun đàn hồi dọc ; ν - hệ số Poisson ; G - môđun đàn hồi trượt.

Giữa chúng tồn tại mối quan hệ : $E = 2G(1 + \nu)$

Sau khi làm vài phép biến đổi đơn giản có thể viết biểu thức (6.1) dưới dạng sau đây :

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{1}{2G} (\sigma_x - \sigma_m) + \frac{1-2\nu}{E} \sigma_m \\ \varepsilon_y &= \frac{1}{2G} (\sigma_y - \sigma_m) + \frac{1-2\nu}{E} \sigma_m \\ \varepsilon_z &= \frac{1}{2G} (\sigma_z - \sigma_m) + \frac{1-2\nu}{E} \sigma_m \\ \gamma_{xy} &= \frac{\tau_{xy}}{G}; \gamma_{yz} = \frac{\tau_{yz}}{G}; \gamma_{zx} = \frac{\tau_{zx}}{G} \end{aligned} \right\} \quad (6.2)$$

Đối với biến dạng đàn hồi thì có mối quan hệ phụ thuộc tự nhiên giữa ứng suất và biến dạng có nghĩa là khi dỡ tải thì biến dạng cũng mất đi, $\sigma_{ij} \rightarrow 0$ thì $\varepsilon_{ij} \rightarrow 0$. Vì $\varepsilon_m = \frac{1-2\nu}{E} \sigma_m$ nên ta dễ dàng nhận thấy trong biểu thức (6.2) biến dạng đàn hồi bao gồm hai thành phần: phần thay đổi hình dạng do tenxơ lệch ứng suất gây nên và phần thay đổi thể tích do tenxơ cầu ứng suất gây nên. Trong (6.2) $(\sigma_x - \sigma_m); (\sigma_y - \sigma_m); (\sigma_z - \sigma_m)$ là các thành phần của tenxơ lệch ứng suất, còn σ_m là thành phần của tenxơ cầu ứng suất, vì vậy (6.2) có thể viết dưới dạng:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_{ij} &= \frac{1}{2G} \sigma'_{ij} + \frac{1-2\nu}{E} \delta_{ij} \sigma_m \\ \sigma_m &= \frac{1}{3} \sigma_{kk} \end{aligned} \right\} \quad (6.3)$$

Khi $i = j$ thì $\delta_{ij} = 1$; khi $i \neq j$ thì $\delta_{ij} = 0$.

6.2. QUAN HỆ GIỮA ỨNG SUẤT VÀ BIẾN DẠNG TRONG BIẾN DẠNG DẸO

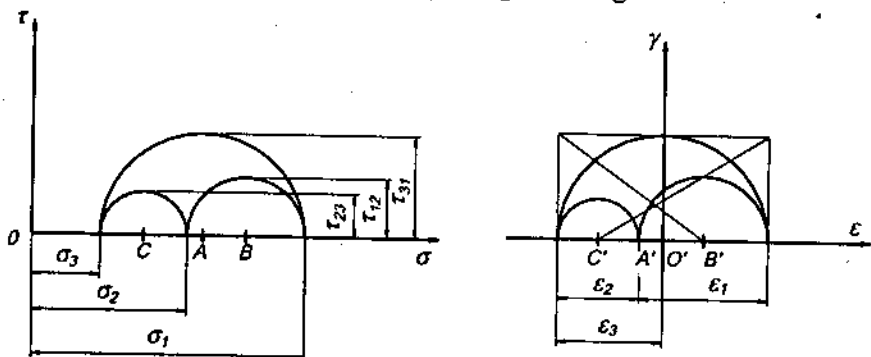
Dựa vào những kết quả đã được xác định bằng thực nghiệm người ta đã rút ra mối quan hệ giữa ứng suất và biến dạng trong biến dạng dẻo. Điều đó dựa trên những tiền đề sau đây: Trong điều kiện tải trọng giản đơn

- Phương của biến dạng dài chính luôn luôn trùng với phương của ứng suất chính.
- Vòng tròn Mohr biến dạng (vẽ trên hệ trục ε và γ) đồng dạng với vòng tròn Mohr ứng suất (vẽ trên hệ trục σ và τ).

Ngoài ra, còn phải thoả mãn điều kiện thể tích không đổi:

$$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z = 0$$

Quá trình đặt tải lên vật thể được coi là giản đơn nếu ngoại lực ngay từ đầu tăng lên theo tỷ lệ với một thông số chung. Ta hãy vẽ vòng tròn Mohr ứng suất và vòng tròn Mohr biến dạng đối với một điểm bất kỳ nằm trong trạng thái ứng suất.



Hình 6.1. Vòng tròn Mohr ứng suất và vòng tròn Mohr biến dạng

Cần chú ý rằng đối với vòng tròn Mohr ứng suất thì tùy thuộc vào dấu của ứng suất pháp σ mà trục τ có thể nằm bên phải hoặc bên trái hoặc cắt các vòng tròn. Ngược lại trục γ đối với vòng tròn Mohr biến dạng thì phải luôn luôn cắt các vòng tròn bởi vì các biến dạng dài không thể có cùng dấu, chúng phải thoả mãn điều kiện thể tích không đổi. Căn cứ vào sự đồng dạng giữa vòng tròn Mohr ứng suất và vòng tròn Mohr biến dạng ta có mối quan hệ sau đây :

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{\epsilon_1 - \epsilon_2} = \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{\epsilon_2 - \epsilon_3} = \frac{\sigma_3 - \sigma_1}{\epsilon_3 - \epsilon_1} = 2G' \quad (6.4)$$

trong đó: $2G'$ là một hệ số tỷ lệ, ý nghĩa của nó sẽ được giải thích sau.

Xét biểu thức :
$$\frac{\sigma_2 - \sigma_3}{\epsilon_2 - \epsilon_3} = 2G'$$

Từ điều kiện thể tích không đổi rút ra $\epsilon_3 = -(\epsilon_1 + \epsilon_2)$

Thế vào ta được:

$$\epsilon_2 = \frac{\sigma_2 - \sigma_3 - 2G'\epsilon_1}{4G'}$$

Lại xét biểu thức :
$$\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{\epsilon_1 - \epsilon_2} = 2G'$$

và thế ϵ_2 vừa tìm được vào ta có :

$$\sigma_1 - \sigma_2 = 2G' \left(\epsilon_1 - \frac{\sigma_2 - \sigma_3 - 2G'\epsilon_1}{4G'} \right)$$

rút ra
$$\epsilon_1 = \frac{1}{3G'} \left[\sigma_1 - \frac{1}{2}(\sigma_2 + \sigma_3) \right]$$

Tương tự từ (6.4) ta có thêm hai biểu thức nữa:

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_1 &= \frac{1}{3G'} \left[\sigma_1 - \frac{1}{2}(\sigma_2 + \sigma_3) \right] \\ \epsilon_2 &= \frac{1}{3G'} \left[\sigma_2 - \frac{1}{2}(\sigma_3 + \sigma_1) \right] \\ \epsilon_3 &= \frac{1}{3G'} \left[\sigma_3 - \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_2) \right] \end{aligned} \right\} \quad (6.5)$$

Đặt $3G' = D$ biểu thức (6.5) sẽ có dạng:

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_1 &= \frac{1}{D} \left[\sigma_1 - \frac{1}{2}(\sigma_2 + \sigma_3) \right] \\ \epsilon_2 &= \frac{1}{D} \left[\sigma_2 - \frac{1}{2}(\sigma_3 + \sigma_1) \right] \\ \epsilon_3 &= \frac{1}{D} \left[\sigma_3 - \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_2) \right] \end{aligned} \right\} \quad (6.5a)$$

So sánh (6.5a) với (6.1) biểu diễn trong hệ trục chính ta thấy chúng hoàn toàn tương tự chỉ khác là hệ số Poisson ν trong biến dạng dẻo bằng $1/2$ và mô đun đàn hồi E được thay bằng mô đun dẻo D .

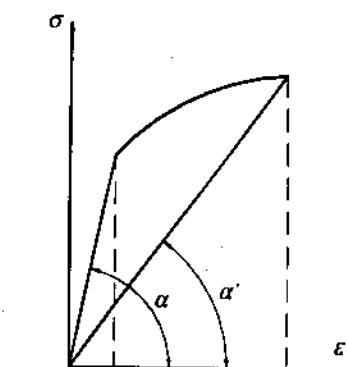
Trong biến dạng đàn hồi ta có mối quan hệ :

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

Nếu thay $\nu = 0.5$ thì $G = \frac{1}{3}E$

Đối chiếu (6.5) và (6.5a) ta có $G' = \frac{1}{3}D$ do đó G' được gọi là mô đun trượt trong biến dạng dẻo.

Sự khác nhau cơ bản giữa các mô đun E và G trong biến dạng đàn hồi với các mô đun D và G' trong biến dạng dẻo là ở chỗ E và G là hằng số đối với một vật liệu nhất định còn D và G' thì thay đổi trong suốt quá trình biến dạng.



Hình 6.2. Mô đun đàn hồi và mô đun dẻo

Ta có thể hình dung điều này bằng hình vẽ. Trong biến dạng đàn hồi $E = \tan \alpha = \text{const}$, còn trong biến dạng dẻo $D = \tan \alpha'$ mà α' thì luôn luôn thay đổi trong quá trình biến dạng.

Ta có thể giải thích ý nghĩa của mô đun dẻo như sau: Nếu tại một thời điểm nào đó của quá trình biến dạng mô đun dẻo có một trị số xác định thì ứng suất gây nên trong vật thể một biến dạng ϵ ở thời điểm đó sẽ có độ lớn bằng $D\epsilon$. Nếu $\sigma_2 = \sigma_1$, thế vào (6.5a) ta có:

$$\epsilon_1 = \frac{1}{D} \left[\sigma_1 - \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3) \right]$$

$$\epsilon_2 = \frac{1}{D} \left[\sigma_1 - \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3) \right]$$

Vậy nếu hai ứng suất bằng nhau thì hai biến dạng tương ứng cũng bằng nhau. Trạng thái biến dạng phẳng có một biến dạng bằng 0, giả sử $\epsilon_2 = 0$, thế vào phương trình thứ hai trong (6.5a) ta có :

$$\sigma_2 - \frac{1}{2}(\sigma_3 + \sigma_1) = 0$$

do đó:
$$\sigma_2 = \frac{1}{2}(\sigma_3 + \sigma_1)$$

Như vậy, ứng suất trên phương có biến dạng bằng 0 bằng nửa tổng của hai ứng suất kia. Còn trong trạng thái ứng suất phẳng thì $\sigma_2 = 0$ nên thay vào phương trình thứ hai trong (6.5a) ta được:

$$\epsilon_2 = -\frac{1}{D} \left(\frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \right)$$

Như vậy, biến dạng trên phương có ứng suất bằng 0, tỷ lệ với nửa tổng của hai ứng suất kia.

Trong biến dạng dẻo, biến dạng vẫn còn giữ nguyên sau khi dỡ tải, không tồn tại quan hệ phụ thuộc tự nhiên giữa ứng suất và biến dạng như trong biến dạng đàn hồi, nên đối với trạng thái dẻo phải mô tả sự phụ thuộc của gia số biến dạng vào ứng suất.

6.3. PHƯƠNG TRÌNH PRANDTL-REUSS

Phương trình Prandtl-Reuss biểu thị một cách tổng quát mối quan hệ giữa gia số biến dạng với tenxơ lệch ứng suất

$$d\epsilon_{ij} = d\epsilon_{ij}^p + d\epsilon_{ij}^e$$

$$d\epsilon_{ij} = \sigma'_{ij} d\lambda + \frac{1}{2G} \sigma'_{ij} + \frac{1-2\nu}{E} \delta_{ij} \sigma_m \quad (6.6)$$

trong đó có thể viết:

$$\frac{d\epsilon_x^p}{\sigma'_x} = \frac{d\epsilon_y^p}{\sigma'_y} = \frac{d\epsilon_z^p}{\sigma'_z} = \frac{d\gamma_{xy}^p}{\tau_{xy}} = \frac{d\gamma_{yz}^p}{\tau_{yz}} = \frac{d\gamma_{zx}^p}{\tau_{zx}} = d\lambda \quad (6.7)$$

$d\lambda$ là một hệ số tỷ lệ tức thời, nó thay đổi trong suốt quá trình biến dạng phụ thuộc vào vật liệu và các điều kiện biến dạng và được xác định bằng thực nghiệm. Biểu thức (6.7) còn có thể viết dưới dạng :

$$\left. \begin{aligned} d\epsilon_x^p &= \frac{2}{3} d\lambda \left[\sigma_x - \frac{1}{2} (\sigma_y + \sigma_z) \right] \\ d\epsilon_y^p &= \frac{2}{3} d\lambda \left[\sigma_y - \frac{1}{2} (\sigma_z + \sigma_x) \right] \\ d\epsilon_z^p &= \frac{2}{3} d\lambda \left[\sigma_z - \frac{1}{2} (\sigma_x + \sigma_y) \right] \\ d\gamma_{xy}^p &= d\lambda \tau_{xy} \\ d\gamma_{yz}^p &= d\lambda \tau_{yz} \\ d\gamma_{zx}^p &= d\lambda \tau_{zx} \end{aligned} \right\} \quad (6.8)$$

hoặc biểu diễn bằng các ứng suất chính

$$\frac{d\epsilon_1^p - d\epsilon_2^p}{\sigma_1 - \sigma_2} = \frac{d\epsilon_2^p - d\epsilon_3^p}{\sigma_2 - \sigma_3} = \frac{d\epsilon_3^p - d\epsilon_1^p}{\sigma_3 - \sigma_1} = d\lambda \quad (6.9)$$

So sánh (6.8) với (6.5a) ta nhận thấy:

$$\frac{1}{D} = \frac{2}{3} d.$$

Xét về mặt ý nghĩa $d\lambda$ cũng là một hình thức biểu diễn của môđun dẻo.

Nếu tách biến dạng tổng thành biến dạng thể tích và biến dạng hình dạng thì (6.6) có thể viết dưới dạng:

$$\left. \begin{aligned} d\epsilon'_{ij} &= \sigma'_{ij} d\lambda + \frac{1}{2G} \sigma'_{ij} \\ d\epsilon_{ii} &= \frac{1-2\nu}{E} \sigma_{ii} \end{aligned} \right\} \quad (6.10)$$

$$d\epsilon_{ij} = d\epsilon_{ij}^o; \sigma_{ii} = \sigma_{ii}^o$$

Trong biến dạng dẻo lớn, biến dạng đàn hồi có thể bỏ qua nên gia số biến dạng tổng bằng gia số biến dạng dẻo, vật liệu coi là cứng-hoàn toàn dẻo, khi đó ta có phương trình Lévy-Mises:

$$d\epsilon_{ij} = d\epsilon_{ij}^o = d\lambda \sigma'_{ij} \quad (6.11)$$

hoặc:

$$\frac{d\epsilon_x}{\sigma'_x} = \frac{d\epsilon_y}{\sigma'_y} = \frac{d\epsilon_z}{\sigma'_z} = \frac{d\gamma_{xy}}{\tau_{xy}} = \frac{d\gamma_{yz}}{\tau_{yz}} = \frac{d\gamma_{zx}}{\tau_{zx}} = d\lambda \quad (6.11a)$$

Nếu lấy đạo hàm theo thời gian ta được

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \dot{\lambda} \sigma'_{ij}$$

6.4. CÔNG BIẾN DẠNG

Ta hãy bắt đầu bằng một ví dụ đơn giản: nén mẫu hình trụ. Tại một thời điểm bất kỳ nào đó mẫu có chiều cao h bị ép xuống một lượng nhỏ dh thì công biến dạng dA sẽ bằng tích của lực ép P với lượng ép dh :

$$dA = Pdh = \sigma_n S dh = -k_w S dh \quad (6.12)$$

trong đó:

k_w - trở lực biến dạng trên đơn vị diện tích, nó là một đại lượng luôn luôn dương.

S - tiết diện của mẫu tại thời điểm đã cho

$$S = \frac{V}{h}$$

Thay vào (6.12), ta có: $dA = -k_w V \frac{dh}{h} = -k_w V d\phi \quad (6.13)$

Trong trường hợp này dh là âm nên dA dương.

Công cần thiết để nén mẫu từ độ cao ban đầu h_0 xuống độ cao cuối cùng h_1 sẽ là:

$$A = -V \int_{h_0}^{h_1} k_w \frac{dh}{h} = -V k_{wm} \ln \frac{h_1}{h_0}$$

$$A = V k_{wm} \varphi \quad (6.14)$$

trong đó k_{wm} - trở lực biến dạng riêng trung bình;

$$k_{wm} = \frac{1}{\varphi} \int_0^{\varphi} k_w d\varphi \quad (6.15)$$

Công biến dạng A trong biểu thức (6.14) sẽ có trị số nhỏ nhất nếu trong quá trình nén không tồn tại ma sát ngoài giữa đe và mẫu đồng thời không xảy ra dịch chuyển tương đối bên trong vật thể. Điều này có nghĩa là 1 phân tử hình lập phương của mẫu sẽ bị nén thành 1 phân tử hình hộp (nghĩa là chỉ thay đổi kích thước). Trong điều kiện đó công biến dạng cần thiết chỉ để khắc phục sự chống lại biến dạng của vật thể và trở lực biến dạng trên đơn vị diện tích k_w sẽ bằng ứng suất chảy k_f .

Ứng với biểu thức (6.15) ta cũng có ứng suất chảy trung bình k_{fm}

$$k_{fm} = \frac{1}{\varphi} \int_0^{\varphi} k_f d\varphi \quad (6.16)$$

Công biến dạng nhỏ nhất hay công biến dạng lý tưởng sẽ bằng

$$A_{lt} = V k_{fm} \varphi \quad (6.17)$$

Tỷ số giữa công biến dạng lý tưởng và công biến dạng thực tế gọi là hiệu suất biến dạng

$$\eta = \frac{A_{lt}}{A} = \frac{V k_{fm} \varphi}{V k_{wm} \varphi} = \frac{k_{fm}}{k_{wm}} \quad (6.18)$$

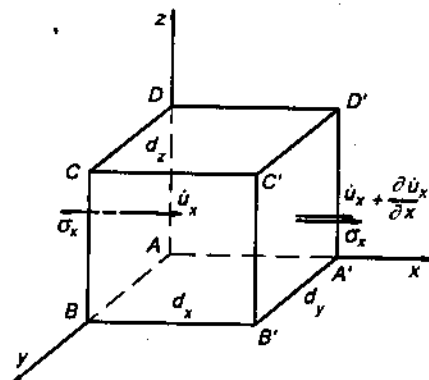
Công biến dạng trong một đơn vị thể tích hay công biến dạng riêng:

$$a = \frac{A}{V} = \frac{V k_{wm} \varphi}{V} = k_{wm} \varphi \quad (6.19)$$

Trên cơ sở của thí dụ đơn giản vừa xét ở trên ta hãy mở rộng khái niệm về công biến dạng đối với trường hợp chung, nghĩa là đối với trạng thái ứng suất và trạng thái biến dạng ba chiều.

Hãy xét một phân tử hình hộp có các cạnh dx , dy , dz ở trong trạng thái ứng suất. Mặt ABCD dịch chuyển theo phương x với tốc độ $\dot{u}_x$. Do phân tử bị kéo dài theo phương x nên mặt A'B'C'D' dịch chuyển với tốc độ $\dot{u}_x + \frac{\partial \dot{u}_x}{\partial x} dx$. Công biến dạng

riêng trong một đơn vị thời gian hay công suất riêng được tính bằng:



Hình 6.3. Ứng suất và tốc độ chuyển vị trên một phân tử hình hộp

$$\dot{a} = \left[\sigma_x dydz \left(\dot{u}_x + \frac{\partial \dot{u}_x}{\partial x} dx \right) - \sigma_x dydz \dot{u}_x \right] \frac{1}{dx dy dz} = \sigma_x \frac{\partial \dot{u}_x}{\partial x} = \sigma_x \dot{\epsilon}_x \quad (6.20)$$

Do đó công riêng a sẽ bằng:

$$da = \dot{a} dt = \sigma_x \dot{\epsilon}_x dt = \sigma_x d\epsilon_x$$

$$\text{hay} \quad \left. \begin{aligned} a &= \int \sigma_x d\epsilon_x \\ a &= \int \sigma_x \dot{\epsilon}_x dt \end{aligned} \right\} \quad (6.21)$$

Nếu trên các mặt của phần tử tồn tại cả 6 thành phần ứng suất và 6 thành phần biến dạng thì tương tự như trên ta có thể tính được công suất riêng:

$$\dot{a} = \sigma_x \dot{\epsilon}_x + \sigma_y \dot{\epsilon}_y + \sigma_z \dot{\epsilon}_z + \tau_{xy} \dot{\gamma}_{xy} + \tau_{yz} \dot{\gamma}_{yz} + \tau_{zx} \dot{\gamma}_{zx} \quad (6.22)$$

Công riêng sẽ bằng

$$\begin{aligned} a &= \int \dot{a} dt \\ &= \int \sigma_x d\epsilon_x + \int \sigma_y d\epsilon_y + \int \sigma_z d\epsilon_z + \int \tau_{xy} d\gamma_{xy} + \int \tau_{yz} d\gamma_{yz} + \int \tau_{zx} d\gamma_{zx} \end{aligned} \quad (6.23)$$

Nếu ta thay:

$$\sigma_x = \sigma'_x + \sigma_m$$

$$\sigma_y = \sigma'_y + \sigma_m$$

$$\sigma_z = \sigma'_z + \sigma_m$$

và:

$$\dot{\epsilon}_x = \dot{\epsilon}'_x + \dot{\epsilon}_m$$

$$\dot{\epsilon}_y = \dot{\epsilon}'_y + \dot{\epsilon}_m$$

$$\dot{\epsilon}_z = \dot{\epsilon}'_z + \dot{\epsilon}_m$$

vào biểu thức (6.22) thì ta sẽ được:

$$\left. \begin{aligned} \dot{a} &= 3\sigma_m \dot{\epsilon}_m + \left(\sigma'_x \dot{\epsilon}'_x + \sigma'_y \dot{\epsilon}'_y + \sigma'_z \dot{\epsilon}'_z + \tau_{xy} \dot{\gamma}_{xy} + \tau_{yz} \dot{\gamma}_{yz} + \tau_{zx} \dot{\gamma}_{zx} \right) \\ \dot{a}_{tt} &= 3\sigma_m \dot{\epsilon}_m \\ \dot{a}_{hd} &= \sigma'_x \dot{\epsilon}'_x + \sigma'_y \dot{\epsilon}'_y + \sigma'_z \dot{\epsilon}'_z + \tau_{xy} \dot{\gamma}_{xy} + \tau_{yz} \dot{\gamma}_{yz} + \tau_{zx} \dot{\gamma}_{zx} \end{aligned} \right\} \quad (6.24)$$

và công riêng:

$$\begin{aligned} a &= \int 3\sigma_m d\epsilon_m + \int \sigma'_x d\epsilon'_x + \int \sigma'_y d\epsilon'_y + \int \sigma'_z d\epsilon'_z + \int \tau_{xy} d\gamma_{xy} + \int \tau_{yz} d\gamma_{yz} + \int \tau_{zx} d\gamma_{zx} \\ a &= a_{tt} + a_{hd} \end{aligned} \quad (6.25)$$

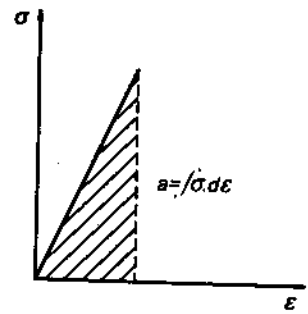
trong đó:

$\dot{a}_{tt}$ và a_{tt} là công suất riêng và công riêng thay đổi thể tích, $\dot{a}_{hd}$ và a_{hd} là công suất riêng và công riêng thay đổi hình dạng. Tổng quát lại viết dưới dạng tenxơ:

$$\left. \begin{aligned} \dot{a} &= \sigma_{ij} \dot{\epsilon}_{ij} \\ a &= \int \sigma_{ij} d\epsilon_{ij} \end{aligned} \right\} \quad (6.26)$$

Trong biến dạng đàn hồi quan hệ giữa ứng suất và biến dạng là quan hệ tuyến tính $\sigma = E\epsilon$ nên công riêng biến dạng đàn hồi chính bằng phần diện tích nằm dưới đường thẳng biểu diễn mối quan hệ giữa σ và ϵ . Do vậy ta có :

$$a_{lt}^e = \frac{3}{2} \sigma_m \epsilon_m \quad (6.27)$$



Hình 6.4. Công riêng biến dạng đàn hồi

$$a_{hd}^e = \frac{1}{2} (\sigma'_x \epsilon'_x + \sigma'_y \epsilon'_y + \sigma'_z \epsilon'_z + \tau_{xy} \gamma_{xy} + \tau_{yz} \gamma_{yz} + \tau_{zx} \gamma_{zx}) = \frac{1}{2} \sigma'_{ij} \epsilon'_{ij} \quad (6.28)$$

Chương 7

ĐIỀU KIỆN DẪO VÀ NHỮNG TIỀN ĐỀ CƠ BẢN ĐỂ PHÂN TÍCH QUÁ TRÌNH BIẾN DẠNG

7.1. ĐIỀU KIỆN DẪO

Điều kiện dẻo là điều kiện để kim loại quá độ từ trạng thái đàn hồi sang trạng thái dẻo. Đây thực chất là những giả thuyết vì vậy cần phải được kiểm chứng bằng thực nghiệm.

Ta hãy xét trường hợp kéo một thanh tròn theo hướng trục. Thanh sẽ bị biến dạng dẻo chừng nào ứng suất kéo trên tiết diện của nó đạt tới giới hạn chảy. Nếu ngoài lực kéo thanh còn chịu lực ép ngang theo hướng chu vi thì rõ ràng sự chảy của kim loại theo chiều trục sẽ dễ dàng hơn và kim loại sẽ bắt đầu chảy khi ứng suất kéo hướng trục còn chưa đạt tới giới hạn chảy. Qua đây ta thấy rằng điều kiện dẻo phải là một hàm của tất cả các thành phần của Tenxơ ứng suất và được biểu diễn bằng một ứng suất tương đương để khi nó đạt tới một giá trị tới hạn nào đó thì kim loại chuyển từ trạng thái đàn hồi sang trạng thái dẻo.

$$f(\sigma_{ij}) = \text{const} = C^T - \text{hằng số dẻo} \quad (7.1)$$

Ta giả thiết vật liệu là đẳng hướng nghĩa là các tính chất vật lý của nó trên tất cả các phương đều như nhau nên hàm $f(\sigma_{ij})$ sẽ không phụ thuộc vào việc chọn hệ toạ độ, vì vậy ta có thể chọn hệ trục chính

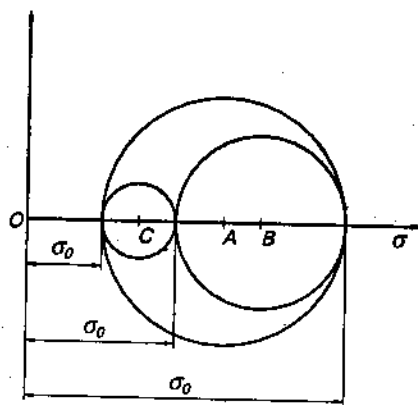
$$f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = \text{const} \quad (7.2)$$

Như ta đã biết Tenxơ cầu không gây biến dạng dẻo nên các ứng suất chính trong (7.2) có thể thay bằng các thành phần chính của Tenxơ lệch ứng suất

$$f(\sigma'_1, \sigma'_2, \sigma'_3) = \text{const} \quad (7.3)$$

Biểu diễn tenxơ ứng suất bằng vòng tròn Mohr ta dễ dàng nhận thấy độ lớn của các vòng tròn chỉ phụ thuộc vào hiệu của các ứng suất chính $\sigma_1 - \sigma_2, \sigma_2 - \sigma_3, \sigma_3 - \sigma_1$, vì vậy điều kiện dẻo cũng sẽ chỉ phụ thuộc vào chúng, điều đó có nghĩa là:

$$f(\sigma_1 - \sigma_2, \sigma_2 - \sigma_3, \sigma_3 - \sigma_1) = \text{const} \quad (7.4)$$



Hình 7.1. Vòng tròn Mohr ứng suất

Dạng hàm số đơn giản nhất thoả mãn điều kiện (7.4) có thể là:

$$\left. \begin{aligned} |\sigma_1 - \sigma_2| &= \text{const} \\ |\sigma_2 - \sigma_3| &= \text{const} \\ |\sigma_3 - \sigma_1| &= \text{const} \end{aligned} \right\} \quad (7.5)$$

Trong ba biểu thức này biểu thức nào có trị số lớn nhất đạt tới giá trị tới hạn thì sẽ phát sinh biến dạng dẻo. Giá trị tới hạn ấy là tùy thuộc vào vật liệu và điều kiện biến dạng.

Một dạng hàm khác cũng có thể thoả mãn điều kiện (7.4) là:

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 = \text{const} \quad (7.6)$$

$$\sigma_v = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}$$

Một khác điều kiện dẻo cần phải đúng với mọi trường hợp dù là trạng thái ứng suất đơn, trạng thái ứng suất phẳng hay trạng thái ứng suất khối, vì vậy các hằng số trong (7.5) và (7.6) có thể xác định từ các trạng thái ứng suất đơn giản ví dụ trạng thái ứng suất đơn hoặc trạng thái cắt thuần túy. Khi kéo đơn: $\sigma_1 = k_f$, $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$ thay vào (7.5) ta có hằng số bằng k_f , thay vào (7.6) thì hằng số bằng $2k_f^2$. Khi cắt thuần túy: $\sigma_1 = -\sigma_3 = k$, $\sigma_2 = 0$ thay vào (7.5) hằng số bằng $2k$, thay vào (7.6) thì hằng số bằng $6k^2$.

Vì vậy (7.5) và (7.6) có thể viết thành:

$$\left. \begin{aligned} |\sigma_1 - \sigma_2| &= k_f = 2k \\ |\sigma_2 - \sigma_3| &= k_f = 2k \\ |\sigma_3 - \sigma_1| &= k_f = 2k \end{aligned} \right\} \quad (7.7)$$

và
$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 = 2k_f^2 = 6k^2 \quad (7.8)$$

Điều kiện dẻo (7.7) do Tresca-Saint Venant đề ra và điều kiện dẻo (7.8) do Huber-Mises đề ra nên mang tên của các tác giả này.

Trong các biểu thức trên k gọi là ứng suất tiếp chảy, nó được xác định trong trường hợp cắt thuần túy. Theo điều kiện dẻo của Tresca thì $\tau_{\max} = k = k_f/2$, còn theo điều kiện dẻo của Mises thì $k = \frac{1}{\sqrt{3}} k_f \approx 0,575 k_f$.

Đối chiếu (4.37) và (7.8) ta nhận thấy điều kiện dẻo của Mises còn có thể viết dưới dạng:

$$\tau_0 = \frac{\sqrt{2}}{3} k_f \quad (7.9)$$

Điều đó nói lên rằng trong trạng thái dẻo ứng suất tiếp trên khối tám mặt có một độ lớn xác định, nói cách khác nếu ứng suất tiếp trên khối tám mặt τ_0 đạt tới trị số $\frac{\sqrt{2}}{3}k_f$ thì kim loại sẽ ở trong trạng thái dẻo.

Nếu thay hiệu của các ứng suất chính bằng ứng suất tiếp chính thì (7.8) sẽ có dạng

$$\tau_{12}^2 + \tau_{23}^2 + \tau_{31}^2 = \frac{1}{2}k_f^2 \quad (7.10)$$

Dựa vào bất biến J_2 của Tenxơ lệch ứng suất (4.39) ta có thể viết điều kiện dẻo trong hệ toạ độ bất kỳ

$$(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2) = 2k_f^2 \quad (7.11)$$

7.2. Ý NGHĨA VẬT LÝ CỦA ĐIỀU KIỆN DẸO

Để ý đến công biến dạng đàn hồi thay đổi hình dạng (6.28) biểu diễn trong hệ trục chính:

$$a_{hd}^e = \frac{1}{2}(\sigma'_1 \epsilon'_1 + \sigma'_2 \epsilon'_2 + \sigma'_3 \epsilon'_3)$$

Thay các giá trị của $\epsilon'_1, \epsilon'_2, \epsilon'_3$ bằng các giá trị của ứng suất theo định luật Hooke (6.2) ta sẽ được:

$$a_{hd}^e = \frac{1}{12G} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]$$

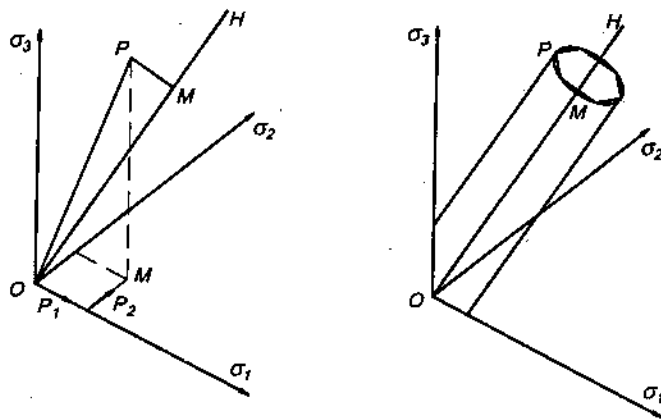
Nếu vật liệu chuyển từ trạng thái đàn hồi sang trạng thái dẻo theo điều kiện của Mises thì:

$$a_{hd}^e = \frac{1}{12G} \cdot 2k_f^2 = \frac{1}{6G} k_f^2 \quad (7.12)$$

Điều này nói lên rằng trong những điều kiện biến dạng nhất định (nhiệt độ, tốc độ biến dạng, mức độ biến dạng) nếu công riêng biến dạng đàn hồi thay đổi hình dạng đạt tới trị số $\frac{1}{6G} k_f^2$ thì vật thể sẽ biến dạng dẻo. Với ý nghĩa vật lý đó nên điều kiện dẻo của Huber-Mises còn gọi là điều kiện dẻo năng lượng.

7.3. Ý NGHĨA HÌNH HỌC CỦA ĐIỀU KIỆN DẸO

Trong không gian ứng suất chính được tạo bởi ba trục vuông góc với nhau $O\sigma_1, O\sigma_2, O\sigma_3$ giả sử tại điểm P có các ứng suất chính là $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ thì vector $\vec{OP}$ có thể coi là tổng của 3 véc tơ $\vec{OP_1}, \vec{OP_2}, \vec{OP_3}$ có độ lớn lần lượt là $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$. Dựng đường thẳng OH nghiêng đều với ba trục, vậy các cosin chỉ phương của OH đều bằng $\frac{1}{\sqrt{3}}$.



Hình 7.2. Mặt dẻo trong không gian ứng suất chính

Hình chiếu của OP lên OH là ON:

$$ON = \frac{1}{\sqrt{3}}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) = \sqrt{3}\sigma_m$$

$$\begin{aligned} PN^2 &= OP^2 - ON^2 = \sum \sigma_i^2 - (\sum \sigma_i)^2 / 3 \\ &= \sum \sigma_i^2 - (\sum \sigma_i^2 + 2\sum \sigma_i \sigma_j) / 3 \\ &= \frac{1}{3} \sum (\sigma_i - \sigma_j)^2 \end{aligned}$$

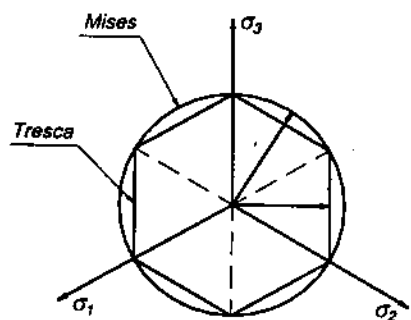
Theo điều kiện dẻo của Mises thì $\sum (\sigma_i - \sigma_j)^2 = 2k_f^2$ vì vậy, $PN = \sqrt{\frac{2}{3}}k_f$. Như vậy tất cả

những điểm nằm trong không gian ứng suất chính có khoảng cách tới trục OH bằng $\sqrt{\frac{2}{3}}k_f$ đều thoả mãn điều kiện dẻo. Từ đây ta suy ra điều kiện dẻo của Huber-Mises trong không gian ứng suất chính có thể biểu diễn bằng một mặt trụ dài vô hạn có bán kính bằng $\sqrt{\frac{2}{3}}k_f$, trục của nó đi qua gốc toạ độ và nghiêng đều với các trục toạ độ. Mặt trụ đó gọi là mặt trụ dẻo. Nếu trạng thái ứng suất được biểu diễn bằng một điểm nằm bên trong mặt trụ thì chứng tỏ vật liệu đó vẫn ở trong trạng thái đàn hồi. Những điểm nằm bên ngoài mặt trụ dẻo không có ý nghĩa gì về mặt vật lý. Vì trên mặt trụ dẻo có vô số các điểm nên cũng tồn tại vô số khả năng phối hợp của các ứng suất chính có thể thoả mãn điều kiện dẻo. Quyết định trạng thái dẻo là khoảng cách PN từ điểm trong trạng thái ứng suất tới trục OH, còn ON lớn hay nhỏ không có ảnh hưởng gì tới việc quá độ từ trạng thái đàn hồi sang trạng thái dẻo, nó chỉ thể hiện Tenxơ cầu ứng suất, còn PN là tổng véc tơ của các thành phần của Tenxơ lệch ứng suất.

Nếu cắt mặt trụ dẻo bằng một mặt phẳng vuông góc với trục của nó thì giao tuyến của chúng là một đường tròn mô tả trạng thái ứng suất của tất cả các điểm có cùng một Tenxơ cầu:

$$\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = \text{const}$$

Đường tròn giao tuyến của mặt phẳng đi qua gốc toạ độ và vuông góc với mặt trụ mô tả trạng thái ứng suất của tất cả các điểm có Tenxơ cầu bằng 0 ($\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = 0$), nghĩa là các điểm có trạng thái ứng suất thuần tuý là Tenxơ lệch. Đường sinh của mặt trụ dẻo mô tả trạng thái ứng suất của tất cả các điểm có cùng một Tenxơ lệch, nghĩa là có hiệu của các ứng suất chính không đổi.



Hình 7.3. Mặt dẻo biểu diễn trên mặt phẳng π
 $\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = 0$

Điều kiện dẻo của Tresca-Saint Venant trong không gian ứng suất chính được biểu diễn bằng một mặt lăng trụ lục giác đều dài vô hạn nội tiếp trong mặt trụ dẻo của Huber-Mises (không chứng minh).

Ta hãy xét giao tuyến của mặt dẻo với các mặt toạ độ tức là các mặt $\sigma_1 = 0$, $\sigma_2 = 0$ hoặc $\sigma_3 = 0$ ứng với trường hợp trạng thái ứng suất phẳng.

Giả sử $\sigma_3 = 0$, thay vào (7.8) ta có:

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + \sigma_2^2 + \sigma_1^2 = 2k_f^2$$

Rút gọn lại ta được:

$$\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1\sigma_2 = k_f^2 \quad (7.13)$$

Nếu $\sigma_2 = 0$ hoặc $\sigma_1 = 0$ thì tương ứng ta được:

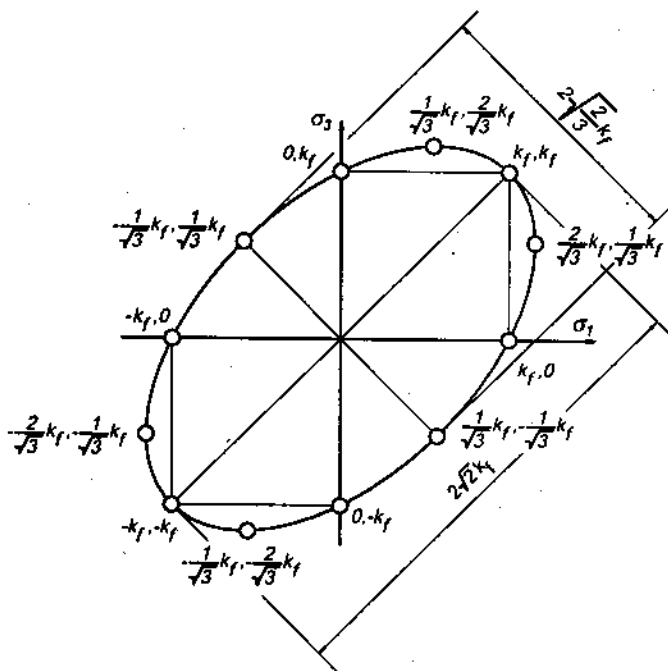
$$\sigma_1^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_3 = k_f^2 \quad (7.13a)$$

$$\sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_2\sigma_3 = k_f^2 \quad (7.13b)$$

Đây là phương trình của các elip hoàn toàn giống nhau, tâm của chúng trùng với gốc toạ độ, các trục của chúng hợp với các trục toạ độ một góc 45° (hình 7.4). Dựa vào hình học giải tích ta có thể xác định được tất cả các điểm đặc trưng của elip và các bán trục của nó.

Rõ ràng bán trục nhỏ của elip bằng bán kính của mặt trụ tức là bằng $\sqrt{\frac{2}{3}}k_f$. Từ hình vẽ ta nhận thấy trên elip dẻo ứng với trạng thái ứng suất phẳng không có một ứng suất nào vượt quá trị số $\frac{2}{\sqrt{3}}k_f = 1.155k_f$, đó là trị số ứng suất lớn nhất trong trạng thái ứng suất phẳng khi chuyển từ đàn hồi sang dẻo.

Bốn điểm trên elip $(0, k_f; k_f, 0; 0, -k_f; -k_f, 0)$ xác định trạng thái ứng suất đơn (kéo hoặc nén).



Hình 7.4. Elip dẻo

Bốn điểm khác của elip $\left(\frac{1}{\sqrt{3}}k_f, \frac{2}{\sqrt{3}}k_f; \frac{2}{\sqrt{3}}k_f, \frac{1}{\sqrt{3}}k_f; -\frac{1}{\sqrt{3}}k_f, -\frac{2}{\sqrt{3}}k_f; -\frac{2}{\sqrt{3}}k_f, -\frac{1}{\sqrt{3}}k_f \right)$ có đặc điểm vừa là trạng thái ứng suất phẳng vừa là trạng thái biến dạng phẳng vì một trong ba ứng suất chính bằng nửa tổng của hai ứng suất kia (ở đây $\sigma_2 = 0$ nên $\sigma_3 = \frac{0 + \sigma_1}{2}$ hoặc $\sigma_1 = \frac{0 + \sigma_3}{2}$).

Hai điểm của elip $\left(\frac{1}{\sqrt{3}}k_f, -\frac{1}{\sqrt{3}}k_f, -\frac{1}{\sqrt{3}}k_f, \frac{1}{\sqrt{3}}k_f \right)$ ứng với trường hợp cắt thuần túy vì ở đây một ứng suất bằng 0 còn hai ứng suất kia bằng nhau về độ lớn nhưng khác dấu.

7.4. NHỮNG BIỂU THỨC RIÊNG CỦA ĐIỀU KIỆN DỎ

Từ biểu thức (7.11) là điều kiện dẻo viết trong hệ toạ độ bất kỳ ta có thể nhận được điều kiện dẻo trong một số trường hợp đặc biệt sau đây:

- Trạng thái ứng suất phẳng: khi đó

$$\sigma_y = \tau_{xy} = \tau_{yz} = 0$$

thay vào (7.11) và rút gọn ta được:

$$\sigma_x^2 + \sigma_z^2 - \sigma_x \sigma_z + 3\tau_{xz}^2 = k_f^2 \quad (7.14)$$

Biểu diễn trong hệ trục chính ta đã có (7.13)

$$\sigma_1^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1 \sigma_3 = k_f^2$$

- Trạng thái biến dạng phẳng: khi đó

$$\sigma_y = \frac{\sigma_x + \sigma_z}{2}$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yz} = 0$$

thay vào (7.11) và rút gọn ta được:

$$(\sigma_x - \sigma_z)^2 + 4\tau_{xz}^2 = \frac{4}{3}k_f^2 \quad (7.15)$$

Đặt $\frac{2}{\sqrt{3}}k_f = k_f^* = 2k$, biểu thức (7.15) sẽ trở thành:

$$(\sigma_x - \sigma_z)^2 + 4\tau_{xz}^2 = k_f^{*2} = 4k^2 \quad (7.15a)$$

Biểu diễn trong hệ trục chính ta có:

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \pm \frac{2}{\sqrt{3}}k_f = \pm k_f^* = \pm 2k \quad (7.16)$$

hoặc
$$\tau_{13} = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}k_f = \pm \frac{1}{2}k_f^* = \pm k \quad (7.16a)$$

- Trạng thái ứng suất đối xứng trục: khi đó

$$\tau_{p\theta} = \tau_{\theta z} = 0$$

Thay vào (7.11) trong đó các chỉ số x và y tương ứng thay bằng p và θ

$$(\sigma_p - \sigma_\theta)^2 + (\sigma_\theta - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_p)^2 + 6\tau_{zp}^2 = 2k_f^2 \quad (7.17)$$

7.5. ẢNH HƯỞNG CỦA ỨNG SUẤT PHÁP CHÍNH TRUNG GIAN ĐẾN ĐIỀU KIỆN DÈO

Nếu ta quy ước:

$$\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3 \text{ hoặc } \sigma_1 < \sigma_2 < \sigma_3$$

thì σ_2 gọi là ứng suất pháp chính trung gian σ_{tg} . Cần phân biệt rõ ứng suất chính trung gian với ứng suất trung bình $\sigma_m = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)$. Trong trường hợp này σ_1 và σ_3 gọi là các ứng suất biên (lớn nhất và nhỏ nhất). Quy ước về độ lớn của các ứng suất ở đây là xét theo giá trị đại số nghĩa là không chỉ xét về giá trị tuyệt đối mà phải xét cả về dấu.

Giả thiết $\sigma_2 = \sigma_{tg} = \sigma_1$, thay vào (7.8) ta có:

$$(\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 = 2k_f^2$$

rút ra:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1 - \sigma_3 &= \pm k_f \\ \tau_{13} &= \pm \frac{1}{2} k_f \end{aligned} \right\} \quad (7.18)$$

Đối với trường hợp $\sigma_2 = \sigma_{tg} = \sigma_3$ thay vào (7.8) ta cũng có:

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \pm k_f$$

hoặc:
$$\tau_{13} = \pm \frac{1}{2} k_f$$

Giả sử $\sigma_2 = \sigma_{tg} = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}$ thì không những σ_2 nằm trung gian trong khoảng giữa hai ứng suất biên σ_1 và σ_3 mà đồng thời còn bằng ứng suất trung bình σ_m

$$\sigma_m = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}$$

Trường hợp này ứng với trạng thái biến dạng phẳng. Thay vào (7.8):

$$\left(\sigma_1 - \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} - \sigma_3 \right)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 = 2k_f^2$$

Rút ra $\sigma_1 - \sigma_3 = \pm \frac{2}{\sqrt{3}} k_f$ như (7.16) đã có ở trên.

Kết hợp các trường hợp vừa xét ở trên (7.16) và (7.18) ta nhận thấy khi σ_{tg} biến thiên trong khoảng giữa hai ứng suất biên điều kiện dẻo năng lượng có thể viết dưới dạng

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \pm \beta k_f \quad (7.19)$$

hoặc
$$\sigma_{\max} - \sigma_{\min} = \beta k_f \quad (7.19a)$$

trong đó β là một hệ số, biến thiên trong phạm vi từ $1 + \frac{2}{\sqrt{3}} = 1,155$, nó có trị số lớn nhất trong trạng thái biến dạng phẳng. β thể hiện ảnh hưởng của ứng suất pháp chính trung gian đến điều kiện dẻo.

Phương trình (7.19) là cách viết đơn giản hoá của điều kiện dẻo (7.8). Biểu diễn bằng ứng suất tiếp chính ta có:

$$\tau_{13} = \tau_{\max} = \pm \frac{1}{2} \beta k_f \quad (7.19b)$$

Dựa vào biểu thức đơn giản của điều kiện dẻo (7.19) ta hãy xét trường hợp trạng thái ứng suất phẳng, giả sử $\sigma_2 = 0$, khi đó nó có thể là ứng suất pháp chính trung gian, song cũng có thể là ứng suất biên. Giả sử σ_1 và σ_3 khác dấu tức là $\sigma_1 \sigma_3 < 0$ thì σ_2 là ứng suất trung gian. Nếu σ_1 và σ_3 đều dương thì σ_2 là một ứng suất biên và là ứng suất nhỏ nhất.

Ngược lại nếu σ_1 và σ_3 đều âm ($\sigma_1\sigma_3 > 0$) thì σ_2 cũng là một ứng suất biên nhưng là ứng suất lớn nhất. Xét cả hai trường hợp khi $\sigma_1\sigma_3 > 0$ thì σ_2 là một ứng suất biên. Tóm lại đối với trạng thái ứng suất phẳng điều kiện dẻo có thể viết như sau:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1 - \sigma_3 &= \pm \beta k_f \quad (\text{Khi } \sigma_1\sigma_3 < 0) \\ \sigma_1 &= \pm \beta k_f \quad (\text{Khi } \sigma_1\sigma_3 > 0 \text{ và } |\sigma_1| > |\sigma_3|) \\ \sigma_3 &= \pm \beta k_f \quad (\text{Khi } \sigma_1\sigma_3 > 0 \text{ và } |\sigma_3| > |\sigma_1|) \end{aligned} \right\} \quad (7.20)$$

Từ sự phân tích ở trên ta nhận thấy β là một hàm của các ứng suất chính $\beta = f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$, nó có thể biểu diễn dưới dạng sau:

$$\beta = \frac{2}{\sqrt{3 + v_\sigma^2}} \quad (7.21)$$

trong đó:

$$v_\sigma = \frac{\sigma_{tg} - \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2}}{\frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2}} = \frac{2\sigma_{tg} - \sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}} \quad (7.22)$$

khi :

$$\sigma_{tg}^* = \sigma_{\max} \text{ thì } v_\sigma = 1 \text{ do đó } \beta = 1$$

$$\sigma_{tg} = \sigma_{\min} \text{ thì } v_\sigma = -1 \text{ do đó } \beta = 1$$

$$\sigma_{tg} = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2} \text{ thì } v_\sigma = 0 \text{ do đó } \beta = \frac{2}{\sqrt{3}} = 1,155$$

Trị số của v_σ biến thiên trong phạm vi từ -1 đến 1 khi σ_{tg} thay đổi từ $\sigma_{\min}$ đến $\sigma_{\max}$. Sự phụ thuộc của β vào v_σ được thể hiện trên hình 7.5.

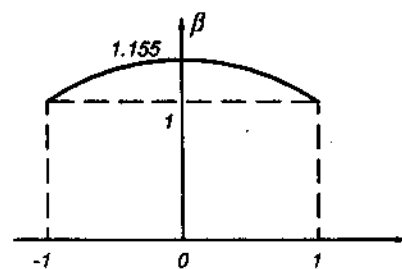
Đường cong lý thuyết này hoàn toàn trùng khớp với những kết quả thực nghiệm của Lode.

Đối với tất cả các trường hợp $\beta = 1$ (nghĩa là ta không để ý đến ảnh hưởng của ứng suất pháp chính trung gian) thì điều kiện dẻo năng lượng có dạng:

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \pm k_f$$

hoặc: $\sigma_2 - \sigma_3 = \pm k_f$

hoặc: $\sigma_3 - \sigma_1 = \pm k_f$



Hình 7.5. Sự phụ thuộc của β vào v_σ

Trường hợp này điều kiện dẻo năng lượng trùng với điều kiện dẻo của Tresca-Saint Venant. Như vậy hai điều kiện dẻo này sẽ trùng nhau trong những trường hợp sau đây:

- Trong trạng thái ứng suất đơn.
- Trong trạng thái ứng suất khối khi ứng suất chính trung gian bằng một trong hai ứng suất biên, nói cách khác là khi hai trong ba ứng suất chính bằng nhau (cả về độ lớn và dấu).
- Trong trạng thái ứng suất phẳng khi hai ứng suất bằng nhau (cả về độ lớn và dấu)

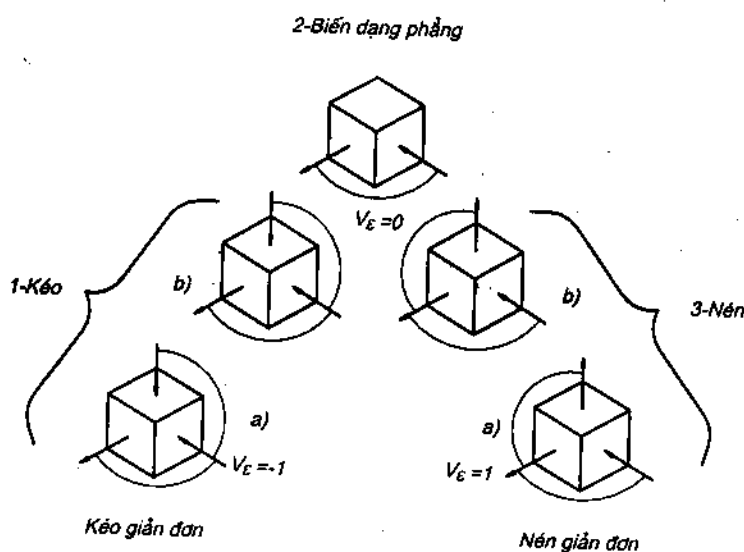
Sự khác nhau lớn nhất giữa hai điều kiện dẻo này xảy ra trong trường hợp trạng thái biến dạng phẳng.

7.6. SƠ ĐỒ CƠ HỌC BIẾN DẠNG

Sơ đồ cơ học biến dạng là sự biểu diễn bằng hình vẽ các dạng của trạng thái ứng suất và trạng thái biến dạng trong một phần tử của vật thể biến dạng. Nó cho ta biết mọi khả năng phối hợp có thể xảy ra giữa các ứng suất chính và biến dạng chính, bởi vậy nó có ý nghĩa lớn trong việc phân tích các quá trình biến dạng.

Trước hết ta hãy xem xét có những kiểu dạng nào của sơ đồ biến dạng. Dựa vào điều kiện thể tích không đổi trong biến dạng dẻo ta nhận thấy biến dạng có trị số tuyệt đối lớn nhất bằng tổng của hai biến dạng kia nhưng trái dấu ví dụ $\epsilon_1 = -(\epsilon_2 + \epsilon_3)$. Vì vậy xét về mặt định tính sơ đồ biến dạng chỉ có thể có ba dạng sau đây:

- 1- Sơ đồ có một biến dạng dương và hai biến dạng âm
- 2- Sơ đồ có một biến dạng âm và hai biến dạng dương
- 3- Sơ đồ có một biến dạng bằng 0, còn hai biến dạng kia bằng nhau về trị số tuyệt đối nhưng trái dấu (trạng thái biến dạng phẳng).



Hình 7.6. Sơ đồ biến dạng

Hai dạng đầu là sơ đồ biến dạng khối, còn dạng thứ ba là sơ đồ biến dạng phẳng. Cả ba dạng này đều là những sơ đồ khác tên vì các biến dạng khác nhau.

Để thấy được mối tương quan về mặt độ lớn giữa các biến dạng trong sơ đồ ta dựa vào hệ số v_ε cũng tương tự như hệ số v_σ (7.22)

$$v_\varepsilon = \frac{\varepsilon_2 - \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_3}{2}}{\frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_3}{2}} \quad (7.23)$$

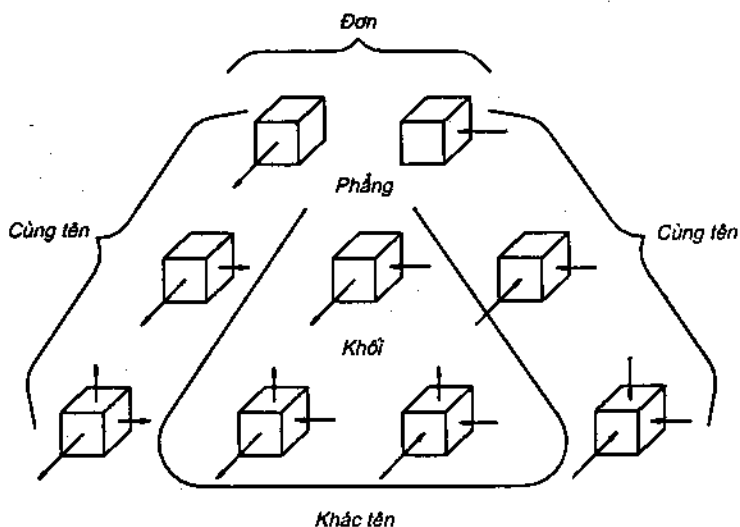
và để ý tới điều kiện thể tích không đổi $\varepsilon_2 = -(\varepsilon_1 + \varepsilon_3)$

$$v_\varepsilon = -3 \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_3}{\varepsilon_1 - \varepsilon_3} \quad (7.24)$$

Trong trạng thái biến dạng phẳng $\varepsilon_1 = -\varepsilon_3$ nên $v_\varepsilon = 0$. Đối với sơ đồ khối có một biến dạng dương ε_1 thì nếu hai biến dạng kia bằng nhau nghĩa là $\varepsilon_3 = -\frac{1}{2}\varepsilon_1$ thì $v_\varepsilon = -1$. Đối với những trường hợp khác trong dạng sơ đồ này thì v_ε luôn luôn nằm trong giới hạn $0 > v_\varepsilon > -1$. Tương tự như vậy đối với sơ đồ khối có một biến dạng âm thì $0 < v_\varepsilon < +1$. Ứng với sơ đồ khối có hai biến dạng bằng nhau hoặc âm hoặc dương là trường hợp kéo giãn đơn hoặc nén giãn đơn.

Đối với sơ đồ ứng suất thì có ba dạng cơ bản là sơ đồ ứng suất đơn, sơ đồ ứng suất phẳng và sơ đồ ứng suất khối. Nếu xét cả dấu của các ứng suất (kéo hoặc nén) thì có tất cả 9 sơ đồ ứng suất chính.

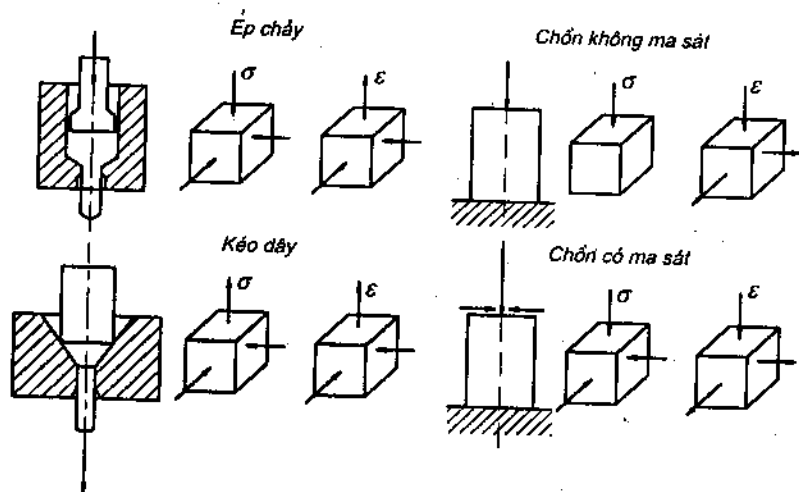
Tương quan về mặt độ lớn giữa các ứng suất trong sơ đồ phẳng và sơ đồ khối có thể khác nhau. Về khả năng phối hợp giữa các sơ đồ ứng suất và sơ đồ biến dạng ta nhận thấy bảy sơ đồ ứng suất phẳng và ứng suất khối đều có thể phối hợp với một trong ba sơ đồ biến dạng, như vậy sẽ có 21 khả năng phối hợp. Riêng sơ đồ trạng thái ứng suất đơn với ứng suất kéo chỉ có thể phối hợp với sơ đồ biến dạng khối có một biến dạng dương và hai biến dạng âm bằng nhau (kéo giãn đơn), và sơ đồ trạng thái ứng suất đơn với ứng suất nén chỉ có thể phối hợp với sơ đồ biến dạng khối có một biến



Hình 7.7. Sơ đồ ứng suất

dạng âm và hai biến dạng dương bằng nhau (nén giãn đơn). Như vậy, tổng cộng có tất cả 23 sơ đồ trạng thái ứng suất - biến dạng khác nhau.

Dựa vào sơ đồ cơ học biến dạng ta có thể so sánh các quá trình biến dạng với nhau một khác cũng có thể phân loại chúng. Ví dụ ta hãy so sánh trường hợp ép chảy và kéo dãn, chúng đều có cùng sơ đồ biến dạng và kết quả cuối cùng về mặt biến dạng là như nhau nhưng sơ đồ ứng suất lại khác nhau. Ngược lại giữa ép chảy và chôn có ma sát sơ đồ ứng suất giống nhau nhưng sơ đồ biến dạng lại rất khác nhau (hình 7.8).



Hình 7.8. Sơ đồ ứng suất và biến dạng trong một số nguyên công tạo hình

Dựa vào sơ đồ cơ học biến dạng ta còn có thể đánh giá về độ bền và khả năng biến dạng của kim loại. Nói chung chúng phụ thuộc vào sơ đồ ứng suất. Khi quá độ từ sơ đồ ứng suất kéo đơn sang sơ đồ ứng suất kéo phẳng và sơ đồ ứng suất kéo khối khả năng biến dạng dẻo của kim loại giảm đi (tính dẻo giảm đi), ngược lại khi quá độ từ sơ đồ ứng suất nén đơn sang ứng suất nén phẳng và ứng suất nén khối khả năng biến dạng dẻo của kim loại tăng lên.

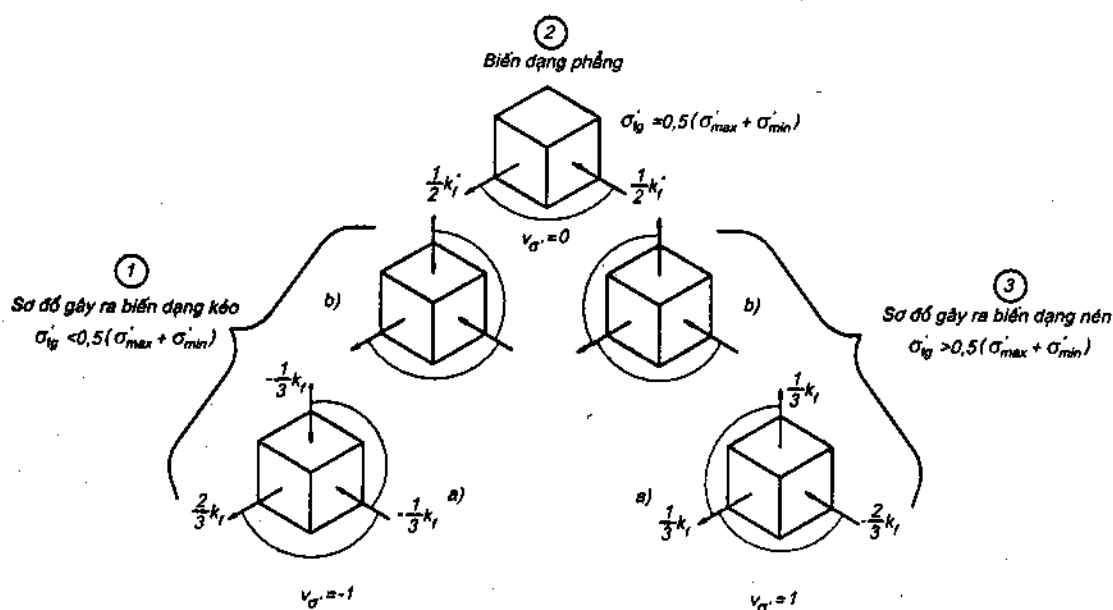
Như ta đã biết Tenxơ ứng suất có thể phân tích thành Tenxơ lệch và Tenxơ cầu ứng suất. Nếu cộng thêm vào Tenxơ lệch đã cho một Tenxơ cầu dương thì khả năng biến dạng của kim loại sẽ giảm tỷ lệ với độ lớn của Tenxơ cầu (σ_m). Ngược lại nếu cộng thêm vào Tenxơ lệch đã cho một Tenxơ cầu âm thì khả năng biến dạng của kim loại sẽ tăng tỷ lệ với độ lớn của Tenxơ cầu đó.

Tóm lại vai trò của các thành phần nén trong sơ đồ ứng suất càng lớn thì khả năng biến dạng càng tăng, ngược lại vai trò của các thành phần kéo càng lớn thì khả năng biến dạng càng giảm. Trong mỗi nguyên công biến dạng sẽ xuất hiện những sơ đồ ứng suất khác nhau, vì thế tính dẻo của kim loại cũng thể hiện khác nhau. Với sự phân tích ở trên ta dễ dàng nhận thấy rằng khả năng biến dạng của kim loại trong ép chảy sẽ cao hơn trong kéo dãn. Bởi vậy đối với những kim loại khó biến dạng (tính dẻo kém) cần phải chọn

những phương pháp công nghệ hợp lý sao cho có sơ đồ ứng suất thuận lợi nhất ví dụ ép chảy, rèn trong khuôn kín...

Xét về lực biến dạng thì độ bền biến dạng của kim loại sẽ là lớn nhất trong trường hợp các sơ đồ ứng suất cùng tên (kéo hoặc nén), ngược lại sẽ giảm đi trong trường hợp các sơ đồ ứng suất khác tên (phẳng và khối) và sơ đồ ứng suất đơn. Vì vậy ta thấy lực ép chảy sẽ lớn hơn lực kéo dãn trong những điều kiện biến dạng như nhau.

Như đã trình bày ở trên quyết định biến dạng là do Tenxơ lệch ứng suất. Tổng các thành phần chính của Tenxơ lệch ứng suất bằng 0 vì vậy sơ đồ Tenxơ lệch ứng suất cũng chỉ có ba dạng và hoàn toàn giống như sơ đồ biến dạng (hình 7.9). Để thể hiện tương quan về mặt độ lớn giữa các thành phần chính của Tenxơ lệch ứng suất ta cũng đưa vào hệ số $v_{\sigma'}$ song dễ dàng nhận thấy $v_{\sigma'} = v_{\sigma}$ (7.22).



Hình 7.9. Sơ đồ Tenxơ lệch ứng suất

Tương tự như ở sơ đồ biến dạng ứng với trạng thái biến dạng phẳng $v_{\sigma'} = 0$. Khi quá độ sang sơ đồ 1 thì $v_{\sigma'}$ giảm và bằng -1 ứng với sơ đồ 1a, ngược lại khi quá độ sang sơ đồ 3 thì $v_{\sigma'}$ tăng và bằng +1 ứng với sơ đồ 3a. Từ (7.22) rút ra

$$\sigma'_{lg} = v_{\sigma'} \frac{\sigma'_{max} - \sigma'_{min}}{2} + \frac{\sigma'_{max} + \sigma'_{min}}{2} \quad (7.25)$$

Dựa vào (7.25) ta tính được σ'_{lg} ứng với các sơ đồ 1,2,3.

Ứng với sơ đồ 2, có $v_{\sigma'} = 0$

$$\sigma'_{lg} = \frac{\sigma'_{max} + \sigma'_{min}}{2}$$

Khi $\nu_{\sigma'} > 0$:

$$\sigma'_{tg} > \frac{\sigma'_{max} + \sigma'_{min}}{2}$$

Khi $\nu_{\sigma'} < 0$:

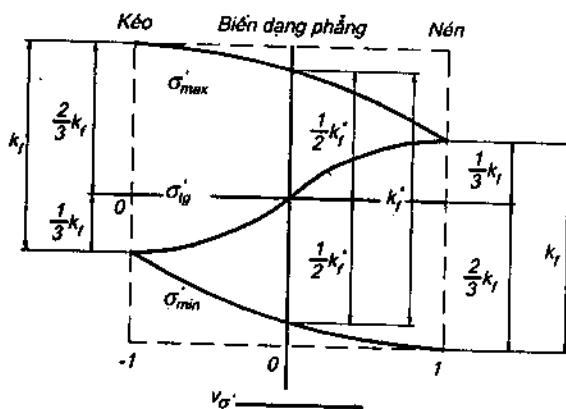
$$\sigma'_{tg} < \frac{\sigma'_{max} + \sigma'_{min}}{2}$$

Hệ số $\nu_{\sigma'}$ không chỉ đặc trưng cho các sơ đồ của Tenxơ lệch ứng suất mà còn cho biết các trị số có thể có của các thành phần của Tenxơ lệch ứng suất khi biến dạng dẻo. Dựa vào biểu thức (7.25), điều kiện dẻo (7.8) và để ý đến bất biến thứ nhất của Tenxơ lệch ứng suất

$$J_1 = \sigma'_{max} + \sigma'_{min} + \sigma'_{tg} = 0$$

ta được:

$$\left. \begin{aligned} \sigma'_{max} &= k_f \frac{3 - \nu_{\sigma'}}{3\sqrt{3 + \nu_{\sigma'}^2}} \\ \sigma'_{min} &= -k_f \frac{3 + \nu_{\sigma'}}{3\sqrt{3 + \nu_{\sigma'}^2}} \\ \sigma'_{tg} &= k_f \frac{2\nu_{\sigma'}}{3\sqrt{3 + \nu_{\sigma'}^2}} \end{aligned} \right\} \quad (7.26)$$



Hình 7.10. Sự phụ thuộc của các thành phần chính của Tenxơ lệch ứng suất vào trị số của $\nu_{\sigma'}$.

Hình 7.10 biểu thị sự phụ thuộc của các thành phần của Tenxơ lệch ứng suất vào trị số của $\nu_{\sigma'}$.

Căn cứ vào sự trình bày ở trên ta có thể rút ra kết luận sau đây:

Từ một sơ đồ ứng suất đã cho ta có thể tìm được sơ đồ của Tenxơ lệch ứng suất và do đó xác định được sơ đồ biến dạng.

Từ một sơ đồ biến dạng đã cho ta có thể suy ra sơ đồ của Tenxơ lệch ứng suất. Bằng cách cộng thêm vào Tenxơ lệch đó một Tenxơ cầu dương hoặc âm có độ lớn khác nhau ta có thể tìm được các dạng sơ đồ ứng suất có thể phối hợp với sơ đồ biến dạng đã cho (hình 7.11). Đương nhiên ứng với các sơ đồ ứng suất đó khả năng biến dạng dẻo và độ bền biến dạng của vật liệu sẽ thể hiện khác nhau.

		I	II	III	IV	V
	Sơ đồ biến dạng chính					
	Sơ đồ ứng suất chính					
1	Phẳng cùng tên (3 kéo)					
2	Phẳng cùng tên (2 kéo)					
3	Khối khác tên (2 kéo)					
4	Phẳng khác tên và đơn					
5	Khối khác tên (2 nén)					
6	Phẳng cùng tên (2 nén)					
7	Khối cùng tên (3 nén)					
		⊕ Cộng thêm vào tenxơ lệch 1 tenxơ cầu dương ⊖ Cộng thêm vào tenxơ lệch 1 tenxơ cầu âm ⊙ Tenxơ lệch				

Hình 7.11. Sơ đồ biến dạng và những sơ đồ ứng suất ứng với nó

7.7. NGUYÊN LÝ ĐỒNG DẠNG

Nguyên lý đồng dạng có một ý nghĩa lớn bởi vì nó cho phép ta xác định những thông số tương ứng của một quá trình biến dạng trong thực tế thông qua những thực nghiệm có tính chất mô hình, nói cách khác dựa vào nguyên lý đồng dạng ta có thể mô hình hoá (mô phỏng) các quá trình biến dạng trong thực tế.

Nguyên lý đồng dạng phát biểu như sau:

Nếu tiến hành những quá trình biến dạng dẻo trong những điều kiện biến dạng tương tự đối với những vật thể có cùng một loại vật liệu và đồng dạng về mặt hình học thì áp lực đơn vị (áp lực riêng) trong các quá trình biến dạng đó bằng nhau, tỉ số giữa lực biến dạng trong các quá trình đó bằng bình phương và tỉ số giữa công tiêu hao trong các quá trình đó bằng lập phương của tỉ số giữa các kích thước tương ứng.

Nguyên lý đồng dạng đầu tiên được phát biểu đối với các quá trình biến dạng đàn hồi, sau đó được bổ sung và mở rộng phạm vi ứng dụng cho cả các quá trình biến dạng dẻo.

Những điều kiện đồng dạng chủ yếu nhất đối với các quá trình biến dạng dẻo là:

1. Đồng dạng về mặt hình học giữa vật thể thực và mô hình cụ thể là tỉ số giữa các kích thước tương ứng của vật thể thực và của mô hình phải bằng nhau (dài, rộng, cao)

$$\frac{L_t}{L_{mh}} = \frac{b_t}{b_{mh}} = \frac{h_t}{h_{mh}} = n \quad (7.27)$$

n gọi là hệ số tỉ lệ của mô hình. Từ (7.27) ta suy ra tỉ số giữa các mặt tương ứng của vật thể thực và của mô hình bằng bình phương hệ số tỉ lệ của mô hình và tỉ số giữa thể tích của vật thể thực và của mô hình bằng lập phương hệ số tỉ lệ của mô hình.

Cần nhớ rằng tỉ số giữa diện tích một mặt nào đó của vật thể thực với thể tích của nó khác với tỉ số đó của mô hình. Khi tăng n thì tỉ số F/V của vật thể thực giảm và ngược lại khi giảm n thì tỉ số F/V tăng.

2. Hình dạng mặt công tác của công cụ biến dạng đối với vật thể thực và đối với mô hình phải đồng dạng về mặt hình học và tỉ số giữa các kích thước tương ứng của chúng (ví dụ đường kính lỗ của các khuôn kéo) phải bằng hệ số tỉ lệ của mô hình.

3. Mức độ biến dạng trên mô hình và trên vật thể thực tại thời điểm mà ta xét phải bằng nhau

$$\varphi_{mh} = \varphi_t$$

Điều kiện này một mặt nhằm đảm bảo sự đồng dạng về mặt hình học giữa vật thể thực và mô hình, một mặt khác nhằm đảm bảo một mức độ như nhau về hoá bền hay hoá mềm ở vật thể thực và ở mô hình trong quá trình biến dạng.

4. Hệ số ma sát trên bề mặt tiếp xúc giữa công cụ biến dạng và kim loại phải bằng nhau. Để đạt được yêu cầu này thì vật liệu của công cụ biến dạng và việc gia công mặt công tác của chúng phải như nhau, chất bôi trơn (điều kiện bôi trơn), nhiệt độ t_K trên bề mặt tiếp xúc và tốc độ trượt v_{tr} của kim loại trên bề mặt tiếp xúc của vật thể thực và của mô hình phải như nhau.

$$t_{Kt}^0 = t_{Kmt}^0 \quad (7.28)$$

$$v_{tr} = v_{trmh} \quad (7.29)$$

Muốn tốc độ trượt bằng nhau thì tốc độ dịch chuyển của công cụ biến dạng phải bằng nhau

$$v_t = v_{mh} \quad (7.30a)$$

Để thoả mãn điều kiện này thì tốc độ biến dạng $\dot{\phi}$ và thời gian biến dạng t của vật thể thực và của mô hình có mối quan hệ sau đây:

$$\dot{\phi}_{mh} = n\dot{\phi}_t \quad (7.30b)$$

$$t_{mh} = \frac{1}{n} t_t \quad (7.30c)$$

5. Vật thể thực và mô hình phải đồng dạng về mặt vật lý, điều đó có nghĩa là thành phần hoá học tại tất cả các điểm tương ứng phải như nhau, tổ chức tế vi và thô đại phải như nhau, các pha phải như nhau và phải có cùng một mức độ hoá bền hay hoá mềm. Những đòi hỏi này là nhằm đảm bảo sự giống nhau về cơ tính hoặc là sự phân bố như nhau về tính chất trong vật thể thực và mô hình. Để đảm bảo sự đồng dạng về mặt vật lý thì bên cạnh những điều kiện như nhau còn đòi hỏi thời gian tiến hành các quá trình biến dạng đối với mô hình và vật thể thực phải bằng nhau

$$t_{mh} = t_t \quad (7.31a)$$

muốn thế thì phải thoả mãn điều kiện:

$$\dot{\phi}_{mh} = \dot{\phi}_t \quad (7.31b)$$

và
$$v_{mh} = \frac{1}{n} v_t \quad (7.31c)$$

Những đòi hỏi này nhằm đảm bảo đạt được những điều kiện như nhau của các quá trình vật lý và hoá lý diễn ra trong vật thể thực và trong mô hình ví dụ như quá trình kết tinh lại. Ngoài ra còn phải đảm bảo những điều kiện như nhau về sự ảnh hưởng của tốc độ biến dạng đến độ bền biến dạng nhất là khi biến dạng nóng.

Để đảm bảo sự đồng dạng về mặt vật lý thì một mặt khác phải đạt được sự đồng dạng về nhiệt độ. Nhiệt độ ban đầu bằng nhau là chưa đủ. Thực tế cho thấy khi ép những vật thể cùng một loại vật liệu, đồng dạng về mặt hình học và được nung nóng đến cùng một nhiệt

độ ban đầu nhưng áp lực đơn vị ở vật thể lớn lại nhỏ hơn vật thể nhỏ. Điều này được giải thích như sau: tuy nhiệt độ ban đầu như nhau nhưng nhiệt độ và sự phân bố nhiệt độ trong quá trình biến dạng khác nhau bởi vì giữa vật thể và môi trường xung quanh nhất là với dụng cụ biến dạng có sự trao đổi nhiệt. Ở vật thể nhỏ tỉ số giữa bề mặt và thể tích lớn hơn ở vật thể lớn do đó nhiệt độ trong quá trình biến dạng giảm đi nhanh hơn so với vật thể lớn. Vì vậy đưa đến tình trạng là áp lực đơn vị lớn hơn so với vật thể lớn.

Giả thiết rằng trong quá trình biến dạng sự toả nhiệt chỉ xảy ra ở bề mặt tiếp xúc thì sự đồng dạng về nhiệt độ có thể đạt được trong những điều kiện về tốc độ sau đây :

$$t_{mh} = \frac{1}{n^2} t_t \quad (7.32a)$$

$$\phi_{mh} = n^2 \phi_t \quad (7.32b)$$

$$v_{mh} = n v_t \quad (7.32c)$$

So sánh các điều kiện (7.30), (7.31), (7.32) ta thấy rằng sự đồng dạng về ma sát và vật lý không thể đạt được bằng điều kiện tốc độ như nhau. Hơn thế nữa ngay để đảm bảo sự đồng dạng về vật lý thì điều kiện (7.31) và (7.32) cũng không giống nhau.

Từ những sự phân tích ở trên ta có thể đi đến kết luận là hầu như không thể thực hiện được một sự mô hình hoá quá trình biến dạng với đầy đủ đòi hỏi của nó. Điều này chỉ có thể đạt được bằng phương pháp gần đúng.

Một trong những phương pháp gần đúng là người ta hiệu chỉnh kết quả bằng những hệ số đã được xác định bằng thực nghiệm, trong đó có hệ số tốc độ ψ_v và hệ số tỉ lệ $\psi_m < 1$ (vật càng lớn thì ψ_m càng nhỏ). Để tính áp lực đơn vị, lực biến dạng và công biến dạng phải dùng đến các trị số của độ bền biến dạng k_f mà k_f lại được xác định bằng thực nghiệm trên những mẫu nhỏ. Vì vậy phải hiệu chỉnh lại bằng cách nhân nó với các hệ số ψ_v và ψ_m .

7.8. NGUYÊN TẮC TRỞ LỰC BIẾN DẠNG NHỎ NHẤT

Trong thực tế có khi cần phải xác định tương quan (tỷ số) giữa biến dạng của kim loại trên những phương khác nhau. Trong một số trường hợp mối tương quan này có thể xác định dễ dàng dựa vào điều kiện thể tích không đổi. Ví dụ khi chôn mẫu hình trụ, khi kéo dãn thì biến dạng nhỏ nhất bằng một nửa biến dạng lớn nhất.

Trong trường hợp biến dạng phẳng thì một biến dạng chính bằng 0 còn hai biến dạng kia bằng nhau về trị số tuyệt đối nhưng khác dấu.

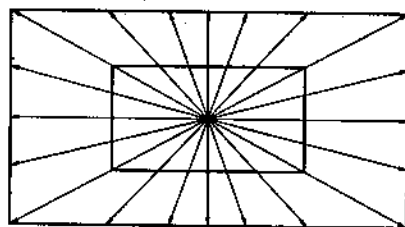
Trường hợp chung đối với sơ đồ biến dạng khối thì việc xác định tương quan giữa biến dạng trên những phương khác nhau khó khăn hơn. Ví dụ khi chôn mẫu có dạng khối chữ

nhật nếu biết biến dạng theo chiều cao thì ta cũng chỉ có thể tính được tổng của các biến dạng theo chiều dài và rộng có nghĩa là:

$$\varphi_l + \varphi_b = -\varphi_h$$

mà không xác định được riêng rẽ φ_l và φ_b .

Giả sử có thể thực hiện được chôn trong điều kiện không có ma sát và loại trừ được mọi nguyên nhân gây nên biến dạng không đồng đều thì sự chảy của kim loại trên mặt phẳng vuông góc với phương của lực tác dụng sẽ có đặc điểm hướng kính. Trong trường hợp này hình dạng của tiết diện ngang tức là tiết diện vuông góc với phương của lực tác dụng sẽ không thay đổi. Điều đó có nghĩa là tỷ số giữa các cạnh của tiết diện hình chữ nhật không đổi và do vậy biến dạng theo chiều dài và chiều rộng bằng nhau.

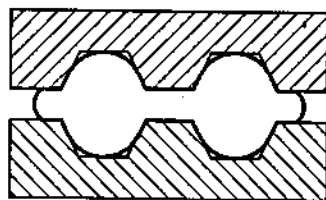


Hình 7.12. Sơ đồ chảy hướng kính của kim loại khi chôn

$$\varphi_l = \varphi_b = -\frac{1}{2}\varphi_h$$

Khi chôn mẫu hình trụ có ma sát trên bề mặt tiếp xúc thì nếu điều kiện ma sát đồng đều trên bề mặt tiếp xúc, kim loại sẽ chảy theo hướng kính. Khi chôn khối chữ nhật có ma sát trên bề mặt tiếp xúc thì trở lực đối với sự chảy của kim loại trên mặt phẳng vuông góc với phương của lực tác dụng sẽ khác nhau theo chiều dài và chiều rộng của hình chữ nhật.

Trong trường hợp này sự chảy của kim loại sẽ tuân theo nguyên tắc trở lực nhỏ nhất. Nguyên tắc này phát biểu như sau: Nếu các chất điểm của vật thể biến dạng có thể dịch chuyển trên những phương khác nhau thì bao giờ chúng cũng dịch chuyển trên phương nào có trở lực nhỏ nhất.

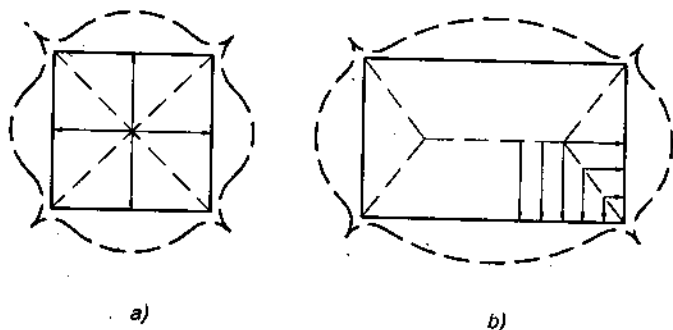


Hình 7.13. Diễn đầy khuôn khi dập thể tích trong khuôn hở

Ta có thể thấy rõ điều này khi dập trong khuôn hở (hình 7.13). Ở giai đoạn đầu sau khi tiếp xúc với các thành lòng khuôn kim loại sẽ chảy ra khỏi lòng khuôn đi vào khe hở giữa nửa khuôn trên và nửa khuôn dưới. Nửa khuôn trên tiếp tục đi xuống thì chiều dày khe hở sẽ càng giảm và do vậy trở lực ở đây sẽ càng tăng. Khi trở lực ở khe hở lớn hơn trở lực ở trong lòng khuôn thì lòng khuôn sẽ được điền đầy. Sau đó kim loại thừa dưới tác dụng của áp lực lớn sẽ chảy nốt ra khe hở tạo thành ba vòm.

Như vậy, muốn biết kim loại chảy đi đâu khi biến dạng thì ta phải biết được phương có trở lực nhỏ nhất.

Khi chồn giữa hai đe phẳng song song có ma sát trên bề mặt tiếp xúc thì trở lực đối với sự dịch chuyển của bất kỳ điểm nào trên mặt phẳng vuông góc với phương của lực tác dụng sẽ là nhỏ nhất trên phương của đường vuông góc ngắn nhất với đường viền (chu vi) của tiết diện. Vì vậy ta có thể chia hình chiếu bằng của mẫu có tiết diện hình vuông theo đường chéo của nó thành những phần mà trong đó phương của những đường vuông góc ngắn nhất với đường viền của tiết diện song song với nhau (hình 7.14a).



Hình 7.14. Kim loại chảy theo phương của đường vuông góc ngắn nhất với đường viền của tiết diện

Như thế có nghĩa là tất cả các điểm thuộc mỗi phần sẽ dịch chuyển theo cùng một phương. Cũng dựa theo nguyên tắc trên ta có thể chia hình chiếu bằng của mẫu có tiết diện hình chữ nhật thành hai tam giác và hai hình thang (hình 7.14b). Những đường phân chia tiết diện thành những phần có phương dịch chuyển khác nhau của các chất điểm thực chất là những đường trung hoà bởi vì độ dài của những đường vuông góc với đường viền của tiết diện vạch từ mỗi điểm nằm trên đường đó về hai phía là bằng nhau. Các chất điểm nằm trong hình tam giác sẽ dịch chuyển theo phương song song, còn các chất điểm nằm trong hình thang sẽ dịch chuyển theo phương vuông góc với cạnh dài của hình chữ nhật. Diện tích của vùng hình tam giác nhỏ hơn diện tích của vùng hình thang, bởi vậy biến dạng theo phương song song sẽ nhỏ hơn theo phương vuông góc với cạnh dài của hình chữ nhật. Sự khác nhau này sẽ càng lớn nếu tỷ số giữa chiều dài và chiều rộng càng lớn. Khi tỷ số này lớn đến một mức nào đó thì biến dạng theo phương song song với cạnh dài sẽ nhỏ đến mức có thể bỏ qua và sơ đồ biến dạng lúc đó sẽ trở thành sơ đồ biến dạng phẳng. Ví dụ khi vuốt người ta dùng đe hẹp để tăng biến dạng theo chiều dài.

Trong quá trình chồn do biến dạng nên độ dài của những đường vuông góc ngắn nhất sẽ tăng lên, nó sẽ tăng càng nhiều nếu độ dài đó càng lớn, nói cách khác là nếu càng nhiều chất điểm tham gia dịch chuyển. Vì thế cho nên các cạnh của hình vuông hay hình chữ nhật sẽ phình ra tỷ lệ với độ dài của đường vuông góc ngắn nhất. Kết quả là tiết diện vuông sẽ có xu hướng trở thành tròn và tiết diện hình chữ nhật sẽ quá độ thành elip và nếu cứ tiếp tục chồn thì sẽ trở thành tròn. Hiện tượng có tính quy luật này đã được phát biểu thành một nguyên tắc gọi là nguyên tắc chu vi nhỏ nhất. Khi chồn giữa hai đe phẳng song song có tồn tại ma sát trên bề mặt tiếp xúc thì tiết diện ngang có hình dạng bất kỳ sẽ có xu hướng trở thành một tiết diện có hình dạng sao cho chu vi của nó là nhỏ nhất. Điều đó có

nghĩa là có xu hướng trở thành tiết diện hình tròn. Nhiều công trình nghiên cứu đã chỉ rõ nguyên tắc chu vi nhỏ nhất chỉ đúng nếu sự dịch chuyển của các chất điểm trên tiết diện vuông góc với phương của lực tác dụng xảy ra theo phương của đường vuông góc ngắn nhất với đường viền tiết diện mà đường vuông góc ngắn nhất chỉ trong những điều kiện sau đây mới là phương có trở lực nhỏ nhất:

- Ma sát trên bề mặt tiếp xúc giữa kim loại và công cụ biến dạng là đẳng hướng nghĩa là bằng nhau trên mọi hướng.

- Hệ số ma sát có độ lớn đáng kể.

Do đặc điểm biến dạng kể trên nên rất nhiều trường hợp trong thực tế ta nhận được những sản phẩm tròn bằng cách chôn những phôi có tiết diện vuông.

7.9. MA SÁT TIẾP XÚC KHI BIẾN DẠNG ĐÉO

7.9.1. Đặc điểm và vai trò của ma sát tiếp xúc khi biến dạng dẻo

Đa số các nguyên công trong gia công kim loại bằng áp lực đều được thực hiện trong điều kiện có sự tiếp xúc giữa kim loại gia công và dụng cụ biến dạng trong đó kim loại trượt trên bề mặt của công cụ làm sản sinh lực ma sát, lực này lại cản trở sự trượt của kim loại.

Cần phân biệt hai loại ma sát: ma sát lăn và ma sát trượt. Đối với gia công kim loại bằng áp lực thì ma sát trượt là chủ yếu. Chỉ trừ một vài trường hợp trong đó ma sát có tác dụng tích cực (ví dụ các phương pháp cán) còn nói chung là có hại.

Ma sát trượt giữa kim loại và dụng cụ biến dạng trong gia công bằng áp lực so với ma sát trượt trong ổ đỡ có những đặc điểm cơ bản sau đây:

- Áp lực trên bề mặt tiếp xúc rất lớn có thể đạt tới 250kg/mm^2 hoặc hơn nữa trong khi áp lực trong các ổ đỡ hạng nặng ví dụ ổ đỡ của máy cán lớn chỉ ở mức $2-5\text{kg/mm}^2$. Bề mặt kim loại trong ổ đỡ chỉ biến dạng đàn hồi còn trong gia công bằng áp lực thì bề mặt của công cụ biến dạng đàn hồi nhưng kim loại gia công thì biến dạng dẻo và bề mặt của nó hầu như tiếp nhận hình dạng bề mặt của công cụ, vì vậy diện tích tiếp xúc thực lớn, nhất là khi biến dạng nóng.

- Trong gia công kim loại bằng áp lực luôn luôn có sự đổi mới bề mặt tiếp xúc của vật thể biến dạng bởi vì trong quá trình biến dạng cùng với sự tăng lên của mức độ biến dạng luôn luôn có những chất điểm mới từ phía trong đi ra bề mặt tiếp xúc. Còn đối với ổ đỡ thì sự đổi mới bề mặt tiếp xúc chỉ là do kết quả của sự mài mòn do đó không đáng kể.

- Sự dịch chuyển của các chất điểm trên bề mặt tiếp xúc trong ổ đỡ là như nhau ở tất cả mọi điểm còn trong gia công bằng áp lực thì độ lớn và tốc độ dịch chuyển khác nhau ở mọi điểm. Ví dụ khi chôn mẫu hình trụ thì ở tâm của bề mặt tiếp xúc không có sự dịch chuyển tương đối giữa kim loại biến dạng và dụng cụ. Trong một số trường hợp thậm chí

không xảy ra trượt trên toàn bộ bề mặt tiếp xúc, khi đó ta gọi là “dính” và biến dạng trong trường hợp này xảy ra nhờ sự dịch chuyển của các chất điểm bên trong vật thể.

- Khi biến dạng nóng thì trên bề mặt tiếp xúc còn có vấy rên, tính chất của chúng phụ thuộc vào thành phần hoá học của kim loại biến dạng và nhiệt độ biến dạng. Bề mặt làm việc của công cụ biến dạng bị nung nóng.

Sự tồn tại của ma sát trên bề mặt tiếp xúc sẽ dẫn đến những hậu quả sau đây:

- Làm xuất hiện biến dạng không đồng đều hoặc làm gia tăng thêm mức độ không đồng đều nếu nó vốn dĩ đã tồn tại do đặc điểm của phương pháp biến dạng. Đó là do tồn tại những điểm trên bề mặt tiếp xúc xuất hiện lực ma sát theo phương tiếp tuyến, lực này sẽ gây nên ứng suất tiếp trên bề mặt tiếp xúc của vật thể. Ứng suất này có phương ngược với phương trượt của kim loại tại mỗi điểm trên bề mặt tiếp xúc. Sự xuất hiện của ứng suất tiếp còn làm thay đổi cả trạng thái ứng suất. Ví dụ trạng thái ứng suất trong trường hợp chôn có ma sát là khối còn trong trường hợp không có ma sát là đơn. Ảnh hưởng của ma sát sẽ mở rộng từ bề mặt tiếp xúc vào sâu trong vật thể và tạo nên một vùng khó biến dạng. Sự biến dạng không đồng đều này sẽ làm cho kim loại trở nên không đồng đều: mức độ hoá bền khác nhau, độ hạt khác nhau trong vật thể biến dạng.

- Làm tăng lực và công biến dạng cần thiết, thậm chí có khi phải tăng gấp nhiều lần ví dụ khi kéo dãn, ép...

- Làm giảm tuổi thọ của công cụ biến dạng do mài mòn, do lực biến dạng tăng làm tăng ứng suất và nhiệt độ.

- Đòi hỏi phải bôi trơn do đó làm phức tạp hoá quá trình công nghệ.

7.9.2. Những nhân tố ảnh hưởng đến ma sát tiếp xúc

Những nhân tố ảnh hưởng đến ma sát tiếp xúc, nói cách khác là ảnh hưởng đến hệ số ma sát khi biến dạng dẻo là: trạng thái bề mặt của công cụ biến dạng, trạng thái bề mặt của vật thể biến dạng, đặc điểm của tải trọng, bôi trơn...

- Trạng thái bề mặt của công cụ biến dạng: đây là một nhân tố ảnh hưởng chủ yếu đến lực ma sát. Chất lượng bề mặt càng cao (càng nhẵn bóng) thì hệ số ma sát càng nhỏ. ảnh hưởng này lớn đến mức hệ số ma sát có trị số khác nhau trên những phương gia công khác nhau. Đặc điểm này gọi là “tính dị hướng” của ma sát. Người ta đã phát hiện hệ số ma sát trên phương vuông góc với phương gia công (mài) lớn hơn 20% hệ số ma sát dọc theo phương gia công trong trường hợp mài hai lần và có bôi trơn. Khi không bôi trơn và gia công thô thì tính dị hướng của ma sát càng rõ rệt.

Tính dị hướng của ma sát trong biến dạng dẻo sẽ làm cho hình dạng của vật thể biến dạng thay đổi. Ví dụ khi chôn mẫu trụ tròn có thể biến thành tiết diện hình elip hoặc tiết diện không tròn.

- Trạng thái bề mặt của vật thể biến dạng: chỉ có ảnh hưởng trong giai đoạn đầu của quá trình biến dạng. Về sau bề mặt tiếp xúc của vật thể biến dạng sẽ bị mài mòn và hoàn toàn in theo bề mặt của công cụ biến dạng.

- Trạng thái hoá lý của bề mặt tiếp xúc: có ảnh hưởng lớn đến ma sát. Khi tồn tại một lớp oxyd rất mỏng trên bề mặt tiếp xúc thì hệ số ma sát nhỏ nhất sau đó hệ số ma sát sẽ tăng lên khi chiều dày lớp oxyd tăng. Đặc biệt có hại là lớp oxyd thô ví dụ như gỉ sắt trong biến dạng nóng. Gỉ sắt không những làm tăng hệ số ma sát mà còn là nguyên nhân gây nên những khuyết tật bề mặt của sản phẩm. Người ta đã thí nghiệm biến dạng nguội với điều kiện làm sạch hoàn toàn lớp oxyd và tạp chất trên bề mặt tiếp xúc thì hệ số ma sát lại rất lớn đến mức làm cho hai bề mặt làm việc dính chặt vào nhau như hàn.

- Thành phần hoá học của vật liệu biến dạng: những kết quả nghiên cứu về vấn đề này cho đến nay chưa nhất trí. Ví dụ thí nghiệm của Sophman khi chôn nguội không có bôi trơn, bề mặt công cụ được đánh bóng thì hệ số ma sát là nhỏ nhất đối với thép, lớn nhất đối với dural và nằm giữa hai cực trị đó là đối với đồng. Kết quả của Gubkin cho thấy khi biến dạng không có bôi trơn ở nhiệt độ nhỏ hơn $0,5T_s$ (T_s - nhiệt độ chảy tuyệt đối) thì hệ số ma sát giảm dần đối với các vật liệu sau đây: thép và hợp kim nhôm, hợp kim ma nhê, các hợp kim mầu, các hợp kim màu chịu nóng. Nguyên nhân của sự không thống nhất của các kết quả thực nghiệm có thể là do điều kiện hoá lý của bề mặt mẫu khác nhau.

- Nhiệt độ biến dạng: kết quả nghiên cứu về vấn đề này cũng có mâu thuẫn nhưng có thể kết luận như sau: Khi nhiệt độ tăng thì thoát thiên hệ số ma sát cũng tăng và ở khoảng $500-800^{\circ}\text{C}$ (đối với thép) thì đạt cực đại, sau đó lại giảm đến gần trị số ban đầu. Điều này được giải thích là do ở giai đoạn đầu (tăng hệ số ma sát) tạo thành gỉ sắt còn giai đoạn sau (giảm hệ số ma sát) do tính dẻo tăng, độ bền biến dạng giảm.

- Tốc độ biến dạng: tốc độ biến dạng tăng thì hệ số ma sát giảm. Hệ số ma sát khi biến dạng trên búa giảm đi 20+25% so với hệ số ma sát khi biến dạng trên máy ép.

- Đặc điểm của tải trọng: Nhiều thực nghiệm cho thấy khi biến dạng dưới tác dụng của tải trọng rung động với tần số 900 + 1000Hz/phút thì lực chôn giảm đi 1,5÷2 lần đồng thời biến dạng không đồng đều cũng giảm (dạng phình to giảm, thớ thẳng hơn, tổ chức tế vi cũng đồng đều hơn). Điều đó chứng tỏ là do sự giảm của hệ số ma sát gây nên.

- Bôi trơn: Bôi trơn đóng vai trò rất lớn trong việc giảm ma sát. Nếu sử dụng chất bôi trơn hợp lý thì có thể làm giảm hệ số ma sát nhiều lần. Chất bôi trơn hợp lý là phải tạo được lớp một màng bôi trơn bền vững, bám chắc trên bề mặt tiếp xúc và phải dễ dàng tẩy sạch sau khi biến dạng.

Trong biến dạng nguội thường dùng các loại dầu hữu cơ, dầu khoáng vật có pha trộn với các chất phụ gia khác. Trong biến dạng nóng thường dùng chất bôi trơn trên cơ sở Graphit và bột thủy tinh.

So với chất bôi trơn trên cơ sở graphit thì chất bôi trơn trên cơ sở bột thủy tinh tốt hơn vì nó làm giảm hệ số ma sát nhiều hơn đồng thời còn tạo nên một màng cách nhiệt giữa bề

mặt công cụ và kim loại biến dạng bảo vệ cho kim loại khỏi bị oxy hoá do đó nâng cao chất lượng của bề mặt sản phẩm.

Như trên đã nói ma sát trong phần lớn các quá trình gia công bằng áp lực là một nhân tố có hại vì vậy phải tìm mọi cách để giảm bớt ảnh hưởng của nó. Một trong những biện pháp có hiệu quả nhất đối với vấn đề này là nâng cao chất lượng bề mặt của công cụ và sử dụng bôi trơn hợp lý.

7.9.3. Xác định hệ số ma sát trên bề mặt tiếp xúc

Để xác định lực ma sát trên bề mặt tiếp xúc người ta thường dựa vào định luật ma sát khô của Cu lông. Thực ra định luật này vốn đã không chính xác lắm đối với ma sát thông thường trong các chi tiết máy, lại càng ít thích hợp trong việc xác định lực ma sát trong biến dạng dẻo. Song cho đến nay vẫn chưa có nghiên cứu đầy đủ vấn đề này do đó người ta vẫn sử dụng định luật này.

Theo Cu-lông thì lực ma sát trên đơn vị diện tích tiếp xúc được xác định như sau:

$$R = \mu p_n$$

trong đó: μ - hệ số ma sát tiếp xúc khi biến dạng dẻo;

p_n - áp lực đơn vị vuông góc với bề mặt tiếp xúc do công cụ tác dụng lên bề mặt kim loại.

Như vậy p_n chính bằng ứng suất pháp và R chính bằng ứng suất tiếp τ_{tx} trên bề mặt tiếp xúc:

$$\tau_{tx} = \mu \sigma_n$$

Như trên đã trình bày ma sát chịu ảnh hưởng của nhiều nhân tố, những nhân tố này có thể tạo nên những điều kiện ma sát khác nhau theo thời gian và trên những phần khác nhau của bề mặt tiếp xúc. Ví dụ khi ép chảy mức độ biến dạng, tốc độ biến dạng và nhiệt độ là khác nhau theo chiều dài của cối vì thế hệ số ma sát trên bề mặt tiếp xúc cũng thay đổi theo tọa độ và thời gian.

Theo điều kiện dẻo năng lượng thì trị số lớn nhất của ứng suất tiếp trong trạng thái biến dạng phẳng không vượt quá $\frac{1}{\sqrt{3}}k_f$ và khi ứng suất chính trung gian σ_{tg} bằng một trong hai ứng suất biên thì không vượt quá $\frac{1}{2}k_f$, tức là:

$$\tau_{max} = \frac{\beta k_f}{2}$$

Do đó ma sát tiếp xúc chỉ có thể gây nên trên bề mặt tiếp xúc một ứng suất tiếp trong giới hạn:

$$\tau_{tx} = \mu \sigma_n \leq \beta \frac{k_f}{2}$$

Giả sử với μ cho trước, σ_n tăng dần thì τ_{ix} sẽ tăng nhưng τ_{ix} chỉ tăng đến khi $\mu\sigma_n$ bằng $\beta \frac{k_f}{2}$. Nếu tiếp tục tăng σ_n thì τ_{ix} vẫn không đổi và sự trượt tương đối của kim loại đối với bề mặt của công cụ biến dạng sẽ bị hãm lại.

Định luật Cu-lông về ma sát khô có thể áp dụng cả với trường hợp ma sát nửa khô nghĩa là trường hợp giữa hai bề mặt tiếp xúc có một lớp mỡ hoặc dầu bôi trơn nhưng phần lớn các chỗ lồi lõm của hai bề mặt vẫn tiếp xúc nhau. Ma sát trong các quá trình gia công kim loại bằng áp lực thường là ma sát khô và ma sát nửa khô.

Ngoài cách tính toán dựa theo định luật Cu-lông người ta còn xác định hệ số ma sát bằng thực nghiệm. Trong thực tế thường áp dụng những phương pháp dựa vào những xuất phát điểm sau đây:

- Đo đồng thời lực ma sát và lực pháp tuyến khi biến dạng
- Ảnh hưởng của ma sát đến lực biến dạng
- Ảnh hưởng của ma sát đến sự biến đổi hình dạng của mẫu
- Từ điều kiện ăn của kim loại vào trục cán khi cán

Dưới đây sẽ giới thiệu một số phương pháp:

a) Phương pháp chôn mẫu trụ bằng đầu ép hình côn

Xuất phát điểm của phương pháp này là từ ảnh hưởng của ma sát đến sự biến đổi hình dạng của mẫu. Hình chiếu của N trên phương x bằng $N \sin \alpha$, hình chiếu của lực ma sát T trên phương x bằng $\mu N \cos \alpha$.

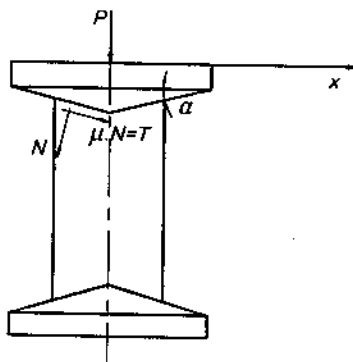
Khi α thay đổi thì có thể xảy ra ba trường hợp sau :

- $N \sin \alpha < N \cos \alpha$ - Trong trường hợp này mẫu thử có dạng phình to ở giữa, $\mu > \tan \alpha$.

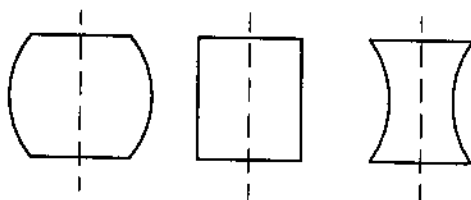
- $N \sin \alpha = N \cos \alpha$ - Trong trường hợp này ảnh hưởng của ma sát đối với hình dạng của mẫu bị thủ tiêu mặc dù vẫn có biến dạng không đồng đều theo chiều cao. Mẫu vẫn giữ nguyên hình trụ, $\mu = \tan \alpha$.

- $N \sin \alpha > N \cos \alpha$ - Trong trường hợp này mẫu bị lõm vào ở giữa, $\mu < \tan \alpha$.

Như vậy, muốn xác định hệ số ma sát μ thì phải dùng đầu ép và mẫu có góc côn α khác nhau. Mẫu nào sau khi ép vẫn giữ được hình trụ thì $\mu = \tan \alpha$.



Hình 7.15. Xác định hệ số ma sát bằng phương pháp chôn mẫu hình trụ với đầu ép côn



Hình 7.16. Các dạng của mẫu sau khi chôn phụ thuộc vào góc α

Để đảm bảo thu được kết quả chắc chắn mức độ biến dạng phải lấy trong khoảng 25-30%. Có thể dùng phương pháp này để xác định hệ số ma sát ở những nhiệt độ và tốc độ biến dạng khác nhau. Nhược điểm là chế tạo mẫu và đầu ép khó khăn.

b) Phương pháp kẹp kim

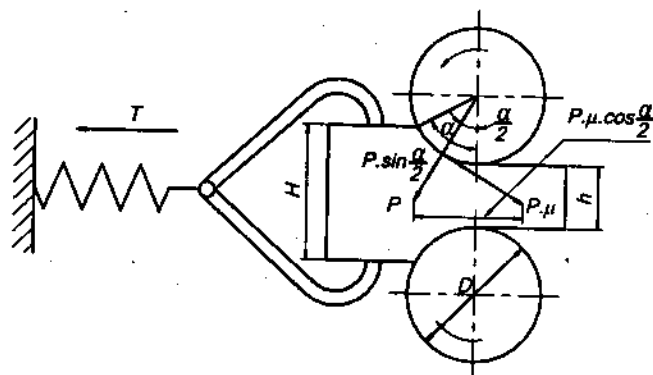
Dùng mẫu kim loại có tiết diện hình chữ nhật, một đầu kẹp chặt vào miệng kim và nối với dụng cụ đo lực. Đầu kia của mẫu cho vào khe hở giữa hai trục quay. Nhờ có lực ma sát mẫu sẽ bị kéo vào khe hở.

Tại một thời điểm nào đó mẫu sẽ bị dừng lại và trục cán trượt trên mẫu. Khi mới bắt đầu trượt phương trình cân bằng sẽ là:

$$2P \sin \frac{\alpha}{2} + T = 2P\mu \cos \frac{\alpha}{2}$$

do đó :

$$\mu = \frac{T}{2P \cos \frac{\alpha}{2}} + \tan \frac{\alpha}{2}$$



Hình 7.17. Xác định hệ số ma sát bằng phương pháp kẹp kim

Nếu mẫu được đưa vào giữa chiều dài làm việc của trục cán thì lực tác dụng lên hai gối đỡ bằng nhau và bằng P_1 :

$$P_1 = \frac{P}{2} \cos \frac{\alpha}{2} + \frac{P}{2} \mu \sin \frac{\alpha}{2} \approx \frac{P}{2} \cos \frac{\alpha}{2}$$

Bằng nhiều cách có thể đo được lực P_1 :

$$\mu = \frac{T}{4P_1} + \tan \frac{\alpha}{2}$$

$$\alpha = 1 - \frac{\Delta H}{D}$$

trong đó: $\Delta H = H - h$

c) Phương pháp góc ăn lớn nhất khi cán

Phương pháp này xuất phát từ điều kiện ăn của kim loại vào trục cán. Góc ăn α là góc bao cung tiếp xúc giữa trục cán và kim loại.

Góc ăn lớn nhất $\alpha_{\max}$ là góc bao cho phép có thể cán được. Nếu $\alpha > \alpha_{\max}$ thì kim loại không thể được kéo vào khe hở giữa hai trục cán.

Nội dung của phương pháp này là xác định khe hở nhỏ nhất giữa hai trục cán hình trụ tròn mà với khe hở mà với khe hở đó có thể cán được mẫu có chiều dày đã định.

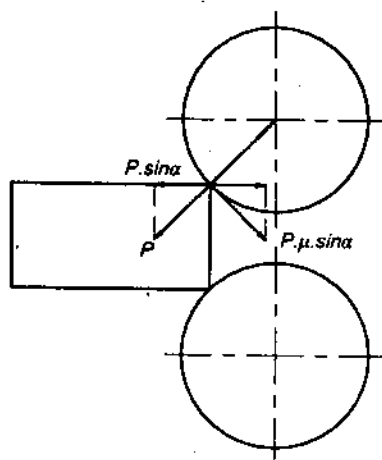
Từ hình 7.18 ta có:

$$P\mu\cos\alpha = P\sin\alpha$$

suy ra: $\mu = \tan\alpha$

Áp dụng công thức $\alpha = 1 - \frac{\Delta H}{D}$ để tính $\alpha_{\max}$ và

từ đó suy ra $\mu = \tan\alpha_{\max}$



Hình 7.18. Xác định hệ số ma sát bằng phương pháp góc ăn lớn nhất khi cán

7.10. BIẾN DẠNG KHÔNG ĐỒNG ĐỀU VÀ ỨNG SUẤT PHỤ

Ta biết rằng trạng thái ứng suất tại một điểm trong vật thể biến dạng được xác định bởi Tenxơ ứng suất. Khi đi từ điểm này đến điểm khác thì nói chung các thành phần của Tenxơ ứng suất sẽ thay đổi và phương của các trục chính cũng sẽ thay đổi. Để có thể tính toán lực và công biến dạng cũng như để xác định sự phân bố biến dạng thì cần phải biết trạng thái ứng suất tại mọi điểm trong vật thể, nói cách khác là phải biết sự phân bố ứng suất trong vật thể. Chỉ trong một số trường hợp đặc biệt thí dụ như kéo trong giai đoạn dẫn đồng đều thì tất cả mọi điểm của vật thể có cùng một trạng thái ứng suất và được đặc trưng bởi cùng một Tenxơ ứng suất. Khi đó cả ứng suất và biến dạng đều như nhau ở mọi điểm - biến dạng đồng đều. Trong biến dạng đồng đều một vật thể khối chữ nhật sau khi biến dạng (chón) vẫn là khối chữ nhật (tất nhiên kích thước thay đổi). Trong trường hợp đó các thành phần chuyển vị u_x , u_y , u_z là hàm tuyến tính của tọa độ và độ giãn dài ϵ tại mọi điểm trên cùng một phương nào đó là như nhau. Mặt phẳng và đường thẳng vẫn là mặt phẳng và đường thẳng ngay trong quá trình cũng như sau khi biến dạng. Khối cầu sau khi biến dạng sẽ trở thành khối elip. Những phần tử đồng dạng về mặt hình học và nằm ở những vị trí giống nhau trong vật thể, trong quá trình biến dạng sẽ thay đổi hình dạng nhưng vẫn luôn đồng dạng với nhau.

Phần lớn khi gia công kim loại bằng áp lực thì trạng thái ứng suất và biến dạng là không đồng đều nghĩa là chúng khác nhau ở những phần khác nhau của vật thể, nói cách khác là chúng khác nhau từ điểm này sang điểm khác. Tuy nhiên khi giải các bài toán trong thực tế để đơn giản hoá vấn đề người ta hoặc coi biến dạng là đồng đều trong toàn bộ vật thể hoặc đem chia vật thể thành nhiều phần riêng biệt và coi biến dạng trong từng phần đó là đồng đều.

Khi biến dạng không đồng đều thì kích thước của các lớp, các phần khác nhau của vật thể sẽ thay đổi khác nhau. Nhưng vì vật thể kim loại là một khối xít chặt không có lỗ trống cho nên các lớp, các phần của vật thể không thể thay đổi kích thước của chúng một cách độc lập được. Sự thay đổi kích thước của mỗi lớp, mỗi phần đều ảnh hưởng đến các lớp, các phần xung quanh. Vì vậy các lớp, các phần thay đổi kích thước nhiều hơn sẽ tác dụng lên những lớp những phần thay đổi kích thước ít hơn những lực có dấu làm cho những phần này tăng kích thước, ngược lại những lớp, những phần thay đổi kích thước ít hơn sẽ tác dụng lên những lớp, những phần thay đổi kích thước nhiều hơn những lực có dấu làm cho những phần này giảm kích thước. Kết quả là làm xuất hiện bên trong vật thể những lực tự nó cân bằng lẫn nhau không kể những lực cân bằng với ngoại lực. Những lực này sẽ gây nên ứng suất bên trong vật thể mà những ứng suất đó không thể xác định bằng điều kiện biên hoặc bằng phương trình vi phân cân bằng, nó cũng không thể biểu diễn bằng sơ đồ trạng thái ứng suất tương ứng với ngoại lực. Những ứng suất tự cân bằng lẫn nhau này gọi là ứng suất phụ. Định luật ứng suất phụ đối với biến dạng không đồng đều phát biểu như sau:

Đối với bất kỳ trường hợp nào của biến dạng dẻo, trong những lớp, những phần của vật thể thay đổi kích thước nhiều hơn sẽ xuất hiện ứng suất phụ có dấu với xu hướng làm cho nó thay đổi ít hơn; trong những lớp, những phần của vật thể thay đổi kích thước ít hơn sẽ xuất hiện ứng suất phụ có dấu với xu hướng làm cho nó thay đổi nhiều hơn.

Có ba loại ứng suất phụ (dựa vào phạm vi ảnh hưởng của chúng):

- Ứng suất phụ loại 1: là ứng suất phụ cân bằng lẫn nhau giữa các lớp, các phần của vật thể.
- Ứng suất phụ loại 2: là ứng suất phụ cân bằng lẫn nhau giữa các tinh thể kim loại.
- Ứng suất phụ loại 3: là ứng suất phụ cân bằng lẫn nhau trong nội bộ hạt tinh thể (giữa phần này với phần khác của hạt tinh thể).

Ứng suất phụ xuất hiện trong vật thể biến dạng có thể:

- Vẫn lưu lại trong vật thể dưới dạng "ứng suất dư" sau khi đã dỡ bỏ tải trọng bên ngoài
- Sẽ mất đi do có sự trượt phụ trong các lớp, các phần của vật thể có xuất hiện ứng suất phụ
- Sẽ mất đi do sự phá huỷ của vật thể biến dạng thành từng lớp, từng phần nghĩa là khi xảy ra những vết nứt thô đại và tế vi. Trong trường hợp này vật thể trở thành phế phẩm.

Sự xuất hiện ứng suất phụ trong vật thể biến dạng sẽ dẫn đến những hậu quả không tốt sau đây đối với quá trình biến dạng:

- Làm tăng lực và công biến dạng cần thiết.

- Làm giảm tính dẻo vì làm thay đổi sơ đồ trạng thái ứng suất (ứng suất cơ sở và ứng suất tổng hợp).

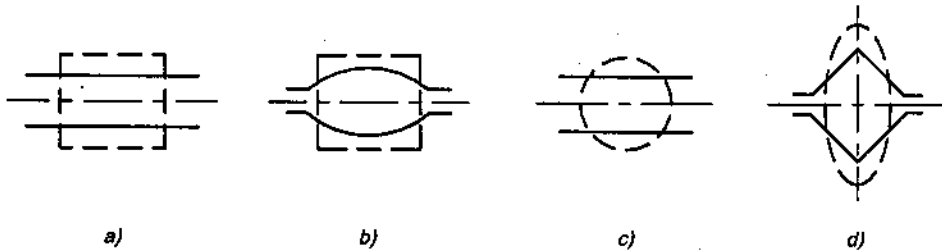
- Làm thay đổi hình dạng của vật thể, thậm chí có khi phá hủy.

- Gây nên ứng suất dư và sự không đồng đều về tổ chức và tính chất của sản phẩm.

Những nhân tố ảnh hưởng đến sự biến dạng không đồng đều:

Hình dạng của công cụ và vật thể biến dạng:

Trong phần lớn các quá trình gia công kim loại bằng áp lực hình dạng của phôi là khác với hình dạng của sản phẩm được xác định bởi hình dạng của công cụ biến dạng. Thường thì hình dạng của phôi đơn giản hơn hình dạng của sản phẩm do đo mức độ biến dạng tại từng phần là khác nhau, nói cách khác là biến dạng không đồng đều. Ví dụ khi dập thể tích hình dạng của khuôn khác với hình dạng của phôi, khi cán hình dạng của lỗ hình khác với hình dạng của phôi. Chỉ có trong một số ít trường hợp là hình dạng của phôi và hình dạng của công cụ biến dạng là giống nhau ví dụ khi chôn giữa hai đe phẳng song song; kéo dây tròn từ phôi dây tròn.



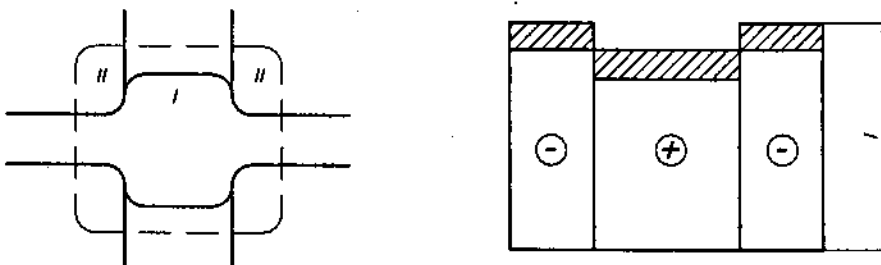
Hình 7.19. Sự khác nhau giữa hình dạng của phôi và của công cụ biến dạng

Hình a: cán phôi chữ nhật trên trục cán hình trụ; lượng ép tuyệt đối và tương đối đều như nhau trên chiều rộng của tấm.

Hình b: Cán phôi vuông trong lỗ hình ô van; trường hợp này là biến dạng không đồng đều trên chiều rộng bởi vì chiều cao của lỗ hình thì thay đổi mà chiều cao của phôi thì không thay đổi. Mức độ biến dạng bé nhất ở đỉnh ô van và tăng dần về phía biên.

Hình c: cán bằng từ phôi dây; biến dạng không đồng đều; lượng ép lớn nhất ở giữa và giảm dần về phía biên.

Hình d: cán phôi ô van trong lỗ hình vuông. Biến dạng không đồng đều do cả hình dạng của phôi lẫn hình dạng của lỗ hình.

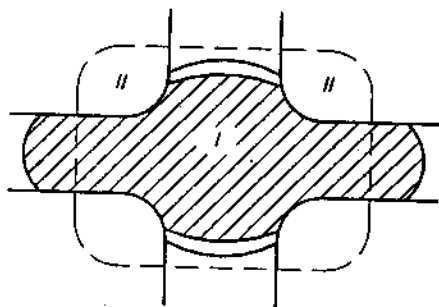


Hình 7.20. Biến dạng không đồng đều khi cán profil chữ thập

Ví dụ: Khi cán profil có tiết diện hình chữ thập từ phôi chữ nhật. Vùng I bị ép không nhiều, vùng biên II ép nhiều hơn. Ngoại lực gây nên sơ đồ ứng suất cơ sở (tức là ứng suất gây nên bởi ngoại lực) là các mặt đều ép: theo phương thẳng đứng có lực ép, phương nằm ngang có lực ma sát. Nếu như vùng I và vùng II có thể biến dạng độc lập thì chúng sẽ bị kéo dài khác nhau dọc theo phương cán. Nhưng vật cán là một thể thống nhất và tính nguyên vẹn của vật thể không cho phép có sự kéo dài khác nhau giữa vùng I và vùng II. Vùng I sẽ chống lại sự kéo của vùng II và vùng II cưỡng bức vùng I phải kéo dài nhiều hơn. Kết quả là nhận được chiều dài của các vùng đều nhau (I). Tác dụng tương hỗ giữa các phần có lượng ép khác nhau sẽ gây nên ứng suất phụ: kéo ở vùng I và nén ở vùng II dọc theo phương cán. Nếu ở vùng I theo hướng cán ứng suất phụ kéo lớn hơn ứng suất cơ sở nén thì sơ đồ trạng thái ứng suất tổng hợp sẽ là sơ đồ ứng suất khác tên. Sự kéo dài cưỡng bức đối với vùng I sẽ làm cho vùng này bị móp theo chiều cao (hình 7.21). Nếu mức độ biến dạng không đồng đều lớn thì kim loại ở vùng I có thể rời ra khỏi trục cán. Còn sự chống lại của vùng I đối với vùng II sẽ làm cho vùng II bị cưỡng bức giãn rộng: kim loại không có khả năng biến dạng theo hướng cán tương ứng với lượng ép mà lại giãn rộng.

Nếu mức độ biến dạng không đồng đều lớn hơn nữa thì ở vùng I có thể xuất hiện nứt gãy ngang và vùng II có thể xuất hiện nếp nhăn.

Lực gây nên ứng suất phụ sẽ tự cân bằng lẫn nhau do đó độ lớn của ứng suất phụ phụ thuộc vào diện tích tiết diện của phần mà chúng tác dụng: diện tích tiết diện càng nhỏ thì ứng suất phụ càng lớn.



Hình 7.21. Vùng I bị móp theo chiều cao, vùng II bị cưỡng bức giãn rộng

Ma sát sát tiếp xúc:

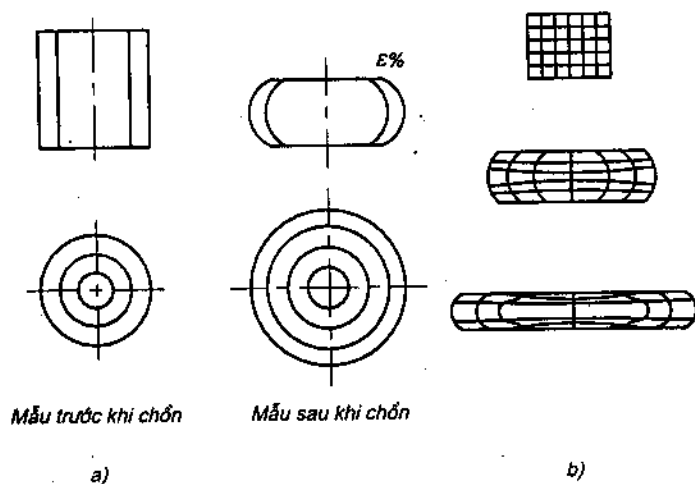
Ma sát tiếp xúc sẽ làm khó khăn cho sự trượt của kim loại trên bề mặt của công cụ biến dạng. Ảnh hưởng của nó sẽ lớn nhất ở vùng bề mặt tiếp xúc và giảm dần khi càng xa bề mặt tiếp xúc. Điều này sẽ dẫn đến biến dạng không đồng đều.

Ta hãy quan sát quá trình chôn mẫu hình trụ tròn giữa hai đe song song có bề mặt không nhẵn bóng. Do tác dụng của lực ma sát trên bề mặt tiếp xúc cho nên sau khi chôn mẫu có dạng phình to. Ứng suất tiếp gây nên bởi lực ma sát tiếp xúc tăng từ ngoài rìa vào trong bởi vì để dịch chuyển một điểm bất kỳ trên bề mặt tiếp xúc theo hướng kính kể từ tâm ra thì cần phải tác dụng một lực bằng trở lực dịch chuyển của tất cả các điểm nằm trên bán kính đó. Như đã biết ứng suất tiếp gây nên bởi lực ma sát chỉ tăng đến trị số $\beta k_r/2$, sau đó sự trượt bị hãm lại và bắt đầu chuyển sang "dính".

Như vậy, ảnh hưởng của lực ma sát (gây khó khăn cho biến dạng) là mạnh nhất ở vùng trung tâm bề mặt tiếp xúc. Càng xa tâm bề mặt tiếp xúc theo cả hướng trục lẫn hướng kính

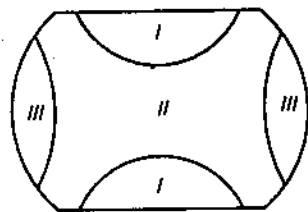
thì ứng suất tiếp gây nên bởi lực ma sát càng giảm và biến dạng sẽ càng dễ dàng hơn. Kết quả là ở gần bề mặt tiếp xúc sẽ hình thành một vùng khó biến dạng có dạng gần giống hình nón. Trong vùng này biến dạng dẻo xảy ra ít hơn ở những vùng khác (mức độ biến dạng nhỏ hơn), đáy của vùng này là vùng “dính”.

Biến dạng không đồng đều đưa đến việc tạo thành dạng phình trống của mẫu và làm cho bề mặt bên bị lồi vào bề mặt tiếp xúc. Ta có thể thấy rõ điều này nếu trên mặt đầu của mẫu vạch những đường tròn đồng tâm và trên mặt bên vạch những đường sinh. Sau khi chôn sẽ thấy bán kính của những vòng tròn ở gần tâm hầu như không tăng (do dính) còn bán kính của những vòng tròn gần biên thì có tăng (do trượt), những đường sinh ở mặt bên có đi vào mặt đầu một phần (hình 7.22a).



Hình 7.22. Biến dạng không đồng đều khi chôn

Bằng cách kẻ lưới ô vuông trên mặt cắt dọc qua trục của mẫu rồi đem chôn ta cũng nhận thấy biến dạng lớn nhất xảy ra ở vùng giữa chiều cao của mẫu (hình 7.22b). Với thí nghiệm chôn mẫu có vít (vặn vít vào lỗ trong mẫu sao cho đường trục tâm của mẫu trùng với đường sinh của vít) ở những nhiệt độ khác nhau với những mức độ biến dạng khác nhau người ta cũng nhận thấy biến dạng không đồng đều theo chiều cao. Ví dụ khi chôn mẫu thép ở 850°C với mức độ biến dạng là 57% thì biến dạng ở vùng gần mặt đầu chỉ có 18% trong khi ở vùng giữa chiều cao của mẫu là 88%. Gubkin đã tiến hành thí nghiệm chôn nguội mẫu hợp kim nhôm rồi đo độ cứng trên mặt cắt dọc (hình 7.23). Kết quả cho thấy vùng II có độ cứng lớn nhất, điều đó chứng tỏ ở đây hoá bền nhiều nhất.



Hình 7.23. Phân bố độ cứng trên mặt cắt dọc trục mẫu chôn

Độ cứng thấp nhất là ở vùng I do đó có thể suy ra mức độ biến dạng ở đây là nhỏ nhất (vùng khó biến dạng). Độ cứng có trị số giữa vùng I và vùng II là vùng III. Ngoài ra thí nghiệm đo độ hạt trên mẫu sau khi chôn cũng cho ta những kết quả tương tự về sự biến dạng không đồng đều.

Sự không đồng nhất về tính chất của kim loại:

Sự không đồng nhất về tính chất có thể là giữa vùng này và vùng khác trong vật thể ví dụ do nung nóng phôi không đều hoặc phôi là kim loại nhiều lớp, cũng có thể là trong phạm vi tế vi do tính dị hướng của tinh thể.

Ví dụ khi nung nóng phôi không đều thì lớp ngoài có nhiệt độ cao dễ biến dạng hơn lớp trong có nhiệt độ thấp. Khi đó sẽ xuất hiện ứng suất phụ nén đối với lớp ngoài và kéo đối với lớp trong. Khi biến dạng kim loại nhiều lớp thì ở lớp mềm sẽ xuất hiện ứng suất phụ nén còn ở lớp cứng sẽ xuất hiện ứng suất phụ kéo. Nếu lớp cứng có tính dẻo thấp thì có thể sản sinh nứt gãy. Như trên đã nói nếu ứng suất phụ còn lưu lại trong vật thể sau khi đã dỡ bỏ tải trọng bên ngoài thì gọi là ứng suất dư hay ứng suất bên trong. Ứng suất dư có thể tạo thành do biến dạng không đồng đều nhưng cũng có thể do những nguyên nhân khác như nung nóng hoặc làm nguội không đều trên toàn bộ thể tích của vật thể biến dạng, khi chuyển biến pha.

Vì ứng suất dư là hậu quả của ứng suất phụ cho nên cũng như ứng suất phụ ta chia chúng làm ba loại. Nói chung ứng suất dư là không mong muốn bởi vì nó có thể làm cho sản phẩm thay đổi hình dáng và kích thước (cong vênh, vằn vẹo), có thể gây nứt vỡ, làm giảm tính chống ăn mòn của kim loại (vì làm cho quá trình hoà tan của kim loại trong các môi trường hoá học xảy ra nhanh hơn) và làm xấu cơ tính của kim loại: tăng trở lực biến dạng, giảm tính dẻo dai.

Để giảm hoặc làm mất ảnh hưởng của ứng suất dư có thể áp dụng những biện pháp sau đây:

- Phương pháp cơ: biến dạng bề mặt (cán, kéo, nắn), gõ các chi tiết bằng búa gỗ, bỏ các chi tiết vào thùng quay
- Phương pháp nhiệt: ủ, thường hoá...

Chương 8

CÁC PHƯƠNG PHÁP XÁC ĐỊNH LỰC VÀ CÔNG BIẾN DẠNG

8.1. KHÁI NIỆM CHUNG

Trong phần lớn các phương pháp gia công kim loại bằng áp lực bộ phận làm việc của thiết bị cùng với các công cụ biến dạng gắn trên nó thực hiện một chuyển động thẳng. Lực do thiết bị sản ra tác dụng lên vật thể kim loại thông qua công cụ biến dạng chủ yếu để khắc phục trở lực biến dạng của vật thể và lực ma sát. Nếu biết được lực biến dạng thì ta có căn cứ để chọn đúng thiết bị cho một phương pháp gia công nào đó. Nếu bộ phận làm việc của thiết bị không chuyển động thẳng mà lại chuyển động quay tròn ví dụ khi cán, uốn lóc, nắn trên máy nắn kiểu trục quay thì ngoài lực biến dạng ra còn phải xác định mô men xoắn cần thiết.

Để cho đơn giản vấn đề sau đây ta chỉ nghiên cứu việc xác định lực biến dạng đối với các quá trình biến dạng trong đó bộ phận làm việc của thiết bị thực hiện chuyển động thẳng. Tuy vậy các kết luận rút ra ở đây vẫn có thể áp dụng đối với các quá trình biến dạng mà bộ phận làm việc của thiết bị có chuyển động quay tròn. Trong giáo trình “Lý thuyết cán” sẽ trình bày tỉ mỉ về các quá trình này.

Lực biến dạng có thể đặt lên vật thể biến dạng hoặc một bộ phận của vật thể biến dạng nhờ sự tiếp xúc trực tiếp giữa công cụ biến dạng và vật thể hoặc gián tiếp bằng cách tác dụng lên bộ phận không biến dạng của vật thể nằm kề bộ phận biến dạng. Ví dụ: khi chôn, ép, dập khối,... lực biến dạng đặt trực tiếp lên vật thể thông qua mặt tiếp xúc với công cụ biến dạng. Khi kéo dãn, dập vuốt, xoắn thì lực hoặc mômen biến dạng đặt gián tiếp lên vật thể thông qua bộ phận không biến dạng.

Để xác định lực biến dạng thì cần phải biết trị số và quy luật phân bố ứng suất trên bề mặt tiếp xúc giữa công cụ biến dạng và vật thể biến dạng (đối với trường hợp đầu) hoặc trên bề mặt gianh giới với vùng biến dạng (đối với trường hợp thứ hai).

Giả sử trong một phương pháp gia công nào đó (hình 8.1), AB là bề mặt tiếp xúc giữa công cụ biến dạng và vật thể biến dạng, trên bề mặt đó lực biến dạng đặt lên vật thể theo hướng chuyển động của công cụ biến dạng (hướng c), ứng suất pháp σ_n phân bố trên bề mặt tiếp xúc theo sơ đồ ab.

Xét một phân tố diện tích vô cùng nhỏ bất kỳ trên bề mặt tiếp xúc dF_{ix} , lực vuông góc trên phân tố đó là dP_n .

$$dP_n = \sigma_n dF_{ix} \quad (a)$$

Thành phần của dP_n trên phương chuyển động của công cụ biến dạng :

$$dP = dP_n \cos \alpha \quad (b)$$

α - góc giữa phương của ứng suất pháp σ_n và phương chuyển động của công cụ biến dạng. Thay (a) vào (b) được:

$$dP = \sigma_n dF_{tx} \cos \alpha \quad (c)$$

Tích số $dF_{tx} \cos \alpha$ chính là hình chiếu của dF_{tx} trên mặt phẳng vuông góc với phương chuyển động của công cụ biến dạng:

$$dF = dF_{tx} \cos \alpha \quad (d)$$

$$\text{do đó: } dP = \sigma_n dF \quad (e)$$

Lực biến dạng trên toàn bộ P sẽ bằng tích phân của dP trên diện tích $A'B'$ tức là trên hình chiếu của bề mặt tiếp xúc AB xuống mặt phẳng vuông góc với phương của lực tác dụng.

$$P = \iint_F \sigma_n dF \quad \text{hoặc} \quad P = \int_0^F \sigma_n dF \quad (8.1)$$

Về nguyên tắc tích phân (8.1) luôn luôn có thể giải được nếu ta có thể biểu diễn σ_n là một hàm của các tọa độ nằm trong mặt phẳng F , hoặc ngược lại biểu diễn những tọa độ ấy bằng những hàm trong đó có chứa σ_n .

Trong hệ tọa độ vuông góc tích phân (8.1) có dạng

$$P = \iint_F \sigma_n dx dy \quad (8.1a)$$

và trong hệ tọa độ cực

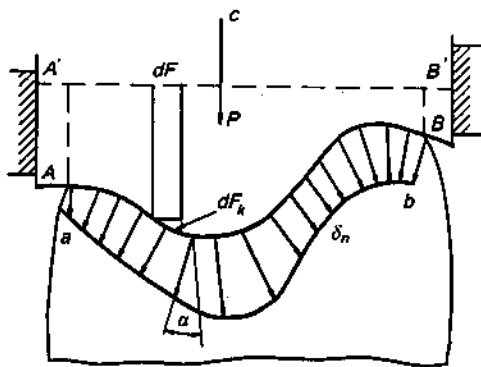
$$P = \iint_F \sigma_n \rho d\rho d\theta \quad (8.1b)$$

Biểu thức (8.1) cũng đúng với trường hợp lực biến dạng đặt gián tiếp lên vật thể thông qua bộ phận không biến dạng.

Trong nhiều trường hợp σ_n chỉ là hàm của một tọa độ do đó không cần phải tính tích phân hai lần. Nếu ứng suất σ_n không thay đổi hoặc có thể thay thế nó bằng một trị số trung bình thì không cần phải tính tích phân mà ta có ngay

$$P = \sigma_n \cdot F \quad (8.2)$$

Ta coi lực biến dạng P luôn luôn dương do đó khi thay σ_n vào biểu thức (8.1) ta chỉ lấy trị số tuyệt đối của nó.



Hình 8.1. Sơ đồ phân bố ứng suất pháp σ_n trên bề mặt tiếp xúc

Ta hãy xét một ví dụ về việc giải tích phân (8.1) - trường hợp một chày hình trụ có đầu mút dạng nửa hình cầu ấn vào phôi kim loại (hình 8.2) có kích thước cả về chiều rộng lẫn chiều sâu lớn hơn kích thước của chày nhiều.

Quy luật phân bố của ứng suất pháp trên bề mặt tiếp xúc trong điều kiện không có ma sát được biểu diễn bằng công thức của Tomlenov:

$$\sigma_n = k_f \left(1 + \frac{\pi}{2} - \gamma \right)$$

Như vậy σ_n là hàm chỉ của góc γ . Trong trường hợp này tích phân (8.1) biểu diễn trong hệ tọa độ trụ là thích hợp nhất

$$P = \iint_F k_f \left(1 + \frac{\pi}{2} - \gamma \right) \rho d\rho d\theta$$

Từ hình (8.2) ta nhận thấy σ_n có thể biểu diễn qua tọa độ của các điểm trên hình chiếu của bề mặt tiếp xúc lên mặt phẳng vuông góc với phương của lực tác dụng:

$$\sin \gamma = \frac{\rho}{R}$$

do đó:

$$\gamma = \arcsin \frac{\rho}{R}$$

$$\sigma_n = k_f \left(1 + \frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{\rho}{R} \right)$$

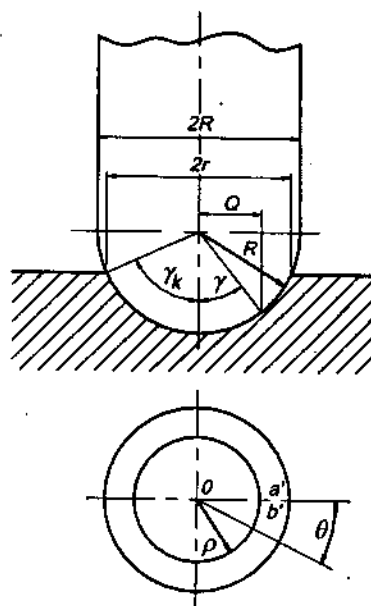
$$P = \iint_F k_f \left(1 + \frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{\rho}{R} \right) \rho d\rho d\theta$$

Tích phân trong miền từ $\theta = 0$ đến $\theta = 2\pi$ và từ $\rho = 0$ đến $\rho = r$:

$$P = \int_0^r d\rho \int_0^{2\pi} k_f \left(1 + \frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{\rho}{R} \right) \rho d\theta$$

Tích phân theo θ sẽ được:

$$P = 2\pi k_f \int_0^r \left(1 + \frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{\rho}{R} \right) \rho d\rho$$



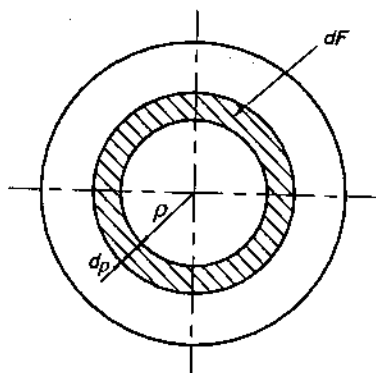
Hình 8.2. Bài toán chày hình cầu ấn vào phôi kim loại.

Tích phân theo ρ ta có:

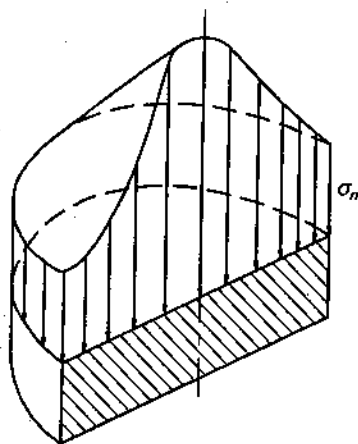
$$P = \pi R^2 k_f \left[1 + \frac{\pi}{2} - \left(1 - \frac{1}{2} \frac{R^2}{r^2} \right) \arcsin \frac{r}{R} - \frac{1}{2} \frac{R}{r} \sqrt{1 - \frac{r^2}{R^2}} \right]$$

Đối với trường hợp giới hạn khi $r = R$ ta có:

$$P = \pi r^2 k_f \left(1 + \frac{\pi}{4} \right) \approx 1,8 \pi R^2 k_f$$



Hình 8.3. Phân tố diện tích hình vành khăn



Hình 8.4. Sơ đồ phân bố ứng suất pháp trên mặt phẳng vuông góc với phương chuyển động của chày

Trong ví dụ này σ_n không phụ thuộc vào tọa độ θ do đó phân tố diện tích dF có thể lấy dưới dạng hình vành khăn (hình 8.3):

$$dF = 2\pi\rho d\rho$$

Thay vào biểu thức (8.1) được:

$$P = \int_0^r 2\pi k_f \left(1 + \frac{\pi}{2} - \gamma \right) \rho d\rho$$

Trong cách giải ở trên ta đã biểu diễn γ thông qua ρ , ở đây ta làm ngược lại biểu diễn ρ thông qua γ :

$$\rho = R \sin \gamma$$

$$d\rho = R \cos \gamma d\gamma$$

Thay các giá trị của ρ và $d\rho$ vào biểu thức trên ta được:

$$P = \int_0^{\gamma_k} 2\pi R^2 k_f \left(1 + \frac{\pi}{2} - \gamma \right) \sin \gamma \cos \gamma d\gamma$$

Lấy tích phân ta được:

$$P = 2\pi R^2 k_f \left[\int_0^{\gamma_K} \cos \gamma d\gamma \right]$$

Thay trị số giới hạn của $\gamma_K = \pi/2$ vào biểu thức vừa nhận được ta có:

$$P = \pi R^2 k_f \left(1 + \frac{\pi}{4} \right) \approx 1,8\pi R^2 k_f$$

giống như kết quả đã tìm được ở cách giải trên.

Công việc tính toán tích phân (8.1) như vừa tiến hành ở trên trong một số trường hợp trở nên không cần thiết nếu ta để ý đến ý nghĩa hình học của nó. Hình 8.4 chỉ ra quy luật phân bố ứng suất pháp trên mặt phẳng vuông góc với phương chuyển động của chày. Dễ dàng nhận thấy tích số $\sigma_n dF$ là thể tích dV_e của một khối vành khăn. Từ đó suy ra:

$$P = \iint_F \sigma_n dF = \iint_F dV_e$$

$$P = V_e \quad (8.1c)$$

Điều đó có nghĩa là trị số của lực biến dạng bằng thể tích V_e của sơ đồ phân bố ứng suất pháp trên mặt phẳng tiếp xúc. Như vậy có thể thay thế tính toán tích phân bằng tính toán thể tích đơn giản hơn nhiều.

Nếu trên bề mặt tiếp xúc giữa công cụ biến dạng và vật thể tồn tại ma sát thì ứng suất tiếp τ_{tx} do ma sát gây nên sẽ có một thành phần theo phương chuyển động của công cụ biến dạng. Hợp lực của các thành phần đó P_t có thể xác định bằng cách giống như cách xác định hợp lực do ứng suất pháp gây nên:

$$P_t = \iint_{F_t} \tau_{tx} dF_t \quad (8.3)$$

F_t là hình chiếu của bề mặt tiếp xúc lên mặt phẳng song song với phương chuyển động của công cụ biến dạng.

Tích phân (8.3) được dùng đến khi tính toán mômen cản.

Chia lực biến dạng P cho hình chiếu F của bề mặt tiếp xúc ta được áp lực đơn vị hay áp lực riêng $\bar{p}$ (còn ký hiệu là k_w):

$$k_w = \bar{p} = \frac{P}{F} = \frac{\iint_F \sigma_n dF}{F} \quad (8.4)$$

Nếu biết được áp lực riêng thì ngược trở lại ta có thể xác định được lực biến dạng cần thiết đối với mỗi quá trình gia công kim loại bằng áp lực. Vì vậy, việc xác định nó có ý nghĩa rất lớn.

Xuất phát từ điều kiện dẻo:

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \beta k_f$$

hay:

$$\sigma_1 = \beta k_f + \sigma_3$$

Ta nhận thấy, lực biến dạng cần thiết để gây nên biến dạng dẻo trong vật liệu có thể tính được nếu biết ứng suất σ_1 . Như vậy, lực biến dạng cần thiết có thể xem như gồm hai thành phần: một phần để khắc phục sự chống lại biến dạng của vật liệu (thể hiện bằng độ bền biến dạng k_f) và một phần nữa để khắc phục trở lực phụ (thể hiện bằng σ_3). Trở lực này là do ma sát giữa công cụ biến dạng và vật thể biến dạng (ma sát ngoài) và do sự dịch chuyển tương đối của các chất điểm bên trong vật liệu gây nên (ma sát trong). Với ý nghĩa đó σ_1 chính là áp lực riêng k_w :

$$\sigma_1 = k_w = \beta k_f + \sigma_3 = \beta k_f + k_{ms} + k_{dc} \quad (8.5)$$

Dễ dàng nhận thấy k_w sẽ phụ thuộc vào tất cả những nhân tố nào ảnh hưởng đến độ bền biến dạng k_f , đến ma sát ngoài và đến sự dịch chuyển tương đối của các chất điểm bên trong vật liệu. Ở đây k_{dc} lại phụ thuộc vào k_{ms} bởi vì rõ ràng ma sát trên bề mặt tiếp xúc giữa công cụ biến dạng và vật thể biến dạng sẽ ảnh hưởng đến sự dịch chuyển tương đối của các chất điểm bên trong vật thể. Có thể tóm tắt các nhân tố ảnh hưởng đó là:

Ảnh hưởng đến k_f :

- Vật liệu.
- Nhiệt độ biến dạng.
- Mức độ biến dạng.
- Tốc độ biến dạng.
- Trạng thái ứng suất.

Ảnh hưởng đến k_{ms} :

- Trạng thái bề mặt của công cụ biến dạng và vật thể biến dạng.
- Nhiệt độ biến dạng.
- Tốc độ biến dạng.
- Bôi trơn.
- Áp lực trên bề mặt tiếp xúc giữa công cụ và vật thể biến dạng.

Ảnh hưởng đến k_{dc} :

- Quan hệ hình học của vùng biến dạng.
- Ma sát ngoài

Việc xác định lực biến dạng có ý nghĩa quan trọng trong thực tế và là nhiệm vụ chủ yếu của việc phân tích các quá trình biến dạng. Như trên đã trình bày bằng việc giải tích phân (8.1) ta có thể xác định được lực biến dạng nếu như biết được trị số và quy luật phân

bố của ứng suất pháp trên bề mặt tiếp xúc. Nhưng vấn đề này lại hết sức phức tạp. Để giải quyết vấn đề này có nhiều phương pháp khác nhau và sau đây sẽ giới thiệu khái quát về một số phương pháp.

8.2. GIẢI CÁC PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN CÂN BẰNG KẾT HỢP VỚI ĐIỀU KIỆN DẸO

Thực chất của phương pháp này là tìm nghiệm chung thoả mãn các phương trình vi phân cân bằng và điều kiện dẻo. Tùy theo các điều kiện cụ thể của bài toán mà viết các phương trình dưới dạng thích hợp (đối với trạng thái ứng suất khối hoặc phẳng, hoặc trạng thái ứng suất đối xứng trục, hoặc trạng thái biến dạng phẳng) và trong hệ toạ độ thích hợp (vuông góc, trụ, cực hoặc cầu).

Về nguyên tắc mà nói thì giải các phương trình này sẽ cho ta trị số cũng như sự phân bố ứng suất trong toàn bộ vật thể, nói cách khác trị số ứng suất là hàm số của toạ độ các điểm trong vật thể bao gồm cả những điểm nằm trên bề mặt truyền lực. Nhưng đáng tiếc là bài toán chỉ có thể giải được trong một vài trường hợp cá biệt khi không tồn tại (hoặc giả thiết là không tồn tại) lực ma sát trên bề mặt tiếp xúc.

Ta hãy xét một vài trường hợp sau đây:

Trong bài toán trạng thái ứng suất khối ta có phương trình vi phân cân bằng trong đó có chứa 6 ẩn số (3 ứng suất pháp và 3 ứng suất tiếp) cộng thêm điều kiện dẻo cũng chứa 6 ẩn số đó. Như vậy trong trường hợp này có 4 phương trình chứa 6 ẩn số – bài toán siêu tĩnh. Nếu sử dụng thêm 6 phương trình biểu diễn mối quan hệ giữa ứng suất và biến dạng trong đó chứa 7 ẩn số (6 biến dạng và mô đun dẻo) và 3 phương trình biến dạng liên tục thì tổng cộng có 13 phương trình chứa 13 ẩn số. Mặc dù số ẩn bằng số phương trình nhưng trên thực tế không thể giải được hệ phương trình này. Vì vậy bài toán trạng thái ứng suất khối với 6 ứng suất trong đó mỗi ứng suất lại là một hàm số của ba toạ độ còn chưa thể giải được.

Trong bài toán phẳng (trạng thái ứng suất phẳng và trạng thái biến dạng phẳng) ta có hai phương trình vi phân cân bằng cộng thêm điều kiện dẻo. Trong ba phương trình này có chứa 3 ẩn số. Mặc dù vậy việc giải hệ phương trình của bài toán phẳng cũng chỉ thực hiện được trong trường hợp đặc biệt khi ứng suất tiếp trên bề mặt tiếp xúc bằng 0 hoặc không phụ thuộc vào một trong hai toạ độ có trong phương trình cân bằng.

Vì những khó khăn kể trên cho nên trong việc xác định lực biến dạng người ta phải đưa ra những giả thiết nhằm đơn giản hoá phương trình vi phân cân bằng đối với từng trường hợp riêng. Đáng chú ý hơn cả là phương pháp xác lập phương trình cân bằng gần đúng của Unksov.

8.3. CƠ SỞ CỦA PHƯƠNG PHÁP TÍNH TOÁN LỰC BIẾN DẠNG THEO PHƯƠNG TRÌNH CÂN BẰNG VÀ ĐIỀU KIỆN DẪO GẮN ĐÚNG

Phương pháp này chủ yếu dựa trên cơ sở phương pháp của Unksov đồng thời có xét đến những điều kiện sau đây :

Đưa bài toán trạng thái ứng suất khối về bài toán đối xứng trục hay bài toán phẳng. Nếu vật thể biến dạng có hình dạng phức tạp thì phải chia nó ra làm nhiều phần nhỏ mà mỗi phần đều thoả mãn điều kiện của bài toán đối xứng trục hay bài toán phẳng.

1. Chỉ xác định sự phân bố ứng suất pháp trên bề mặt tiếp xúc chứ không xác định sự phân bố ứng suất bên trong vật thể.
2. Các phương trình vi phân cân bằng viết dưới dạng và trong hệ tọa độ phù hợp với điều kiện của bài toán được đơn giản hoá bằng cách giả thiết rằng các thành phần ứng suất chỉ phụ thuộc vào một trong các tọa độ và sự phụ thuộc của ứng suất tiếp vào tọa độ đó là tuyến tính. Kết quả là số lượng phương trình vi phân cân bằng giảm xuống chỉ còn một và chỉ chứa các đạo hàm đơn giản thay cho các đạo hàm riêng.
3. Dùng các phương trình gần đúng của điều kiện dẻo.

Khi phân tích các nguyên công biến dạng trong nhiều trường hợp phải dùng phương trình vi phân cân bằng cho trong hệ tọa độ bất kỳ chứ không phải trong hệ trục chính. Vì vậy để giải những phương trình này kết hợp với điều kiện dẻo thì điều kiện dẻo cũng phải biểu diễn trong hệ tọa độ bất kỳ, nói cách khác là biểu diễn bằng những thành phần của Tenxơ ứng suất. Tất cả những phương trình này đều khá phức tạp và không tuyến tính, điều đó làm cho việc giải các phương trình vi phân cân bằng trở nên rất khó khăn thậm chí đối với cả các bài toán đối xứng trục hoặc bài toán phẳng.

Vì lẽ đó cần thiết phải đơn giản hoá điều kiện dẻo bằng cách thay thế chúng bằng những phương trình tuyến tính, tất nhiên đó là những phương trình gần đúng. Biểu thức (7.19) của điều kiện dẻo có dạng tuyến tính:

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \pm \beta k_f$$

Biểu thức (7.19) xác định mối tương quan giữa các ứng suất chính $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ trong trạng thái dẻo. Để nhận được điều kiện dẻo gần đúng ta có thể thay các ứng suất chính trong biểu thức (7.19) bằng các thành phần ứng suất pháp của Tenxơ ứng suất với điều kiện các thành phần ứng suất tiếp của nó tương đối nhỏ ($\tau \rightarrow 0$). Trong trường hợp đó từ các biểu thức (7.16), (7.18), (7.19) và (7.20) ta nhận được những phương trình gần đúng sau đây của điều kiện dẻo

a) Trạng thái ứng suất đối xứng trục khi $\sigma_\rho \neq \sigma_\theta \neq \sigma_z$

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_\rho - \sigma_\theta = \pm \beta k_f \\ \text{hoặc} \quad \sigma_\theta - \sigma_z = \pm \beta k_f \\ \text{hoặc} \quad \sigma_z - \sigma_\rho = \pm \beta k_f \end{array} \right\} \quad (8.6)$$

tùy thuộc hiệu số ứng suất nào là hiệu số ứng suất biên.

b) *Trạng thái ứng suất đối xứng trục* khi $\sigma_p = \sigma_\theta$

$$\sigma_p - \sigma_z = \pm k_f \quad (8.7)$$

c) *Trạng thái biến dạng phẳng* khi $\sigma_y = \sigma_{tb} = 0,5(\sigma_x + \sigma_z)$

$$\sigma_x - \sigma_z = \pm k_f^* = \pm \frac{2}{\sqrt{3}} k_f \quad (8.8)$$

d) *Trạng thái ứng suất phẳng* $\sigma_y = 0$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x - \sigma_z &= \pm \beta k_f \quad (\text{Khi } \sigma_x \sigma_z < 0) \\ \sigma_x &= \pm \beta k_f \quad (\text{Khi } \sigma_x \sigma_z > 0 \text{ và } |\sigma_x| > |\sigma_z|) \\ \sigma_z &= \pm \beta k_f \quad (\text{Khi } \sigma_x \sigma_z > 0 \text{ và } |\sigma_z| > |\sigma_x|) \end{aligned} \right\} \quad (8.9)$$

Các biểu thức (8.6) đến (8.9) chỉ dùng được khi các trị số ứng suất tiếp τ nhỏ. Khi τ tiến tới gần trị số giới hạn ($\tau \rightarrow k$) thì dùng những biểu thức trên sẽ dẫn đến sai số lớn. Unksov đã đưa ra phương trình gần đúng của điều kiện dẻo trong trường hợp τ lớn. Ta hãy nhớ lại điều kiện dẻo trong trạng thái ứng suất đối xứng trục:

$$(\sigma_p - \sigma_\theta)^2 + (\sigma_\theta - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_p)^2 + 6\tau_{pz}^2 = 2k_f^2$$

và trong trạng thái biến dạng phẳng:

$$(\sigma_x - \sigma_z)^2 + 4\tau_{xz}^2 = 4k^2 = (k_f^*)^2$$

Từ hai biểu thức này có thể viết thành:

$$\frac{\sqrt{(\sigma_p - \sigma_\theta)^2 + (\sigma_\theta - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_p)^2}}{\sqrt{2}k_f} = \sqrt{1 - \frac{\tau_{pz}^2}{k^2}} = \frac{\sqrt{2k_f^2 - 6\tau_{pz}^2}}{\sqrt{2}k_f} \quad (a)$$

$$\frac{\sigma_x - \sigma_z}{2k} = \sqrt{1 - \frac{\tau_{xz}^2}{k^2}} \quad (b)$$

với : $k = \frac{1}{\sqrt{3}} k_f$

Ta nhận thấy vế trái của phương trình (a) và (b) biểu thị tỷ số giữa các ứng suất pháp và độ bền biến dạng k_f là hàm của ứng suất tiếp τ . Trị số tuyệt đối của τ có thể biến đổi trong giới hạn từ 0 đến trị số cực đại k .

Khi $\tau = 0$ thì từ các phương trình (a) và (b) ta lại nhận được các biểu thức (8.6), (8.7) và (8.8) là những phương trình gần đúng của điều kiện dẻo trong trường hợp $\tau \rightarrow 0$.

Thay $\tau = k$ (trị số cực đại của τ) vào phương trình (a) và (b) ta được:

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_p = \sigma_\theta = \sigma_z \\ \text{hoặc } \sigma_x = \sigma_y = \sigma_z \end{array} \right\} \quad (8.10)$$

Biểu thức (8.10) là chính xác đối với trường hợp $\tau = k$, song ta có thể coi nó là gần đúng với các trị số của $\tau \rightarrow k$. Đối với trạng thái ứng suất phẳng thì không tồn tại phương trình gần đúng tương tự như biểu thức (8.10).

Nếu nghiên cứu phương trình (a) và (b) thì ta có thể khẳng định rằng các trị số của hiệu số ứng suất pháp tính theo các phương trình gần đúng (8.7) và (8.8) chỉ chênh lệch rất ít so với trị số thực tế: Khi $\tau < 0,3k$ sự chênh lệch ấy nhỏ hơn 5% và khi $\tau < 0,4k$ thì nhỏ hơn 10%.

Theo Unksov thì các phương trình gần đúng của điều kiện dẻo (8.6) đến (8.9) có thể sử dụng trong trường hợp các trị số của $\tau \leq 0,7k$. Tóm lại phạm vi sử dụng của biểu thức (8.6) đến (8.9) là:

$$0 \leq \tau \leq 0,7k$$

và của biểu thức (8.10) là:

$$0,7k \leq \tau \leq k$$

Khi giải các bài toán thực tế thường thường phải biểu diễn đạo hàm của một ứng suất theo một toạ độ đã cho thông qua đạo hàm của một ứng suất khác cũng theo toạ độ đó. Sau đây ta hãy nghiên cứu vấn đề này.

Xét điều kiện dẻo đối với trạng thái ứng suất đối xứng trục khi $\sigma_p = \sigma_\theta$

$$(\sigma_p - \sigma_z)^2 + 3\tau_{pz}^2 = k_f^2$$

và điều kiện dẻo đối với trạng thái biến dạng phẳng

$$(\sigma_x - \sigma_z)^2 + 4\tau_{xz}^2 = (k_f^*)^2$$

Vì phân hai vế phương trình này theo một toạ độ bất kỳ chẳng hạn theo p đối với phương trình thứ nhất và theo x đối với phương trình thứ hai, ta được

$$(\sigma_p - \sigma_z) \left(\frac{\partial \sigma_p}{\partial p} - \frac{\partial \sigma_z}{\partial p} \right) = -3\tau_{pz} \frac{\partial \tau_{pz}}{\partial p} \quad (c)$$

$$(\sigma_x - \sigma_z) \left(\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} - \frac{\partial \sigma_z}{\partial x} \right) = -4\tau_{xz} \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} \quad (d)$$

Nếu trị số của τ không phụ thuộc vào toạ độ p hoặc x thì vế phải của phương trình (c) và (d) bằng 0. Nói chung thì hiệu số của các ứng suất pháp bên vế trái của phương trình khác 0 do đó:

$$\frac{\partial \sigma_p}{\partial \rho} = \frac{\partial \sigma_z}{\partial \rho} \quad \text{hoặc} \quad \partial \sigma_p = \partial \sigma_z \quad (8.11a)$$

đối với trạng thái ứng suất đối xứng trục khi $\sigma_p = \sigma_\theta$

$$\text{và} \quad \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} = \frac{\partial \sigma_z}{\partial x} \quad \text{hoặc} \quad \partial \sigma_x = \partial \sigma_z \quad (8.11b)$$

đối với trạng thái biến dạng phẳng.

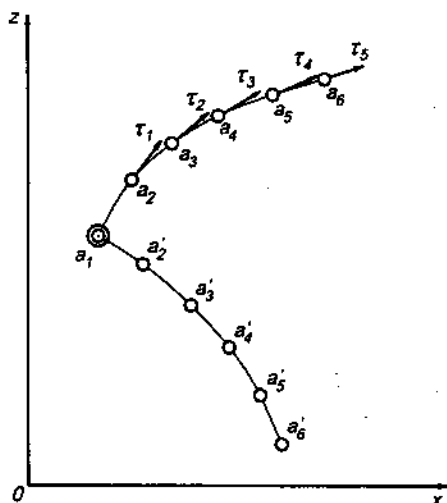
Biểu thức (8.11) chẳng qua là điều kiện dẻo dưới dạng vi phân. Với những trị số bất kỳ không phụ thuộc vào tọa độ đã cho của τ biểu thức (8.11) là phương trình chính xác của điều kiện dẻo. Ngược lại nếu trị số của τ phụ thuộc vào tọa độ đã cho thì biểu thức (8.11) được xem như phương trình gần đúng của điều kiện dẻo.

8.4. PHƯƠNG PHÁP ĐƯỜNG TRƯỢT

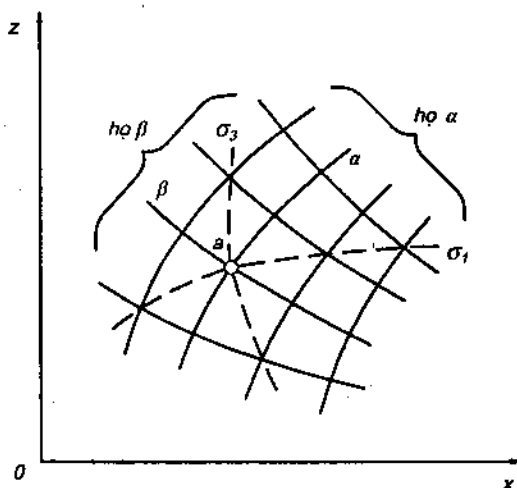
Phương pháp này còn gọi là phương pháp đường đặc tính, nó dùng để giải các bài toán phẳng và phần nào cả bài toán đối xứng trục. Thực chất của phương pháp này là việc xây dựng một mạng (trường) đường trượt và lợi dụng những tính chất của nó để xác định lực biến dạng. Nó được Levy đưa ra đầu tiên vào năm 1871 và về sau được các nhà khoa học khác phát triển và hoàn thiện.

8.4.1. Những khái niệm cơ bản về đường trượt

Giả thiết có một điểm a_1 bất kỳ trong mặt phẳng xz của vật thể ở trong trạng thái biến dạng phẳng (hình 8.5) và đặt lên nó véc tơ ứng suất tiếp chính τ_1 . Theo phương của véc tơ đó quá độ đến điểm a_2 rất gần a_1 . Đặt lên a_2 véc tơ ứng suất tiếp chính τ_2 tại điểm đó. Nói chung thì véc tơ τ_2 khác véc tơ τ_1 cả về độ lớn lẫn phương. Cứ tiếp tục làm theo cách trên, ta sẽ nhận được một đường gấp khúc $a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6 \dots$



Hình 8.5. Quỹ đạo của ứng suất tiếp chính



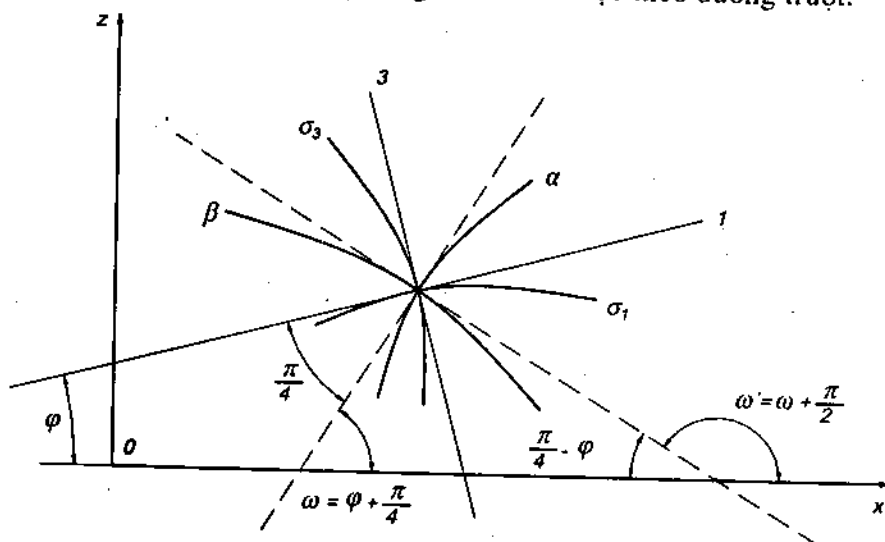
Hình 8.6. Trường đường trượt

Do tính đối ứng của ứng suất tiếp từ điểm a_1 có thể đặt véc tơ ứng suất tiếp chính thứ hai τ_1 vuông góc với τ_1 và với cách tương tự như trên có thể xây dựng được đường gấp khúc thứ hai $a_1a_2a_3a_4a_5a_6....$. Như vậy tại điểm a_1 hai đường gấp khúc nói trên giao nhau dưới một góc vuông và chúng có thể tiếp tục kéo dài về phía khác của điểm a_1 .

Nếu tăng số lượng các điểm a và a' lên vô hạn, nói cách khác là khoảng cách giữa các điểm a và giữa các điểm a' vô cùng nhỏ thì đường gấp khúc sẽ trở thành đường cong liên tục α và β (hình 8.6). Các đường cong này là quỹ đạo của ứng suất tiếp chính gọi là đường trượt. Từ các điểm a và a' của cặp đường trượt đã cho ta có thể xây dựng những đường trượt khác. Kết quả là nhận được một mạng (trường) trục giao của các đường trượt (hình 8.6). Nói chung mạng đường trượt do hai họ đường cong α và β tạo thành. Giao điểm của các đường trượt thuộc hai họ gọi là các điểm nút (ví dụ điểm a trên hình 8.6).

Từ sự lập luận trong việc xây dựng trường đường trượt ở trên ta có thể rút ra kết luận là đối với những trạng thái ứng suất khác nhau thì trường đường trượt cũng khác nhau, nói cách khác là ứng với một trạng thái ứng suất nhất định sẽ có một trường đường trượt nhất định.

Tiếp tuyến với đường trượt tại một điểm bất kỳ trùng với phương của ứng suất tiếp chính tại điểm đó và cắt trục x dưới một góc ω hoặc ω' nào đó (hình 8.7) Góc ω và ω' thay đổi liên tục khi quá độ từ điểm này sang điểm khác dọc theo đường trượt.



Hình 8.7. Tiếp tuyến với đường trượt tại một điểm và góc giữa chúng với trục x

Từ hình 8.7 ta dễ dàng nhận thấy đối với các đường trượt thuộc họ α và β có :

$$\left. \begin{aligned} \frac{dz}{dx} &= \tan \omega - \cot \alpha \\ \frac{dz}{dx} &= -\cot \omega - \cot \beta \end{aligned} \right\} \quad (8.12)$$

trong đó: $\omega = \varphi + \frac{\pi}{4}$

Biểu thức (8.12) là phương trình vi phân của đường trượt.

Cũng giống như đường trượt ta có thể xây dựng trường trục giao của quỹ đạo ứng suất pháp chính. Các quỹ đạo này cắt các đường trượt dưới một góc bằng $\pi/4$. Trong hình 8.6 quỹ đạo của ứng suất chính đi qua điểm a được vẽ bằng đường chấm chấm.

Ta hãy nhớ lại biểu thức (4.54) tính các thành phần ứng suất trong trạng thái biến dạng phẳng là hàm của góc φ (góc giữa trục x bất kỳ và trục chính I)

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x \\ \sigma_z \end{aligned} \right\} = \sigma_m \pm \tau_{31} \cos 2\varphi$$

$$\tau_{xz} = \tau_{31} \sin 2\varphi$$

Thay góc φ trong phương trình này theo góc ω đồng thời xét tới điều kiện dẻo đối với trạng thái biến dạng phẳng $\tau_{31} = k$ ta được

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x \\ \sigma_z \end{aligned} \right\} = \sigma_m \pm k \sin 2\omega$$

$$\tau_{xz} = -k \cos 2\omega \quad (8.13)$$

Ta nhận thấy biểu thức (8.13) cũng đồng thời thoả mãn điều kiện dẻo

$$(\sigma_x - \sigma_z)^2 + 4\tau_{xz}^2 = 4k^2$$

bởi vì nếu thay các trị số của σ_x , σ_z và τ_{xz} trong biểu thức (8.13) vào phương trình trên ta sẽ được $4k^2 = 4k^2$.

Bởi vậy sau này khi vận dụng biểu thức (8.13) ta không cần phải quay trở lại điều kiện dẻo nữa mà với bất kỳ trị số nào của ω điều kiện dẻo cũng được thoả mãn.

Thay các trị số ứng suất trong biểu thức (8.13) vào phương trình vi phân cân bằng:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} = 0$$

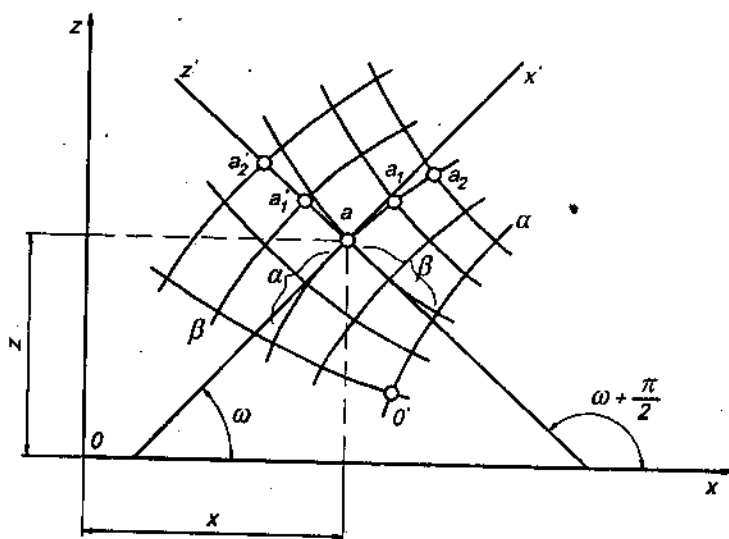
$$\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = 0$$

ta được

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \sigma_m}{\partial x} + 2k \left(\cos 2\omega \frac{\partial \omega}{\partial x} + \sin 2\omega \frac{\partial \omega}{\partial z} \right) &= 0 \\ \frac{\partial \sigma_m}{\partial z} - 2k \left(\cos 2\omega \frac{\partial \omega}{\partial z} - \sin 2\omega \frac{\partial \omega}{\partial x} \right) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (8.14)$$

Phương trình (8.14) có thể viết trong hệ toạ độ cong lấy đường trượt α và β làm trục toạ độ. Điều này là cho phép vì trường đường trượt được xây dựng hoàn toàn có quy luật

như trên đã trình bày. Nếu ta lấy đường cong $0'\alpha$ và $0'\beta$ làm trục tọa độ thì vị trí của một điểm a bất kỳ sẽ được xác định bằng các tọa độ α và β thay cho tọa độ x, z (hình 8.8).



Hình 8.8. Chuyển đổi hệ tọa độ x, z sang hệ tọa độ α, β

Rõ ràng là giữa các tọa độ vuông góc x, z và các tọa độ cong α, β có một mối quan hệ hàm số. Đối với bất kỳ hệ tọa độ nào cũng vậy, khi dịch chuyển một điểm dọc theo một trục tọa độ (ví dụ dọc theo trục α) thì tọa độ kia của điểm ấy (tọa độ β) sẽ không thay đổi, ngược lại khi dịch chuyển một điểm theo trục β thì tọa độ α của điểm ấy sẽ không thay đổi. Đặt điểm gốc O của hệ tọa độ xz vào một điểm a bất kỳ (giao của hai đường trượt) trong trường đường trượt và xoay các trục x, z cho trùng với tiếp tuyến (x' và z') của cặp đường trượt tại điểm a . Trong trường hợp này các biểu thức (8.13) và (8.14) vẫn hoàn toàn đúng bởi vì trong quá trình dẫn giải ra các biểu thức này phương của trục tọa độ chọn tùy ý.

Xét trong phạm vi vô cùng nhỏ quanh điểm a ta có thể xem như các cung α và β trùng với các tiếp tuyến x' và z' (hệ trục x, z mới). Do đó có thể viết:

$$dx = d\alpha ; dz = d\beta$$

$$\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial \alpha} ; \frac{\partial}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial \beta}$$

Trong trường hợp này góc $\omega = 0$ bởi vì trục tọa độ trùng với tiếp tuyến của đường trượt. Song đạo hàm $\frac{\partial \omega}{\partial \alpha}$ và $\frac{\partial \omega}{\partial \beta}$ không bằng 0 vì góc ω thay đổi dọc theo trục tọa độ cong. Trong biểu thức (8.14) thay các đạo hàm theo x và z bằng các đạo hàm theo α và β , ta được:

$$\frac{\partial \sigma_m}{\partial \alpha} + 2k \frac{\partial \omega}{\partial \alpha} = 0$$

$$\frac{\partial \sigma_m}{\partial \beta} - 2k \frac{\partial \omega}{\partial \beta} = 0$$

hoặc;

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \alpha}(\sigma_m + 2k\omega) &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial \beta}(\sigma_m - 2k\omega) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (8.15)$$

Khi dẫn giải biểu thức (8.15) điểm a chọn tùy ý, do đó biểu thức này cũng đúng với bất kỳ điểm nào khác trong trường đường trượt. Phương trình (8.15) cũng là phương trình vi phân cân bằng và thoả mãn điều kiện dẻo.

Tích phân biểu thức (8.15) trong đó phương trình thứ nhất theo α và phương trình thứ hai theo β ta nhận được:

$$\sigma_m + 2k\omega = C_1 \quad (a)$$

$$\sigma_m - 2k\omega = C_2 \quad (b)$$

Ở đây cần phải lưu ý một điểm đối với lời giải của bài toán. Đây là một hàm nhiều biến. Khi lấy tích phân theo một biến số (chẳng hạn tích phân theo α) thì ta đã giả thiết rằng hàm của biến số khác (chẳng hạn của β) là không đổi và do đó vi phân của nó theo α bằng 0. Bởi vậy phương trình (a) có thể chứa đựng hàm nào đó của β mà vi phân của hàm ấy theo α bằng 0. Nếu ta tính đến điều đó thì hằng số C_1 trong phương trình (a) cần phải được thay thế bằng một hàm nào đó của β . Cũng với lập luận như vậy hằng số C_2 trong phương trình (b) cần phải được thay thế bằng một hàm nào đó của α .

Giả thiết các hàm ấy của α và β lần lượt là:

$$2k\xi(\alpha) \text{ và } 2k\eta(\beta)$$

Phương trình (a) và (b) trở thành:

$$\sigma_m + 2k\omega = 2k\eta(\beta) \text{ (theo đường } \alpha) \quad (8.16)$$

$$\sigma_m - 2k\omega = 2k\xi(\alpha) \text{ (theo đường } \beta)$$

Hệ phương trình (8.16) gọi là tích phân Hencky.

8.4.2. Các tính chất cơ bản của đường trượt

Các hàm $2k\xi(\alpha)$ và $2k\eta(\beta)$ có trị số không đổi khi dịch chuyển từ điểm này đến điểm khác dọc theo một đường trượt ứng với hệ đường trượt α và β . Trị số của các hàm đó chỉ thay đổi khi quá độ từ đường trượt này sang đường trượt khác.

Nếu các đường trượt α và β đã biết thì tích phân Hencky chính là lời giải của bài toán biến dạng phẳng (không xét đến hoá bền).

Giả sử tại một điểm M nằm trên đường trượt đã cho $\sigma_m = \sigma_{mM}$ và $\omega = \omega_M$ và tại điểm N cũng nằm trên đường trượt ấy $\sigma_m = \sigma_{mN}$ và $\omega = \omega_N$. Thay các trị số này vào phương trình thứ nhất của biểu thức (8.16), ta được:

$$\sigma_{mM} + 2k\omega_M = 2k\eta(\beta)$$

$$\sigma_{mN} + 2k\omega_N = 2k\eta(\beta)$$

Khi dịch chuyển từ điểm này sang điểm khác dọc theo cùng một đường trượt hàm $2k\eta(\beta)$ không thay đổi do đó:

$$\sigma_{mM} + 2k\omega_M = \sigma_{mN} + 2k\omega_N$$

$$\rightarrow \sigma_{mM} - \sigma_{mN} = -2k(\omega_M - \omega_N)$$

Tương tự như vậy đối với phương trình thứ hai của biểu thức (8.16) ta cũng có:

$$\sigma_{mM} - 2k\omega_M = \sigma_{mN} - 2k\omega_N$$

$$\rightarrow \sigma_{mM} - \sigma_{mN} = 2k(\omega_M - \omega_N)$$

Phối hợp hai phương trình vừa nhận được ta có:

$$\sigma_{mM} - \sigma_{mN} = \pm 2k(\omega_M - \omega_N) \quad (8.17)$$

Đặt $\omega_M - \omega_N = \omega_{MN}$ là góc quay của đường trượt khi dịch chuyển từ điểm M đến điểm N, ta được:

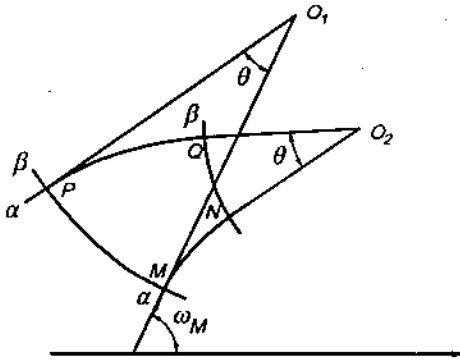
$$\sigma_{mM} - \sigma_{mN} = \pm 2k\omega_{MN} \quad (8.18)$$

Biểu thức (8.18) nói lên rằng lượng biến đổi của ứng suất trung bình σ_m khi dịch chuyển từ điểm này sang điểm khác dọc theo cùng một đường trượt tỷ lệ với góc quay của đường trượt theo hệ số tỷ lệ bằng $2k$.

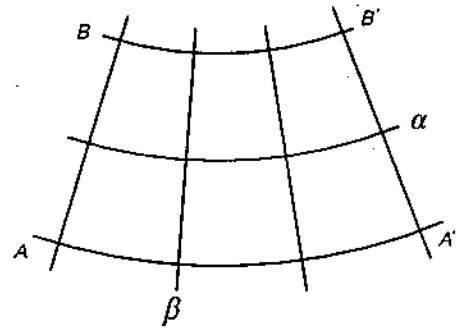
Các biểu thức (8.16) đến (8.18) có ý nghĩa lớn đối với việc xác định ứng suất trong vật thể biến dạng. Nếu biết đường trượt và ứng suất trung bình σ_m tại một điểm trên đường trượt ấy (ví dụ từ điều kiện biên) thì dựa vào các biểu thức trên ta có thể xác định được ứng suất trung bình tại một điểm bất kỳ nào khác trên đường trượt ấy. Nếu biết được trường đường trượt và ứng suất trung bình σ_m tại một điểm nút của đường trượt đó thì ta cũng có thể xác định được sự phân bố ứng suất trong toàn bộ trường đường trượt một cách không khó khăn. Sau đó dựa vào hệ phương trình (8.13) có thể tính được các thành phần ứng suất $\sigma_x, \sigma_z, \tau_{xz}$ từ các trị số của σ_m và ω .

Từ các biểu thức trên ta có thể suy ra: nếu một đoạn nào đó của đường trượt là một đường thẳng thì trạng thái ứng suất dọc theo đoạn thẳng đó không thay đổi. Nếu trong một vùng nào đó cả hai họ đường trượt đều là đường thẳng thì trạng thái ứng suất trong vùng đó là đồng đều hoặc ngược lại trong trạng thái ứng suất đồng đều thì trường đường trượt được tạo bởi các đường thẳng vuông góc với nhau.

Xét một hình tứ giác cong bất kỳ MNQP trong trường đường trượt (hình 8.9). Tứ giác cong này được giới hạn bởi hai đường trượt MN và PQ thuộc họ α và hai đường trượt MP và NQ thuộc họ β .



Hình 8.9. Một tính chất của đường trượt



Hình 8.10. Hệ quả từ tính chất đó

Dựa vào biểu thức (8.17) ta có thể viết:

$$\begin{aligned}\sigma_{mQ} - \sigma_{mM} &= (\sigma_{mQ} - \sigma_{mN}) + (\sigma_{mN} - \sigma_{mM}) \\ &= 2k(\omega_Q - \omega_N) - 2k(\omega_N - \omega_M) \\ &= 2k(\omega_Q + \omega_M - 2\omega_N)\end{aligned}$$

hoặc

$$\begin{aligned}\sigma_{mQ} - \sigma_{mM} &= (\sigma_{mQ} - \sigma_{mP}) + (\sigma_{mP} - \sigma_{mM}) \\ &= -2k(\omega_Q - \omega_P) + 2k(\omega_P - \omega_M) \\ &= 2k(2\omega_P - \omega_Q - \omega_M)\end{aligned}$$

Từ hai phương trình trên ta rút ra:

$$\omega_Q - \omega_N = \omega_P - \omega_M = \theta = \text{const} \quad (8.19)$$

Bằng phương pháp tương tự ta cũng có thể nhận được kết quả như vậy đối với các cặp đường trượt khác. Từ biểu thức (8.19) cho phép ta rút ra kết luận: Góc giữa các tiếp tuyến với hai đường trượt thuộc cùng một họ tại các giao điểm của chúng với bất kỳ một đường trượt nào thuộc họ khác luôn luôn không đổi.

Từ đây ta suy ra: nếu một đoạn bất kỳ nào đó của một đường trượt là đường thẳng thì tất cả các đoạn khác của đường trượt thuộc họ này bị cắt bởi cùng những đường trượt thuộc họ khác cũng đều là đường thẳng và có độ dài bằng nhau, ví dụ $AB = A'B'$ (hình 8.10).

Ta lại xét một tứ giác cong vô cùng nhỏ trong trường đường trượt. Nó được tạo bởi cặp đường trượt ab và cd họ α và cặp đường trượt ac và bd thuộc họ β (hình 8.11). Vì tứ giác cong vô cùng nhỏ cho nên cạnh của nó có thể coi như những cung tròn.

Chiều dài của cung $ab = dS_{\alpha 1}$ có thể xác định bằng bán kính cong $0_{\alpha a} = R_{\alpha}$ và góc $a0_{\alpha}b = d\theta_{\beta}$

$$dS_{\alpha_1} = R_{\alpha} d\theta_{\beta}$$

Chiều dài của cung $cd = dS_{\alpha_2}$ có thể tính gần đúng bằng:

$$dS_{\alpha_2} = (R_{\alpha} + dS_{\beta})d\theta_{\beta}$$

Mặt khác ta nhận thấy khi quá độ từ đường α_1 sang đường α_2 thì độ cong của cung tròn thuộc họ α giảm đi cho nên bán kính cong của cung cd sẽ lớn hơn bán kính cong của cung ab một lượng dR_{α} nào đó:

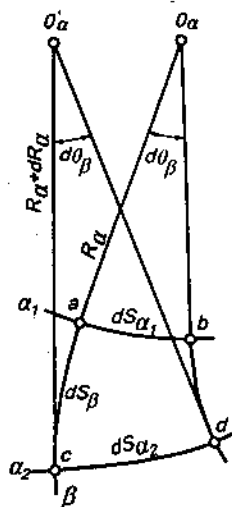
$$O'_{\alpha}C = R_{\alpha} + dR_{\alpha}$$

do đó:

$$dS_{\alpha_2} = (R_{\alpha} + dR_{\alpha})d\theta_{\beta}$$

Theo biểu thức (8.19) thì:

$$\angle cO'_{\alpha}d = \angle aO_{\alpha}b = d\theta_{\beta}$$



Hình 8.11. Một tính chất khác của đường trượt

So sánh vế phải của hai phương trình đối với dS_{α_2} ta rút ra:

$$dR_{\alpha} = dS_{\beta}$$

Bằng phương pháp tương tự ta cũng được:

$$dR_{\beta} = dS_{\alpha}$$

Từ biểu thức trên đây ta đi đến kết luận: khi dịch chuyển một điểm dọc theo một đường trượt đã cho thì bán kính cong của những đường trượt thuộc họ khác tại các giao điểm của chúng với đường trượt đã cho thay đổi một lượng bằng khoảng cách (quãng đường) đã đi qua.

Bây giờ ta hãy xác định độ lớn của góc ω của đường trượt trên bề mặt tự do hoặc bề mặt tiếp xúc giữa kim loại và công cụ biến dạng.

Trên bề mặt tự do và cả trên bề mặt tiếp xúc trong trường hợp không có ma sát thì $\tau_{zx} = 0$. Từ phương trình thứ ba của biểu thức (8.13) ta rút ra $\cos 2\omega = 0$, do đó:

$$\omega = 45^{\circ} = \pi/4$$

$$\omega' = \omega + \pi/2 = \pi/4 + \pi/2 = 3\pi/4$$

Điều đó chứng tỏ rằng các đường trượt thuộc hai họ cắt bề mặt tự do hoặc bề mặt tiếp xúc trong trường hợp không có ma sát dưới một góc không đổi bằng $\pi/4$ và $3\pi/4$.

Nếu ma sát trên bề mặt tiếp xúc đạt tới giá trị cực đại thì $|\tau_{xz}| = k$, do đó:

$$\cos 2\omega = 1$$

$$\omega = 0$$

$$\omega' = \omega + \pi/2 = \pi/2$$

Trong trường hợp này bề mặt tiếp xúc là một mặt tiếp tuyến với một họ đường trượt, còn các đường trượt thuộc họ khác sẽ vuông góc với bề mặt tiếp xúc.

Khi ứng suất tiếp trên bề mặt tiếp xúc có trị số trung gian giữa 0 và k thì góc ω cũng có trị số trung gian, nghĩa là:

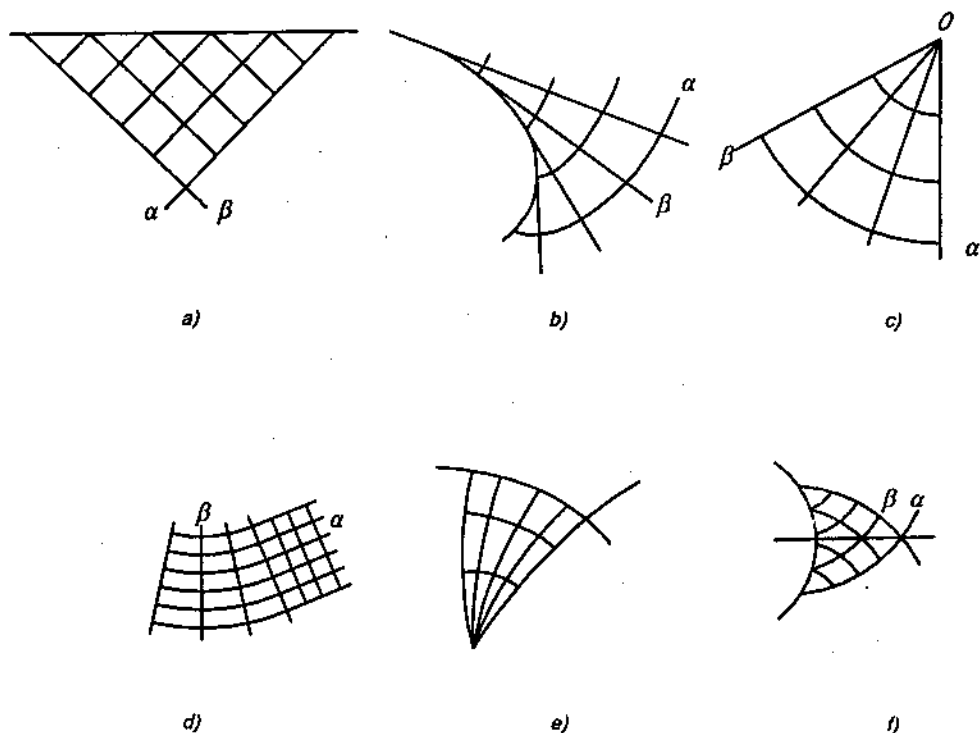
$$0 \leq \tau \leq k$$

$$3\pi/4 \geq \omega' \geq \pi/2$$

$$\pi/4 \geq \omega \geq 0$$

Tổng kết lại những điều đã trình bày ở trên ta thấy đường trượt có những tính chất sau đây:

1. Đường trượt là đường liên tục.
2. Những đường trượt tạo thành hai họ.
3. Hai họ đường trượt vuông góc với nhau.
4. Đường trượt cắt quỹ đạo của ứng suất pháp chính dưới góc $\pi/4$.
5. Lượng biến đổi của ứng suất trung bình khi dịch chuyển dọc theo đường trượt tỷ lệ với góc quay của đường trượt trên đoạn dịch chuyển ấy.



Hình 8.12. Các dạng khác nhau của trường đường trượt.

Góc giữa các tiếp tuyến với hai đường trượt thuộc cùng một họ tại các giao điểm của chúng với bất kỳ một đường trượt nào thuộc họ khác luôn luôn là một góc không đổi.

1. Khi dịch chuyển một điểm dọc theo một đường trượt đã cho thì bán kính cong của những đường trượt thuộc họ khác tại các giao điểm của chúng với đường trượt đã cho thay đổi một lượng bằng quãng đường đã đi qua.
2. Góc nghiêng của đường trượt so với bề mặt tự do hoặc bề mặt tiếp xúc phụ thuộc vào trị số của ứng suất tiếp trên các bề mặt ấy.

Trường đường trượt có thể là những đường thẳng vuông góc với nhau, các đường tròn và những bán kính vuông góc với chúng, đường xoắn ốc logarit hoặc những đường cong phức tạp khác (hình 8.12).

8.4.3. Đường đặc tính

Ta khử biến số σ_m trong biểu thức (8.14) bằng cách vi phân phương trình thứ nhất theo z và phương trình thứ hai theo x rồi trừ đi nhau, cuối cùng sẽ nhận được:

$$-\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + 2 \cot 2\omega \frac{\partial^2 \omega}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial z^2} - 4 \frac{\partial^2 \omega}{\partial x \partial z} + 2 \cot 2\omega \left[\left(\frac{\partial \omega}{\partial z} \right)^2 - \left(\frac{\partial \omega}{\partial x} \right)^2 \right] = 0 \quad (8.20)$$

Phương trình này có thể viết dưới dạng chung:

$$A \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + 2B \frac{\partial^2 \omega}{\partial x \partial z} + C \frac{\partial^2 \omega}{\partial z^2} + F \left(x, z, \frac{\partial \omega}{\partial x}, \frac{\partial \omega}{\partial z} \right) = 0 \quad (8.20a)$$

Trong lý thuyết phương trình vi phân thì phương trình vi phân thường có dạng:

$$A dz^2 - 2B dx dz + C dx^2 = 0 \quad (8.20b)$$

là phương trình đặc tính của phương trình (8.20a) và nghiệm của nó (8.20b) gọi là đặc tính của phương trình đó (8.20a).

Phương trình đặc tính của phương trình (8.20) có dạng:

$$-dz^2 - 2 \cot 2\omega dx dz + dx^2 = 0$$

Giải ra được hai phương trình vi phân của đặc tính của phương trình (8.20):

$$\left. \begin{aligned} \frac{dz}{dx} &= \tan \omega \\ \frac{dz}{dx} &= -\cot \omega \end{aligned} \right\} \quad (8.21)$$

Nó chính là phương trình vi phân của đường đặc tính.

Rõ ràng, nghiệm của phương trình (8.21) đồng thời cũng là nghiệm của phương trình (8.20). So sánh các biểu thức (8.12) và (8.21) ta nhận thấy rằng hai họ đường trượt trùng với hai họ đường đặc tính. Như vậy để tìm đường trượt thì chỉ cần xác định đặc tính của phương trình vi phân cân bằng.

Giải phương trình đặc tính thường được thực hiện bằng cách thay các biến số x, z bằng những biến số mới ξ và η . Trên cơ sở tích phân Hencky, ta có:

$$\xi = \xi(\alpha)$$

$$\eta = \eta(\beta)$$

Lần lượt khử σ_m và ω trong biểu thức (8.16) ta được:

$$\left. \begin{aligned} \omega &= 0.5(\eta - \xi) \\ \sigma_m &= k(\eta + \xi) \end{aligned} \right\} \quad (8.16a)$$

Thay (8.16a) vào (8.14) ta nhận được hệ phương trình sau:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial z}{\partial \eta} &= \frac{\partial x}{\partial \eta} \tan \omega \\ \frac{\partial z}{\partial \xi} &= -\frac{\partial x}{\partial \xi} \cot \omega \\ \omega &= 0.5(\eta - \xi) \\ \sigma_m &= k(\eta + \xi) \end{aligned} \right\} \quad (8.22)$$

Từ những phương trình này ta có thể xác định đường trượt phụ thuộc vào ξ và η trong đó:

$$x = f_1(\xi, \eta)$$

$$z = f_2(\xi, \eta)$$

Như vậy nội dung của phương pháp đường đặc tính là giải phương trình đặc tính thay cho việc giải phương trình vi phân cân bằng kết hợp với điều kiện dẻo. Nếu giải được phương trình đặc tính thì đường trượt được xác định và do đó cũng tính được ứng suất. Với phương pháp đường đặc tính người ta đã giải được một số bài toán trong gia công kim loại bằng áp lực nhưng thường cũng chỉ với điều kiện giả thiết không có ma sát trên bề mặt tiếp xúc. Trường hợp có tồn tại ma sát thường phải dùng phương pháp gần đúng - phương pháp tích phân số để tìm trường đường trượt.

Ví dụ: Trường hợp dập thể tích sau khi kim loại điền đầy lòng khuôn và bắt đầu chảy vào rãnh thoát biên (hình 8.13). Giả sử chiều dài khuôn rất lớn và diện tích ngang không đổi trên suốt chiều dài. Như vậy trạng thái biến dạng có thể coi như là biến dạng phẳng. Trường đường trượt có dạng như hình vẽ. Do tính đối xứng của tiết diện qua x và z do đó ta chỉ cần nghiên cứu 1/4 trường đường trượt.

Ta chia trường đường trượt là ba vùng:

- Tam giác vuông AM(0,0)
- Hình quạt A(0,0)(0,4)
- Tam giác cầu (0,0)(0,4)(4,4)

Trong vùng tam giác vuông AM(0,0) thì AM là bề mặt tự do của vật thể biến dạng, bởi vậy trên mặt này $\tau_{xz} = 0$, $\sigma_x = 0$ và hai họ đường trượt hợp với mặt này dưới một góc $\pi/4$. Trường đường trượt trong vùng này bao gồm hai họ đường thẳng vuông góc với nhau.

Trạng thái ứng suất trong vùng này là đồng đều. Do $\tau_{xz} = 0$ nên σ_z là ứng suất chính và là ứng suất nén. Theo điều kiện dẻo ta có:

$$\sigma_z - \sigma_x = \pm 2k$$

$$\sigma_z = -2k \text{ (vì là ứng suất nén)}$$

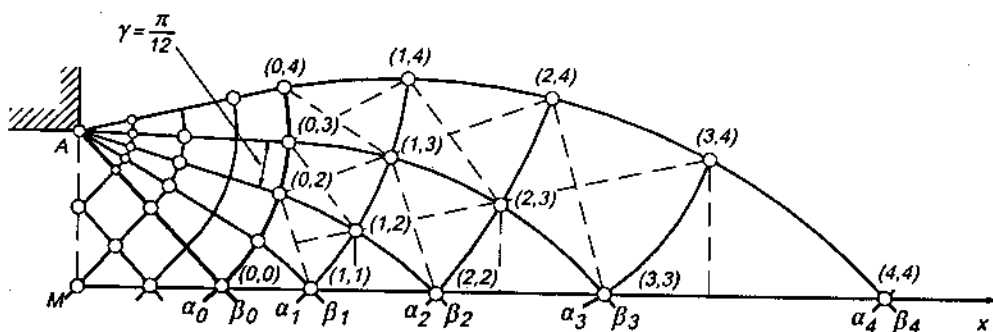
$$\sigma_m = (\sigma_x + \sigma_z)/2 = -k$$

$$\omega = \pi/4$$

σ_m và ω đều là const do đó ξ và η cũng là const. Từ (8.16a) ta tính được:

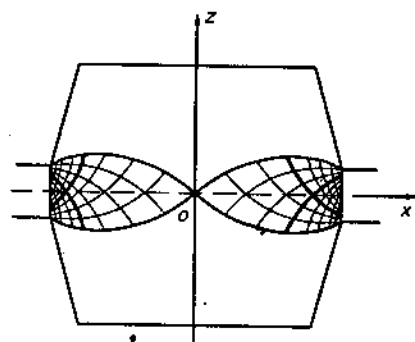
$$\eta_0 = -\frac{1}{2} + \frac{\pi}{4}$$

$$\xi_0 = -\frac{1}{2} - \frac{\pi}{4}$$



Hình 8.14. 1/4 trường đường trượt khi dập thể tích trong khuôn hở

Trong vùng hình quạt A(0,0)(0,4) trường đường trượt tạo bởi các cung tròn (họ α) và các bán kính (họ β) do đó dọc theo các đường β trong vùng này trạng thái ứng suất không thay đổi, nó chỉ thay đổi khi chuyển từ đường β này sang đường β khác, có nghĩa là thay đổi dọc theo đường α . Vì thế để xác định trạng thái ứng suất trong vùng này ta chỉ cần xác



Hình 8.13. Dập thể tích trong khuôn hở

định ứng suất tại bốn điểm nút (0,1), (0,2), (0,3) và (0,4) là đủ. Tại điểm (0,0) thì $\omega_{(0,0)} = \pi/4$. Góc ω tại bốn điểm nằm trên đường α_0 được tính như sau:

$$\omega = \omega_{(0,0)} + \gamma n = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{12} n$$

trong đó n là số thứ tự của các đường trượt thuộc họ β . Từ phương trình thứ nhất của biểu thức (8.16) ta rút ra:

$$\sigma_m = 2k(\eta - \omega)$$

Với trường hợp cụ thể của bài toán ta có:

$$\sigma_m = 2k \left[\left(-\frac{1}{2} + \frac{\pi}{4} \right) - \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{12} n \right) \right] = -k \left(1 + \frac{\pi}{6} n \right)$$

Thay $n = 1, 2, 3, 4$ vào sẽ tính được σ_m tại các điểm nút trên đường α_0 , rồi dựa vào (8.13) ta có thể tính được các thành phần ứng suất σ_x , σ_z , τ_{xz} tại các điểm đó. Các trị số này được liệt trong bảng 8.1.

Trong vùng tam giác cầu (0,0) (0,4) (4,4) tọa độ của các điểm nút có thể xác định bằng phương pháp tích phân số phương trình (8.22) (thực chất cũng là một phương pháp tính gần đúng) hoặc bằng phương pháp vẽ hình. Trong cả hai phương pháp độ chính xác càng cao nếu ta lấy góc γ càng nhỏ. Trong vùng này cũng như trong tam giác vuông AM(0,0) các đường trượt hợp với trục x một góc $\pi/4$ và bởi vậy ứng suất tiếp dọc theo trục này bằng 0.

Để xác định góc ω tại các điểm nút trong vùng này ta hãy xét một đường thuộc họ β ví dụ đường β_1 . Khi đi từ điểm (0,1) đến điểm (1,1) góc ω giảm đi một góc bằng $1\gamma = \pi/12$ có nghĩa là: $\omega_{(1,1)} = \omega_{(0,1)} - 1\gamma$

Có thể suy ra: $\omega_{(2,2)} = \omega_{(0,2)} - 2\gamma$

$$\omega_{(4,4)} = \omega_{(0,4)} - 4\gamma$$

Tổng quát: $\omega_{(m,4)} = \omega_{(0,4)} - m\gamma$

trong đó m là số thứ tự của các đường trượt thuộc họ α . Ở trên dọc theo đường α ta đã tính được:

$$\omega_{(0,n)} = \omega_{(0,0)} + \gamma n$$

Do đó với bất kỳ điểm nút nào trong vùng này ta có công thức tính ω như sau:

$$\omega_{(m,n)} = \omega_{(0,0)} + (n - m)\gamma \quad (8.23)$$

Dọc theo α thì $\eta = \text{const}$, dọc theo β thì $\xi = \text{const}$.

Đối với điểm (0,4) và cũng là đối với đường β_4 ta có thể xác định trị số ξ_4 dựa vào phương trình thứ nhất của (8.16a):

$$\xi_4 = \eta_0 - 2\omega_{(0,4)}$$

Ở trên đã có: $\eta_0 = -\frac{1}{2} + \frac{\pi}{4}$

$$\omega_{(0,4)} = \frac{\pi}{4} + \frac{(4-0)\pi}{12} = \frac{7}{12}\pi$$

do đó: $\xi_4 = -\frac{1}{2} + \frac{\pi}{4} - \frac{2.7}{12}\pi = -\frac{1}{2} - \frac{11}{12}\pi$

Từ phương trình thứ hai của (8.16) ta có:

$$\sigma_m = 2k(\xi_4 + \omega)$$

Thay các trị số của ω đối với các điểm nằm trên đường β_4 vào ta được:

$$\sigma_m = -k \left(1 + \frac{2}{3}\pi + \frac{m}{6}\pi \right)$$

Sau khi đã tính được σ_m và ω dựa vào (8.13) ta sẽ tính được các thành phần ứng suất $\sigma_x, \sigma_z, \tau_{xz}$ tại các điểm nút trong vùng này. Các trị số tính được ghi trong bảng 8.1.

Nếu không dùng (8.16) để tính σ_m thì cũng có thể dùng (8.18). Ví dụ đối với các điểm nút trên đường α_0 ta có:

$$\sigma_m = \sigma_{(0,0)} - 2k\gamma n$$

Thay $\sigma_{(0,0)} = -k$ và $\gamma = \pi/12$ vào ta được:

$$\sigma_m = -k \left(1 + \frac{\pi n}{6} \right)$$

Từ (8.23) ta nhận thấy góc ω là không đổi đối với tất cả những điểm nút có cùng hiệu số $(n - m)$. Những điểm này được nối với nhau bởi những đường chấm chấm (---). Căn cứ vào phương trình thứ ba của (8.13) ta thấy trên những đường chéo này ứng suất tiếp τ_{xz} không đổi.

Còn trên đường chéo khác tức là những đường nối các điểm có cùng tổng $(m + n)$ thì σ_m không đổi (đường chấm gạch — • —). Ví dụ từ điểm (1,2) đến điểm (1,3) và (2,2) các góc của đường tiếp tuyến với đường trượt tại điểm đó thay đổi cùng một góc γ do đó ứng với (8.18) ta có σ_m tại điểm (1,3) và (2,2) bằng nhau.

Nếu so sánh các trị số của σ_m trong bảng với nhau ta nhận thấy có thể biểu diễn chúng theo chỉ số của các điểm đó:

$$\sigma_{(m,n)} = -k - 2k(n + m)\gamma$$

hay: $\sigma_{(m,n)} = \sigma_{(0,0)} - 2k(n + m)\gamma \quad (8.24)$

Thay các trị số của $\sigma_{(m,n)}$ và $\omega_{(m,n)}$ trong (8.24) và (8.23) vào (8.13) trong trường hợp $\omega_{(0,0)} = \pi/4$ ta được:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x \\ \sigma_z \end{aligned} \right\} = \sigma_{(0,0)} - 2k(n + m)\gamma \pm k \cos 2(n - m)\gamma$$

$$\tau_{xz} = k \sin 2(n - m)\gamma$$

Bảng 8.1

$\beta \backslash \alpha$		$m = 0$	$m = 1$	$m = 2$	$m = 3$	$m = 4$
$n = 0$	ω	$\pi/4$				
	ξ	$-1/2 - 1/4\pi$				
	η	$-1/2 - 1/4\pi$				
	σ_m	$-k$				
	σ_x	0				
	σ_z	$-2k$				
	τ_{xz}	0				
$n = 1$	ω	$1/3\pi$	$1/4\pi$			
	ξ	$-1/2 - 5/12\pi$	$-1/2 - 5/12\pi$			
	η	$-1/2 + 1/4\pi$	$-1/2 + 1/12\pi$			
	σ_m	$-k(1 + 1/6\pi)$	$-k(1 + 1/3\pi)$			
	σ_x	$-0,33. 2k$	$-0,52. 2k$			
	σ_z	$-1,19. 2k$	$-1,52. 2k$			
	τ_{xz}	$0,5k$	0			
$n = 2$	ω	$5/12\pi$	$1/3\pi$	$1/4k$		
	ξ	$-1/2 - 7/12\pi$	$-1/2 - 7/12\pi$	$-1/2 - 7/12\pi$		
	η	$-1/2 + 1/4\pi$	$-1/2 + 1/12\pi$	$-1/2 - 1/12\pi$		
	σ_m	$-k(1 + 1/3\pi)$	$-k(1 + 1/2\pi)$	$-k(1 + 2/3\pi)$		
	σ_x	$-0,77. 2k$	$-0,85. 2k$	$-1,05. 2k$		
	σ_z	$-1,27. 2k$	$-1,72. 2k$	$-2,05. 2k$		
	τ_{xz}	$0,87k$	$0,5k$	0		
$n = 3$	ω	$1/2\pi$	$5/12\pi$	$1/3\pi$	$1/4\pi$	
	ξ	$-1/2 - 3/4\pi$	$-1/2 - 3/4\pi$	$-1/2 - 3/4\pi$	$-1/2 - 3/4\pi$	
	η	$-1/2 + 1/4\pi$	$-1/2 + 1/12\pi$	$-1/2 - 1/12\pi$	$-1/2 - 3/12\pi$	
	σ_m	$-k(1 + 1/2\pi)$	$-k(1 + 2/3\pi)$	$-k(1 + 5/6\pi)$	$-k(1 + \pi)$	
	σ_x	$-1,29. 2k$	$-1,30. 2k$	$-1,38. 2k$	$-1,57. 2k$	
	σ_z	$-1,29. 2k$	$-1,80. 2k$	$-2,24. 2k$	$-2,57. 2k$	
	τ_{xz}	k	$0,87k$	$0,5k$	0	
$n = 4$	ω	$7/12\pi$	$1/2\pi$	$5/12\pi$	$1/3\pi$	$1/4\pi$
	ξ	$-1/2 - 11/12\pi$	$-1/2 - 11/12\pi$	$-1/2 - 11/12\pi$	$-1/2 - 11/12\pi$	$-1/2 - 11/12\pi$
	η	$-1/2 + 1/4\pi$	$-1/2 + 1/12\pi$	$-1/2 - 1/12\pi$	$-1/2 - 3/12\pi$	$-1/2 - 5/12\pi$
	σ_m	$-k(1 + 2/3\pi)$	$-k(1 + 5/6\pi)$	$-k(1 + \pi)$	$-k(1 + 7/6\pi)$	$-k(1 + 4/3\pi)$
	σ_x	$-1,80. 2k$	$-1,81. 2k$	$-1,82. 2k$	$-1,90. 2k$	$-2,09. 2k$
	σ_z	$-1,30. 2k$	$-1,81. 2k$	$-2,32. 2k$	$-2,77. 2k$	$-3,09. 2k$
	τ_{xz}	$0,87k$	k	$0,87k$	$0,5k$	0

8.5. PHƯƠNG PHÁP TRỞ LỰC BIẾN DẠNG ĐỎ

Dùng phương pháp này có thể giải những bài toán trong trường hợp mức độ biến dạng lớn ví dụ như:

- Xác định trở lực biến dạng nếu cho biết mức độ biến dạng
- Xác định mức độ biến dạng nếu cho biết tải trọng hoặc công của ngoại lực
- Xác định hình dạng của vật thể trong các nguyên công trung gian của quá trình biến dạng dựa vào hình dạng của thành phẩm.

Những tiền đề cơ bản của phương pháp này là:

1. Trong điều kiện biến dạng đơn điệu hoặc gần đơn điệu thì các trục chính của biến dạng $(\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3)$ trùng với phương của các trục ứng suất chính $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$. Điều này có nghĩa là trong quá trình biến dạng đơn điệu ta có thể dùng những phương trình biểu diễn mối quan hệ giữa ứng suất và biến dạng trong trường hợp biến dạng nhỏ cho cả trường hợp biến dạng lớn.

$$\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{\sigma_1 - \sigma_2} = \frac{\varphi_2 - \varphi_3}{\sigma_2 - \sigma_3} = \frac{\varphi_3 - \varphi_1}{\sigma_3 - \sigma_1} = \frac{1}{2G'} = \rho \quad (8.25)$$

Phương trình này do Smirnob-Aliaeb rút ra từ phương trình (6.8) đã nói trước đây:

$$\frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{\sigma_1 - \sigma_2} = \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_3}{\sigma_2 - \sigma_3} = \frac{\varepsilon_3 - \varepsilon_1}{\sigma_3 - \sigma_1} = \frac{1}{2G'}$$

Chúng chỉ khác nhau ở chỗ thay biến dạng nhỏ ε bằng biến dạng lớn φ (biến dạng cuối cùng).

Quá trình biến dạng đơn điệu là quá trình biến dạng của một phần tử nhỏ, nếu như hai điểm bất kỳ của phần tử đó trong suốt quá trình biến dạng hoặc luôn luôn xích lại gần nhau hoặc luôn luôn đi ra xa nhau và nếu sơ đồ biến dạng (biến dạng kéo, biến dạng phẳng hoặc biến dạng nén) không thay đổi. Tính đơn điệu của quá trình biến dạng làm cho việc tích phân nó trở nên dễ dàng hơn nhiều đặc biệt đối với các quá trình biến dạng có hoá bền nếu như ta phải để ý tới sự biến đổi của độ bền biến dạng k_f hoặc sự biến đổi của kích thước (ví dụ sự thay đổi chiều dày của phôi khi vuốt). Nếu quá trình biến dạng không đơn điệu thì việc tích phân sẽ rất khó khăn và bài toán có thể thậm chí không giải được hoặc chỉ có thể giải gần đúng.

2. Hệ số tỷ lệ ρ trong biểu thức (8.25) được xem là hàm của công thay đổi hình dạng trong đơn vị thể tích (mật độ công thay đổi hình dạng):

$$\rho = f_1(A_{hd})$$

Hàm số f_1 được Smirnob-Aliaeb xác định trên cơ sở nhiều thực nghiệm.

Xét cường độ biến dạng trong trường hợp biến dạng lớn:

$$\varphi_1 = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(\varphi_1 - \varphi_2)^2 + (\varphi_2 - \varphi_3)^2 + (\varphi_3 - \varphi_1)^2} \quad (8.26)$$

và cường độ ứng suất σ_i , Smirnob-Aliaeb cho rằng cả φ_i lẫn σ_i đều là hàm số của mật độ công thay đổi hình dạng:

$$\sigma_i = f_2(A_{hd}) ; \varphi_i = f_3(A_{hd})$$

$$\text{và} \quad \varphi_i = \rho \sigma_i = f_1(A_{hd}) \cdot f_2(A_{hd}) = f_3(A_{hd})$$

Quan hệ hàm số $f(\varphi_i, \sigma_i) = 0$ được xác định bằng thí nghiệm kéo giãn đơn hoặc bằng phương pháp gần đúng.

3. Trạng thái ứng suất và trạng thái biến dạng được khảo sát hoàn toàn tương ứng với nhau, có nghĩa là hệ số v_σ bằng hệ số v_φ .

$$v_\sigma = \frac{2\sigma_2 - \sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} = \frac{2\varphi_2 - \varphi_1 - \varphi_3}{\varphi_1 - \varphi_3} = v_\varphi \quad (8.27)$$

Ở đây σ_2 và φ_2 đều là những trị số đại số trung gian của ứng suất chính và mức độ biến dạng chính.

Dựa vào 3 tiền đề kể trên, Smirnob-Aliaeb đưa ra cách giải bài toán xác định trạng thái ứng suất và biến dạng như sau:

- Lấy ra từ vật thể biến dạng những phần tử đủ nhỏ sao cho trong phạm vi kích thước của chúng biến dạng xảy ra là đơn điệu.

- Bằng thực nghiệm hoặc dựa vào những quan hệ hình học xác định phương của biến dạng kéo và nén lớn nhất và sau đó tính ra các trị số $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$.

- Xác định hệ số của sơ đồ biến dạng:

$$v_\varphi = \frac{2\varphi_2 - \varphi_1 - \varphi_3}{\varphi_1 - \varphi_3}$$

- Xác định hệ số Lode β dựa vào $v_\sigma = v_\varphi$, từ đó biết được hai phương trình để xác định ba thành phần ứng suất:

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \beta k_f$$

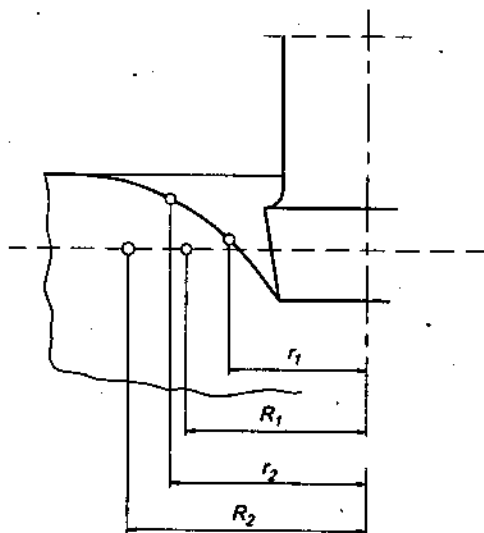
$$2\sigma_2 - \sigma_1 - \sigma_3 = v_\sigma(\sigma_1 - \sigma_3)$$

- Tất cả ba thành phần ứng suất có thể xác định được nếu biết được tổng $\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3$. Muốn tính tổng này ta phải sử dụng phương trình cân bằng lực đối với từng phần tử nhỏ của vật thể.

- Xác định xong trạng thái ứng suất và biến dạng của một phần tử ta chuyển sang xác định trạng thái ứng suất và biến dạng của phần tử khác, cứ như thế tiếp tục cho toàn bộ vật thể.

Ví dụ: xác định trạng thái ứng suất và trạng thái biến dạng trên bề mặt tự do của phôi ở giai đoạn đầu của quá trình biến dạng khi ép chảy.

Vẽ trên bề mặt phôi hai vòng tròn đồng tâm có đường kính lớn hơn đường kính của lỗ cần tạo. Đường kính của hai vòng tròn đo được trước khi biến dạng là $2R_1 = 75$, $2R_2 = 81$ và sau khi biến dạng (tại thời điểm mà ta xét) là $2r_1 = 67$, $2r_2 = 77$. Một cách gần đúng có thể xác định các thành phần biến dạng trong vùng biến dạng giữa hai vòng tròn. Vì chày có dạng tròn xoay nên trong trường hợp này dùng hệ tọa độ trụ.



Hình 8.15. Giai đoạn đầu của quá trình biến dạng khi ép chảy

Ở vòng trong:

$$\varphi_{\theta} = \ln \frac{2\pi r_1}{2\pi R_1} = \ln \frac{67}{75} = -0,1128$$

Ở vòng ngoài:

$$\varphi_{\theta} = \ln \frac{2\pi r_2}{2\pi R_2} = \ln \frac{77}{81} = -0,0506$$

Trị số trung bình của $\varphi_{\theta} = -(0,1128 + 0,0506)/2 = -0,0817$

Trị số trung bình của biến dạng theo hướng kính:

$$\varphi_{\rho} = \ln \frac{2r_2 - 2r_1}{2R_2 - 2R_1} = \ln \frac{77 - 67}{81 - 75} = 0,5108$$

và trị số trung bình của φ_z là:

$$\varphi_z = -(\varphi_{\theta} + \varphi_{\rho}) = -(-0,0817 + 0,5108) = -0,4281$$

Do đó: $\varphi_{\max} = \varphi_{\rho} = 0,5108$; $\varphi_{\text{tg}} = \varphi_{\theta} = -0,0817$

$$\varphi_{\min} = \varphi_z = -0,4281$$

$$v_{\varphi} = \frac{2\varphi_{\text{tg}} - \varphi_{\max} - \varphi_{\min}}{\varphi_{\max} - \varphi_{\min}} = \frac{-2 \cdot 0,0817 - 0,5108 + 0,4281}{0,5108 + 0,4281} = -0,188$$

$$v_{\sigma} = v_{\varphi} = -0,188$$

$$\beta = \frac{2}{\sqrt{3 + v_{\sigma}^2}} = \frac{2}{\sqrt{3 + 0,188^2}} = 1,15$$

$$\frac{\sigma_p - \sigma_z}{\varphi_p - \varphi_z} = \frac{\sigma_z - \sigma_\theta}{\varphi_z - \varphi_\theta}$$

và thay trị số $\sigma_z = 0$ trên bề mặt tự do vào ta được:

$$\frac{\sigma_p}{0,5108 + 0,4281} = \frac{-\sigma_\theta}{-0,4281 + 0,0817}$$

do đó $\sigma_p = 2,71\sigma_\theta$

Như vậy đây là trạng thái ứng suất phẳng với hai ứng suất cùng tên $\sigma_p, \sigma_\theta > 0$ trong đó $|\sigma_p| > |\sigma_\theta|$. Áp dụng điều kiện dẻo:

$$\sigma_p = \beta k_f$$

Cho $k_f = 52 \text{ N/mm}^2$:

do đó: $\sigma_p = 1,15 \times 5,2 = 59,8 \text{ N/mm}^2$

$$\sigma_\theta = \frac{\sigma_p}{2,71} = \frac{5,98}{2,71} = 22,1 \text{ N/mm}^2$$

8.6. PHƯƠNG PHÁP CÂN BẰNG CÔNG

Điểm xuất phát của phương pháp này là: khi biến dạng dẻo công của ngoại lực gây nên một biến dạng nhất định nào đó bằng công của nội lực:

$$A_{ngoại} = A_{nội} \quad (8.28)$$

$A_{nội}$ là công của nội lực hoặc công biến dạng. Trong công của ngoại lực $A_{ngoại}$ có bao gồm cả công của lực ma sát A_{ms} mà công này chống lại công cần thiết phải sản ra A_{ct} . Nếu ta chỉ để ý đến trị số tuyệt đối của chúng thì biểu thức (8.28) có thể viết dưới dạng:

$$A_{ct} - A_{ms} = A_{nội} \quad (8.29)$$

Trong biến dạng dẻo thể tích của vật thể biến dạng không đổi và biến dạng đàn hồi có thể bỏ qua. Do đó $A_{nội}$ chính là công thay đổi hình dạng.

Xét một phần tử thể tích dV trong vật thể thì công thay đổi hình dạng của phần tử đó là $dA_{nội}$. Biểu diễn công theo ứng suất chính và biến dạng chính ta có:

$$dA_{nội} = (\sigma_1 \varepsilon_1 + \sigma_2 \varepsilon_2 + \sigma_3 \varepsilon_3) dV$$

Thay các trị số của $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ theo biểu thức (6.5a) và để ý đến biểu thức

$$D^* = \frac{\sigma_i}{\varepsilon_i}$$

ta nhận được:

$$dA_{nội} = \frac{\epsilon_i}{\sigma_i} (\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_2 - \sigma_2\sigma_3 - \sigma_3\sigma_1) dV$$

hoặc
$$dA_{nội} = \frac{1}{2} \frac{\epsilon_i}{\sigma_i} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] dV$$

$$dA_{nội} = \sigma_i \epsilon_i dV$$

Công biến dạng đối với toàn bộ vật thể:

$$A_{nội} = \iiint_V \sigma_i \epsilon_i dV$$

Khi thoả mãn điều kiện dẻo, nghĩa là $\sigma_i = k_f$ thì:

$$A_{nội} = \iiint_V k_f \epsilon_i dV \quad (8.30)$$

Công của ngoại lực có thể viết dưới dạng chung như sau:

$$A_{ngoại} = \iint_F (Xu_x + Yu_y + Zu_z) dF \quad (8.31)$$

trong đó: X, Y, Z là tổng hình chiếu của lực tác dụng trên phân tố diện tích dF theo phương của các trục tọa độ;

u_x, u_y, u_z là chuyển vị tương ứng theo phương của các trục tọa độ.

Trong một số trường hợp công của ngoại lực có thể biểu diễn rất đơn giản chứ không phải dưới dạng tích phân phức tạp như biểu thức (8.31).

Ví dụ: xác định lực biến dạng P khi chôn nóng một phôi hình trụ có đường kính d và chiều cao h . Giả thiết rằng lực ma sát trên bề mặt tiếp xúc với đe không thay đổi (không phụ thuộc vào các tọa độ), điều đó có nghĩa là ứng suất tiếp trên bề mặt tiếp xúc $\tau_{tx} = \text{const}$. Mặt khác biến dạng ở đây được coi là đồng đều mặc dù có ma sát tiếp xúc.

Nếu muốn cho chiều cao phôi giảm đi Δh thì công cần thiết phải sản ra là:

$$A_{ct} = P \Delta h$$

Trong trường hợp của bài toán biến dạng là đối xứng trục do đó dùng hệ tọa độ trụ là thích hợp trong đó z là trục đối xứng.

Công biến dạng căn cứ theo (8.30):

$$A_{bd} = A_{nội} = k_f \iiint_V \epsilon_i \rho d\rho d\theta dz$$

Công của lực ma sát trên hai mặt tiếp xúc được xác định theo (8.31) trong đó chuyển vị của các chất điểm xảy ra theo hướng kính và bởi vậy lực ma sát cũng theo hướng kính.

$$A_{ms} = 2\tau_{tx} \int_0^{2\pi} \int_0^{0,5d} -u_p \rho d\rho d\theta$$

Theo nguyên tắc thể tích không đổi:

$$\varepsilon_p + \varepsilon_\theta + \varepsilon_z = 0$$

$$\frac{\partial u_p}{\partial \rho} + \frac{u_p}{\rho} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0$$

Vì biến dạng được coi là đồng đều do đó không phụ thuộc vào tọa độ ρ và θ :

$$\varepsilon_z = \frac{du_z}{dz} = -\frac{\Delta h}{h}$$

Thay ε_z vào phương trình trên và nhân hai vế với ρ ta được:

$$\frac{\partial(u_p \rho)}{\partial \rho} - \frac{\Delta h}{h} \rho = 0 \text{ vì } \frac{\partial(U_{pp})}{\partial \rho} = \rho \frac{\partial U_p}{\partial \rho} + U_p$$

Sau khi tích phân được:

$$u_p = \frac{1}{2} \frac{\Delta h}{h} \rho + f(z)$$

Từ điều kiện biên khi $\rho = 0$ (tâm điểm) thì $u_p = 0$ do đó $f(z) = 0$. Bởi vậy:

$$u_p = \frac{1}{2} \frac{\Delta h}{h} \rho$$

$$\varepsilon_p = \frac{du_p}{d\rho} = \frac{1}{2} \frac{\Delta h}{h}$$

$$\varepsilon_\theta = \frac{u_p}{\rho} = \frac{1}{2} \frac{\Delta h}{h} = \varepsilon_p$$

Tính cường độ biến dạng:

$$\varepsilon_i = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(\varepsilon_p - \varepsilon_\theta)^2 + (\varepsilon_\theta - \varepsilon_z)^2 + (\varepsilon_z - \varepsilon_p)^2}$$

Thay các trị số của $\varepsilon_p, \varepsilon_\theta, \varepsilon_z$ vào ta được:

$$\varepsilon_i = \pm \varepsilon_z = -\frac{\Delta h}{h}$$

Thay các trị số của u_p và ε_i vào (8.29) được:

$$P\Delta h = -k_f \frac{\Delta h}{h} \int_0^{2\pi} \int_0^{0,5d} \int_0^h \rho d\rho d\theta dz - \tau_{tx} \frac{\Delta h}{h} \int_0^{2\pi} \int_0^{0,5d} \rho^2 d\rho d\theta$$

$$\text{Kết quả: } P = -\frac{\pi d^2}{4} \left(k_f + \frac{1}{3} \tau_{ix} \frac{d}{h} \right)$$

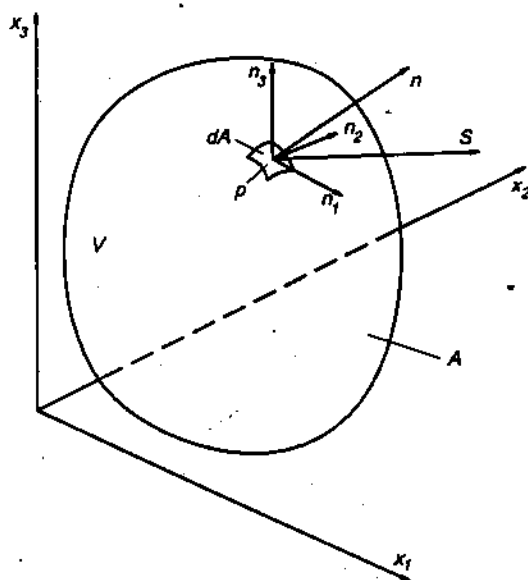
$$\text{Áp lực đơn vị: } \bar{p} = k_f + \frac{1}{3} \tau_{ix} \frac{d}{h}$$

8.7. PHƯƠNG PHÁP ĐỊNH TRỊ

Đối với các bài toán dẻo, vào giữa thế kỷ 20 Prager và Hodge đã đưa ra phương pháp định trị xuất phát từ nguyên lý cực trị theo lý thuyết của Mises.

Phương pháp định trị cho phép ta xác định giới hạn trên (định trị trên) hoặc giới hạn dưới (định trị dưới) của ngoại lực cần thiết để thực hiện một quá trình biến dạng, nói cách khác là cho phép xác định một miền mà ngoại lực thực tế không vượt ra khỏi phạm vi của nó.

Trước khi đi vào phương pháp này cần nhắc lại khái niệm về công suất biến dạng. Để xác định công suất cần sản ra để duy trì một quá trình biến dạng ta hãy xét một vùng có thể tích V hoàn toàn nằm trong trạng thái dẻo. Vùng V được bao quanh bởi diện tích bề mặt A . Vectơ pháp tuyến $\vec{n}$ với các thành phần n_i xác định định hướng của một phần tử diện tích dA của bề mặt đó có chứa điểm P . Vectơ $\vec{n}$ là vectơ đơn vị, quy ước là dương nếu nó hướng từ trong ra ngoài của vùng V .



Hình 8.16. Ứng suất trên phần tử diện tích dA

Ngoại lực tác dụng lên bề mặt của vùng V gây nên ứng suất toàn phần $\vec{S}$ mà các thành phần của nó là S_i trên phần tử diện tích dA . Chúng có thể được xác định thông qua Tenxơ ứng suất tại điểm P theo biểu thức:

$$S_i = n_j \sigma_{ij} \quad (8.32)$$

Công suất của các chất điểm chảy qua phần tử diện tích dA với tốc độ $\vec{v}$ (v_i) dưới tác dụng của ứng suất $\vec{S}$ sẽ là:

$$dP = \vec{v} \cdot \vec{S} \cdot dA = v_i S_i dA \quad (8.33)$$

Thay (8.32) vào (8.33) ta được:

$$dP = v_i n_j \sigma_{ij} dA \quad (8.34)$$

Tích phân theo bề mặt A sẽ cho:

$$P = \int_A v_i n_i \sigma_{ij} dA = \int_A v_i S_i dA \quad (8.35)$$

Đây là công suất phải tiêu hao để duy trì các quá trình biến dạng ở bên trong vùng V, bởi vậy:

$$\int_A \sigma_{ij} v_i n_i dA = \int_V \sigma_{ij} \dot{\epsilon}_{ij} dV = \int_V \dot{\epsilon}_{ij} \sigma'_{ij} dV \quad (8.36)$$

Tùy thuộc trên bề mặt A vận tốc v hoặc ứng suất σ đã biết mà người ta chia bề mặt A thành miền A_v và A_σ trong đó A_v là bề mặt tiếp xúc giữa vật thể và công cụ biến dạng mà qua đó công suất từ bên ngoài được đưa vào.

Dựa vào mối quan hệ giữa ứng suất và tốc độ biến dạng:

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \dot{\lambda} \sigma'_{ij}$$

ta có: $\dot{\epsilon}_{ij} \dot{\epsilon}_{ij} = \dot{\lambda}^2 \sigma'_{ij} \sigma'_{ij}$

kết hợp với điều kiện dẻo:

$$\sigma'_{ij} \sigma'_{ij} - 2k^2 = 0$$

ta sẽ nhận được hệ số tỷ lệ $\dot{\lambda}$

$$\dot{\lambda} = \frac{\sqrt{\dot{\epsilon}_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}}}{k\sqrt{2}}$$

dơ đó: $\sigma'_{ij} = \frac{k\sqrt{2}}{\sqrt{\dot{\epsilon}_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}}} \dot{\epsilon}_{ij}$

Và biểu thức (8.36) sẽ có dạng:

$$\underbrace{\int_{A_v} \sigma_{ij} v_i n_i dA}_I = k\sqrt{2} \underbrace{\int_V \sqrt{\dot{\epsilon}_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}} dV - \int_{A_\sigma} \sigma_{ij} v_i n_i dA}_J \quad (8.37)$$

Từ biểu thức (8.37) có thể phát biểu hai nguyên lý cực trị sau đây:

Định trị dưới: Với mỗi trường ứng suất khả dĩ tĩnh σ^*_{ij} thì công suất I^* được tính theo biểu thức (8.37) luôn luôn nhỏ hơn công suất I được tính theo ứng suất thực tế σ_{ij} . Một trường ứng suất trong vật thể hoàn toàn nằm trong trạng thái dẻo được gọi là khả dĩ tĩnh nếu ở mọi nơi nó thỏa mãn điều kiện cân bằng $\partial_j \sigma_{ij} = 0$, điều kiện dẻo $\sigma'_{ij} \sigma'_{ij} - 2k^2 = 0$ và điều kiện biên đối với ứng suất trên phần bề mặt A_σ

$$I^* = \int_{A_v} \sigma^*_{ij} v_i n_i dA < I \quad (8.38)$$

Định trị trên: Với mỗi trường tốc độ khả dĩ động v^*_{ij} thì công suất J^* được tính theo biểu thức (8.37) luôn luôn lớn hơn công suất J được tính theo trường tốc độ thực tế v_i . Một trường tốc độ được gọi là khả dĩ động nếu ở mọi nơi nó thỏa mãn điều kiện thể tích không đổi ($\epsilon_{kk} = 0$ hoặc $\partial_i v_i = 0$) và điều kiện biên đối với tốc độ trên phần bề mặt A_v (ví dụ tốc độ của công cụ biến dạng)

$$I = J < k\sqrt{2} \int_V \sqrt{\epsilon^*_{ij} \epsilon^*_{ij}} dV - \int_{A_\sigma} \sigma_{ij} v^*_i n_j dA = J^* \quad (8.39)$$

Một trong những phương pháp thường dùng để xác định trường tốc độ là người ta giả thiết toàn bộ vùng biến dạng được tạo nên bởi nhiều vùng cứng (m), chúng trượt lên nhau tại giao giới dưới tác dụng của ứng suất tiếp chảy trong đó thành phần pháp tuyến của vận tốc phải là liên tục kể cả trên giao giới (điều kiện thể tích không đổi) còn thành phần tiếp tuyến của vận tốc thì có thể không liên tục. Bởi vậy trên các mặt trượt A_{sm} sẽ xuất hiện vận tốc tương đối v^*_{ldm} và góp phần vào công suất biến dạng

$$\int_{A_{sm}} k |v^*_{ldm}| dA$$

$$J^* = k\sqrt{2} \int_V \sqrt{\epsilon^*_{ij} \epsilon^*_{ij}} dV - \int_{A_\sigma} \sigma_{ij} v^*_i n_j dA + \sum_{m=1}^n \int_{A_{sm}} k |v^*_{ldm}| dA \quad (8.40)$$

Hai số hạng đầu trong biểu thức (8.40) sẽ không tồn tại $k\sqrt{2} \int_V \sqrt{\epsilon^*_{ij} \epsilon^*_{ij}} dV$ vì thể tích V đã được giả thiết là cứng và $\int_{A_\sigma} \sigma_{ij} v^*_i n_j dA$ vì A_σ hoặc là một mặt ngoài không có ứng suất hoặc được coi là mặt trượt A_{sm} .

Thay vì biểu thức (8.39) ta có:

$$I = J < \sum_{m=1}^n \int_{A_{sm}} k |v^*_{ldm}| dA = J^* \quad (8.41)$$

Nếu chia toàn bộ thể tích vùng biến dạng thành nhiều vùng cứng m với số lượng đủ lớn thì giá trị của lực biến dạng tính theo phương pháp định trị trên sẽ nằm trong khoảng giữa các kết quả tính toán bằng phương pháp đường trượt và phương pháp giải tích.

Tóm lại nguyên lý cực trị cho ta bất đẳng thức

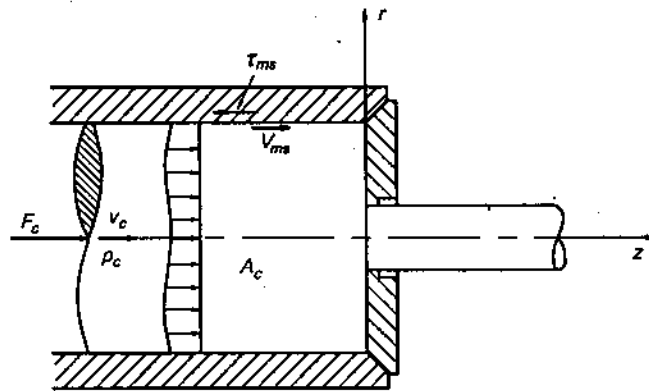
$$I^* < I = J < J^* \quad (8.42)$$

Trường ứng suất và trường tốc độ càng không phù hợp thì sự chênh lệch giữa định trị trên và định trị dưới càng lớn và do đó phạm vi của lời giải càng rộng. Song việc xác định trường ứng suất hoặc trường tốc độ trong vùng biến dạng không phải dễ đặc biệt là trường ứng suất vì trường tốc độ có thể xây dựng với những giả thiết đơn giản hơn hoặc có thể dựa

vào kết quả nghiên cứu quang dẻo nên trong thực tế hay dùng phương pháp định trị trên hơn phương pháp định trị dưới. Và lại kết quả tính toán theo phương pháp định trị trên nếu được sử dụng để thiết kế hoặc lựa chọn thiết bị thì rất an toàn.

Ta hãy lấy quá trình ép chảy làm ví dụ. Trước hết giả thiết trường hợp không tồn tại ma sát trên thành buồng ép cũng như trên mặt chày và mặt cối. Trong trường hợp này trường ứng suất khả dĩ tĩnh ngoài việc thoả mãn điều kiện cân bằng và điều kiện dẻo còn phải thoả mãn điều kiện biên trong đó không xuất hiện ứng suất tiếp trên thành buồng ép, trên lỗ cối cũng như trên bề mặt tiếp xúc giữa kim loại với chày và cối. Vậy từ một trường ứng suất khả dĩ tĩnh bất kỳ nào đó ta có thể biết được sự phân bố ứng suất $\bar{p}_c^0(r)$ theo hướng trục trên bề mặt chày. Ứng suất này trùng với phương chuyển động của chày, nghĩa là cũng trùng với phương của tốc độ chuyển động của chày v_c . Tất cả các lực khác tác dụng trên bề mặt của vùng biến dạng do không tồn tại ma sát nên đều vuông góc với phương chuyển động của các chất điểm nên không sinh công suất theo biểu thức (8.38). Bởi vậy:

$$I^0 = \int_{A_c} \bar{p}_c^0 v_c dA_c = v_c \int_{A_c} \bar{p}_c^0 dA_c = v_c F_c^0$$



Hình 8.17. Quá trình ép chảy đối xứng trục

Gọi F_c là lực ép gây nên trường ứng suất thực tế (tức là nghiệm đầy đủ của bài toán), vậy theo nguyên lý cực trị (8.38) ta có:

$$v_c F_c^0 \leq v_c F_c \quad (8.43)$$

do đó: $F_c^0 \leq F_c$ (8.44)

Vậy F_c^0 chính là giá trị dưới mà lực ép thực tế không thể nhỏ hơn.

Nếu quá trình ép chảy có tồn tại ma sát thì chỉ có những trường ứng suất σ_{ij}^0 bao gồm cả ứng suất tiếp trên bề mặt tiếp xúc giữa công cụ và kim loại biến dạng mới gọi là khả dĩ tĩnh. Đương nhiên theo (8.38) những trường ứng suất này cùng với trường tốc độ v_i vẫn cho ta kết quả như (8.40).

Nếu ta vận dụng nguyên lý cực trị (8.39) vào ví dụ này thì trường tốc độ khả dĩ động v_i^* ngoài việc thoả mãn phương trình liên tục còn phải thoả mãn điều kiện là chúng phải song song với phương dịch chuyển của vật liệu ở thành buồng ép và ở lỗ cối (các thành phần tốc độ vuông góc với thành buồng ép và lỗ cối không tồn tại). Còn ở bề mặt chày thì thành phần tốc độ vuông góc với bề mặt chày chính bằng v_c .

Đặt tích phân thể tích trong (8.39) là P_u^* , đó chính là công suất tiêu hao để làm vật liệu biến dạng với trường tốc độ $\dot{\epsilon}_{ij}^*$. Nếu không tồn tại ma sát thì từ tích phân mặt trong (8.39) ta nhận được:

$$\int_A S_i v_i^* dA = \int_{A_c} \bar{p}_c v_c dA_c = F_c v_c$$

$F_c v_c$ là công suất của lực ép thực tế. Trong trường hợp $v_i^* = v_i$ (trường tốc độ của nghiệm đầy đủ) thì giá trị của hai tích phân bên vế phải của (8.39) theo nguyên lý công suất ảo (8.36) sẽ bằng nhau. Điều đó nghĩa là $J_{\min}^* = J = 0$. Ta có:

$$J^* = P_u^* - F_c v_c \geq 0$$

$$\text{đó đó:} \quad F_c \leq \frac{P_u^*}{v_c} = F_c^* \quad (8.45)$$

Lực ép F_c^* được tính toán theo (8.42) từ trường tốc độ mà ta giả thiết chính là giá trị trên của lực ép.

Nếu trên bề mặt tiếp xúc giữa công cụ và vật liệu biến dạng tồn tại ma sát và giả sử A_{ms} là bề mặt mà trên đó ứng suất tiếp ma sát tác dụng thì:

$$\int_A S_i v_i^* dA = - \int_{A_{ms}} \tau_{ms} v_{ms}^* dA_{ms} + F_c v_c = -P_{ms}^* + F_c v_c$$

ở đây ứng suất tiếp τ_{ms} luôn luôn ngược chiều với chiều dịch chuyển v_{ms}^* của vật liệu. P_{ms}^* là công suất ma sát ứng với trường tốc độ v_i^* . Do đó thay vì (8.42) ta có:

$$F_c \leq \frac{P_u^* + P_{ms}^*}{v_c} = F_c^* \quad (8.46)$$

8.8. KHÁI QUÁT VỀ PHƯƠNG PHÁP PHẦN TỬ HỮU HẠN (FEM)

8.8.1. Mô hình vật liệu đàn hồi

Trong phương pháp phần tử hữu hạn vật thể mà ta nghiên cứu được chia thành nhiều phần tử riêng biệt. Mỗi phần tử tuân theo một định luật chuyển vị của mình trong đó độ lớn của các chuyển vị của phần tử được xác định bởi chuyển vị của các điểm nút.

Các định luật chuyển vị mô tả trạng thái chuyển vị liên tục trong các phần tử, đồng thời còn bảo đảm cho các chuyển vị là liên tục cả khi vượt qua ranh giới giữa các phần tử. Lực tác dụng lên vật thể được giả thiết như những lực riêng rẽ tác dụng lên những điểm nút.

Đối với vật liệu đàn hồi tuyến tính đẳng hướng định luật Hooke có thể viết dưới dạng ma trận như sau:

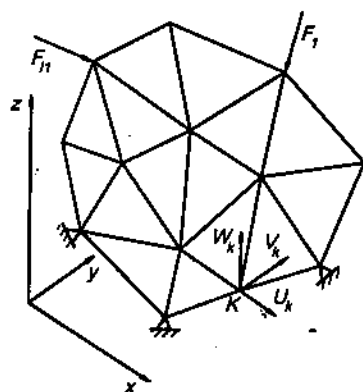
$$\underline{\sigma} = \underline{D} \quad \underline{\varepsilon} \quad (8.47)$$

với:

$$\underline{\sigma} = \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{Bmatrix}; \quad \underline{\varepsilon} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ 2\varepsilon_{xy} \\ 2\varepsilon_{yz} \\ 2\varepsilon_{zx} \end{Bmatrix};$$

$$\underline{D} = \begin{bmatrix} 2G + \lambda & \lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & 2G + \lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda & 2G + \lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G \end{bmatrix};$$

$$\lambda = \frac{\nu E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}$$



Hình 8.18. Phương pháp phần tử hữu hạn

Ma trận $\underline{D}$ chứa các hằng số của vật liệu (G và λ là các hệ số Lamé) gọi là ma trận đàn hồi.

Theo (8.44) và dựa vào nguyên lý chuyển vị ảo có thể xác định lực tác dụng trên các điểm nút của mỗi phần tử ứng với các chuyển vị bất kỳ của điểm nút.

Nếu tập hợp tất cả các chuyển vị của điểm nút trong một ma trận cột $\underline{u}$ và tất cả các lực tác dụng trên các điểm nút trong một ma trận cột $\underline{F}$:

$$v = \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ w_1 \\ \vdots \\ u_i \\ v_i \\ w_i \\ \vdots \\ u_N \\ v_N \\ w_N \end{Bmatrix}; \quad F = \begin{Bmatrix} F_{x_1} \\ F_{y_1} \\ F_{z_1} \\ \vdots \\ F_{x_i} \\ F_{y_i} \\ F_{z_i} \\ \vdots \\ F_{x_N} \\ F_{y_N} \\ F_{z_N} \end{Bmatrix}$$

thì ta sẽ nhận được hệ phương trình tuyến tính:

$$Ku = F \quad (8.48)$$

Tại mỗi điểm nút do phải thoả mãn điều kiện cân bằng lực ứng với các chuyển vị tại điểm nút. Ma trận K ($N \times N$) gọi là ma trận độ cứng của hệ thống mà ta nghiên cứu. Đối với vật liệu có thuộc tính đàn hồi thì ma trận K là ma trận đối xứng, nó phụ thuộc vào hình học của hệ thống, vào cách phân chia phần tử và vào các hằng số vật liệu.

Giải phương trình (8.48) sẽ cho ta lời giải gần đúng đối với trạng thái chuyển vị thực tế, rồi từ mối quan hệ:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(\partial_i u_j + \partial_j u_i) \quad (8.49)$$

Có thể xác định trạng thái biến dạng tương ứng và từ đó dựa vào (8.47) xác định trạng thái ứng suất. Với hệ phương trình (8.48) thì điều kiện cân bằng là gần đúng bởi lẽ cân bằng lực chỉ tồn tại trên các điểm nút, còn phương trình liên tục, điều kiện biên về chuyển vị và về lực thì vẫn được thoả mãn một cách đầy đủ.

8.8.2. Mô hình vật liệu đàn dẻo

Đối với trường hợp mà độ lớn của biến dạng đàn hồi và biến dạng dẻo không chênh lệch nhau bao nhiêu thì cả hai thành phần biến dạng này đều phải được quan tâm khi giải quyết bài toán.

Điều kiện dẻo đối với vật liệu đàn-dẻo hoá bền đẳng hướng có thể viết dưới dạng:

$$F(\sigma_{ij}, \chi) = 0 \quad (8.50)$$

trong đó χ là thông số hoá bền, nó mô tả sự biến đổi của ứng suất chảy do biến dạng dẻo trước đó gây nên.

Đối với vật liệu đàn dẻo có thể tách tốc độ biến dạng tổng thành hai thành phần là đàn hồi và dẻo:

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \dot{\epsilon}_{ij}^e + \dot{\epsilon}_{ij}^p$$

trong đó: $\dot{\epsilon}_{ij}^p = \lambda \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}}$ (8.51)

Gia số biến dạng trong khoảng thời gian dt sẽ là:

$$d\epsilon_{ij} = \dot{\epsilon}_{ij} dt = \dot{\epsilon}_{ij}^e dt + \dot{\epsilon}_{ij}^p dt = d\epsilon_{ij}^e + d\epsilon_{ij}^p$$

hoặc viết dưới dạng ma trận:

$$d\epsilon = d\epsilon^e + d\epsilon^p \quad (8.52)$$

Gia số biến dạng đàn hồi phải tuân theo định luật Hooke:

$$d\epsilon^e = D^{-1} \cdot d\sigma$$

Còn phần biến dạng dẻo thì theo (8.48) và $\lambda dt = d\bar{\lambda}$:

$$d\epsilon^p = d\bar{\lambda} \frac{\partial F}{\partial \sigma}$$

với:

$$\frac{\partial F}{\partial \sigma} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial F}{\partial \sigma_x} \\ \vdots \\ \frac{\partial F}{\partial \tau_{zx}} \end{Bmatrix}$$

Biểu thức (8.49) sẽ trở thành:

$$d\epsilon = D^{-1} d\sigma + d\bar{\lambda} \frac{\partial F}{\partial \sigma} \quad (8.53)$$

Phương trình này sẽ tồn tại chừng nào biến dạng dẻo xuất hiện, điều đó có nghĩa là điều kiện dẻo (8.50) được thoả mãn:

$$dF = \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij} + \frac{\partial F}{\partial \chi} d\chi = 0 \quad (8.54)$$

Biểu thức (8.54) nói lên rằng trạng thái ứng suất tại mọi điểm phải nằm trên mặt chảy dẻo, $dF < 0$ có nghĩa là dỡ tải, còn $dF > 0$ là không có ý nghĩa vì không thể xảy ra.

Từ biểu thức (8.51) và (8.50) qua một vài biến đổi ta nhận được mối quan hệ:

$$d\sigma = D_{ep} d\epsilon \quad (8.55)$$

trong đó D_{ep} là ma trận mô tả thuộc tính đàn-dẻo của vật liệu.

Biểu thức (8.55) cho phép xác định sự biến đổi của ứng suất dư theo sự biến đổi của biến dạng dư, trong đó thành phần đàn hồi thì tuân theo định luật Hooke, còn thành phần dẻo thì tuân theo mối quan hệ (8.51) và trạng thái ứng suất tại mọi điểm luôn nằm trên mặt dẻo. Dựa vào (8.55) ta có thể giải các bài toán đàn dẻo.

8.8.3. Mô hình vật liệu cứng dẻo

Trong trường hợp biến dạng dẻo lớn hơn nhiều so với biến dạng đàn hồi như vẫn thường gặp trong các quá trình biến dạng thực tế thì một cách gần đúng có thể sử dụng mô hình vật liệu cứng dẻo.

Giả sử trong vùng V vật liệu có đặc tính cứng dẻo và điều kiện dẻo được thoả mãn, bỏ qua lực quán tính thì nguyên lý cực trị (8.38) có thể viết dưới dạng ma trận như sau:

$$I^* = \int_V \sigma_i \dot{\epsilon}_i^* dV - \int_{A_T} \underline{\sigma}^T \underline{v} dA = \text{Min!} \quad (8.56)$$

trong đó A_T là phần bề mặt bao của V mà trên đó điều kiện biên về ứng suất σ đã biết.

Để xây dựng các phần tử hữu hạn thì đòi hỏi trường tốc độ trong nguyên lý cực trị không bị ràng buộc bởi điều kiện không thể nén được. Điều này có thể thực hiện được bằng cách đưa vào biểu thức (8.53) một hàm tham biến Lagrange $\frac{1}{3}\sigma_{ii} = \sigma_m$

$$I' = \int_V \sigma_i \dot{\epsilon}_i^* dV + \int_V \sigma_m \underline{C}^T \underline{\dot{\epsilon}}^* dV - \int_{A_T} \underline{\sigma}^T \underline{v}^* dA \quad (8.57)$$

$\underline{C}$ có thể xác định từ điều kiện:

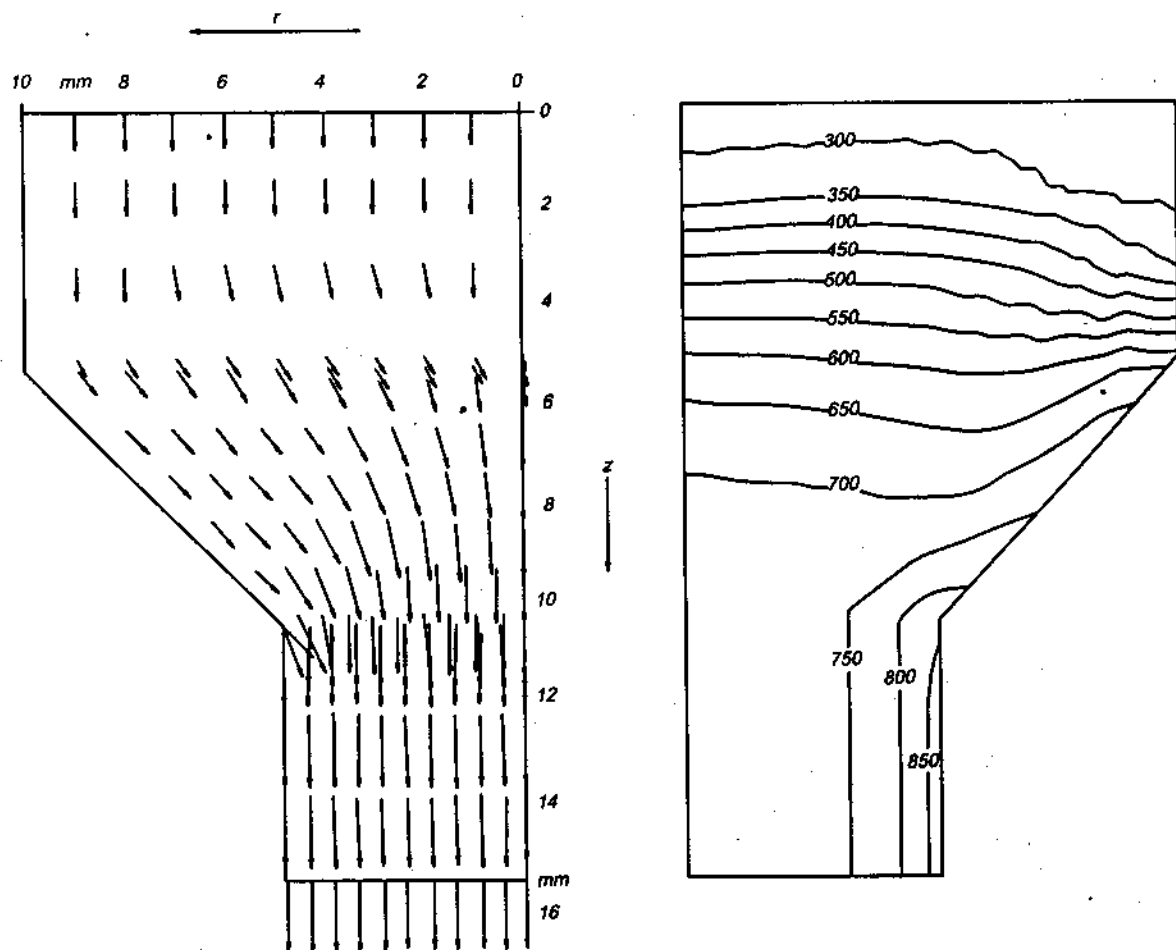
$$\dot{\epsilon}_{ii} = \underline{C}^T \underline{\dot{\epsilon}} \quad (8.58)$$

Trong biểu thức (8.57) số hạng đầu tiên là công suất biến dạng, số hạng thứ hai là công suất thay đổi thể tích và số hạng thứ ba là công suất do ứng suất xác định bởi điều kiện biên gây nên. Bằng việc thay đổi tham biến Lagrange σ_m ta nhận được điều kiện liên tục $\dot{\epsilon}_{ii} = 0$ như một điều kiện bổ trợ.

Phương trình (8.57) phải ổn định, bởi vậy sẽ tồn tại một hệ phương trình phi tuyến đối với các thông số về tốc độ. Để giải hệ phương trình này, người ta đã áp dụng những phương pháp tính lặp đi lặp lại khác nhau. Sau đây là một ví dụ về kết quả tính toán trường tốc độ và sự phân bố ứng suất tương đương đối với quá trình ép chảy thuận thanh đặc theo phương pháp đó (hình 8.19).

Để thấy điều kiện biên có ảnh hưởng quyết định như thế nào đến kết quả mô phỏng quá trình biến dạng ta hãy đối chiếu biến dạng của một vật thể hình trụ-khi chôn nóng từ kết

qua thực nghiệm và kết quả mô phỏng bằng phương pháp phần tử hữu hạn. Đầu tiên sử dụng bàn ép tương đối nguội (100°C), nhiệt độ của môi trường xung quanh là 25°C . Điều đó làm cho phôi bị nguội nhiều hơn ở vùng tiếp xúc với bàn ép, ứng suất chảy ở đây tăng lên và biến dạng chủ yếu tập trung ở vùng giữa phôi. Biên dạng tang trống của phôi trong trường hợp này có một điểm gãy khúc. Thực tế đó chỉ có thể được phản ánh đúng khi mô phỏng nếu ta chọn hệ số truyền nhiệt α là thông số điều khiển quá trình làm nguội phù hợp với hiện thực.



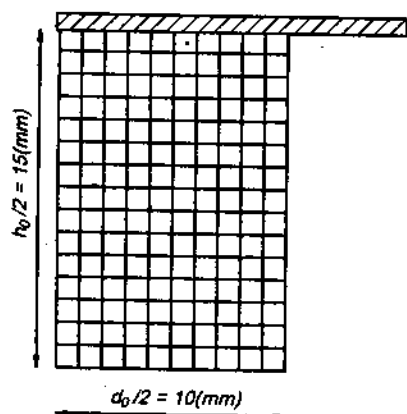
Hình 8.19. Ép chảy thuận thành đặc với vật liệu cứng dẻo

Ở trường hợp mô phỏng đầu tiên, chọn $\alpha = 0,004\text{W/mm}^2\text{ }^{\circ}\text{K}$. Ta nhận thấy biên dạng thực tế và biên dạng mô phỏng khác nhau khá nhiều (hình 8.20). Kể cả trường nhiệt độ và trường biến dạng cũng không cho kết quả hài lòng.

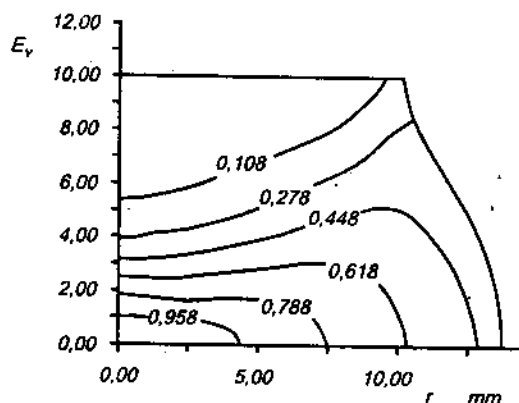
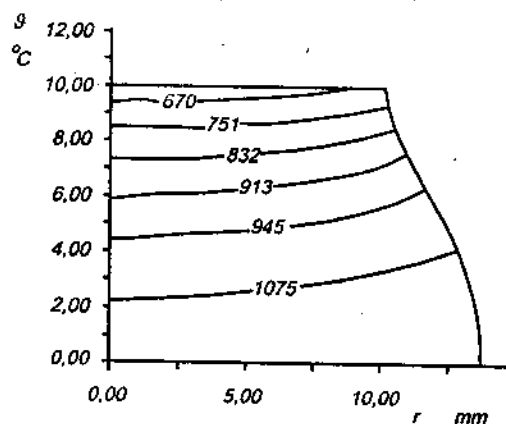
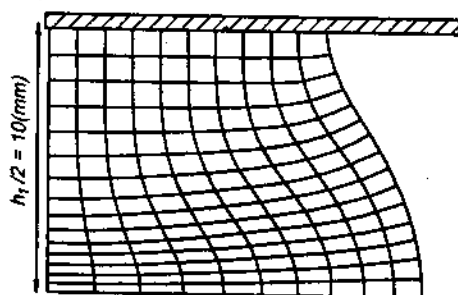
Ở trường hợp mô phỏng thứ hai, chọn $\alpha = 0,002\text{W/mm}^2\text{ }^{\circ}\text{K}$. Ta nhận thấy biên dạng mô phỏng phù hợp khá tốt với biên dạng thực tế (hình 8.21). Các kết quả về trường nhiệt độ và trường biến dạng thu được ở đây cũng là điều kiện cần thiết cho việc tính toán chính xác những đại lượng khác.Đương nhiên không chỉ là hệ số truyền nhiệt α mà những thông số

khác về vật liệu và về điều kiện biên cũng cần phải xác định một cách chính xác và phù hợp để đưa vào mô phỏng.

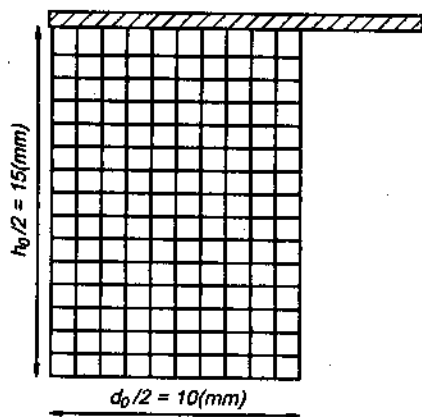
Ở trường hợp khác, nhiệt độ của bàn ép và của môi trường xung quanh bằng nhiệt độ biến dạng, do đó sẽ không có sự truyền nhiệt đáng kể nào xảy ra. Dạng tang trống của phôi chỉ do ma sát gây nên và không có điểm gãy khúc (hình 8.22). Trong trường hợp này nếu xác định hệ số truyền nhiệt một cách chính xác cũng không có ý nghĩa gì. Ở đây, chọn hệ số ma sát phù hợp mới là quan trọng.



Vật liệu	Thép C15
Kích thước phôi	$h_0/d_0 = 30\text{mm}/20\text{mm}$
Tốc độ biến dạng	$\dot{\varphi} = 0,1\text{s}^{-1}$
Nhiệt độ biến dạng	$\vartheta_{bd} = 1200^\circ\text{C}$
Nhiệt độ bàn ép	$\vartheta_{be} = 100^\circ\text{C}$
Nhiệt độ xung quanh	$\vartheta_{xq} = 25^\circ\text{C}$
Hệ số ma sát	$\mu = 0,2$
Hệ số truyền nhiệt	$\alpha = 0,004\text{W}/\text{mm}^2\text{ }^\circ\text{K}$



Hình 8.20 Mô phỏng quá trình chôn nóng một vật thể hình trụ



Vật liệu

Thép C15

Kích thước phôi

$h_0/d_0 = 30\text{mm}/20\text{mm}$

Tốc độ biến dạng

$\dot{\phi} = 0,1\text{s}^{-1}$

Nhiệt độ biến dạng

$\vartheta_{bd} = 1200^\circ\text{C}$

Nhiệt độ bàn ép

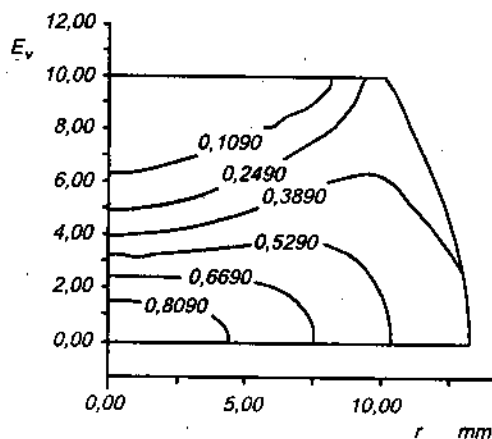
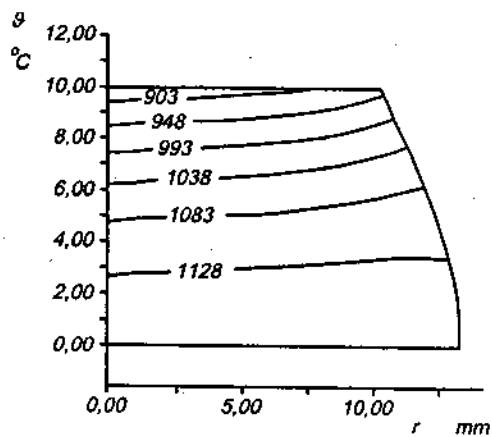
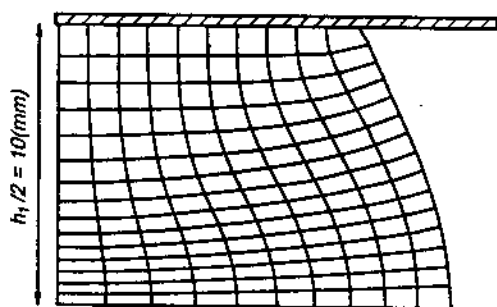
$\vartheta_{bc} = 100^\circ\text{C}$

Nhiệt độ xung quanh

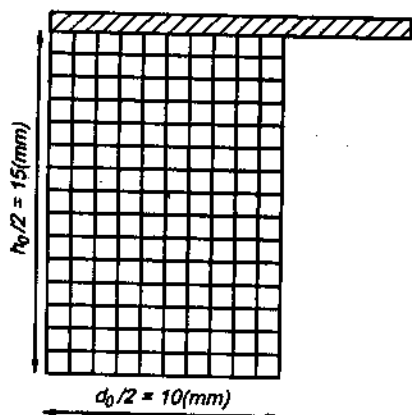
$\vartheta_{xq} = 25^\circ\text{C}$

Hệ số ma sát

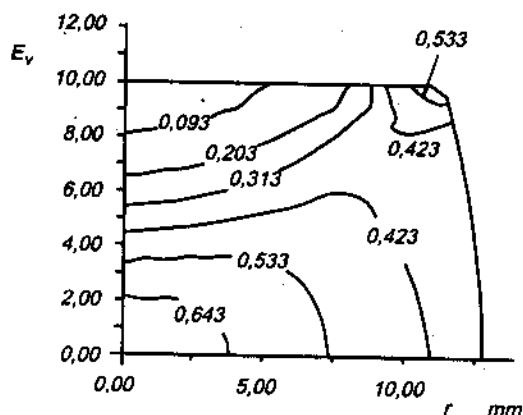
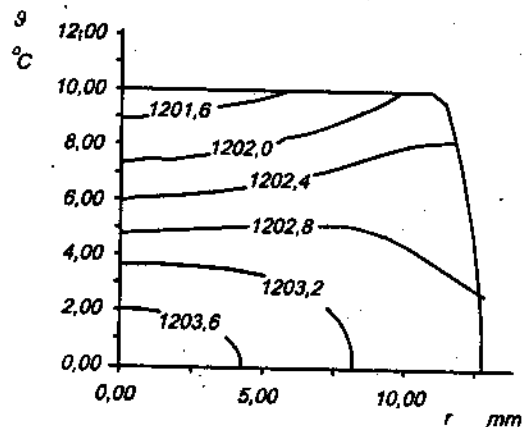
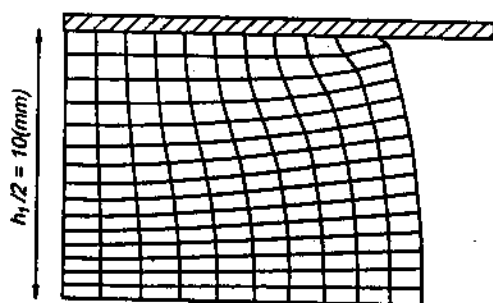
$\mu = 0,2$



Hình 8.21. Mô phỏng quá trình chôn nóng một vật thể hình trụ



Vật liệu: Thép C15
 Kích thước phôi: $h_0/d_0 = 30\text{mm}/20\text{mm}$
 Tốc độ biến dạng: $\dot{\varphi} = 0,1\text{s}^{-1}$
 Nhiệt độ biến dạng: $\vartheta_{bd} = 1200^\circ\text{C}$
 Nhiệt độ bần ép: $\vartheta_{be} = 1200^\circ\text{C}$
 Nhiệt độ xung quanh: $\vartheta_{xq} = 1200^\circ\text{C}$
 Hệ số ma sát: $\mu = 0,2$
 Hệ số truyền nhiệt: $\alpha = 0,002\text{W}/\text{mm}^2\text{ }^\circ\text{K}$



Hình 8.22. Mô phỏng quá trình chôn nóng một vật thể hình trụ

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] Lange, K.: Umformtechnik. Band 1 - Grundlagen. Springer-Verlag, Berlin 1984.
- [2] Storozep, M. V., Popov, E. A.: Lý thuyết gia công kim loại bằng áp lực. NXB Chế tạo máy 1977.
- [3] Schatt, W.: Einführung in die Werkstoffwissenschaft. VEB Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, Leipzig 1972.
- [4] VDEh: Grundlagen der bildsamen Formgebung. Verlag Stahleisen, Düsseldorf 1966.
- [5] Hensel, A., Spittel, T.: Kraft- und Arbeitsbedarf bildsamer Formgebungsverfahren. VEB Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, Leipzig 1978.
- [6] Johnson, W., Mellor, P. B.: Plasticity for mechanical Engineers. D. Van Nostrand Co. Ltd. 1962.
- [7] Thomsen, E., Yang, C., Kobayashi, S.: Mechanics of plastic deformation in metal processing. The Macmillan company, New York.
- [8] Dahl, W., Kopp, R., Pawelski, O.: Umformtechnik Plastomechanik und Werkstoffkunde. Verlag Stahleisen, Düsseldorf, Springer-Verlag, Berlin 1993.
- [9] Altenbach, H.: Werkstoffmechanik. Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, Leipzig. Stuttgart 1993.
- [10] Kopp, R., Wiegels, H.: Einführung in die Umformtechnik. Verlag der Augustinus Buchhandlung, Aachen 1998.

MỤC LỤC

Trang

Lời mới đầu

Phần một: CƠ SỞ VẬT LÝ CỦA QUÁ TRÌNH BIẾN DẠNG ĐỀO KIM LOẠI

Chương 1. Khái niệm về biến dạng dẻo

1.1. Khái quát về quá trình biến dạng	5
1.2. Phân loại các phương pháp biến dạng	5
1.3. Những vấn đề chung cần xem xét khi nghiên cứu quá trình biến dạng	8
	9

Chương 2. Cơ sở kim loại học

2.1. Cấu trúc tinh thể và tổ chức của kim loại	11
2.2. Lực liên kết giữa các nguyên tử trong mạng tinh thể	12
2.3. Biến dạng đàn hồi và biến dạng dẻo trong tinh thể lý tưởng	14
2.3.1. Biến dạng đàn hồi	15
2.3.2. Biến dạng dẻo	16
2.3.2.1. Trượt	16
2.3.2.2. Song tinh (đối tinh)	19
2.3.3. Độ bền cắt lý thuyết	20
2.4. Khuyết tật trong mạng tinh thể	22
2.4.1. Các dạng khuyết tật mạng	22
2.4.2. Lệch	23
1. Các dạng lệch	23
2. Trường ứng suất đàn hồi của lệch	25
3. Năng lượng của lệch	26
4. Vòng Burgers, vectơ Burgers	28
5. Tương tác giữa các lệch	29
2.4.3. Các khuyết tật khác	32
1. Khuyết tật điểm	32
2. Khuyết tật mặt	33
2.5. Lệch và tính chất của vật liệu	37
2.5.1. Sự chuyển động của lệch	37
2.5.2. Sự sản sinh lệch, nguồn lệch	38

2.5.3. Sự trượt ngang của lệch xoắn	42
2.5.4. Sự leo của lệch biên	42
2.5.5. Sự cắt nhau của lệch	43
2.5.6. Hoá bền biến dạng	46
2.6. Tương tác giữa lệch với các khuyết tật điểm	47
2.6.1. Khí quyển Cottrell	47
2.6.2. Khí quyển Snoek	49
2.6.3. Khí quyển Suzuki	49
2.6.4. Tương tác tĩnh điện	50
2.6.5. Giải thích một số hiện tượng	50
2.7. Các quá trình kích hoạt nhiệt	53
2.7.1. Khái niệm chung	53
2.7.2. Hồi phục	54
2.7.3. Kết tinh lại	56
2.7.4. Lớn lên của hạt	59
2.8. Các quá trình phá huỷ trong kim loại	61
Chương 3. Đường cong hoá bền	65
3.1. Khái niệm chung	65
3.2. Đường chảy của đơn tinh thể	71
3.3. Đường chảy của vật liệu đa tinh thể	73
3.3.1. Ảnh hưởng của biên giới hạt	73
3.3.2. Đường chảy ở nhiệt độ thường (Đường chảy nguội)	74
3.3.3. Ảnh hưởng của nhiệt độ và tốc độ biến dạng	76
3.4. Các phương pháp xác lập đường chảy bằng thực nghiệm	82
3.4.1. Thí nghiệm kéo	82
1. Thí nghiệm kéo theo Siebel	82
2. Thí nghiệm kéo theo Reihle	83
3. Thí nghiệm kéo với mẫu đã hoá bền trước	84
3.4.2. Thí nghiệm nén	84
1. Nén mẫu hình trụ giữa hai đe phẳng	84
2. Nén mẫu hình trụ có mặt đầu lõm hình côn	86
3. Thí nghiệm nén phẳng	86
3.4.3. Thí nghiệm xoắn	87
3.5. So sánh các phương pháp xác lập đường chảy	88

Phần hai: CƠ SỞ CƠ HỌC CỦA QUÁ TRÌNH BIẾN DẠNG

Chương 4. Ứng suất

4.1. Khái niệm chung	91
4.2. Ứng suất trên các mặt toạ độ	92
4.3. Ứng suất trên mặt phẳng nghiêng	94
4.4. Ứng suất chính	95
4.5. Tenxơ ứng suất và các bất biến của nó	96
4.6. Elipsoid ứng suất	99
4.7. Ứng suất tiếp chính	100
4.8. Ứng suất trên khối tám mặt	104
4.9. Vòng tròn Mohr ứng suất	106
4.10. Điều kiện cân bằng	110
4.11. Trạng thái ứng suất đối xứng trục	112
4.12. Trạng thái ứng suất phẳng và trạng thái biến dạng phẳng (bài toán phẳng)	116

Chương 5. Biến dạng và tốc độ biến dạng

5.1. Khái niệm về biến dạng nhỏ	122
5.2. Tenxơ biến dạng nhỏ và các bất biến của nó	124
5.3. Tốc độ biến dạng và tenxơ tốc độ biến dạng	126
5.4. Điều kiện biến dạng liên tục (phương trình điều hoà)	127

Chương 6. Quan hệ giữa ứng suất và biến dạng

6.1. Định luật Hooke tổng quát trong biến dạng đàn hồi	130
6.2. Quan hệ giữa ứng suất và biến dạng trong biến dạng dẻo	131
6.3. Phương trình Prandtl-Reuss	134
6.4. Công biến dạng	135

Chương 7. Điều kiện dẻo và những tiền đề cơ bản để phân tích quá trình biến dạng

7.1. Điều kiện dẻo	139
7.2. Ý nghĩa vật lý của điều kiện dẻo	141
7.3. Ý nghĩa hình học của điều kiện dẻo	141
7.4. Những biểu thức riêng của điều kiện dẻo	144
7.5. Ảnh hưởng của ứng suất pháp chính trung gian đến điều kiện dẻo	145

7.6.	Sơ đồ cơ học biến dạng	148
7.7.	Nguyên lý đồng dạng	154
7.8.	Nguyên tắc trở lực biến dạng nhỏ nhất	156
7.9.	Ma sát tiếp xúc khi biến dạng dẻo	159
7.9.1.	Đặc điểm và vai trò của ma sát tiếp xúc khi biến dạng dẻo	159
7.9.2.	Những nhân tố ảnh hưởng đến ma sát tiếp xúc	160
7.9.3.	Xác định hệ số ma sát trên bề mặt tiếp xúc	162
7.10.	Biến dạng không đồng đều và ứng suất phụ	165
Chương 8. Các phương pháp xác định lực và công biến dạng		
8.1.	Khái niệm chung	171
8.2.	Giải các phương trình vi phân cân bằng kết hợp với điều kiện dẻo	177
8.3.	Cơ sở của phương pháp tính toán lực biến dạng theo phương trình cân bằng và điều kiện dẻo gần đúng	178
8.4.	Phương pháp đường trượt	181
8.4.1.	Những khái niệm cơ bản về đường trượt	181
8.4.2.	Các tính chất cơ bản của đường trượt	185
8.4.3.	Đường đặc tính	190
8.5.	Phương pháp trở lực biến dạng dẻo	196
8.6.	Phương pháp cân bằng công	199
8.7.	Phương pháp định trị	202
8.8.	Khái quát về phương pháp phần tử hữu hạn (FEM)	206
8.8.1.	Mô hình vật liệu đàn hồi	206
8.8.2.	Mô hình vật liệu đàn dẻo	208
8.8.3.	Mô hình vật liệu cứng dẻo	210
Tài liệu tham khảo		215
Mục lục		216

Chịu trách nhiệm xuất bản:

Chủ tịch HĐQT kiêm Tổng Giám đốc NGÔ TRẦN ÁI
Phó Tổng Giám đốc kiêm Tổng biên tập VŨ DƯƠNG THỤY

Biên tập nội dung:

HOÀNG TRỌNG NGHĨA

Trình bày bìa:

QUỐC TUẤN

Sửa bản in:

TUẤN HIỆP

Chế bản:

QUỐC DŨNG

LÝ THUYẾT BIẾN DẠNG ĐỂO KIM LOẠI

Mã số: 7K597M4-DAI

In 2000 bản khổ 19 x 27 cm, tại Xưởng in Nhà xuất bản Thống kê.

Giấy phép xuất bản số : 276/24 – CXB.

In xong và nộp lưu chiểu tháng 10 năm 2004.



TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC VÀ CÔNG NGHỆ
HÀ NỘI

TÌM ĐỌC

SÁCH THAM KHẢO KỸ THUẬT CỦA NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC

(NGÀNH KHAI THÁC CƠ KHÍ)

- | | |
|--|---|
| 1. Cơ học Tập 1 | GS. TS. Đỗ Sanh (C. biên) |
| 2. Cơ học Tập 2 | GS. TS. Đỗ Sanh (C. biên) |
| 3. Nguyên lý máy Tập 1 | Đinh Gia Tường (C. biên) |
| 4. Nguyên lý máy Tập 2 | Đinh Gia Tường (C. biên) |
| 5. Chi tiết máy Tập 1 | Nguyễn Trọng Hiệp |
| 6. Chi tiết máy Tập 2 | Nguyễn Trọng Hiệp |
| 7. Tính toán và thiết kế hệ thống sấy | GS.TSKH. Trần Văn Phú |
| 8. Nguyên lý động cơ đốt trong | GS.TSKH. Nguyễn Tất Tiến |
| 9. Lý thuyết động cơ diezen | TS. Lê Viết Lượng |
| 10. Công nghệ chế tạo máy
(Sách dùng cho hệ THCN-DN) | Phí Trọng Hảo |
| 11. Kỹ thuật sửa chữa ô tô, máy nổ
(Sách dùng cho hệ THCN-DN) | Nguyễn Thanh Mai |
| 12. Dung sai lắp ghép - kỹ thuật đo lường | GS.TS. Nguyễn Tất Tiến -
GVC. Đỗ Xuân Kinh |
| 13. Bài tập đàn hồi ứng dụng | TS. Ninh Đức Tồn -
TS. Nguyễn Thị Xuân Bảy
TS. Nguyễn Nhật Thăng
TS. Nguyễn Phương Mai |

Bạn đọc có thể tìm mua tại các Công ty Sách - Thiết bị trường học ở các địa phương hoặc các Cửa hàng sách của Nhà xuất bản Giáo dục:

* 25 Hàn Thuyên, 81 Trần Hưng Đạo, 187B Giảng Võ, 23 Tràng Tiền - Hà Nội.

* 15 Nguyễn Chí Thanh, TP. Đà Nẵng.

* 104 Mai Thị Lựu, Quận 1, TP. Hồ Chí Minh.



7K597M4



Giá: 26.000đ