

VU TRUNG HỌC CHUYÊN NGHIỆP - ĐẠY NGHỀ

GIÁO TRÌNH CƠ KỸ THUẬT

SÁCH DÙNG CHO CÁC TRƯỜNG ĐÀO TẠO HỆ TRUNG HỌC CHUYÊN NGHIỆP



NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC

GS. TS. ĐỖ SANH (Chủ biên)
PGS.TS. NGUYỄN VĂN VƯỢNG – TS. PHAN HỮU PHÚC

GIÁO TRÌNH
CƠ KỸ THUẬT

Sách dùng cho các trường đào tạo hệ Trung học chuyên nghiệp
(Tái bản lần thứ nhất)

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC

Chịu trách nhiệm xuất bản :
Giám đốc NGÔ TRẦN ÁI
Tổng biên tập VŨ DƯƠNG THUY

Biên tập lần đầu và tái bản :
HOÀNG TRỌNG NGHĨA

Biên tập mỹ thuật :
THUỶ HẠNH

Sửa bản in :

TUẤN HIỆP

Chế bản :

ANH ĐỨC

LỜI GIỚI THIỆU

Việc tổ chức biên soạn và xuất bản một số giáo trình phục vụ cho đào tạo các chuyên ngành Điện - Điện tử, Cơ khí - Động lực ở các trường THCN - DN là một sự cố gắng lớn của Vụ Trung học chuyên nghiệp - Dạy nghề và Nhà xuất bản Giáo dục nhằm từng bước thống nhất nội dung dạy và học ở các trường THCN trên toàn quốc.

Nội dung của giáo trình đã được xây dựng trên cơ sở kế thừa những nội dung được giảng dạy ở các trường, kết hợp với những nội dung mới nhằm đáp ứng yêu cầu nâng cao chất lượng đào tạo phục vụ sự nghiệp công nghiệp hóa, hiện đại hóa. Đề cương của giáo trình đã được Vụ Trung học chuyên nghiệp - Dạy nghề tham khảo ý kiến của một số trường như : Trường Cao đẳng công nghiệp Hà Nội, Trường TH Việt - Hung, Trường TH Công nghiệp II, Trường TH Công nghiệp III v.v... và đã nhận được nhiều ý kiến thiết thực, giúp cho tác giả biên soạn tài liệu phù hợp hơn.

Giáo trình do các nhà giáo có nhiều kinh nghiệm giảng dạy ở các trường Đại học, Cao đẳng, THCN biên soạn. Giáo trình được biên soạn ngắn gọn, dễ hiểu, bổ sung nhiều kiến thức mới và biên soạn theo quan điểm mở, nghĩa là, đề cập những nội dung cơ bản, cốt yếu để tùy theo tính chất của các ngành nghề đào tạo mà nhà trường tự điều chỉnh cho thích hợp và không trái với quy định của chương trình khung đào tạo THCN.

Tuy các tác giả đã có nhiều cố gắng khi biên soạn, nhưng giáo trình chắc không tránh khỏi những khiếm khuyết. Vụ Trung học chuyên nghiệp - Dạy nghề đề nghị các trường sử dụng những giáo trình xuất bản lần này để bổ sung cho nguồn giáo trình đang rất thiếu hiện nay, nhằm phục vụ cho việc dạy và học của các trường đạt chất lượng cao hơn. Các giáo trình này cũng rất bổ ích đối với đội ngũ kỹ thuật viên, công nhân kỹ thuật để nâng cao kiến thức và tay nghề cho mình.

Hy vọng nhận được sự góp ý của các trường và bạn đọc để những giáo trình được biên soạn tiếp hoặc lần tái bản sau có chất lượng tốt hơn. Mọi góp ý xin gửi về NXB Giáo dục - 81 Trần Hưng Đạo - Hà Nội.

VỤ THCN - DN

Mở đầu

Giáo trình Cơ kỹ thuật được biên soạn theo đề cương do Vụ THCN - DN, Bộ Giáo dục & Đào tạo xây dựng và thông qua. Nội dung được biên soạn theo tinh thần ngắn gọn, dễ hiểu. Các kiến thức trọng toàn bộ giáo trình có mối liên hệ logic chặt chẽ. Tuy vậy, giáo trình cũng chỉ là một phần trong nội dung của chuyên ngành đào tạo cho nên người dạy, người học cần tham khảo thêm các tài liệu có liên quan đối với ngành học để việc sử dụng giáo trình có hiệu quả hơn.

Khi biên soạn, chúng tôi đã cố gắng cập nhật những kiến thức mới có liên quan đến môn học và phù hợp với đối tượng sử dụng cũng như cố gắng gắn những nội dung lý thuyết với những vấn đề thực tế thường gặp trong sản xuất, đời sống để giáo trình có tính thực tiễn cao.

Nội dung của giáo trình được biên soạn với dung lượng 90 tiết, gồm ba phần:

Phần một: do GS. TS. Đỗ Sanh thực hiện - gồm 11 chương từ chương 1 đến chương 11 bao gồm các nội dung thuộc lĩnh vực Cơ học vật rắn - Cơ học lý thuyết.

Phần hai: do PGS. TS. Nguyễn Văn Vượng thực hiện - gồm 4 chương từ chương 12 đến chương 15 bao gồm các nội dung thuộc lĩnh vực Sức bền vật liệu.

Phần ba: do TS. Phan Hữu Phúc thực hiện - gồm 13 chương từ chương 16 đến chương 28 bao gồm các nội dung thuộc lĩnh vực Chi tiết máy.

Trong quá trình sử dụng, tùy theo yêu cầu cụ thể có thể điều chỉnh số tiết trong mỗi chương. Trong giáo trình, chúng tôi không đề ra nội dung thực tập của từng chương, vì trang thiết bị phục vụ cho thực tập của các trường không đồng nhất. Vì vậy, căn cứ vào trang thiết bị đã có của từng trường và khả năng tổ chức cho học sinh thực tập ở các xí nghiệp bên ngoài mà nhà trường xây dựng thời lượng và nội dung thực tập cụ thể - Thời lượng thực tập tối thiểu nói chung cũng không nên ít hơn thời lượng học lý thuyết của mỗi môn.

Giáo trình được biên soạn cho đối tượng là học sinh THCN, Công nhân lành nghề bậc 3/7 và nó cũng là tài liệu tham khảo bổ ích cho sinh viên Cao đẳng kỹ thuật cũng như Kỹ thuật viên đang làm việc ở các doanh nghiệp của nhiều lĩnh vực khác nhau.

Mặc dù chúng tôi đã rất cố gắng để tránh sai sót trong lúc biên soạn, nhưng chắc chắn vẫn còn những khiếm khuyết. Rất mong nhận được ý kiến đóng góp của người sử dụng để lần tái bản sau được hoàn chỉnh hơn. Mọi góp ý xin được gửi về: Nhà XBGD - 81 Trần Hưng Đạo, Hà Nội.

CÁC TÁC GIẢ

A - TĨNH HỌC

MỞ ĐẦU

Tĩnh học vật rắn có nhiệm vụ nghiên cứu trạng thái cân bằng của vật rắn (vật rắn tuyệt đối) dưới tác dụng của các lực. Hai vấn đề chính được nghiên cứu là:

1. Biến đổi một hệ lực đã cho thành một hệ lực khác tương đương với nó nhưng đơn giản hơn. Trên cơ sở đó tìm các dạng tương đương đơn giản nhất của hệ lực được gọi là các dạng chuẩn của hệ lực.

2. Thiết lập các điều kiện đối với hệ lực mà dưới tác dụng của nó vật rắn được cân bằng, chúng được gọi là các điều kiện cân bằng của hệ lực.

Để nghiên cứu các vấn đề này trước tiên cần nghiên cứu các khái niệm cơ bản và các định luật của tĩnh học.

Chương 1

CÁC KHÁI NIỆM CƠ BẢN VÀ CÁC ĐỊNH LUẬT TĨNH HỌC

1.1. CÁC KHÁI NIỆM CƠ BẢN

1.1.1. Vật rắn tuyệt đối

Vật rắn tuyệt đối là một tập hợp vô hạn các chất điểm mà khoảng cách giữa hai điểm bất kỳ luôn luôn không đổi. Đây là mô hình đơn giản nhất của vật thể, nó được xem xét khi biến dạng của nó có thể bỏ qua được do bé quá hoặc không đóng vai trò quan trọng đối với mục tiêu khảo sát. Vật rắn tuyệt đối được gọi tắt là vật rắn.

1.1.2. Cân bằng

Cân bằng là trạng thái đứng yên (không dịch chuyển) của vật rắn được khảo sát. Tuy nhiên nó có thể đứng yên đối với vật này nhưng lại không đứng yên đối với vật khác. Do đó cần phải chọn một vật làm chuẩn chung cho sự quan sát, vật đó được gọi là hệ quy chiếu. Trong tĩnh học hệ quy chiếu được chọn là hệ quy chiếu quán tính, tức là hệ quy chiếu thỏa mãn định luật quán tính của Galilê (ví dụ hệ quy chiếu đứng yên tuyệt đối), cân bằng như vậy gọi là cân bằng tuyệt đối.

1.1.3. Lực

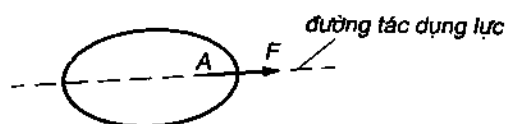
Lực là tương tác giữa các vật mà kết quả của nó gây nên sự biến đổi trạng thái chuyển động cơ học của vật thể (tức là sự thay đổi vị trí, bao gồm cả biến dạng) mà cân bằng chỉ là trường hợp riêng. Ví dụ, dưới tác dụng của lực vật đang đứng yên chuyển sang chuyển động, vật đang chuyển động thẳng đều sang chuyển động không đều, ... Kinh nghiệm và thực nghiệm xác nhận rằng lực được đặc trưng bởi các yếu tố sau:

a. *Điểm đặt của lực*: là điểm mà tại đó vật nhận được tác dụng từ vật khác.

b. *Phương và chiều của lực*: là phương và chiều chuyển động của chất điểm (vật thể có kích thước vô cùng bé) từ trạng thái yên nghỉ dưới tác động cơ học.

c. *Cường độ của lực*: là số đo độ mạnh yếu của tương tác cơ học. Đơn vị của lực là Niuton, ký hiệu là N và các bội số của nó như: kilô Niuton, ký hiệu là kN ($1\text{kN} = 10^3\text{ N}$), mega Niuton, ký hiệu là MN ($1\text{MN} = 10^6\text{ N}$). Mô hình toán học của lực là vectơ lực, ký hiệu là $\vec{F}$. Điểm gốc (điểm đặt) của vectơ lực là điểm đặt của lực.

Phương và chiều của vectơ lực là phương và chiều tác dụng lực. Môđun của vectơ lực biểu diễn cường độ tác dụng của lực (với tỉ lệ xích được chọn trước). Giá mang vectơ lực được gọi là đường tác dụng lực (hình 1.1).

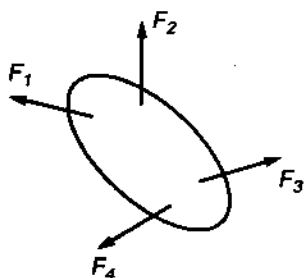


Hình 1.1. Biểu diễn lực tác dụng lên vật thể.

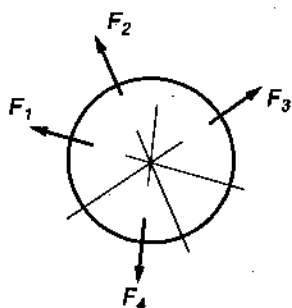
1.1.4. Các định nghĩa khác

a. *Hệ lực*: là tập hợp nhiều lực tác dụng lên một vật rắn: $(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_N)$ (hình 1.2).

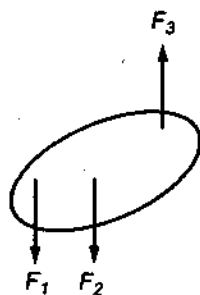
Tuỳ thuộc đường tác dụng của các lực nằm trong cùng một mặt phẳng hay không cùng một mặt phẳng chúng ta có hệ lực phẳng hay hệ lực không gian. Cũng tuỳ thuộc đường tác dụng gặp nhau hoặc song song với nhau ta có hệ lực đồng quy (hình 1.3), hay hệ lực song song (hình 1.4).



Hình 1.2. Hệ lực tác dụng lên vật thể.



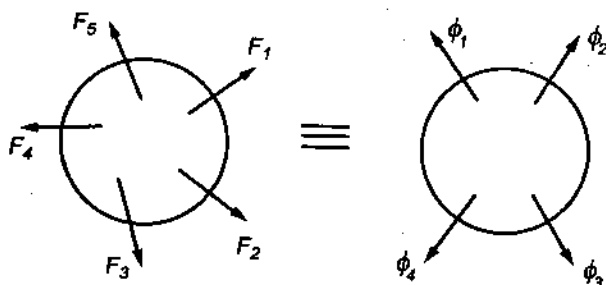
Hình 1.3



Hình 1.4

Hai hệ lực được gọi là tương đương khi chúng gây cho cùng một vật rắn các trạng thái chuyển động cơ học như nhau (hình 1.5).

Kí hiệu: $\varphi(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_N) \equiv \psi(\vec{\phi}_1, \vec{\phi}_2, \dots, \vec{\phi}_k)$



Hình 1.5

Hợp lực của hệ: là một lực duy nhất tương đương với hệ lực. Gọi $\vec{R}$ là hợp lực của hệ lực $\varphi(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_N)$ thì (hình 1.6):

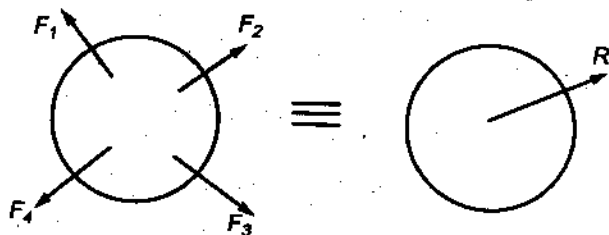
$$\vec{R} \equiv \varphi(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_N)$$

Hệ lực cân bằng: là hệ lực mà dưới tác dụng của nó vật rắn nằm ở vị trí cân bằng:

$$\varphi(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_N) \equiv 0$$

b. Ngẫu lực: là một hệ lực gồm hai lực song song, ngược chiều và cùng cường độ (hình 1.7).

Một ngẫu lực đặc trưng bởi các yếu tố sau:

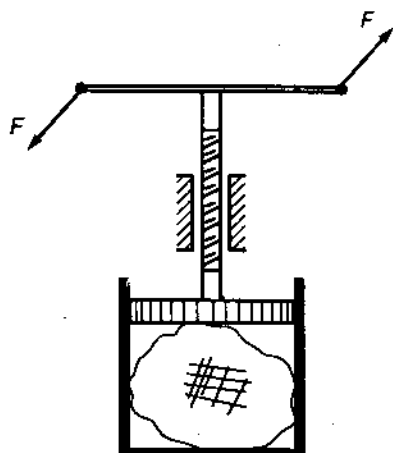


Hình 1.6

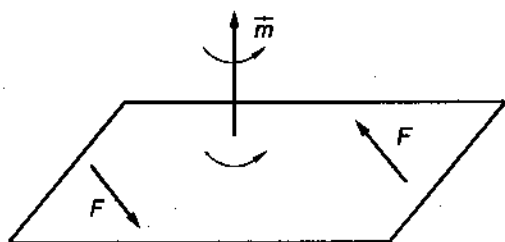
- Mặt phẳng tác dụng của ngẫu lực là mặt phẳng chứa hai lực thành phần của ngẫu lực, gọi tắt là mặt phẳng ngẫu lực.

- Chiều quay của ngẫu lực trong mặt phẳng ngẫu lực: hoặc thuận với chiều kim đồng hồ hoặc ngược lại.

- Cường độ tác dụng của ngẫu lực: được đặc trưng bởi tích số $F.d$ được gọi là trị số mômen của ngẫu lực, trong đó F là trị số của các lực thành phần, d là khoảng cách vuông góc giữa hai lực thành phần, được gọi là tay đòn ngẫu lực. Đơn vị ngẫu lực là Niuton-mét, ký hiệu Nm và các bội số của nó như kilôniuton.mét (kN.m), meganiuton.mét (MN.m).



Hình 1.7



Hình 1.8

Trong hệ lực không gian ngẫu lực được biểu diễn bằng vectơ mômen ngẫu lực, ký hiệu là $\vec{m}$, nó được xác định (hình 1.8):

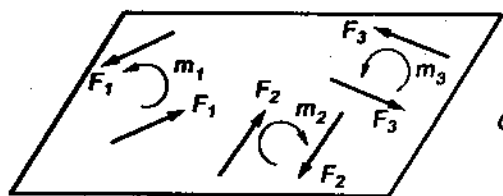
- Phương: vuông góc với mặt phẳng ngẫu lực.
- Chiều: nhìn từ ngọn xuống gốc của vectơ thấy chiều quay của ngẫu lực ngược chiều quay của kim đồng hồ.
- Môđun của vectơ mômen ngẫu lực bằng trị số mômen ngẫu lực, tức bằng $F.d$.

Quy ước gốc của vectơ $\vec{m}$ nằm trên mặt phẳng ngẫu lực.

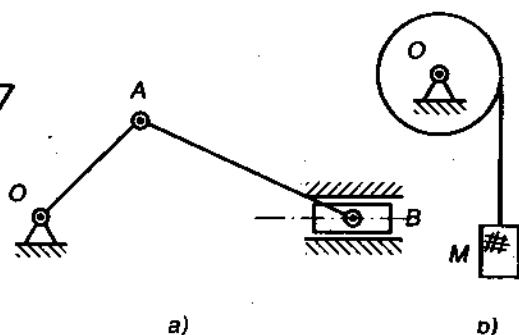
Trong trường hợp các ngẫu lực tác dụng trong cùng một mặt phẳng hoặc trong các mặt phẳng song song với nhau, ngẫu lực được biểu diễn qua mômen đại số ngẫu lực, ký hiệu $\vec{m} = \pm F.d$, lấy dấu "+" khi chiều quay ngẫu lực ngược chiều kim đồng hồ và lấy dấu "-" trong trường hợp ngược lại. Thí dụ (hình 1.9):

$$\vec{m}_1 = + F_1 \cdot d_1; \vec{m}_2 = - F_2 \cdot d_2; \vec{m}_3 = + F_3 \cdot d_3$$

c. Liên kết và phản liên kết (hình 1.10a, b)

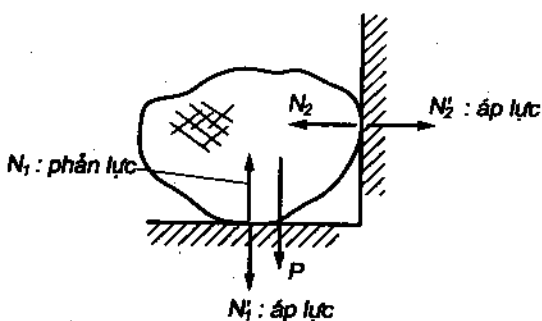
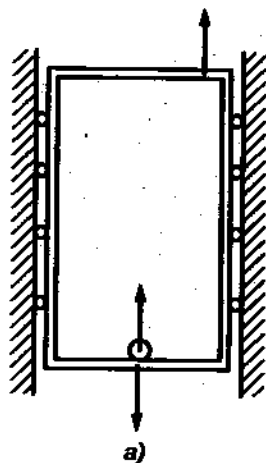


Hình 1.9



Hình 1.10

Liên kết là những điều kiện ràng buộc di chuyển của vật. Trong tĩnh học các điều kiện ràng buộc được thực hiện bằng sự tiếp xúc hoặc nối (bản lề, dây, ...) trực tiếp giữa các vật. Các vật chịu liên kết được gọi là những vật không tự do. Lực tác dụng tương hỗ giữa các vật liên kết với nhau được gọi là lực liên kết. Các lực không phải là lực liên kết được gọi là lực đặt vào (lực hoạt động). Đối với một vật thì lực do các vật khác tác dụng lên nó được gọi các phản lực liên kết, còn các lực do nó tác dụng lên vật liên kết với nó (thường là liên kết tựa) được gọi là áp lực (hình 1.11 a, b).

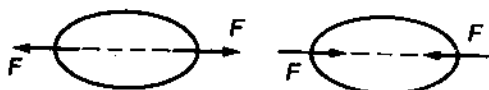


Hình 1.11 b)

1.2. CÁC ĐỊNH LUẬT TĨNH HỌC

Định luật 1 (định luật về hai lực cân bằng):

Điều kiện cần và đủ để một vật rắn nằm cân bằng dưới tác dụng của hai lực là hai lực có cùng đường tác dụng, ngược chiều và cùng cường độ.



Hình 1.12

Hai lực thoả mãn điều kiện này được gọi là hai lực cân bằng (hình 1.12).

Định luật 2: (định luật thêm bớt hai lực cân bằng)

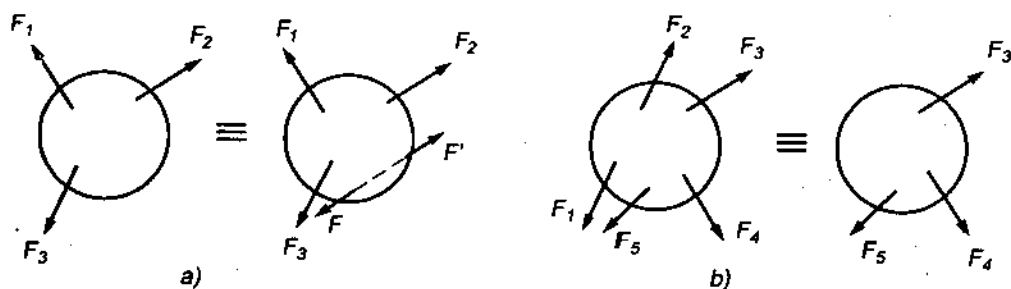
Tác dụng của hệ lực không thay đổi nếu thêm vào hoặc bớt đi hai lực cân bằng.

Như vậy nếu $(\vec{F}, \vec{F}')$ là hai lực cân bằng thì (hình 1.13a):

$$\varphi(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_N) \equiv \varphi'(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_N, \vec{F}, \vec{F}')$$

Hoặc nếu hệ lực có hai lực $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$ cân bằng nhau thì (hình 1.13b):

$$\varphi(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_N) \equiv \varphi''(\vec{F}_3, \vec{F}_4, \dots, \vec{F}_N).$$



Hình 1.13

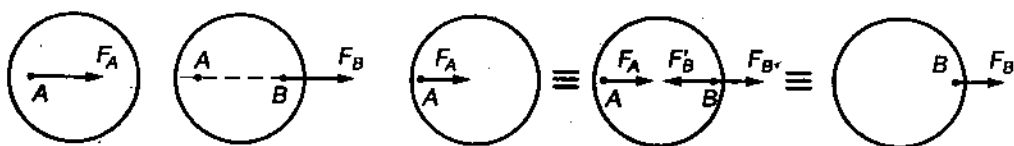
Hệ quả: (định lý trượt lực)

Tác dụng của lực lên vật rắn không thay đổi khi trượt lực trên đường tác dụng của nó (hình 1.14).

Thực vậy, khi thêm hai lực cân bằng $(\vec{F}_B, \vec{F}'_B)$ tại B có cùng cường độ với lực $\vec{F}_A$ ta có (hình 1.15):

$$(\vec{F}_A) \equiv (\vec{F}_B, \vec{F}'_B, \vec{F}_A)$$

Hai lực $\vec{F}_B$ và $\vec{F}_A$ là hai lực cân bằng nhau, nên dựa vào định luật 2 có thể bớt hai lực này. Vậy: $\vec{F}_B \equiv \vec{F}_A$.



Hình 1.14

Hình 1.15

Như vậy trong trường hợp vật rắn (và chỉ đối với vật rắn) điểm đặt của lực không cần chú ý. Chỉ có đường tác dụng của lực là quan trọng. Lực trong tĩnh học vật rắn có tính chất của vectơ trượt.

Định luật 3: (định luật về quy tắc hình bình hành lực)

Hai lực tác dụng lên vật rắn tại một điểm tương đương với một lực tác dụng tại cùng điểm đó và có vectơ lực bằng vectơ chéo của hình bình hành có hai cạnh là hai vectơ lực của các lực đã cho (hình 1.16).

Nhờ định luật này cho phép sử dụng phép tính cộng vectơ để cộng lực. Do hệ quả trượt lực, điều kiện hai lực đặt tại một điểm có thể mở rộng thành điều kiện hai đường tác dụng của hai lực gặp nhau.

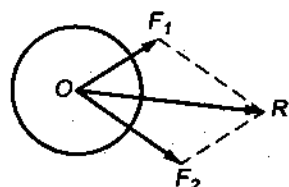
Định luật 4: (định luật tác dụng và phản tác dụng)

Lực tác dụng và lực phản tác dụng giữa hai vật có cùng cường độ, cùng đường tác dụng và hướng ngược chiều nhau (hình 1.17).

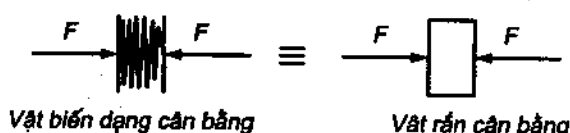
Chú ý rằng lực tác dụng và phản lực tác dụng không phải là hai lực cân bằng vì chúng không tác dụng lên cùng một vật rắn. Định luật tác dụng và phản tác dụng đúng cho mọi hệ quy chiếu (quán tính và không quán tính) và làm cơ sở cho việc mở rộng các kết quả đã khảo sát đối với một vật cho vật khác trong bài toán hệ vật.

Định luật 5: (định luật hoá rắn)

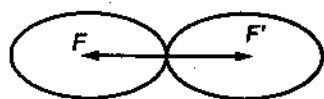
Một vật biến dạng cân bằng dưới tác dụng của một hệ lực thì khi “hoá rắn” nó vẫn cân bằng, (hình 1.18).



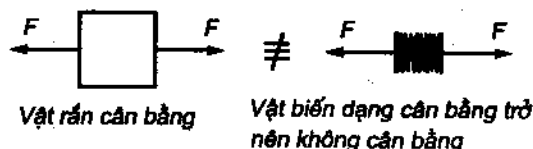
Hình 1.16



Hình 1.18



Hình 1.17



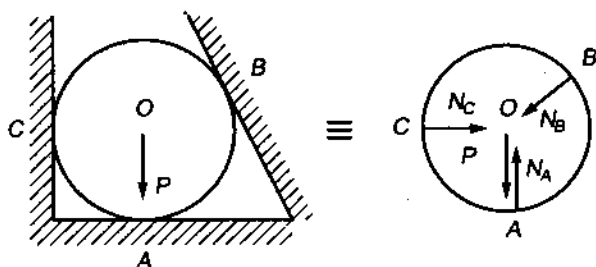
Hình 1.19

Như vậy hệ lực tác dụng lên “vật biến dạng đã cân bằng” cũng thoả mãn các điều kiện của hệ lực tác dụng lên vật rắn cân bằng. Điều này cho phép sử dụng các điều kiện cân bằng của vật rắn cho vật biến dạng đã cân bằng. Tuy nhiên đó chỉ là điều kiện cần chứ không phải là điều kiện đủ, tức có hệ lực làm cho vật rắn cân bằng nhưng lại làm cho “vật biến dạng đã cân bằng” trở

nên không cân bằng (hình 1.19). Để khảo sát bài toán cân bằng của vật biến dạng, ngoài các điều kiện cân bằng của vật rắn cần thêm các giả thiết về biến dạng (ví dụ sử dụng định luật Húc trong Sức bền vật liệu).

Định luật 6: (định luật thay thế liên kết)

Vật không tự do cân bằng có thể được xem là vật tự do cân bằng bằng cách giải phóng tất cả các liên kết và thay thế tác dụng các liên kết được giải phóng bằng các phản lực liên kết thích hợp, (hình 1.20).

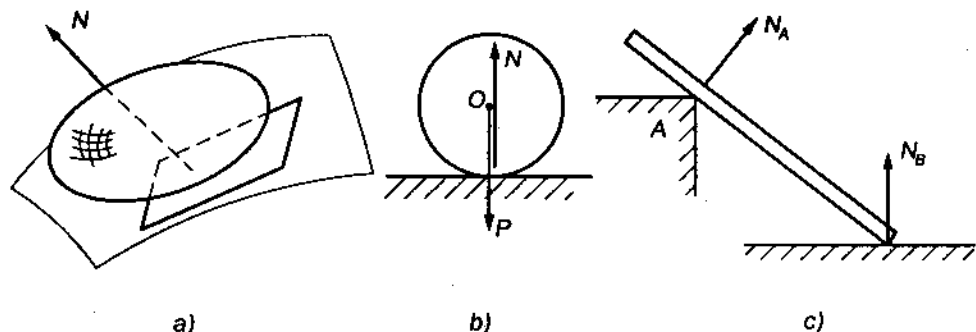


Hình 1.20

Chú ý rằng các phản lực liên kết là do liên kết sinh ra để ứng phó với các lực đặt vào. Chúng là các ẩn trong bài toán tĩnh học. Trong một số trường hợp dựa vào kết cấu của các liên kết có thể đoán nhận được phương và chiều của các phản lực liên kết, còn trong mọi trường hợp trị số của chúng là chưa biết.

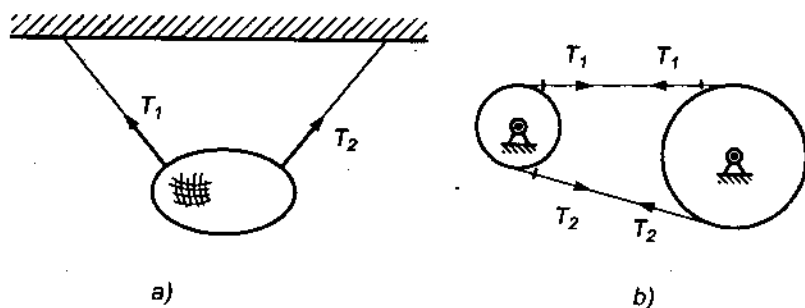
Một số quy tắc xác định các đặc trưng (phương và chiều) của phản lực liên kết đối với một số liên kết thường gặp.

a. Liên kết tựa (không ma sát): hai vật trực tiếp tựa lên nhau, tiếp xúc theo bề mặt, hoặc đường hoặc điểm: phản lực tựa có phương vuông góc với mặt tựa (hoặc đường tựa), có chiều cản trở (theo phương pháp tuyến) di chuyển của vật (hình 1.21a, b, c).



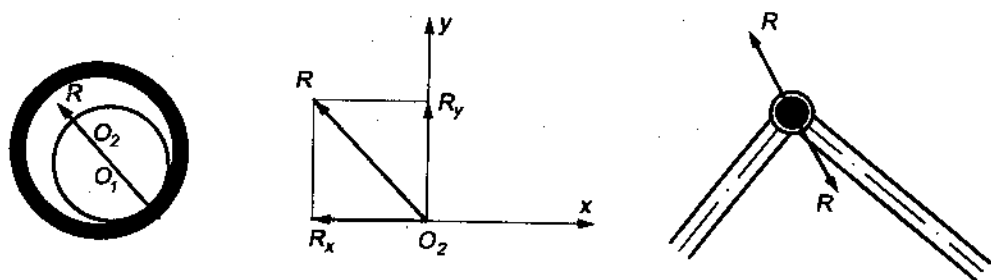
Hình 1.21

b. Liên kết dây mềm, thẳng và không đàn: phản lực của dây tác dụng lên vật khảo sát đặt vào điểm buộc dây và hướng vào dây. Phản lực của vật rắn tác dụng lên dây được gọi là sức căng dây, ký hiệu là T . Sức căng dây hướng dọc dây và hướng ra đối với mặt cắt dây, làm dây luôn ở trạng thái căng, (hình 1.22).



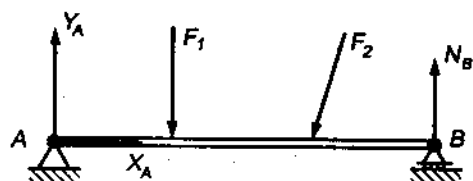
Hình 1.22

c. *Liên kết bản lề*: hai vật có liên kết bản lề khi chúng có trục (chốt) chung, có thể quay đối với nhau. Trong trường hợp này hai vật tựa vào nhau theo đường nhưng điểm tựa chưa được xác định. Phản lực liên kết $\vec{R}$ đi qua tâm của trục và có phương, chiều chưa được xác định. Phản lực được phân thành hai thành phần vuông góc với nhau ($\vec{R}_x \perp \vec{R}_y$), nằm trong mặt phẳng thẳng góc với đường trục tâm của bản lề (hình 1.23).

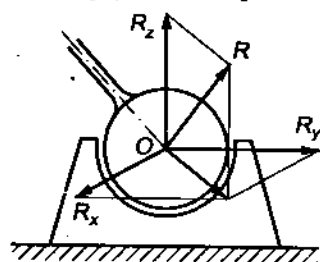


Hình 1.23

d. *Liên kết gối*: dùng để đỡ các dầm, khung, ... Có loại gối cố định và gối con lăn. Phản lực liên kết của gối cố định được xác định như liên kết bản lề, còn phản lực liên kết của gối con lăn được tìm theo quy tắc của phản lực liên kết tựa (hình 1.24).



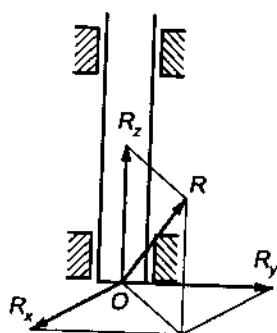
Hình 1.24



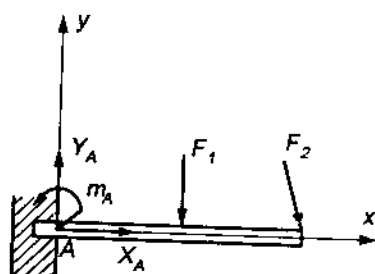
Hình 1.25

e. *Liên kết gối cầu*: được thực hiện nhờ một quả cầu gắn vào đầu một vật gây liên kết. Phản lực gối cầu đi qua tâm O của vỏ cầu, còn phương và chiều chưa được xác định. Thường phản lực gối cầu được phân thành ba thành phần vuông góc ($\vec{R}_x, \vec{R}_y, \vec{R}_z$) (hình 1.25).

Trường hợp liên kết cối (ổ chắn) tương tự như liên kết gối cầu đã trình bày trên, nghĩa là chỉ biết điểm đặt của phản lực liên kết, còn phương chiều của nó chưa được xác định. Do vậy phản lực được phân thành ba thành phần vuông góc với nhau, trong đó có một thành phần hướng theo phương bị chắn còn hai thành phần khác nằm trong mặt phẳng vuông góc với các phương bị chắn (hình 1.26).



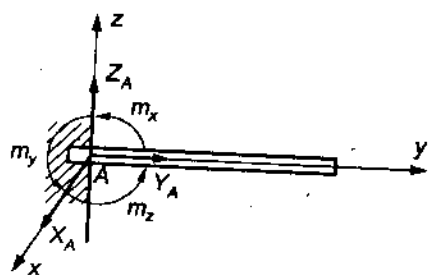
Hình 1.26



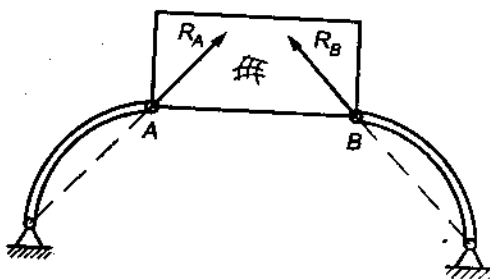
Hình 1.27

g. **Liên kết ngàm:** là liên kết khi vật được nối cứng vào một vật khác (ví dụ trường hợp hai vật được hàn cứng với nhau). Trong trường hợp ngàm phẳng (hệ lực khảo sát là hệ lực phẳng), phản lực liên kết gồm hai lực thẳng góc với nhau và một ngẫu lực nằm trong mặt phẳng chứa hai thành phần lực và cũng là mặt phẳng tác dụng của hệ lực (hình 1.27).

Đối với ngàm không gian (hệ lực khảo sát là hệ lực không gian) phản lực liên kết gồm ba thành phần lực vuông góc với nhau (dọc 3 trục tọa độ) và ba thành phần ngẫu lực trong 3 mặt phẳng tọa độ (hình 1.28).



Hình 1.28



Hình 1.29

h) **Liên kết thanh:** được thực hiện nhờ các thanh thỏa mãn các điều kiện sau: chỉ có lực tác dụng ở hai đầu, còn dọc thanh không có lực tác dụng và trọng lượng thanh được bỏ qua (ví dụ các thanh không trọng lượng, liên kết bằng các liên kết trụ hoặc cầu). Phản lực có phương qua hai điểm chịu lực (hình 1.29).

Nói chung liên kết có thể có kết cấu đa dạng, xác định phương chiều của phản lực liên kết trong trường hợp chung theo quy tắc sau: tương ứng với

hướng di chuyển thẳng bị ngăn trở có phản lực ngược chiều, tương ứng với hướng di chuyển quay bị ngăn trở có ngẫu phản lực ngược chiều.

1.3. CÁC HỆ QUẢ

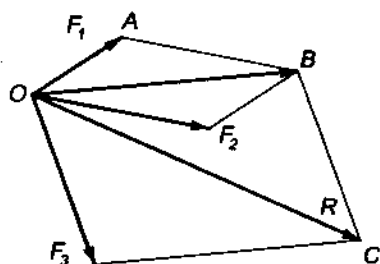
Từ các định luật đã nêu trên ta nhận được các kết quả sau:

1.3.1. Hợp các lực đồng quy

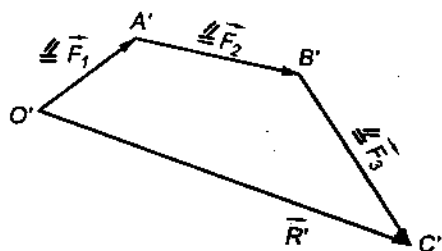
Giả sử các lực có điểm đặt tại O (trường hợp đường tác dụng các lực gặp nhau tại O thì áp dụng hệ quả trượt lực để đưa về trường hợp này): áp dụng trực tiếp định luật về hình bình hành lực ta tìm được hợp lực $\vec{R}$ của hệ lực (hình 1.30). Vậy:

Hợp lực đi qua điểm đồng quy O và có vectơ lực:

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_N = \sum_{K=1}^N \vec{F}_K \quad (1-1)$$



Hình 1.30



Hình 1.31

Để xác định vectơ lực của hợp lực có thể sử dụng phương pháp vẽ (hình 1.31) hoặc phương pháp xác định hình chiếu của nó trên ba trục vuông góc (hình 1.32).

a. *Phương pháp vẽ*: hợp lực được biểu diễn bằng vectơ khép kín của đa giác lực, nó được xây dựng như sau: từ đầu mút A của vectơ biểu diễn lực $\vec{F}_1$ vẽ vectơ $\vec{AB}$ song song và bằng vectơ lực $\vec{F}_2$, từ B vẽ vectơ $\vec{BC}$ song song và bằng vectơ $\vec{F}_3$ và cứ thế tiếp tục cho đến lực cuối cùng $\vec{F}_N (N=3)$. Đa giác OABC là đa giác lực của hệ ba lực $(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3)$.

Vì hợp lực phải đi qua điểm O nên đa giác lực không cần thiết phải vẽ xuất phát điểm đồng quy O mà có thể từ một điểm O' tùy ý (hình 1.31). Hợp lực của hệ lực đồng quy được biểu diễn bằng vectơ khép kín của đa giác lực đặt tại điểm đồng quy O. Phương pháp này được gọi là phương pháp vẽ đa giác lực.

b. Phương pháp hình chiếu (hình 1.32).

Khi chiếu hai vế của đẳng thức vectơ (1-1) lên ba trục tọa độ vuông góc ta được:

$$\begin{aligned} R_x &= F_{1x} + F_{2x} + \dots + F_{Nx} = \sum_{k=1}^N F_{kx} \\ R_y &= F_{1y} + F_{2y} + \dots + F_{Ny} = \sum_{k=1}^N F_{ky} \\ R_z &= F_{1z} + F_{2z} + \dots + F_{Nz} = \sum_{k=1}^N F_{kz} \end{aligned} \quad (1-2)$$

Từ đây có thể xác định trị số, phương và chiều của vectơ hợp lực.

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2} = \sqrt{\left(\sum_{k=1}^N F_{kx}\right)^2 + \left(\sum_{k=1}^N F_{ky}\right)^2 + \left(\sum_{k=1}^N F_{kz}\right)^2} \quad (1-3)$$

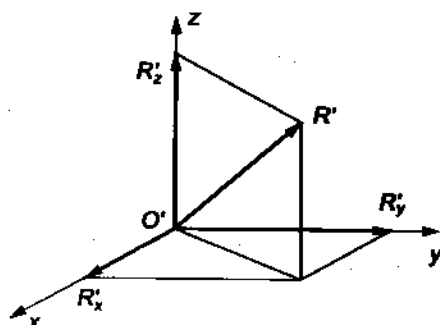
$$\cos(Ox, \vec{R}) = \frac{R_x}{R}; \cos(Oy, \vec{R}) = \frac{R_y}{R}; \cos(Oz, \vec{R}) = \frac{R_z}{R} \quad (1-4)$$

Vectơ khép kín $\vec{R'}$ của đa giác lực xuất phát từ một điểm O' bất kỳ được gọi là vectơ chính của hệ lực, ký hiệu là $\vec{R'}$.

$$\vec{R'} = \sum_{k=1}^N \vec{F_k} \quad (1-5)$$

Vậy ta có định lý:

Định lý 1-1: Hợp lực của hệ lực đồng quy được biểu diễn bằng vectơ chính của hệ lực đặt tại điểm đồng quy.



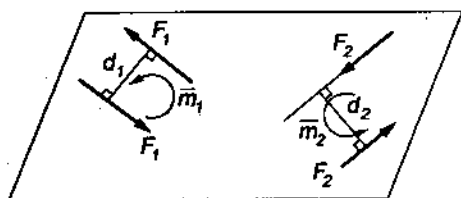
Hình 1.32

1.3.2. Các định lý biến đổi tương đương ngẫu lực

Định lý 1-2: Hai ngẫu lực cùng nằm trên một mặt phẳng, có cùng chiều quay và cùng trị số mômen (tức có cùng mômen đại số) thì tương đương nhau (hình 1.33).

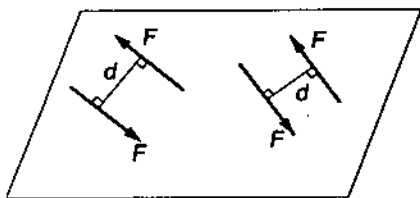
Chứng minh định lý này có thể tìm trong [4]. Từ định lý này có thể suy ra trực tiếp hai hệ quả.

Hệ quả 1: Tác dụng ngẫu lực không thay đổi khi dời tùy ý nó (giữ nguyên chiều quay và trị số mômen) trong mặt phẳng ngẫu lực (hình 1.34).



$$NL(\vec{F}_1, \vec{F}_2) \equiv NL(\vec{F}_2, \vec{F}_1) \Leftrightarrow \vec{m}_1 = \vec{m}_2$$

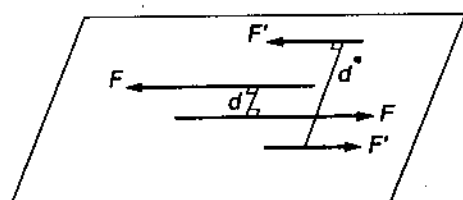
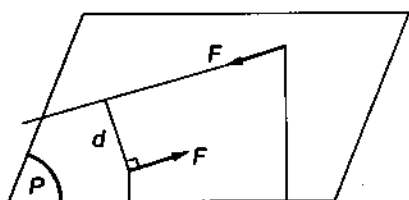
Hình 1.33



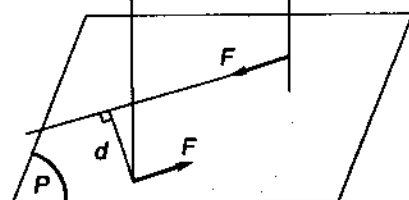
Hình 1.34

Hệ quả 2: Có thể thay đổi tay đòn của ngẫu lực mà tác dụng của nó không thay đổi nếu giữ nguyên chiều quay và trị số mômen (hình 1.35).

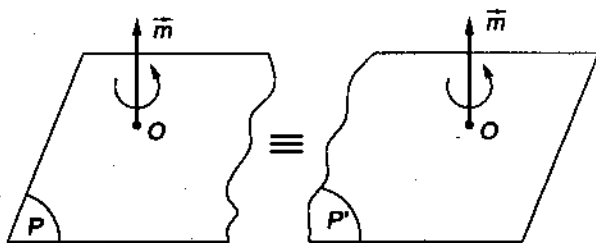
Định lý 1-3: Tác dụng của ngẫu lực không thay đổi khi nó được dời đến các mặt phẳng song song (hình 1.36).



Hình 1.35



Hình 1.36



Hình 1.37

Chứng minh định lý này có thể tìm trong [4]. Từ các định lý trên ta đi đến các kết luận sau:

a. Vectơ mômen ngẫu lực $\vec{m}$ là vectơ tự do (hình 1.37)

b. Tác dụng của ngẫu lực không thay đổi khi tác động lên nó các phép biến đổi không làm thay đổi vectơ mômen của nó (dời tùy ý ngẫu lực trong mặt phẳng tác dụng, dời đến các mặt phẳng song song, thay đổi tay đòn và lực thành phần, ...).

c. Tác dụng ngẫu lực được đặc trưng hoàn toàn bằng vectơ mômen của nó.

Định lý 1-4: Hợp hai ngẫu lực được một ngẫu lực có vectơ mômen bằng tổng các vectơ mômen của hai ngẫu lực đã cho (hình 1.38):

$$\vec{m} = \vec{m}_1 + \vec{m}_2$$

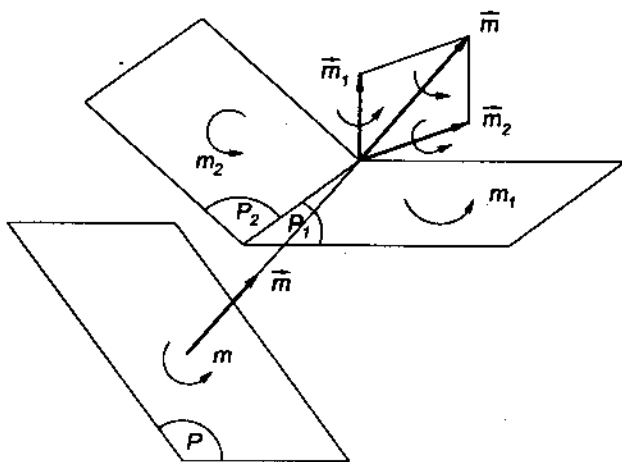
Suy ra cho trường hợp hợp N ngẫu lực $\vec{m}_1, \vec{m}_2, \dots, \vec{m}_N$ ta được ngẫu lực tổng cộng có vectơ mômen $\vec{m}$:

$$\vec{m} = \sum_{k=1}^N \vec{m}_k \quad (1-6)$$

Khi hợp các ngẫu lực nằm trong cùng một mặt phẳng ta được một ngẫu lực nằm trong mặt phẳng đã cho, có mômen đại số bằng tổng các mômen đại số của các ngẫu lực đã cho:

$$\vec{m} = \sum_{k=1}^N \vec{m}_k \quad (1-7)$$

Trong tĩnh học vật rắn lực và ngẫu lực là hai yếu tố cơ bản. Lực là vectơ trượt còn ngẫu lực là vectơ tự do.



Hình 1.38

CÂU HỎI ÔN TẬP

- 1) Nêu các khái niệm cơ bản ? Phát biểu các định luật về tĩnh học - ý nghĩa và vai trò của từng định luật ?
- 2) Định nghĩa về liên kết và phản lực liên kết ? Nêu phương pháp xác định (vẽ) các phản lực liên kết tựa (không ma sát), liên kết gối (gối con lăn và gối cố định), liên kết dây, liên kết bản lề trục, bản lề cầu, liên kết ngàm ?
- 3) Nêu các phép biến đổi tương đương về lực ? Tại sao lực được biểu diễn bằng vectơ trượt ?
- 4) Định nghĩa ngẫu lực ? Các yếu tố đặc trưng cho ngẫu lực ? Nêu các phép biến đổi tương đương về ngẫu lực: mômen đại số của ngẫu lực; vectơ mômen ngẫu lực ? Tại sao ngẫu lực được biểu diễn bằng một vectơ tự do ?
- 5) Xác định ngẫu lực tương đương với hệ lực đã cho (trường hợp hệ ngẫu lực phẳng; hệ ngẫu lực không gian) ?

Chương 2

HỆ LỰC PHẪNG

Hệ lực phẳng là tập hợp các lực tác dụng lên cùng một vật rắn và có đường tác dụng cùng nằm trong một mặt phẳng (hình 2.1).

2.1. VÉCTƠ CHÍNH VÀ MÔMEN CHÍNH CỦA HỆ LỰC PHẪNG

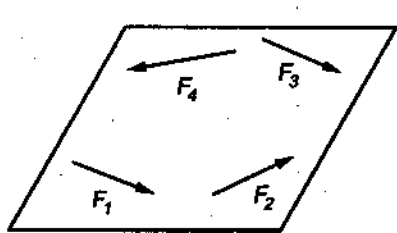
2.1.1. Vectơ chính của hệ lực phẳng

Cho hệ lực phẳng $(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_N)$ (hình 2.1)

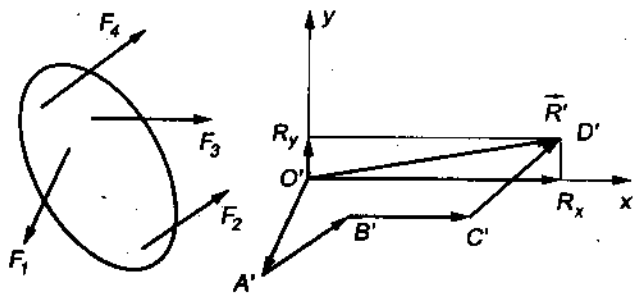
a. Định nghĩa: Vectơ chính của hệ lực ký hiệu $\vec{R}$, là vectơ tổng của các vectơ lực của hệ lực:

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_N = \sum_{K=1}^N \vec{F}_K \quad (2-1)$$

b. Xác định vectơ chính: Có thể sử dụng phương pháp vẽ đa giác lực (xem phần 1.3.1a).



Hình 2.1



Hình 2.2

Trong trường hợp này đa giác lực là đa giác phẳng (hình 2.2). Cũng có thể xác định vectơ chính qua các hình chiếu của nó trên hai trục toạ độ vuông góc:

$$\begin{aligned} R'_x &= F_{1x} + F_{2x} + \dots + F_{Nx} = \sum_{k=1}^N F_{kx} \\ R'_y &= F_{1y} + F_{2y} + \dots + F_{Ny} = \sum_{k=1}^N F_{ky} \end{aligned} \quad (2-2)$$

Trị số, phương và chiều của vectơ chính được xác định theo công thức:

$$R' = \sqrt{R_x'^2 + R_y'^2}; \cos(Ox, \vec{R}') = \frac{R_x'}{R'}; \cos(Oy, \vec{R}') = \frac{R_y'}{R'} \quad (2-3)$$

2.1.2. Mômen chính của hệ lực phẳng đối với một điểm

a. *Mômen của một lực đối với một điểm*: mômen của một lực đối với điểm O, ký hiệu $\vec{m}_0(\vec{F})$ là một đại lượng đại số (hình 2.3):

$$\vec{m}_0(\vec{F}) = \pm Fd, \quad (2-4)$$

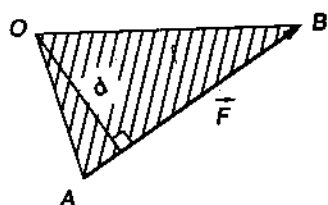
trong đó: F là trị số của lực, d là khoảng cách thẳng góc từ O đến đường tác dụng của lực được gọi là tay đòn mômen, lấy dấu "+" khi lực có chiều quay quanh O ngược với chiều kim đồng hồ và lấy dấu "-" trong trường hợp ngược lại.

Trong trường hợp trên (hình 2.3) thì:

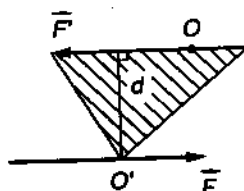
$$\vec{m}_0(\vec{F}) = +Fd$$

Mômen của lực đối với điểm bằng không khi lực đi qua điểm lấy mômen ($d = 0$). Về trị số mômen của lực đối với điểm bằng hai lần diện tích của tam giác có đỉnh là điểm lấy mômen, có cạnh đáy là vectơ lực:

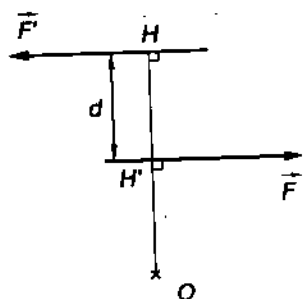
$$|\vec{m}_0(\vec{F})| = 2dt \Delta OAB$$



Hình 2.3



Hình 2.4



Hình 2.5

Chú ý: Mômen của ngẫu lực bằng mômen của một lực thành phần đối với điểm nằm trên đường tác dụng của lực thành phần kia, tức là (hình 2.4):

$$\vec{m} = -Fd = \vec{m}_0(\vec{F}) = \vec{m}_{O'}(\vec{F}') \quad (2-5)$$

O nằm trên đường tác dụng của $(\vec{F}')$, còn O' nằm trên đường tác dụng của lực $\vec{F}$.

- Mômen của ngẫu lực $(\vec{F}, \vec{F}')$ đối với một điểm O bất kỳ (tức tổng mômen của các lực $\vec{F}$ và $\vec{F}'$ đối với điểm O) chính bằng mômen của ngẫu lực (hình 2.5):

$$\vec{m} = Fd = F(OH - OH') = F.OH - F.OH' = F'.OH - F'.OH' = \vec{m}_0(\vec{F}) + \vec{m}_0(\vec{F}')$$

b. *Mômen chính của hệ lực phẳng đối với điểm O* là đại lượng đại số, ký hiệu $\vec{m}^0$, bằng tổng mômen của các lực của hệ lực đối với điểm O:

$$\vec{m}^0 = \vec{m}_0(\vec{F}_1) + \vec{m}_0(\vec{F}_2) + \dots + \vec{m}_0(\vec{F}_N) = \sum_{k=1}^N \vec{m}_0(\vec{F}_k) \quad (2-6)$$

Nhận xét:

- Vectơ chính là vectơ tự do, còn mômen chính phụ thuộc vào điểm lấy mômen, nghĩa là mômen chính đối với hai điểm khác nhau sẽ khác nhau:

$$\vec{m}^{O'} = \vec{m}^0 + \vec{m}_{O'}(\vec{R}_0'), \quad (2-7)$$

trong đó: $\vec{m}^0$ và $\vec{m}^{O'}$ là mômen chính của hệ lực đối với điểm O và O' tương ứng, còn $\vec{m}_{O'}(\vec{R}_0')$ là mômen đối với điểm O' của vectơ chính đặt tại O.

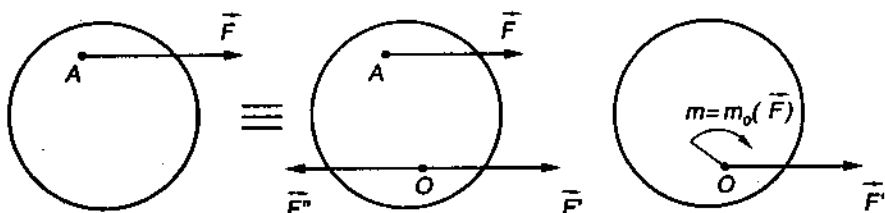
- Đối với hệ lực đồng quy thì mômen chính của hệ lực đối với điểm đồng quy bằng 0. Đối với hệ ngẫu lực thì vectơ chính của hệ ngẫu lực luôn luôn bằng 0, còn mômen chính của hệ ngẫu lực đối với điểm bất kỳ nào cũng bằng mômen của ngẫu lực tổng cộng, tức bằng tổng mômen các ngẫu lực thành phần của hệ ngẫu lực.

2.2. THU GỌN HỆ LỰC PHẪNG

2.2.1. Định lý dời lực song song

Định lý 2-1: Lực $\vec{F}$ tác dụng tại A tương đương với tác dụng của nó tại O (lực $\vec{F}'$) và một ngẫu lực có mômen bằng mômen của lực $\vec{F}$ đối với điểm O.

$$\vec{F} \equiv \vec{F}' \quad \text{và} \quad \vec{m} = \vec{m}_0(\vec{F}) \quad (2-8)$$



Hình 2.6

Chứng minh: Đặt tại O hai lực cân bằng $(\vec{F}', \vec{F}'')$ có cùng trị số với lực $\vec{F}$. Theo định luật 2 (chương 1), ta có:

$$\vec{F} \equiv (\vec{F}', \vec{F}'', \vec{F}) \equiv \vec{F}' \quad \text{và} \quad (\vec{F}, \vec{F}'')$$

$(\vec{F}, \vec{F}'')$ là một ngẫu lực có mômen $\vec{m} = \vec{m}_0(\vec{F})$ theo (2-5).

Vậy (2-8) đã được chứng minh (hình 2.6).

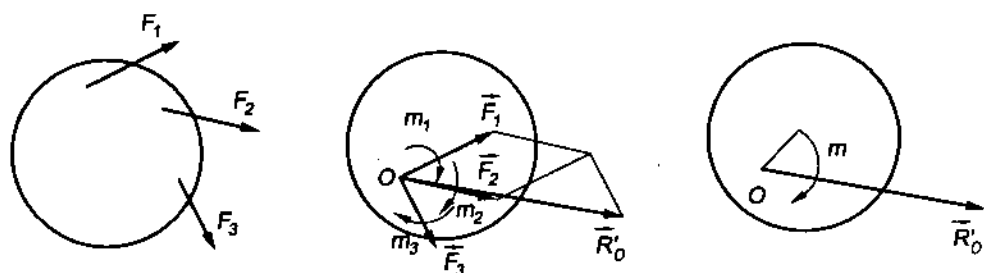
2.2.2. Thu gọn hệ lực phẳng về tâm O

Lấy một điểm O trong mặt phẳng tác dụng của hệ lực gọi là tâm thu gọn. Sử dụng định lý dời lực song song để dời các lực về tâm O (hình 2.7).

$$\vec{F}_1 \equiv \vec{F}_1' \text{ và ngẫu lực } \overline{m}_1 = \overline{m}_0(\vec{F}_1)$$

$$\vec{F}_2 \equiv \vec{F}_2' \text{ và ngẫu lực } \overline{m}_2 = \overline{m}_0(\vec{F}_2)$$

$$\vec{F}_N \equiv \vec{F}_N' \text{ và ngẫu lực } \overline{m}_N = \overline{m}_0(\vec{F}_N)$$



Hình 2.7

Như vậy thu gọn hệ lực $(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_N)$ về tâm O ta được hệ lực $(\vec{F}_1', \vec{F}_2', \dots, \vec{F}_N')$ đồng quy tại O và hệ ngẫu lực phẳng $(\overline{m}_1, \overline{m}_2, \dots, \overline{m}_N)$.

Như đã biết, hệ lực đồng quy có hợp lực qua O, được biểu diễn bằng vectơ chính của nó đặt tại O (vectơ chính của hệ lực đồng quy thu về O và vectơ chính của hệ lực phẳng đã cho bằng nhau).

$$\vec{R}_0' = \sum_{k=1}^N \vec{F}_k' = \sum_{k=1}^N \vec{F}_k = \vec{R}', \quad (2-9)$$

trong đó: $\vec{R}_0'$ là hợp lực của hệ lực đồng quy thu về O, còn $\vec{R}'$ là vectơ chính của hệ lực phẳng đã cho. Hệ ngẫu lực phẳng $(\overline{m}_1, \overline{m}_2, \dots, \overline{m}_N)$ theo định lý 1.4 tương đương với một ngẫu lực $\overline{m}$ nằm trong mặt phẳng của hệ lực:

$$\overline{m} = \overline{m}_1 + \overline{m}_2 + \dots + \overline{m}_N = \overline{m}_0(\vec{F}_1) + \overline{m}_0(\vec{F}_2) + \dots + \overline{m}_0(\vec{F}_N) = \sum_{k=1}^N \overline{m}_0(\vec{F}_k) = \overline{m}^0 \quad (2-10)$$

Khi dựa vào (2-9) và (2-10) ta có định lý:

Định lý 2-2: Hệ lực phẳng bất kỳ tương đương với một lực và một ngẫu lực đặt tại một điểm tùy ý cùng nằm trong mặt phẳng tác dụng của hệ lực. Chúng được gọi là lực và ngẫu lực thu gọn. Lực thu gọn đặt tại tâm thu gọn, có vectơ lực bằng vectơ chính của hệ lực, còn ngẫu lực thu gọn có mômen bằng mômen chính của hệ lực đối với tâm thu gọn.

Chú ý: phương, chiều và giá trị của lực thu gọn không phụ thuộc vào tâm thu gọn vì vectơ chính là vectơ tự do, còn ngẫu lực thu gọn phụ thuộc vào tâm thu gọn, nó được tính theo công thức (2-7) khi tâm thu gọn thay đổi.

2.2.3. Các dạng chuẩn của hệ lực phẳng

Từ kết quả thu gọn hệ lực phẳng về một tâm ta nhận được các dạng chuẩn sau (là dạng đơn giản nhất không thể tiếp tục thu gọn được nữa):

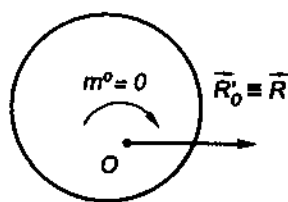
a. Hệ lực phẳng cân bằng khi vectơ chính và mômen chính đối với một điểm bất kỳ triệt tiêu: $\vec{R}' = 0; \vec{m}^0 = 0 \rightarrow (\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_N) \equiv 0$

b. Hệ lực phẳng tương đương với một ngẫu lực khi vectơ chính triệt tiêu, còn mômen chính đối với một điểm bất kỳ không triệt tiêu:

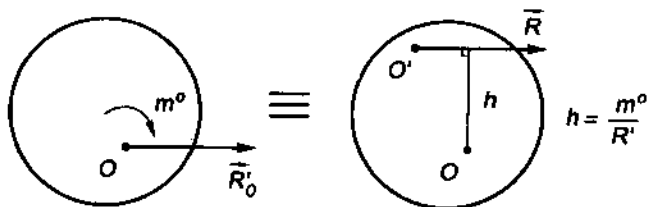
$$\vec{R}' = 0; \vec{m}^0 \neq 0 \rightarrow (\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_N) \equiv \vec{m}^0$$

Trong hai trường hợp trên vì $\vec{R}' = 0$ nên theo công thức (2-7) mômen chính đối với mọi tâm đều bằng nhau. Vậy trong trường hợp a) mômen chính đối với mọi tâm bằng 0, còn trong trường hợp b) mômen chính đối với mọi tâm bằng $\vec{m}^0$.

Hệ lực phẳng có hợp lực: khi $\vec{R}' \neq 0, \vec{m}^0 = 0$ thì hệ lực $(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_N) \equiv \vec{R}'_0$, tức hệ lực cho có hợp lực đặt tại O với vectơ lực bằng vectơ chính của hệ lực (hình 2.8).



Hình 2.8



Hình 2.9

Khi $\vec{R}' \neq 0, \vec{m}^0 \neq 0$, hệ lực thu về tâm O được một lực $\vec{R}_0$ và một ngẫu lực $\vec{m}^0$. Dựa vào định lý dời lực song song có thể đưa về một lực có phương, chiều và giá trị lực như lực thu về O (tức phương, chiều và giá trị của vectơ chính) nhưng đặt tại điểm O' khác O và cách O một đoạn $h = \frac{m^0}{R'}$ sao cho mômen của hợp lực $\vec{R}$ đối với điểm O bằng $\vec{m}^0$, tức là (hình 2.9):

$$\vec{m}_0(\vec{R}) = \vec{m}^0 = \sum_{k=1}^N \vec{m}_0(\vec{F}_k)$$

Vậy trong trường hợp hệ lực có hợp lực, ta có định lý:

Định lý 2-3 (định lý Varinhông): Trong trường hợp hệ lực có hợp lực, mômen của hợp lực đối với một điểm bất kỳ bằng tổng mômen của các lực của hệ lực đối với cùng điểm đó:

$$\overline{m_0(\vec{R})} = \sum_{k=1}^N \overline{m_0(\vec{F}_k)} \quad (2-11)$$

Từ đây dễ dàng suy ra:

Hệ lực đồng quy phẳng có hai dạng chuẩn:

- Cân bằng nếu vectơ chính của hệ lực triệt tiêu.
- Hợp lực nếu vectơ chính của hệ lực không triệt tiêu.

Hệ ngẫu lực phẳng có hai dạng chuẩn:

- Cân bằng nếu mômen chính của hệ ngẫu lực triệt tiêu.
- Ngẫu lực nếu mômen chính của hệ ngẫu lực không triệt tiêu.

Hệ lực song song phẳng cùng chiều chỉ có một dạng chuẩn là hợp lực vì vectơ chính không triệt tiêu.

Hệ lực song song phẳng ngược chiều có thể có ba dạng chuẩn: cân bằng, ngẫu lực và hợp lực.

2.3. ĐIỀU KIỆN CÂN BẰNG VÀ CÁC PHƯƠNG TRÌNH CÂN BẰNG CỦA HỆ LỰC PHẪNG

2.3.1. Điều kiện cân bằng

Định lý 2-4: Điều kiện cần và đủ để hệ lực phẳng cân bằng là vectơ chính và mômen chính của hệ lực đối với một điểm bất kỳ phải đồng thời triệt tiêu.

$$(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_N) = 0 \leftrightarrow \begin{cases} \vec{R}' = \sum_{k=1}^N \vec{F}_k \\ \vec{m}^0 = \sum_{k=1}^N \vec{m}_0(\vec{F}_k) \end{cases} \quad (2-12)$$

Chứng minh: Điều kiện cần được chứng minh dựa vào các dạng chuẩn của hệ lực vì nếu điều kiện (2-12) không thỏa mãn thì hệ lực phẳng hoặc tương đương với một lực hoặc một ngẫu lực, chúng đều không thỏa mãn định luật 1 (chương 1). Điều kiện đủ là hiển nhiên vì khi vectơ chính bằng 0, hệ lực thu gọn về tâm 0 sẽ được một ngẫu lực, tức thu gọn về hai lực. Do ngẫu lực bằng 0 thì hai lực đó là hai lực cân bằng.

2.3.2. Các dạng phương trình cân bằng của hệ lực phẳng

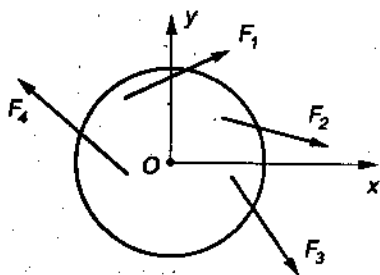
Điều kiện (2-12) có thể được viết dưới dạng các phương trình được gọi là các phương trình cân bằng. Có ba dạng phương trình cân bằng:

Dạng 1: Điều kiện cân và đủ để hệ lực cân bằng là tổng hình chiếu các lực trên hai trục toạ độ vuông góc và tổng mômen các lực đối với một điểm bất kỳ đồng thời triệt tiêu (hình 2.10):

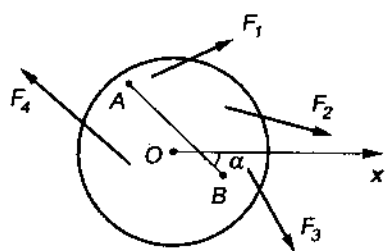
$$\sum_{k=1}^N F_{kx} = 0; \sum_{k=1}^N F_{ky} = 0; \sum_{k=1}^N \overline{m}_O(\vec{F}_k) = 0 \quad (2-13)$$

Hai phương trình đầu tương đương với $\vec{R}' = \sum_{k=1}^N \vec{F}_k = 0$ còn phương trình

cuối tương đương với $\overline{m}^0 = \sum_{k=1}^N \overline{m}_O(\vec{F}_k) = 0$.



Hình 2.10



Hình 2.11

Dạng 2: Điều kiện cân và đủ để hệ lực phẳng cân bằng là tổng hình chiếu các lực trên một trục và tổng mômen các lực đối với hai điểm A và B tùy ý triệt tiêu với điều kiện AB không vuông góc với trục chiếu (hình 2.11).

$$\sum_{k=1}^N F_{kx} = 0; \sum_{k=1}^N \overline{m}_A(\vec{F}_k) = 0; \sum_{k=1}^N \overline{m}_B(\vec{F}_k) = 0 \quad (2-14)$$

Chứng minh: Điều kiện cân được chứng minh dựa vào dạng chuẩn: nếu một trong ba điều kiện trên không được thoả mãn thì hệ lực đã cho tương đương với một lực hoặc một ngẫu lực, tức không thoả mãn định luật 1 (Chương 1). Vậy hệ lực không thể cân bằng. Để chứng minh điều kiện đủ ta nhận xét rằng nếu cả ba điều kiện trên được thoả mãn thì hệ lực không có hợp lực, cũng không thể tương đương với ngẫu lực. Thực vậy, hệ lực không thể có hợp lực vì nếu hệ lực có hợp lực ($\vec{R} \neq 0$) thì dựa vào hai điều kiện cuối và dựa vào định lý Varinhong:

$$\sum \overline{m}_A(\vec{F}_k) = \overline{m}_A(\vec{R}) = 0; \sum \overline{m}_B(\vec{F}_k) = \overline{m}_B(\vec{R}) = 0;$$

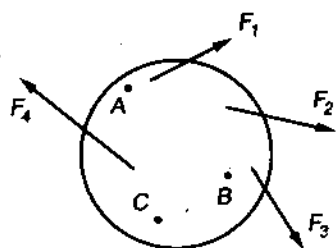
tức là hợp lực $\vec{R}$ phải đi qua hai điểm A và B. điều này mâu thuẫn với điều kiện đầu:

$$\sum F_{kx} = R_x = R \cos \alpha = 0.$$

Vì $R \neq 0$; $\cos \alpha \neq 0$ (do AB không vuông góc với trục chiếu x) nên $R \cos \alpha$ không thể triệt tiêu.

Hệ lực cũng không thể tương đương với một ngẫu lực m^0 nào khác 0 vì trong trường hợp này do vectơ chính triệt tiêu và do công thức biến thiên mômen chính (công thức 2-7), ta có:

$$\overline{m}^0 = \overline{m}^A = \sum_{k=1}^N \overline{m}_A(\overline{F}_k) = 0$$



Hình 2.12

Dạng 3: Điều kiện cần và đủ để hệ lực phẳng cân bằng là tổng mômen của các lực đối với ba điểm A, B, C không thẳng hàng triệt tiêu (hình 2.12).

$$\sum_{k=1}^N \overline{m}_A(\overline{F}_k) = 0; \sum_{k=1}^N \overline{m}_B(\overline{F}_k) = 0; \sum_{k=1}^N \overline{m}_C(\overline{F}_k) = 0; \quad (2-15)$$

Chứng minh: Điều kiện cần là hiển nhiên vì nếu một trong ba điều kiện trên không thoả mãn thì hệ lực tương đương với ngẫu lực khác 0, sẽ không thoả mãn định luật 1 (chương 1). Để chứng minh điều kiện đủ tương tự cách chứng minh cho dạng 2, nếu ba điều kiện được thoả mãn thì hệ lực không có hợp lực cũng không thể tương đương với một ngẫu lực khác 0. Hệ lực không thể có hợp lực vì dựa vào định lý Varinhông, nếu ba điều kiện trên thoả mãn thì hợp lực phải đi qua ba điểm A, B, C không thẳng hàng. Điều này vô lý, vậy $\vec{R} = 0$ tức $\vec{R}' = 0$. Hệ lực cũng không thể tương đương với một ngẫu lực $\overline{m}^0$ nào khác 0, vì khi $\vec{R}' = 0$ ta có (dựa vào định lý biến thiên mômen chính (2-7)):

$$\overline{m}^0 = \overline{m}^A = \sum_{k=1}^N \overline{m}_A(\overline{F}_k) = 0$$

Ví dụ 2.1: Một cột đồng chất, có trọng lượng P chiều dài 2a được chôn thẳng đứng (ngầm). Cột chịu tác dụng lực nằm ngang $\vec{F}$ đặt tại A và ngẫu lực m (hình 2-13), tìm:

- Phản lực tại ngàm O.
- Trạng thái lực tại mặt cắt ngang cách chân trụ khoảng cách x.

Bài giải: Để xác định phản lực tại O ta giải phóng cột khỏi ngàm O và xem cột là vật tự do (không còn bị ngàm nữa) dưới tác dụng của các lực đặt vào (lực hoạt động) gồm (hình 2-13) trọng lượng $\vec{P}$, lực $\vec{F}$, ngẫu lực m và các phản lực liên kết ngàm gồm hai lực thành phần vuông góc, $\vec{X}_0, \vec{Y}_0$ và ngẫu lực phản lực $\overline{m}^0$. Cột sẽ cân bằng dưới tác dụng của hệ lực $(\vec{X}_0, \vec{Y}_0, \overline{m}^0, \vec{P}, \vec{F}, \overline{m}) = 0$

Sử dụng các phương trình cân bằng dạng 1. Đó là :

$$\sum F_x = X_0 + F = 0$$

$$\sum F_y = Y_0 - P = 0$$

$$\sum m_0(\vec{F}) = m^0 - m - 2Fa = 0$$

Trong các phương trình này các ẩn là X_0 , Y_0 , m^0 . Khi giải ra ta nhận được

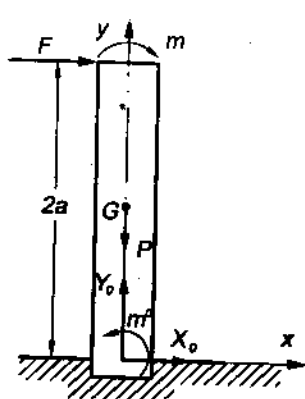
$$X_0 = -F, Y_0 = P, m^0 = m + 2aF$$

Nhận xét: Trong các kết quả nhận được thì Y_0 và m^0 lấy các giá trị dương nên chiều đã giả sử trên (hình 2.13) là chiều đúng, còn X_0 lấy giá trị âm nên chiều đã giả sử như trên hình 2-13 là không đúng. Chiều đúng là chiều ngược lại.

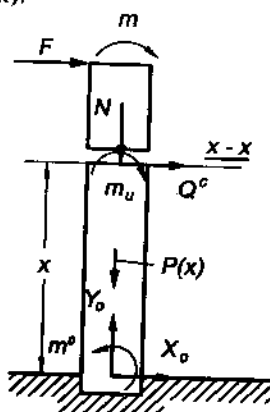
Để xác định trạng thái lực (nội lực) tại một tiết diện ngang cách chân trụ một khoảng x , ta tưởng tượng cắt trụ bằng một mặt cắt vuông góc với trục y tại tiết diện x và xét một trong hai phần của trụ, ví dụ ta xét phần dưới (hình 2.14a). Tác dụng của phần trên lên phần dưới là một hệ lực phẳng. Dựa vào kết quả thu gọn hệ lực đã trình bày, hệ lực đó được thay thế (tương đương) bằng một lực và một ngẫu lực (định lý 2-2). Lực được phân tích thành hai thành phần lực:

- Lực theo phương ngang, ký hiệu $\vec{Q}^c$ được gọi là lực cắt.

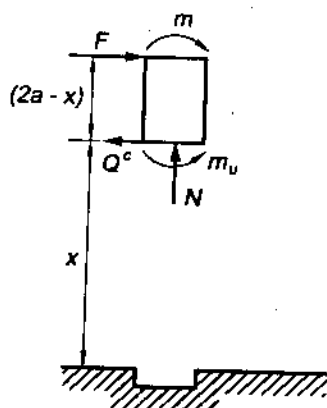
- Lực theo phương dọc trục, ký hiệu $\vec{N}$ được gọi là lực kéo (nếu hướng ra khỏi mặt cắt) hoặc lực nén (nếu hướng vào mặt cắt).



Hình 2.13



a)



b)

Hình 2.14

Ngẫu lực thu gọn, ký hiệu $\vec{M}_u$ được gọi là mômen uốn. Các đại lượng $\vec{N}$, $\vec{Q}^c$, $\vec{M}_u$ (hình 2.14b) được gọi là các thành phần của nội lực tại mặt cắt xx . Để tính chúng có thể lập phương trình cân bằng cho hệ lực tác dụng lên một trong hai phần có được do cắt trụ. Ở đây ta xét phần dưới, phần này nằm cân bằng dưới tác dụng của hệ lực:

$$(\vec{X}_0, \vec{Y}_0, \vec{m}^0, \vec{P}_x, \vec{Q}^c, \vec{N}, \vec{M}_u) = 0,$$

trong đó: P_x là trọng lượng phần cột dưới. Nếu xem cột là đồng chất và có tiết diện không đổi

suốt chiều dài cột thì: $P_x = \frac{P}{2a} x$

Phương trình cân bằng trong dạng 1 đối với hệ lực trên được viết như sau:

$$\sum F_x = -X_0 + Q^c = 0$$

$$\sum F_y = Y_0 - \frac{P}{2a}x - N = 0$$

$$\sum \vec{m}_I(\vec{F}_k) = -X_0x + m^0 - M_u = 0$$

Giải các phương trình này ta được

$$Q^c = X_0 = F; N = Y_0 - \frac{P}{2a}x = P(1 - \frac{x}{2a})$$

$$M_u = m^0 - X_0x = m + 2aF - Fx = m + F(2a - x)$$

Kết quả này dễ dàng nhận được khi xét sự cân bằng của phần trên dưới tác dụng của hệ lực:

$$(\vec{F}, \vec{m}, \vec{N}, \vec{Q}^c, \vec{M}_u, \vec{P}_{2a-x}) = 0$$

trong đó: P_{2a-x} là trọng lượng của phần trên của trụ, nó bằng:

$$P_{2a-x} = \frac{P}{2a}(a - x)$$

Các phương trình cân bằng của hệ lực trên được viết trong dạng 1 như sau:

$$\sum F_x = F - Q^c = 0$$

$$\sum F_y = N - P_{2a-x} = 0$$

$$\sum \vec{m}_I(\vec{F}) = M_u - F(2a - x) - m = 0$$

Từ đây ta nhận được:

$$Q^c = F; N = P_{2a-x} = \frac{P}{2a}(2a - x) = P(1 - \frac{x}{2a})$$

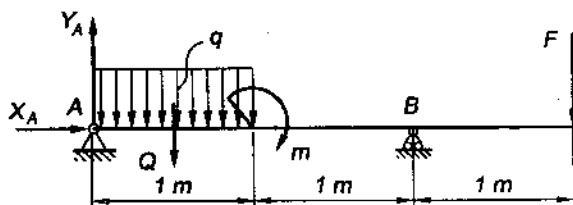
$$M_u = m + F(2a - x)$$

Ví dụ 2-2: Cho một dầm AB có kích thước và chịu lực như hình 2.15. Xác định các phản lực tại A và B và trạng thái nội lực tại các mặt cắt ngang của dầm. Cho $F = 100\text{N}$; $m = 120\text{Nm}$; $q = 60\text{N/m}$.

Bài giải: Thay thế gối đỡ cố định A bằng hai thành phần lực $\vec{X}_A$ và $\vec{Y}_A$ vuông góc với nhau và gối đỡ con lăn B bằng phản lực thẳng đứng $\vec{Y}_B$. Thanh AB cân bằng dưới tác dụng của hệ lực:

$$(\vec{X}_A, \vec{Y}_A, \vec{Y}_B, \vec{F}, \vec{Q}, \vec{m}) = 0$$

trong đó: $\vec{Q}$ là hợp lực của hệ lực phân bố, nó cùng phương, chiều với các lực thành phần, có giá trị bằng tích giữa cường



Hình 2.15

độ phân bố q với chiều dài của đoạn dầm được phân bố và đặt tại điểm giữa của đoạn phân bố. Theo đầu bài $Q = 60.1 = 60\text{N}$, đặt cách gối A một khoảng bằng $0,5\text{m}$.

Thành lập phương trình cân bằng cho hệ lực trong dạng 1 ta nhận được:

$$\begin{aligned}\sum F_x &= X_A = 0 \\ \sum F_y &= Y_A + Y_B - Q - F = 0 \\ \sum \overline{m_A}(\vec{F}) &= -0,5Q - m + Y_B \cdot 2 - F \cdot 3 = 0\end{aligned}$$

Từ các phương trình này ta nhận được:

$$\begin{aligned}X_A &= 0; Y_B = \frac{1}{2}[m + 3F + 0,5Q] = \frac{1}{2}[120 + 300 + 30] = 225\text{N} \\ Y_A &= Q + F - Y_B = 60 + 100 - 225 = -65\text{N}\end{aligned}$$

Chiều đúng của phản lực tại A là ngược lại chiều đã chọn.

Để xác định trạng thái nội lực tại các mặt cắt ngang của dầm ta tưởng tượng cắt dầm bằng các mặt cắt thẳng góc với trục của dầm.

Đầu tiên xét một mặt cắt trong khoảng AK, cách A một đoạn x với $0 \leq x \leq 1$ (hình 2.16).

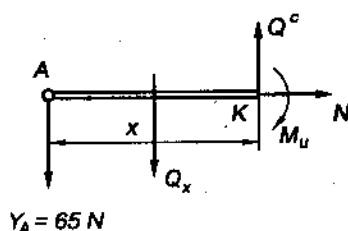
Đoạn dầm AK nằm cân bằng của các lực sau :

$$(\overline{Y_A}, \overline{Q_x}, \overline{N}, \overline{Q^c}, \overline{M_u}) = 0,$$

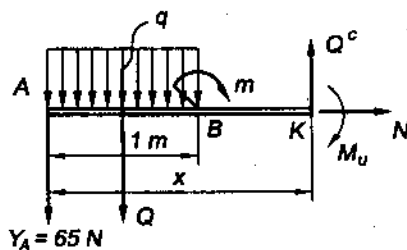
trong đó: Q_x là hợp lực của hệ lực phân bố, có giá trị $Q_x = qx$ và hướng thẳng đứng xuống, đặt cách đầu K một khoảng $x/2$.

Phương trình cân bằng của hệ lực này (dạng 1) có dạng:

$$\begin{aligned}\sum F_x &= N = 0 \\ \sum F_y &= -65 - Q_x + Q^c = 0 \\ \sum \overline{m_K}(\vec{F}) &= 65x + Q_x \frac{x}{2} - M_u = 0\end{aligned}$$



Hình 2.16



Hình 2.17

Giải các phương trình này ta được:

$$\begin{aligned}N &= 0 \\ Q^c &= Q_x + 65 = 60x + 65 \\ M_u &= Q_x \frac{x}{2} + 65x = 30x^2 + 65x (0 \leq x < 1)\end{aligned}$$

Tại $x = 1$ ta có: $N(1) = 0$; $Q^c(1) = 125\text{N}$; $M_u(1) = 95\text{Nm}$.

Bây giờ xét đoạn dầm KB chịu lực như trên hình 2.17 với $1 \leq x \leq 2$ (hình 2.17). Khi viết phương trình cân bằng dạng 1 cho đoạn này ta có:

$$\sum F_x = N = 0$$

$$\sum F_y = -65 - 60 + Q^c = 0$$

$$\sum m_k(\vec{F}) = 65x + 60(x - 0,5) - M - M_u = 0$$

Từ các phương trình này ta nhận được

$$N = 0$$

$$Q^c = 125N \quad (1 \leq x \leq 2)$$

$$M_u = 125x - 30 - 120 = 125x - 150$$

Do đó trạng thái nội lực tại mặt cắt B (ứng với $x = 2$):

$$N(2) = 0$$

$$Q^c(2) = 125N$$

$$M_u(2) = 100Nm$$

2.4. VẼ BIỂU ĐỒ NỘI LỰC

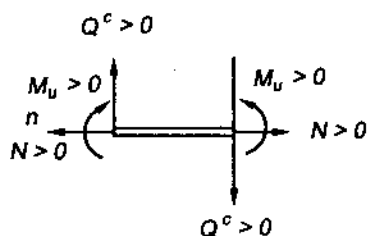
Để hiển thị sự thay đổi của các nội lực theo vị trí của mặt cắt ngang ta có thể sử dụng các biểu đồ nội lực. Đầu tiên ta biểu diễn các thành phần của nội lực.

Xét một đoạn dầm bên trái (mặt cắt ở tận cùng bên phải của đoạn dầm này):

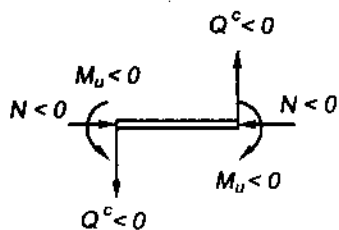
- Lực dọc N được quy ước là dương nếu hướng ra khỏi mặt cắt (đoạn dầm chịu kéo) và là âm trong trường hợp ngược lại (đoạn dầm chịu nén).

- Lực cắt Q^c được coi là dương nếu pháp tuyến ngoài của mặt cắt ngang quay một góc 90° thuận chiều kim đồng hồ thì trùng với chiều của lực và là âm trong trường hợp ngược lại.

- Mômen uốn được coi là dương nếu nó làm cho thớ dưới trục dầm bị kéo, tức làm căng các thớ về phía dương của trục y (quy ước nó được chọn hướng xuống dưới) và là âm trong trường hợp ngược lại.



a)

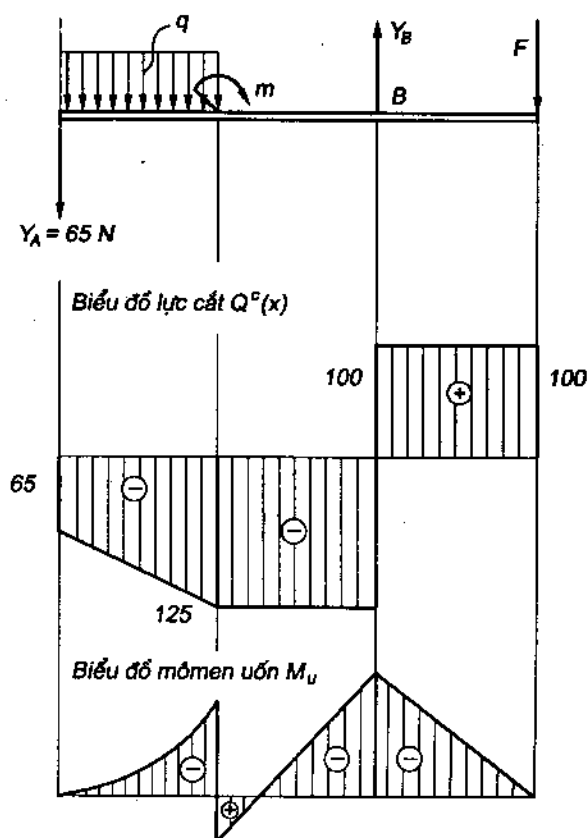


b)

Hình 2.18.

Trên hình 2.18a(b) biểu diễn các thành nội lực dương (âm). Sử dụng các quy tắc đã nêu ta có thể hiển thị các kết quả của ví dụ 2-2 trên đồ thị (hình 2.19) các biểu đồ lực cắt Q^e và mômen uốn M_u .

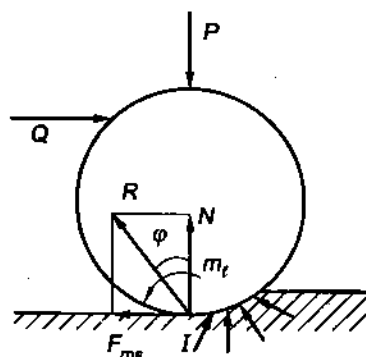
Để vẽ biểu đồ của các nội lực ta dựa vào biểu thức giải tích của các thành phần nội lực, chúng là hàm của biến định vị mặt cắt ngang của dầm dọc trục dầm. Có thể nhận xét rằng trong đoạn dầm không có lực phân bố thì lực cắt có giá trị hằng và mômen uốn là hàm bậc nhất của biến, trong đoạn dầm có lực phân bố hằng thì lực cắt là hàm bậc nhất của biến và mômen uốn là hàm bậc hai của biến. Các quan hệ như vậy được nghiên cứu sâu trong phần khảo sát trạng thái nội lực của dầm.



Hình 2.19

2.5. BÀI TOÁN HỆ LỰC PHẪNG VỚI LIÊN KẾT MA SÁT

Trước đây các liên kết được giả thiết là nhẵn (không ma sát), ví dụ đối với liên kết tựa ta giả thiết rằng phản lực liên kết theo phương pháp tuyến của mặt tựa hoặc đường tựa. Tuy nhiên nhiều trường hợp thực tế cho thấy rằng giả thiết như vậy là không đúng (tức kết quả nhận được từ giả thiết này sai lệch khá xa với thực tế). Để làm rõ, ta xét mô hình như hình 2.20. Trong thực tế vật tiếp xúc với vật gây liên kết không phải tại một điểm



Hình 2.20

mà theo một đường, do đó ta có hệ các phản lực liên kết. Đây là một hệ lực phẳng, thu gọn về điểm I được một lực và một ngẫu lực. Lực thu gọn của các phản lực liên kết được gọi tắt là phản lực, có thể được phân ra thành hai thành phần vuông góc với nhau:

- Thành phần pháp tuyến mặt tựa có tác dụng chống lún, ký hiệu $\vec{N}$ được gọi là phản lực pháp tuyến.

- Thành phần tiếp tuyến với mặt tựa có tính chất cản trượt được gọi là lực ma sát trượt, ký hiệu $\vec{F}_{ms}$.

Ngẫu lực thu gọn có tính chất cản trở chuyển động lăn, được gọi là ngẫu lực ma sát lăn, ký hiệu m_l .

Lực ma sát trượt (ngẫu lực ma sát lăn) chỉ xuất hiện khi vật trượt (lăn) hoặc có khuynh hướng trượt (khuynh hướng lăn) đối với vật khác. Ma sát xuất hiện khi vật chuyển động được gọi là ma sát động, còn ma sát khi vật chỉ có khuynh hướng chuyển động nhưng vẫn chưa chuyển động được gọi là ma sát tĩnh.

2.5.1. Ma sát trượt

Thí nghiệm Culông đã chỉ ra rằng trong trường hợp ma sát trượt tĩnh có thể có giá trị bất kỳ trong một miền xác định:

$$0 \leq F_{ms} \leq F_{ms}^{\max} \quad (2-16)$$

trong đó: $F_{ms}^{\max}$ là giá trị giới hạn (lớn nhất) của lực ma sát mà vật còn có khả năng cân bằng. Như vậy khi lực ma sát đạt đến giá trị này thì vật chuyển từ trạng thái cân bằng sang trạng thái chuyển động. Bằng nhiều thí nghiệm Culông đã tìm ra giới hạn lớn nhất này của lực ma sát: nó tỉ lệ với giá trị của phản lực pháp tuyến với hệ số tỉ lệ f được gọi là hệ số ma sát trượt tĩnh:

$$F_{ms}^{\max} = fN.$$

Hệ số ma sát trượt tĩnh là một hư số, nó phụ thuộc vào nhiều yếu tố như vật liệu và trạng thái của các bề mặt (đường) tiếp xúc như độ gồ ghề, bôi trơn, nhiệt,... Hệ số ma sát trượt tĩnh được cho trong "Sổ tay của kỹ sư". Vậy điều kiện cân bằng khi có ma sát trượt là :

$$F_{ms} \leq fN,$$

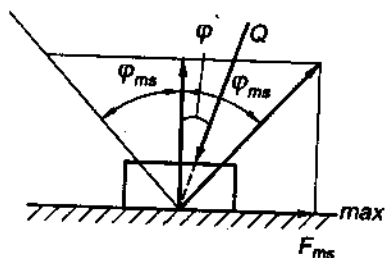
nó được gọi là định luật Culông về ma sát trượt.

Về mặt hình học định luật Culông chỉ ra rằng khi cân bằng thì phản lực toàn phần $\vec{R} = \vec{N} + \vec{F}_{ms}$ nằm bên trong hình nón, nó có góc ở đỉnh bằng $2\varphi_{ms}$ với :

$$\operatorname{tg} \varphi_{ms} = f \text{ hay } \varphi_{ms} = \operatorname{arctg} f$$

Theo định luật 1 (chương 1) khi vật rắn cân bằng thì hợp lực của các lực đặt vào (các lực hoạt động) trực đối (cân bằng) với phản lực toàn phần $\vec{R}$. Do đó khi các lực đặt vào có hợp lực cắt bên trong nón ma sát thì vật cân bằng, tức không thể chuyển động được, nghĩa là vật bị tự hãm. Vậy:

Điều kiện để vật bị tự hãm là hợp lực của các lực đặt vào (lực hoạt động) cắt bên trong nón ma sát (hình 2.21).



Hình 2.21

Ví dụ 2-3: vật sẽ không chuyển động dù lực $\vec{Q}$ có giá trị lớn tùy ý (tự hãm) nếu góc $\varphi < \varphi_{ms} = \arctg f$.

Để tránh tự hãm cần tác dụng lực $\vec{Q}$ theo hướng ứng với góc $\varphi \geq \varphi_{ms}$.

Ví dụ 2-4: Một vật rắn nằm trên mặt phẳng không nhẵn, có hệ số ma sát trượt tĩnh f , nghiêng với mặt nằm ngang một góc α . Xác định góc α để vật rắn cân bằng dưới tác dụng của trọng lực (hình 2.22).

Bài giải: Khảo sát vật rắn chịu tác dụng của trọng lực (lực đặt vào). Vật rắn có xu hướng trượt xuống nên ngoài phản lực pháp tuyến $\vec{N}$ vật còn chịu tác dụng lực ma sát trượt hướng dọc mặt phẳng nghiêng. Như vậy vật rắn cân bằng dưới tác dụng của ba lực đồng quy: $(\vec{P}, \vec{N}, \vec{F}_{ms}) = 0$.

Các phương trình cân bằng có dạng:

$$\Sigma F_x = F_{ms} - P \sin \alpha = 0$$

$$\Sigma F_y = N - P \cos \alpha = 0$$

Ngoài ra từ định luật Culông ta có:

$$F_{ms} \leq fN$$

Từ các phương trình cân bằng ta tìm được:

$$F_{ms} = P \sin \alpha; N = P \cos \alpha.$$

Thay các giá trị này vào bất đẳng thức do định luật Culông ta có:

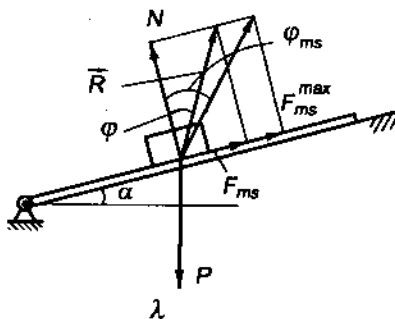
$$P \sin \alpha \leq fP \cos \alpha$$

Vậy để vật còn nằm cân bằng trên mặt phẳng nghiêng (tự hãm) thì:

$$\tg \alpha \leq f$$

Dấu đẳng thức ứng với trường hợp vật sắp sửa trượt (trường hợp giới hạn).

Có thể giải bài toán bằng điều kiện hình học về tự hãm. Từ điểm I ta vẽ góc $\varphi_{ms} = \arctg f$, ký hiệu góc giữa $\vec{P}$ và $\vec{N}$ là φ .



Hình 2.22

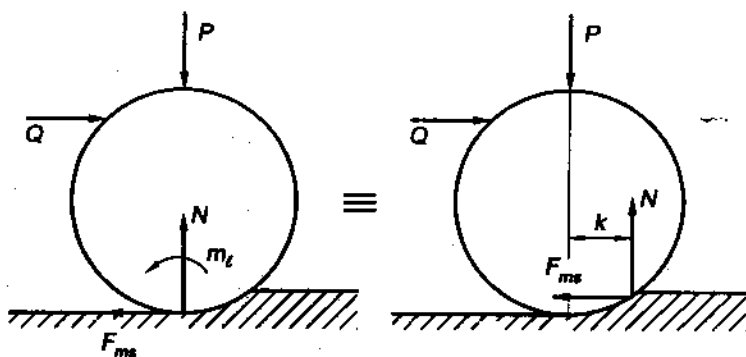
Hợp lực của lực đặt vào chính là $\vec{P}$. Điều kiện để $\vec{P}$ cắt bên trong hình nón ma sát là: $\varphi < \varphi_{ms}$. Mặt khác: $\varphi = \alpha$. Vậy điều kiện tự hãm của vật trên mặt phẳng nghiêng là $\alpha < \varphi_{ms}$, khi $\alpha = \varphi_{ms}$ vật sẽ sắp sửa trượt.

2.5.2. Ma sát lăn: là hiện tượng cản chuyển động lăn khi một vật lăn (ma sát lăn động) hoặc có khuynh hướng lăn nhưng chưa lăn (ma sát lăn tĩnh) đối với một vật khác. Ma sát lăn được gây nên do các vật tiếp xúc với nhau không phải tại một điểm mà theo một đường hoặc một mặt. Do đó xuất hiện không phải là một lực mà là một hệ các phản lực liên kết, nó được thay thế bằng một lực $\vec{R}$ (được thay thế bằng phản lực pháp tuyến $\vec{N}$ và lực ma sát trượt $\vec{F}_{ms}$) và một ngẫu lực chính là ngẫu lực ma sát lăn m_l , nó có tác dụng cản trở chuyển động lăn (hình 2.23). Thí nghiệm chỉ ra rằng khi con lăn cân bằng ngẫu lực ma sát lăn có thể có một giá trị bất kỳ trong khoảng $[0, m_l^{max}]$, trong đó: m_l^{max} tỉ lệ với giá trị của phản lực pháp tuyến $\vec{N}$ với hệ số tỉ lệ k . Như vậy:

$$0 \leq m_l \leq kN \quad (2-17)$$

Đó là định luật về ma sát lăn.

Hệ số ma sát lăn k phụ thuộc vào nhiều yếu tố như vật liệu, độ biến dạng của bề mặt tiếp xúc và nó có giá trị bé hơn nhiều so với hệ số ma sát trượt tĩnh: $k \ll f$. Các giá trị của hệ số ma sát lăn cũng được cho trong sổ tay của kỹ sư. Vậy điều kiện để con lăn cân bằng là:



Hình 2.23

$$F_{ms} \leq fN; m_l \leq kN$$

Do $k \ll f$ nên con lăn thường bị lăn trước khi trượt. Trong trường hợp này con lăn lăn không trượt. Vậy điều kiện để con lăn lăn không trượt là:

$$F_{ms} < fN; m_l = kN.$$

Chú ý rằng khác với hệ số ma sát trượt hệ số ma sát lăn có thứ nguyên độ dài, nó chính là tay đòn của phản lực pháp tuyến $\vec{N}$ (hình 2.23)

Ví dụ 2-5: Trên mặt nằm ngang một bánh xe đồng chất, tâm O, bán kính R, trọng lượng P chịu tác dụng ngẫu lực m và của lực nằm ngang Q như (hình 2.24). Xác định trị số của mômen m và của lực Q để bánh xe cân bằng. Trong điều kiện nào bánh xe có thể lăn không trượt. Cho biết hệ số ma sát trượt tĩnh f và hệ số ma sát lăn k.

Bài giải: Khảo sát con lăn cân bằng có khuynh hướng trượt chịu tác dụng của hệ lực:

$$(\vec{P}, \vec{Q}, \vec{m}, \vec{N}, \vec{F}_{ms}, \vec{m}_l) = 0$$

Các phương trình cân bằng sẽ là:

$$\sum F_x = F_{ms} - Q = 0$$

$$\sum F_y = N - P = 0$$

$$\sum m_I(\vec{F}) = QR + m_l - m = 0$$

Điều kiện để con lăn cân bằng là:

$$F_{ms} < fN; m_l < kN$$

Từ ba phương trình đầu ta nhận được:

$$F_{ms} = Q; N = P; m_l = m - QR.$$

Thay các giá trị này vào các điều kiện cân bằng ta có:

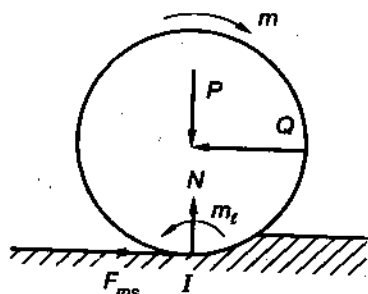
$$Q < fP; m - QR < kP.$$

Điều kiện để con lăn cân bằng là:

$$\frac{1}{R}(m - kP) < Q < fP.$$

Điều kiện để con lăn lăn không trượt sẽ là:

$$\frac{1}{R}(m - kP) = Q < fP.$$



Hình 2.24

CÂU HỎI ÔN TẬP

- 1) Định nghĩa vectơ chính của hệ lực phẳng? Phương pháp xác định vectơ chính của hệ lực phẳng?
- 2) Định nghĩa mômen chính của hệ lực phẳng: mômen của lực đối với một điểm - mômen chính của hệ lực phẳng đối với một điểm?
- 3) Kết quả thu gọn hệ lực phẳng về một tâm cho trước? Phương pháp xác định lực thu gọn và ngẫu lực thu gọn về một tâm?
- 4) Các dạng phương trình cân bằng của hệ lực phẳng?
- 5) Phương pháp giải bài toán cân bằng của một vật, của hệ vật?
- 6) Các thành phần lực tại mặt cắt ngang của dầm thẳng: lực kéo (nén), lực cắt, mômen uốn? Phương pháp xác định các thành phần nội lực? Quy ước dấu về các thành phần nội lực và trình bày cách vẽ biểu đồ các nội lực?
- 7) Định luật Culông về ma sát trượt? Định luật về ma sát lăn? Phương pháp giải bài toán cân bằng của vật rắn khi có ma sát (trượt và lăn)?

Chương 3

HỆ LỰC KHÔNG GIAN

Hệ lực không gian là một tập hợp nhiều lực tác dụng lên cùng một vật rắn và có đường tác dụng nằm bất kì trong không gian (hình 3.1).

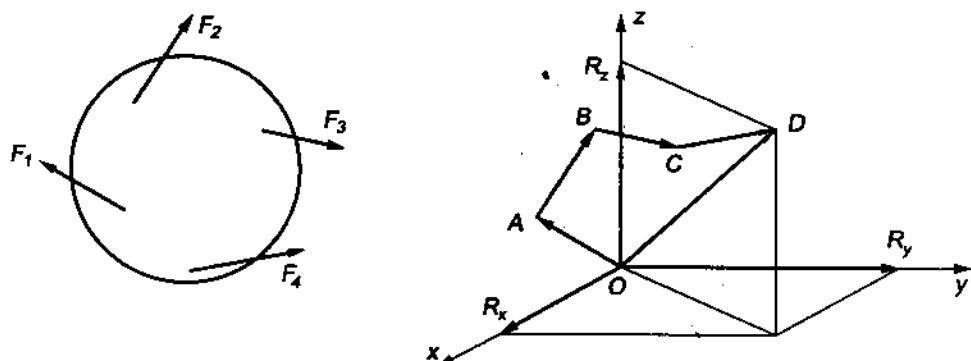
3.1. VÉCTƠ CHÍNH VÀ VÉCTƠ MÔMEN CHÍNH CỦA HỆ LỰC KHÔNG GIAN

3.1.1. Véctơ chính của hệ lực không gian

Cho hệ lực không gian $(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_N)$.

Định nghĩa: Véctơ chính của hệ lực, kí hiệu $\vec{R}'$ là véctơ tổng của các véctơ lực của hệ lực:

$$\vec{R}' = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_N = \sum_{K=1}^N \vec{F}_K \quad (3-1)$$



Hình 3.1

Xác định véctơ chính: có thể sử dụng phương pháp vẽ đa giác lực như trong chương 2, trong trường hợp hệ lực không gian đa giác lực là đa giác gheñh (hình 3.1).

Cũng có thể xác định véctơ chính qua các hình chiếu của nó trên ba trục toạ độ vuông góc nhờ các công thức sau:

$$\left. \begin{aligned} R'_x &= F_{1x} + F_{2x} + \dots + F_{Nx} = \sum F_{Kx} \\ R'_y &= F_{1y} + F_{2y} + \dots + F_{Ny} = \sum F_{Ky} \\ R'_z &= F_{1z} + F_{2z} + \dots + F_{Nz} = \sum F_{Kz} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} R' &= \sqrt{R'^2_x + R'^2_y + R'^2_z}; \\ \cos(Ox, \vec{R}') &= \frac{R'_x}{R'}; \\ \cos(Oy, \vec{R}') &= \frac{R'_y}{R'}; \\ \cos(Oz, \vec{R}') &= \frac{R'_z}{R'} \end{aligned} \quad (3-2)$$

3.1.2. Mômen chính của hệ lực không gian đối với một điểm

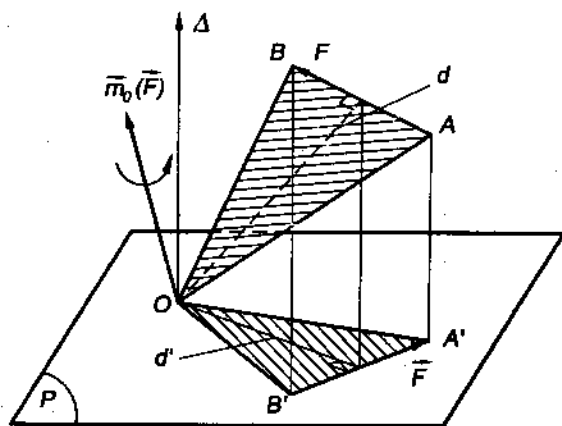
a. Mômen của một lực đối với một điểm

Mômen của lực $\vec{F}$ đối với điểm O, ký hiệu $\vec{m}_O(\vec{F})$, là một vectơ có:

- Phương vuông góc với mặt phẳng qua O và chứa $\vec{F}$.
- Chiều nhìn từ ngọn đến gốc vectơ thấy $\vec{F}$ quay ngược chiều kim đồng hồ quanh O.
- Trị số bằng tích số của trị số lực với tay đòn của lực đối với điểm O, tức bằng $F \cdot d$ (hình 3.2). Đơn vị của mômen lực là Niuton mét, kí hiệu Nm.

Nhận xét: vectơ mômen của lực đối với một điểm không thay đổi khi trượt lực trên đường tác dụng của nó và triệt tiêu khi lực $\vec{F}$ đi qua điểm lấy mômen ($d=0$). Trị số của vectơ mômen bằng hai lần diện tích tam giác OAB, ($\vec{AB}$ là vectơ lực, O là điểm lấy mômen). Vectơ mômen của lực $\vec{F}$ đối với điểm O có thể biểu diễn qua tích hữu hướng của hai vectơ $\vec{r} = \vec{OA}$ và $\vec{F}$:

$$\vec{m}_O(\vec{F}) = \vec{r} \wedge \vec{F} \quad (3-3)$$



Hình 3.2

b. Mômen của một lực đối với một trục

Mômen của lực $\vec{F}$ đối với trục Δ , ký hiệu $\vec{m}_\Delta(\vec{F})$ là mômen đại số của lực $\vec{F}'$ đối với điểm O, ở đó $\vec{F}'$ là hình chiếu của lực $\vec{F}$ trên mặt phẳng P vuông góc với trục Δ , còn O là giao điểm của trục Δ với mặt phẳng P:

$$\overline{m}_\Delta(\vec{F}) = \overline{m}_O(\vec{F}') = \pm F'd' \quad (3-4)$$

Khi $\vec{F} = 0$ hoặc khi $\vec{F}$ song song với trục Δ ($F' = 0$) hay cắt trục Δ ($d' = 0$) (lực và trục đồng phẳng) thì mômen lực đối với trục bằng 0.

c. Định lý liên hệ giữa mômen của lực đối với một điểm và một trục

Định lý 3-1: Mômen của lực $\vec{F}$ đối với trục Δ bằng hình chiếu trên trục ấy của vectơ mômen của lực $\vec{F}$ đối với điểm O nằm trên trục.

$$\overline{m}_\Delta(\vec{F}) = hc_\Delta \overline{m}_O(\vec{F}). \quad (3-5)$$

Nếu kí hiệu hình chiếu của vectơ $\overline{m}_O(\vec{F})$ trên ba trục toạ độ lần lượt là $\overline{m}_{Ox}(\vec{F})$, $\overline{m}_{Oy}(\vec{F})$, $\overline{m}_{Oz}(\vec{F})$, còn mômen của lực $\vec{F}$ đối với các trục toạ độ là $\overline{m}_x(\vec{F})$, $\overline{m}_y(\vec{F})$, $\overline{m}_z(\vec{F})$ tương ứng thì từ định lý trên ta có:

$$\overline{m}_O(\vec{F}) \begin{cases} \overline{m}_{Ox}(\vec{F}) = \overline{m}_x(\vec{F}) \\ \overline{m}_{Oy}(\vec{F}) = \overline{m}_y(\vec{F}) \\ \overline{m}_{Oz}(\vec{F}) = \overline{m}_z(\vec{F}) \end{cases} \quad (3-6)$$

Nhờ các công thức này ta có thể xác định dễ dàng vectơ mômen của một lực đối với một điểm trong không gian.

d. Vectơ mômen chính của hệ lực không gian đối với điểm O, kí hiệu $\vec{m}^0$, là một vectơ bằng tổng các vectơ mômen của các lực của hệ lực đối với điểm O:

$$\vec{m}^0 = \overline{m}_O(\vec{F}_1) + \overline{m}_O(\vec{F}_2) + \dots + \overline{m}_O(\vec{F}_N) = \sum_{k=1}^N \overline{m}_O(\vec{F}_k). \quad (3-7)$$

Có thể xác định vectơ mômen chính bằng phương pháp đa giác vectơ (tương tự phương pháp đa giác lực, ở đó các vectơ lực được thay thế bằng các vectơ mômen của lực), hoặc bằng phương pháp tìm hình chiếu của nó trên các trục toạ độ vuông góc (hình 3.1):

$$\vec{m}^0 \begin{cases} \overline{m}^{0x} = \sum \overline{m}_{Ox}(\vec{F}_k) = \sum \overline{m}_x(\vec{F}_k) \\ \overline{m}^{0y} = \sum \overline{m}_{Oy}(\vec{F}_k) = \sum \overline{m}_y(\vec{F}_k) \\ \overline{m}^{0z} = \sum \overline{m}_{Oz}(\vec{F}_k) = \sum \overline{m}_z(\vec{F}_k) \end{cases} \quad (3-8)$$

Chú ý: Vectơ chính là vectơ tự do, còn vectơ mômen chính phụ thuộc vào điểm lấy mômen:

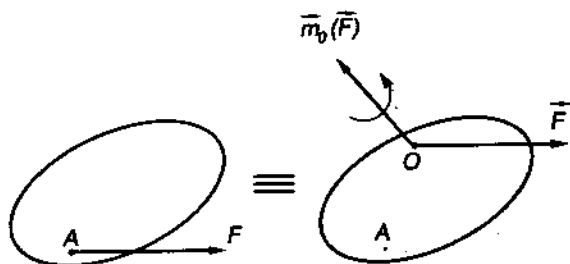
$$\vec{m}^{01} = \vec{m}^0 + \overline{m}_{O1}(\vec{R}'_0). \quad (3-9)$$

3.2. THU GỌN HỆ LỰC KHÔNG GIAN

3.2.1. Định lý dời lực song song

Lực $\vec{F}$ đặt tại A tương đương với tác dụng của nó tại O (lực $\vec{F}'$) và một ngẫu lực, có vectơ mômen bằng vectơ mômen của lực $\vec{F}$ đối với điểm O (hình 3.3):

$$\vec{F} \equiv \vec{F}' \text{ và } \vec{m} = \vec{m}_0(\vec{F}) \quad (3-10)$$



Hình 3.3

Chứng minh định lý này giống như chứng minh cho trường hợp hệ lực phẳng ở đó mômen đại số được thay bằng vectơ mômen.

3.2.2. Thu gọn hệ lực không gian về tâm O

Lấy một điểm O tùy ý được gọi là tâm thu gọn. Sử dụng định lý dời lực song song để dời các lực về tâm O (hình 3.4).

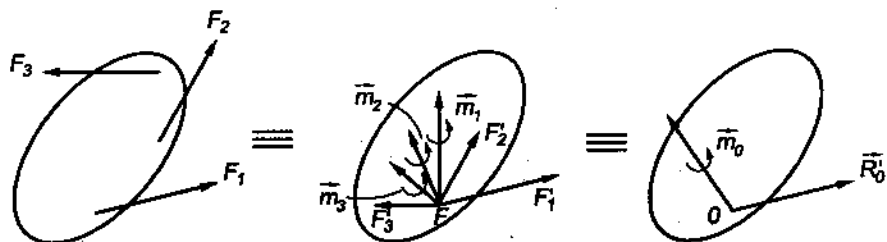
$$\vec{F} \equiv \vec{F}' \text{ và } \vec{m}_1 = \vec{m}_0(\vec{F}_1)$$

$$\vec{F}_2 \equiv \vec{F}_2' \text{ và } \vec{m}_2 = \vec{m}_0(\vec{F}_2)$$

$$\dots\dots\dots$$

$$\vec{F}_N \equiv \vec{F}_N' \text{ và } \vec{m}_N = \vec{m}_0(\vec{F}_N)$$

Như vậy thu gọn hệ lực $(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_N)$ về tâm O ta được một hệ lực đồng quy (không gian) tại O, $(\vec{F}_1', \vec{F}_2', \dots, \vec{F}_N')$, và một hệ ngẫu lực (không gian) $(\vec{m}_1, \vec{m}_2, \dots, \vec{m}_N)$.



Hình 3.4

Hệ lực đồng quy có hợp lực qua O, kí hiệu $\vec{R}_0'$, được biểu diễn bằng vectơ chính của hệ lực đã cho đặt tại O (vectơ chính của hệ lực đồng quy này và vectơ chính của hệ lực không gian đã cho bằng nhau):

$$\vec{R}_0' = \sum_{k=1}^N \vec{F}_k' = \sum_{k=1}^N \vec{F}_k = \vec{R}' \quad (3-11)$$

trong đó: $\vec{R'}$ là vectơ chính của hệ lực không gian đã cho.

Hệ ngẫu lực không gian $(\vec{m}_1, \vec{m}_2, \dots, \vec{m}_N)$ như đã biết (định lý hợp ngẫu lực) tương đương với một ngẫu lực $\vec{m}$ dựa vào (3-7):

$$\begin{aligned}\vec{m} &= \vec{m}_1 + \vec{m}_2 + \dots + \vec{m}_N = \vec{m}_0(\vec{F}_1) + \vec{m}_0(\vec{F}) + \dots + \vec{m}_0(\vec{F}_N) \\ &= \sum_{k=1}^N \vec{m}_0(\vec{F}_k) \equiv \vec{m}^0\end{aligned}\quad (3-12)$$

Vậy ta có định lý.

Định lý 3-2: Hệ lực không gian tương đương với một lực và một ngẫu lực đặt tại một điểm tùy ý, chúng được gọi là lực thu gọn và ngẫu lực thu gọn. Lực thu gọn đặt tại tâm thu gọn, có vectơ lực bằng vectơ chính của hệ lực, còn ngẫu lực thu gọn có vectơ mômen bằng vectơ mômen chính của hệ lực đối với tâm thu gọn.

Nhận xét:

1) Phương, chiều và giá trị của lực thu gọn không phụ thuộc tâm thu gọn. Sự biến thiên của ngẫu lực thu gọn theo tâm thu gọn phù hợp với công thức (3-9).

2) Đối với hệ lực không gian, lực thu gọn không nằm trong cùng mặt phẳng với ngẫu lực thu gọn như trong trường hợp hệ lực phẳng, tức vectơ chính và vectơ mômen chính không luôn luôn vuông góc với nhau như trường hợp hệ lực phẳng. Đây là sự khác biệt cơ bản giữa hệ lực không gian với hệ lực phẳng.

3.3. ĐIỀU KIỆN CÂN BẰNG VÀ CÁC PHƯƠNG TRÌNH CÂN BẰNG CỦA HỆ LỰC KHÔNG GIAN

3.3.1. Điều kiện cân bằng

Định lý 3-3: Điều kiện cân và đủ để hệ lực không gian cân bằng là vectơ chính và vectơ mômen chính của hệ lực đối với một điểm bất kỳ triệt tiêu.

$$(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_N) \equiv 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{R'} = \sum_{K=1}^N \vec{F}_K = 0 \\ \vec{m}^0 = \sum_{k=1}^N \vec{m}_0(\vec{F}_k) = 0 \end{cases} \quad (3-13)$$

3.3.2. Các phương trình cân bằng của hệ lực không gian

Để vectơ chính và vectơ mômen chính của hệ lực đối với một điểm bất kỳ triệt tiêu thì các hình chiếu của chúng trên ba trục tọa độ vuông góc phải triệt tiêu, tức là:

$$\sum_{k=1}^N F_{kx} = 0; \sum_{k=1}^N F_{ky} = 0; \sum_{k=1}^N F_{kz} = 0; \quad (3-14)$$

$$\sum_{k=1}^N \overline{m_x}(F_k) = 0; \sum_{k=1}^N \overline{m_y}(F_k) = 0; \sum_{k=1}^N \overline{m_z}(F_k) = 0.$$

Định lý 3-4: Điều kiện cân và đủ để hệ lực không gian cân bằng là tổng hình chiếu của các lực trên ba trục vuông góc và tổng mômen của các lực đối với ba trục ấy đều triệt tiêu.

Các phương trình (3-14) được gọi là các phương trình cân bằng của hệ lực không gian. Từ (3-14) có thể trực tiếp suy ra các phương trình cân bằng của các hệ lực đặc biệt, ví dụ phương trình cân bằng của hệ đồng quy sẽ là:

$$\sum F_{kx} = 0; \sum F_{ky} = 0; \sum F_{kz} = 0 \quad (3-15)$$

Còn phương trình cân bằng của hệ song song không gian có dạng:

$$\sum F_{kz} = 0; \sum \overline{m_x}(F_k) = 0; \sum \overline{m_y}(F_k) = 0 \quad (3-16)$$

trong đó: trục Oz lấy song song với các lực của hệ lực.

Lẽ tất nhiên từ các phương trình (3-14) cũng dễ dàng suy ra các phương trình cân bằng của hệ lực phẳng.

Ví dụ 3-1: Một trục kéo AB có đường trục nằm ngang và được đỡ trên hai ổ trục (bản lề trụ) A và B. Hai nhánh đai của puli có đường kính $D = 0,6$ m, chịu các lực căng $T_1 = 5$ kN, $T_2 = 2$ kN. Vật được kéo có trọng lượng $P = 5$ kN và tang tời có đường kính $d = 0,3$ m. Trục tời chịu tác dụng ngẫu lực cân có mômen M .

Xác định ngẫu lực cân M cần thiết để trục cân bằng và các phản lực tại các gối trục A và B. Bỏ qua ma sát. Các kích thước được cho trên hình.

Bài giải: Trục kéo được cân bằng dưới tác dụng của hệ lực

$$(\vec{P}, \vec{M}, \vec{T}_1, \vec{T}_2, \vec{X}_A, \vec{X}_B, \vec{Z}_A, \vec{Z}_B) \approx 0$$

Chọn hệ trục tọa độ như trên hình 3.6, các phương trình cân bằng của hệ lực có dạng:

$$\sum F_x = T_1 + T_2 + X_A + X_B = 0$$

$$\sum F_z = -P + Z_A + Z_B = 0$$

$$\sum \overline{m_x}(\vec{F}) = aP - 4aZ_B = 0$$

$$\sum \overline{m_y}(\vec{F}) = T_1 \frac{D}{2} - T_2 \frac{D}{2} - P \frac{d}{2} - M = 0$$

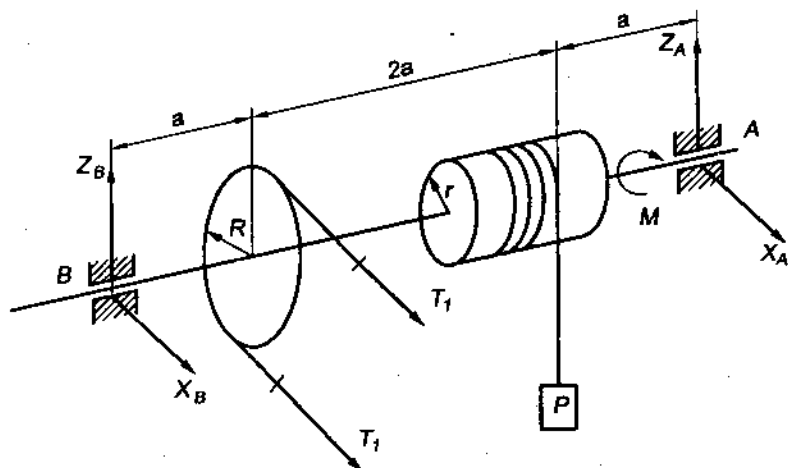
$$\sum \overline{m_z}(\vec{F}) = 3aT_1 + 3aT_2 + 4aX_B = 0$$

Thay các giá trị bằng số vào hệ phương trình trên và giải chúng, ta nhận được:

$$X_A = -1,75 \text{ kN}; Z_A = 3,75 \text{ kN}; X_B = -5,25 \text{ kN};$$

$$Z_B = 1,25 \text{ kN}; M = 0,15 \text{ kN}$$

Trong các kết quả nhận được các thành phần X_A và X_B có dấu âm. Điều này có nghĩa là chiều đúng của các phản lực này là chiều ngược với chiều trên hình 3.5.



Hình 3.5

CÂU HỎI ÔN TẬP

- 1) Định nghĩa vectơ chính của hệ lực không gian ? Công thức xác định ba hình chiếu của vectơ chính trên ba toạ độ vuông góc ?
- 2) Định nghĩa mômen chính đối với một điểm của hệ lực không gian ? Công thức xác định ba hình chiếu của vectơ mômen chính đối với một điểm của hệ lên trên ba toạ độ vuông góc ?
- 3) Các phương trình cân bằng của hệ lực không gian ?
- 4) Định lý Varignon ?

B - ĐỘNG HỌC

Chương 4

CHUYỂN ĐỘNG CỦA CHẤT ĐIỂM

Động học chất điểm có nhiệm vụ:

- Thiết lập phương trình chuyển động của chất điểm tại từng thời điểm. Đó là tập hợp các hệ thức xác lập mối quan hệ giữa các thông số vị trí của chất điểm (các thông số định vị) và thời gian nhờ chúng có thể xác định vị trí của chất điểm tại từng thời điểm.

- Tìm các đặc trưng động học của chất điểm: vận tốc và gia tốc. Vận tốc là đại lượng cho biết phương, chiều và tốc độ của chất điểm, còn gia tốc cho biết sự thay đổi về phương, chiều và tốc độ của chất điểm, tức sự thay đổi của vận tốc.

Chuyển động của chất điểm là sự thay đổi vị trí của nó so với một vật được chọn trước gọi là hệ quy chiếu. Tập hợp các vị trí của chất điểm trong không gian quy chiếu đã chọn được gọi là quỹ đạo của chất điểm trong hệ quy chiếu đó. Tùy thuộc quỹ đạo của chất điểm là đường thẳng hay đường cong mà chuyển động của nó được gọi là chuyển động thẳng hay chuyển động cong.

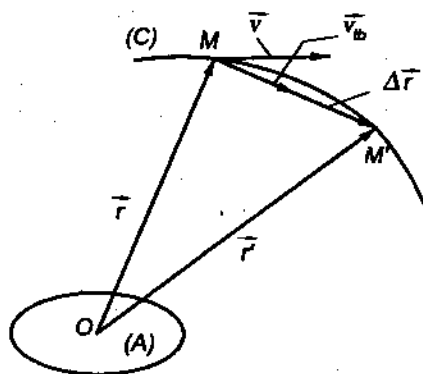
Dưới đây sẽ trình bày một số phương pháp thường được dùng để khảo sát động học của chất điểm.

4.1. PHƯƠNG PHÁP VÉCTƠ

4.1.1. Phương trình chuyển động

Xét chất điểm M chuyển động theo quỹ đạo C đối với hệ quy chiếu (A). Vị trí của chất điểm M được xác định nhờ vectơ định vị $\vec{r} = \overrightarrow{OM}$, trong đó: O là một điểm bất kỳ của hệ quy chiếu (A). Chất điểm M chuyển động nên $\vec{r}$ thay đổi (phương, chiều và trị số) theo thời gian:

$$\vec{r} = \vec{r}(t) \quad (4-1)$$



Hình 4.1

Nó được gọi là phương trình chuyển động của chất điểm M dạng vectơ (hình 4.1).

4.1.2. Vận tốc

Giả sử tại thời điểm t và thời điểm lân cận $t' = t + \Delta t$, vị trí của chất điểm M được xác định bằng các vectơ định vị $\vec{r}$ và $\vec{r}'$ tương ứng. Qua khoảng thời gian Δt vectơ định vị của chất điểm biến đổi một lượng $\overrightarrow{MM'} = \Delta \vec{r} = \vec{r}' - \vec{r}$ (hình 4.1).

Đại lượng $\overrightarrow{v_{tb}} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$ được gọi là vận tốc trung bình của chất điểm trong

khoảng thời gian $\Delta t = t' - t$.

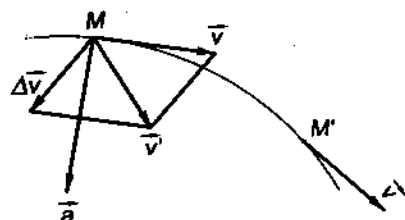
Vận tốc của chất điểm tại thời điểm t được xác định như sau:

$$\vec{v} = \lim_{M' \rightarrow M} \overrightarrow{v_{tb}} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} \equiv \dot{\vec{r}} \quad (4-2)$$

Như vậy vận tốc của chất điểm bằng đạo hàm bậc nhất theo thời gian của vectơ định vị của chất điểm. Vectơ vận tốc của chất điểm hướng về phía chuyển động theo tiếp tuyến của quỹ đạo tại điểm M. Đơn vị của vận tốc là mét/giây, kí hiệu là m/s.

4.1.3. Gia tốc

Giả sử tại thời điểm t và thời điểm lân cận $t' = t + \Delta t$ chất điểm M có vận tốc tương ứng $\vec{v}$ và $\vec{v}'$. Qua khoảng thời gian $\Delta t = t' - t$ vận tốc của chất điểm biến đổi một lượng $\Delta \vec{v} = \vec{v}' - \vec{v}$ (hình 4.2).



Hình 4.2

Đại lượng: $\overrightarrow{a_{tb}} = \frac{\vec{v}' - \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$,

được gọi là gia tốc trung bình của chất điểm trong khoảng thời gian Δt . Gia tốc của chất điểm tại thời điểm t được xác định như sau:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \overrightarrow{a_{tb}} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} \equiv \ddot{\vec{r}} \quad (4-3)$$

Như vậy gia tốc của chất điểm bằng đạo hàm bậc nhất theo thời gian của vận tốc và bằng đạo hàm bậc hai theo thời gian của vectơ định vị. Vectơ gia tốc hướng về bề lõm của quỹ đạo.

4.1.4. Dấu hiệu về nhanh dần và chậm dần của chuyển động

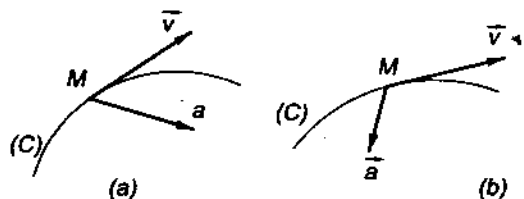
Chuyển động của chất điểm được gọi là nhanh dần (chậm dần) nếu $|\vec{v}|$ hoặc tương đương với nó, $\frac{1}{2}v^2 \equiv \frac{1}{2}(\vec{v})^2$ tăng (giảm) theo thời gian.

- Chất điểm chuyển động nhanh dần nếu (hình 4.3a):

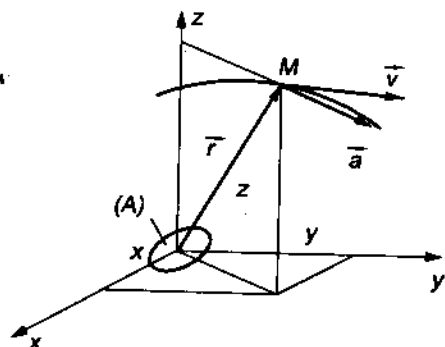
$$\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}v^2\right) = \vec{v} \cdot \vec{a} > 0 \quad (4-4)$$

- Chất điểm chuyển động chậm dần nếu (hình 4.3b):

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}v^2\right) = \vec{v} \cdot \vec{a} < 0 \quad (4-5)$$



Hình 4.3



Hình 4.4

4.2. PHƯƠNG PHÁP TOẠ ĐỘ ĐỀ CẮC (hình 4.4)

4.2.1. Phương trình chuyển động

Gắn vào hệ quy chiếu (A) một hệ trục toạ độ đề cắc vuông góc Oxyz. Các thông số định vị chất điểm sẽ là 3 toạ độ x, y, z biến đổi liên tục theo thời gian. Nếu:

$$x = f_1(t), y = f_2(t), z = f_3(t) \quad (4-6)$$

trong đó: các hàm $f_1(t)$, $f_2(t)$, $f_3(t)$ là các hàm liên tục đã biết của thời gian thì chúng được gọi là phương trình chuyển động của chất điểm dạng toạ độ đề cắc.

Chú ý rằng:

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} \quad (4-7)$$

trong đó: $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ là các vectơ đơn vị trên các trục toạ độ đề cắc.

4.2.2. Vận tốc

Dựa theo (4-2) và (4-7) và chú ý rằng:

$$\frac{d\vec{i}}{dt} = \frac{d\vec{j}}{dt} = \frac{d\vec{k}}{dt} \equiv 0$$

ta có:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d(x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k})}{dt} = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} + \frac{dz}{dt}\vec{k} \quad (4-8)$$

Từ đây tìm được các hình chiếu của $\vec{v}$ trên các trục toạ độ:

$$v_x = \frac{dx}{dt} \equiv \dot{x}; v_y = \frac{dy}{dt} \equiv \dot{y}; v_z = \frac{dz}{dt} \equiv \dot{z}; \quad (4-9)$$

Giá trị, phương chiều của vectơ vận tốc được tìm theo công thức:

$$v = |\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2} \quad (4-10)$$

$$\cos(\text{Ox}, \vec{v}) = \frac{v_x}{v}, \quad \cos(\text{Oy}, \vec{v}) = \frac{v_y}{v}, \quad \cos(\text{Oz}, \vec{v}) = \frac{v_z}{v} \quad (4-11)$$

4.2.3. Gia tốc

Tương tự như đối với vận tốc, gia tốc của chất điểm được tìm từ công thức:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt} \left[\frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} + \frac{dz}{dt}\vec{k} \right] = \frac{d^2x}{dt^2}\vec{i} + \frac{d^2y}{dt^2}\vec{j} + \frac{d^2z}{dt^2}\vec{k} \quad (4-12)$$

Từ đây tìm được các hình chiếu của gia tốc trên các trục toạ độ:

$$a_x = \frac{d^2x}{dt^2} \equiv \ddot{x}; \quad a_y = \frac{d^2y}{dt^2} \equiv \ddot{y}; \quad a_z = \frac{d^2z}{dt^2} \equiv \ddot{z} \quad (4-13)$$

Giá trị, phương, chiều của gia tốc được tìm từ công thức:

$$a = |\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} = \sqrt{\ddot{x}^2 + \ddot{y}^2 + \ddot{z}^2} \quad (4-14)$$

$$\cos(\text{Ox}, \vec{a}) = \frac{a_x}{a}; \quad \cos(\text{Oy}, \vec{a}) = \frac{a_y}{a}; \quad \cos(\text{Oz}, \vec{a}) = \frac{a_z}{a} \quad (4-15)$$

Chuyển động thẳng: khi quỹ đạo của chất điểm là đường thẳng. Chọn trục Ox hướng theo đường thẳng quỹ đạo (hình 4.5). Chọn chiều dương trên quỹ đạo (thường là thuận chiều chuyển động).

Phương trình chuyển động sẽ là: $x = f(t)$.

Vận tốc của chất điểm: hướng dọc đường thẳng quỹ đạo và theo chiều chuyển động. Hình chiếu của vận tốc trên quỹ đạo sẽ là:

$$v_x = \frac{dx}{dt} = \frac{df(t)}{dt}$$

Gia tốc của chất điểm: hướng dọc đường thẳng quỹ đạo. Hình chiếu của gia tốc trên quỹ đạo sẽ là:

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{d^2}{dt^2} f$$

Gia tốc hướng theo chiều chuyển động nếu chuyển động là

nhẹ dần ($v_x, a_x > 0$) và hướng ngược chiều chuyển động nếu chuyển động là chậm dần ($v_x, a_x < 0$).



Hình 4.5

a. Chuyển động thẳng đều: chiều dương quỹ đạo thuận chiều chuyển động:

$$v_x = \text{hằng} = v_0; a_x = 0, \text{ còn } x = v_0(t - t_0) + x_0$$

trong đó: t_0 và x_0 là thời điểm đầu và vị trí đầu của chất điểm.

b. Chuyển động thẳng biến đổi đều: chọn chiều dương quỹ đạo thuận chiều chuyển động:

$$a_x = \pm a_0 = \text{const}$$

$$v = \pm a_0(t - t_0) + v_0$$

$$x = \pm \frac{1}{2} a_0(t - t_0)^2 + v_0(t - t_0) + x_0,$$

trong đó: t_0, v_0 và x_0 là thời điểm đầu, vận tốc đầu và vị trí đầu của chất điểm.

Chuyển động là nhẹ dần ứng với dấu “+” và chậm dần ứng với dấu “-” trong các biểu thức trên.

Từ đây ta tính được vận tốc của chất điểm tại hai thời điểm bất kỳ t_1 và t_2 ($t_1 > t_2$), kí hiệu $v(t_1)$ và $v(t_2)$:

$$v(t_2) = \pm a_0(t_2 - t_0) + v_0 \equiv v_2$$

$$v(t_1) = \pm a_0(t_1 - t_0) + v_0 \equiv v_1$$

Do đó lượng biến thiên vận tốc $\Delta v = v_2 - v_1$ tương ứng với khoảng thời gian $\Delta t = t_2 - t_1$:

$$\Delta v = v(t_2) - v(t_1) = \pm a_0(t_2 - t_1) \rightarrow \frac{\Delta v}{t_2 - t_1} = \pm a_0 = \text{const.}$$

Vậy trong chuyển động biến đổi đều, lượng biến đổi vận tốc trong những khoảng thời gian bằng nhau là bằng nhau.

c. Chuyển động tròn: chất điểm chuyển động trong một mặt phẳng và luôn luôn cách một điểm O cố định một khoảng cách không đổi $OM = R$ được gọi là bán kính quay. Quỹ đạo của chất điểm là đường tròn tâm O bán kính OM.

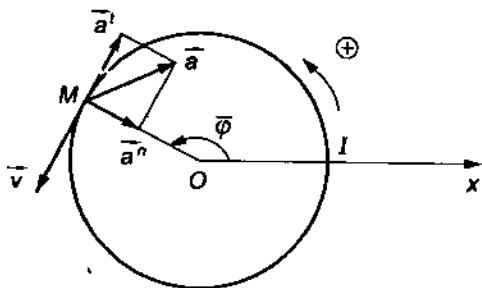
Giả sử chất điểm chuyển động dọc quỹ đạo theo chiều ngược chiều kim đồng hồ. Chiều này được chọn làm chiều dương trên quỹ đạo. Để xác định vị trí của chất điểm trên quỹ đạo, ta có thể chọn thông số $\bar{s} = IM$, trong đó: I là một điểm cố định trên quỹ đạo được chọn làm gốc. Để xác định vị trí của chất điểm M cũng có thể sử dụng góc $\bar{\varphi} = (\overrightarrow{Ox}, \overrightarrow{OM})$, nó được quy ước là dương khi trục Ox quay đến gặp $\overrightarrow{OM}$ theo chiều ngược chiều kim đồng hồ. Với các quy ước trên ta có (hình 4.6):

$$\bar{s} = R\bar{\varphi}$$

Chú ý rằng khi chất điểm chạy dọc theo chiều dương quỹ đạo thì $\bar{\varphi}$ tăng và do đó $\dot{\bar{\varphi}} > 0$. Nếu chất điểm chạy dọc quỹ đạo theo chiều âm thì $\bar{\varphi}$ giảm và $\dot{\bar{\varphi}} < 0$.

Phương trình chuyển động của chất điểm dọc quỹ đạo sẽ là:

$$\bar{s} = \bar{s}(t) = R \cdot \bar{\varphi}(t)$$



Hình 4.6

Vận tốc của chất điểm. Như đã biết vận tốc của chất điểm có phương tiếp tuyến với quỹ đạo và thuận chiều chuyển động. Trong trường hợp này vận tốc sẽ vuông góc với bán kính quay $\overrightarrow{OM}$ và hướng theo chiều $\bar{s}$ (hoặc $\bar{\varphi}$) tăng tức $\dot{\bar{\varphi}} > 0$, còn giá trị của nó được xác định như sau:

$$x_M = R \cos \varphi \rightarrow \dot{x}_M \equiv v_x = -R \sin \varphi \dot{\varphi}$$

$$y_M = R \sin \varphi \rightarrow \dot{y}_M \equiv v_y = R \cos \varphi \dot{\varphi}$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = R \dot{\varphi} = \left| \frac{d\bar{s}}{dt} \right|$$

Chú ý rằng nếu chọn vectơ đơn vị $\overrightarrow{t_0}$ trên phương tiếp tuyến với quỹ đạo phù hợp với chiều dương của quỹ đạo và vectơ đơn vị $\overrightarrow{n_0}$ trên phương pháp tuyến quỹ đạo hướng về mặt lõm của quỹ đạo, tức dọc $\overrightarrow{OM}$, hướng từ M đến O , ta có:

$$\overrightarrow{v} = \frac{d\bar{s}}{dt} \overrightarrow{t_0} = R \dot{\bar{\varphi}} \overrightarrow{t_0} \quad (a)$$

Chiếu đẳng thức (a) lên phương tiếp tuyến ta có:

$$\overrightarrow{v_t} = \frac{d\bar{s}}{dt} \overrightarrow{t_0} = R \dot{\bar{\varphi}}$$

ở đây $\vec{v}_t$ là hình chiếu của vận tốc trên phương tiếp tuyến quỹ đạo.

Ngoài ra chú ý rằng:

$$\vec{n}_0 = -\cos\varphi \vec{i} - \sin\varphi \vec{j}; \quad \vec{t}_0 = -\sin\varphi \vec{i} + \cos\varphi \vec{j}$$

$$\frac{d\vec{t}_0}{dt} = -(\cos\varphi \vec{i} + \sin\varphi \vec{j})\dot{\varphi} = \dot{\varphi} \vec{n}_0$$

Gia tốc của chất điểm: Theo công thức (4-3), ta có:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}(\vec{v}_t \vec{t}_0) = \frac{d\vec{v}_t}{dt} \vec{t}_0 + \vec{v}_t \frac{d\vec{t}_0}{dt} = \frac{d\vec{v}_t}{dt} \vec{t}_0 + \frac{\vec{v}_t^2}{R} \vec{n}_0$$

Như vậy gia tốc của chất điểm gồm hai thành phần:

- Thành phần hướng theo tiếp tuyến của quỹ đạo, được gọi là gia tốc tiếp, ký hiệu $\vec{a}_t$:

$$\vec{a}_t = \frac{d\vec{v}_t}{dt} \vec{t}_0 = \frac{d^2 s}{dt^2} \vec{t}_0$$

nó có hình chiếu trên phương tiếp tuyến quỹ đạo, ký hiệu $\vec{a}_t$:

$$\vec{a}_t = \frac{d^2 s}{dt^2} = \frac{dv_t}{dt}$$

- Thành phần hướng theo phương pháp tuyến (hướng về bề lõm quỹ đạo), được gọi là gia tốc pháp, ký hiệu $\vec{a}_n$:

$$\vec{a}_n = \frac{v^2}{R} \vec{n}_0$$

nó có hình chiếu trên phương pháp tuyến quỹ đạo, ký hiệu $\vec{a}_n$:

$$\vec{a}_n = \frac{v^2}{R}$$

Các chuyển động tròn đặc biệt:

a. *Chuyển động tròn đều*: là chuyển động mà vận tốc của chất điểm có giá trị không đổi:

$$v = |\vec{v}_t| = \text{const} = v_0; |\vec{a}_t| = \left| \frac{d\vec{v}_t}{dt} \right| = 0; \vec{a}^n = \frac{v^2}{R} = \text{const}$$

$$\vec{a} = \vec{a}^n; s = \pm v_0(t - t_0) + s_0; s_0 \equiv s(t_0)$$

b. Chuyển động tròn biến đổi đều: là chuyển động mà gia tốc tiếp của chất điểm có giá trị không đổi:

$$|\vec{a}_t| = a_0 = \text{const}$$

Nếu chọn chiều dương quỹ đạo thuận chiều chuyển động:

$$v = \pm a_0(t - t_0) + v_0; v_0 \equiv v(t_0)$$

$$s = \pm \frac{1}{2} a_0(t - t_0)^2 + v_0(t - t_0) + s_0; s_0 \equiv s(t_0)$$

Lấy dấu “+” ứng với chuyển động nhanh dần đều và lấy dấu “-” ứng với chuyển động chậm dần đều.

Ví dụ 4-1: Một vật được ném lên theo phương thẳng đứng với vận tốc đầu $v_0 = 1000\text{m/s}$ tại một điểm cách mặt đất một khoảng $h_0 = 100\text{m}$. Tìm khoảng thời gian T để vật đạt được vị trí cao nhất. Tính đoạn đường vật đi được. Cho biết gia tốc trọng trường là $g = 10\text{m/s}^2$ (hình 4.7).

Bài giải: Chọn trục Oz hướng thẳng đứng lên với điểm gốc tại O trên mặt đất. Như đã biết, vật (được xem là chất điểm) chuyển động tự do trong trọng trường với gia tốc theo phương thẳng đứng và hướng xuống, có giá trị bằng gia tốc trọng trường, tức là:

$$m\vec{z} = -mg \rightarrow \ddot{z} = -g$$

Từ đây ta nhận được:

$$z = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0t + h_0.$$

Vận tốc của chất điểm được tính theo công thức:

$$v = \frac{dz}{dt} = -gt + v_0.$$

Khi chất điểm đạt được độ cao nhất thì $v=0$. Vậy thời gian T để chất điểm lên đến điểm cao nhất sẽ được tìm từ hệ thức:

$$v(T) = -gT + v_0 = 0.$$

$$\text{Vậy: } T = \frac{v_0}{g} = \frac{1000}{10} = 100\text{s}.$$

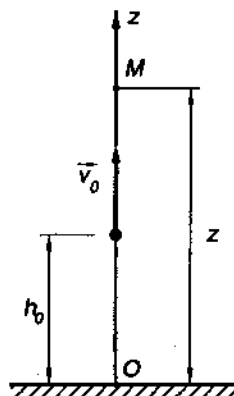
Quãng đường chất điểm đi được sẽ là:

$$H = z(T) - h_0 = -5T^2 + 1000T = 50000\text{m} = 50\text{km}$$

Ví dụ 4-2: Một chất điểm chuyển động trên một đoạn cong của đường tròn có bán kính $R=1000\text{m}$ với vận tốc đầu $v_0 = 54\text{km/h}$. Sau khi đi được một đoạn đường có chiều dài 500m , vận tốc của chất điểm giảm xuống còn 36km/h . Cho biết chất điểm chuyển động chậm dần đều. Tính gia tốc của chất điểm lúc xuất phát và lúc vận tốc có giá trị bằng 36km/h .

Bài giải: Chọn chiều dương quỹ đạo thuận chiều chuyển động của chất điểm và chọn gốc tọa độ trùng với vị trí xuất phát của chất điểm.

Vì chất điểm chuyển động chậm dần đều nên ta có:



Hình 4.7

$$s = -\frac{1}{2}a_0^1 t^2 + v_0 t; v = -a_0^1 t + v_0,$$

trong đó: a_0^1 là gia tốc tiếp của chất điểm.

Khi khử t từ hai phương trình trên, ta nhận được:

$$a_0^1 = \frac{(v_0 - v)(v_0 + v)}{2s}.$$

Khi thay các giá trị $v_0 = 15\text{m/s}$ (ứng với 54km/h), $v = 10\text{m/s}$ (ứng với 36km/h), $s = 500\text{m}$, ta có:

$$a^1 = \frac{5 \times 25}{1000} = 0,125\text{m/s}^2.$$

Vì chuyển động tròn là chậm dần đều nên gia tốc tiếp có giá trị như nhau tại mọi thời điểm, còn gia tốc pháp được tính theo công thức:

$$a_n = \frac{v^2}{R}. \text{ Do đó:}$$

- Gia tốc pháp tại thời điểm xuất phát:

$$a_0^n = \frac{v^2}{R} = \frac{15 \times 15}{1000} = 0,225\text{m/s}^2$$

- Gia tốc pháp tại thời điểm vận tốc có giá trị 36km/h :

$$a^n = \frac{v_0^2}{R} = \frac{10 \times 10}{1000} = 0,1\text{m/s}^2$$

Vậy gia tốc toàn phần tại hai thời điểm này là:

$$a_0 = \sqrt{(a_0^1)^2 + (a_0^n)^2} = \sqrt{(0,125)^2 + (0,225)^2} = 0,258\text{m/s}^2$$

$$a = \sqrt{(a^1)^2 + (a^n)^2} = \sqrt{(0,125)^2 + (0,1)^2} = 0,16\text{m/s}^2$$

Ví dụ 4-3: Chất điểm chuyển động theo quy luật

$$x = R \cos \omega t; y = R \sin \omega t; z = p\omega t \text{ trong đó: } R, \omega,$$

p là những hằng số.

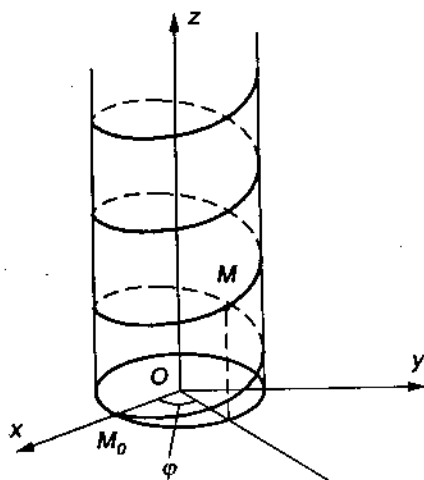
Tìm vận tốc, gia tốc của chất điểm M .

Bài giải: Đặt $\varphi = \omega t$, phương trình chuyển động của chất điểm M có thể được viết như sau:

$$x = R \cos \varphi; y = R \sin \varphi; z = p\varphi$$

Quỹ đạo của chất điểm M là một đường đing ốc nằm trên mặt trụ xoay, có trục đối xứng là trục Oz , bán kính bằng R . Khi góc φ thay đổi một lượng 2π thì chất điểm M di chuyển dọc trục Oz được một đoạn không đổi $h = 2\pi p$. Đoạn h được gọi là bước của đing ốc, còn p là thông số của đường đing ốc (hình 4-8). Áp dụng phương pháp tọa độ Đécác:

$$v_x = \dot{x} = -R\omega \sin \omega t; v_y = \dot{y} = R\omega \cos \omega t; v_z = \dot{z} = p\omega$$



Hình 4.8

$$v = \sqrt{(-R\omega \sin \omega t)^2 + (R\omega \cos \omega t)^2 + (p\omega)^2} = \omega \sqrt{R^2 + p^2} = \text{const}$$

$$\cos(Ox, \vec{v}) = \frac{v_x}{v} = \frac{-R\omega \sin \omega t}{\omega \sqrt{R^2 + p^2}} = -\frac{R}{\sqrt{R^2 + p^2}} \sin \omega t$$

$$\cos(Oy, \vec{v}) = \frac{v_y}{v} = \frac{R\omega \cos \omega t}{\omega \sqrt{R^2 + p^2}} = \frac{R \cos \omega t}{\sqrt{R^2 + p^2}}$$

$$\cos(Oz, \vec{v}) = \frac{v_z}{v} = \frac{p\omega}{\omega \sqrt{R^2 + p^2}} = \frac{p}{\sqrt{R^2 + p^2}} = \text{const}$$

$$a_x = \ddot{x} = -R\omega^2 \cos \omega t; a_y = \ddot{y} = -R\omega^2 \sin \omega t; a_z = \ddot{z} = 0$$

$$a = \sqrt{(-R\omega^2 \cos \omega t)^2 + (-R\omega^2 \sin \omega t)^2} = R\omega^2 = \text{const}$$

$$\cos(Ox, \vec{a}) = \frac{a_x}{a} = \frac{-R\omega^2 \cos \omega t}{R\omega^2} = -\cos \omega t$$

$$\cos(Oy, \vec{a}) = \frac{a_y}{a} = \frac{-R\omega^2 \sin \omega t}{R\omega^2} = -\sin \omega t$$

$$\cos(Oz, \vec{a}) = \frac{a_z}{a} = 0$$

Từ các kết quả trên ta đi đến kết luận sau:

Chất điểm M chuyển động đều trên quỹ đạo hình ốc ($v = \text{const}$), vận tốc làm với trục đường đỉnh ốc (trục Oz) một góc không đổi. Gia tốc cũng có giá trị không đổi, nằm trong mặt phẳng vuông góc với trục đường đỉnh ốc và cắt trục Oz.

CÂU HỎI ÔN TẬP

- 1) Khảo sát chuyển động của điểm bằng phương pháp vectơ, phương pháp tọa độ Đêcác ?
- 2) Khảo sát chuyển động thẳng đều và biến đổi đều ?
- 3) Khảo sát chuyển động tròn đều và biến đổi đều ?

CHUYỂN ĐỘNG CỦA VẬT RẮN

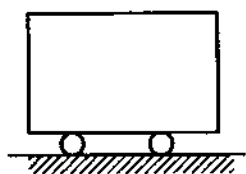
5.1. HAI CHUYỂN ĐỘNG CƠ BẢN CỦA VẬT RẮN

5.1.1. Chuyển động tịnh tiến của vật rắn

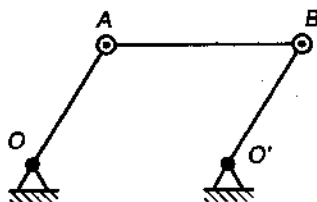
1. Định nghĩa

Chuyển động của vật rắn được gọi là tịnh tiến khi một đoạn thẳng bất kì thuộc vật giữ phương không đổi trong quá trình chuyển động.

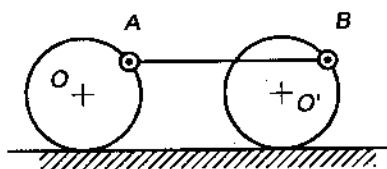
Ví dụ: Chuyển động của một thùng xe trên đoạn đường thẳng (hình 5.1), chuyển động của thanh truyền AB trong cơ cấu hình bình hành (hình 5.2), chuyển động của tay biên AB của tàu hoả (hình 5.3).



Hình 5.1



Hình 5.2



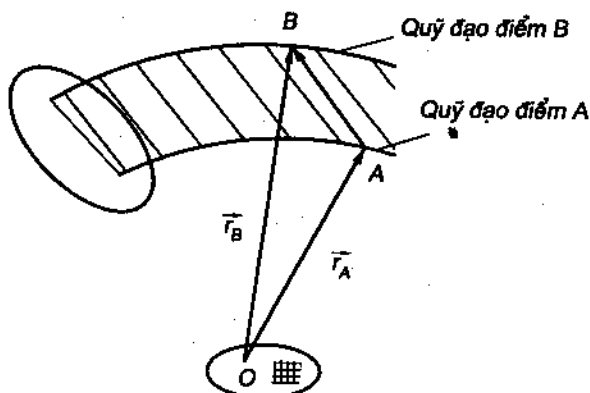
Hình 5.3

2. Định lý 5-1: Khi vật rắn chuyển động tịnh tiến, các điểm thuộc vật vẽ nên những quỹ đạo đồng nhất (có thể đặt trùng khít lên nhau), tại mỗi thời điểm các điểm thuộc vật có vận tốc bằng nhau và gia tốc bằng nhau.

Chứng minh: Lấy hai điểm bất kì A, B thuộc vật. Các vectơ định vị của chúng liên hệ với nhau bằng hệ thức sau:

$$\vec{r}_B = \vec{r}_A + \vec{AB}$$

trong đó: $\vec{AB}$ là vectơ hằng: có modun không đổi (do tính chất vật rắn tuyệt đối) và phương, chiều không đổi (do vật rắn



Hình 5.4

chuyển động tịnh tiến). Do đó vị trí của điểm B có được bằng cách trượt điểm A trên giá của vectơ $\overrightarrow{AB}$ với vectơ hằng $\overrightarrow{AB}$. Trong phép trượt này quỹ đạo điểm A sẽ đến trùng với quỹ đạo điểm B, tức quỹ đạo điểm A có thể đặt trùng khít lên quỹ đạo điểm B (hình 5.4).

Do $\overrightarrow{AB}$ là vectơ hằng nên : $\frac{d\overrightarrow{AB}}{dt} = 0$

Vậy:
$$\frac{d\overrightarrow{r}_B}{dt} = \frac{d\overrightarrow{r}_A}{dt} \rightarrow \overrightarrow{v}_B = \overrightarrow{v}_A,$$

$$\frac{d^2\overrightarrow{r}_B}{dt^2} = \frac{d^2\overrightarrow{r}_A}{dt^2} \rightarrow \overrightarrow{a}_B = \overrightarrow{a}_A.$$

Như vậy về mặt động học vật rắn chuyển động tịnh tiến được thay thế bằng một chất điểm. Để khảo sát nó có thể sử dụng các phương pháp đã được trình bày trong chương 4.

5.1.2. Chuyển động của vật rắn quay quanh một trục cố định

1. Định nghĩa

Chuyển động của vật rắn có hai điểm luôn luôn cố định được gọi là chuyển động quay quanh một trục cố định. Đường thẳng qua hai điểm cố định được gọi là trục quay (hình 5-5).

Khi một vật quay quanh một trục cố định, mỗi điểm thuộc vật chuyển động trên một đường tròn có tâm nằm trên trục quay, có bán kính bằng khoảng cách từ điểm đó đến trục quay (bán kính quay của điểm).

Để khảo sát chuyển động của vật chỉ cần khảo sát chuyển động của một tiết diện phẳng bất kì vuông góc với trục quay.

2. Khảo sát chuyển động của vật

a. *Phương trình chuyển động*: Góc định vị $\overline{\varphi}$ của tiết diện phẳng là góc giữa trục cố định Ix với bán kính quay IM của tiết diện phẳng:

$$\overline{\varphi} = \overline{\varphi}(t) \quad (5-1)$$

được gọi là phương trình chuyển động của vật quay.

b. *Vận tốc góc của vật*, kí hiệu $\overline{\omega}$:

$$\overline{\omega} = \frac{d\overline{\varphi}}{dt} = \dot{\overline{\varphi}}(t) \quad (5-2)$$

Dấu của $\overline{\omega}$ biểu diễn chiều quay :

$\overline{\omega} > 0$ - vật quay theo chiều dương

$\overline{\omega} < 0$ - vật quay theo chiều âm.

- Giá trị của vận tốc góc $\omega = |\omega|$
biểu diễn tốc độ quay của vật, được
tính bằng rad/s (hoặc 1/s):

$$\omega = \frac{\pi n}{30} (\text{rad/s}) \quad (5-3)$$

trong đó: n là số vòng quay
trong một phút của vật.

c. Gia tốc góc của vật, kí hiệu ε

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} \equiv \dot{\omega} (\text{rad/s}^2 \text{ hoặc } 1/\text{s}^2) \quad (5-4)$$

d. Dấu hiệu chuyển động quay nhanh dần, chậm dần: chuyển động quay
được gọi nhanh dần (chậm dần) nếu $|\omega|$ tăng theo thời gian (giảm theo thời
gian). Do đó dấu hiệu của chuyển động nhanh dần, chậm dần sẽ là:

$$\begin{cases} \omega\varepsilon > 0, \\ \omega\varepsilon < 0. \end{cases} \quad (5-5)$$

Dấu ">" ứng với chuyển động nhanh dần, còn dấu "<" ứng với chuyển
động chậm dần.

e. Các chuyển động quay đặc biệt (chọn chiều dương thuận chiều quay)

* Chuyển động quay đều:

$$\omega = \omega_0 = \text{const}; \varepsilon = 0; \varphi = \omega_0(t - t_0) + \varphi_0 \quad (5-6)$$

trong đó: $\varphi_0 = \varphi(t_0)$.

* Chuyển động quay biến đổi đều:

$$\varepsilon = \pm \varepsilon_0 = \text{const}; \omega = \pm \varepsilon_0(t - t_0) + \omega_0; \varphi = \pm \frac{1}{2} \varepsilon_0(t - t_0)^2 + \omega_0(t - t_0) + \varphi_0 \quad (5-7)$$

trong đó: $\omega_0 = \omega(t_0); \varphi_0 = \varphi(t_0)$. Dấu "+" ứng với chuyển động nhanh dần
đều, còn dấu "-" ứng với chuyển động chậm dần đều.

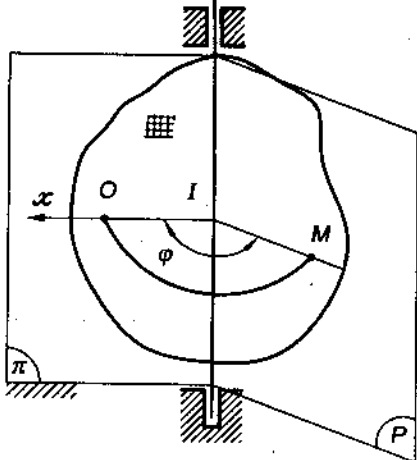
3. Khảo sát chuyển động của các điểm thuộc vật

Khảo sát một điểm M có bán kính quay R ($R = IM$).

a. Phương trình chuyển động của điểm M dọc quỹ đạo:

$$\vec{s} = R\vec{\varphi}(t) \quad (5-8)$$

b. Vận tốc của điểm M : $\vec{v}_M = \frac{d\vec{OM}}{dt}$



Hình 5.5

- Phương: vuông góc với bán kính quay R.

- Chiều: thuận chiều quay (thuận với $\vec{\omega}$).

- Giá trị: $v_M = R\omega$ (5-9)

c. Gia tốc của điểm M

$$\vec{a}_M = \vec{a}^t + \vec{a}^n$$

trong đó: $\vec{a}^t$ là thành phần gia tốc tiếp, còn $\vec{a}^n$ là gia tốc pháp.

* Gia tốc tiếp $\vec{a}^t$:

- Phương: vuông góc với bán kính quay.

- Chiều: thuận chiều $\vec{v}$ nếu quay nhanh dần và ngược chiều $\vec{v}$ nếu vật quay chậm dần (thuận chiều với $\vec{\epsilon}$).

- Giá trị: $|\vec{a}^t| = R|\epsilon|$ (5-10)

* Gia tốc pháp $\vec{a}^n$:

- Phương: dọc bán kính quay.

- Chiều: hướng về trục quay (gia tốc hướng tâm).

- Giá trị: $|\vec{a}^n| = R\omega^2$ (5-11)

5.1.3. Truyền chuyển động nhờ các chuyển động cơ bản

a. Truyền chuyển động tịnh tiến sang chuyển động tịnh tiến (hình 5.6)

Ví dụ 5-1: Một lăng kính chuyển động theo phương ngang với vận tốc v_1 , làm cần bị dây theo phương đứng với vận tốc v_2 .

Tìm tỉ số truyền động: $i = \frac{v_2}{v_1}$.

Bài giải: Di chuyển của cần

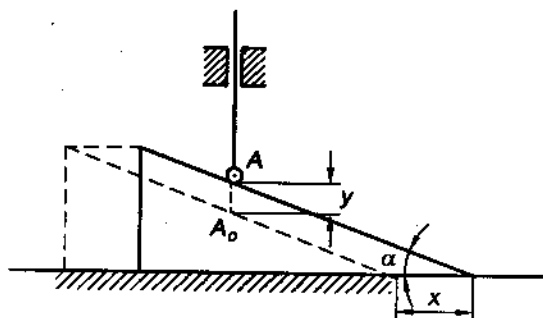
dây: $A_0A = y$, còn di chuyển của

lăng kính theo phương ngang

$B_0B = x$. Rõ ràng $y = x \cdot \tan \alpha$.

Lấy đạo hàm theo thời gian hai vế của hệ thức nhận được:

$$\dot{y} = x \tan \alpha \rightarrow v_2 = v_1 \tan \alpha$$



Hình 5.6. Truyền chuyển động tịnh tiến sang chuyển động tịnh tiến

Vậy tỉ số truyền động sẽ là:

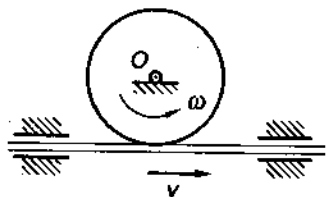
$$i = \frac{v_2}{v_1} = \operatorname{tg} \alpha.$$

b. Truyền chuyển động tịnh tiến sang chuyển động quay và ngược lại

Truyền chuyển động bánh răng – thanh răng (hình 5.7). Bánh răng là một đĩa tròn đồng chất, bán kính R và quay với vận tốc góc ω . Do vận tốc của điểm tiếp xúc thuộc bánh răng và thanh răng bằng nhau (bỏ qua sự trượt) nên: $v = R\omega$.

Do đó tỉ số truyền động sẽ là:

$$i = \frac{v}{\omega} = R.$$

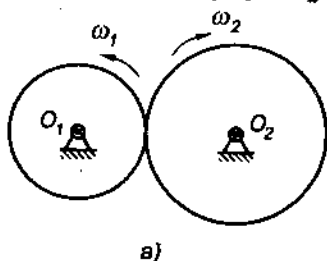


Hình 5.7

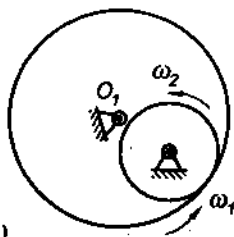
c. Truyền chuyển động quay sang chuyển động quay

* Truyền động bánh răng (hình 5-8a, b): dựa vào điểm tiếp xúc của hai bánh răng có vận tốc bằng nhau nên:

$$v = \omega_1 R_1 = \omega_2 R_2.$$



a)

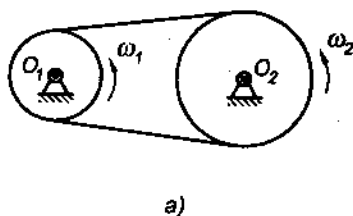


b)

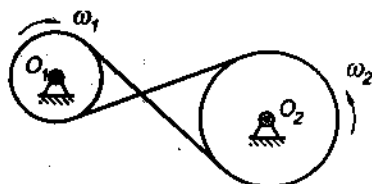
Hình 5.8

Tỉ số truyền động sẽ là: $i = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{R_1}{R_2}$

Công thức truyền động này còn đúng cho truyền động đai truyền với giả thiết bỏ qua độ giãn của đai truyền và sự trượt giữa đai truyền và bánh (hình 5.9a, b).



a)



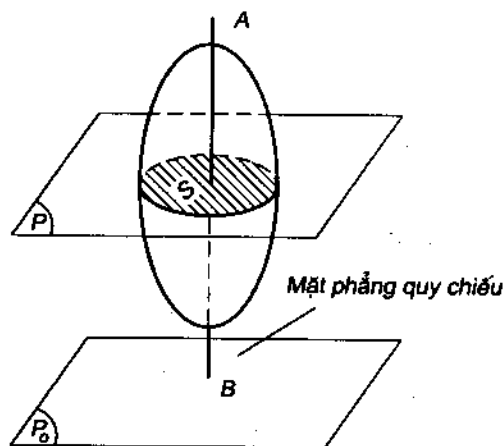
b)

Hình 5.9

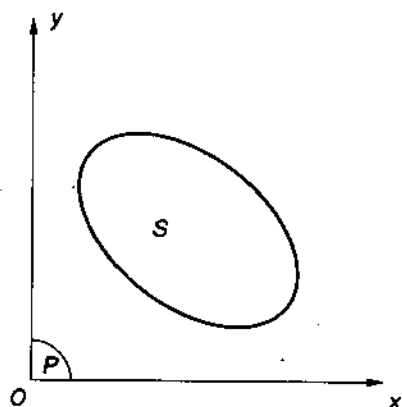
5.2. CHUYỂN ĐỘNG SONG PHẪNG CỦA VẬT RẮN

5.2.1. Định nghĩa và mô hình

1. Định nghĩa: Chuyển động của vật rắn được gọi là chuyển động song phẳng khi mỗi điểm thuộc vật luôn luôn di chuyển trong một mặt phẳng song song với một mặt phẳng cố định được chọn trước gọi là mặt phẳng quy chiếu (hình 5.10).



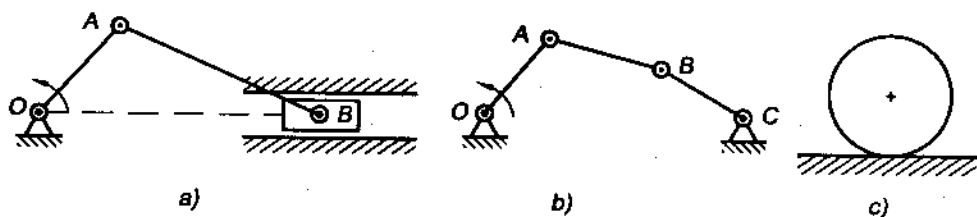
Hình 5.10



Hình 5.11

2. Mô hình của vật rắn chuyển động song phẳng

Việc khảo sát chuyển động của vật rắn được đưa về khảo sát chuyển động của một tiết diện phẳng của nó trong mặt phẳng chứa tiết diện, song song với mặt phẳng quy chiếu (hình 5.11). Trong các cơ cấu phẳng, các khâu của nó đều chuyển động song phẳng. Ví dụ: cơ cấu tay quay thanh truyền (hình 5.12a), cơ cấu bốn khâu (hình 5.12b), bánh xe lăn không trượt theo một đường cong phẳng (hình 5.12c).

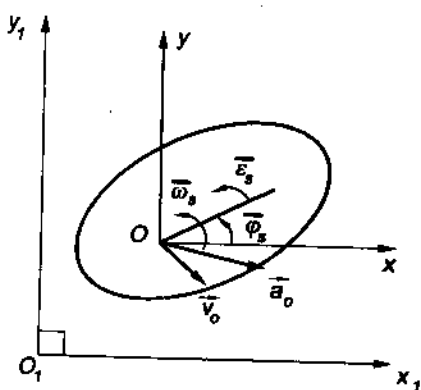


Hình 5.12

5.2.2. Khảo sát chuyển động của hình phẳng

1. Phân tích chuyển động hình phẳng S thành chuyển động tịnh tiến và quay

Chọn một điểm O thuộc vật và hệ trục Oxy có trục Ox và Oy luôn luôn song song với các trục O_1x_1, O_1y_1 tương ứng. Đối với hệ trục Oxy tấm phẳng quay quanh trục qua O và góc định vị $\bar{\varphi}_s$ (vận tốc góc $\bar{\omega}_s = \dot{\bar{\varphi}}(t)$, gia tốc góc $\bar{\varepsilon}_s = \dot{\bar{\omega}}_s(t) = \ddot{\bar{\varphi}}(t)$), còn hệ trục Oxy chuyển động tịnh tiến đối với hệ trục cố định $O_1x_1y_1$ với các thông số định vị $\bar{x}_0(t), \bar{y}_0(t)$ (với vận tốc $\bar{v}_0(t)$, gia tốc góc $\bar{a}_0(t)$).



Hình 5.13

Bằng cách như vậy, chuyển động của hình phẳng S được phân tích thành chuyển động tịnh tiến cùng với hệ trục Oxy và chuyển động quay đối với hệ trục này (hình 5.13).

2. Các yếu tố động học của chuyển động hình phẳng

Để xác định chuyển động hình phẳng cần xác định chuyển động tịnh tiến của hệ trục Oxy (qua vận tốc và gia tốc cực O) và chuyển động quay của hình phẳng quanh trục qua O và thẳng góc với mặt phẳng của hình phẳng (qua vận tốc góc và gia tốc góc). Các đại lượng (hình 5.13): $\bar{v}_0, \bar{a}_0, \bar{\omega}_s, \bar{\varepsilon}_s$ được gọi là các yếu tố động học của hình phẳng chuyển động song phẳng. Các đại lượng $\bar{v}_0, \bar{a}_0$ phụ thuộc vào việc chọn cực, còn các đại lượng $\bar{\omega}_s, \bar{\varepsilon}_s$ không phụ thuộc vào việc chọn cực.

5.2.3. Khảo sát chuyển động các điểm thuộc hình phẳng

1. Vận tốc của điểm

Định lý 5-2: Vận tốc của một điểm thuộc hình phẳng bằng tổng hình học của vận tốc cực và vận tốc của nó khi hình phẳng quay (đối với hệ trục tịnh tiến Oxy) quanh cực:

$$\bar{v}_M = \bar{v}_0 + \bar{v}_{M0} \quad (5-12)$$

Chứng minh: Xét điểm M thuộc hình phẳng, vectơ định vị của nó là $\bar{r} = \bar{O_1M} = \bar{O_1O} + \bar{OM}$. Do đó:

$$\vec{v}_M = \frac{d}{dt}(\vec{O_1 M})_{x_1 y_1} = \frac{d}{dt}(\vec{O_1 O})_{x_1 y_1} + \frac{d}{dt}(\vec{OM})_{x_1 y_1}$$

Rõ ràng là: $\frac{d}{dt}(\vec{O_1 M})_{x_1 y_1} = \vec{v}_0$.

Còn:

$$\frac{d}{dt}(\vec{OM})_{x_1 y_1} = \frac{d}{dt}(\vec{OM})_{xy} = \vec{v}_{MO}$$

có phương: vuông góc với MO, chiều: thuận chiều $\vec{\omega}_s$, giá trị bằng $MO \cdot \omega_s$.

Do đó (hình 5.14):

$$\vec{v}_M = \vec{v}_0 + \vec{v}_{MO}$$

Dễ dàng suy ra công thức liên hệ vận tốc giữa hai điểm bất kỳ thuộc hình phẳng:

$$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{v}_{BA}$$

(5-13)

trong đó: $\vec{v}_{BA}$ có phương: vuông góc với BA, chiều: thuận chiều $\vec{\omega}_s$, giá trị bằng $BA \cdot \omega_s$.

Định lý 5-3: Hình chiếu vận tốc của hai điểm thuộc hình phẳng lên phương qua hai điểm đó bằng nhau (hình 5.15).

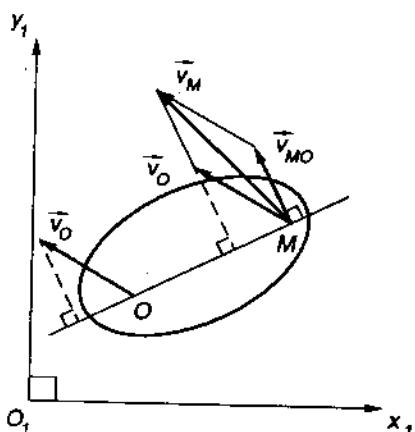
Chứng minh: Chiều hai vế của đẳng thức (5-13) lên đường thẳng qua hai điểm AB với chú ý rằng $\vec{v}_{AB}$ vuông góc với phương chiều ta có:

$$hc_{AB} \vec{v}_B = hc_{AB} \vec{v}_A \quad (5-14)$$

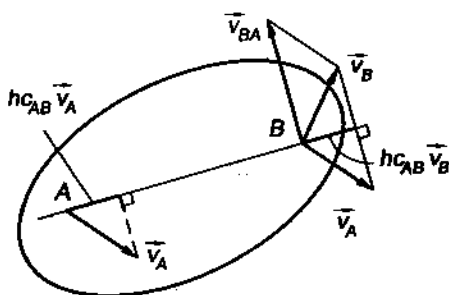
b. Sự phân bố vận tốc các điểm thuộc hình phẳng

- Tâm vận tốc tức thời: là một điểm P của hình phẳng tại thời điểm khảo sát có vận tốc bằng 0.

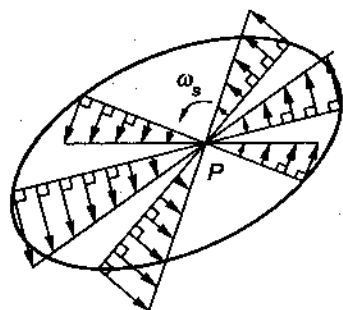
- **Định lý 5-4:** Tại thời điểm tồn tại tâm vận tốc, vận tốc các điểm thuộc hình phẳng giống như trường hợp hình phẳng quay quanh tâm vận tốc tức thời. (hình 5.16).



Hình 5.14



Hình 5.15



Hình 5.16

Chứng minh: Giả sử P là tâm vận tốc tức thời ($v_P = 0$). Lấy P làm cực và viết công thức liên hệ vận tốc ta có:

$$\vec{v}_M = \vec{v}_P + \vec{v}_{MP} = \vec{v}_{MP} \quad (5-15)$$

trong đó: $\vec{v}_M \equiv \vec{v}_{MP}$ có phương vuông góc với MP, chiều: thuận chiều $\vec{\omega}_s$, giá trị bằng MP. ω_s . Do đó định lý được chứng minh.

- Một số quy tắc tìm tâm vận tốc (khi nó tồn tại):

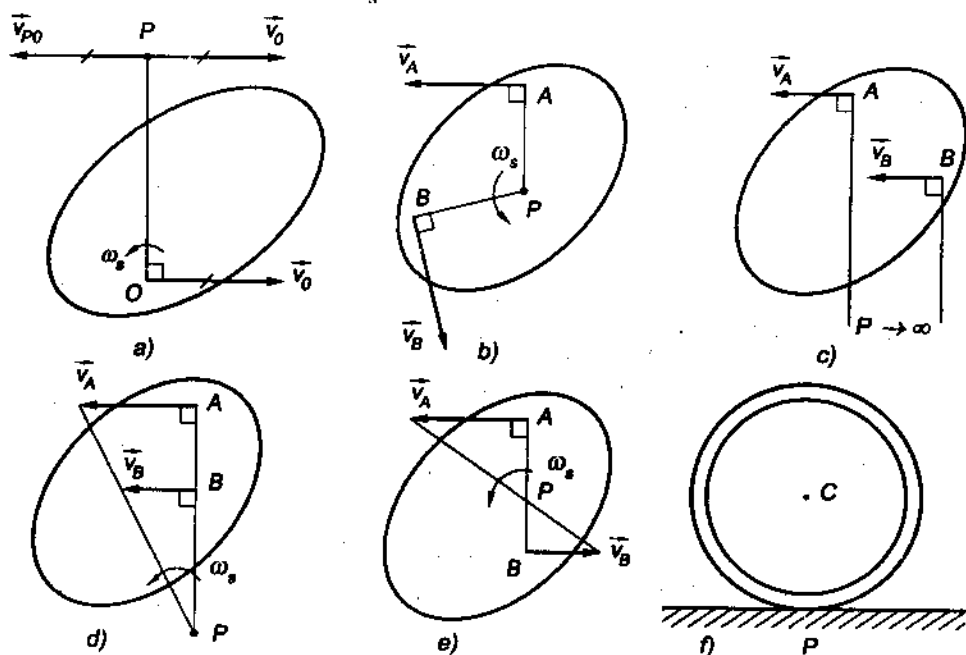
* Dựa vào định nghĩa:

$$\vec{v}_P = \vec{v}_O + \vec{v}_{PO} = 0.$$

Từ đó: $\vec{v}_{PO} = -\vec{v}_O$

Vậy để tìm P, ta lấy một điểm P trên nửa đường thẳng Δ bằng cách quay $\vec{v}_O$ quanh O một góc $\pi/2$ theo chiều $\vec{\omega}_s$ và cách O một đoạn (hình 5.17a):

$$OP = \frac{v_O}{\omega_s}$$



Hình 5.17.

* Dựa vào sự phân bố vận tốc các điểm của hình phẳng quanh tâm vận tốc tức thời P (hình 5.14).

Từ biểu đồ phân bố vận tốc các điểm chúng ta dễ dàng tìm được tâm vận tốc tức thời trong một số trường hợp sau:

Trường hợp 1: biết vận tốc điểm A và phương vận tốc điểm B cắt phương vận tốc điểm A (hình 5.17b).

Từ hai điểm A và B dựng hai đường vuông góc với các phương vận tốc của chúng. Giao điểm hai đường này là tâm vận tốc tức thời:

$$\omega = \frac{v_A}{AP} = \frac{v_B}{BP} \rightarrow v_B = \frac{BP}{AP} v_A$$

Trường hợp 2: biết vận tốc hai điểm A, B và phương vận tốc của chúng song song với nhau.

Nếu AB vuông góc với các vận tốc thì tâm vận tốc tức thời là giao điểm của phương chứa AB với đường thẳng qua các điểm mút của các vận tốc. Trong trường hợp vận tốc hai điểm cùng chiều và có giá trị không bằng nhau (hình 5.17c) thì:

$$\omega_s = \frac{v_A - v_B}{AB}$$

Đối với trường hợp vận tốc của hai điểm ngược chiều (hình 5.17d) thì:

$$\omega_s = \frac{v_A + v_B}{AB}$$

Nếu AB không vuông góc với phương vận tốc các điểm A và B thì tâm vận tốc tức thời sẽ ở xa vô cùng. Vậy:

$$\omega_s = 0; v_M = v_A = v_B$$

Chuyển động của hình phẳng ứng với trường hợp này được gọi là tịnh tiến tức thời (hình 5.17e).

Trường hợp 3: Dựa vào tính chất không trượt của chuyển động. Khi một hình phẳng lăn không trượt trên một đường cong phẳng cố định thì điểm tiếp xúc giữa hình phẳng và đường cong là tâm vận tốc tức thời (hình 5.17f).

Ví dụ 5-2: Tay quay OA có chiều dài $r = 0,1\text{m}$ quay đều với vận tốc góc $\omega_0 = 30\pi\text{rad/s}$. Con trượt B chuyển động theo phương ngang. Cho chiều dài của thanh truyền AB là $L = r\sqrt{3}$. Tại thời điểm tay quay OA vuông góc với thanh truyền AB và tay quay ở vị trí thẳng đứng, tìm:

- Vận tốc con trượt B và vận tốc góc thanh AB (hình 5.18a) ?

Bài giải:

1. Phân tích: Khâu OA chuyển động quay quanh trục cố định O. Thanh AB chuyển động song phẳng, con trượt B chuyển động tịnh tiến.

2. Vận tốc:

a) Tại thời điểm tay quay vuông góc với thanh truyền AB. Công thức liên hệ vận tốc viết cho hai điểm A và B sẽ là: $\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{v}_{BA}$.

trong đó: $\left\{ \begin{array}{l} \text{Phương: vuông góc với tay quay OA} \\ \vec{v}_A : \left\{ \begin{array}{l} \text{Chiều: thuận chiều } \vec{\omega}_0 \\ \text{Giá trị: } \omega_0 r \end{array} \right. \end{array} \right.$

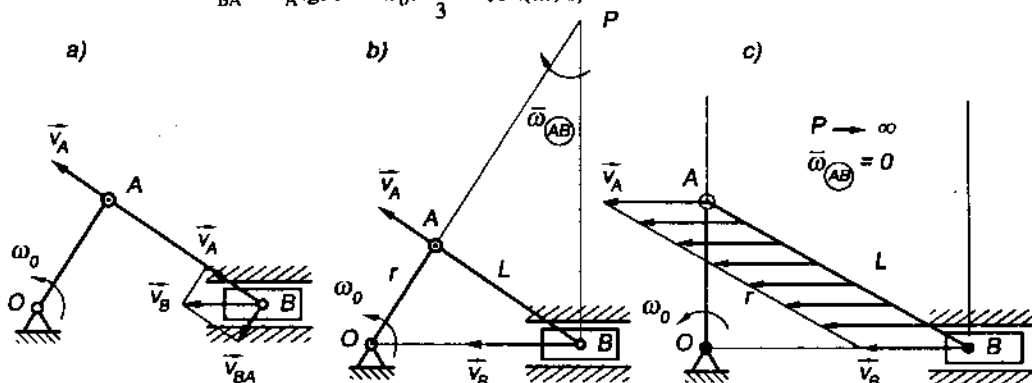
$$\vec{v}_{AB} : \begin{cases} \text{Phương: vuông góc với thanh truyền AB} \\ \text{Chiều: chưa biết (có chiều giả định như trên hình 6.9a)} \\ \text{Giá trị: } \omega_{AB}L = \omega_{AB}r\sqrt{3} \end{cases}$$

$\vec{v}_B$: có phương dọc song trượt OB (dọc trục Ox)

Từ hình vẽ ta có:

$$v_B \cos 30^\circ = v_A \rightarrow v_B = \frac{v_A}{\cos 30^\circ} = \frac{r\omega_0}{\sqrt{3}/2} = 2\sqrt{3}r\omega_0 = 2\sqrt{3}\pi(\text{m/s})$$

$$v_{BA} = v_A \tan 30^\circ = \omega_0 r \frac{\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3}\pi(\text{m/s})$$



Hình 5.18

Vận tốc góc của thanh AB bằng:

$$\omega_{AB} = \frac{v_{BA}}{BA} = \frac{\sqrt{3}\pi}{0,1\sqrt{3}} = 10\pi(\text{rad/s}) ,$$

phù hợp với chiều của $\vec{v}_{BA}$, tại thời điểm xét thanh AB quay theo chiều kim đồng hồ (hình 6.9a).

Để tìm vận tốc điểm B cũng có thể sử dụng định lý hình chiếu vận tốc:

$$hc_{AB} \vec{v}_B = hc_{AB} \vec{v}_A \rightarrow v_B \cos 30^\circ = v_A .$$

Kết quả tìm được trùng với kết quả ở trên. Để giải bài toán trên cũng có thể sử dụng phương pháp tâm vận tốc tức thời. Tâm vận tốc tức thời của thanh AB tại thời điểm khảo sát là giao điểm của OA với đường thẳng đứng qua B (hình 5.18b).

$$\omega_{AB} = \frac{v_A}{PA} = \frac{\omega_0 r}{L \tan 60^\circ} = \frac{\omega_0}{3} = 10\pi(\text{rad/s})$$

Vận tốc điểm B được tính theo công thức:

$$v_B = \omega_{AB} PB = \frac{\omega_0}{3} \frac{L}{\cos 60^\circ} = \frac{2\omega_0 r \sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3}\pi(\text{m/s})$$

b) Tại thời điểm tay quay OA ở vị trí thẳng đứng (hình 5.18c):

Khi tay quay ở vị trí thẳng đứng: $\vec{v}_A \parallel \vec{v}_B$. Do đó tâm vận tốc tức thời ra xa vô cùng. Vậy tại thời điểm này thanh AB chuyển động tịnh tiến tức thời:

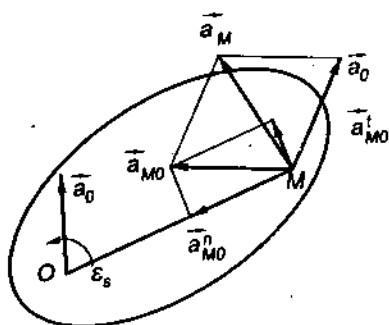
$$\vec{\omega}_{AB} = 0; v_B = v_A = r\omega_0 = 3\pi(\text{m/s})$$

2. Gia tốc của điểm

Định lý 5-5: Gia tốc của một điểm thuộc hình phẳng bằng tổng hình học của gia tốc cực O và gia tốc của nó khi hình phẳng quay (đối với hệ trục Oxy) quanh cực O.

Định lý này được gọi là định lý liên hệ gia tốc giữa hai điểm thuộc vật.

Chứng minh: dựa vào hệ thức về sự liên hệ của vectơ định vị của điểm M đối với hệ trục cố định $O_1x_1y_1(\overrightarrow{O_1M})$ và đối với hệ trục động $Oxy(\overrightarrow{OM})$, ta có:



Hình 5.19

$$\frac{d^2}{dt^2}(\overrightarrow{O_1 M})_{x_1 y_1} = \frac{d^2}{dt^2}(\overrightarrow{O_1 O})_{x_1 y_1} + \frac{d^2}{dt^2}(\overrightarrow{OM})_{x_1 y_1}.$$

Dễ dàng chỉ ra rằng:

$$\frac{d^2}{dt^2}(\overline{O_1O})_{x_1y_1} = \overline{a_0}; \frac{d^2}{dt^2}(\overline{OM})_{x_1y_1} = \frac{d^2}{dt^2}(\overline{OM})_{xy} = \overline{a_{MO}},$$

trong đó: a_{MO} là gia tốc của điểm M trong chuyển động quay (đối với hệ trục Oxy) của hình phẳng quanh trục qua O, nó gồm hai thành phần:

- Gia tốc pháp $\vec{a}_{MO}^n$: có phương dọc $\overline{MO}$, có chiều hướng từ M đến O giá trị bằng $\omega_s^2 MO$.

- Gia tốc tiếp tuyến $\overrightarrow{a_{MO}^t}$: có phương vuông góc với $\overrightarrow{MO}$, có chiều thuận chiều $\overrightarrow{e_s}$, có giá trị bằng $\epsilon_s MO$. Vậy (hình 5.19):

$$\overrightarrow{a_M} = \overrightarrow{a_0} + \overrightarrow{a_{MO}^n} + \overrightarrow{a_{MO}^l} \quad (5-16)$$

Ví dụ 5-3: Tính gia tốc của con trượt B và gia tốc góc của thanh AB trong ví dụ 5-2.

Viết công thức liên hệ gia tốc giữa hai điểm A và B (hình 5.20).

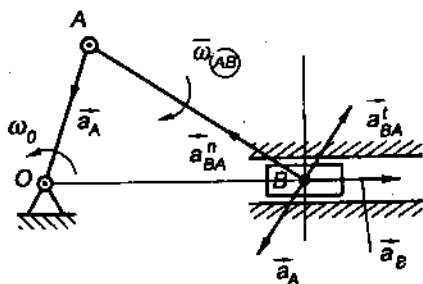
$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA}^n + \vec{a}_{BA}^t \quad (a)$$

trong đó: $\vec{a}_A$ hướng từ A đến O có giá trị bằng

$\omega_0^2 r$, $\overrightarrow{a_{BA}^n}$ hướng từ B đến A, có giá trị bằng

$\omega_s^2 \overline{BA}$, $\overrightarrow{a_{BA}^I}$ có phương vuông góc với $\overline{BA}$, có

chiều thuận chiều $\overline{\varepsilon_{BA}}$, có giá trị bằng $\varepsilon_{BA} BA$.



Hình 5.20

Trong đẳng thức vectơ (a) có hai ẩn: giá trị của $\overline{a_{BA}^t}$ (tức $\overline{\varepsilon_{BA}}$) và phương chiều của $\overline{a_B}$.

Để tìm giá trị của $\overline{a_B}$, chiếu đẳng thức vectơ (a) lên phương $\overline{AB}$ (phương vuông góc với vectơ ẩn $\overline{a_{BA}^t}$) ta có:

$$a_B \cos 30^\circ = -a_{BA}^n \rightarrow$$

$$a_B = -\frac{1}{\cos 30^\circ} a_{BA}^n = -\frac{1}{\cos 30^\circ} \omega_{AB}^2 AB = -\frac{2}{\sqrt{3}} (\sqrt{3}\pi)^2 \times 0,1\sqrt{3} = -0,6\pi^2 (\text{m/s}^2)$$

Dấu “-” chỉ rằng chiều đúng của gia tốc điểm B ngược với chiều được biểu diễn trên hình 5.20.

Để tìm gia tốc góc của khâu AB cần tìm phương, chiều và giá trị của $\overline{a_{BA}^t}$. Muốn thế, chiếu đẳng thức vectơ (a) lên phương đúng (vuông góc với $\overline{a_B}$):

$$0 = -a_A \cos 30^\circ + a_{BA}^n \cos 60^\circ + a_{BA}^t \cos 30^\circ.$$

Từ đây ta nhận được:

$$\begin{aligned} a_{BA}^t &= \frac{1}{\cos 30^\circ} [a_A \cos 30^\circ - a_{BA}^n \cos 60^\circ] = a_A - a_{BA}^n \tan 30^\circ = \omega_0^2 r - \omega_{AB}^2 BA \frac{\sqrt{3}}{3} \\ &= (30\pi)^2 0,1 - (10\pi)^2 0,1\sqrt{3} \frac{\sqrt{3}}{3} = 80\pi^2 (\text{m/s}^2) \end{aligned}$$

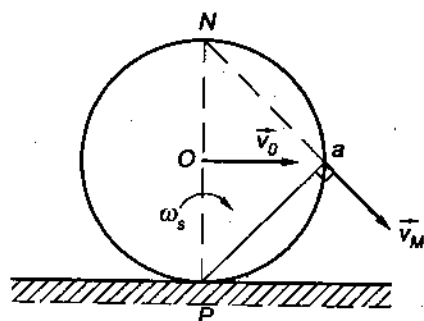
Dấu “+” chỉ ra rằng chiều của $\overline{a_{BA}^t}$ trên hình vẽ là chiều đúng. Tương ứng với chiều $\overline{a_{BA}^t}$ gia tốc góc của khâu AB ($\overline{\varepsilon_{BA}}$) ngược chiều kim đồng hồ và có giá trị:

$$\varepsilon_{BA} = \frac{a_{BA}^t}{BA} = \frac{80\pi^2}{0,1\sqrt{3}} = \frac{800\pi^2\sqrt{3}}{3} (\text{rad/s}^2).$$

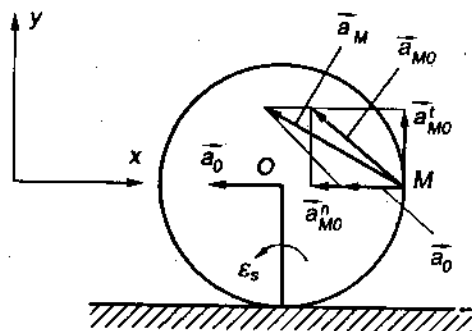
Ví dụ 5-4: Một bánh xe bán kính $R = 0,5\text{m}$ lăn không trượt trên một đường thẳng cố định. Tính vận tốc và gia tốc của điểm M trên vành bánh xe tại thời điểm tâm bánh xe có vận tốc và gia tốc hướng cùng chiều và có giá trị tương ứng là $v_0 = 1\text{m/s}$ và $a_0 = 1,5\text{m/s}^2$, còn điểm M có vị trí tương ứng với OM nằm ngang (hình 5.21).

Bài giải: Vì bánh xe lăn không trượt trên một đường thẳng cố định nên tiếp điểm P là tâm vận tốc. Dựa vào định lý 5.4 ta tính được vận tốc góc của bánh xe:

$$\omega = \frac{v_0}{OP} = \frac{v_0}{R}$$



Hình 5.21



Hình 5.22

Nếu bánh xe lăn từ trái sang phải (tương ứng với hình chiếu của vận tốc tâm O trên trục ngang là dương) thì bánh xe quay quanh P (và cả quay quanh O) theo chiều thuận chiều kim đồng hồ (tức quay theo chiều âm): $\overline{\omega} = -\frac{v_0}{R}$

Gia tốc $\overline{\varepsilon}$ của bánh xe được tính theo công thức:

$$\overline{\varepsilon} = \overline{\omega} = -\frac{v_0}{R} = -\frac{a_0}{R}$$

Vậy chiều $\overline{\varepsilon}$ thuận chiều kim đồng hồ, tức cùng chiều với $\overline{\omega}$. Do đó $\overline{\omega\varepsilon} > 0$ và tại thời điểm này bánh xe quay nhanh dần. Thay các giá trị số đã cho ta được:

$$\overline{\omega} = -21(\text{rad/s}); \overline{\varepsilon} = -31(\text{rad/s}^2)$$

Vận tốc điểm M dựa vào định lý 5.4:

- Có phương vuông góc với MP, tức phương vận tốc qua điểm N.

- Có chiều hướng từ N đến M.

- Có giá trị bằng $\omega MP = \omega R\sqrt{2} = 14,85\text{m/s}$

Gia tốc của điểm M được tính theo định lý 5.5 (hình 5.22)

$$\overrightarrow{a_M} = \overrightarrow{a_0} + \overrightarrow{a_{MO}^n} + \overrightarrow{a_{MO}^t}$$

trong đó: a_{MO}^n có chiều hướng từ M đến O và có giá trị bằng $\omega^2 MO = (21)^2 \times 0,5 = 220,5\text{m/s}^2$,

a_{MO}^t có phương vuông góc với $\overline{MO}$, thuận chiều $\overline{\varepsilon}$ và có giá trị bằng:

$$\varepsilon MO = \varepsilon R = 31 \times 0,5 = 15,5\text{m/s}^2.$$

Gia tốc toàn phần của điểm M được tìm qua hai hình chiếu của nó trên hai trục vuông góc. Hình chiếu của gia tốc toàn phần trên hai trục nằm ngang và thẳng đứng bằng:

$$a_{Mx} = a_{ox} + a_{Mx}^n + a_{Mox}^t = 1,5 + 220,5 = 222\text{m/s}^2$$

$$a_{My} = a_{oy} + a_{Moy}^n + a_{MOy}^t = 15,5\text{m/s}^2$$

CÂU HỎI ÔN TẬP

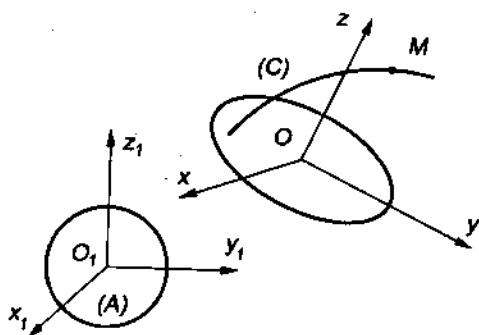
- 1) Định nghĩa về chuyển động tịnh tiến của vật rắn ? Tính chất của chuyển động tịnh tiến của vật rắn ?
- 2) Định nghĩa về chuyển động quay của vật rắn quanh một trục cố định ? Khái niệm vận tốc góc và gia tốc góc ?
- 3) Công thức tính vận tốc và gia tốc của một điểm thuộc vật rắn cách trục một khoảng h ?
- 4) Định nghĩa về chuyển động song phẳng của vật rắn, các yếu tố động học của vật rắn chuyển động song phẳng: Vận tốc và gia tốc của cực, vận tốc góc và gia tốc góc của hình phẳng quay quanh cực ?
- 5) Công thức tính vận tốc của một điểm khi biết vận tốc cực và vận tốc góc của hình phẳng quay quanh cực ?
- 6) Công thức tính vận tốc một điểm nhờ tâm vận tốc – Các quy tắc tìm tâm vận tốc ?
- 7) Định lý về hình chiếu vận tốc của hai điểm thuộc vật rắn ?
- 8) Công thức liên hệ gia tốc giữa hai điểm ?

Chương 6

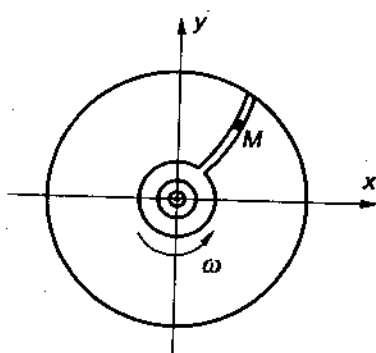
TỔNG HỢP CHUYỂN ĐỘNG

6.1. TỔNG HỢP CHUYỂN ĐỘNG ĐIỂM

Có một chất điểm M chuyển động đối với hệ quy chiếu (B), còn hệ quy chiếu (B) chuyển động đối với hệ quy chiếu (A). Chuyển động của chất điểm M đối với hệ quy chiếu (A) được xem là tổng hợp từ hai chuyển động: chuyển động của chất điểm M đối với hệ quy chiếu (B) và chuyển động của hệ quy chiếu (B) đối với hệ quy chiếu (A). Để đơn giản ta xem hệ quy chiếu (A) là cố định (hình 6.1).



Hình 6.1



Hình 6.2

- Chuyển động của chất điểm M đối với hệ quy chiếu (B) được gọi là chuyển động tương đối.
- Chuyển động của hệ quy chiếu (B) đối với hệ quy chiếu cố định (A) được gọi là chuyển động theo.
- Chuyển động của chất điểm M đối với hệ quy chiếu (A) được gọi là chuyển động tuyệt đối.

Ví dụ 6-1: Một hạt lông chuyển động trong rãnh cánh bơm (chuyển động tương đối), cánh bơm chuyển động đối với giá cố định (chuyển động theo), chuyển động của hạt lông đối với giá cố định (chuyển động tuyệt đối) được xem là tổng hợp hai chuyển động trên (hình 6.2).

6.2. ĐỊNH LÝ HỢP VẬN TỐC

Định nghĩa: Vận tốc tuyệt đối của chất điểm là vận tốc của nó được tính trong hệ quy chiếu (A), kí hiệu $\vec{v}_a$:

$$\vec{v}_a = \frac{d}{dt}(\overline{O_1 M})_{(A)} \quad (6-1)$$

- Vận tốc tương đối của chất điểm M là vận tốc của nó được tính trong hệ quy chiếu (B), kí hiệu $\vec{v}_r$:

$$\vec{v}_r = \frac{d}{dt}(\overrightarrow{OM})_{(B)} \quad (6-2)$$

- Vận tốc theo: xét điểm M^* thuộc hệ quy chiếu (B) mà tại thời điểm khảo sát trùng với chất điểm M. Vận tốc theo của chất điểm M, kí hiệu là $\vec{v}_e$, là vận tốc của điểm M^* (được gọi là trùng điểm M^*):

$$\vec{v}_e = \frac{d}{dt}(\overrightarrow{O_1 M^*})_{(A)} \quad (6-3)$$

Định lý 6-1: Tại mỗi thời điểm, vận tốc tuyệt đối của chất điểm M bằng tổng hình học của vận tốc theo và vận tốc tương đối:

$$\vec{v}_a = \vec{v}_e + \vec{v}_r \quad (6-4)$$

Chứng minh: Để đơn giản ta chỉ chứng minh cho trường hợp phẳng. Tuy nhiên dễ dàng mở rộng cách chứng minh cho trường hợp không gian.

Gọi $\vec{i}_1, \vec{i}_2$ là các vectơ đơn vị trên các trục của hệ trục Oxy (gắn với hệ quy chiếu (B)), x, y là các tọa độ của chất điểm trong hệ trục tọa độ này (hình 6.3).

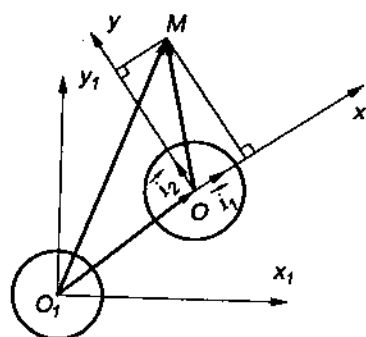
Theo công thức (4-2):

$$\begin{aligned} \vec{v}_a &= \frac{d}{dt}(\overrightarrow{O_1 M})_{(A)} = \frac{d}{dt}(\overrightarrow{O_1 O})_A + \frac{d}{dt}(\overrightarrow{OM})_{(A)} \\ &= \vec{v}_0 + \frac{d}{dt}(x\vec{i}_1 + y\vec{i}_2) = \vec{v}_0 + x \frac{d\vec{i}_1}{dt} + y \frac{d\vec{i}_2}{dt} + \frac{dx}{dt}\vec{i}_1 + \frac{dy}{dt}\vec{i}_2, \\ \vec{v}_r &\equiv \frac{d}{dt}(\overrightarrow{OM})_{(B)} = \frac{d}{dt}(x\vec{i}_1 + y\vec{i}_2)_{(B)} = \frac{dx}{dt}\vec{i}_1 + \frac{dy}{dt}\vec{i}_2, \end{aligned}$$

$$\text{vì } \left(\frac{d\vec{i}_1}{dt} \right)_{(B)} = \left(\frac{d\vec{i}_2}{dt} \right)_{(B)} = 0$$

$$\begin{aligned} \vec{v}_e &= \vec{v}_{M^*} \equiv \frac{d}{dt}(\overrightarrow{O_1 M^*})_{(A)} \\ &= \frac{d}{dt}(\overrightarrow{O_1 O})_{(A)} + \frac{d}{dt}(\overrightarrow{OM^*})_{(A)} \end{aligned}$$

M^* là điểm thuộc hệ động (B), có các tọa độ đối với hệ trục tọa độ Oxy là x^* và y^* là các đại lượng không đổi do



Hình 6.3

M^* gắn chặt vào hệ toạ độ này ($\frac{dx^*}{dt} = 0, \frac{dy^*}{dt} = 0$). Vì:

$$\overrightarrow{OM^*} = x^* \overrightarrow{i_1} + y^* \overrightarrow{i_2},$$

nên:

$$\overrightarrow{v_e} = \frac{d}{dt}(\overrightarrow{O_1 O})_{(A)} + \frac{d}{dt}(x^* \overrightarrow{i_1} + y^* \overrightarrow{i_2})_{(A)} = \overrightarrow{v_0} + x^* \frac{d\overrightarrow{i_1}}{dt} + y^* \frac{d\overrightarrow{i_2}}{dt}$$

Tại mọi thời điểm M^* trùng với M , nên $x^* \equiv x; y^* \equiv y$. Do đó khi so sánh các biểu thức vận tốc đã tính, ta có:

$$\overrightarrow{v_a} = \overrightarrow{v_e} + \overrightarrow{v_r}.$$

Ví dụ 6-2: Một ống tròn bán kính R quay đều quanh trục O với vận tốc góc ω_0 . Một hạt lỏng chuyển động đều trong ống với vận tốc không đổi u_0 . Tìm vận tốc tuyệt đối của hạt lỏng khi nó ở vị trí M_1 và M_2 như trên hình. Cho biết tâm của ống nằm cách trục quay một khoảng $2R$.

Bài giải: Chọn ống làm hệ quy chiếu động thì:

- Chuyển động của hạt lỏng theo đường tròn tâm I , với vận tốc u_0 là chuyển động tương đối.
- Chuyển động quay đều của ống quanh trục O với vận tốc góc ω_0 là chuyển động theo.
- Chuyển động của hạt lỏng đối với giá cố định là chuyển động tuyệt đối.

Để tính vận tốc tuyệt đối của hạt lỏng ta viết công thức hợp vận tốc:

$$\overrightarrow{v_a} = \overrightarrow{v_e} + \overrightarrow{v_r}$$

Khi hạt lỏng đến vị trí M_1 thì vận tốc tương đối có phương thẳng đứng hướng lên và có giá trị bằng u_0 , còn vận tốc theo có phương vuông góc với $\overrightarrow{M_1 O}$, có chiều thuận chiều ω_0 , có giá trị bằng $\omega_0 M_1 O = \omega_0 r\sqrt{5}$ (hình 6.4).

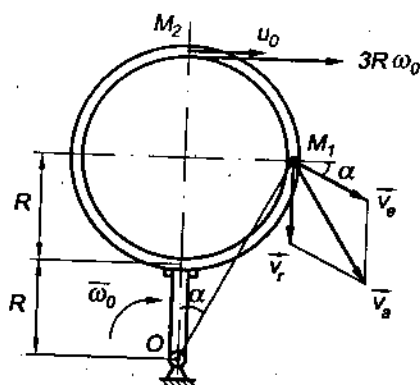
Vận tốc tuyệt đối của hạt lỏng sẽ được xác định qua hai thành phần của nó trên hai trục vuông góc Ox, Oy :

$$v_{ax} = v_{ex} + v_{rx} = -v_e \cos \alpha = -R\omega_0 \sqrt{5} \frac{2}{\sqrt{5}} = -2R\omega_0$$

$$v_{ay} = v_{ey} + v_{ry} = -v_e \sin \alpha + u_0 = -R\omega_0 \sqrt{5} \frac{1}{\sqrt{5}} + u_0 = -R\omega_0 + u_0$$

Từ đó:
$$v_a = \sqrt{v_{ax}^2 + v_{ay}^2} = \sqrt{u_0^2 + 5R^2\omega_0^2 - 2R\omega_0 u_0}$$

$$\cos(Ox, \overrightarrow{v_a}) = -\frac{2R\omega_0}{\sqrt{u_0^2 + 5R^2\omega_0^2 - 2R\omega_0 u_0}}$$



Hình 6.4

$$\cos(Oy, \vec{v}_a) = \frac{-R\omega_0 + u_0}{\sqrt{u_0^2 + 5R^2\omega_0^2 - 2R\omega_0 u_0}}$$

Khi hạt lỏng đến vị trí M_2 thì vận tốc tương đối có phương nằm ngang hướng sang phải, có giá trị bằng u_0 , còn vận tốc theo có cùng phương, chiều với vận tốc tương đối có giá trị bằng $3R\omega_0$. Do đó vận tốc tuyệt đối có phương ngang cùng hướng sang phải và có giá trị bằng:

$$v_a = v_c + v_r = u_0 + 3R\omega_0$$

Ví dụ 6-3: Tay quay OA có độ dài bằng R, quay đều quanh trục O với vận tốc góc ω_0 . Khi cơ cấu có vị trí như trên hình.

Tìm vận tốc tương đối của con trượt A đối với cán lắc O_1B .

- Vận tốc góc ω_1 của cán lắc O_1B (hình 6.5).

Bài giải: xem con trượt A là một chất điểm: chất điểm A chuyển động dọc O_1B , còn O_1B quay quanh O_1 gắn với giá cố định. Khi chọn O_1B làm hệ quy chiếu động thì:

- Chuyển động theo của chất điểm A là chuyển động của cán lắc quanh trục O_1 đối với giá cố định.

- Chuyển động tương đối của chất điểm A là chuyển động thẳng của nó dọc theo cán lắc O_1B .

- Chuyển động tuyệt đối của chất điểm A là chuyển động tròn đều (do tay quay OA quay đều) trên đường tròn tâm O, bán kính OA = R.

Viết công thức hợp vận tốc cho điểm A:

$$\vec{v}_a = \vec{v}_c + \vec{v}_r$$

$\vec{v}_a$ - có phương vuông góc với OA, thuận

chiều quay của tay quay OA (cùng chiều ω_0) và

có giá trị bằng $v_a = R\omega_0$; $\vec{v}_r$ - hướng dọc trục O_1B , giá trị chưa xác định:

$$\vec{v}_c = \vec{v}_{A^*}$$

trong đó: A^* là điểm của O_1B trùng với chất

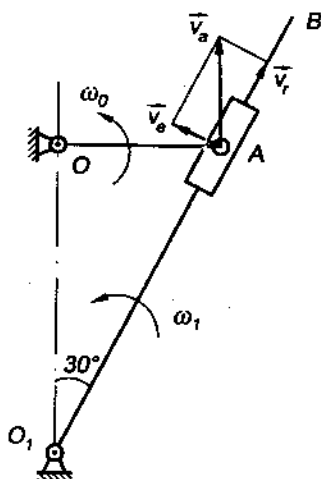
điểm A. Vậy $\vec{v}_c$ có phương vuông góc với OB, giá trị chưa xác định.

Sử dụng quy tắc hình bình hành trong phép tính véc-tơ, ta tính được:

$$v_r = v_a \cos 30^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}\omega_0, \quad v_c = v_a \sin 30^\circ = \frac{1}{2}R\omega_0.$$

$$\text{Vì: } v_c = v_{A^*} = \omega_1 O_1 A^* \text{ nên: } \omega_1 = \frac{v_c}{O_1 A^*} = \frac{R \omega_0}{2 \cdot 2R} = \frac{\omega_0}{4} \text{ (rad/s)}$$

Tại thời điểm khảo sát cán lắc quay ngược chiều kim đồng hồ, tức quay theo chiều dương ($\omega_1 > 0$).



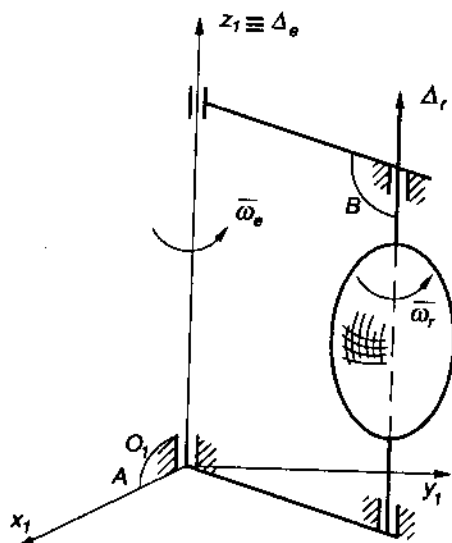
Hình 6.5

6.3. TỔNG HỢP CHUYỂN ĐỘNG VẬT RẮN

Tổng hợp hai chuyển động quay quanh hai trục song song: Xét vật C quay đối với khung (B) quanh trục Δ_r với vận tốc góc $\overline{\omega_r}$, khung (B) quay đối với giá cố định (A) quanh trục Δ_e song song với trục Δ_r với vận tốc góc $\overline{\omega_e}$. Xác định chuyển động của vật (C) đối với giá cố định (A) (hình 6.6).

Chuyển động của vật (C) đối với khung (B) được gọi là chuyển động tương đối. Chuyển động của vật (C) đối với giá cố định (A) được gọi là chuyển động tuyệt đối. Chuyển động của khung (B) đối với giá cố định (A) là chuyển động theo.

Đầu tiên ta nhận xét rằng chuyển động tuyệt đối của vật (C) là chuyển động song phẳng với mặt phẳng quy chiếu vuông góc với các trục quay (ví dụ mặt phẳng $O_1x_1y_1$). Do đó thay cho việc khảo sát chuyển động của vật (C) ta khảo sát chuyển động của một hình phẳng S nằm trong mặt phẳng thẳng góc với các trục quay (hình 6.7). Gọi O_1O là khoảng cách giữa hai trục Δ_e và Δ_r .



Hình 6.6

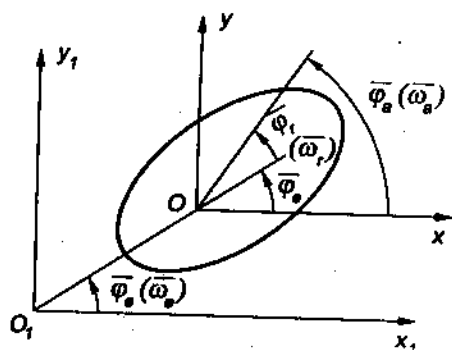
Thanh O_1O quay đối với giá cố định với vận tốc góc $\overline{\omega_e}$ (với góc định vị $\overline{\varphi_e}$) còn hình phẳng S quay quanh trục O đối với tay quay O_1O với vận tốc góc $\overline{\omega_r}$ (với góc định vị $\overline{\varphi_r}$).

Vì chuyển động tuyệt đối của hình phẳng S là chuyển động song phẳng nên cần xác định:

- Tâm vận tốc tức thời của hình phẳng.
- Vận tốc góc tuyệt đối $\overline{\omega_a}$ của hình phẳng.

Đầu tiên ta tìm vận tốc góc tuyệt đối $\overline{\omega_a}$ của hình phẳng. Góc định vị của hình phẳng S trong chuyển động tuyệt đối, kí hiệu $\overline{\varphi_a}$, sẽ bằng :

$$\overline{\varphi_a} = \overline{\varphi_e} + \overline{\varphi_r}.$$



Hình 6.7.

Do đó:
$$\frac{d\varphi_a}{dt} = \frac{d\varphi_e}{dt} + \frac{d\varphi_r}{dt}.$$

Vậy:
$$\overline{\omega_a} = \overline{\omega_e} + \overline{\omega_r} \quad (6-5)$$

Để tìm tâm vận tốc tức thời P của hình phẳng S lần lượt ta xét các trường hợp:

a. Chuyển động quay theo và quay tương đối cùng chiều, ví dụ: $\overline{\omega_e} > 0, \overline{\omega_r} > 0$ (hình 6.8a). Vậy:

$$\overline{\omega_a} = \overline{\omega_e} + \overline{\omega_r} > 0.$$

Xét điểm O thuộc hình phẳng S nằm trên tay quay O_1O , quay quanh O_1 với vận tốc góc $\overline{\omega_e}$, nên: $v_0 = \overline{\omega_e} O_1O$.

Tâm vận tốc được tìm như sau: quay $\overline{v_0}$ quanh O một góc 90° theo chiều quay của $\overline{\omega_a}$. Trên nửa đường thẳng vuông góc với $\overline{v_0}$ ta lấy điểm P:

$$PO = \frac{v_0}{\omega_a} = \frac{\omega_e}{\omega_e + \omega_r} O_1O < O_1O$$

Vậy P là điểm chia trong đoạn O_1O . Ngoài ra ta có:

$$PO = \frac{\omega_e}{\omega_e + \omega_r} O_1O = \frac{\omega_e}{\omega + \omega_r} (O_1P + PO)$$

Từ đây tìm được (định chiều dương từ O_1 đến O):

$$\frac{PO}{PO_1} = -\frac{\omega_e}{\omega_r} \quad (6-6)$$

b. Chuyển động quay theo và quay tương đối ngược chiều, ví dụ: $\overline{\omega_e} > 0, \overline{\omega_r} < 0, |\overline{\omega_e}| > |\overline{\omega_r}|$.

Áp dụng công thức (6-5), ta tính được vận tốc góc tuyệt đối của hình phẳng:

$$\overline{\omega_a} = \overline{\omega_e} + \overline{\omega_r} = \omega_e - \omega_r > 0$$

Vậy chuyển động tuyệt đối có chiều quay dương, tức cùng chiều với chuyển động thành phần có vận tốc góc lớn nhất về giá trị.

Tâm vận tốc tức thời trong trường hợp này được xác định như sau (hình 6.8b):

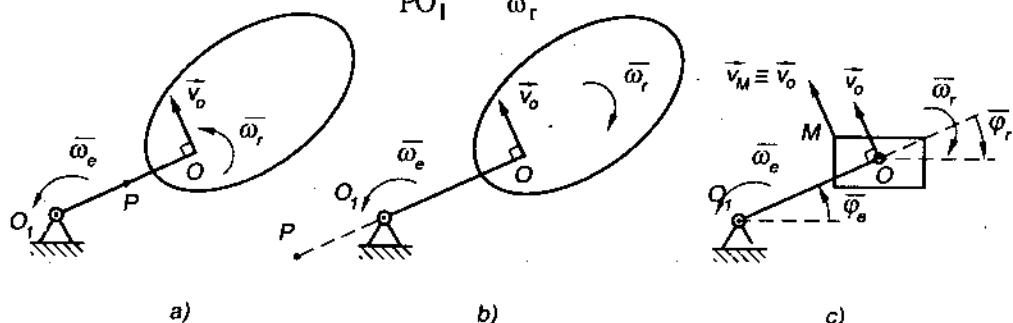
$$PO = \frac{v_0}{\omega_a} = \frac{\omega_e}{\omega_e - \omega_r} O_1O > O_1O$$

Vậy P nằm ngoài đoạn O_1O và nằm gần trục quay O_1 hơn trục quay O, tức nằm gần trục quay thành phần có vận tốc góc lớn nhất về giá trị. Như vậy, ta có:

$$PO = \frac{v_0}{\omega_a} = \frac{\omega_e}{\omega_e - \omega_r} O_1O = \frac{\omega_e}{\omega_e - \omega_r} (\overline{O_1P} + \overline{PO}) \quad (6-7)$$

Từ đây ta tìm được:

$$\frac{\overline{PO}}{\overline{PO}_1} = -\frac{\overline{\omega_e}}{\overline{\omega_r}} \quad (6-8)$$



Hình 6.8

Định lý 6-2: Tổng hợp hai chuyển động quay quanh hai trục song song của vật rắn, ta được một chuyển động quay có trục quay tức thời song song với các trục quay của hai chuyển động thành phần, đi qua điểm P là điểm chia đoạn vuông góc giữa hai trục quay theo tỉ số (6-8) và vận tốc góc tính theo công thức (6-5).

c. Ngẫu quay: khi hai chuyển động quay ngược chiều và có giá trị bằng nhau, tức: $\overline{\omega_e} = -\overline{\omega_r}$. Khi đó (hình 6.8c):

$$\overline{\omega_a} = \overline{\omega_e} + \overline{\omega_r} = \overline{\omega_e} - \overline{\omega_e} = 0 \quad (6-9)$$

tức vật chuyển động tịnh tiến với vận tốc $u \equiv v_0 = \omega_e O_1 O_2$.

Ví dụ 6-4 (truyền động hành tinh - vì sai phẳng): Bánh răng 2 lần không trượt trên bánh răng 1 nhờ tay quay OA quay với vận tốc góc ω và bánh răng 1 quay quanh trục O (đối với giá cố định) với vận tốc góc ω_1 (hình 6.9a). Tìm:

- 1) Vận tốc góc bánh răng đối với tay quay.
- 2) Vận tốc góc tuyệt đối của bánh răng 2 (đối với giá cố định).

Bài giải: Chọn tay quay OA làm hệ quy chiếu động.

Chuyển động của bánh răng 2 đối với tay quay (quanh trục A) là chuyển động tương đối với vận tốc góc tương đối $\overline{\omega_r}$. Chuyển động của tay quay quanh O (đối với giá cố định) là chuyển động theo với vận tốc góc $\overline{\omega_e}$ ($\overline{\omega_e} \equiv \overline{\omega_1}$).

Công thức ăn khớp viết cho cặp bánh răng 1-2 đối với hệ quy chiếu là tay quay OA (công thức ăn khớp tương đối) cho ta:

$$\frac{\overline{\omega_{2r}}}{\overline{\omega_{1r}}} = -\frac{r_1}{r_2} \quad (a)$$

Trong đó $\overline{\omega_{1r}}, \overline{\omega_{2r}}$ lần lượt là vận tốc góc tương đối của các bánh răng 1 và 2 đối với tay quay OA (dấu “-” vì ăn khớp ngoài), r_1, r_2 lần lượt là bán kính của các bánh răng 1 và 2:

$$\overline{\omega_{2r}} = \overline{\omega_2} - \overline{\omega_e} = \overline{\omega_2} - \overline{\omega} \quad (b)$$

$$\overline{\omega_{1r}} = \overline{\omega_1} - \overline{\omega_e} = \overline{\omega_1} - \overline{\omega} \quad (c)$$

trong đó: $\overline{\omega_1}, \overline{\omega_2}$ là vận tốc góc tuyệt đối, còn $\overline{\omega_{1r}}, \overline{\omega_{2r}}$ là vận tốc góc tương đối của các bánh răng 1 và 2 tương ứng.

Khi thay (b) và (c) vào (a) ta nhận được:

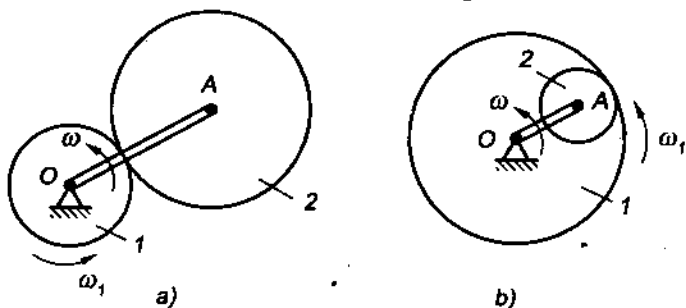
$$\frac{\overline{\omega_2} - \overline{\omega}}{\overline{\omega_1} - \overline{\omega}} = -\frac{r_1}{r_2} = -\frac{z_1}{z_2} \quad (d)$$

trong đó: z_1, z_2 là số răng của các bánh răng 1 và 2 tương ứng.

Chú ý rằng công thức ăn khớp đối với trường hợp ăn khớp trong ứng với dấu "+" trong công thức (hình 6.9b).

Từ công thức (d) ta có:

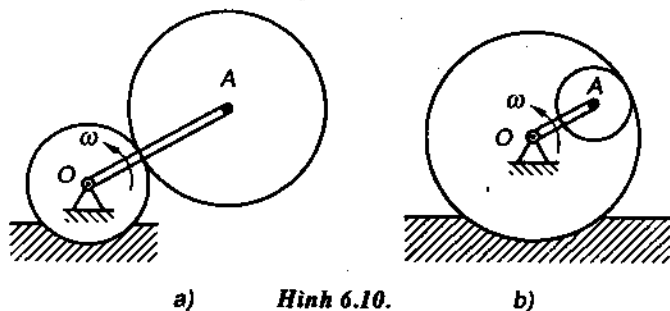
$$\overline{\omega_2} = -\frac{z_1}{z_2}\overline{\omega_1} + \left(1 + \frac{z_1}{z_2}\right)\overline{\omega}; \quad \overline{\omega_{2r}} = \overline{\omega_2} - \overline{\omega} = -\frac{z_1}{z_2}\overline{\omega_1} + \frac{z_1}{z_2}\overline{\omega}.$$



Hình 6.9.

Khi bánh răng 1 được giữ cố định, tức $\overline{\omega_1} = 0$, cơ cấu trên được gọi là cơ cấu hành tinh, chuyển động của nó phụ thuộc vào một khâu dẫn động là tay quay OA. Cơ cấu hành tinh có một bậc tự do (hình 6.10a, b). Đối với cơ cấu hành tinh ta có:

$$\overline{\omega_2} = \left(1 + \frac{z_1}{z_2}\right)\overline{\omega}; \quad \overline{\omega_{2r}} = \frac{z_1}{z_2}\overline{\omega}$$



Hình 6.10.

CÂU HỎI ÔN TẬP

- 1) Bài toán tổng hợp chuyển động điểm? Định nghĩa các chuyển động tuyệt đối, tương đối, chuyển động theo, cho ví dụ?
- 2) Định lý hợp vận tốc trong tổng hợp chuyển động điểm?
- 3) Bài toán tổng hợp hai chuyển động quay quanh hai trục song song?

C - ĐỘNG LỰC HỌC

Chương 7

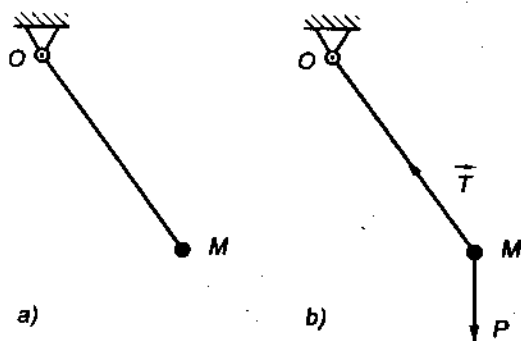
CÁC ĐỊNH LUẬT CƠ BẢN CỦA ĐỘNG LỰC HỌC-PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN CHUYỂN ĐỘNG CỦA CHẤT ĐIỂM

7.1. CÁC KHÁI NIỆM

7.1.1. Các mô hình của vật thể

a. *Chất điểm*: là mô hình đơn giản nhất của vật thể khi kích thước của nó có thể bỏ qua được do quá nhỏ so với các vật thể khác (như kích thước của viên đạn so với quả đất khi xét chuyển động của viên đạn so với quả đất) hoặc không đóng vai trò quan trọng trong chuyển động được khảo sát (như chuyển động của vật rắn tịnh tiến). Trong chuyển động chất điểm có thể ở trạng thái tự do (được gọi là chất điểm tự do) hoặc không tự do (được gọi là chất điểm không tự do).

Chất điểm tự do là chất điểm mà tại thời điểm khảo sát các di chuyển (vô cùng bé) của nó từ vị trí đang xét theo bất kỳ phương nào cũng không bị cản trở. Chất điểm không tự do (còn được gọi là chất điểm chịu liên kết) là chất điểm mà tại thời điểm đang xét các di chuyển (vô cùng bé) của nó từ vị trí đang xét bị cản trở ít nhất theo một phương nào đó. Đối với chất điểm không tự do tồn tại các điều kiện ràng buộc về vị trí, vận tốc đối với chuyển động của chất điểm, chúng được gọi là những liên kết (hình 7.1a).



Hình 7.1

Chất điểm không tự do có thể được thay thế bằng chất điểm tự do (định luật thay thế liên kết, chương 1) nhờ giải phóng liên kết và đặt thêm những phản lực liên kết (hình 7.1b).

b. *Cơ hệ*: là một tập hợp hữu hạn hoặc vô hạn các chất điểm, trong đó chuyển động của một chất điểm bất kỳ phụ thuộc vào chuyển động của các chất điểm còn lại, tức chuyển động của các chất điểm phụ thuộc vào nhau. Có

cơ hệ tự do và cơ hệ không tự do. Cơ hệ tự do gồm chỉ các chất điểm tự do. Cơ hệ không tự do gồm các chất điểm không tự do, ví dụ các cơ cấu máy, các vật rắn tuyệt đối, ...

Cơ hệ không tự do có thể được khảo sát như cơ hệ tự do nhờ định luật thay thế liên kết.

7.1.2. Lực

Khái niệm lực đã được định nghĩa trong tĩnh học. Tuy nhiên trong tĩnh học chỉ đề cập đến lực hằng (cả phương, chiều và giá trị). Trong động lực học, lực nói chung là đại lượng biến đổi theo thời gian cả về độ lớn và hướng:

$$\vec{F} = \vec{F}(t, \vec{r}, \vec{v})$$

7.1.3. Hệ quy chiếu quán tính

Hệ quy chiếu quán tính là hệ quy chiếu trong đó định luật quán tính được nghiệm đúng. Trong kỹ thuật hệ quy chiếu gắn liền với trái đất được xem là hệ quy chiếu quán tính (hệ quy chiếu quán tính gần đúng).

7.2. CÁC ĐỊNH LUẬT CƠ BẢN CỦA ĐỘNG LỰC HỌC

Định luật quán tính: chất điểm không chịu tác dụng của lực nào sẽ chuyển động thẳng đều.

Trạng thái đứng yên hoặc chuyển động thẳng đều của chất điểm được gọi là trạng thái quán tính của nó.

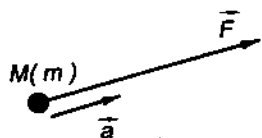
Như vậy theo định luật này nếu không có lực tác dụng lên chất điểm (chất điểm như vậy được gọi là chất điểm cô lập) thì nó có trạng thái quán tính. Nói khác đi, chất điểm cô lập sẽ bảo toàn trạng thái quán tính của mình cho đến khi chưa có lực buộc nó thay đổi trạng thái quán tính của nó. Do đó định luật quán tính cho một tiêu chuẩn về hệ quy chiếu quán tính và khẳng định lực là nguyên nhân làm biến đổi trạng thái chuyển động.

Định luật cơ bản của động lực học: trong hệ quy chiếu quán tính, dưới tác dụng của lực chất điểm chuyển động với gia tốc cùng hướng với lực và có giá trị tỉ lệ với cường độ của lực (hình 7.2):

$$\vec{F} = m\vec{a} \quad (7-1)$$

trong đó: hệ số tỉ lệ m có giá trị không đổi, nó là số đo quán tính của chất điểm được gọi là khối lượng của chất điểm. Định luật này còn được gọi là định luật 2 Niuton.

Nếu $\vec{F} = \vec{0}$ thì $\vec{a} = \vec{0}$ (bao gồm cả trường hợp $\vec{v} = \vec{0}$), tức chất điểm có trạng thái quán tính.



Hình 7.2

Khi chất điểm rơi tự do trong trọng trường, ta có:

$$P = mg \quad (7-2)$$

Từ đây ta nhận được mối quan hệ giữa khối lượng và trọng lượng chất điểm, trong đó $g = 9,81 \text{ m/s}^2$, được gọi là gia tốc trọng trường (gia tốc của rơi tự do).

Để khảo sát bài toán động lực học ngoài hai định luật nêu trên, ta còn sử dụng các định luật đã nêu trong tĩnh học như Định luật tác dụng và phản tác dụng, Định luật thay thế tương đương liên kết.

7.3. PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN CHUYỂN ĐỘNG CỦA CHẤT ĐIỂM

7.3.1. Phương trình vi phân chuyển động của chất điểm dạng vectơ

Như đã biết, trong hệ quy chiếu quán tính chuyển động của chất điểm tuân theo định luật cơ bản của động lực học. Nếu gọi $\vec{r}$ là vectơ định vị của chất điểm trong hệ quy chiếu quán tính, ta có:

$$m\vec{r} = \vec{F}(t, \vec{r}, \dot{\vec{r}}) \quad (7-3)$$

Phương trình (7-3) được gọi là phương trình vi phân chuyển động của chất điểm dạng vectơ.

7.3.2. Phương trình vi phân chuyển động của chất điểm dạng tọa độ Đề các

Chọn hệ trục tọa độ Đề các vuông góc gắn vào hệ quy chiếu quán tính. Khi chiếu hai vế của đẳng thức vectơ (7-3) lên các trục tọa độ, ta được:

$$\begin{aligned} m\ddot{x} &= F_x(t, x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}), \\ m\ddot{y} &= F_y(t, x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}), \\ m\ddot{z} &= F_z(t, x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}). \end{aligned} \quad (7-4)$$

Đó là phương trình vi phân chuyển động của chất điểm dạng tọa độ Đề các. Khi chất điểm chuyển động trong mặt phẳng hoặc dọc theo đường thẳng thì số phương trình giảm xuống còn tương ứng hai hoặc một.

7.4. HỆ ĐƠN VỊ CƠ HỌC

Các đại lượng cơ bản trong cơ học là độ dài, khối lượng và thời gian. Tương ứng có các đơn vị cơ bản là mét, ký hiệu là m; kilôgam, ký hiệu là kg và giây, ký hiệu là s. Ứng với các đơn vị cơ bản này, đơn vị của lực là Niuton, ký hiệu là N: Niuton là lực gây cho chất điểm có khối lượng một kilôgam gia tốc bằng một mét trên giây bình phương.

7.5. HAI BÀI TOÁN CƠ BẢN CỦA ĐỘNG LỰC HỌC CHẤT ĐIỂM

Bài toán thứ nhất - bài toán thuận: Cho biết chuyển động của chất điểm, hãy xác định lực tác dụng lên chất điểm.

Ví dụ 7-1: Thang máy đi lên với gia tốc a . Hãy xác định phản lực của sàn thang máy lên người (hình 7.3)

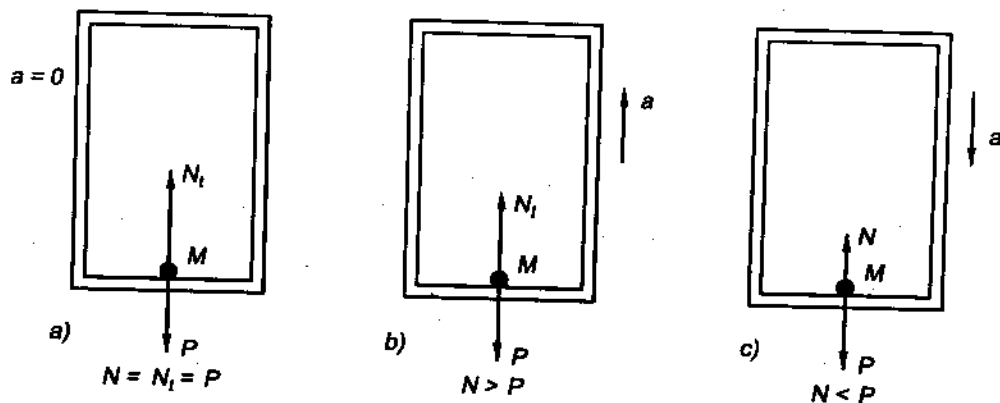
Bài giải: Xem người là một chất điểm chuyển động cùng gia tốc a của thang máy dưới tác dụng của trọng lực (sức hút của quả đất) và phản lực của sàn thang máy. Gia tốc a đã cho, còn phản lực chưa biết, nên bài toán thuộc bài toán thứ nhất. Chọn phương dương hướng thẳng đứng lên. Áp dụng định luật 2 Niuton ta có:

$$m\vec{a} = \vec{P} + \vec{N}$$

Chiếu hai vế của đẳng thức vectơ lên trục thẳng đứng, ta có (hình 7.3b):

$$ma = N - P.$$

Từ đây: $N = ma + P = P(1 + \frac{a}{g})$.



Hình 7.3

Khi $a=0$ (tức thang máy đứng yên hoặc chuyển động thẳng đều) thì $N=P$, tức bằng phản lực do mặt đất tác dụng lên người. Phản lực này được gọi là phản lực tĩnh, kí hiệu N_t (hình 7.3a).

Vậy phản lực khi thang máy chuyển động lên với gia tốc a sẽ bằng (hình 7.3b):

$$N = N_t(1 + \frac{a}{g})$$

Tức là phản lực tăng so với phản lực tĩnh, do đó con người cảm thấy khó chịu khi đi thang máy có gia tốc ngược với trọng trường hay khi máy bay tăng tốc để chiếm độ cao.

Khi thang máy đi xuống ta có (hình 7.3c):

$$N = N_1 \left(1 - \frac{a}{g}\right),$$

Tức là phản lực giảm so với phản lực tĩnh và điều này làm cho con người cảm thấy như bị hẫng hụt. Cảm giác này cũng xuất hiện cho hành khách đi máy bay khi máy bay hạ cánh.

Bài toán thứ hai – bài toán ngược: Cho biết lực tác dụng lên chất điểm và các điều kiện đầu của chuyển động (vị trí ban đầu và vận tốc ban đầu). Hãy xác định chuyển động của chất điểm.

Như đã biết từ phương trình cơ bản của động lực học chất điểm, gia tốc có thể được xác định từ phương trình vi phân chuyển động chất điểm. Do đó để tìm chuyển động của chất điểm cần phải tích phân phương trình vi phân chuyển động. Nếu tìm được các tích phân chúng sẽ chứa các hằng số tích phân. Để xác định các hằng số tích phân chúng ta thay các vị trí đầu và vận tốc đầu vào biểu thức nghiệm.

Ví dụ 7-2: Một quả cầu khối lượng m rơi tự do từ điểm O không vận tốc đầu dưới tác dụng của trọng lực trong môi trường không cản. Tìm quy luật chuyển động của quả cầu (hình 7.4).

Bài giải: xem quả cầu như một chất điểm chuyển động theo phương thẳng đứng hướng xuống. Phương trình vi phân chuyển động của quả cầu là:

$$m\ddot{x} = P = mg \rightarrow \ddot{x} = g.$$

Do đó: $\ddot{x} = \frac{d\dot{x}}{dt} = g \rightarrow d\dot{x} = gdt.$

Từ phương trình này ta nhận được:

$$\dot{x} = gt + C_1 \rightarrow \frac{dx}{dt} = gt + C_1.$$

Do đó: $dx = gtdt + C_1 dt.$

Vậy: $x = \frac{1}{2}gt^2 + C_1t + C_2.$

Để xác định C_1 và C_2 ta thay điều kiện đầu ($x(0) = 0, \dot{x}(0) = 0$) vào các biểu thức của vận tốc và quãng đường đi, ta có:

$$C_1 = 0; C_2 = 0;$$

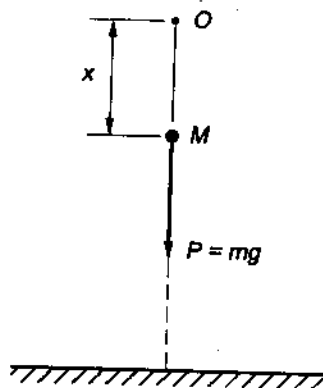
Vậy: $x = \frac{1}{2}gt^2$

Trong môi trường không cản quả cầu rơi nhanh dần đều với gia tốc $a = g = 9,8 \text{ m/s}^2$.

Ví dụ 7-3: Giải ví dụ 7-2 khi kể đến sức cản môi trường tỉ lệ bậc nhất với vận tốc với hệ số tỉ lệ β không đổi, tức lực cản có biểu thức $\overline{F_{\text{can}}} = -\beta\dot{x}$.

Bài giải: Phương trình vi phân chuyển động của quả cầu là:

$$m\ddot{x} = mg - \beta\dot{x}.$$



Hình 7.4

Từ đây: $\ddot{x} = \frac{d\dot{x}}{dt} = g - n\dot{x}$ với $n = \frac{\beta}{m}$.

Phương trình này có thể viết trong dạng:

$$\frac{d\dot{x}}{g - n\dot{x}} = dt$$

Hay:
$$\frac{d(g - n\dot{x})}{g - n\dot{x}} = -ndt$$

Trong biểu thức nhận được ở vế trái tử là vi phân của mẫu và vì $g - n\dot{x} > 0$ nên:

$$\ln \frac{1}{C_1} (g - n\dot{x}) = -nt.$$

Do đó: $g - n\dot{x} = C_1 e^{-nt}.$

Giải phương trình này đối với $\dot{x}$, ta có:

$$\dot{v} \equiv \dot{x} = \frac{d\dot{x}}{dt} = \frac{1}{n} (g - C_1 e^{-nt}), \quad (a)$$

$$\rightarrow dx = \frac{1}{n} (g - C_1 e^{-nt}) dt.$$

Khi lấy tích phân hai vế, chúng ta nhận được:

$$x = \frac{g}{n} t + \frac{C_1}{n^2} e^{-nt} + C_2. \quad (b)$$

Để xác định các hằng số tích phân ta thay các điều kiện đầu $\dot{x}(0) = 0$; $x(0) = 0$ vào các biểu thức (b) và (a) tương ứng, ta có:

$$0 = \frac{1}{n} (g - C_1)$$

$$0 = \frac{C_1}{n^2} + C_2$$

Từ đây ta tính được: $C_1 = g$ và $C_2 = -\frac{C_1}{n^2} = -\frac{g}{n^2}.$

Vậy phương trình chuyển động của quả cầu sẽ là:

$$x = \frac{g}{n} t + \frac{g}{n^2} e^{-nt} - \frac{g}{n^2}$$

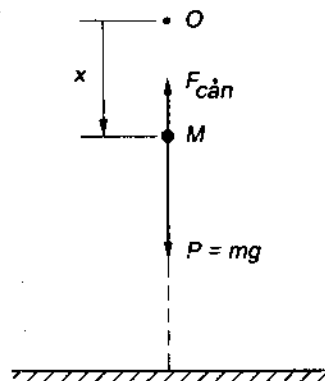
Còn vận tốc của quả cầu được tính theo biểu thức:

$$v = \dot{x} = \frac{g}{n} (1 - e^{-nt})$$

Khi $t \rightarrow \infty$ thì $v \rightarrow \frac{g}{n} = \text{const}$, tức quả cầu sẽ tiến đến trạng thái chuyển động đều với vận

tốc được gọi là vận tốc tới hạn, kí hiệu v_∞ hoặc v_{gh} : $v_\infty = \frac{g}{n}$

Đây là một tính chất rất quan trọng: lực cản nhớt (lực cản tỉ lệ với vận tốc) làm đều chuyển động.



Hình 7.5

Ví dụ 7-4: Một vật nặng có khối lượng m được treo vào đầu một lò xo có độ cứng c nằm cân bằng tại vị trí O . Kéo vật nặng ra khỏi vị trí cân bằng với độ lệch x_0 và cho nó vận tốc ban đầu v_0 hướng về vị trí cân bằng O , hãy tìm chuyển động của vật (hình 7.6).

Bài giải: Vật nặng được xem như một chất điểm chuyển động thẳng dưới tác dụng của trọng lực và lực đàn hồi lò xo:

$F_{lx} = c\delta$, ở đây $c = \text{const}$ được gọi là hệ số cứng của lò xo, δ - độ dãn (co) của lò xo được kể từ vị trí không biến dạng. Chọn trục Ox hướng thẳng xuống.

Phương trình vi phân chuyển động của chất điểm là:

$$m\ddot{x} = P - c\delta = P - c(x + \delta_0)$$

δ_0 là độ dãn của lò xo ứng với vị trí cân bằng, x là tọa độ của chất điểm kể từ vị trí cân bằng tĩnh O . Khi chú ý rằng tại vị trí cân bằng trọng lực P được triệt tiêu với lực đàn hồi của lò xo tại vị trí này, tức $P = c\delta_0$. Do đó phương trình được rút gọn thành:

$$\ddot{x} = -k^2 x \quad (a)$$

trong đó: $k = \sqrt{\frac{c}{m}}$ được gọi là tần số riêng của dao động.

Phương trình (a) có thể viết trong dạng:

$$\ddot{x} = \frac{dx}{dt} = \frac{dx}{dx} \frac{dx}{dt} = \dot{x} \frac{dx}{dx} = -k^2 x$$

Từ đây ta nhận được:

$$\dot{x}dx = -k^2 x dx$$

Bằng cách lấy nguyên hàm hai vế ta có:

$$\frac{\dot{x}^2}{2} = -k^2 \frac{x^2}{2} + C_1 \quad (b)$$

Khi thay các điều kiện đầu $\dot{x}(0) = v_0; x(0) = \delta_0$ vào (b) ta tính được hằng số C_1 :

$$C_1 = \frac{v_0^2}{2} + \frac{k^2 \delta_0^2}{2}$$

và thay nó vào (b), ta được:

$$\dot{x}^2 = -k^2 x^2 + v_0^2 + k^2 \delta_0^2$$

Do đó: $\dot{x} = \frac{dx}{dt} = k\sqrt{A^2 - x^2}$ với $A = \sqrt{\delta_0^2 + \frac{v_0^2}{k^2}}$

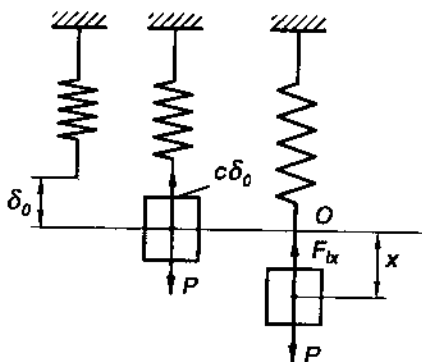
Từ đây ta nhận được:

$$\frac{dx}{\sqrt{A^2 - x^2}} = kdt$$

Bằng phép biến đổi biến: $x = A \sin u$, $dx = A \cos u du$, ta có:

$$\frac{dx}{\sqrt{A^2 - x^2}} = du = kdt$$

Khi lấy nguyên hàm hai vế của đẳng thức trên, ta nhận được: $u = kt + C_2$



Hình 7.6

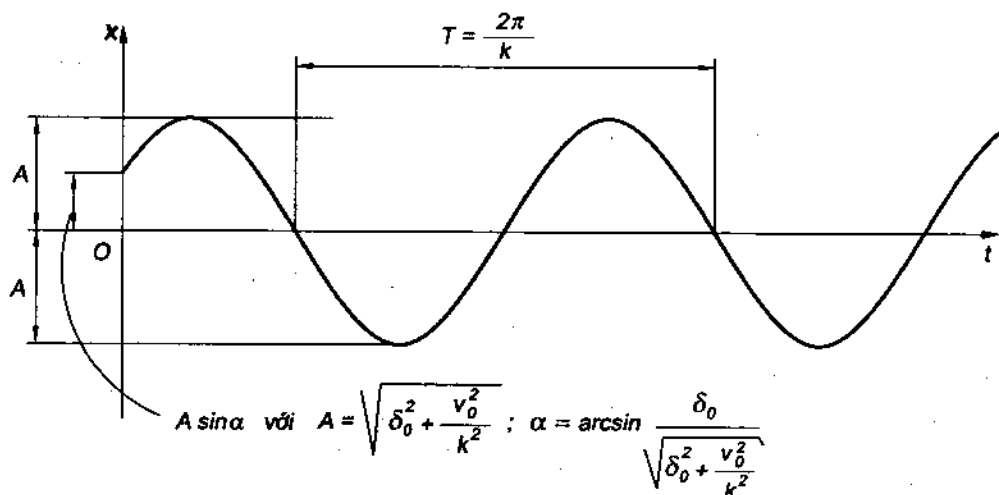
Để xác định hằng số C_2 ta thay điều kiện đầu vào. Dễ dàng tính được:

$$C_2 = u(0) = \arcsin \frac{x(0)}{A} = \arcsin \frac{\delta_0}{\sqrt{\delta_0^2 + \frac{v_0^2}{k^2}}}$$

Vậy quả cầu sẽ chuyển động theo luật (hình 7.7):

$$x = A \sin u = \sqrt{\delta_0^2 + \frac{v_0^2}{k^2}} \sin \left(kt + \arcsin \frac{\delta_0}{\sqrt{\delta_0^2 + \frac{v_0^2}{k^2}}} \right)$$

là hàm điều hoà theo thời gian. Đây là tính chất chung của chuyển động của chất điểm dưới tác dụng của lực hướng tâm tỉ lệ với khoảng cách từ điểm đó đến tâm hút.



Hình 7.7

CÂU HỎI ÔN TẬP

- 1) Định nghĩa về cơ hệ : Cơ hệ tự do, cơ hệ không tự do, các lực tác dụng lên cơ hệ ? Phân loại lực, đặc điểm của các loại lực ?
- 2) Các định luật về động lực học – Hai bài toán cơ bản của động lực học ?
- 3) Phương trình vi phân chuyển động của chất điểm ?
- 4) Chuyển động thẳng của chất điểm dưới tác động của lực bằng, lực phụ thuộc vào vận tốc, vào vị trí ?

Chương 8

CÁC KHÁI NIỆM VÀ ĐẶC TRƯNG CỦA CƠ HỆ

8.1. ĐỊNH NGHĨA CƠ HỆ

Cơ hệ tự do và cơ hệ chịu liên kết: Cơ hệ tự do là tập hợp (hữu hạn hoặc vô hạn) các chất điểm mà tương tác cơ học giữa chúng được biểu hiện chỉ thuần túy qua lực tác dụng. Về mặt động học nó gồm các chất điểm tự do, là những chất điểm mà di chuyển (vô cùng bé) của chúng từ vị trí đang xét theo bất kỳ phương nào cũng không bị cản trở, ví dụ thái dương hệ là một cơ hệ tự do. Cơ hệ không tự do còn được gọi là cơ hệ chịu liên kết, là cơ hệ mà ngoài tương tác lực, vị trí và vận tốc của các chất điểm thuộc cơ hệ bị ràng buộc bởi một số điều kiện hình học và động học cho trước, được gọi là những liên kết. Trong kỹ thuật các liên kết như vậy được thực hiện bằng sự nối kết giữa các phần tử của cơ hệ, thường là các vật. Cơ cấu máy hoặc một kết cấu của công trình xây dựng là những ví dụ về cơ hệ chịu liên kết. Vật rắn tuyệt đối cũng là một cơ hệ chịu liên kết. Nếu các điều kiện ràng buộc chỉ đối với vị trí các phần tử (chất điểm) của cơ hệ thì liên kết được gọi là liên kết hình học.

8.2. KHỐI TÂM

a. Khối tâm của cơ hệ: Xét một cơ hệ gồm N chất điểm M_k ($k=1, 2, 3, \dots, N$), có khối lượng m_k , vectơ định vị $\vec{r}_k$. Điểm hình học C được gọi là khối tâm cơ hệ nếu vị trí của nó được xác định theo công thức sau (hình 8.1):

$$\vec{r}_C = \frac{\sum_{k=1}^N m_k \vec{r}_k}{\sum m_k} \left\{ \begin{aligned} x_C &= \frac{\sum m_k x_k}{\sum m_k}; y_C = \frac{\sum m_k y_k}{\sum m_k}; z_C = \frac{\sum m_k z_k}{\sum m_k} \end{aligned} \right. \quad (8-1)$$

b. Khối tâm của vật rắn: Xét một vật rắn và chia nó thành nhiều phần tử nhỏ M_k (số phần tử tiến đến vô tận), có khối lượng Δm_k , vectơ định vị $\vec{r}_k$.

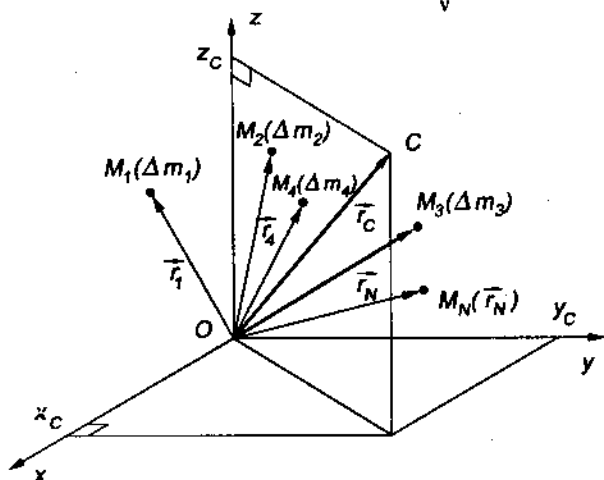
Điểm hình học C mà vị trí của nó được xác định theo công thức:

$$\vec{r}_C = \frac{\lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^N \Delta m_k \vec{r}_k}{\lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^N \Delta m_k} = \frac{1}{M} \int_V \vec{r} dm, \quad (8-2)$$

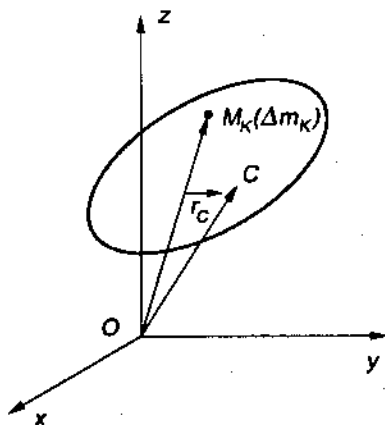
được gọi là khối tâm của vật rắn (hình 8.2), trong đó: $M = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^N \Delta m_k$ là khối lượng vật rắn.

Từ đó ta nhận được các công thức xác định khối tâm của vật rắn:

$$\begin{aligned} x_C &= \frac{\lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^N x_k \Delta m_k}{M} = \frac{1}{M} \int_V x dm \\ y_C &= \frac{\lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^N y_k \Delta m_k}{M} = \frac{1}{M} \int_V y dm \\ z_C &= \frac{\lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^N z_k \Delta m_k}{M} = \frac{1}{M} \int_V z dm \end{aligned} \quad (8-3)$$



Hình 8.1



Hình 8.2

Trong trường hợp vật rắn nằm gần trái đất thì khối tâm trùng với trọng tâm (là điểm đặt của hợp lực của hệ trọng lực do trái đất tác dụng lên vật rắn).

Nếu vật là một khối đồng chất có thể tích V và cố khối lượng riêng (khối lượng của một đơn vị thể tích) là ρ thì $M = \rho V$, $dm = \rho dV$. Do đó ta có:

$$\begin{aligned} \vec{r}_C &= \frac{1}{V} \iiint_{(V)} \vec{r} dV \\ x_C &= \frac{1}{V} \iiint_V x dV; y_C = \frac{1}{V} \iiint_V y dV; z_C = \frac{1}{V} \iiint_V z dV \end{aligned} \quad (8-4)$$

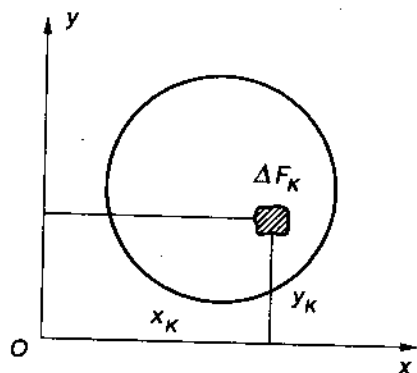
Đặc biệt đối với một tấm phẳng đồng chất có tiết diện F thì:

$$x_C = \frac{1}{F} \iint_F x dF = \frac{S_y}{F}; y_C = \frac{1}{F} \iint_F y dF = \frac{S_x}{F}; \quad (8-5)$$

trong đó:

$$S_x = \iint_F y dF; S_y = \iint_F x dF \quad (8-6)$$

được gọi là mômen tĩnh của tiết diện F đối với trục x và y tương ứng (hình 8.3).



Hình 8.3.

Dựa vào định nghĩa có thể suy trực tiếp các định lý sau:

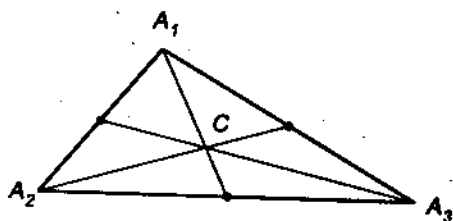
Định lý 8-1: Nếu vật rắn đồng chất có tâm (trục, mặt phẳng) đối xứng thì khối tâm (trọng tâm) của nó nằm tại tâm (trục, mặt phẳng) đối xứng.

Định lý 8-2: Nếu vật rắn gồm các phần mà khối tâm (trọng tâm) của chúng nằm trên một đường thẳng (mặt phẳng) thì khối tâm (trọng tâm) của vật cũng nằm trên đường thẳng (mặt phẳng) đó.

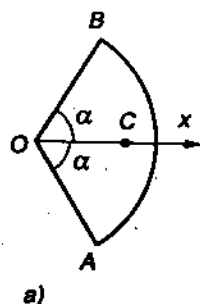
Áp dụng các định lý trên ta tìm ngay được:

- Khối tâm (trọng tâm) của một thanh thẳng đồng chất tại điểm giữa của thanh.
- Khối tâm (trọng tâm) của tam giác đồng chất là giao điểm của các trung tuyến (hình 8.4).
- Khối tâm (trọng tâm) của cung tròn đồng chất AB có bán kính R và góc tại tâm $\angle OAB = 2\alpha$ được tính theo công thức (hình 8.5a):

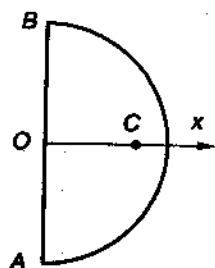
$$x_C = \frac{R \sin \alpha}{\alpha} \quad (8-7)$$



Hình 8.4



Hình 8.5



Nếu cung AB là nửa đường tròn ($\alpha = \frac{\pi}{2}$) thì khối tâm (trọng tâm) tính theo công thức (hình 8.5b):

$$x_C = \frac{2R}{\pi} \quad (8-8)$$

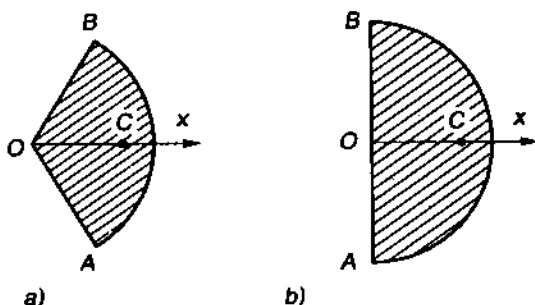
Khối tâm (trọng tâm) của một quạt tròn đồng chất AOB tâm O, có bán kính R và góc tại tâm $\angle AOB = 2\alpha$ được tính theo công thức (hình 8.6a):

$$x_C = \frac{2R \sin \alpha}{3} \quad (8-9)$$

Nếu quạt AOB là nửa mặt tròn ($\alpha = \frac{\pi}{2}$) thì khối tâm (trọng tâm) tính theo công thức (hình 8.6b):

$$x_C = \frac{4R}{3\pi} \quad (8-10)$$

- Khối tâm (trọng tâm) của vật ghép: ta có định lý sau:



Hình 8.6

Định lý 8-3: Nếu tấm phẳng đồng chất được ghép từ m phần, mỗi phần có diện tích F_i , có mômen tĩnh đối với các trục x, y tương ứng là S_{xi} , S_{yi} thì khối tâm (trọng tâm) của nó được tính theo công thức:

$$x_C = \frac{\sum_{i=1}^m S_{yi}}{\sum_{i=1}^m F_i}; y_C = \frac{\sum_{i=1}^m S_{xi}}{\sum_{i=1}^m F_i} \quad (8-11)$$

Ví dụ 8-1: Tìm khối tâm (trọng tâm) của tấm đồng chất hình chữ L có kích thước cho trên hình 8.7.

Bài giải: Chia tấm hình chữ L thành hai tấm hình chữ nhật có khối tâm (trọng tâm) C_1 và C_2 , ta có: $x_1 = 1\text{cm}$; $y_1 = 5\text{cm}$; $x_2 = 3\text{cm}$; $y_2 = 1\text{cm}$;

$$F_1 = 20\text{cm}^2; F_2 = 4\text{cm}^2;$$

Theo công thức 8.11 ta dễ dàng tính được:

$$S_{x1} = F_1 y_1 = 20 \times 5 = 100\text{cm}^2$$

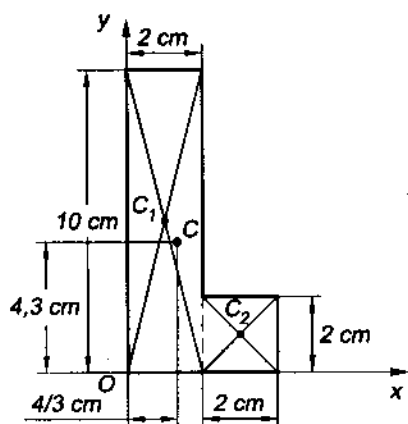
$$S_{y1} = F_1 x_1 = 20 \times 1 = 20\text{cm}^2$$

$$S_{x2} = F_2 y_2 = 4 \times 1 = 4\text{cm}^2$$

$$S_{y2} = F_2 x_2 = 4 \times 3 = 12\text{cm}^2$$

$$\text{Vậy: } x_C = \frac{S_{y1} + S_{y2}}{F_1 + F_2} = \frac{20 + 12}{20 + 4} = \frac{32}{24} = \frac{4}{3}\text{cm};$$

$$y_C = \frac{S_{x1} + S_{x2}}{F_1 + F_2} = \frac{100 + 4}{20 + 4} = \frac{104}{24} = 4,3\text{cm}$$

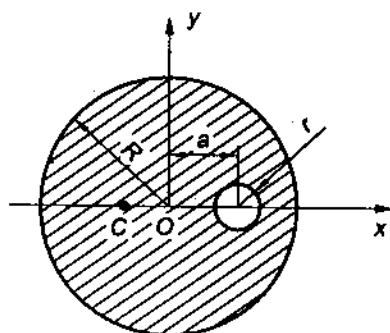


Hình 8.7

Ví dụ 8-2: Tìm khối tâm (trọng tâm) của tấm tròn đồng chất tâm O, bán kính R, bị khuyết mảnh tròn tâm A, bán kính r. Biết $OA = a$, $a + r < R$ (hình 8.8).

Bài giải: Xem tấm bị khuyết là kết quả của việc ghép tấm tròn nguyên có khối tâm (trọng tâm) tại O (0,0), diện tích $F_1 = \pi R^2$ với mảnh tròn có khối tâm (trọng tâm) là A(0,0) với diện tích âm $F_2 = -\pi r^2$.

Do tấm có trục Ox đối xứng nên khối tâm (trọng tâm) nằm trên trục này ($y_c = 0$), còn:



Hình 8.8

$$x_C = \frac{S_{y1} + S_{y2}}{F_1 + F_2} = \frac{F_1 y_1 + F_2 y_2}{F_1 + F_2} = \frac{\pi R^2 \times 0 - \pi r^2 \times a}{\pi R^2 - \pi r^2} = -\frac{ar^2}{R^2 - r^2}$$

Dấu "-" chứng tỏ C nằm bên trái tâm O.

8.3. MÔMEN QUÁN TÍNH CỦA VẬT RẮN

a. Các định nghĩa:

- Mômen quán tính của vật rắn đối với trục z, kí hiệu I_z , là đại lượng vô hướng được xác định theo công thức (hình 8.9):

$$I_z = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum \Delta m_k \rho_k^2 = \iiint_V \rho^2 dm \quad (8-12)$$

(V)

trong đó: ρ_k là khoảng cách của phần tử M_k đối với trục z.

- Mômen quán tính của vật rắn đối với các trục tọa độ: chúng được tính theo công thức:

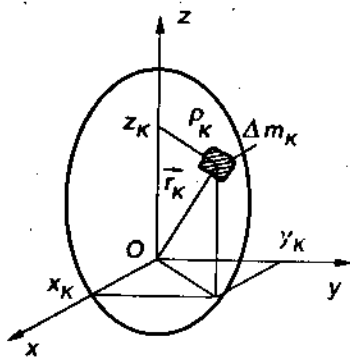
$$\begin{aligned} I_z &= \iiint_V (x^2 + y^2) dm \\ I_y &= \iiint_V (z^2 + x^2) dm \\ I_x &= \iiint_V (y^2 + z^2) dm \end{aligned} \quad (8-13)$$

(V)

- Mômen quán tính tích là các đại lượng sau:

$$I_{xy} = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^N x_k y_k \Delta m_k = \iiint_V xy dm$$

(V)



Hình 8.9

$$I_{yz} = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^N y_k z_k \Delta m_k = \iiint_V yz dm \quad (8-14)$$

$$I_{xz} = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^N z_k x_k \Delta m_k = \iiint_V zx dm$$

Rõ ràng là: $I_{xy} = I_{yx}, I_{yz} = I_{zy}, I_{zx} = I_{xz}$ (8-15)

Trục quán tính chính: Trục x được gọi là trục quán tính chính, nếu:

$$I_{xy} = I_{xz} = 0 \quad (8-16)$$

Tương tự trục y là trục quán tính chính nếu $I_{yx} = I_{yz} = 0$, còn trục z là quán tính chính khi $I_{zx} = I_{zy} = 0$.

Rõ ràng nếu hai trục là trục quán tính chính thì trục thứ ba cũng là trục quán tính chính.

- Trục quán tính chính trung tâm: trục quán tính chính qua khối tâm được gọi là trục quán tính chính trung tâm.

- Mômen quán tính của vật rắn đối với một điểm

$$I_0 = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^N \Delta m_k r_k^2 = \iiint_V r^2 dm \quad (8-17)$$

Dễ dàng chỉ ra rằng:

$$I_0 = \frac{1}{2}(I_x + I_y + I_z) \quad (8-18)$$

- Bán kính quán tính:

$$\rho_{qt}^2 = \frac{I_z}{M} \quad (8-19)$$

Đại lượng $\rho_{qt}^2 = \frac{I_z}{M}$ được gọi là bán kính quán tính của vật rắn đối với trục

z. Đơn vị của mômen quán tính là kgm^2 (kilôgam mét bình phương), đơn vị của bán kính quán tính là m (mét).

Trong trường hợp đối với tiết diện phẳng F (hình 8.10):

$$I_x = \iint_F y^2 dF; I_y = \iint_F x^2 dF; I_{xy} = \iint_F xy dF \quad (8-20)$$

- Mômen quán tính độc cực I_0 :

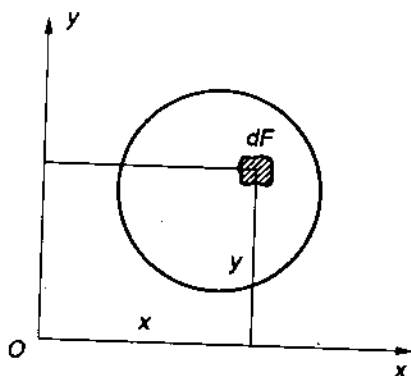
$$I_0 = \iint_F r^2 dF = I_x + I_y \quad (8-21)$$

Hệ trục có $I_{xy} = 0$ được gọi là hệ trục chính. Hệ trục có:

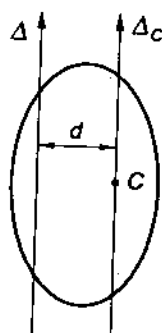
$$I_{xy} = 0; S_x = S_y = 0, \quad (8-22)$$

được gọi là hệ trục quán tính chính trung tâm.

Tương ứng với hệ trục quán tính chính (hệ trục quán tính chính trung tâm) ta có các mômen quán tính chính (các mômen quán tính chính trung tâm).



Hình 8.10



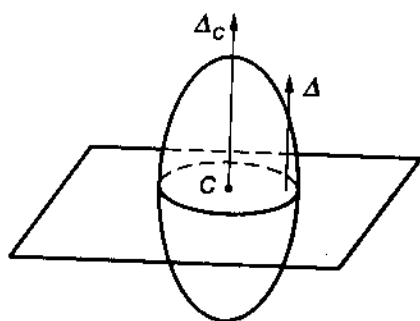
Hình 8.11

Định lý 8-3: Mômen quán tính của vật rắn đối với trục Δ bằng tổng mômen quán tính của nó đối với trục song song với trục Δ qua khối tâm C của vật và tích của khối lượng vật với bình phương khoảng cách giữa hai trục (hình 8.11):

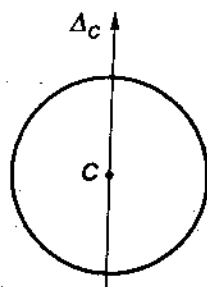
$$I_{\Delta} = I_{\Delta_c} + Md^2 \quad (8-23)$$

Định lý 8-4: Nếu vật rắn đồng chất có một mặt phẳng đối xứng thì trục thẳng góc với mặt phẳng đối xứng là trục quán tính chính tại giao điểm của mặt phẳng đối xứng và trục (hình 8.12).

Định lý 8-5: Nếu vật rắn đồng chất có một trục đối xứng thì trục đó là trục quán tính chính trung tâm (hình 8.13).



Hình 8.12



Hình 8.13

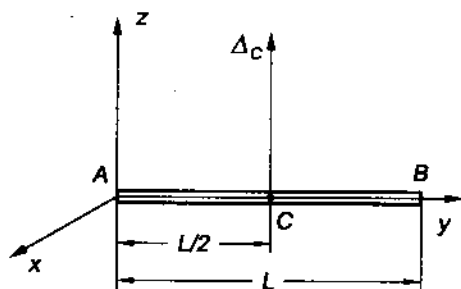
Mômen quán tính của một số vật đồng chất:

- Thanh đồng chất có chiều dài L , khối lượng m (hình 8.14):

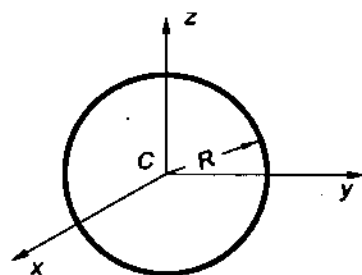
$$I_{\Delta C} = \frac{mL^2}{12}; I_x = I_z = \frac{mL^2}{3}; I_y = 0 \quad (8-24)$$

- Vành tròn đồng chất có bán kính R , khối lượng m (hình 8.15):

$$I_x = mR^2; I_y = I_z = \frac{mR^2}{2} \quad (8-25)$$



Hình 8.14



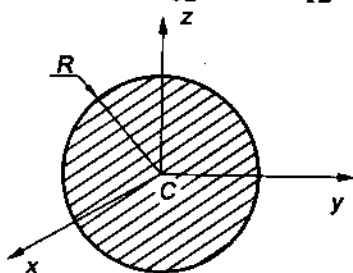
Hình 8.15

- Mặt tròn đồng chất, bán kính R , khối lượng m (hình 8.16):

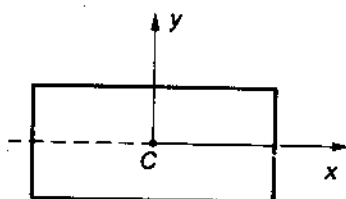
$$I_x = \frac{mR^2}{2}; I_y = I_z = \frac{mR^2}{4} \quad (8-26)$$

- Tấm chữ nhật đồng chất, có các cạnh $2a$, $2b$, khối lượng m (hình 8.17):

$$I_x = \frac{mb^2}{12}; I_y = \frac{ma^2}{12} \quad (8-27)$$



Hình 8.16



Hình 8.17

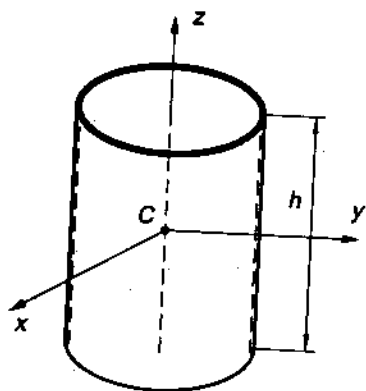
- Trụ tròn xoay đồng chất, có khối lượng m , bán kính R , chiều cao h :

+ Trụ rỗng (hình 8.18):

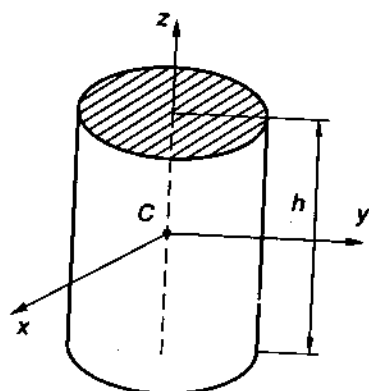
$$I_z = mR^2; I_x = I_y = \frac{m}{2} \left(R^2 + \frac{h^2}{6} \right) \quad (8-28)$$

+ Trụ đặc (hình 8.19):

$$I_z = \frac{mR^2}{2}; I_x = I_y = \frac{m}{4} \left(R^2 + \frac{h^2}{3} \right) \quad (8-29)$$



Hình 8.18



Hình 8.19

Các kết quả trên có thể áp dụng để tính trực tiếp cho trường hợp của tiết diện phẳng có tiết diện F , ví dụ tương ứng với công thức (8-25), (8-26), (8-27) ta có:

- Vòng tròn đồng chất:

$$I_x = FR^2 = \pi R^4; I_y = I_z = \frac{FR^2}{2} = \frac{\pi R^4}{2} \quad (8-25)'$$

- Mặt tròn đồng chất:

$$I_x = \frac{\pi R^4}{2}; I_y = I_z = \frac{\pi R^4}{4} \quad (8-26)'$$

- Tấm chữ nhật đồng chất:

$$I_x = \frac{\pi ab^3}{12}; I_y = \frac{\pi ba^3}{12} \quad (8-27)'$$

8.4. LỰC TÁC DỤNG LÊN CƠ HỆ VÀ CÁC ĐẶC TRƯNG CỦA NÓ

8.4.1. Phân loại lực tác dụng lên cơ hệ: khác với tĩnh học, trong đó các lực tác dụng là những lực hằng (lực không thay đổi cả về phương, về chiều và về giá trị), trong động lực học lực là đại lượng biến đổi theo thời gian và phụ thuộc vào vị trí và vận tốc của tất cả các chất điểm thuộc cơ hệ. Các lực tác dụng lên cơ hệ có thể phân thành ngoại lực và nội lực. Ngoại lực, kí hiệu $\vec{F}_k^e$, là lực do các vật thể không thuộc cơ hệ khảo sát tác dụng lên chất điểm M_k thuộc cơ hệ, ví dụ các lực do các thiên thể nằm ngoài thái dương hệ tác dụng lên các hành tinh thuộc thái dương hệ, là các ngoại lực đối với thái dương hệ. Nội lực, kí hiệu $\vec{F}_k^i$, là lực do các chất điểm thuộc cơ hệ tác dụng lẫn lên nhau, ví dụ lực tác dụng qua lại giữa trái đất và mặt trăng là nội lực đối với thái dương

hệ. Chú ý rằng một lực nào đó có thể là nội lực đối với một cơ hệ nhưng lại là ngoại lực đối với hệ con của cơ hệ đã cho, ví dụ lực do mặt trời tác dụng lên quả đất là nội lực đối với thái dương hệ nhưng là ngoại lực đối với cơ hệ chỉ gồm trái đất và mặt trăng.

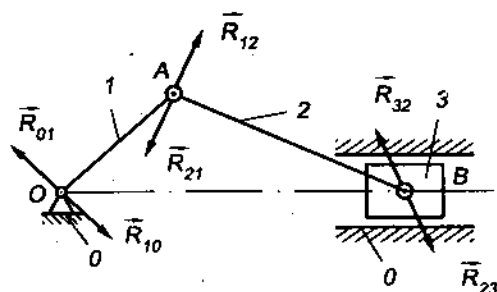
Đặc điểm rất quan trọng là vectơ chính và mômen chính đối với một điểm bất kỳ của hệ nội lực luôn luôn triệt tiêu.

Các lực tác dụng lên cơ hệ cũng có thể được phân chia thành lực liên kết và lực hoạt động. Lực liên kết, kí hiệu $\vec{R}_k$,

là lực thay thế tương đương liên

kết, tức lực cần đặt lên chất điểm khi liên kết bị xoá bỏ để chất điểm vẫn có chuyển động như khi còn liên kết. Ví dụ phản lực của giá tác dụng lên cơ cấu, lực tác dụng qua lại giữa hai khâu nối nhau của cơ cấu (hình 8.20), ...

Lực hoạt động còn gọi là lực đặt vào, là các lực không phải là lực liên kết. Các lực này không phụ thuộc vào các liên kết lên cơ hệ (kết cấu của cơ hệ), tức là chúng không thay đổi khi các kết cấu của cơ hệ vẫn giữ nguyên hay các liên kết cơ hệ được xoá bỏ và thay thế bằng các lực liên kết.



Hình 8.20

8.4.2. Xung lượng của lực

Xung lượng của lực được gọi tắt là xung lực, là đại lượng đặc trưng cho tác dụng của lực theo thời gian, nó là đại lượng vectơ và được kí hiệu $\vec{S}$. Xung lực ứng với khoảng thời gian vô cùng bé dt được gọi là xung lực nguyên tố $d\vec{S}$:

$$d\vec{S} = \vec{F}dt \quad (8-30)$$

Xung lực trong khoảng thời gian hữu hạn từ t_1 đến t_2 sẽ là:

$$\vec{S} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}dt \quad (8-31)$$

Đối với hệ lực $(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_N)$, ta có:

$$d\vec{S} = \sum \vec{F}_k dt \quad (8-32)$$

$$\vec{S} = \sum \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}_k dt = \int_{t_1}^{t_2} (\sum \vec{F}_k) dt \quad (8-33)$$

$$\begin{aligned}
 S_x &= \sum \int_{t_1}^{t_2} F_{kx} dt = \int_{t_1}^{t_2} (\sum F_{kx}) dt \\
 S_y &= \sum \int_{t_1}^{t_2} F_{ky} dt = \int_{t_1}^{t_2} \sum F_{ky} dt \\
 S_z &= \sum \int_{t_1}^{t_2} F_{kz} dt = \int_{t_1}^{t_2} \sum F_{kz} dt
 \end{aligned}
 \tag{8-34}$$

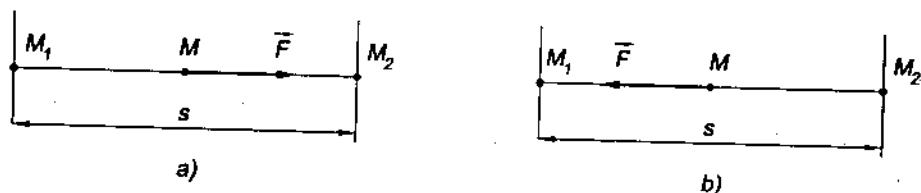
Đơn vị của xung lực là Niuton.giây, kí hiệu Ns .

Dễ dàng chỉ ra rằng xung lực của hệ nội lực luôn luôn triệt tiêu.

8.4.3. Công và công suất của lực

a. *Công của lực*: là đại lượng đánh giá tác dụng của lực theo di chuyển của điểm đặt lực.

Khi có lực tác dụng làm cho chất điểm di chuyển được một đoạn, nó liên hệ với một đại lượng được gọi là công của lực.



Hình 8.21

* Công của lực không đổi và điểm đặt lực di chuyển dọc theo đường thẳng trùng với phương của lực tác dụng, kí hiệu A được tính theo công thức:

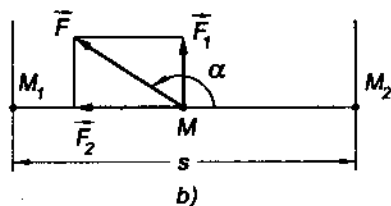
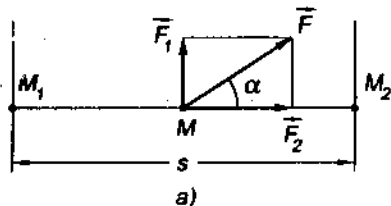
$$A = \pm F s \tag{8-35}_1$$

lấy dấu “+” khi điểm đặt của lực di chuyển cùng chiều lực, lấy dấu “-” trong trường hợp ngược lại (hình 8.21a, b).

* Trường hợp phương của lực hợp với phương di chuyển một góc α (hình 8.22a, b): ta phân lực $\vec{F}$ ra hai thành phần $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$.

Thành phần $\vec{F}_1$ vuông góc với phương di chuyển và $\vec{F}_2$ dọc phương di chuyển. Lực $\vec{F}_1$ không gây chuyển động theo phương của nó, nên công ứng với nó bằng không, còn thành phần $\vec{F}_2$ hướng dọc phương di chuyển, công của nó được tính theo công thức (8-35)₁. Vậy công của lực $\vec{F}$ bằng công của lực $\vec{F}_2$: (hình 8.22a, b):

$$A = \pm F_2 s = \pm F \cos \alpha s \tag{8.35}_2$$



Hình 8.22

Khi $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ thì $A > 0$ và khi đó ta có công động.

Khi $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ thì $A < 0$ và khi đó ta có công cản.

Đơn vị công bằng đơn vị lực $\times$ đơn vị độ dài.

Đơn vị công thường được dùng là Niuton.mét (Nm) và các bội số của nó. Đơn vị Nm còn được gọi là jun (j).

* Trường hợp khi lực có phương, chiều và giá trị thay đổi (hình 8.23):

Trong trường hợp này ta tính công của lực ứng với di chuyển bé (di chuyển vô cùng bé). Khi đó có thể xem đoạn đường di chuyển là thẳng và lực có phương, chiều và giá trị không đổi (bỏ qua sự thay đổi bé của chúng) và nhờ vậy có thể sử dụng công thức (8-35)₂. Công của lực trong di chuyển vô cùng bé của điểm đặt lực được gọi là công nguyên tố, kí hiệu dA được tính theo công thức:

$$dA = \bar{F}_t ds$$

trong đó: $\bar{F}_t$ là hình chiếu của lực $\bar{F}$ trên phương tiếp tuyến của quỹ đạo điểm đặt lực, còn ds là đoạn di chuyển. Dễ dàng nhận được:

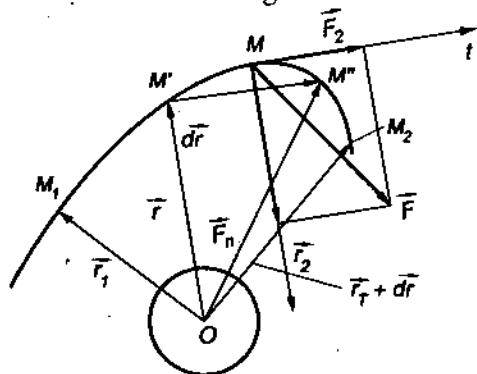
$$\bar{F}_t = |\bar{F}| \cos \alpha; |ds| = |dr|$$

trong đó: α là góc giữa lực $\bar{F}$ và phương dương của tiếp tuyến (phương dương của tiếp tuyến được chọn phù hợp với phương dương của quỹ đạo của điểm đặt lực), $\vec{dr}$ là vectơ di chuyển vô cùng bé, do đó:

$$dA = |\bar{F}| |\vec{dr}| \cos(\bar{F}, \vec{dr}) = \bar{F} \vec{dr} = F_x dx + F_y dy + F_z dz \quad (8-36)$$

Để tính công A của lực khi điểm đặt lực di chuyển từ vị trí M_1 đến vị trí M_2 ta cần chia cung $M_1 M_2$ thành nhiều cung nhỏ và tính công (công nguyên tố) trong các đoạn di chuyển nhỏ và cộng lại. Bằng cách đó ta có:

$$A = \int_{r_1}^{r_2} \bar{F} \vec{dr} = \int_{M_1}^{M_2} F_x dx + F_y dy + F_z dz \quad (8-37)$$



Hình 8.23

b. Công suất của lực

Công suất của lực là công của lực ứng với một đơn vị thời gian, kí hiệu W.

* Trong trường hợp lực có phương, chiều và giá trị không đổi, điểm đặt lực di chuyển theo đường thẳng thì:

$$W = \frac{A}{t_2 - t_1}$$

A là công của lực sinh ra trong khoảng thời gian $(t_2 - t_1)$ ứng với điểm đặt lực di chuyển từ M_1 đến M_2 , nó được tính theo công thức (8-35)₁ hoặc công thức (8-35)₂.

Đơn vị của công suất là jun/giây, kí hiệu J/s, còn được gọi là oát, kí hiệu W.

* Trong trường hợp lực thay đổi theo thời gian về phương, chiều và giá trị, còn điểm đặt lực di chuyển theo đường cong thì:

$$W = \frac{dA}{dt} = \vec{F} \cdot \frac{d\vec{r}}{dt} \equiv \vec{F} \cdot \vec{v} = F_x \dot{x} + F_y \dot{y} + F_z \dot{z} \quad (8-38)$$

Công suất của hệ lực $(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_N)$ được tính theo công thức:

$$W = \frac{dA}{dt} = \sum_{k=1}^N \vec{F}_k \cdot \vec{v}_k = \sum_{k=1}^N (F_{kx} \dot{x}_k + F_{ky} \dot{y}_k + F_{kz} \dot{z}_k) \quad (8-39)$$

Công A của lực có thể tính theo công thức:

$$A = \int W dt \quad (8-40)$$

ở đây cần lấy tích phân được lấy ứng với vị trí của cơ hệ của vị trí đầu và vị trí cuối của cơ hệ trong di chuyển.

CÂU HỎI ÔN TẬP

- 1) Các đặc trưng hình học khối của cơ hệ và vật rắn: khối tâm, mômen quán tính của vật rắn đối với một trục? Công thức xác định chúng?
- 2) Tìm trọng tâm của vật rắn đồng chất khi chúng có một tâm, một trục hoặc một mặt phẳng đối xứng?
- 3) Công thức tính mômen quán tính của vật rắn đối với một trục khi biết mômen quán tính của vật đối với một trục song mômen quán tính của vật đối với một trục song song với trục đã cho và đi qua khối tâm?
- 4) Trình bày các đại lượng đặc trưng cho tác dụng của lực: xung lượng của lực, công và công suất?

NGUYÊN LÝ ĐALĂMBE

9.1. LỰC QUÁN TÍNH CỦA CHẤT ĐIỂM

Khảo sát chất điểm dưới tác dụng của lực $\vec{F}$ chuyển động với gia tốc a đối với hệ quy chiếu quán tính. Ta đưa vào định nghĩa:

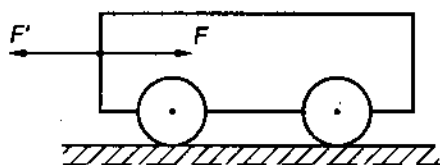
Lực quán tính của chất điểm, kí hiệu là $\vec{F}_{qt}$, có cùng phương, ngược chiều với gia tốc chất điểm và có giá trị bằng tích của khối lượng với gia tốc của chất điểm:

$$\vec{F}_{qt} = -m\vec{a} \quad (9-1)$$

Cần nhấn mạnh rằng lực quán tính của chất điểm không phải là lực tác dụng lên chất điểm. Để làm rõ ta xét hai ví dụ sau:

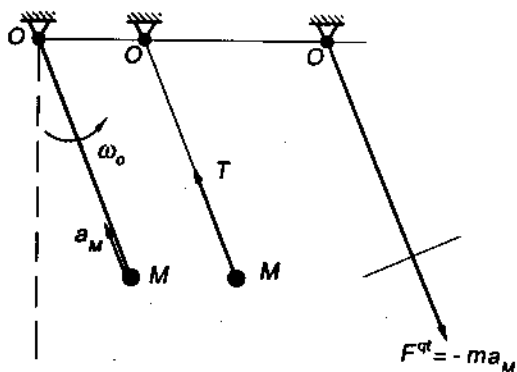
Giả sử dưới tác dụng của lực $\vec{F}$ xe chạy với gia tốc $\vec{a}$. Theo định luật 2 của động lực học, ta có $\vec{F} = m\vec{a}$. Khi ta tác dụng lên xe một lực $\vec{F}$ (lực này đặt lên xe) thì để bảo toàn tính quán tính của nó xe tác dụng lại $\vec{F}'$, lực này đặt lên tay đẩy (không đặt lên xe). Do định luật tác dụng và phản tác dụng ta có:

$$\vec{F}' = -\vec{F} = -m\vec{a} = \vec{F}_{qt}$$



Hình 9.1

Vậy lực quán tính của xe không phải là lực tác dụng lên xe mà là lực từ xe tác dụng lên tay đẩy (hình 9.1).



Hình 9.2

Ta khảo sát một ví dụ khác: một chất điểm có khối lượng m buộc vào đầu một sợi dây, nó quay đều với vận tốc góc ω_0 . Gia tốc của chất điểm là gia tốc hướng tâm. Lực quán tính của chất điểm là lực ly tâm. Lực này không đặt lên

chất điểm mà chính là lực chất điểm tác dụng lên dây và nhờ nó mà dây luôn luôn căng. Lực tác dụng lên chất điểm, ngoài trọng lực có lực do dây tác dụng lên chất điểm (phản lực của dây tác dụng lên chất điểm). Lực này hướng về tâm (lực hướng tâm) ngược chiều với lực quán tính (hình 9.2).

9.2. NGUYÊN LÝ ĐĂLĂMBE

a. Nguyên lý Đălămbê đối với chất điểm: Tại mỗi thời điểm lực quán tính của chất điểm cân bằng với lực tác dụng lên chất điểm:

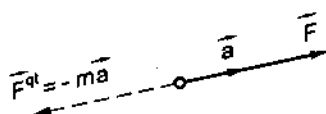
$$\vec{F}_{qt} + \vec{F} = 0 \quad (9-2)$$

Để khẳng định sự đúng đắn của nguyên lý ta dựa vào định luật hai của Niuton. Thực vậy theo định luật 2 Niuton ta có (hình 9.3):

$$m\vec{a} = \vec{F}$$

Từ đó:

$$\vec{F} + (-m\vec{a}) = 0 \rightarrow \vec{F} + \vec{F}_{qt} = 0$$



Chú thích:

1) Nguyên lý chỉ khẳng định sự cân bằng về lực (hai lực cùng phương, ngược chiều và cùng cường độ) chứ không phải sự cân bằng của chất điểm.

2) Trong trường hợp của chất điểm không tự do, lực tác dụng lên chất điểm là hợp lực của lực hoạt động và lực liên kết.

3) Trạng thái cân bằng về lực được thiết lập ở mọi thời điểm. Do đó có thể thiết lập điều kiện cân bằng (các phương trình cân bằng) đối với hệ trục động bất kỳ.

Ví dụ 9-1: Một quả cầu nhỏ trọng lượng P được treo vào toa xe chuyển động thẳng với gia tốc $\vec{a}$. Dây treo quả cầu bị lệch một góc $\alpha = \text{const}$ so với đường thẳng đứng. Xác định gia tốc $\vec{a}$ của toa xe (hình 9.4).

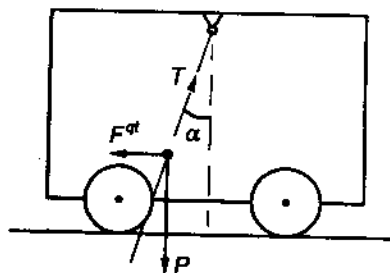
Bài giải: Xem quả cầu như một chất điểm chịu tác dụng của trọng lực và phản lực dây $\vec{T}$ do dây tác dụng lên quả cầu.

Lực quán tính của chất điểm do gia tốc của chất điểm (tức gia tốc của xe) sẽ bằng:

$$\vec{F}_{qt} = -m\vec{a} = -\frac{P}{g}\vec{a}$$

Còn lực thật tác dụng lên quả cầu là hợp lực của trọng lực $\vec{P}$ và phản lực dây. Theo nguyên lý

Đălămbê ta có: $\vec{P} + \vec{T} + \vec{F}_{qt} = 0$



Hình 9.4

Chiếu hai vế của đẳng thức này lên phương Δ thẳng góc với dây, ta nhận được:

$$F_{qt} \cos \alpha - P \sin \alpha = 0 \rightarrow \frac{P}{g} a \cos \alpha - P \sin \alpha = 0.$$

Vậy: $a = g \tan \alpha$.

Từ đây ta có một phương pháp đơn giản để đo gia tốc của xe bằng cách đo góc lệch α của dây.

b. Nguyên lý Dălămbê đối với cơ hệ: Khảo sát cơ hệ gồm N chất điểm $M_1, M_2, \dots, M_N$ dưới tác dụng của các lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_N$ chuyển động với các gia tốc $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \dots, \vec{a}_N$ tương ứng. Xét chất điểm M_k có khối lượng m_k , chịu tác dụng của lực $\vec{F}_k$. Lực quán tính của chất điểm này là:

$$\vec{F}_k^{qt} = -m_k \vec{a}_k$$

Theo nguyên lý Dălămbê đối với chất điểm M_k và do đó đối với mọi chất điểm M_k ($k=1, 2, \dots, N$), ta có $(\vec{F}_k, \vec{F}_k^{qt}) \equiv 0$. Nguyên lý Dălămbê đối với cơ hệ được phát biểu như sau:

Tại mỗi thời điểm, các lực tác dụng lên các chất điểm của cơ hệ và các lực quán tính của các chất điểm thuộc cơ hệ tạo thành một hệ lực cân bằng:

$$(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_N, \vec{F}_1^{qt}, \vec{F}_2^{qt}, \dots, \vec{F}_N^{qt}) \equiv 0 \quad (9-3)$$

Chú thích:

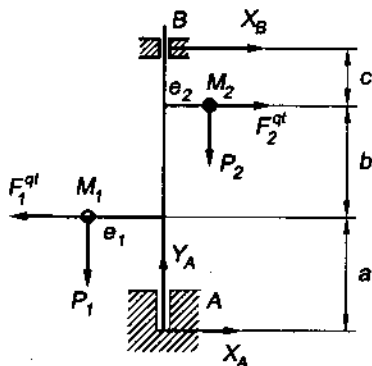
1) Các lực $\vec{F}_k$ đối với cơ hệ là hợp lực của ngoại lực và nội lực tác dụng lên chất điểm M_k , còn đối với cơ hệ không tự do là hợp lực của lực hoạt động và lực liên kết tác dụng lên chất điểm M_k .

2) Khái niệm cân bằng ở đây có tính chất quy ước "hệ lực cân bằng là hệ lực có từng đôi một lực trực đối nhau".

3) Trạng thái cân bằng của hệ lực được thiết lập tại thời điểm bất kì, có nghĩa là tại mọi thời điểm. Do đó điều kiện cân bằng (các phương trình cân bằng) có thể thiết lập đối với các hệ quy chiếu động. Tuy nhiên các lực quán tính (các gia tốc) của các chất điểm cần phải được tính đối với hệ quy chiếu quán tính.

Ví dụ 9-2: Một trục máy mất cân bằng được mô hình bằng hai chất điểm M_1 và M_2 có các khối lượng tương ứng bằng m_1 và m_2 nằm trong cùng mặt phẳng chứa trục quay, khoảng cách của chúng đối với trục quay lần lượt bằng e_1 và e_2 . Trục quay quay đều với vận tốc góc ω_0 . Xác định các phản lực tại các ổ trục A và B. Các kích thước được cho trên hình 9.5. Bỏ qua ma sát tại trục quay.

Bài giải: Khảo sát cơ hệ là trục máy có gắn hai chất điểm. Các lực tác dụng lên hệ gồm các trọng lực (lực hoạt động) $\vec{P}_1, \vec{P}_2$ và các phản lực (lực liên kết) $\vec{X}_A, \vec{Y}_A, \vec{X}_B$. Các lực quán tính của hai chất điểm M_1 và M_2 là:



Hình 9.5

$$\vec{F}_1^{qt} = -m_1 \vec{a}_1 \text{ với } a_1 = e_1 \omega_0^2$$

$$\vec{F}_2^{qt} = -m_2 \vec{a}_2 \text{ với } a_2 = e_2 \omega_0^2$$

Chọn hệ trục tọa độ Axy trong đó Ay trùng với trục quay, còn các chất điểm nằm trong mặt phẳng Axy.

Ta có hệ lực phẳng cân bằng sau:

$$(\vec{P}_1, \vec{P}_2, \vec{X}_A, \vec{Y}_A, \vec{Y}_B, \vec{F}_1^{qt}, \vec{F}_2^{qt}) \approx 0$$

Lập các phương trình cân bằng cho hệ lực trên ta có:

$$\sum F_x = X_A + X_B + F_2^{qt} - F_1^{qt} = 0$$

$$\sum F_y = Y_A - P_1 - P_2 = 0$$

$$\sum \vec{m}_A(\vec{F}) = P_1 e_1 - P_2 e_2 - X_B(a+b+c) - F_1^{qt}a - F_2^{qt}(a+b) = 0$$

Giải các phương trình này ta được:

$$Y_A = P_1 + P_2$$

$$X_B = \frac{1}{a+b+c} \left\{ P_1 e_1 - P_2 e_2 + \frac{\omega_0^2}{g} [P_1 e_1 a - P_2 e_2 (a+b)] \right\}$$

$$X_A = \frac{1}{a+b+c} \left\{ P_2 e_2 - P_1 e_1 + \frac{\omega_0^2}{g} [P_1 e_1 (b+c) - P_2 e_2 c] \right\}$$

Nhận xét: Phản lực ở trục gồm các thành phần: thành phần không phụ thuộc vào chế độ quay (vận tốc góc của tay quay) được gọi là thành phần phản lực tĩnh và thành phần phụ thuộc vào chế độ quay của trục được gọi là thành phần phản lực động lực. Các phản lực ở trục không những có giá trị phụ thuộc vào vận tốc góc của trục quay mà còn có phương thay đổi vì các phản lực $\vec{X}_A, \vec{X}_B$ nằm trong mặt phẳng quay Axy.

CÂU HỎI ÔN TẬP

- 1) Nguyên lý Đalambert cho chất điểm và cơ hệ ?
- 2) Áp dụng trực tiếp nguyên lý Đalambert để giải bài toán động lực học ?
- 3) Thế nào là phản lực tĩnh ? Thế nào là phản lực động lực ?

CÁC ĐỊNH LÝ TỔNG QUÁT CỦA ĐỘNG LỰC HỌC

Nguyên lý Đalambert cho một phương pháp tổng quát để khảo sát bài toán động lực học của cơ hệ nhờ khảo sát hệ lực cân bằng sau:

$$\varphi(\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}, \dots, \overrightarrow{F_N}, \overrightarrow{F_1^{qt}}, \overrightarrow{F_2^{qt}}, \dots, \overrightarrow{F_N^{qt}}) \equiv 0 \quad (10-1)$$

Vì hệ lực cân bằng nên các đặc trưng của nó: vectơ chính, mômen chính của hệ lực và tổng công suất các lực này đều triệt tiêu. Từ các tính chất này ta nhận được các định lý tổng quát của động lực học cơ hệ.

10.1. ĐỊNH LÝ ĐỘNG LƯỢNG VÀ ĐỊNH LÝ CHUYỂN ĐỘNG KHỐI TÂM CỦA CƠ HỆ

10.1.1. Định lý động lượng

Gọi $\overrightarrow{R'_\phi}$ là vectơ chính của hệ lực (10-1). Vì hệ lực cân bằng nên vectơ chính của nó phải triệt tiêu. Do đó ta có:

$$\overrightarrow{R'_\phi} = \sum \overrightarrow{F_k} + \sum \overrightarrow{F_k^{qt}} = 0, \quad (a)$$

$\overrightarrow{F_k}$ là hợp lực của ngoại lực và nội lực tác dụng lên chất điểm M_k . Vì vectơ chính của hệ nội lực triệt tiêu nên:

$$\sum \overrightarrow{F_k} = \sum \overrightarrow{F_k^e} + \sum \overrightarrow{F_k^i} = \sum \overrightarrow{F_k^e}.$$

$$\text{Còn: } \sum \overrightarrow{F_k^{qt}} = -\sum m_k \overrightarrow{a_k} = -\sum m_k \frac{d\overrightarrow{v_k}}{dt} = -\frac{d}{dt}(\sum m_k \overrightarrow{v_k}).$$

$\sum m_k \overrightarrow{v_k} = \overrightarrow{Q}$ được gọi là động lượng của cơ hệ, là đại lượng đặc trưng cho chuyển động cơ hệ.

Vậy đẳng thức (a) có thể viết như sau:

$$\sum \overrightarrow{F_k^e} - \frac{d\overrightarrow{Q}}{dt} = 0.$$

Từ đó ta nhận được:

$$\frac{d\overrightarrow{Q}}{dt} = \sum \overrightarrow{F_k^e} \quad (10-2)$$

Vậy ta có định lý sau:

Định lý 10-1: Đạo hàm động lượng của cơ hệ theo thời gian bằng tổng các ngoại lực (véctơ chính của hệ ngoại lực) tác dụng lên cơ hệ. Từ (10-2) ta có:

$$d\vec{Q} = \sum \vec{F}_k^e dt.$$

Tích phân hai vế trong khoảng thời gian từ t_1 đến t_2 ta nhận được:

$$\vec{Q}_2 - \vec{Q}_1 = \int_{t_1}^{t_2} \sum \vec{F}_k^e dt = \sum \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}_k^e dt = \sum \vec{S}_k^e. \quad (10-3)$$

Định lý 10-2: Biến thiên của động lượng của cơ hệ trong một khoảng thời gian nào đó bằng tổng xung lực các ngoại lực tác dụng lên cơ hệ trong khoảng thời gian đó.

Đối với một trục Ox cố định, ta có:

$$\frac{dQ_x}{dt} = \sum F_{kx}^e, \quad (10-4)$$

$$Q_x^{(2)} - Q_x^{(1)} = \sum \int_{t_1}^{t_2} F_{kx}^e dt = \sum \bar{S}_{kx}^e \quad (10-5)$$

trong đó: chỉ số x ký hiệu hình chiếu của đại lượng tương ứng trên trục x .

Chú ý:

1) Nội lực không ảnh hưởng đến sự biến đổi của động lượng cơ hệ.

2) Nếu $\sum \vec{F}_k^e = 0$, tức véctơ chính của hệ ngoại lực triệt tiêu, thì động lượng cơ hệ được bảo toàn, tức: $\vec{Q} = \text{const}$ (10-6)

3) Nếu $\sum F_{kx}^e = 0$, tức tổng hình chiếu các ngoại lực trên trục cố định x triệt tiêu, thì hình chiếu của động lượng trên trục x được bảo toàn, tức:

$$Q_x = \text{const} \quad (10-7)$$

Các chú ý 1) và 2) là nội dung của các định lý bảo toàn động lượng và hình chiếu động lượng trên một trục.

Các định lý trên có thể được áp dụng trực tiếp đối với chất điểm, khi xem chất điểm là cơ hệ đặc biệt gồm chỉ một chất điểm.

10.2. ĐỊNH LÝ VỀ CHUYỂN ĐỘNG KHỐI TÂM

Dựa vào công thức xác định khối tâm, ta có:

$$m\vec{r}_c = \sum m_k \vec{r}_k$$

Khi lấy đạo hàm theo thời gian hai vế của đẳng thức trên ta nhận được:

$$m \frac{d\vec{r}_c}{dt} = \sum m_k \frac{d\vec{r}_k}{dt}.$$

Do đó:

$$\overline{m\mathbf{v}_c} = \sum m_k \overline{\mathbf{v}_k} = \overline{\mathbf{Q}}. \quad (10-8)$$

Vậy động lượng của cơ hệ bằng động lượng của khối tâm với giả thiết khối tâm có khối lượng của cơ hệ.

Công thức (10-2) có thể viết được như sau:

$$\frac{d}{dt} \overline{\mathbf{Q}} = \frac{d}{dt} (\overline{m\mathbf{v}_c}) = \overline{m\mathbf{a}_c} = \sum \overline{\mathbf{F}_k^e}$$

Định lý 10-3: Khối tâm của cơ hệ chuyển động như một chất điểm có khối lượng bằng khối lượng cơ hệ và chịu tác dụng của lực có vectơ lực bằng vectơ chính (vectơ tổng) của hệ ngoại lực tác dụng lên cơ hệ:

$$\overline{m\mathbf{a}_c} = \sum \overline{\mathbf{F}_k^e}. \quad (10-9)$$

Khi chiếu hai vế của đẳng thức (10-9) lên các trục của hệ trục tọa độ Descartes vuông góc cố định ta có:

$$\begin{aligned} m\ddot{x}_c &= \sum F_{kx}^e \\ m\ddot{y}_c &= \sum F_{ky}^e \\ m\ddot{z}_c &= \sum F_{kz}^e \end{aligned} \quad (10-10)$$

Nhận xét:

1) Nội lực không ảnh hưởng đến chuyển động của khối tâm (dù rằng có ảnh hưởng đến chuyển động của từng bộ phận của cơ hệ).

2) Nếu $\sum \overline{\mathbf{F}_k^e} = 0$ thì $\overline{\mathbf{a}_c} = \overline{0}$ tức $\overline{\mathbf{v}_c} = \overline{\text{const}}$ hoặc $\overline{\mathbf{v}_c} = 0$ (10-11)

Nếu vectơ chính của các ngoại lực tác dụng lên cơ hệ luôn luôn bằng không thì khối tâm của cơ hệ hoặc đứng yên hoặc chuyển động thẳng đều.

3) Nếu $\sum F_x^e = 0$ thì $\ddot{x}_c = 0$ tức $\dot{x}_c = \text{const}$ hoặc $\dot{x}_c = 0$. (10-12)

Nếu tổng hình chiếu của các ngoại lực trên một trục cố định nào đó luôn luôn bằng không thì hình chiếu của khối tâm trên trục đó hoặc đứng yên hoặc chuyển động thẳng đều.

Ví dụ 10-1: Một máy đầm gồm bàn đầm chuyển động tịnh tiến theo phương ngang nhờ một bộ phận gây rung là một đĩa lệch tâm có độ lệch tâm e quay đều quanh trục O.

Bàn đầm có khối lượng m_1 , còn đĩa lệch tâm có khối lượng m_2 . Bỏ qua ma sát giữa bàn đầm và nền ngang. Xác định chuyển động của bàn đầm và lực đầm do bàn đầm tác dụng lên nền. Bàn đầu bàn đầm đứng yên còn tâm quả văng ở vị trí thẳng đứng thấp nhất (hình 10-1).

Bài giải: Khảo sát cơ hệ gồm bàn đầm và quả văng gây rung.

Các ngoại lực tác dụng lên cơ hệ gồm các trọng lực $\overline{P_1}, \overline{P_2}$ của bàn đầm và quả văng và phản lực nền lên bàn đầm. Đây là hệ lực song song theo phương đứng. Do đó:

$$\sum F_{kx}^e = 0 \rightarrow \ddot{x}_c = 0 \rightarrow \dot{x}_c = \text{const}$$

Để giải bài toán chúng ta sử dụng điều kiện (10-12). Đầu tiên ta tính toạ độ khối tâm theo công thức:

$$x_c = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2} = \frac{m_1 \left(x + \frac{L}{2}\right) + m_2 \left[x + L + e \cos(\omega t - \frac{\pi}{2})\right]}{m_1 + m_2}$$

$$= \frac{(m_1 + m_2)x + m_2 e \sin \omega_0 t + L \left(\frac{m_1}{2} + m_2\right)}{m_1 + m_2}$$

Do đó:

$$\dot{x}_c = \frac{(m_1 + m_2)\dot{x} + m_2 e \omega_0 \cos \omega_0 t}{m_1 + m_2}$$

trong đó: x ký hiệu di chuyển của bàn đầm rung. Vì ban đầu bàn rung đứng yên nên $\dot{x}(0) = 0, x(0) = 0$.

Điều kiện: $\dot{x}_c = \text{const} = \dot{x}_c(0)$

trong đó: $\dot{x}_c(0)$ là vận tốc khối tâm của cơ hệ tại thời điểm đầu, cho ta:

$$(m_1 + m_2)\dot{x} + m_2 e \omega_0 \cos \omega_0 t = m_2 e \omega_0$$

Từ đây:

$$\dot{x} = \frac{m_2}{m_1 + m_2} e \omega_0 (1 - \cos \omega_0 t)$$

Khi tích phân hai vế của phương trình trên ta có:

$$x = -\frac{m_2 e}{m_1 + m_2} \sin \omega_0 t + \frac{m_2 e \omega_0}{m_1 + m_2} t + C$$

Hằng số tích phân C được xác định nhờ vị trí đầu của bàn rung $x(0) = 0$: $\rightarrow$ nhờ đó ta nhận được: $C = 0$.

Vậy bàn rung sẽ chuyển động theo luật:

$$x = -\frac{m_2 e}{m_1 + m_2} \sin \omega_0 t + \frac{m_2 e \omega_0}{m_1 + m_2} t$$

là hợp thành từ hai chuyển động:

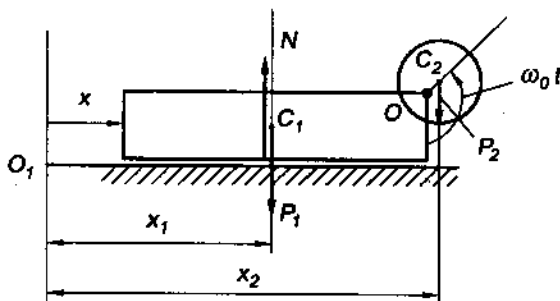
- Chuyển động đều với vận tốc bằng: $\frac{m_2 e \omega_0}{m_1 + m_2}$
- Chuyển động dao động điều hoà với biên độ: $-\frac{m_2 e \sin \omega_0 t}{m_1 + m_2}$

Để xác định lực đầm, ta tính phản lực N nhờ phương trình:

$$(m_1 + m_2)\ddot{y}_c = N - P_1 - P_2$$

Từ đây:

$$N = P_1 + P_2 + (m_1 + m_2)\ddot{y}_c$$



Hình 10.1

Tung độ khối tâm hệ được tính theo công thức:

$$y_c = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2}{m_1 + m_2} = \frac{m_1 h + m_2 \left[h + e \sin(\omega_0 t - \frac{\pi}{2}) \right]}{m_1 + m_2},$$

trong đó: h là chiều cao của bàn dầm:

Từ đó ta tính được:

$$\ddot{y}_c = \frac{-m_2 e \omega_0^2 \sin(\omega_0 t - \frac{\pi}{2})}{m_1 + m_2} = \frac{m_2 e \omega_0^2 \cos \omega_0 t}{m_1 + m_2}.$$

Vậy: $N = P_1 + P_2 + m_2 e \omega_0^2 \cos \omega t$

Giá trị của nó biến thiên trong khoảng:

$$N_{\min} = P_1 + P_2 - m_2 e \omega_0^2$$

$$N_{\max} = P_1 + P_2 + m_2 e \omega_0^2$$

Chú ý rằng lực dầm có chiều ngược chiều với phản lực $\vec{N}$.

Để dầm không rời khỏi nền thì $N_{\min} > 0$, tức:

$$P_1 + P_2 - m_2 e \omega_0^2 > 0 \rightarrow \omega_0^2 < \frac{P_1 + P_2}{m_2 e}$$

Vậy dầm có thể rời khỏi nền nếu: $\omega_0^2 \geq \frac{P_1 + P_2}{m_2 e}$

10.3. ĐỊNH LÝ VỀ MÔMEN ĐỘNG LƯỢNG

Gọi $\vec{m}_\phi^0$ là mômen chính đối với điểm O của hệ lực (10-1). Vì hệ lực này cân bằng nên vectơ mômen chính của nó triệt tiêu. Do đó:

$$\vec{m}_\phi^0 = \sum_{k=1}^N \vec{m}_0(\vec{F}_k) + \sum \vec{m}_0(\vec{F}_k^{qt}) = 0. \quad (10-13)$$

Ta có: $\sum \vec{m}_0(\vec{F}_k) = \sum \vec{m}_0(\vec{F}_k^e) + \sum \vec{m}_0(\vec{F}_k^i) = \sum \vec{m}_0(\vec{F}_k^e)$, dựa vào tính chất là mômen chính (mômen tổng) của hệ nội lực đối với điểm bất kỳ triệt tiêu. Còn:

$$\begin{aligned} \sum \vec{m}_0(\vec{F}_k^{qt}) &= \sum \vec{r}_k \wedge (-m_k \vec{a}_k) = - \left[\sum \vec{r}_k \wedge m_k \frac{d\vec{v}_k}{dt} \right] \\ &= - \left\{ \frac{d}{dt} \left[\sum \vec{r}_k \wedge m_k \vec{v}_k \right] - \sum \frac{d\vec{r}_k}{dt} \wedge m_k \vec{v}_k \right\} = - \left\{ \frac{d}{dt} \sum \vec{r}_k \wedge m_k \vec{v}_k - \sum \vec{v}_k \wedge m_k \vec{v}_k \right\} \\ &= - \frac{d}{dt} \left\{ \sum \vec{r}_k \wedge m_k \vec{v}_k \right\} = - \frac{d}{dt} \sum \vec{m}_0(m_k \vec{v}_k) \end{aligned}$$

$\sum \overline{m_0(m_k \vec{v}_k)}$: là tổng mômen đối với điểm O của các vectơ động lượng của các chất điểm thuộc cơ hệ, nó được gọi là mômen động của cơ hệ đối với điểm O, ký hiệu $\overline{L_0}$:

$$\overline{L_0} = \sum \overline{m_0(m_k \vec{v}_k)} = \sum \overline{r_k} \wedge \overline{m_k \vec{v}_k}$$

Vậy đẳng thức (10.3) cho ta:

$$\sum \overline{m_0(\vec{F}_k^e)} - \frac{d}{dt} \overline{L_0} = 0$$

Hay:

$$\frac{d}{dt} \overline{L_0} = \sum \overline{m_0(\vec{F}_k^e)} \quad (10-14)$$

Định lý 10-4: Đạo hàm theo thời gian, mômen động của cơ hệ bằng tổng mômen các ngoại lực tác dụng lên cơ hệ.

Khi chiếu hai vế đẳng thức vectơ (10-14) lên một trục Δ cố định và sử dụng các tính chất:

$$hc_{\Delta} \frac{d}{dt} \overline{L_0} = \frac{d}{dt} (hc_{\Delta} \overline{L_0}) = \frac{d}{dt} \overline{L_{\Delta}} \text{ với } \overline{L_{\Delta}} = \sum \overline{m_{\Delta}(m_k \vec{v}_k)},$$

được gọi là mômen động của cơ hệ đối với trục Δ , và

$$hc_{\Delta} \sum \overline{m_0(\vec{F}_k^e)} = \sum hc_{\Delta} \overline{m_0(\vec{F}_k^e)} = \sum \overline{m_{\Delta}(\vec{F}_k^e)},$$

Ta có:

$$\frac{d\overline{L_{\Delta}}}{dt} = \sum \overline{m_{\Delta}(\vec{F}_k^e)} \quad (10-15)$$

Định lý 10-5: Đạo hàm theo thời gian mômen động của cơ hệ đối với một trục cố định bằng tổng mômen của các ngoại lực tác dụng lên hệ lấy đối với cùng trục đó.

Chú thích:

1) Nội lực không ảnh hưởng đến sự thay đổi của mômen động.

2) Nếu $\sum \overline{m_0(\vec{F}_k^e)} = 0$ thì $\overline{L_0} = \overline{\text{const}}$ (10-16)

3) Nếu $\sum \overline{m_{\Delta}(\vec{F}_k^e)} = 0$ thì $\overline{L_{\Delta}} = \overline{\text{const}}$ (10-17)

4) Áp dụng vào vật rắn:

* Mômen động lượng của vật rắn quay quanh một trục cố định:

Xét một vật rắn quay quanh trục cố định Δ (hình 10.2), với vận tốc góc $\bar{\omega}$, mômen quán tính của vật rắn đối với trục Δ , ký hiệu I_Δ .

Lấy một phần tử M_k có khối lượng m_k , có bán kính quay (khoảng cách vuông góc từ M_k đến trục Δ) là h_k . Vận tốc của chất điểm M_k sẽ bằng $v_k = h_k \bar{\omega}$. Vectơ động lượng $\bar{Q}_k$ của nó có giá trị $Q_k = m_k h_k \bar{\omega}$.

Mômen động lượng của chất điểm đối với trục Δ sẽ là:

$$\bar{L}_\Delta^{(k)} = m_k h_k^2 \bar{\omega}$$

Mômen động lượng của vật rắn đối với trục Δ sẽ bằng:

$$\bar{L}_\Delta = \sum \bar{L}_\Delta^{(k)} = \sum_{k=1}^{\infty} m_k h_k^2 \bar{\omega} = (\sum m_k h_k^2) \bar{\omega} = I_\Delta \bar{\omega}, \quad (10.18)$$

trong đó: $I_\Delta = \sum m_k h_k^2$ được gọi là mômen quán tính của vật rắn đối với trục Δ .

* Phương trình vi phân chuyển động của vật quay:

Áp dụng định lý 10-4 cho trường hợp vật rắn quay quanh trục Δ , trong đó:

$\bar{L}_\Delta = I_\Delta \bar{\omega}$, ta có:

$$\frac{d}{dt}(I_\Delta \bar{\omega}) = \sum \bar{m}_\Delta(\bar{F}_k)$$

Vì I_Δ không phụ thuộc thời gian, nên ta có:

$$I_\Delta \frac{d\bar{\omega}}{dt} = \sum \bar{m}_\Delta(\bar{F}_k) \quad (10.19a)$$

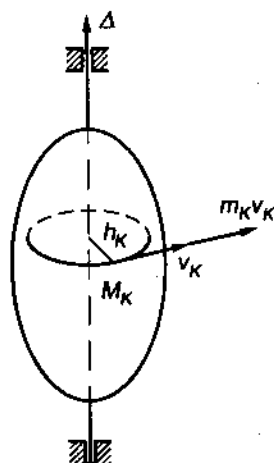
Phương trình này còn có thể được viết trong các dạng sau:

$$I_\Delta \bar{\varepsilon} = \sum \bar{m}_\Delta(\bar{F}_k) \quad (10.19b)$$

$$\text{hay: } I_\Delta \frac{d^2 \bar{\varphi}}{dt^2} = \sum \bar{m}_\Delta(\bar{F}_k) \quad (10.19c)$$

trong đó: $\bar{\varepsilon} = \frac{d\bar{\omega}}{dt} = \frac{d^2 \bar{\varphi}}{dt^2}$ được gọi là gia tốc góc của vật quay.

Các phương trình trên được gọi là phương trình vi phân chuyển động của vật quay, còn được gọi tắt là phương trình vật quay. Khi tích phân các



Hình 10.2

phương trình này ta dễ dàng tìm được (với điều kiện đầu tương ứng)
 $\bar{\varepsilon} = \bar{\varepsilon}(t); \bar{\omega} = \bar{\omega}(t); \bar{\varphi} = \bar{\varphi}(t)$, tức là xác định được chuyển động của vật quay.

Ví dụ 10-2: Viết phương trình vi phân chuyển động của một con lắc vật lý, có khối lượng m , mômen quán tính đối với trục quay là I_0 , khoảng cách từ khối tâm C đến trục quay O bằng e , (hình 10-3).

Bài giải: Viết phương trình vi phân chuyển động của vật quay (10-19c) cho con lắc vật lý ta nhận được:

$$I_0 \frac{d^2\varphi}{dt^2} = -Pe \sin \varphi \quad (a)$$

Nếu góc lắc φ bé, ta có thể lấy $\sin \varphi \approx \varphi$. Phương trình vi phân chuyển động của con lắc bây giờ có dạng:

$$I_0 \frac{d^2\varphi}{dt^2} + Pe\varphi = 0 \text{ hoặc } \ddot{\varphi} + k^2\varphi = 0 \text{ với } k^2 = \frac{Pe}{I_0}$$

Như đã trình bày ở ví dụ 7-4, nghiệm của phương trình vi phân có thể được tìm trong dạng:

$$\varphi = A \sin(kt + \alpha) \quad (b)$$

trong đó: A và α là các hằng số tích phân được xác định từ điều kiện đầu (vị trí ban đầu và vận tốc ban đầu).

Dao động bé của con lắc vật lý là dao động điều hoà với chu kỳ T :

$$T = \frac{2\pi}{k} = 2\pi \sqrt{\frac{I_0}{Pe}} \quad (c)$$

Từ đây ta tìm được:

$$I_0 = \frac{T^2}{4\pi^2} Pe \quad (d)$$

Bằng cách đo chu kỳ T của con lắc ta có thể tính được mômen quán tính của vật đối với trục qua O . Đây là phương pháp đo mômen quán tính của các vật rắn đối với trục bằng phương pháp lắc.

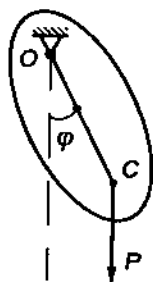
10.4. ĐỊNH LÝ ĐỘNG NĂNG

10.4.1. Định lý động năng

Gọi W_F và W_{qt} lần lượt là tổng công suất của các lực tác dụng lên cơ hệ và của các lực quán tính của các chất điểm thuộc cơ hệ:

$$W_F = \sum_{k=1}^N \overline{F_k v_k} \quad (10-20)$$

$$\begin{aligned} W_{qt} &= \sum \overline{F_k^{qt} v_k} = -\sum m_k \overline{a_k v_k} = -\sum m_k \frac{dv_k}{dt} v_k \\ &= -\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} \sum m_k v_k^2 \right) = -\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} \sum m_k v_k^2 \right). \end{aligned}$$



Hình 10.3

Đại lượng $\frac{1}{2} m_k v_k^2$ được gọi là động năng của chất điểm M_k và:

$$T = \frac{1}{2} \sum m_k v_k^2 \quad (10-21)$$

được gọi là động năng của cơ hệ. Đơn vị của động năng là $\text{kg} \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$. Vậy:

$$W_{qt} = -\frac{dT}{dt} \quad (10-22)$$

Vì hệ lực (10-1) cân bằng nên tổng công suất của các lực thuộc hệ triệt tiêu. Vậy:

$$W_{qt} + W_F = 0 \rightarrow \frac{dT}{dt} = \sum \overline{F_k} \cdot \overline{v_k} \quad (10-23)$$

Định lý 10-6: Đạo hàm theo thời gian động năng của cơ hệ bằng tổng công suất của tất cả các lực (gồm các nội lực và ngoại lực hoặc các lực liên kết và lực hoạt động) tác dụng lên các chất điểm thuộc cơ hệ.

Từ (10-23) ta có:

$$dT = \sum \overline{F_k} \cdot \overline{v_k} dt = \sum \overline{F_k} \cdot \overline{dr_k} = \sum dA_k \quad (10-24)$$

Định lý 10-7: Biến thiên động năng cơ hệ bằng tổng công nguyên tố của các lực (nội lực và ngoại lực hoặc lực hoạt động và lực liên kết) tác dụng lên cơ hệ.

Khi tích phân hai vế của đẳng thức (10-24) với các cận tương ứng, ta có:

$$T - T_0 = \sum A_k \quad (10-25)$$

Định lý 10-8: Biến thiên động năng của cơ hệ trong một khoảng thời gian nào đó bằng tổng công của các lực (nội lực và ngoại lực hoặc lực hoạt động và lực liên kết) sinh ra trong chuyển dời ứng với khoảng thời gian đó.

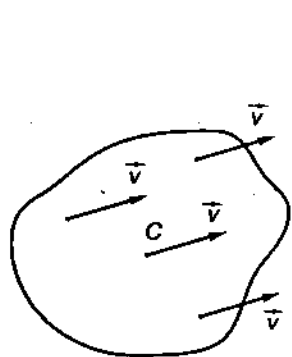
Cần chú ý rằng khác với các định lý động lượng, chuyển động khối tâm và mômen động lượng, nội lực làm biến đổi động năng cơ hệ. Vì lý do đó định lý động năng phản ánh sâu sắc bản chất quá trình thay đổi chuyển động của cơ hệ và nhờ nó trạng thái chuyển động cơ hệ được nghiên cứu sâu sắc.

10.4.2. Áp dụng

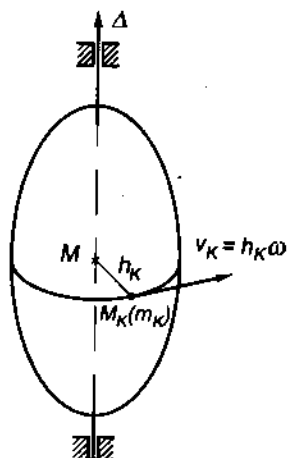
a. Biểu thức động năng của vật rắn chuyển động

- Vật rắn chuyển động tịnh tiến: vật có khối lượng m , chuyển động với vận tốc $\vec{v}$. Trong trường hợp này các phần tử của vật đều có cùng vận tốc $\vec{v}$. Do đó (hình 10.4):

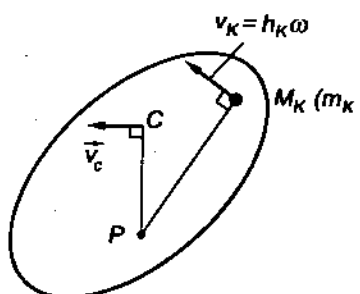
$$T = \frac{1}{2} \sum m_k v_k^2 = \frac{1}{2} \sum m_k v^2 = \frac{1}{2} (\sum m_k) v^2 = \frac{1}{2} m v^2 \quad (10-26)$$



Hình 10.4



Hình 10.5



Hình 10.6

- Vật rắn chuyển động quay quanh một trục cố định (hình 10.5). Xét một phần tử M_k của vật rắn có khối lượng m_k nằm cách trục quay một khoảng h_k (bán kính quay). Gọi ω là vận tốc góc của vật. Vận tốc của chất điểm M_k được tính theo công thức:

$$v_k = h_k \omega$$

Do đó:

$$T = \frac{1}{2} \sum m_k v_k^2 = \frac{1}{2} \sum m_k h_k^2 \omega^2 = \frac{1}{2} (\sum m_k h_k^2) \omega^2 = \frac{1}{2} I_\Delta \omega^2 \quad (10-27)$$

trong đó: I_Δ là mômen quán tính của vật rắn đối với trục quay.

- Vật rắn chuyển động song phẳng: xét trường hợp một tấm phẳng có khối lượng m , vận tốc khối tâm $\vec{v}_c$ và vận tốc góc ω_s (đối với hệ trục tọa độ tịnh tiến cùng với khối tâm). Gọi P là tâm vận tốc tức thời của tấm phẳng. Một phần tử M_k có khối lượng m_k cách tâm quay tức thời một đoạn h_k có vận tốc bằng $v_k = h_k \omega$. Ta có (hình 10.6):

$$T = \frac{1}{2} \sum m_k v_k^2 = \frac{1}{2} \sum m_k h_k^2 \omega^2 = \frac{1}{2} (\sum m_k h_k^2) \omega^2 = \frac{1}{2} I_P \omega^2 \quad (10-28)$$

trong đó: I_P là mômen quán tính của tấm phẳng đối với trục qua tâm vận tốc tức thời P và thẳng góc với mặt phẳng tấm.

Theo định lý về mômen quán tính đối với các trục song song (định lý 8-3), ta có:

$$I_P = I_C + m(PC)^2$$

trong đó: I_c là mômen quán tính của tấm đối với trục qua khối tâm C và thẳng góc với mặt phẳng tấm.

$$\text{Do đó: } T = \frac{1}{2} I_P \omega^2 = \frac{1}{2} [I_c + m(PC)^2] \omega_s^2 = \frac{1}{2} m(PC\omega_s)^2 + \frac{1}{2} I_c \omega_s^2$$

Khi chú ý: $v_c = \omega_s PC$, ta

có:

$$T = \frac{1}{2} m v_c^2 + \frac{1}{2} I_c \omega_s^2 \quad (10-29)$$

b. Biểu thức tính công của một số lực

- Công của trọng lực: công suất của trọng lực P:

$$W = \vec{P} \cdot \vec{v} = Pz$$

Hình 10.7

Công của trọng lực khi điểm đặt di chuyển từ M_1 đến M_2 :

$$A = \int_{M_1}^{M_2} W dt = \int_{M_1}^{M_2} Pz dt = \int_{M_1}^{M_2} P dz = P(z_2 - z_1) = \pm Ph \quad (10-30)$$

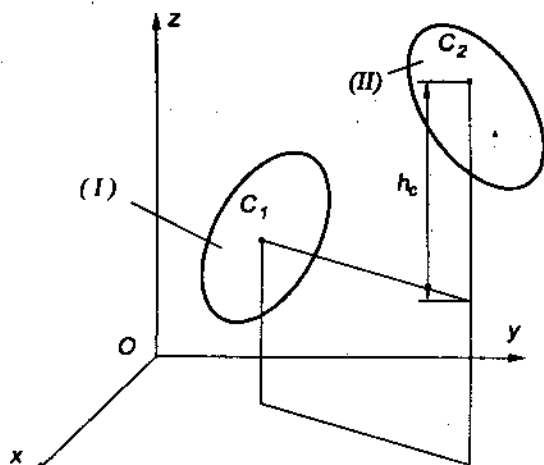
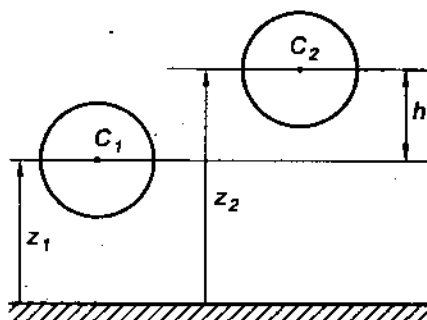
Công của trọng lực sẽ dương khi điểm đặt hạ xuống và âm khi điểm đặt được nâng lên và bằng không khi điểm đặt di chuyển trong mặt phẳng ngang (hình 10.7).

Công thức (10-30) còn đúng cho trường hợp hệ trọng lực $(\vec{P}_1, \vec{P}_2, \dots, \vec{P}_N)$ trong đó: $P = \sum P_k$ còn $h = h_c$ là cao độ của trọng tâm C khi cơ hệ di chuyển (hình 10.8):

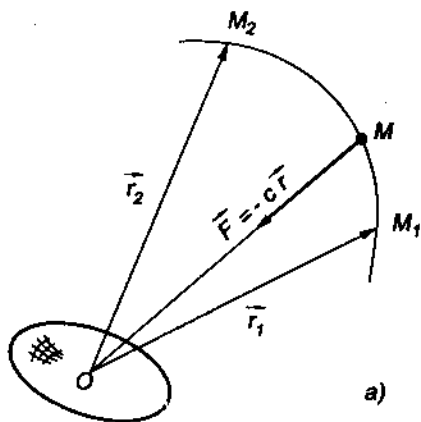
$$A = \pm (\sum P_k) h_c \quad (10-31)$$

- Công của lực đàn hồi tuyến tính $\vec{P} = -c\vec{r}$, trong đó: $\vec{r}$ là vectơ định vị của điểm đặt lực, c là hệ số tỉ lệ (hình 10.9a):

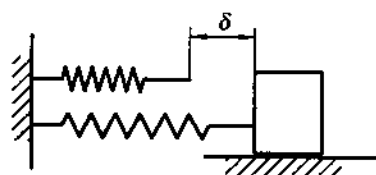
$$A = \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{F} d\vec{r} = -c \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} \vec{r} d\vec{r} = -\frac{1}{2} c \int_{\vec{r}_1}^{\vec{r}_2} d(r^2) = -\frac{1}{2} c \int_{r_1}^{r_2} dr^2 = A = -\frac{1}{2} c(r_2^2 - r_1^2) \quad (10-32)$$



Hình 10.8



a)



b)

Hình 10.9

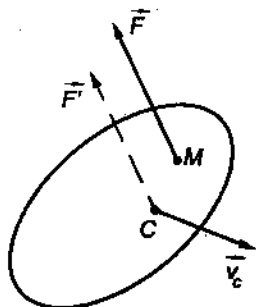
Trong trường hợp lò xo, ta có:

$$A = -\frac{1}{2}c\delta^2 \quad (10-33)$$

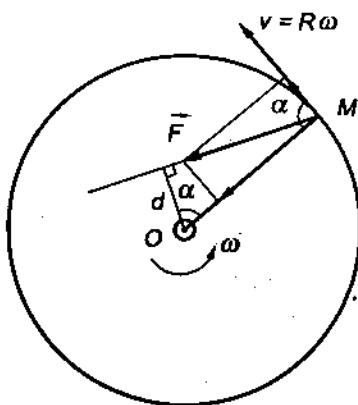
trong đó: δ là độ biến dạng của lò xo với trạng thái không biến dạng (trạng thái tự nhiên) (hình 10.9b).

- Công của lực tác dụng lên vật tịnh tiến (hình 10.10):

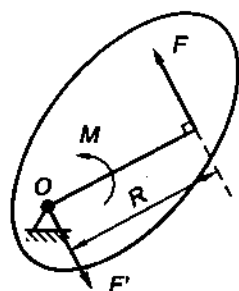
$$W = \vec{F} \cdot \vec{v} = \vec{F} \cdot \vec{v}_c \quad (10-34)$$



Hình 10.10



Hình 10.11



Hình 10.12

Vậy:

$$A = \int W dt = \int \vec{F} \cdot \vec{v}_c dt = \int_{r_c^{(1)}}^{r_c^{(2)}} \vec{F} d\vec{r}_c \quad (10-35)$$

- Công của lực tác dụng vào vật quay quanh một trục cố định: xét trường hợp lực $\vec{F}$ nằm trong mặt phẳng thẳng góc với trục quay (hình 10.11):

$$W = \vec{F} \cdot \vec{v} = Fv \cos \alpha = FR \cos \alpha \cdot \omega = \overline{m_0(\vec{F})} \omega \quad (10-36)$$

Vậy:

$$A = \int W dt = \int \overline{m_0(\vec{F})} \omega dt = \int \overline{m_0(\vec{F})} d\varphi \quad (10-37)$$

- Công của ngẫu lực tác dụng lên tấm phẳng quay quanh một trục cố định. Biến ngẫu lực thành hai lực $(\vec{F}, \vec{F}')$, trong đó $\vec{F}'$ đặt tại trục quay O (hình 10.12):

$$W = W_{\vec{F}'} + W_{\vec{F}} = W_F = \overline{m_0(\vec{F})} \omega = FR \omega = \overline{M} \omega \quad (10-38)$$

$$A = \int W dt = \int \overline{M} \omega dt = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \overline{M} d\varphi \quad (10-39)$$

Trong trường hợp $\overline{M} = \overline{M_0} = \text{const}$ thì:

$$A = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \overline{M} d\varphi = \overline{M_0} (\varphi_2 - \varphi_1) \quad (10-40)$$

- Công của lực đặt lên tấm phẳng chuyển động song phẳng. Có thể xem tấm phẳng quay quanh tâm vận tốc tức thời.

Áp dụng công thức tính công suất và công của lực tác dụng lên vật quay ta có (hình 10.13):

$$\begin{aligned} W_F &= \overline{m_P(\vec{F})} \omega_s \\ A &= \int \overline{m_P(\vec{F})} d\varphi_s \end{aligned} \quad (10-41)$$

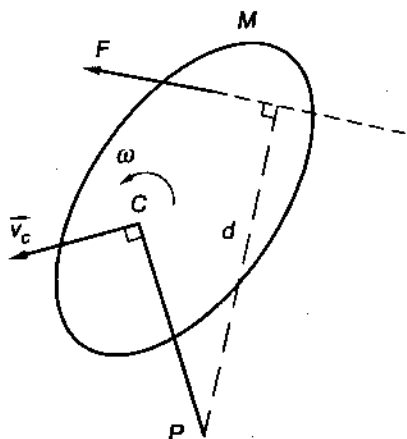
trong đó: P là tâm vận tốc tức thời.

Để dàng chỉ ra rằng các công thức vừa nhận được trên có thể được viết trong dạng:

$$\begin{aligned} W &= \overline{m_c(\vec{F})} \omega_s + \overline{F_c} v_c \\ A &= \int \overline{m_c(\vec{F})} d\varphi_s + \int \overline{F_c} dr_c \end{aligned} \quad (10-42)$$

Trong trường hợp tấm phẳng chịu tác dụng của ngẫu lực $\vec{m}$ nằm trong mặt phẳng tấm thì:

$$\begin{aligned} W &= \overline{m} \omega_s \\ A &= \int \overline{m} d\varphi \end{aligned} \quad (10-43)$$

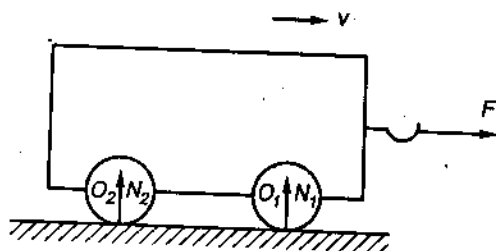


Hình 10.13

Ví dụ 10-3: Một rơ moóc chở hàng chuyển động trên đường ngang dưới tác dụng của lực $\vec{F}$ có phương ngang và có giá trị không đổi. Thùng xe và vật liệu có khối lượng m_0 , hai bánh xe trước và sau có khối lượng m mỗi bánh, bán kính R và được xem là các đĩa đồng chất. Bỏ qua sức cản không khí. Tính gia tốc của thùng xe và vận tốc thùng xe theo quãng đường đi. Ban đầu xe đứng yên (hình 10.14).

Bài giải: Khảo sát cơ hệ gồm thùng xe và hai bánh xe (trước và sau). Thùng xe chuyển động tịnh tiến, các bánh xe chuyển động song phẳng.

Lực tác dụng lên xe sinh công chỉ gồm lực $\vec{F}$. Các trọng lực và phản lực pháp tuyến từ mặt đường không sinh công vì có phương vuông góc với di chuyển, lực ma sát trượt giữa các bánh xe và mặt đường cũng không sinh công do lăn không trượt (điểm đặt các lực này có vận tốc bằng không do chúng là các tâm vận tốc). Động năng cơ hệ gồm động năng của thùng xe và hai bánh xe:



Hình 10.14

$$T = \frac{1}{2} m_0 v^2 + \left(\frac{1}{2} I \omega^2 + \frac{mv^2}{2} \right) \times 2$$

Do điều kiện lăn không trượt: $\omega = \frac{v}{R}$ và chú ý đến $I = \frac{mR^2}{2}$, ta có:

$$T = \frac{1}{2} (m_0 + 3m) v^2.$$

Công suất của lực $\vec{F}$ sẽ bằng:

$$W = \vec{F} \cdot \vec{v} = Fv.$$

Áp dụng định lý động năng dạng đạo hàm (định lý 10-6), ta có:

$$(m_0 + 3m)va = Fv.$$

Do xe chuyển động nên $v \neq 0$. Vậy:

$$a = \frac{F}{m_0 + 3m} = \text{const},$$

tức thùng xe chuyển động nhanh dần đều.

Sử dụng định lý động năng dạng hữu hạn (định lý 10-8), ta có:

$$\frac{1}{2} (m_0 + 3m) v^2 - 0 = Fs$$

Từ đây:
$$v = \sqrt{2 \frac{F}{m_0 + 3m} s}$$

Ví dụ 10-4: Một trục tời kéo một con lăn trên mặt phẳng nghiêng với mặt ngang một góc α . Trục tời và con lăn được xem như các đĩa tròn đồng chất, có khối lượng m , bán kính R . Ngẫu lực quay tời có mômen không đổi M_0 . Dây cáp được xem là nhẹ và không giãn. Con lăn lăn không trượt. Tính:

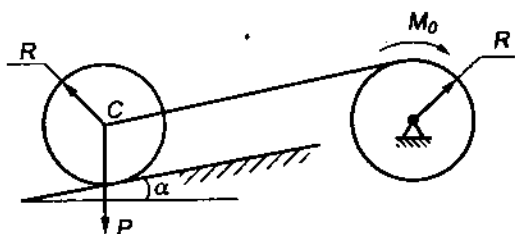
- Gia tốc a_c của tâm con lăn.

- Vận tốc v_c của tâm con lăn theo góc quay của tời.

Với điều kiện ban đầu cả hệ đứng yên (hình 10.15).

Bài giải: Khảo sát cơ hệ gồm con lăn và trục tời. Con lăn chuyển động song phẳng, còn trục tời quay quanh một trục cố định.

Các lực hoạt động tác dụng lên cơ hệ gồm ngẫu lực M_0 sinh công dương, trọng lực P của con lăn sinh công âm. Các lực liên kết không sinh công, phản lực tại O có điểm đặt cố định, các phản lực tiếp xúc giữa con lăn cũng không sinh công vì do con lăn lăn không trượt, điểm tiếp xúc giữa con lăn và mặt nghiêng là tâm vận tốc nên vận tốc của nó bằng không. Phản lực dây không sinh công do dây không bị dãn.



Hình 10.15

Động năng của cơ hệ gồm động năng trục tời và động năng con lăn:

$$T = \frac{1}{2} I_0 \omega^2 + \frac{1}{2} I_c \omega_1^2 + \frac{1}{2} m v_c^2$$

trong đó: I_0 và I_c là mômen quán tính của trục tời và con lăn đối với khối tâm:

$$I_0 = \frac{mR^2}{2}; I_c = \frac{mR^2}{2}$$

ω - vận tốc góc của trục tời;

ω_1 - vận tốc góc của con lăn;

v_c - vận tốc của khối tâm của con lăn;

$$\omega_1 = \frac{v_c}{R}; \omega = \frac{v_1}{R} = \frac{v_c}{R}$$

Khi thay các đại lượng trên vào biểu thức động năng, ta có:

$$T = \frac{1}{2} \left(\frac{I_0 + I_c}{R^2} + m \right) v_c^2 = \frac{1}{2} m_{\text{thg}} v_c^2,$$

trong đó: $m_{\text{thg}} = \frac{I_0 + I_c}{R^2} + m$ được gọi là khối lượng thu gọn của cơ hệ về khối tâm của con lăn.

Công suất của các lực được tính theo công thức:

$$W = \overline{M_0 \omega} + \overline{P v_0} = M_0 \omega - P \sin \alpha v_c = \left(\frac{M_0}{R} - P \sin \alpha \right) v_c.$$

Sử dụng định lý động năng dạng đạo hàm (định lý 10-6) ta có:

$$\frac{dT}{dt} = W \rightarrow m_{\text{thg}} v_c a_c = \left(\frac{M_0}{R} - P \sin \alpha \right) v_c$$

Vì hệ đang chuyển động nên $v_c \neq 0$. Do đó:

$$a = \frac{M_0 - PR \sin \alpha}{Rm_{thg}} = \text{const}$$

Điều kiện để hệ chuyển động được là:

$$M_0 - PR \sin \alpha > 0$$

Để tìm vận tốc của tâm con lăn theo góc quay φ của trục rời ta sử dụng định lý động năng dạng hữu hạn (định lý 10-8) ($T_0 = 0$):

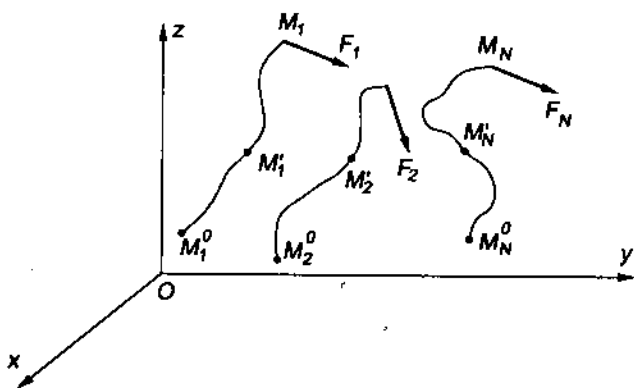
$$\begin{aligned} T - T_0 &= A \rightarrow \frac{1}{2} m_{thg} v_c^2 = \int W dt = \int \left(\frac{M_0}{R} - P \sin \alpha \right) R \omega dt \\ &= \int \left(\frac{M_0}{R} - P \sin \alpha \right) R d\varphi = (M_0 - PR \sin \alpha) \varphi. \end{aligned}$$

Vậy:
$$v_c = \sqrt{2 \frac{(M_0 - PR \sin \alpha)}{m_{thg}} \varphi}$$

10.5. ĐỊNH LÝ BẢO TOÀN CƠ NĂNG

10.5.1. Trường lực thế – Thế năng

Trường lực thế là khoảng không gian vật lý mà khi cơ hệ chuyển động trong đó: các chất điểm của nó chịu tác dụng của lực chỉ phụ thuộc vào vị trí cơ hệ (tức vị trí của các chất điểm của cơ hệ) còn công của các lực tác dụng lên cơ hệ không phụ thuộc vào dạng quỹ đạo của các chất điểm



Hình 10.16

mà chỉ phụ thuộc vào vị trí đầu và cuối của cơ hệ (hình 10-16).

Khi cơ hệ chuyển động trong trường lực thế thì tại từng vị trí của cơ hệ tiềm ẩn dạng năng lượng được gọi là thế năng, ký hiệu Π , là tổng công của tất cả các lực thế tác dụng lên cơ hệ khi nó di chuyển từ vị trí đang xét ký hiệu vị trí "M" đến vị trí được chọn làm gốc, ký hiệu "vị trí O", với nó các chất điểm của cơ hệ có vị trí $M_1^0, M_2^0, \dots, M_N^0$, còn vị trí "M" ứng với vị trí của cơ hệ khi các chất điểm có vị trí $M_1, M_2, \dots, M_N$. Vậy:

$$\Pi(M) = A_{\widehat{MO}} \quad (10-44)$$

Trong đó $A_{\widehat{MO}}$ là tổng công các lực khi cơ hệ di chuyển từ "vị trí M" đến "vị trí gốc O". Vậy: $\Pi(M) = A_{\widehat{MO}}$, với $A_{\widehat{MO}}$ là tổng cộng các lực khi cơ hệ di chuyển từ vị trí "M" đến vị trí gốc "O". Từ đó suy ra $\Pi(0) = 0, \Pi(M') = A_{\widehat{M'O}}$. Vì công của lực trong trường lực thế không phụ thuộc dạng quỹ đạo của điểm đặt các lực, nên cơ hệ di chuyển từ "vị trí M" đến "vị trí O" có thể qua vị trí "M'":

$$\Pi(M) = A_{\widehat{MO}} = A_{\widehat{MM'}} + A_{\widehat{M'O}} = A_{\widehat{MM'}} + \Pi(M').$$

Từ đây:

$$\Pi(M) - \Pi(M') = A_{\widehat{MM'}} \quad (10-45)$$

tức chênh lệch thế năng tại hai "vị trí M và " vị trí M' " bằng tổng công các lực khi cơ hệ di chuyển từ "vị trí M" đến "vị trí M'".

10.5.2. Định lý bảo toàn cơ năng

Giả sử cơ hệ chuyển động từ "vị trí M" đến vị trí M' ". Theo định lý động năng ta có:

$$T_M - T_{M'} = A_{\widehat{M'M}}$$

Dựa vào công thức (10-45) ta có:

$$A_{\widehat{M'M}} = \Pi(M') - \Pi(M).$$

Vậy:

$$T_M - T_{M'} = \Pi(M') - \Pi(M).$$

Do đó:

$$T_M + \Pi(M) = T_{M'} + \Pi(M'). \quad (10-46)$$

Đại lượng $E = T + \Pi$, tổng động năng và thế năng của cơ hệ được gọi là cơ năng của cơ hệ. Hai "vị trí M" và "vị trí M'" là bất kì.

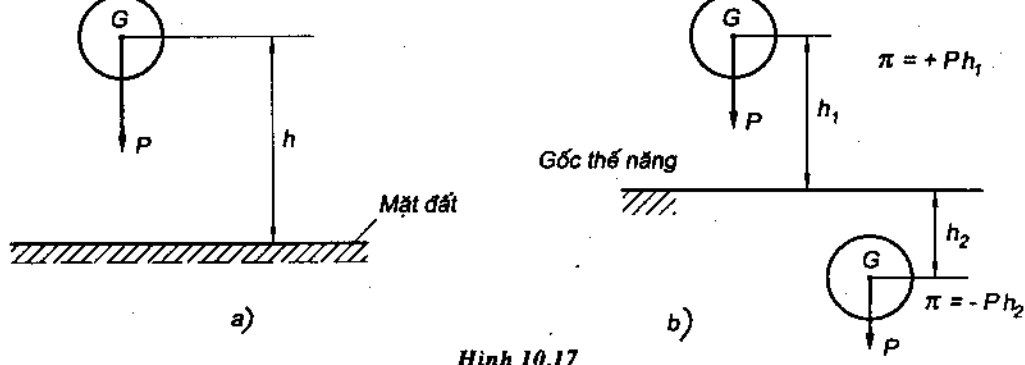
Định lý 10-9 (định lý cơ năng): Khi cơ hệ chuyển động trong trường lực thế thì cơ năng của nó được bảo toàn.

Biểu thức thế năng của trọng lực và lực đàn hồi.

a. *Thế năng trọng lực*: Chọn mặt đất làm "gốc thế năng". Khi vật nằm cách mặt đất một độ cao h thì thế năng $\Pi(M) = Ph$ (hình 10.17a). Tổng quát khi chọn gốc thế năng bất kì:

$$\Pi(M) = \pm Ph \quad (10-47)$$

Lấy dấu "+" khi vật M nằm cao hơn gốc thế năng, lấy dấu "-" khi nó nằm thấp hơn gốc thế năng (hình 10.17b).

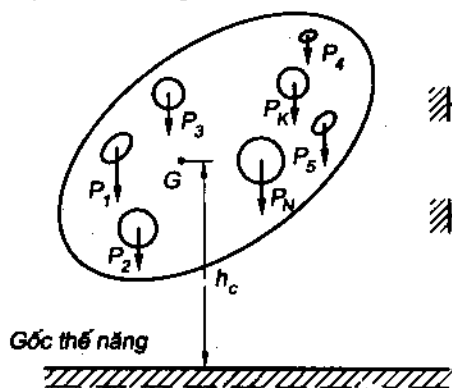


Hình 10.17

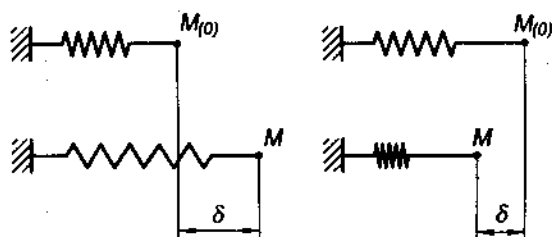
Trong trường hợp hệ các vật chuyển động trong trọng trường thì thế năng Π của hệ có biểu thức (hình 10-18):

$$\Pi = \pm \left(\sum P_k \right) h_c \quad (10-48)$$

trong đó: h_c là cao độ của khối tâm cơ hệ so với “gốc thế năng”, lấy dấu “+” khi khối tâm nằm cao hơn gốc thế năng và lấy dấu “-” khi nó nằm thấp hơn gốc thế năng.



Hình 10.18



Hình 10.19

- Thế năng của lò xo: khi lò xo bị biến dạng so với trạng thái tự nhiên của nó một lượng δ thì (hình 10.19):

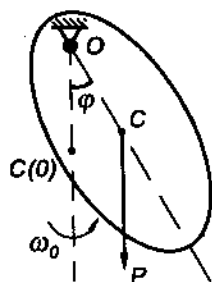
$$\Pi = \frac{1}{2} c \delta^2 \quad (10-49)$$

trong đó: $c = \text{const}$ là độ cứng của lò xo.

Ví dụ 10-5: Một con lắc vật lý chuyển động dưới tác dụng của trọng trường. Giả sử tại vị trí khối tâm C ở vị trí thẳng đứng cho con lắc vận tốc góc ω_0 (hình 10.20). Tìm:

- 1) Vận tốc góc ω khi con lắc quay được góc φ .
- 2) Với ω_0 có giá trị bằng bao nhiêu con lắc có thể quay được toàn vòng.

Bài giải: Lực tác dụng chỉ là trọng lực là lực có thế.



Hình 10.20

Chọn gốc thế năng tại O, thế năng của trọng lực tại vị trí đầu $\Pi(0) = -Ph$ với $h = OC$.
 Khi con lắc quay được góc φ thì:

$$\Pi(\varphi) = -Ph \cos \varphi$$

Động năng của cơ hệ tại thời điểm đầu và tại thời điểm ứng với con lắc quay được góc φ sẽ là: $T_0 = \frac{1}{2} I_0 \omega_0^2$; $T = \frac{1}{2} I_0 \omega^2$.

Con lắc chuyển động trong trường lực thế nên cơ năng của nó được bảo toàn, tức $E(0) = E(\varphi)$. Vậy:

$$E = \frac{1}{2} I_0 \omega_0^2 - Ph = \frac{1}{2} I_0 \omega^2 - Ph \cos \varphi.$$

$$\text{Từ đây tính được: } \omega^2 = \omega_0^2 - \frac{Ph}{I_0} (1 - \cos \varphi)$$

Để con lắc quay được toàn vòng là khối tâm con lắc phải vượt được vị trí cao nhất, tức khi $\varphi = 180^\circ$ thì $\omega > 0$. Vậy:

$$\omega_0^2 - \frac{Ph}{I_0} (1 - \cos 180^\circ) \geq 0 \rightarrow \omega_0 \geq \sqrt{\frac{2Ph}{I_0}}$$

Ví dụ 10-6: Khảo sát chuyển động của bộ máy được đặt trên đệm đàn hồi tuyến tính có độ cứng c (hình 10.21). Hãy xác định chuyển động tịnh tiến thẳng đứng của hệ máy. Bỏ qua sức cản và cho biết tại thời điểm đầu bộ máy nằm cách vị trí cân bằng tĩnh một đoạn δ_0 nhận được vận tốc đầu v_0 hướng xuống dưới.

Bài giải: Bộ máy chuyển động tịnh tiến thẳng đứng dưới tác dụng của trọng lực và lực đàn hồi, tức hệ chuyển động trong trường lực thế. Vậy cơ năng của hệ được bảo toàn.

Chọn gốc thế năng ứng với vị trí lò xo không bị biến dạng. Vị trí cân bằng của hệ ứng với điểm O cách gốc thế năng một đoạn δ_t . Giả sử tại thời điểm t khối tâm của bộ máy cách vị trí cân bằng tĩnh một đoạn x và có vận tốc $v = \dot{x}$. Động năng của bộ máy sẽ là: $T = \frac{1}{2} m \dot{x}^2$

Thế năng của trọng lực sẽ là: $\Pi(P) = -mg(x + \delta_t)$

Còn thế năng của đệm đàn hồi sẽ tính theo công thức: $\Pi_x = \frac{1}{2} c(x + \delta_t)^2$

Cơ năng của hệ có dạng: $E = \frac{1}{2} c(x + \delta_t)^2 - mg(x + \delta_t) + \frac{1}{2} m \dot{x}^2$

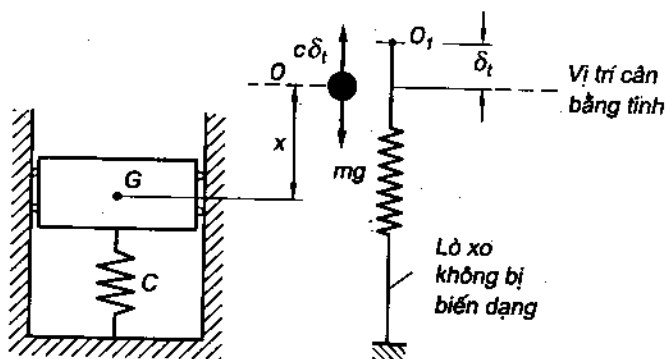
Cơ năng của hệ tại thời điểm t_0 sẽ bằng:

$$E(t_0) = \frac{1}{2} c(\delta_0 + \delta_t)^2 - mg(\delta_0 + \delta_t) + \frac{1}{2} m v_0^2$$

Định lý bảo toàn cơ năng cho ta:

$$\frac{1}{2} c(x + \delta_t)^2 - mg(x + \delta_t) + \frac{1}{2} m \dot{x}^2 = \frac{1}{2} c(\delta_0 + \delta_t)^2 - mg(\delta_0 + \delta_t) + \frac{1}{2} m v_0^2$$

Chú ý rằng tại vị trí cân bằng tĩnh ta có: $mg = c\delta_t$



Hình 10.21

Hệ thức về bảo toàn cơ năng bây giờ sẽ có dạng:

$$cx^2 + mx^2 = c\delta_0^2 + mv_0^2$$

Bằng cách đặt: $k^2 = \frac{c}{m}$ chúng ta nhận được:

$$\dot{x} = \sqrt{k^2\delta_0^2 + v_0^2 - k^2x^2}$$

Kết quả này trùng với kết quả đã tìm ra trong ví dụ 7.1 (chương 7). Sử dụng kết quả trong ví dụ này ta có:

$$x = \sqrt{\delta_0^2 + \frac{v_0^2}{k^2}} \sin\left(kt + \arcsin \frac{\delta_0}{\sqrt{\delta_0^2 + \frac{v_0^2}{k^2}}}\right)$$

nó mô tả chuyển động của bộ máy.

CÂU HỎI ÔN TẬP

- 1) Phát biểu định lý động lượng? Khi nào động lượng cơ hệ được bảo toàn?
- 2) Phát biểu định lý về chuyển động khối tâm? Các định lý về bảo toàn chuyển động khối tâm?
- 3) Phát biểu định lý về mômen động lượng đối với một điểm và một trục? Trường hợp bảo toàn mômen động đối với một trục?
- 4) Tính mômen động của vật rắn quay quanh một trục cố định? Phương trình vi phân chuyển động vật quay quanh một trục cố định? Điều kiện về lực để vật quay đều quanh một trục cố định?
- 5) Phát biểu định lý về động năng? Các công thức tính động năng của vật rắn?

ĐỘNG LỰC HỌC MÁY

11.1. CÁC KHÁI NIỆM

11.1.1. Máy

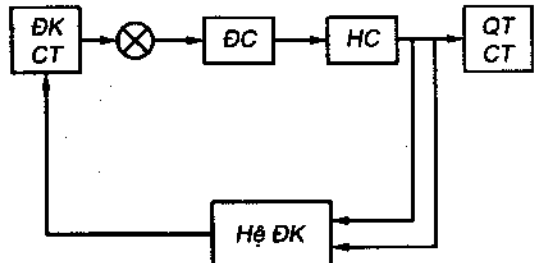
Trong sản xuất cần thực hiện các công việc khác nhau được gọi là quá trình hoạt động sản xuất hay vắn tắt là quá trình công tác. Đó là quá trình công nghệ nhằm biến các nguyên vật liệu thành bán thành phẩm, quá trình vận chuyển để đưa các nguyên vật liệu và bán thành phẩm đến địa điểm gia công, các thành phẩm đến nơi tiêu thụ, quá trình biến đổi năng lượng từ dạng này sang dạng khác, quá trình thu thập và xử lý thông tin (tư liệu, tài liệu kỹ thuật, bản vẽ,...) quá trình điều khiển. Các quá trình này được thực hiện nhờ các chuyển động cơ học bằng tay hoặc bằng máy.

Máy là một hệ dùng để thực hiện các chuyển động cơ học của quá trình công tác. Tùy thuộc đặc thù của quá trình công tác, máy được phân chia thành máy công nghệ, máy vận chuyển, máy năng lượng, máy thông tin,...

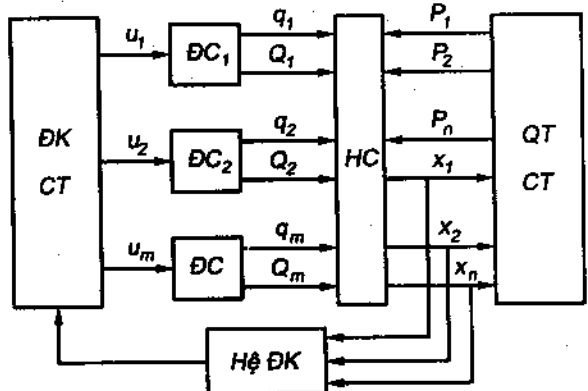
Thiết bị và dụng cụ: là các phương tiện cùng tham gia với máy để thực hiện các quá trình công tác nhưng không trực tiếp liên hệ với các chuyển động cơ học. Ví dụ: các thiết bị để thực hiện các quá trình nhiệt, hoá, biến đổi và truyền tín hiệu,...

Sơ đồ cấu trúc máy: máy là một hệ thống phức tạp, gồm nhiều hệ con như động cơ, cơ cấu truyền động, hệ điều khiển. Máy gồm tổ hợp các hệ con được gọi là tổ hợp máy. Có máy tổ hợp gồm một động cơ (hình 11.1) và máy tổ hợp nhiều động cơ (hình 11.2).

Để có thể thích ứng với các quá trình công tác khác nhau hoặc những biến động của chúng do các nguyên nhân khác nhau, người ta dùng hệ thống điều khiển hoạt động nhờ các tham số điều khiển u_i ($i = 1, 2, \dots$). Máy không điều khiển hoạt động ứng với các giá trị không đổi của các tham số điều khiển, $u_i = u_i^0 = \text{const}$. Các bộ phận



Hình 11.1



Hình 11.2

chủ yếu của máy là động cơ cung cấp năng lượng để duy trì và biến đổi quá trình công tác, hệ thống biến đổi chuyển động theo yêu cầu của quá trình công tác gọi tắt là cơ cấu truyền, bộ phận để thực hiện các yêu cầu cụ thể của quá trình công tác được gọi là hệ cơ hay hệ chấp hành (cơ cấu chấp hành).

Các bộ phận của mô hình máy hai khối lượng: đây là mô hình đơn giản nhất của máy hai khối lượng, nó gồm các bộ phận sau.

Động cơ: là bộ phận dùng để biến đổi các dạng năng lượng như động cơ điện, động cơ nhiệt, động cơ thủy lực, động cơ khí ép,... Quá trình biến đổi năng lượng được điều khiển nhờ các thông số vào của động cơ được gọi là những tham số điều khiển u_i ($i = 1, 2, \dots$). Ví dụ đối với động cơ điện tham số điều khiển là thế hiệu (trong các động cơ điện một chiều), tần số của thế hiệu (trong động cơ điện xoay chiều), lưu lượng trong động cơ thủy lực, lượng nhiên liệu tiêu hao trong động cơ nhiệt, ..., thông số ra của động cơ thường là tọa độ của khâu ra của động cơ: khâu quay hoặc khâu tịnh tiến. Mô hình cơ học của động cơ được xây dựng bằng cách thiết lập mối quan hệ giữa các thông số đầu ra (tọa độ và vận tốc) và lực động cơ phát ra gọi là lực phát động (là lực khi đầu ra của động cơ là khâu tịnh tiến, là mômen lực khi đầu ra của động cơ là khâu quay). Để xác định ta nghiên cứu trường hợp đầu ra của động cơ là khâu quay. Các thông số động học đầu ra là góc quay φ và vận tốc góc $\dot{\varphi}$, còn tham số động lực đầu ra của động cơ là mômen phát động M_d . Tuy nhiên các kết quả nhận được cũng có thể áp dụng cho trường hợp loại động cơ đầu ra là khâu tịnh tiến.

Quan hệ giữa các thông số đầu ra, các thông số điều khiển và động lực phát động của động cơ được gọi là đặc trưng của động cơ.

Dưới đây ta xem xét hai loại đặc trưng động cơ: đặc trưng động học lí tưởng và đặc trưng tĩnh của động cơ.

a. *Động cơ với đặc trưng động học lí tưởng*: Đối với loại động cơ này mối quan hệ có dạng:

$$\dot{\varphi} = f(u) \quad (11-1)$$

Đối với loại động cơ không điều khiển, $u = u_0 = \text{const}$ thì:

$$\dot{\varphi} = f(u_0) = \dot{\varphi}_0 \equiv \omega_0 = \text{const} \quad (11-2)$$

tức là đầu ra của động cơ quay đều.

Nếu các tham số điều khiển không thể khống chế chặt chẽ ở chế độ không đổi u_0 , tức các tham số bị lệch đối với chế độ hằng u_0 với lượng bé thì ta có thể sử dụng quan hệ:

$$\dot{\varphi} = f(u_0) + \frac{df}{du}(u_0)(u - u_0) \quad (11-3)$$

Phương trình (11-3) được gọi là dạng tuyến tính hoá của phương trình (11-1).

Động cơ có đặc trưng động học lí tưởng là loại động cơ có chế độ làm việc phụ thuộc rất ít vào tải, do đó coi như không phụ thuộc vào tải, nghĩa là sự thay đổi của tải không ảnh hưởng hoặc ảnh hưởng rất ít đến chế độ làm việc của động cơ. Mô hình như vậy có thể được chấp nhận trong trường hợp công suất của động cơ lớn hơn nhiều lần công suất của tải có ích (thường được gọi là

động cơ có công suất vô hạn). Mô hình như vậy cũng thường được sử dụng trong giai đoạn thiết kế sơ bộ.

b. *Động cơ có đặc trưng tĩnh*: đường đặc trưng của động cơ có dạng:

$$\dot{\varphi} = f_1(u, M_d) \quad (11-4)$$

trong đó: u là tham số điều khiển, M_d là mômen phát động nhận được từ đầu ra động cơ, $\dot{\varphi}$ là vận tốc góc của trục quay động cơ.

Từ quan hệ (11-4) có thể giải ra được:

$$M_d = M_d(u, \dot{\varphi}) \quad (11-5)$$

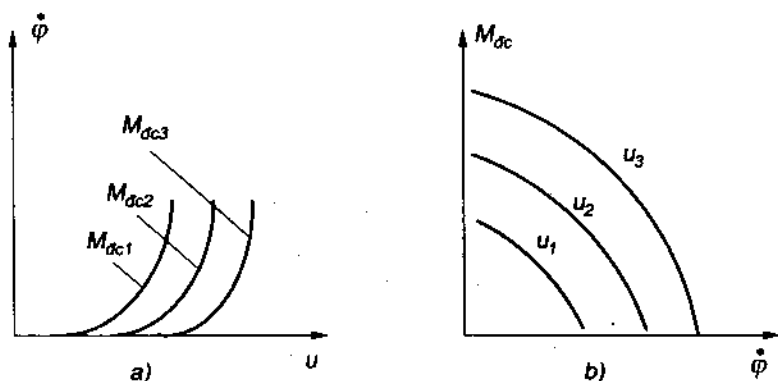
tức là mômen phát động của động cơ là hàm của tham số điều khiển và vận tốc đầu ra động cơ. Quan hệ này cũng như quan hệ (11-4) thường là phi tuyến.

Đối với loại động cơ không điều khiển $u = u_0 = \text{const}$ thì:

$$\dot{\varphi} = f_1(u_0, M_d) \quad (11-6)$$

Hoặc:

$$M_d = M_d(u, \dot{\varphi}) \quad (11-7)$$



Hình 11.3

Trong trường hợp tổng quát, mômen phát động phụ thuộc vào cả toạ độ, vận tốc của khâu ra động cơ và tham số điều khiển:

$$M_d = M_d(u, \varphi, \dot{\varphi}) \quad (11-8)$$

Đối với máy không điều khiển thì:

$$M_d = M_d(u_0, \varphi, \dot{\varphi}) \quad (11-9)$$

Các quan hệ trên có thể được cho trong dạng giải tích hoặc đồ thị. Trên hình 11.3a, b là đồ thị của các dạng quan hệ (11-4) và (11-5).

Thường máy làm việc ở chế độ rất gần với chế độ có các thông số không đổi ($u \approx u_0; \dot{\varphi} \approx \omega_0; M_d \approx M_d^0$).

Trong trường hợp này có thể sử dụng dạng tuyến tính hoá của chúng:

$$\phi = f_1(u_0, M_d^0) + \frac{\partial f_1}{\partial u}(u_0, M_d^0)(u - u_0) + \frac{\partial f_1}{\partial M_d}(M_d^0, u_0)(M_d - M_d^0) \quad (11-10)$$

$$\phi = \omega_0 + \gamma(u - u_0) - \frac{1}{s}(M_d - M_d^0) \quad (11-11)$$

trong đó:

$$\gamma = \frac{\partial f_1}{\partial u}(u_0, M_d^0); s^{-1} = -\frac{\partial f_1}{\partial M_d}(u_0, M_d^0) \quad (11-12)$$

Hoặc:

$$\begin{aligned} M_d &= M_d(u_0, \omega_0) + \frac{\partial M_d}{\partial u}(u_0, \omega_0)(u - u_0) + \frac{\partial M_d}{\partial \phi}(u_0, \omega_0)(\phi - \omega_0) \\ &= M_d^0 + r(u - u_0) - s(\phi - \omega_0), \end{aligned} \quad (11-13)$$

trong đó:

$$r = \frac{\partial M_d}{\partial u}(u_0, \omega_0); s = -\frac{\partial M_d}{\partial \phi}(u_0, \omega_0) \quad (11-14)$$

Đối với máy không điều khiển ($u = u_0 = \text{const}$), ta có:

$$\phi = \omega_0 - \frac{1}{s}(M_d - M_d^0) \quad (11-15)$$

$$M_d = M_d^0 - s(\phi - \omega_0) \quad (11-16)$$

11.1.2. Cơ hệ (cơ cấu chấp hành): gồm các khâu nối với nhau bằng các khớp với các giả thiết sau:

1) Các khâu thể rắn được xem là tuyệt đối rắn, các khâu mềm (ví dụ: đai truyền, xích, cáp dây,...) được xem là không giãn, các khâu thể lỏng được xem là không bị nén.

2) Các khớp được thực hiện không có khe hở (độ rơ), không bị biến dạng và bỏ qua ma sát.

Hệ cơ chịu tác dụng của các lực từ đối tượng công tác (ví dụ: lực cất khi tiện). Các lực đó gọi là các lực cản có ích và công tiêu hao do chúng là công cản có ích. Ngoài các lực cản có ích còn có lực cản vô ích (ví dụ lực ma sát trong các khớp) và tương ứng với chúng là công cản vô ích, nó bé hơn nhiều so với công cản có ích, nên trong khảo sát thường được bỏ qua (hiệu ứng của nó được bổ sung nhờ một số hệ số hiệu chỉnh).

Lực cản có ích là hàm của các thông số vị trí (x_k, y_k, z_k) của các phần tử của máy, ví dụ các tọa độ Đêcac của chúng:

$$P_k(x_1, x_2, \dots, x_r, \dot{x}_1, \dot{x}_2, \dots, \dot{x}_r); k = \overline{1, r} \quad (11-17)$$

Các tọa độ các phần tử được biểu diễn qua tọa độ của đầu ra động cơ, tức:

$$x_k = x_k(\varphi) \rightarrow \dot{x}_k = \frac{dx_k}{dt} = \frac{dx_k}{d\varphi} \frac{d\varphi}{dt} = \frac{dx_k}{d\varphi} \dot{\varphi}$$

Do đó:

$$P_k = P_k(\varphi, \dot{\varphi}) \quad (11-18)$$

Một số dạng của lực cản có ích:

- Lực cản có ích trong máy nâng chuyển là tải trọng cần nâng chuyển:

$$P = P_0 = \text{const} \quad (11-19)$$

- Lực cản có ích tác dụng lên roto của máy cánh quạt:

$$M_c = -(a + b|\omega| + c\omega^2)\text{sign}\bar{\omega} \quad (11-20)$$

trong đó: $\bar{\omega}$ là vận tốc góc rôto, M_c là mômen cản tác dụng lên rôto;

$$(a, b, c > 0, \text{sign}\bar{\omega} = \frac{\bar{\omega}}{|\omega|})$$

Đối với một loạt các máy bơm li tâm và các máy thủy lực ta có công thức tương tự:

$$\overline{M_c} = -F(|\omega|)\text{sign}\bar{\omega}; F(|\omega|) > 0 \quad (11-21)$$

• Công suất của các loại lực này luôn luôn âm. Thực vậy:

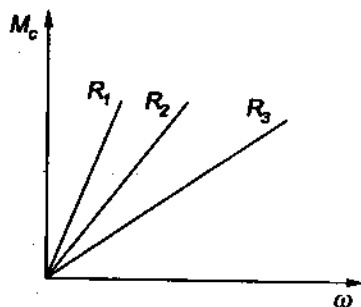
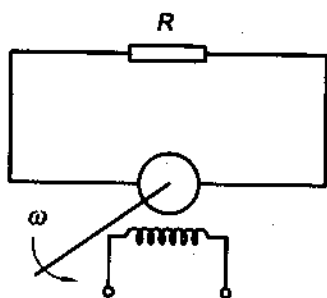
$$W = \overline{M_c} \bar{\omega} = -F(|\omega|)\text{sign}\bar{\omega} \bar{\omega} = -F(|\omega|) \frac{\bar{\omega}}{|\omega|} \bar{\omega} = -F(|\omega|) \frac{\bar{\omega}^2}{|\omega|} = -F(|\omega|) |\omega| < 0$$

- Lực cản có ích trong máy phát động một chiều có kích động độc lập, có điện trở ngoài R và điện trở lõi R_1 (hình 11.4).

Suất điện động E tỉ lệ với vận tốc góc ω của rôto.

Phương trình mạch điện cho ta:

$$E = k\phi\omega = I(R + R_1)$$



Hình 11.4

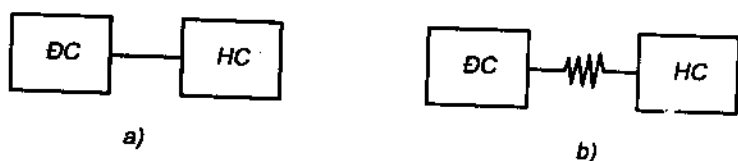
trong đó: ϕ là từ thông, I là cường độ dòng điện, k là hệ số tỉ lệ.

Theo định luật Ampe: $M_c = k\phi I$.

Từ đó:

$$M_c = \frac{k\phi^2}{R + R_l} \omega \quad (11-22)$$

11.1.3. Cơ cấu truyền: là bộ phận truyền động từ động cơ sang hệ cơ (cơ cấu chấp hành) để hệ cơ nhận được vận tốc theo yêu cầu. Cơ cấu truyền thường gồm các khâu được nối với với nhau bằng các khớp. Cơ cấu truyền chỉ thực hiện nhiệm vụ động học, do đó càng có cấu trúc gọn nhẹ và đơn giản càng tốt. Trong mô hình máy hai khối lượng cơ cấu truyền được mô hình bằng một thanh cứng không khối lượng hoặc bằng một yếu tố đàn hồi tuyến tính không khối lượng có độ cứng c . Trường hợp đầu ta có mô hình máy cứng (hình 11.5a), còn trường hợp thứ hai (hình 11.5b) máy được gọi là máy mềm, ở đây sử dụng các ký hiệu: ĐC $\equiv$ động cơ; HC $\equiv$ hệ cơ



Hình 11.5. Mô hình cơ cấu truyền động.

11.2. ĐỘNG LỰC HỌC CỦA MÁY CỨNG MỘT ĐỘNG CƠ

Sơ đồ máy cứng một động cơ có dạng cho trên hình 11.5a. Để khảo sát chuyển động của máy ta viết phương trình chuyển động của máy nhờ định lý động năng:

$$\frac{dT}{dt} = \sum W_k \quad (11-23)$$

trong đó: T là động năng của máy, $\sum W_k$ là tổng công suất của các lực tác dụng lên máy.

11.2.1. Động năng của máy

Biểu thức động năng của máy được tính theo công thức:

$$T = \frac{1}{2} \sum m_k v_k^2 = \frac{1}{2} \sum m_k (\dot{x}_k^2 + \dot{y}_k^2 + \dot{z}_k^2),$$

trong đó: x_k, y_k, z_k là tọa độ phần tử M_k của máy.

Xét trường hợp động cơ quay: gọi $\bar{\varphi}$ là góc định vị của trục động cơ. Như đã biết toạ độ của một phần tử M_k bất kỳ đều có thể tính theo góc định vị $\bar{\varphi}$ của đầu ra động cơ:

$$x_k = x_k(\bar{\varphi}); y_k = y_k(\bar{\varphi}); z_k = z_k(\bar{\varphi}).$$

Do đó:
$$\dot{x}_k = \frac{dx_k}{dt} = \frac{dx_k}{d\varphi} \frac{d\varphi}{dt} = \frac{dx_k}{d\varphi}(\varphi) \dot{\varphi}.$$

Tương tự ta có:

$$\dot{y}_k = \frac{dy_k}{d\varphi}(\varphi) \dot{\varphi};$$

$$\dot{z}_k = \frac{dz_k}{d\varphi}(\varphi) \dot{\varphi}.$$

Biểu thức động năng của máy bây giờ sẽ là:

$$T = \frac{1}{2} \sum m_k \left\{ \left[\frac{dx_k}{d\varphi}(\varphi) \right]^2 + \left[\frac{dy_k}{d\varphi}(\varphi) \right]^2 + \left[\frac{dz_k}{d\varphi}(\varphi) \right]^2 \right\} \dot{\varphi}^2 = \frac{1}{2} I(\varphi) \dot{\varphi}^2$$

trong đó:
$$I(\varphi) = \sum m_k \left\{ \left[\frac{dx_k}{d\varphi}(\varphi) \right]^2 + \left[\frac{dy_k}{d\varphi}(\varphi) \right]^2 + \left[\frac{dz_k}{d\varphi}(\varphi) \right]^2 \right\},$$

được gọi là mômen quán tính khối của máy thu gọn về trục động cơ, gọi tắt là mômen quán tính thu gọn, nó là hàm của toạ độ khâu ra của động cơ và là hàm tuần hoàn vì sau khi trục động cơ quay được một số vòng thì các khâu của máy lại trở về vị trí xuất phát. Để đơn giản ta giả thiết rằng chu kỳ của máy ứng với một vòng quay của động cơ. Ta biểu diễn mômen quán tính thu gọn của máy trong dạng sau:

$$I(\varphi) = I_0 + \tilde{I} \quad (11-24)$$

trong đó:
$$I_0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} I(\varphi) d\varphi = \text{const} \quad (11-25)$$

được gọi là giá trị trung bình của mômen quán tính thu gọn của máy trong một chu kỳ, còn:

$$\tilde{I}(\varphi) = I(\varphi) - I_0 = I(\varphi) - \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} I(\varphi) d\varphi \quad (11-26)$$

$\tilde{I}(\varphi)$ là thành phần biến đổi của mômen quán tính thu gọn của máy, nó là độ lệch của mômen quán tính thu gọn của máy đối với giá trị trung bình của nó. Giá trị trung bình trong một chu kỳ của thành phần biến đổi này bằng không.

11.2.2. Biểu thức công suất của các lực tác dụng lên máy

Các lực tác dụng lên máy gồm:

- Lực phát động: được sản ra do động cơ. Nó được gọi là lực phát động. Đối với động cơ quay nó chính là mômen động cơ, được kí hiệu là M_d , phụ thuộc vào đặc tính của động cơ. Như đã biết:

$$M_d = M_d(u, \varphi, \dot{\varphi})$$

Công suất của mômen động cơ, kí hiệu W_d gọi là công suất phát động:

$$W_d = M_d \omega_d = M_d(u, \varphi, \dot{\varphi}) \dot{\varphi} \quad (11-27)$$

- Lực cản hữu ích: lực cần thiết để thực hiện các yêu cầu công tác của máy, ví dụ: khi tiện thì đó là lực cắt khi tiện. Kí hiệu lực cản có ích tác dụng lên phần tử M_k của bộ phận cơ của máy là $\overline{P_k}(\overline{r_1}, \overline{r_2}, \dots, \overline{v_1}, \overline{v_2}, \dots)$, trong đó: $\overline{r_k}, \overline{v_k}$ là véc tơ định vị và vận tốc của phần tử M_k .

Công suất của các lực cản có ích $\overline{P_k}$ được tính theo công thức:

$$\begin{aligned} W_k &= \sum \overline{P_k} \overline{v_k} = \sum (P_{kx} \dot{x}_k + P_{ky} \dot{y}_k + P_{kz} \dot{z}_k) \\ &= \sum \left(P_{kx} \frac{dx_k}{d\varphi} + P_{ky} \frac{dy_k}{d\varphi} + P_{kz} \frac{dz_k}{d\varphi} \right) \dot{\varphi} = M_c(\varphi, \dot{\varphi}) \dot{\varphi} \end{aligned} \quad (11-28)$$

$$M_c(\varphi, \dot{\varphi}) = \sum \left(P_{kx} \frac{dx_k}{d\varphi} + P_{ky} \frac{dy_k}{d\varphi} + P_{kz} \frac{dz_k}{d\varphi} \right)$$

được gọi là mômen cản thu gọn về trục động cơ.

- Lực cản vô ích: thường là các lực ma sát trong các khớp của máy. Các lực này thường có hại và do bé nên được bỏ qua (ít nhất trong giai đoạn tính toán thiết kế sơ bộ). Trong trường hợp cần phải kể đến hiệu ứng của nó thì người ta bổ xung nhờ một số hệ số điều chỉnh.

11.2.3. Phương trình chuyển động của máy

Phương trình chuyển động của máy (11-23) được viết trong dạng khai triển sau:

$$I(\varphi) \ddot{\varphi} + \frac{1}{2} \frac{dI(\varphi)}{d\varphi} \dot{\varphi}^2 = M_d(u^0, \varphi, \dot{\varphi}) - M_c(\varphi, \dot{\varphi}) \quad (11-29)$$

Do các đại lượng $M_d(u^0, \varphi, \dot{\varphi}), M_c(\varphi, \dot{\varphi})$ là các hàm chu kỳ nên chúng có thể được viết trong dạng sau:

$$M_d(u_0, \varphi, \dot{\varphi}) = M_d^0(u_0, \dot{\varphi}) + \tilde{M}_d(u_0, \varphi, \dot{\varphi}). \quad (11-30)$$

$$M_c(\varphi, \dot{\varphi}) = M_c^0(\dot{\varphi}) + \tilde{M}_c(\varphi, \dot{\varphi}), \quad (11-31)$$

trong đó::

$$M_d^0(u_0, \varphi) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} M_d(u_0, \varphi, \phi) d\varphi, \quad (11-32)$$

$$M_c^0(\phi) = \frac{1}{2\pi i} \int_0^{2\pi i} M_c(\varphi, \phi) d\varphi \quad (11-33)$$

Các biểu thức (11-32) và (11-33) là các giá trị trung bình trong một chu kỳ của mômen phát động, và mômen cản. $M_d^0(u_0, \varphi)$ được gọi là mômen động cơ trung bình, $M_c^0(\phi)$ là mômen cản trung bình, i là tỉ số truyền động:

$$i = \frac{\phi}{\omega_{co}} \quad (11-34)$$

trong đó: ω_{co} là vận tốc góc của đầu vào của bộ phận cơ. Chú ý rằng nếu chu kỳ của trục động cơ là T thì chu kỳ của đầu vào của bộ phận cơ là:

$$T' = T \cdot i \quad (11-35)$$

$$\begin{aligned} \tilde{M}_d(u_0, \varphi, \phi) &= M_d(u_0, \varphi, \phi) - M_d^0(u_0, \varphi) \\ &= M_d(u_0, \varphi, \phi) - \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} M_d(u_0, \varphi, \phi) d\varphi \end{aligned} \quad (11-36)$$

$$\tilde{M}_c(\varphi, \phi) = M_c(\varphi, \phi) - M_c^0(\phi) = M_c(\varphi, \phi) - \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} M_c(\varphi, \phi) d\varphi \quad (11-37)$$

$\tilde{M}_d(u_0, \varphi, \phi)$, $\tilde{M}_c(\varphi, \phi)$ là các độ lệch của mômen động cơ và mômen cản đối với các giá trị trung bình của chúng.

Phương trình chuyển động của máy bây giờ có thể lấy dạng sau:

$$I^0 \ddot{\phi} - M_d^0(u_0, \varphi) - M_c^0(\phi) = \tilde{M}_d(u_0, \varphi, \phi) + \tilde{M}_c(\varphi, \phi) - \frac{1}{2} \frac{d\tilde{I}}{d\varphi}(\varphi) \dot{\varphi}^2 - \tilde{I}(\varphi) \ddot{\varphi} \quad (11-38)$$

Phương trình (11-38) rất thuận lợi cho việc khảo sát chuyển động của máy trong các chế độ làm việc của nó.

11.2.4. Các chế độ làm việc của máy

Quá trình làm việc của máy thường có ba giai đoạn.

a. *Quá trình mở máy*: máy từ trạng thái đứng yên được đưa vào trạng thái làm việc. Quá trình này tương ứng với sự thay đổi vận tốc góc từ $\dot{\varphi} \equiv \omega = 0$ đến giá trị $\omega = \omega_0$ (nếu chế độ làm việc là quay đều). Quá trình này xảy ra trong khoảng thời gian rất ngắn.

b. *Quá trình làm việc*: là quá trình máy thực hiện các nhiệm vụ của quá trình công tác. Quá trình này chiếm khoảng thời gian dài nhất trong chu trình làm việc của máy.

c. *Quá trình tắt máy*: máy được đưa từ trạng thái làm việc về trạng thái yên nghỉ. Quá trình này tương ứng với sự thay đổi vận tốc góc từ giá trị ω_0 (khi máy quay đều trong quá trình làm việc) đến giá trị không. Quá trình này cũng xảy ra trong khoảng thời gian ngắn.

Quá trình mở máy và tắt máy thuộc loại quá trình chuyển tiếp là quá trình trong đó: các thông số trạng thái thay đổi đáng kể trong khoảng thời gian ngắn. Quá trình làm việc ứng với thời gian làm việc dài, trong đó: các thông số trạng thái (ví dụ vận tốc góc của khâu ra động cơ) hoặc không thay đổi hoặc thay đổi ít được gọi là quá trình bình ổn. Đây là quá trình quan trọng nhất trong chu trình làm việc của máy. Đặc trưng của quá trình bình ổn của máy sẽ là:

Các thông số điều khiển nhận được các giá trị xác định, tức là:

$$u_i = u_0 = \text{const} \quad (11-39)$$

$$-\dot{\varphi} = \omega = \omega_0 = \text{const} \text{ hoặc } \omega = \omega_0 + \dot{\psi} \text{ với } |\dot{\psi}|_{\max} \ll \omega_0 \quad (11-40)$$

Để xác định chuyển động của máy trong từng chế độ ta sử dụng phương trình chuyển động của máy mà các thông số của nó phụ thuộc cả vào cấu trúc của máy, của động cơ và quá trình công tác của máy.

11.3. HIỆU SUẤT

11.3.1. Định nghĩa hiệu suất

Trong giai đoạn chuyển động bình ổn của máy, ngoài lực phát động do động cơ phát ra còn có lực cản có ích tiêu hao vào việc thực hiện các yêu cầu của quá trình công tác và lực cản vô ích không tránh khỏi như lực ma sát trong các khớp. Gọi công của các lực đó trong một chu kỳ làm việc của máy lần lượt là công động A_d , công cản có ích A_c^i và công cản vô ích A_c^v .

Theo định lý biến thiên động năng (định lý 11-8), ta có:

$$T_2 - T_1 = A_d - A_c^i - A_c^v \quad (11-41)$$

trong đó: T_1 và T_2 là giá trị động năng của máy ứng với thời điểm đầu và cuối của một chu kỳ làm việc của máy.

Vì sau một chu kỳ làm việc máy trở lại vị trí xuất phát nên $T_1 = T_2$. Do đó từ (11-41), ta có:

$$A_d - A_c^i - A_c^v = 0$$

Vậy: $A_d = A_c^i + A_c^v \quad (11-42)$

Như vậy toàn bộ công động do động cơ cung cấp trong một chu kỳ tiêu hao một phần vào việc thực hiện các yêu cầu của quá trình công tác và một phần để thắng công cản vô ích. Phần sau cùng là điều không mong muốn. Do đó phần công vô ích càng bé càng tốt. Vì lý do đó người ta đưa ra một chỉ số đánh giá chất lượng của máy:

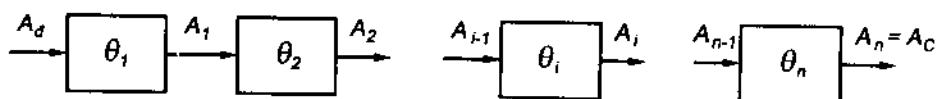
$$\theta = \frac{A_c}{A_d} < 1 \quad (11-43)$$

θ được gọi là hiệu suất của máy. Hiệu suất càng lớn máy được đánh giá càng có chất lượng tốt.

Khái niệm hiệu suất được sử dụng trong ý nghĩa rộng rãi. Đó là tỉ số giữa lượng được sử dụng có ích và lượng được cung cấp để thực hiện một công việc nào đó. Trong lĩnh vực khảo sát động lực ta có hiệu suất cơ cấu, hiệu suất của một phần tử, hiệu suất của dãy các phần tử máy.

11.3.2. Hiệu suất của các phần tử nối tiếp

Khảo sát dãy các phần tử nối tiếp: công phát ra các phần đứng trước là công nhận vào của phần tử đứng tiếp sau (hình 11.6). Cơ cấu bánh răng (hình 11.7a, b) là một ví dụ về dãy phần tử nối tiếp.

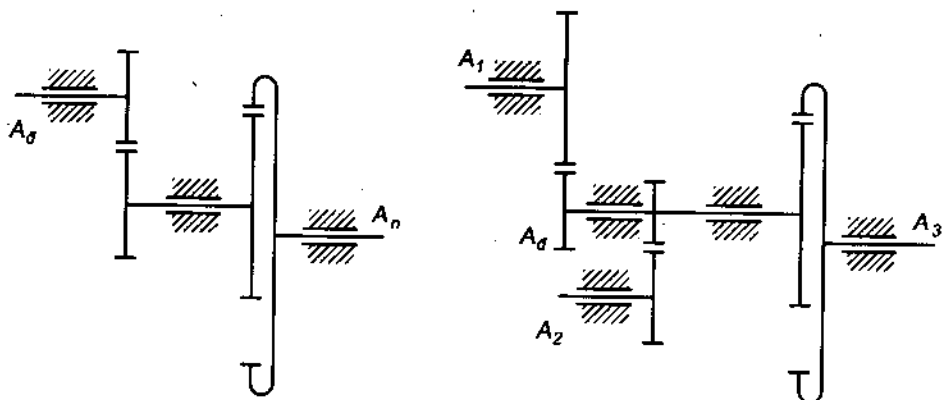


Hình 11.6

Gọi θ_i là hiệu suất của phần tử thứ i và θ là hiệu suất của toàn dãy:

$$\theta_i = \frac{A_{i-1}}{A_i}; \theta = \frac{A_c}{A_d} \quad (11-44)$$

trong đó: A_d là công đưa vào phần tử đầu và A_c là công phát ra của phần tử cuối.



Hình 11.7.

Dựa vào định nghĩa nêu trên, ta có thể viết:

$$\theta = \frac{A_c}{A_d} = \frac{A_1}{A_d} \frac{A_2}{A_1} \frac{A_3}{A_2} \dots \frac{A_{s+1}}{A_s} \dots \frac{A_n}{A_{n-1}} = \theta_1 \theta_2 \dots \theta_n = \prod_{i=1}^n \theta_i \quad (11-45)$$

Như vậy hiệu suất của một dây phần tử nối tiếp bằng tích các hiệu suất của các phần tử trong dây.

11.3.3. Hiệu suất của dây phần tử nối song song

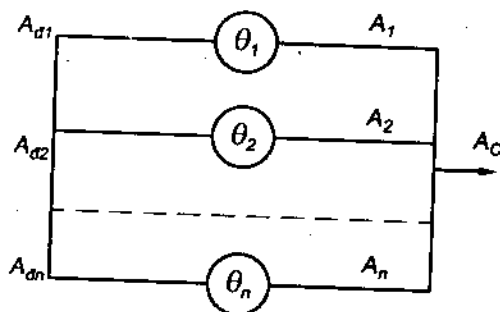
Dây phần tử song song là một dây gồm các phần tử mà mỗi phần tử đều nhận công từ một phần tử gốc không qua bất kỳ phần tử nào. Gọi θ_i là hiệu suất của phần tử thứ i và θ là hiệu suất của dây (hình 11.8):

$$\theta_i = \frac{A_{ci}}{A_{di}}; \theta = \frac{A_c}{A_d} \quad (11-46)$$

$$\text{Vì: } A_d = \sum A_{di} = \sum \frac{A_{ci}}{\theta_i},$$

$$A_c = \sum A_{ci},$$

$$\text{nên: } \theta = \frac{A_c}{A_d} = \frac{\sum A_{ci}}{\sum \frac{A_{ci}}{\theta_i}} \quad (11-47)$$



Hình 11.8

CÂU HỎI ÔN TẬP

- 1) Trình bày khái niệm về máy ? Các bộ phận cơ bản cấu thành máy ?
- 2) Nêu các đặc trưng về: động cơ, cơ cấu truyền động, cơ cấu chấp hành ? Lực tác động trong máy ? Công phát động và công cản là gì ?
- 3) Phương trình chuyển động của máy ?
- 4) Nêu các giai đoạn chuyển động của máy ?
- 5) Trình bày hiệu suất của máy: hiệu suất của chuỗi song song, chuỗi nối tiếp ?

Chương 12

MỞ ĐẦU

12.1. NHIỆM VỤ VÀ ĐỐI TƯỢNG NGHIÊN CỨU CỦA MÔN HỌC

Trong các phần trên ta đã nghiên cứu các quy luật về chuyển động cơ học của các vật thể trong không gian theo thời gian. Các vật thể được xây dựng dưới dạng các mô hình: chất điểm, cơ hệ và một dạng rất quan trọng đó là vật rắn tuyệt đối.

Trong ngành chế tạo máy hoặc trong các công trình, các vật liệu như thép, gang, bê tông, vv.. là các vật rắn thực (còn gọi là vật rắn biến dạng). Nghĩa là vật thể sẽ bị biến dạng, bị phá huỷ dưới tác dụng của ngoại lực, nhiệt độ. Khi thiết kế các bộ phận công trình hoặc các chi tiết máy, ta phải đảm bảo:

- Chi tiết không bị phá hỏng tức là đủ bền.
- Chi tiết không bị biến dạng tức là đủ cứng.
- Chi tiết luôn giữ được hình dáng ban đầu tức là đảm bảo điều kiện ổn định.

Môn sức bền vật liệu có nhiệm vụ đưa ra các phương pháp tính về độ bền, độ cứng và độ ổn định của các bộ phận công trình hoặc các chi tiết máy.

Đối tượng nghiên cứu của môn học sức bền vật liệu là các vật rắn biến dạng, về vật liệu là các vật thể có tính đàn hồi tuyệt đối, về mặt hình học chủ yếu là các thanh.

12.2. KHÁI NIỆM VỀ THANH

Thanh là một vật thể được tạo ra do một hình phẳng F có tiết diện là hình tròn, hình chữ nhật, v.v.. di chuyển trong không gian sao cho trọng tâm O của nó luôn luôn ở trên một đoạn đường cong. Trong không gian, hình phẳng F thì luôn luôn vuông góc với đoạn đường cong đó. Chiều dài của đoạn đường cong Δ lớn gấp nhiều lần so với kích thước lớn nhất của hình phẳng F . Khi di chuyển như vậy hình phẳng F dựng lên trong không gian một vật thể mà ta gọi là thanh. Vậy thanh là những vật thể có kích thước theo hai phương nhỏ hơn so với phương thứ ba.

Đoạn đường cong hay đoạn đường thẳng Δ được gọi là trục thanh. Hình phẳng F được gọi là mặt cắt ngang của thanh. Trục thanh và mặt cắt ngang của thanh là hai yếu tố hình học đặc trưng cho mô hình thanh. Trong tính toán ta thường biểu diễn một thanh bằng đường trục của nó.

12.3. TÍNH ĐÀN HỒI CỦA VẬT THỂ

Dưới tác dụng của ngoại lực (dù là rất nhỏ) hay nhiệt độ v.v.. Vật thể đều bị biến dạng. Biến dạng của vật thể lớn hay bé tùy theo tính chất và giá trị của các ngoại lực, tùy theo bản chất và khả năng chịu lực của vật liệu.

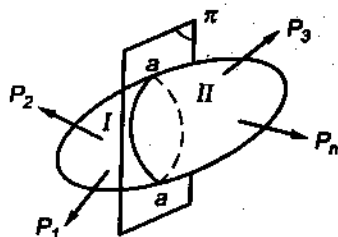
Thí nghiệm chứng tỏ rằng, đối với mỗi loại, nếu lực tác động chưa vượt quá một giới hạn xác định thì khi bỏ lực, vật thể sẽ trở lại hình dáng và kích thước ban đầu, tức biến dạng bị mất đi. Ta nói vật thể chỉ biến dạng đàn hồi, tính chất đó gọi là tính chất đàn hồi của vật thể. Nếu lực tác động vượt quá một giới hạn xác định nói trên thì khi bỏ lực vật thể sẽ không trở lại hình dáng và kích thước ban đầu nữa. Chúng chỉ phục hồi một phần biến dạng ban đầu. Phần biến dạng không khôi phục được gọi là biến dạng dư.

12.4. KHÁI NIỆM VỀ NỘI LỰC, ỨNG SUẤT

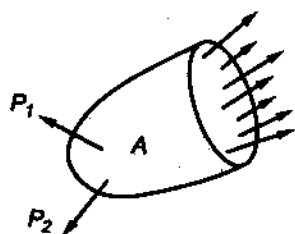
12.4.1. Nội lực

Những lực tác dụng từ môi trường bên ngoài hay từ vật khác lên vật thể đang xét gọi là ngoại lực. Ngoại lực bao gồm tải trọng tác động và phản lực tại các liên kết. Tải trọng được coi là tính nếu nó tăng rất chậm từ không đến một giá trị xác định rồi giữ nguyên giá trị đó. Nghĩa là có thể bỏ qua lực quán tính trong quá trình tăng lực. Dưới tác động của ngoại lực, vật thể bị biến dạng, giữa các phần tử của vật thể có xuất hiện thêm phần lực tác dụng tương hỗ để chống lại tác dụng của ngoại lực. Phần lực đó gọi là nội lực theo nghĩa của sức bền vật liệu.

Muốn xác định nội lực ta dùng phương pháp mặt cắt. Phương pháp mặt cắt được trình bày như sau: xét một vật thể chịu lực ở trạng thái cân bằng (hình 12.1). Để tìm nội lực tại mặt cắt a nào đó, ta tưởng tượng dựng mặt phẳng π qua mặt a , cắt vật thể ra làm hai phần I và II. Ta xét riêng một phần nào đó, ví



Hình 12.1



Hình 12.2

dụ phần I (hình 12.2). Phần I cân bằng dưới tác dụng của các ngoại lực tác động lên nó ($\vec{P}_1, \vec{P}_2$) và lực tương hỗ tác động từ phần II lên phần I. Hệ lực đó chính là nội lực trên mặt cắt aa. Từ đó ta có thể xác định được giá trị nội lực qua giá trị của ngoại lực ở phần I.

12.4.2. Ứng suất

Cường độ của nội lực tại một điểm nào đó trên mặt aa được gọi là ứng suất, ký hiệu $\vec{P}_\pi$. Chữ π chỉ pháp tuyến của mặt π . Chẳng hạn đối với điểm M nào đó, ta lấy một diện tích ΔF vô cùng bé chứa M. Trên ΔF có nội lực phân bố, hợp lực có vectơ $\Delta \vec{P}$ (hình 12.3).

Tỷ số giữa $\Delta \vec{P}$ và ΔF là một vectơ cùng chiều với vectơ $\Delta \vec{P}$, ký hiệu là:

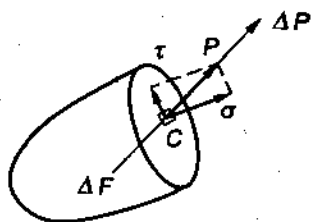
$$\vec{P}_{tb} = \frac{\Delta \vec{P}}{\Delta F}$$

$\vec{P}_{tb}$ được gọi là ứng suất trung bình tại điểm M.

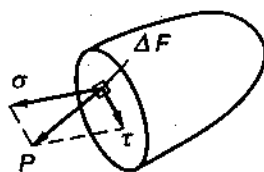
Nếu cho ΔF tiến đến không thì $\vec{P}_{tb}$ sẽ tiến tới một giới hạn. Giới hạn đó được gọi là ứng suất toàn phần tại điểm M, ký hiệu $\vec{P}$:

$$\vec{P} = \lim_{\Delta F \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{P}}{\Delta F}$$

Thứ nguyên của ứng suất là lực/(chiều dài)²; đơn vị thường dùng là $\frac{\text{KN}}{\text{cm}^2}, \frac{\text{MN}}{\text{cm}^2}$. Trong tính toán ta thường phân ứng suất toàn phần $\vec{P}$ làm hai thành phần (hình 12.3):



Hình 12.3



Hình 12.4

- Thành phần vuông góc với mặt cắt gọi là ứng suất pháp, ký hiệu σ .
- Thành phần nằm trong mặt cắt gọi là ứng suất tiếp, ký hiệu τ . Như vậy:

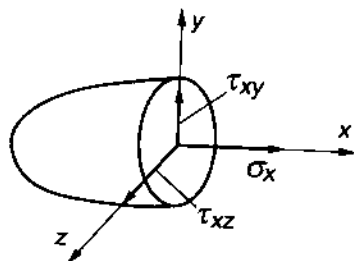
$$P = \sqrt{\sigma^2 + \tau^2} \quad (12-2)$$

Những điều vừa phân tích ở trên đối với phần I. Cũng làm tương tự cho phần II. Theo nguyên lý tác dụng và phản tác dụng, ứng suất tại mỗi điểm trên phần II sẽ có cùng trị số, cùng phương nhưng ngược chiều với ứng suất tại điểm tương ứng trên phần I (hình 12.4).

Ta quy ước cách viết ứng suất như sau:

- Ứng suất pháp kèm theo một chỉ số chỉ chiều của pháp tuyến, ví dụ σ_x .

Ứng suất tiếp kèm theo hai chỉ số, chỉ số chỉ chiều pháp tuyến ngoài mặt cắt, chỉ số thứ hai chỉ chiều ứng suất tiếp song song. Ví dụ τ_{xy} (hình 12.5).



Hình 12.5

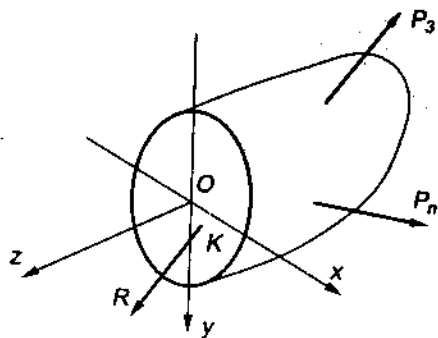
12.5. CÁC THÀNH PHẦN NỘI LỰC TRÊN MẶT CẮT NGANG CỦA THANH

Xét một mặt cắt ngang π nào đó của thanh, giá trị ứng suất tại một điểm, quy luật phân bố trên mặt cắt ngang đó nói chung ta chưa biết nhưng ta có thể xác định được hợp lực của hệ nội lực vì nó phải cân bằng với hợp lực của các ngoại lực tác dụng trên một phần đang xét.

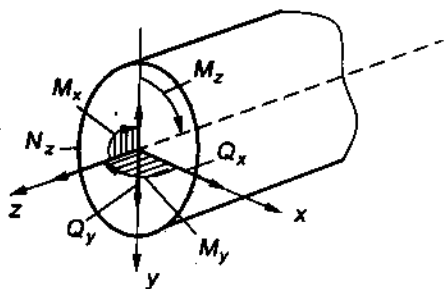
Giả sử xét sự cân bằng của phần phải, hợp lực $\vec{R}$ của hệ nội lực trên mặt cắt phải cân bằng với hệ lực tác dụng lên phần phải, ta có:

$$\vec{R} + \sum \vec{P}_i = 0$$

Hợp lực $\vec{R}$ đặt tại một điểm k nào đó như (hình 12.6).



Hình 12.6



Hình 12.7

Bây giờ ta thu gọn hợp lực $\vec{R}$ về trọng tâm O của mặt cắt ngang, ta sẽ được lực $\vec{R}$ có vectơ lực bằng $\vec{R}$ và một ngẫu lực có mômen $\vec{M}$ (vectơ chính và

mômen chính của hệ nội lực). Nói chung lực $\vec{R}$ và mômen $\vec{M}$ có phương, chiều bất kỳ trong không gian. Để thuận lợi ta chọn hệ trục như sau:

Oz theo trục của thanh.

Ox, Oy nằm trong mặt cắt ngang.

Sau đó phân $\vec{R}$ làm ba thành phần trên hệ trục toạ độ:

- Thành phần nằm trên trục z gọi là lực dọc ký hiệu N_z .
- Thành phần nằm trên các trục x, y gọi là lực cắt, ký hiệu Q_x, Q_y .

Ngẫu lực $\vec{M}$ cũng được phân làm ba thành phần:

- Thành phần quay quanh các trục x, y (tác dụng trong các mặt phẳng zOy và zOx vuông góc với mặt cắt ngang) gọi là các mômen uốn, ký hiệu M_x, M_y .
- Thành phần quay quanh trục z (tác dụng trên mặt phẳng của mặt Oxy) gọi là mômen xoắn, ký hiệu M_z (hình 12.7).

$N_z, Q_x, Q_y, M_x, M_y, M_z$ là sáu thành phần nội lực trên mặt cắt ngang và chúng được xác định từ điều kiện cân bằng của phần đang xét dưới dạng các phương trình.

Tổng hình chiếu xuống ba trục, ta được:

$$\begin{aligned} N_x + \sum_{i=1}^n P_{iz} &= 0 \\ Q_x + \sum_{i=1}^n P_{ix} &= 0 \\ Q_y + \sum_{i=1}^n P_{iy} &= 0 \end{aligned} \quad (12-3)$$

Trong đó: $\sum_{i=1}^n P_{ix}, \sum_{i=1}^n P_{iy}, \sum_{i=1}^n P_{iz}$ là tổng hình chiếu của tất cả ngoại lực thuộc phần đang xét trên các trục x, y, z tương ứng.

Tổng mômen đối với ba trục, ta được:

$$\begin{aligned} M_x + \sum_{i=1}^n m_x(P_i) &= 0 \\ M_y + \sum_{i=1}^n m_y(P_i) &= 0 \\ M_z + \sum_{i=1}^n m_z(P_i) &= 0 \end{aligned} \quad (12-4)$$

trong đó: $\sum_{i=1}^n m_x(P_i), \sum_{i=1}^n m_y(P_i), \sum_{i=1}^n m_z(P_i)$ là tổng mômen của tất cả ngoại lực thuộc phần đang xét đối với các trục x, y, z tương ứng. Cũng như ứng suất, nội lực tại một mặt cắt ngang bất kỳ trên phần trái sẽ có cùng một trị số, cùng phương nhưng ngược chiều với nội lực tương ứng cũng tại mặt cắt đó trên phần phải. Như vậy để xác định nội lực tại một mặt cắt ngang bất kỳ, chúng ta có thể xét phần trái hoặc phần phải tùy theo phần nào đơn giản hơn.

12.6. QUAN HỆ GIỮA ỨNG SUẤT VÀ CÁC THÀNH PHẦN NỘI LỰC TRÊN MẶT CẮT NGANG

Gọi $\bar{P}$ là ứng suất tại một điểm $M(x, y)$ bất kỳ trên mặt cắt ngang (hình 12.8). Các thành phần hình chiếu của $\bar{P}$ là:

- Ứng suất pháp σ_z .
- Ứng suất tiếp τ được phân làm hai thành phần τ_{zx}, τ_{zy} .

Lấy một diện tích phân tố ΔF chứa M . Các lực phân tố do các ứng suất gây ra là: $\sigma_z \Delta F; \tau_{zy} \Delta F; \tau_{zx} \Delta F$.

Tổng cộng tất cả các tác dụng của các lực phân tố đó trên toàn thể mặt cắt, chính là các thành phần nội lực trên mặt cắt ngang. Từ ý nghĩa đó ta có các biểu thức liên hệ giữa ứng suất và các thành phần nội lực như sau:

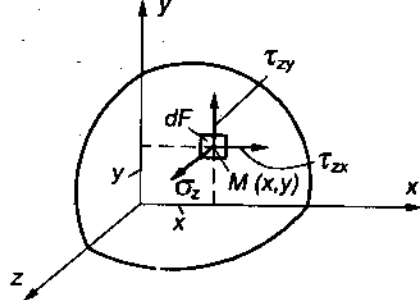
$$\begin{aligned} N_z &= \sum \sigma_z \Delta F & \text{a)} \\ Q_x &= \sum \tau_{zx} \Delta F & \text{b)} \\ Q_y &= \sum \tau_{zy} \Delta F & \text{c)} \\ M_x &= \sum \sigma_z \Delta F \cdot y & \text{d)} \\ M_y &= \sum \sigma_z \Delta F \cdot x & \text{e)} \\ M_z &= \sum (\tau_{zy} x - \tau_{zx} y) \Delta F & \text{f)} \end{aligned} \quad (12-5)$$

Riêng biểu thức liên hệ giữa ứng suất tiếp với mômen xoắn khi mặt cắt ngang tròn, tại điểm M ta phân ra hai thành phần (hình 12.9):

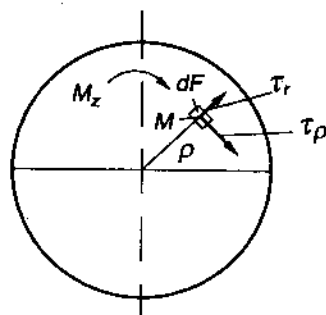
- Một thành phần vuông góc với bán kính, ký hiệu τ_p .
- Một thành phần hướng theo bán kính, ký hiệu τ_r .

Khi đó ta có công thức liên hệ sau:

$$M_z = \sum \rho \cdot \tau_p \Delta F \quad (12-6)$$



Hình 12.8



Hình 12.9

12.7. CÁC LOẠI CHỊU LỰC

Ngoại lực tác dụng lên chi tiết có thể gây nên các biến dạng khác nhau. Thường người ta phân biệt năm loại chịu lực đơn giản sau: kéo, nén, cắt, uốn, xoắn.

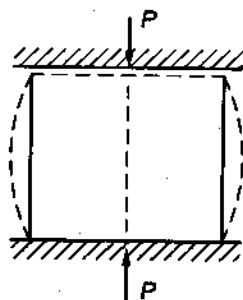
Kéo: nếu tác dụng lên hai đầu thanh thẳng, hai lực bằng nhau, ngược chiều, theo chiều trục thanh, điểm đặt lực tại trọng tâm mặt cắt ngang (hình 12.10). Sau khi chịu lực thanh sẽ dài ra, tiết diện thanh bị giảm đi, ta nói thanh chịu kéo.

Nén: nếu hai lực tác dụng ngược chiều như hình 12.11. Sau khi chịu lực thanh sẽ bị ngắn lại, tiết diện rộng hơn. Ta gọi là thanh chịu nén.

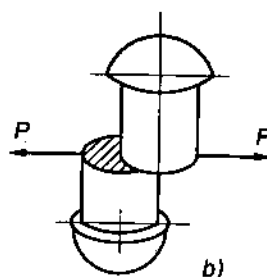
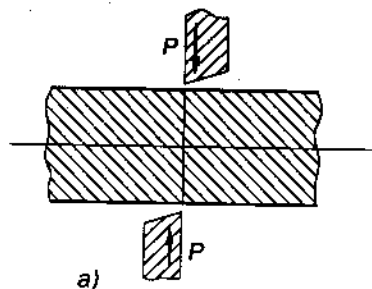
Khi thanh mảnh tức là tỷ số giữa chiều dài và tiết diện lớn thì có thể xảy ra hiện tượng thanh có thể bị cong đi, ta gọi hiện tượng đó là thanh đã bị mất ổn định.



Hình 12.10



Hình 12.11

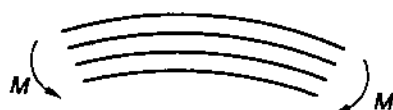


Hình 12.12

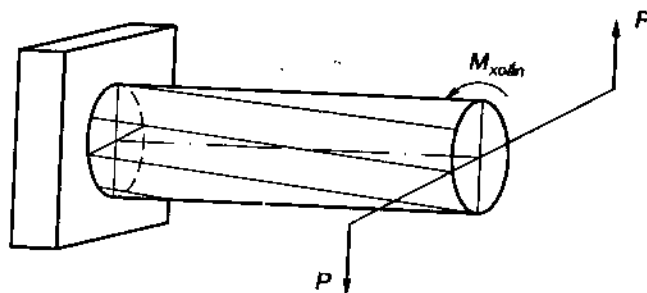
Cắt: khi tác dụng hai lực ngược chiều thẳng góc với trục thanh. Mặt cắt ngang đó bị trượt tương đối với nhau theo hướng của lực tác dụng (hình 12.12a, b). Hiện tượng đó được gọi là thanh chịu cắt.

Uốn: một thanh thẳng, tiết diện có ít nhất một trục đối xứng. Cho hai ngẫu lực ngược chiều nhau tác dụng trong mặt phẳng chứa trục thanh và trục đối xứng. Ta thấy trục thanh bị uốn cong đi, các đường kẻ song song với trục thanh cũng bị uốn cong đi như hình 12.13. Ta gọi thanh chịu uốn.

Xoắn: cho thanh tròn một đầu ngàm, một đầu tự do chịu một ngẫu lực nằm trong mặt phẳng vuông góc với trục thanh. Ta thấy các đường kẻ song song với trục thanh sẽ bị quay đi theo chiều quay của ngẫu lực nhưng vẫn thẳng (hình 12.14). Hiện tượng thanh bị biến dạng như vậy gọi là thanh chịu xoắn.



Hình 12.13



Hình 12.14

CÂU HỎI ÔN TẬP

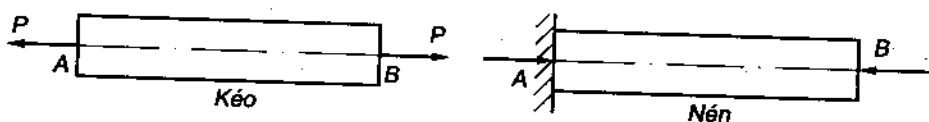
1. Nêu các khái niệm và định nghĩa về: nội lực, ứng suất, ứng suất pháp, tiếp? Biến dạng dài tuyệt đối, tỷ đối, biến dạng góc là gì?
2. Tổng quát, trên mặt cắt ngang của thanh có những thành phần nội lực nào? Cách xác định các thành phần nội lực đó theo ngoại lực như thế nào?
3. Trình bày quan hệ giữa các thành phần nội lực theo ứng suất?

KÉO NÉN ĐÚNG TÂM – CẮT

13.1. KÉO NÉN ĐÚNG TÂM

13.1.1. Định nghĩa

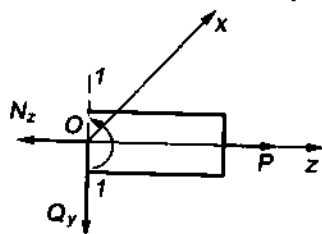
Một thanh gọi là chịu kéo, hay nén đúng tâm khi trên mặt cắt ngang của thanh chỉ có một thành phần nội lực là lực dọc. Ví dụ thanh thẳng AB ở trạng thái cân bằng dưới tác dụng của hai ngoại lực đặt tại A và B như (hình 13.1 a, b).



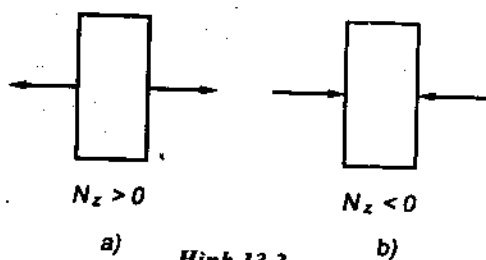
Hình 13.1

Để xác định nội lực trên mặt cắt ngang, tưởng tượng cắt thanh AB làm hai phần bởi mặt cắt 1-1 vuông góc với trục thanh. Chọn hệ trục Oxyz như (hình 13.2), rồi xét sự cân bằng của phần phải (chú ý đây là bài toán phẳng từ mặt cắt có 6 thành phần nội lực rút xuống còn 3, ở đây là N_z , Q_y , M_x):

- Tổng hình chiếu các lực đối với điểm O, suy ra $M_x=0$.
- Tổng hình chiếu các lực trên trục y, suy ra $Q_y=0$.



Hình 13.2



Hình 13.3

Tổng hình chiếu các lực trên trục z, ta có:

$$N_z - P = 0$$

Suy ra: $N_z = P.$

Vậy trên mọi mặt cắt ngang chỉ có thành phần nội lực là lực dọc $N_z \neq 0$, còn các thành phần mômen uốn M_x , lực cắt Q_y là bằng không.

Dấu của lực dọc được quy ước: lực dọc được coi là dương khi thanh chịu kéo (hình 13.3a), có nghĩa lực dọc hướng ra ngoài mặt cắt và làm thanh giãn dài ra. Lực dọc âm khi thanh chịu nén, có nghĩa lực dọc hướng vào mặt cắt và thanh co lại (hình 13.3b).

13.1.2. Biểu đồ lực dọc

Lực dọc có thể thay đổi từ mặt cắt ngang này sang mặt cắt ngang khác hoặc từ đoạn thanh này sang đoạn thanh khác. Để biểu diễn sự thay đổi của lực dọc theo trục của thanh ta vẽ biểu đồ lực dọc. Vậy biểu đồ lực dọc là đường biểu diễn sự biến thiên của lực dọc theo trục của thanh.

Ví dụ 13-1: vẽ biểu đồ lực dọc của một thanh chịu lực như (hình 13.4a).

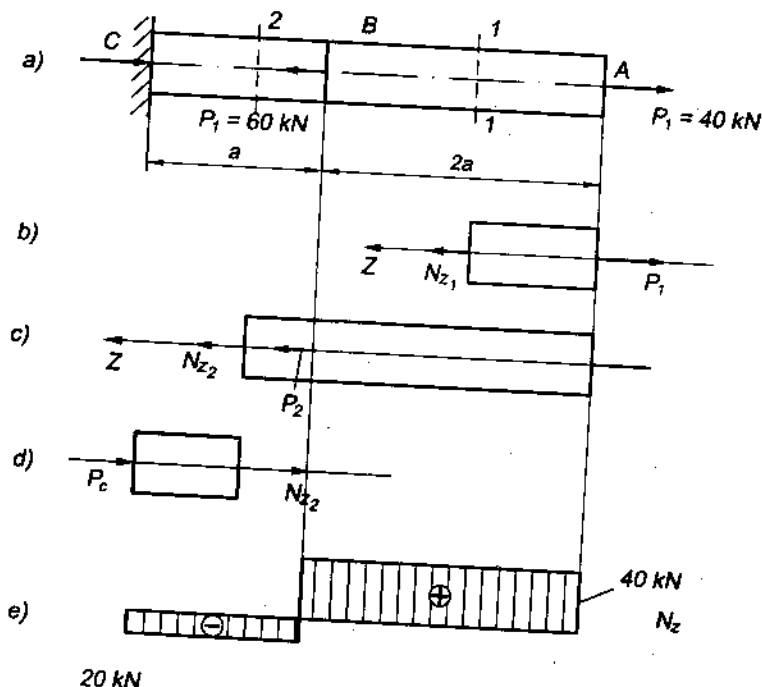
Bài giải:

Xác định phản lực tại C:

$$P_1 - P_2 - P_c = 0$$

Rút ra: $P_c = P_1 - P_2 = 60 - 40 = 20 \text{ kN}$, có chiều như hình vẽ.

- Vẽ biểu đồ:



Hình 13.4

+ Vì dọc theo thanh, ngoại lực thay đổi, để vẽ biểu đồ lực dọc ta phải phân chia thanh làm hai đoạn AB, BC.

+ Xét đoạn AB:

Tường tượng dùng mặt cắt 1-1 cắt thanh ra làm hai phần. Chọn gốc tại A, xét sự cân bằng của phần phải (hình 13.4b). Chiều xuống trục z, ta có:

$$\sum Z = N_{Z1} - P = 0$$

Suy ra: $N_{Z1} = P_1 = 40 \text{ kN} > 0$

Phương trình lực dọc trong đoạn AB có giá trị từ $0 < Z < 2a$. Trong đoạn này lực dọc có giá trị không đổi.

+ Đoạn BC:

Tường tượng cắt thanh tại mặt cắt 2-2. Nếu xét phần phải (hình 13.4c), chọn gốc tại A thì phương trình được viết trong khoảng $2a \leq Z_2 \leq 3a$. Từ điều kiện cân bằng của phần phải, ta được:

$$\sum Z = N_{Z2} + P_2 - P_1 = 0$$

Suy ra: $N_{Z2} = P_1 - P_2 = 40 - 60 = -20 \text{ kN} < 0$ - lực nén.

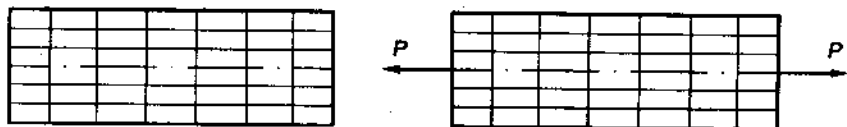
Ta có thể xem xét phần trái, chọn gốc tọa độ tại C. Khi đó phương trình được viết trong khoảng $0 < Z_2 \leq a$ (hình 13.4d). Ta nhận được kết quả như nhau (xin đọc giả tự làm). Biểu đồ lực dọc được vẽ trên hình 13.4e.

13.1.3. Ứng suất pháp trên mặt cắt ngang

13.1.3.1. Quan sát một mẫu thí nghiệm chịu kéo

Mẫu là một thanh lăng trụ, trước khi thí nghiệm ta kẻ các đường vạch song song và vuông góc với trục thanh trên bề mặt thanh (hình 13.5). Những vạch vuông góc với trục thanh được xem là vết của mặt cắt ngang. Khi thanh chịu kéo hay nén ta quan sát thấy:

- Trục thanh vẫn thẳng.
- Những vạch song song với trục thanh vẫn thẳng và song song với trục thanh.



Hình 13.5

Những vạch vuông góc với trục thanh vẫn thẳng và vuông góc với trục thanh nhưng khoảng cách giữa các vạch đó có thay đổi. Khi chịu kéo các vạch cách xa nhau ra, khi chịu nén các vạch đó sát gần nhau lại. Vậy ứng suất pháp σ_Z phân bố trên mặt cắt ngang là đều.

13.1.3.2. Biểu thức ứng suất pháp trên mặt cắt ngang

Từ công thức (13-5a), ta có:

$$N_Z = \sum \sigma_Z \cdot \Delta F = \sigma_Z \sum \Delta F = \sigma_Z \cdot F$$

Cuối cùng ta có:

$$\sigma_Z = \frac{N_Z}{F} \quad (13-1)$$

Trong đó: N_Z - giá trị lực dọc tại mặt cắt đang xét;

F - diện tích mặt cắt ngang.

Ví dụ 13-2: tính ứng suất tại mặt cắt 1-1, 2-2 (hình 13.4). Biết diện tích của thanh $F = 4\text{cm}^2$.

Bài giải:

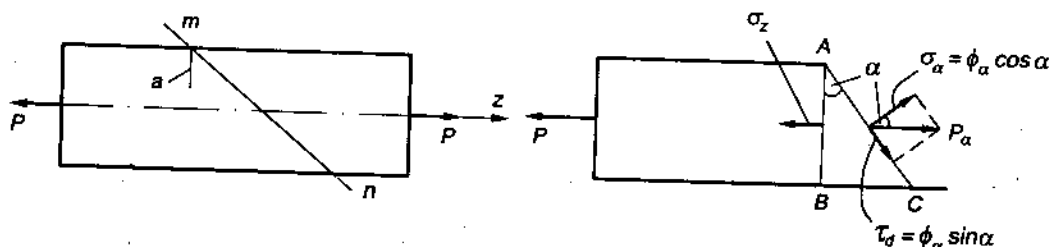
Tại mặt cắt 1-1, ứng suất kéo có giá trị $N_{Z1} = 40\text{kN}$.

Ứng suất trên mặt cắt: $\sigma_{Z1} = \frac{N_{Z1}}{F} = \frac{40\text{kN}}{4\text{cm}^2} = 10 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$ ứng suất kéo.

Ứng suất trên mặt cắt 2-2: $\sigma_{Z2} = \frac{N_{Z2}}{F} = \frac{-20\text{kN}}{4\text{cm}^2} = -5 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$ ứng suất nén.

13.1.4. Ứng suất trên mặt cắt nghiêng

Cắt thanh chịu lực bởi mặt cắt mn nghiêng với trục thanh một góc α như (hình 13.6). Xét sự cân bằng của phần tử ABC.



Hình 13.6

Trên mặt AB có ứng suất pháp $\sigma_Z = \frac{N_Z}{F}$, ứng suất tiếp $\tau_{Zy} = 0$. Trên mặt nghiêng AC có ứng suất ρ_α được phân ra làm hai thành phần: ứng suất pháp $\sigma_\alpha = \rho_\alpha \cdot \cos \alpha$, ứng suất tiếp $\tau_\alpha = \rho_\alpha \cdot \sin \alpha$.

Phần tử ABC cân bằng dưới các nội lực: $\sigma_\alpha \cdot F'$; $\tau_\alpha \cdot F'$; $\sigma_Z \cdot F$. Trong đó F là diện tích mặt cắt ngang, F' là diện tích mặt cắt nghiêng.

Tổng hình chiếu các lực xuống phương σ_α , ta được:

$$\sigma_\alpha F' - \sigma_Z F \cdot \cos \alpha = 0$$

$$\text{Suy ra: } \sigma_\alpha = \frac{\sigma_Z F \cdot \cos \alpha}{F'} = \sigma_Z \cos^2 \alpha \quad \left(\text{vì } \frac{F}{F'} = \cos \alpha \right) \quad (13-2)$$

Tổng hình chiếu các lực xuống phương τ_α , ta có:

$$\tau_\alpha \cdot F' - \sigma_Z F \cdot \sin \alpha = 0$$

$$\text{Suy ra: } \tau_{\alpha} = \frac{\sigma_Z F \cdot \sin \alpha}{F'} = \sigma_Z \cos \alpha \cdot \sin \alpha = \frac{1}{2} \sigma_Z \sin 2\alpha \quad (13-3)$$

Từ biểu thức (13-2), ta thấy ứng suất pháp trên mặt cắt ngang có giá trị lớn nhất.

13.1.5. Đặc trưng cơ học của vật liệu

Để đưa ra lý thuyết tính toán độ bền, độ cứng của thanh, trước hết ta cần nghiên cứu đặc trưng cơ học của vật liệu. Muốn hiểu rõ các tính chất cơ học của vật liệu ta thường làm các thí nghiệm để quan sát các tính chất và quá trình biến dạng của các loại vật liệu khác nhau kể từ lúc bắt đầu chịu lực cho đến khi bị phá hủy.

Vật liệu trong tự nhiên rất đa dạng, nhưng căn cứ vào biến dạng của mẫu thí nghiệm cho tới khi mẫu bị phá hỏng, ta có thể chia vật liệu ra làm hai loại:

- Vật liệu dẻo là những vật liệu bị phá hoại sau khi đã biến dạng lớn, ví dụ như thép, đồng, nhôm, v.v..

- Vật liệu giòn là vật liệu bị phá hoại ngay khi vừa biến dạng rất bé, ví dụ như gang, đá, bê tông, v.v..

Trước hết ta hãy làm thí nghiệm về kéo và nén. Thí nghiệm được tiến hành trên các máy thử kéo - nén. Các mẫu thí nghiệm, quy trình thí nghiệm và các phương pháp xác định các đặc trưng cơ học của vật liệu đều được tiến hành theo một tiêu chuẩn hoá ví dụ theo TCVN (tiêu chuẩn Việt Nam).

Sau đây sẽ trình bày kết quả thí nghiệm kéo và nén với hai loại vật liệu thường được sử dụng trong ngành chế tạo máy là thép và gang. Thép đặc trưng cho loại vật liệu dẻo và gang đặc trưng cho loại vật liệu giòn.

13.1.5.1. Thí nghiệm kéo

Trên (hình 13.7) biểu diễn đồ thị của mẫu thép CT.3. Còn trên (hình 13.8) biểu diễn đồ thị của mẫu kéo bằng gang. Kí hiệu P là trị số lực kéo, Δl là độ dãn dài của mẫu thí nghiệm. Đối với thép CT.3 đồ thị liên hệ giữa lực và độ biến dạng dài có ba giai đoạn cơ bản sau:

- Giai đoạn đàn hồi được biểu diễn bằng đường OU và đoạn đường cong OK. Đoạn đường thẳng OU được gọi là giai đoạn đàn hồi tuyến tính hay giai đoạn tỷ lệ. Trong giai đoạn này sự liên hệ giữa lực kéo P và độ dãn dài tuyệt đối có quan hệ bậc nhất. Đoạn OK rất bé được gọi là giai đoạn đàn hồi phi tuyến.

- Giai đoạn chảy được biểu diễn bằng đoạn KA. Đặc điểm của giai đoạn này là lực kéo không tăng trong khi đó biến dạng vẫn tiếp tục tăng.

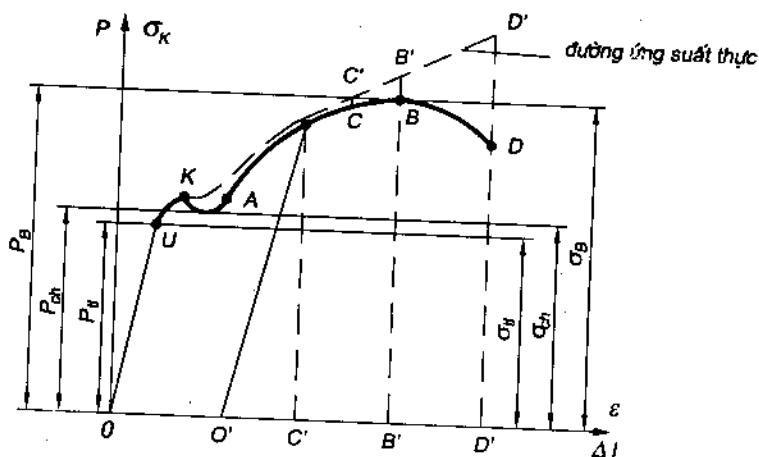
- Giai đoạn củng cố.

Sau khi qua giai đoạn chảy, lực có tăng thì biến dạng mới tăng nhưng đồ thị biểu diễn sự liên hệ giữa lực kéo P và độ biến dạng dài tuyệt đối Δl là một đường cong - đường AB. Ta tiếp tục tăng lực cho đến khi lực đạt tới giá trị lớn

nhất - điểm B, tại một nơi nào đó của mẫu thì mặt cắt ngang bị thắt lại. Sau đó lực giảm dần nhưng mẫu vẫn tiếp tục dài ra cho đến khi đứt ngay tại chỗ thắt, lực đứt tại điểm O.

Ở giai đoạn đàn hồi, nếu bỏ tải thì biến dạng trở lại vị trí không ban đầu.

Ở giai đoạn chảy và giai đoạn củng cố, nếu bỏ tải thì nó trở về theo đường thẳng song song với đường OU. Do đó mẫu vẫn còn lại một độ biến dạng $\overline{O'C'}$ gọi là độ biến dạng dư.



Hình 13.7

P_H : lực tỷ lệ ứng với lực kéo lớn nhất trong giai đoạn tỷ lệ.

P_{ch} : lực chảy ứng với lực kéo ở giai đoạn chảy.

P_B : lực ứng với lực kéo lớn nhất ở giai đoạn củng cố.

F_0 : diện tích mặt cắt ngang của mẫu trước khi thí nghiệm.

L_0 : chiều dài của phần mẫu trước khi thí nghiệm.

F_1 : diện tích mặt cắt ngang của mẫu tại chỗ thắt lúc mẫu bị đứt.

L_1 : chiều dài của phần mẫu thí nghiệm sau khi thí nghiệm (được tính theo tiêu chuẩn).

Các đại lượng sau đây là các đặc trưng cơ học của vật liệu và các đặc trưng này có tính quy ước:

- Giới hạn tỷ lệ, kí hiệu σ_{tl} được xác định bởi tỷ số:

$$\sigma_{tl} = \frac{P_{tl}}{F_0} \quad (13-4)$$

- Giới hạn chảy (kí hiệu σ_{ch}) là một đặc trưng quan trọng của vật liệu:

$$\sigma_{ch} = \frac{P_{ch}}{F_0} \quad (13-5)$$

- Giới hạn bền, kí hiệu σ_B : $\sigma_B = \frac{P_B}{F_0}$ (13-6)

- Độ giãn dài tỷ đối của mẫu sau khi đứt, kí hiệu δ được tính theo %:

$$\delta\% = \frac{l_1 - l_0}{l_0} 100\% \quad (13-7)$$

Độ thắt tỷ đối sau khi mẫu bị đứt, kí hiệu ψ cũng được tính theo %:

$$\psi\% = \frac{F_0 - F_1}{F_0} 100\% \quad (13-8)$$

Ví dụ 13-3: Một thanh thử hình trụ bằng thép non có đường kính $d_0 = 20\text{mm}$, chiều dài thử là $l_0 = 200\text{mm}$, sau khi đứt đo được chiều dài khi đứt $l_1 = 252\text{mm}$ và đường kính tại chỗ đứt $d_1 = 12\text{mm}$. Tính độ giãn dài tỷ đối, độ thắt tỷ đối của thanh.

Bài giải:

Theo (13-7), độ giãn tỷ đối là:

$$\delta = \frac{l_1 - l_0}{l_0} 100 = \frac{252 - 200}{200} 100 = 26\%$$

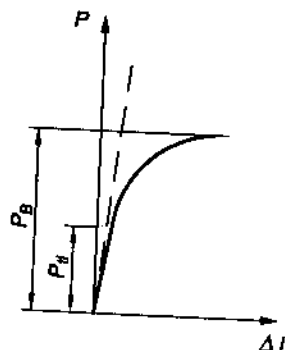
Theo (13-8), độ thắt tỷ đối là:

$$\psi = \frac{F_0 - F_1}{F_0} 100 = \frac{\frac{\pi d_0^2}{4} - \frac{\pi d_1^2}{4}}{\frac{\pi d_0^2}{4}} 100 = \left[1 - \left(\frac{d_1^2}{d_0^2} \right)^2 \right] 100 = \left[1 - \left(\frac{12}{20} \right)^2 \right] 100 = 64\%$$

- Đối với gang dẻo thì $P - \Delta l$ là một đường cong ngay khi lực kéo P còn rất thấp. Vật liệu xem như không có giới hạn tỷ lệ và giới hạn chảy mà chỉ có giới hạn bền:

$$\sigma_B = \frac{P_B}{F_0} \quad (13-9)$$

P_B là giá trị lực ứng với giá trị lực lớn nhất. Giới hạn này rất thấp so với giới hạn bền của vật liệu dẻo. Trong giới hạn chịu lực thấp một số vật liệu giòn làm việc gần như đoạn đường thẳng (hình 13.8). Như vậy tính toán sẽ đơn giản mà vẫn đảm bảo độ chính xác cần thiết.



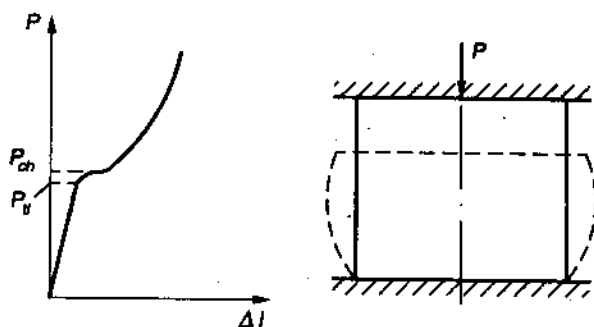
Hình 13.8

13.1.5.2. Thí nghiệm nén

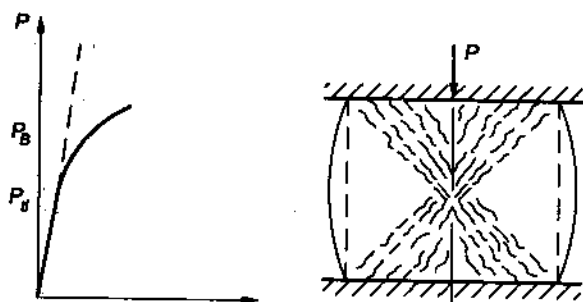
Mẫu thí nghiệm thường là hình trụ có $h = 2d$ để tránh có thể bị cong do nén hay hình lập phương (bê tông). Đồ thị biểu diễn quan hệ giữa ứng suất pháp σ và biến dạng dài tỷ đối ϵ có dạng:

- Vật liệu dẻo (mẫu thép), có giới hạn tỷ lệ, giới hạn chảy không có giới hạn bền, càng nén mẫu càng dẹt xuống (hình 13.9).

Vật liệu giòn (mẫu gang, không có giới hạn tỷ lệ, giới hạn chảy nhưng có giới hạn bền. Tới giới hạn bền, trên mẫu có những vết nứt nghiêng 45° (hình 13.10).

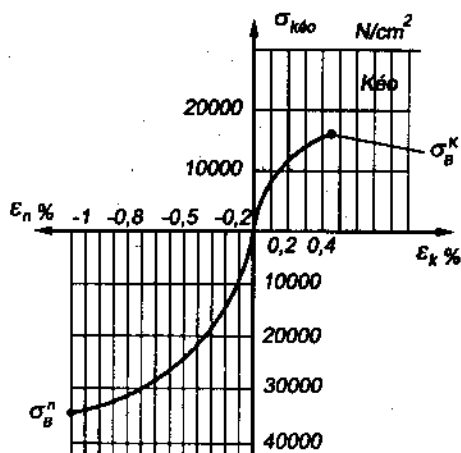


Hình 13.9

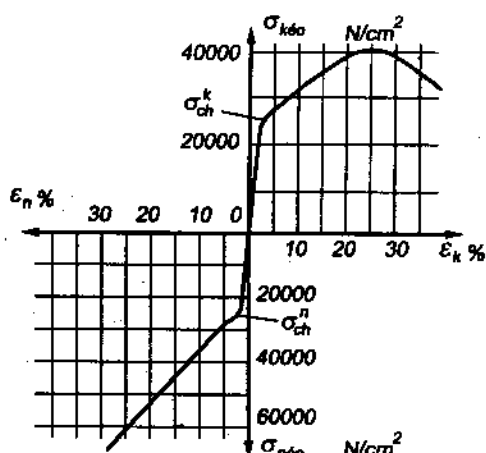


Hình 13.10

Giới hạn chảy của thép khi nén và khi kéo coi như bằng nhau. Còn giới hạn bền khi nén của gang lớn hơn rất nhiều giới hạn bền khi kéo. Đồ thị trên hình 13.11, hình 13.12 cho kết quả bằng số của một loại vật liệu thép cacbon và gang xám.



Hình 13.11



Hình 13.12

Các đặc trưng cơ học của vật liệu trên thực tế còn phụ thuộc nhiều yếu tố như nhiệt độ, thời gian, tốc độ biến dạng (liên quan đến tải trọng tĩnh, động), v.v... mà ở đây ta chưa xét đến.

13.1.6. Điều kiện bền

13.1.6.1. Ứng suất cho phép

Khi tính sức bền các chi tiết, các kết quả tính toán phải đảm bảo cho chúng không bị phá hỏng. Ví dụ đối với vật liệu giòn, chưa phát sinh của vết nứt. Đối với vật liệu dẻo, chưa có biến dạng lớn. Muốn vậy ứng suất tính toán lớn nhất tại một điểm nào đó trong quá trình chịu lực không được vượt quá một giới hạn qui định cho từng loại vật liệu. Ta gọi đó là giới hạn nguy hiểm, kí hiệu là σ_0 . Trong bài toán kéo, nén, đúng tâm đối với vật liệu giòn ta chọn σ_0 là giới hạn bền, còn đối với vật liệu dẻo ta chọn là giới hạn chảy vì khi đạt tới giới hạn đó, tuy vật liệu chưa bị phá huỷ nhưng biến dạng đã quá lớn so với biến dạng đàn hồi.

Để đảm bảo an toàn, trong thực tế ta thường sử dụng một giá trị ứng suất bé hơn ứng suất nguy hiểm gọi là ứng suất cho phép, kí hiệu là $[\sigma]$:

$$[\sigma] = \frac{\sigma_0}{n} \quad (13-9)$$

n là hệ số an toàn, có giá trị lớn hơn 1.

Như vậy đối với vật liệu dẻo:

$$[\sigma]_n = [\sigma]_k = \frac{\sigma_{ch}}{n} \quad (13-10)$$

Đối với vật liệu giòn, vì khả năng chịu nén tốt hơn chịu kéo $\sigma_B^n > \sigma_B^k$, nên ta có hai ứng suất cho phép khác nhau:

$$[\sigma]_n = \frac{\sigma_B^n}{n} \quad (13-11)$$

$$[\sigma]_k = \frac{\sigma_B^k}{n} \quad (13-12)$$

trong đó: $[\sigma]_n$ - ứng suất cho phép khi nén;

$[\sigma]_k$ - ứng suất cho phép khi kéo;

σ_B^n, σ_B^k - giới hạn bền khi nén, khi kéo;

σ_{ch} - giới hạn chảy.

Việc chọn các hệ số an toàn thích hợp cho các chi tiết là một việc rất khó và rất quan trọng. Nếu chọn hệ số an toàn bé thì tiết kiệm được nguyên vật liệu, nhưng chi tiết không được bền lâu. trái lại nếu chọn hệ số an toàn lớn, chi tiết có thể bền lâu nhưng lại tốn nhiều vật liệu, hoặc chi tiết quá cồng kềnh, mất mỹ thuật công nghiệp... Trong thực tế, để chọn hệ số an toàn thích hợp, người ta thường dựa vào những kinh nghiệm thực tế trong thiết kế cũng như trong sử dụng. Trong các giáo trình chuyên môn của từng ngành sẽ cho ta các số liệu tham khảo.

13.1.6.2. Điều kiện bền của thanh chịu kéo - nén đúng tâm

Hiện nay có những phương pháp khác nhau để tính toán điều kiện bền. Trong giáo trình này chỉ trình bày phương pháp tính toán điều kiện bền theo ứng suất cho phép. Theo phương pháp này thì thanh chịu kéo - nén đúng tâm đủ bền khi đối với vật liệu dẻo:

$$|\sigma|_{\max} = \frac{N_Z}{F} \leq [\sigma] \quad (13-13)$$

$$\text{Đối với các vật liệu giòn là: } \sigma_{\max} = \frac{N_Z}{F} \leq [\sigma]_k \quad (13-14)$$

$$\sigma_{\min} = \frac{N_Z}{F} \leq [\sigma]_n \quad (13-15)$$

Trong đó: $\sigma_{\max}$ - ứng suất kéo lớn nhất.

$\sigma_{\min}$ - ứng suất nén có trị số bé nhất (hay có giá trị tuyệt đối lớn nhất khi nén).

Ý nghĩa của phương pháp là tìm những điểm có trị số ứng suất pháp lớn nhất khi kéo hoặc khi nén, đó là điểm nguy hiểm. Khi điểm nguy hiểm đã thoả mãn điều kiện bền thì tất cả các điểm còn lại đều thoả mãn. Rõ ràng phương pháp này đơn giản nhưng độ an toàn lớn.

Từ điều kiện bền (13-13), ta có thể suy ra ba bài toán cơ bản sau:

- Kiểm tra bền:

Giả sử đã biết vật liệu (tức biết ứng suất cho phép), biết kích thước mặt cắt ngang và lực tác dụng thì ta có thể kiểm tra được độ bền của thanh. Muốn vậy đầu tiên ta xác định lực dọc trong thanh, sau đó tính trị số ứng suất pháp lớn nhất theo công thức (13-13). Nếu giá trị này không vượt quá ứng suất cho phép thì ta có thể kết luận là thanh đủ bền. Ngược lại nếu vượt quá ứng suất cho phép thì thanh không đủ bền. Trong kỹ thuật sai số cho phép khoảng 5%.

Ví dụ 13-4: một thanh thép kết cấu có mặt cắt ngang là hình chữ nhật $h = 60\text{mm}$, $b = 10\text{mm}$ chịu tải trọng tĩnh dọc trục $P = 72000\text{kN}$, vật liệu có ứng suất cho phép $[\sigma] = 13000\text{kN/cm}^2$. Kiểm tra xem có đủ bền không?

Bài giải: theo công thức (13-13), ta có:

$$\sigma_Z = \frac{N_Z}{F} = \frac{P}{bh} = \frac{72000}{1.6} = 12000\text{kN/cm}^2$$

Vì $12000\text{kN/cm}^2 \leq 13000\text{kN/cm}^2$. Vậy thanh đủ bền.

- Chọn kích thước mặt cắt ngang

Khi thiết một chi tiết về phương diện độ bền, sau khi chọn vật liệu, xác định lực tác dụng người thiết kế phải tính kích thước mặt cắt ngang cần thiết để

chi tiết làm việc được bền. Xác định lực dọc theo công thức (13-13) ta suy ra điều kiện để chọn kích thước mặt cắt ngang:

$$F \geq \frac{N_Z}{[\sigma]} \quad (13-16)$$

Ví dụ 13-5: chọn kích thước mặt cắt ngang cho thanh chịu kéo bởi tải trọng $P = 40000 \text{ kN}$. Biết tiết diện là hình chữ nhật có bề dày $b = \frac{h}{4}$; ứng suất cho phép $[\sigma] = 10000 \text{ kN/cm}^2$.

Bài giải:

Theo công thức (13-16), ta có:

$$F \geq \frac{N_Z}{[\sigma]} = \frac{P}{[\sigma]} = \frac{40000}{10000} = 4 \text{ cm}^2$$

Từ đó suy ra:

$$h = \sqrt{4F} = \sqrt{4 \cdot 4} = 4 \text{ cm}$$

$$b = \frac{h}{4} = \frac{4}{4} = 1 \text{ cm}$$

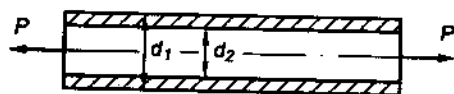
- Xác định tải trọng cho phép

Với một chi tiết đã biết được kích thước mặt cắt ngang, biết được vật liệu sử dụng ta có thể xác định được giá trị lực lớn nhất tác dụng lên chi tiết đó. Từ điều kiện bền (13-13) suy ra lực dọc lớn nhất cho phép là:

$$N_{Z\max} \leq F \cdot [\sigma] \quad (13-17)$$

Dựa vào đó ta tìm được tải trọng cho phép.

Ví dụ 13-6: tìm tải trọng P cho phép cho một ống thép chịu kéo như hình 13.13. Biết đường kính ngoài của ống $d_1 = 60 \text{ mm}$, đường kính trong của ống $d_2 = 52,5 \text{ mm}$, ứng suất cho phép 12000 kN/cm^2 .



Hình 13.13

Bài giải:

Diện tích mặt cắt ngang:

$$F = \frac{\pi d_1^2}{4} - \frac{\pi d_2^2}{4} = \frac{\pi 6^2}{4} - \frac{\pi 5,25^2}{4} = 28,3 - 21,6 = 6,7 \text{ cm}^2$$

Theo (13-17), tải trọng cho phép là:

$$P = N_Z \leq F \cdot [\sigma] = 6,7 \cdot 12000 = 8040 \text{ kN}$$

$$P \leq 8040 \text{ kN}$$

13.1.7. Định luật Húc đối với kéo - nén

Từ đoạn đường thẳng OU của đồ thị kéo thép 13.7. Ta cần suy ra sự liên hệ tuyến tính giữa tải trọng tác động P và độ dãn dài Δl đến giới hạn tỷ lệ.

Xét các tam giác đồng dạng (hình 13.14), ta có thể viết quan hệ giữa lực P và độ dẫn dài Δl như sau:

$$\frac{P_1}{\Delta l_1} = \frac{P_2}{\Delta l_2} = \dots = \frac{P}{\Delta l_n} = k = \operatorname{tg} \beta$$

Hằng số k chỉ phương đoạn thẳng.

Chuyển lực sang ứng suất, biến dạng sang biến dạng tỷ đối (hình 13.15), ta có:

$$\frac{\sigma_{k1}}{\varepsilon_{k1}} = \frac{\sigma_{k2}}{\varepsilon_{k2}} = \dots = \frac{\sigma_k}{\varepsilon_k} = E = \operatorname{tg} \alpha$$

Hằng số E chỉ phương đoạn thẳng OU gọi là môđun đàn hồi khi kéo. Nó xác định rất chính xác quan hệ giữa ứng suất và biến dạng dài tỷ đối. Biểu thức toán học có dạng:

$$\sigma_k = E \varepsilon_k \quad (13-18)$$

Biểu thức này thể hiện một định luật rất quan trọng trong khoa học về độ bền gọi là định luật Húc khi kéo "ứng suất pháp thì tỷ lệ thuận với độ dẫn dài tỷ đối".

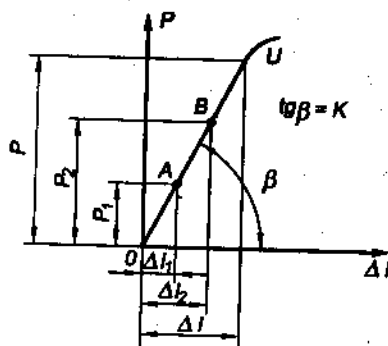
Bằng lý luận tương tự, định luật Húc vẫn đúng cho thanh chịu nén trong miền tỷ lệ (miền đàn hồi tuyệt đối):

$$\sigma_n = E \varepsilon_n \quad (13-19)$$

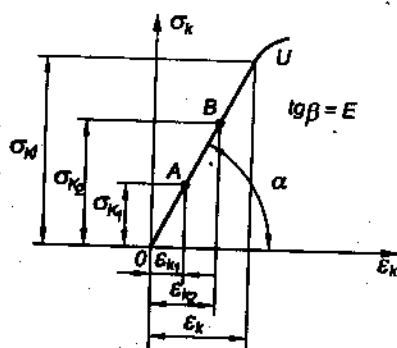
Định luật Húc được trình bày như sau:

Ứng suất pháp thì tỷ lệ thuận với độ dẫn dài tỷ đối

(13-20)



Hình 13.14



Hình 13.15

Từ biểu thức (13-18), môđun đàn hồi khi kéo - nén có thứ nguyên [lực/chiều dài²], đơn vị thường dùng là $\frac{\text{kN}}{\text{m}^2}; \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}; \frac{\text{kN}}{\text{mm}^2}$.

Môđun đàn hồi là một hệ số tỷ lệ phụ thuộc vào từng loại vật liệu, là hằng số của vật liệu đồng nhất đẳng hướng được xác định từ thực nghiệm.

Bảng 13-1. Giá trị E của một số vật liệu.

Vật liệu	$E \left(\frac{\text{MN}}{\text{m}^2} \right)$
Thép lò xo	$22 \cdot 10^4$
Thép các bon	$20 \cdot 10^4$
Thép Niken	$19 \cdot 10^4$
Gang xám	$11,5 \cdot 10^4$
Đồng	$12 \cdot 10^4$
Đồng thau	$(10 + 12) \cdot 10^4$
Nhôm và đuyra	$(7 + 8) \cdot 10^4$
Gỗ	$(0,8 + 1,2) \cdot 10^4$

Ví dụ 13-7: Một mẫu thử có đường kính $d=20\text{mm}$, chiều dài thử $l_0=200\text{mm}$ chịu một lực kéo $P=57500\text{kN}$. Độ giãn dài đàn hồi đo được $l=200,017\text{mm}$. Hãy tính môđun đàn hồi khi kéo E.

Bài giải:

Môđun đàn hồi được tính từ định luật Húc, suy ra:

$$E = \frac{\sigma_k}{\varepsilon_k}$$

Trước hết ta hãy tính các giá trị của ε_k và σ_k :

$$\varepsilon_k = \frac{\Delta l}{l_0} = \frac{0,017}{200} = 0,000085 \text{ trong đó } \Delta l = l - l_0 = 0,017 \text{ mm}$$

$$\sigma_k = \frac{P}{F} = \frac{P}{\frac{\pi d^2}{4}} = \frac{57500}{\frac{\pi \cdot 22}{4}} = \frac{57500}{3,14} = 18300 \text{ kN/cm}^2$$

Vậy môđun đàn hồi:

$$E = \frac{\sigma_k}{\varepsilon_k} = \frac{18300}{0,000085} = 21500000 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

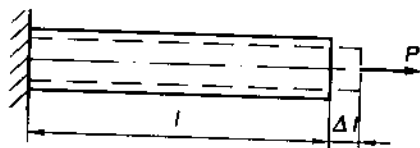
13.1.8. Tính độ giãn dài của thanh

Xét một thanh chịu kéo như hình 13.16. Tính độ giãn dài của thanh khi chịu kéo và độ co của thanh khi chịu nén (hình 13.7).

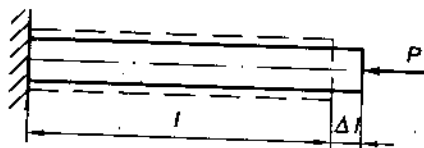
Từ công thức biểu diễn định luật Húc $\sigma_k = E\varepsilon_k$ (a). Thay giá trị $\sigma = \frac{N_z}{F} = \frac{P}{F}$; và độ giãn dài tỷ đối $\varepsilon_k = \frac{\Delta l}{l}$ vào (a) ta tính được độ giãn dài Δl theo biểu thức:

$$\frac{P}{F} = E \frac{\Delta l}{l}$$

$$\text{Hay: } \Delta l = \frac{Pl}{EF} > 0 \quad (13-21)$$



Hình 13.16



Hình 13.17

Trong đó tích số EF gọi là độ cứng của thanh, F là diện tích mặt cắt ngang.

Công thức trên chỉ áp dụng cho trường hợp thanh có độ cứng không đổi, lực dọc N_z không đổi dọc theo chiều dài thanh. Trong thực tế ta còn gặp các bài toán N_z thay đổi theo chiều dài thanh, mặt cắt ngang thay đổi, khi đó ta phải sử dụng biểu thức tổng quát hơn.

Tách từ thanh ra một phần tử có chiều dài vô cùng bé dz , gọi Δdz là độ dãn dài tuyệt đối của đoạn dz , từ đó ta có:

$$\varepsilon_z = \frac{\Delta dz}{dz} \quad (a)$$

Hay: $\Delta dz = \varepsilon_z dz$

Vậy: $\Delta l = \int_0^l \varepsilon_z dz$ (b)

Thay giá trị $\varepsilon_z = \frac{\sigma_z}{E} = \frac{N_z}{EF}$ vào (b), ta được biểu thức tính độ dãn dài tuyệt đối của thanh:

$$\Delta l = \int_0^l \varepsilon_z dz = \int_0^l \frac{N_z}{EF} dz \quad (13-22)$$

Trường hợp $\frac{N_z}{EF} = \text{const}$ trên suốt chiều dài l ta lại nhận được biểu thức (13-21):

$$\Delta l = \frac{N_z}{EF} \int_0^l dz = \frac{N_z l}{EF}$$

Nếu hàm dưới dấu tích phân chỉ liên tục trong từng đoạn thì biểu thức (13-22) được viết như sau:

$$\Delta l = \sum_{i=1}^n \int_0^{l_i} \frac{N_{z_i}}{E_i F_i} dz \quad (13-23)$$

Trong đó n là số đoạn, l_i là chiều dài của đoạn thứ i .

Nếu trong từng đoạn giá trị N_{z_i} , E_i , F_i không đổi thì biểu thức (13-23) có dạng:

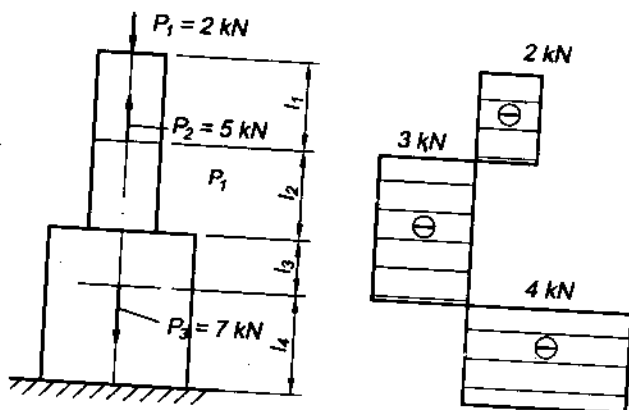
$$\Delta l = \sum_{i=1}^n \frac{N_i l_i}{E_i F_i} dz \quad (13-24)$$

Ví dụ 13-8: tính độ biến dạng dài tuyệt đối của một cột có bậc chịu lực như hình 13.18, biết $l_1 = 50\text{ cm}$, $l_2 = 60\text{ cm}$, $l_3 = 20\text{ cm}$, $l_4 = 60\text{ cm}$, $F_1 = 10\text{ cm}^2$, $F_2 = 20\text{ cm}^2$, $E = 2 \cdot 10^4 \text{ kN/cm}^2$.

Bài giải: Biểu đồ lực dọc được vẽ trên hình 13.18. Vì tỷ số $\frac{N_i}{EF}$ thay đổi dọc theo chiều dài thanh nên muốn tính độ biến dạng dài tuyệt đối ta phải chia thanh làm bốn đoạn AB, BC, CD, DE. Trong mỗi đoạn tỷ số $\frac{N_i}{EF}$ là hằng. áp dụng công thức (13-24) ta có:

$$\begin{aligned} \Delta l &= \sum_{i=1}^n \frac{N_i l_i}{E_i F_i} = \frac{N_1 l_1}{E_1 F_1} + \frac{N_2 l_2}{E_2 F_2} + \frac{N_3 l_3}{E_3 F_3} + \frac{N_4 l_4}{E_4 F_4} \\ &= -\frac{2.50}{2 \cdot 10^4 \cdot 10} + \frac{3.60}{2 \cdot 10^4 \cdot 10} + \frac{3.20}{2 \cdot 10^4 \cdot 20} - \frac{4.60}{2 \cdot 10^4 \cdot 20} = -0,6 \cdot 10^{-4} \text{ cm} \end{aligned}$$

Δl mang dấu âm chứng tỏ cột bị co lại.



Hình 13.18

13.1.9. Hệ số biến dạng ngang (hệ số Poát Xông)

Ta nhận thấy, khi một thanh chịu kéo, chiều dài của nó bị dãn ra, còn bề ngang bị co lại. Khi thanh bị nén chiều dài thanh bị ngắn lại còn bề ngang thì phình ra (hình 13.19).

Như vậy khi thanh chịu kéo, nén phương ngang cũng bị biến dạng. Xét hình 13.19, ta có:

$$\epsilon_x = \epsilon_y = \frac{h_0 - h}{h_0} = \frac{b_0 - b}{b_0} = \text{const}$$

Tương tự ở hình trụ (b) ta có:

$$\epsilon_x = \epsilon_y = \frac{d_0 - d}{d}$$

Theo phương kéo cả thanh lăng trụ và hình trụ, ta có:

$$\varepsilon_z = \frac{\Delta l}{l_0} = \frac{l_1 - l_0}{l_0}$$

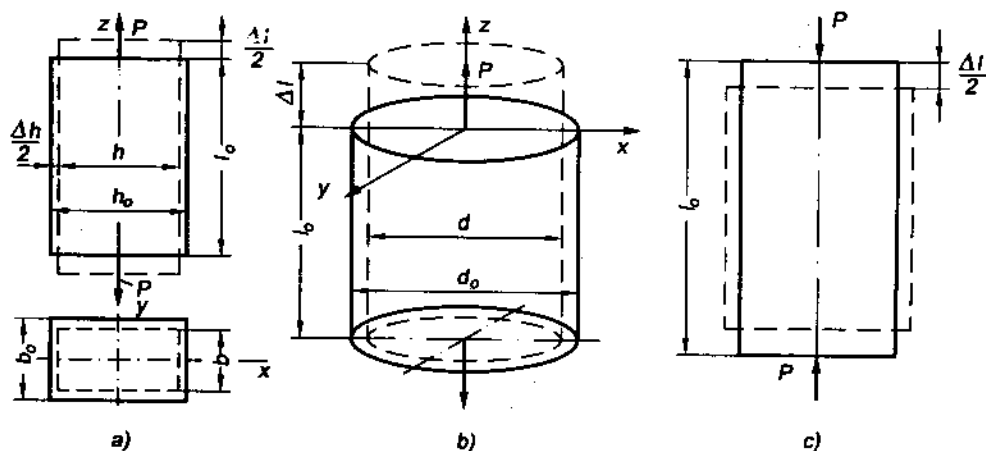
Thực nghiệm chứng tỏ rằng độ biến dạng ngang tỷ đối và độ biến dạng dọc tỷ đối luôn có liên hệ sau:

$$\varepsilon_x = \varepsilon_y = -\mu \varepsilon_z \quad (13-25)$$

Tức là:

$$\varepsilon_{ng} = -\mu \varepsilon_d$$

Trong đó: ε_{ng} - biến dạng tỷ đối theo phương ngang; ε_d - biến dạng tỷ đối theo phương dọc; μ - hệ số biến dạng ngang (hay hệ số Poát xông) là một hằng số phụ thuộc vào từng loại vật liệu và nằm trong giới hạn từ 0 đến 0,5.



Hình 13.19

Dấu (-) trong (13-25) chứng tỏ ε_{ng} và ε_d luôn luôn ngược dấu nhau, nghĩa là theo phương dọc thanh bị dãn ra thì theo phương ngang thanh bị co lại và ngược lại.

Bảng 13-2. Một vài giá trị của μ .

Vật liệu	μ
Thép	0,25 - 0,33
Gang	0,23 - 0,27
Đồng	0,31 - 0,34
Nhôm	0,32 - 0,36
Đá học	0,16 - 0,14
Bê tông	0,08 - 0,18

Ví dụ 13-9: Một thanh thép chữ nhật có $b = 20\text{mm}$, $h = 100\text{mm}$, chiều dài $l = 4,3\text{m}$ chịu lực kéo $P = 160000\text{kN}$. Hãy tính:

- Ứng suất.
- Độ dãn dài tuyệt đối.
- độ dãn dài tỷ đối theo các phương của hệ trục tọa độ.
- sự thay đổi kích thước mặt cắt ngang

Với $E = 21 \cdot 10^6 \text{ kN/cm}^2$; $\mu = 0,3$

Bài giải:

- Ứng suất pháp:

$$\sigma = \frac{P}{F} = \frac{P}{b_0 h_0} = \frac{160000}{2 \cdot 10} = 8000 \text{ kN/cm}^2$$

- Độ dãn dài tuyệt đối:

$$\Delta l = \frac{\sigma l_0}{E} = \frac{8000 \cdot 430}{21 \cdot 10^6} = 0,16 \text{ cm} = 16 \text{ mm}$$

- Độ dãn dài tỷ đối:

$$\epsilon_z = \frac{\Delta l}{l_0} = \frac{0,16}{430} = 0,000372$$

$$\epsilon_x = \epsilon_y = -\epsilon_z \mu = -0,000372 \cdot 0,3 = -0,000112$$

- Sự thay đổi kích thước:

$$b_0 - b = \Delta b = b \epsilon_y = 2 \cdot 0,000112 = 0,000224 \text{ cm}$$

$$h_0 - h = \Delta h = h \epsilon_x = 10 \cdot 0,000112 = 0,00112 \text{ cm}$$

13.1.10. Bài toán siêu tĩnh

Bài toán tĩnh định là các bài toán chỉ dùng các phương trình tĩnh học hoặc phương pháp mặt cắt ta có thể xác định được nội lực trong hệ như phần trên chúng ta đã làm. Nếu không thể xác định được các phản lực hoặc nội lực trong hệ nhờ các phương trình cân bằng tĩnh học hoặc nhờ phương pháp mặt cắt thì bài toán đó được gọi là bài toán siêu tĩnh.

Để giải bài toán kéo - nén siêu tĩnh, ngoài các phương trình cân bằng tĩnh học ta phải thêm vào các phương trình phụ nhờ các điều kiện thực về biến dạng hay chuyển vị.

Số phương trình phụ này cộng với các phương trình cân bằng tĩnh học đúng bằng số ẩn số cần tìm. Ta sẽ lấy một số ví dụ sau để minh họa:

Ví dụ 13-10: vẽ biểu đồ lực dọc cho một thanh chịu lực như hình 13.20.

Bài giải:

Dưới tác dụng của lực P tại hai ngàm A, B sẽ có phản lực Z_A, Z_B . Điều kiện cân bằng của thanh chỉ cho ta một phương trình với hai ẩn số Z_A, Z_B :

$$\sum Z = P - Z_A - Z_B = 0 \quad (a)$$

Để tìm phương trình phụ ta dựa vào điều kiện tại B. Chẳng hạn, chuyển vị là bằng không. Tưởng tượng bỏ ngăm B và thay thế vào đó phản lực Z_B (hình 13.20a). Rõ ràng dưới tác dụng của lực P và Z_B , chuyển vị tại B phải bằng không. Nói cách khác, chiều và trị số phải bằng bao nhiêu để độ dãn dài tuyệt đối của thanh do P và Z_B gây ra là bằng không, ta có:

$$\Delta l = -\frac{Z_B b}{EF} + \frac{(P - Z_B)a}{EF} = 0 \quad (b)$$

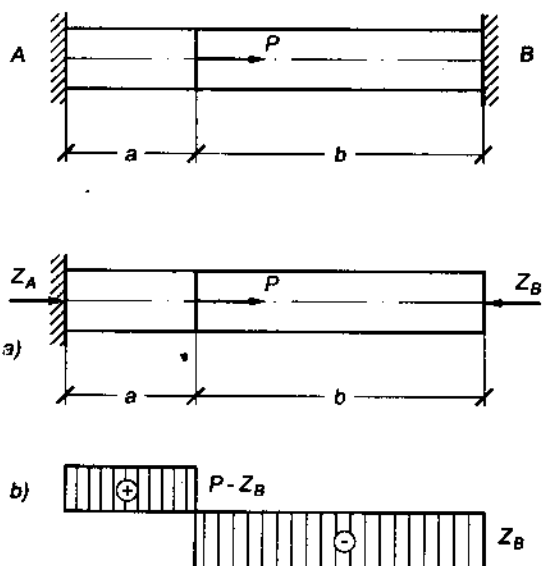
Mỗi phương trình phụ về biến dạng (b), ta rút ra:

$$Z_B = \frac{a}{l} P \quad (c)$$

Thay (c) vào (a) ta tính được

$$Z_A = \frac{b}{l} P.$$

Biểu đồ lực dọc được vẽ trên hình 13.20b.



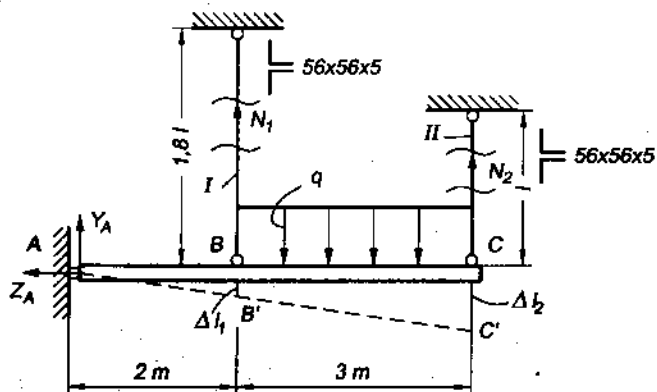
Hình 13.20

Ví dụ 13-11:

Dầm tuyệt đối cứng AB được giữ bởi các thanh bằng thép có giới hạn chảy $\sigma_{ch} = 24 \text{ kN/cm}^2$. Xác định trị số cho phép của tải trọng tác dụng lên dầm [q]. Hệ số an toàn $n = 1,6$, mô đun đàn hồi của thép $E = 2.10 \text{ kN/cm}^2$ (hình 13.21).

Bài giải:

Gọi lực dọc trong thanh 1 và 2 là N_1 , N_2 . Lấy tổng mômen các lực đối với điểm A, ta có:



Hình 13.21

$$\sum m_{(A)}(\vec{F}) = N_1 \cdot 2 + N_2 \cdot 5 - q \cdot 3 \cdot (2 + \frac{3}{2}) = 0 \quad (a)$$

Điều kiện cân bằng chỉ cho một phương trình với hai ẩn số N_1 , N_2 . Nếu tách nút A thì ta lại thêm hai ẩn số nữa là Y_A , Z_A (hình 13.21). Phương trình phụ tìm được từ điều kiện hai tam giác đồng dạng $ABB' \sim ACC'$, ta có:

$$\frac{\Delta l_1}{\Delta l_2} = \frac{2}{5}$$

$$\text{Hay: } 5 \frac{N_1 l_1}{E_1 F_1} = 2 \frac{N_2 l_2}{E_2 F_2} \quad (b)$$

Trong đó: $E_1 = E_2 = E$; $F_1 = F_2 = F$;
 $I_1 = 1,8I$; $I_2 = I$

Từ hai phương trình (a) và (b) với hai ẩn số N_1 và N_2 giải ra ta được:

$$N_1 = \frac{21}{44}q; N_2 = \frac{84}{44}q$$

Ta thấy $N_2 > N_1$. Vậy điều kiện bền phải xuất phát từ N_2 . Theo (13-17) ta có:

$$N_2 = F[\sigma]$$

Tra bảng thép góc 56.56.5 có:

$$F = 4,11 \text{ cm}^2$$

$$[\sigma] = \frac{\sigma_{ch}}{n} = \frac{24}{1,6} = 15 \text{ kN/cm}^2$$

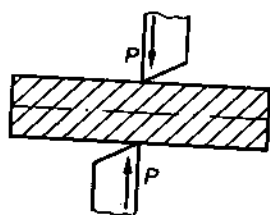
Vậy: $[q] = \frac{4,11 \times 15}{84} \cdot 44 = 32,3 \text{ kN/cm}$

13.2. CẮT

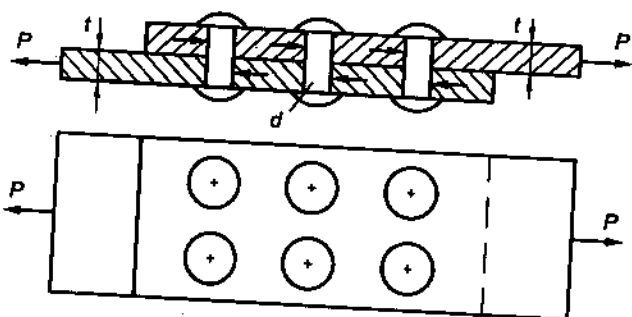
13.2.1. Khái niệm về cắt

Khi tính ứng suất trên mặt cắt nghiêng của thanh chịu kéo - nén đúng tâm, ta thấy hai phần thanh ở hai bên mặt cắt nghiêng không những bị tách rời nhau do thanh phần ứng suất pháp σ_α mà còn bị trượt lên nhau do ứng suất tiếp τ_α . Sự trượt đó còn được gọi là sự cắt. Tác dụng lên vật thể hai lực bằng nhau nhưng ngược hướng trên cùng một mặt phẳng ngang như hình 13.22. Vật thể chịu lực như thế gọi là chịu cắt.

Trong thực tế có nhiều chi tiết làm việc trong trạng thái chịu cắt, các ngoại lực phá hỏng các chi tiết đó bằng sự cắt.



Hình 13.22



Hình 13.23

Ví dụ: hai tấm ghép chống trượt được ghép bằng đinh tán hoặc bulông biểu diễn trên hình 13.23, n đinh tán được đặt làm hai dãy nối hai tấm chống lên nhau. Dưới tác dụng của lực P, hai tấm này có xu hướng trượt lên nhau nhưng đinh tán chống lại sự trượt đó.

Trên mỗi đỉnh tán có hai lực bằng nhau và ngược chiều như hình 13.23, một lực do tấm trên, một lực kia do tấm dưới truyền đến.

Nếu mỗi nối có n đỉnh tán thì mỗi đỉnh tán sẽ chịu một lực là:

$$P_1 = \frac{P}{n}$$

Các lực P_1 cắt đỉnh tán ra làm đôi theo mặt giáp nhau của hai tấm

13.2.2. Tính ứng suất trên mặt cắt ngang

Nội lực trên mặt cắt là lực cắt có giá trị bằng ngoại lực, tác dụng lên chi tiết:

$$Q = P \quad (13-26)$$

trong đó: Q - giá trị nội lực (lực cắt Q);

P - giá trị của ngoại lực tác dụng lên chi tiết (cặp ngoại lực tác dụng ngược chiều).

Giả thiết ứng suất tiếp phân bố đều trên toàn bộ mặt cắt. Do đó ứng suất tiếp có giá trị:

$$\tau = \frac{Q}{F} = \frac{P}{F} \quad (13-27)$$

F - diện tích mặt cắt ngang.

13.3. ĐIỀU KIỆN BỀN

Phương pháp kiểm tra bền, theo ứng suất cho phép, ta có:

$$\tau = \frac{P}{F} \leq [\tau_c] \quad (13-28)$$

trong đó: $[\tau_c]$ - ứng suất cho phép khi trượt, hay gọi là ứng suất cắt cho phép khi cắt.

Từ điều kiện bền ta cũng suy ra ba bài toán cơ bản:

- Kiểm tra bền theo (13-28).
- Chọn kích thước mặt cắt ngang, từ biểu thức về độ bền, ta có:

$$F \geq \frac{P}{[\tau_c]} \quad (13-29)$$

- Chọn tải trọng cho phép:

$$P \leq F[\tau_c] \quad (13-30)$$

Ví dụ 13-12: Hai tấm thép có bề rộng b , bề dày δ được nối với nhau bởi hai bản thép khác cùng bề rộng b và bề dày δ_1 . Đỉnh tán có đường kính $d = 20$ mm đặt như trên hình 13.24. Biết $[\tau] = 100 \text{ MN/m}^2$. Hãy tính lực kéo cho phép $[P] = ?$

Bài giải:

Từ hình vẽ ta thấy:

Số đinh tán chịu lực P là n . Trên mỗi đinh tán chịu cắt ở hai mặt phẳng. Từ điều kiện bền cắt ở đinh tán, ta có:

$$\tau = \frac{[P]}{4.2.F} \leq [\tau]$$

Rút ra:

$$[P] \leq 4.2. \frac{\pi d^2}{4} [\tau] \leq 2.3.14.20^2.10^{-6}.100 = 251.10^{-3} \text{ MN} = 251 \text{ kN}$$

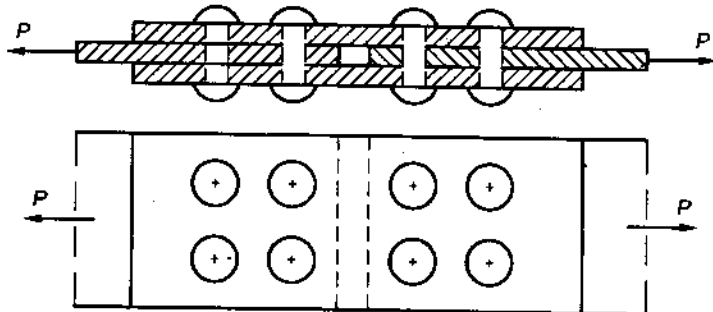
Ví dụ 13-13: Hai tấm nối chịu lực kéo $P = 720 \text{ kN}$ như trên hình 13.25. Xác định số đinh tán cần thiết, biết rằng đường kính của mỗi đinh tán $d = 2 \text{ cm}$ và ứng suất cho phép khi cắt của đinh tán $[\tau_c] = 10 \text{ kN/cm}^2$.

Bài giải:

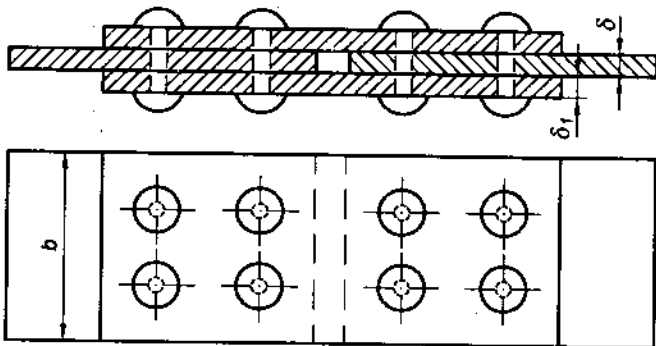
Với cách ghép này ta tính số đinh tán cần thiết theo công thức (13-3), suy ra:

$$n \geq \frac{P}{\frac{\pi d^2}{4} [\tau_c]} = \frac{720}{\frac{3.14.2^2.10}{4}} = 22,9$$

Theo như hình 13.25, số đinh tán phải chẵn (bố trí thành hai dãy), nên ta chọn $n = 24$.



Hình 13.24



Hình 13.25

CÂU HỎI ÔN TẬP

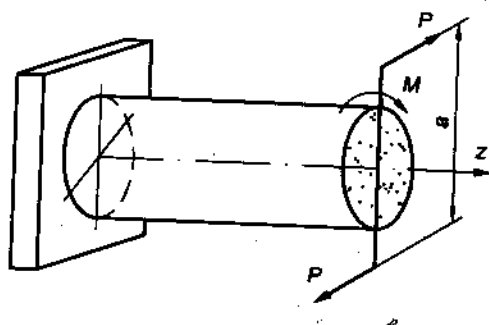
1. Thế nào gọi là một thanh chịu kéo - nén đúng tâm ? Lấy các ví dụ về ngoại lực tác động, phải tác động như thế nào để thanh chịu kéo - nén đúng tâm ? Trên mặt cắt ngang của thanh chịu kéo - nén đúng tâm có các thành phần ứng suất nào ? Giải thích ?
2. Công thức ứng suất pháp trên mặt cắt ngang ? Ứng suất cho phép là gì ? Cách xác định giá trị ứng suất cho phép đối với vật liệu dẻo và giòn ? Thế nào là kiểm tra bền theo ứng suất cho phép ?
3. Thiết lập công thức tính độ giãn dài tuyệt đối của thanh chịu kéo - nén ? Cách tính độ biến dạng ngang ? Trình bày các thí nghiệm kéo - nén vật liệu dẻo và giòn ? Nêu cách xác định các đặc trưng cơ học của vật liệu ?
4. Lấy ví dụ về các thanh chịu lực như thế nào phải tính theo cắt là chủ yếu ? Trên mặt cắt ngang của thanh chịu cắt có các thành phần nội lực nào ?
5. Viết công thức tính ứng suất tiếp trên mặt cắt ngang ? Viết điều kiện bền khi thanh chịu cắt ?

XOẮN THUẦN TUYẾT CỦA THANH THẲNG

14.1. ĐỊNH NGHĨA

Một thanh chịu xoắn thuần túy khi trên mặt cắt ngang chỉ có một thành phần nội lực là mômen xoắn như trên hình 14.1.

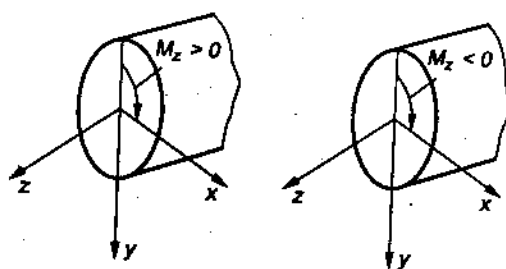
Ngẫu lực $P - P$ tạo ra một mômen nằm trong mặt phẳng vuông góc với trục thanh Z , có giá trị $P.a$.



Hình 14.1

14.1.1. Quy ước dấu của mômen xoắn nội lực

Dấu của mômen xoắn nội lực được quy ước như sau: nếu nhìn vào mặt cắt ta thấy mômen xoắn nội lực quay cùng chiều kim đồng hồ thì nó có dấu dương (+), $M_z > 0$. Ngược lại là dấu âm (-), $M_z < 0$ (hình 14.2).



Hình 14.2

14.1.2. Vẽ biểu đồ

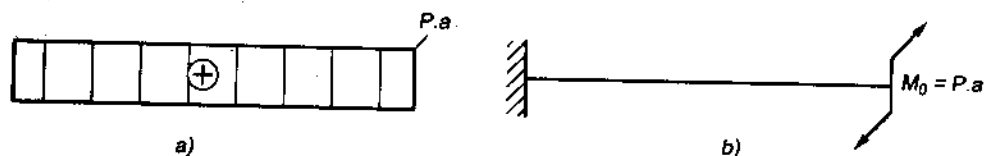
Ví dụ 14-1: cho dầm dẹt ngàm đầu tự do chịu mômen xoắn tập trung M_0 (hình 14.3a). Vẽ biểu đồ mômen xoắn.

Bài giải:

Sử dụng phương pháp mặt cắt, ta được:

$$M_z - Pa = 0 \rightarrow M_z = Pa$$

Biểu đồ mômen xoắn được vẽ trên hình 14.3b.



Hình 14.3.

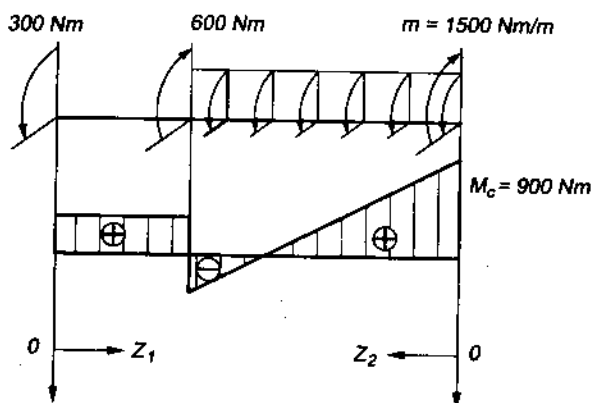
Ví dụ 14-2: vẽ biểu đồ mômen xoắn cho thanh chịu lực như hình 14.4.

Bài giải:

Xác định phản lực tại ngàm C:

$$\sum M_Z = 0 \rightarrow M_c = 900 \text{ Nm}$$

Chia dầm thành hai đoạn AB và BC. Viết phương trình mômen xoắn cho từng đoạn. Đoạn AB cắt thanh ở mặt cắt Z_1 ($0 \leq Z_1 \leq 40 \text{ cm}$) và xét sự cân bằng phần trái, ta tìm được $M_{Z1} = 300 \text{ Nm}$. Vậy trong đoạn AB nội lực có giá trị không đổi. Đoạn BC cắt thanh ở mặt cắt Z_2 và xét sự cân bằng phần phải tương tự ta có:



Hình 14.4

$$M_{Z2} = 900 - 1500 \cdot Z_2$$

Vẽ biểu đồ, dựa vào phương trình từng đoạn để vẽ biểu đồ mômen xoắn như trên hình 14.4.

14.2. QUAN HỆ GIỮA MÔMEN XOẮN NGOẠI LỰC VỚI CÔNG SUẤT VÀ SỐ VÒNG QUAY CỦA TRỤC TRUYỀN

Giữa công suất của động cơ truyền đến các trục và mômen xoắn ngoại lực tác dụng lên các trục có mối quan hệ sau:

Công suất do mômen M thực hiện khi trục quay một góc α trong thời gian là:

$$A = M\alpha$$

Vậy công suất:

$$N = \frac{A}{t} = \frac{M\alpha}{t} = M\omega$$

Từ đó rút ra:

$$M = \frac{N}{\omega} \quad (14-1)$$

trong đó: M - mômen xoắn ngoại lực (Nm); N - công suất tính bằng watt (W); ω - vận tốc góc (rad/s); n - tốc độ, tính bằng vòng/phút (v/ph).

Vận tốc góc:

$$\omega = \frac{\pi n}{30} \text{ rad/s}$$

Trong kỹ thuật người ta còn sử dụng công thức sau:

$$M = 973,6 \cdot \frac{N}{n} \text{ (Nm)} \quad (14-2)$$

nếu công suất N tính bằng kW;

$$M = 7162 \cdot \frac{N}{n} \text{ (Nm)} \quad (14-3)$$

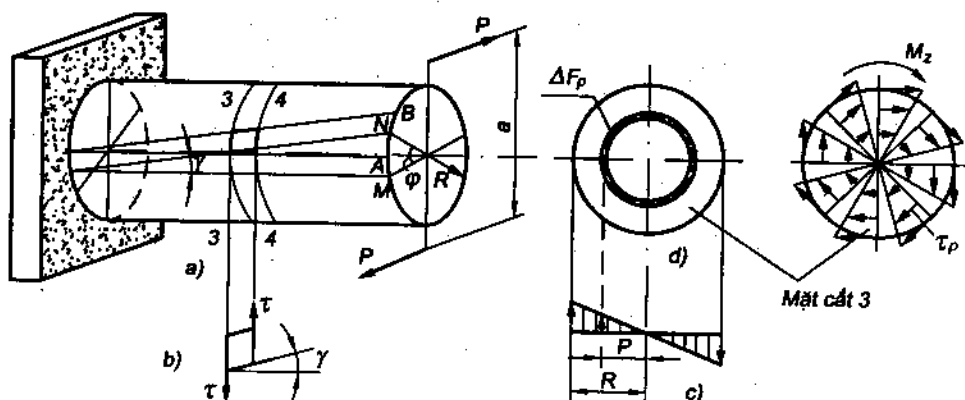
nếu công suất N tính bằng mã lực.

14.3. CÔNG THỨC ỨNG SUẤT TIẾP TRÊN MẶT CẮT NGANG CỦA THANH TRÒN CHỊU XOẮN THUẦN TUÝ

Trước hết ta quan sát một thanh tròn chịu xoắn thuần túy. Trên mặt ngoài của thanh trước khi chịu lực, ta kẻ các vạch song song và vuông góc với trục thanh (hình 14.5a). Những vạch vuông góc với trục thanh được xem là các vết của mặt cắt. Sau khi chịu lực ta thấy:

- Các đường vuông góc với trục thanh vẫn giữ nguyên là đường tròn và vuông góc với trục thanh, khoảng cách giữa chúng vẫn không đổi có nghĩa chiều dài thanh vẫn giữ nguyên không đổi.

- Các đường song song với trục thanh trở thành các đường xoắn ốc, mạng lưới ô vuông trở thành gần như mạng lưới hình bình hành (hình 14.5b). Các mặt cắt 3, 4 chỉ xoay đi đối với nhau nhưng vẫn phẳng và khoảng cách không đổi, do đó trên mặt cắt ngang chỉ có thành phần ứng suất tiếp không có thành phần ứng suất pháp.



Hình 14.5

Trục thanh không bị xoắn, do đó tại tâm ứng suất tiếp bằng không, tại các điểm trên chu vi các cung xoắn có giá trị lớn nhất nên ứng suất tiếp có giá trị

lớn nhất $\tau_{\max}$ tại chu vi. Giả thiết luật phân bố ứng suất tiếp từ tâm ra ngoài là bậc nhất (hình 14.5c), từ đó ta có:

$$\frac{\tau_{\max}}{\tau_{\rho}} = \frac{R}{\rho}$$

Hay:

$$\tau_{\rho} = \frac{\tau_{\max}}{R} \rho \quad (14-4)$$

Trong đó: τ_{ρ} : ứng suất tiếp (ứng suất trượt) tại một điểm trên mặt cắt có bán kính ρ ; R - bán kính đường tròn.

Xét diện tích hình vành khăn vô cùng bé ΔF_{ρ} có bán kính ρ (hình 14.5d). Trên diện tích vô cùng bé có một nội lực $\Delta S_{\rho} = \Delta F_{\rho} \cdot \tau_{\rho}$ tác dụng, có phương vuông góc với bán kính. Lực phân tố này gây nên một mômen xoắn phân tố có giá trị:

$$\Delta M_Z = \Delta S_{\rho} \cdot \rho = \Delta F_{\rho} \cdot \tau_{\rho} \cdot \rho \quad (a)$$

Vậy mômen xoắn nội lực bằng tổng tất cả mômen xoắn phân tố:

$$M_Z = \sum \Delta M_Z = \sum \Delta F_{\rho} \cdot \tau_{\rho} \cdot \rho = \sum \Delta F_{\rho} \cdot \frac{\tau_{\max}}{R} \rho \cdot \rho = \frac{\tau_{\max}}{R} \sum \Delta F_{\rho} \cdot \rho^2 \quad (b)$$

Trong đó: $\sum \Delta F_{\rho} \cdot \rho^2$ là mômen quán tính độc cực của mặt cắt ngang hình tròn đối với tâm O, kí hiệu là I_p .

Ta biết:

$$\sum \Delta F_{\rho} \cdot \rho^2 = I_p = \frac{\pi d^4}{32} \quad (14-5)$$

d - đường kính vòng tròn.

Viết gọn lại, ta có:

$$M_Z = \frac{I_p}{R} \tau_{\max}$$

$$\text{Từ đó: } \tau_{\max} = \frac{M_Z}{I_p} R \quad (14-6)$$

$$\text{Hay: } \tau_{\max} = \frac{M_Z}{w_p} \quad (14-7)$$

Trong đó: $w_p = \frac{I_p}{R}$ gọi là môđun chống xoắn của mặt cắt ngang có thứ nguyên là (chiều dài)³, ví dụ m³, cm³.

Ứng suất tại một điểm bất kỳ τ_ρ , theo (14-4) và (14-6):

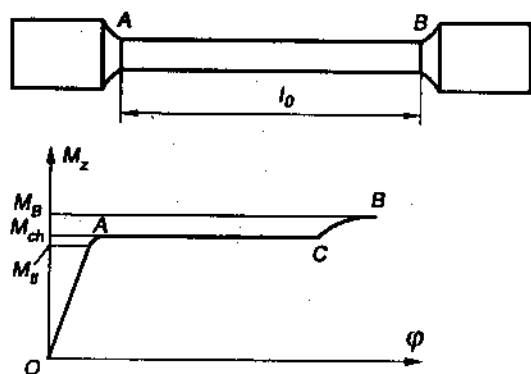
$$\tau_\rho = \frac{M_Z}{I_\rho} \cdot \rho \quad (14-8)$$

14.4. ĐẶC TRƯNG CƠ HỌC CỦA VẬT LIỆU KHI CHỊU XOẮN

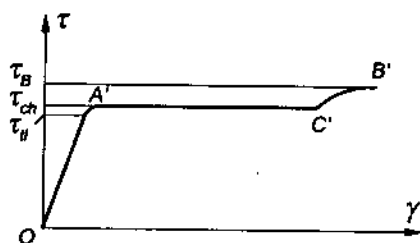
Trong chương kéo - nén đúng tâm ta đã nghiên cứu các đặc trưng của vật liệu khi kéo phá hỏng. Trong chương này ta sẽ xác định một số đặc trưng cơ học của vật liệu qua hai thí nghiệm xoắn phá hỏng thanh làm từ vật liệu thép và gang đặc trưng cho hai loại vật liệu dẻo và giòn.

14.4.1. Xoắn phá hỏng thanh thép

Kích thước mẫu, phương pháp thí nghiệm xem TCVN. Nhờ máy thí nghiệm xoắn phá hỏng ta nhận được biểu đồ liên hệ giữa giá trị mômen xoắn và góc xoắn tương đối giữa hai mặt cắt đầu thanh A-B.



Hình 14.6



Hình 14.7

Đồ thị vẽ trên hình 14.6.

Tương tự đồ thị kéo thép, đồ thị có ba giai đoạn:

- Giai đoạn tỷ lệ, đoạn OA: trong giai đoạn này mômen xoắn tăng tỉ lệ thuận với góc xoắn tương đối φ .
- Giai đoạn chảy, đoạn AC: trong giai đoạn này biến dạng tiếp tục tăng nhưng mômen xoắn không tăng, hoặc tăng giảm rất ít, miễn chảy lớn.
- Giai đoạn củng cố, đoạn CB: biến dạng tiếp tục tăng khi mômen xoắn tăng, quan hệ giữa mômen xoắn với góc xoắn không là bậc nhất. Tới điểm B mẫu bị phá hỏng, khi phá hỏng mẫu không có chỗ thắt như trong kéo phá hỏng, đường đứt vuông góc với trục thanh tức là đứt theo đường kính. Chiều dài và đường kính mẫu sau khi đứt không thay đổi. Đồ thị (hình 14.7) biểu diễn trong hệ tọa độ $\tau - \gamma$, trong đó γ là góc xoắn tỷ đối, ta có:

$$\gamma = \frac{\varphi}{l_0}$$

Các đặc trưng cơ học của thép là:

- Giới hạn tỷ lệ quy ước: $\tau_{tl} = \frac{M_{tl}}{w_p}$ (14-9)

- Giới hạn chảy quy ước: $\tau_{ch} = \frac{M_{ch}}{w_p}$ (14-10)

- Giới hạn bền quy ước: $\tau_B = \frac{3 M_B}{4 w_p}$ (14-11)

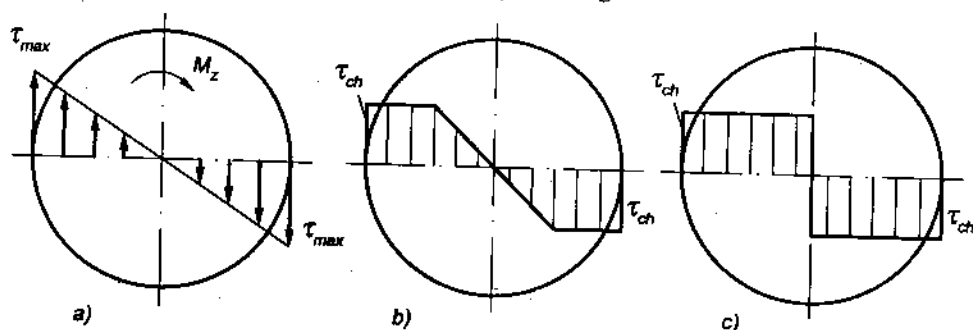
Trong đó: M_{tl} - trị số mômen xoắn tỷ lệ;

M_{ch} - trị số mômen xoắn nhỏ nhất trong giai đoạn chảy;

M_B - trị số mômen xoắn cực đại;

$w_p = \frac{\pi R^3}{2}$ - mômen chống xoắn.

Giới hạn bền được tính theo công thức (14-11) vì vào lúc mẫu bị phá hỏng ứng suất tiếp coi như phân bố đều trên mặt cắt ngang. Hình 14.8c biểu diễn sự phát triển ứng suất ngang cho tới lúc bị phá hỏng.



Hình 14.8 : a- miền đàn hồi ; b- miền đàn hồi - chảy; c- miền chảy.

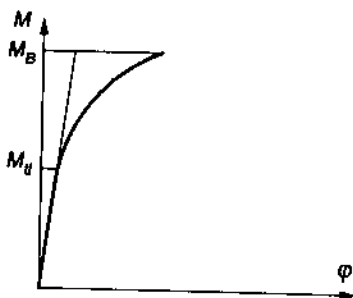
- Góc xoắn trên một đơn vị chiều dài: $\theta = \frac{\varphi}{l_0}$ (14-12)

φ - góc xoắn tương đối giữa hai mặt cắt đầu mẫu cách nhau một đoạn l_0 .

14.4.2. Xoắn phá hỏng thanh gang

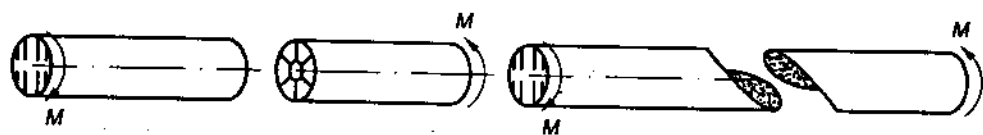
Hình 14.9 biểu diễn đồ thị xoắn phá hỏng mẫu gang. Qua đồ thị ta thấy giai đoạn tỷ lệ chỉ xem là quy ước, thực chất từ lúc tăng lực cho tới lúc phá hỏng, quan hệ giữa mômen xoắn và góc xoắn là một đường cong.

Góc xoắn khi phá hỏng rất bé. Đường đứt nghiêng với trục thành 45° (hình 14.9b). Khác



Hình 14.9

với vật liệu dẻo, vết đứt theo đường kính (hình 14.10a). Chiều dài và đường kính sau khi đứt cũng không thay đổi.



Hình 14.10

Các đặc trưng:

- Giới hạn tỷ lệ quy ước: $\tau_{II} = \frac{M_{II}}{w_P}$ (14-13)

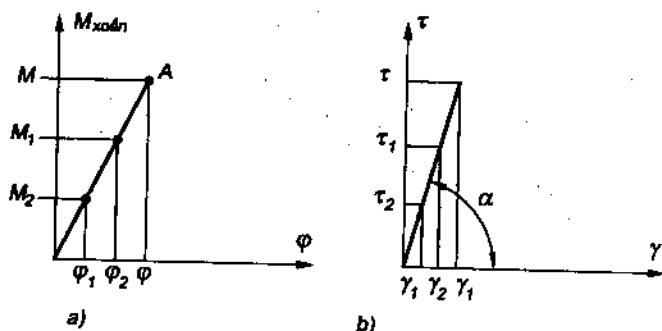
- Giới hạn bền: $\tau_B = \frac{M_B}{w_P}$ (14-14)

- Góc xoắn trên một đơn vị chiều dài: $\theta = \frac{\varphi}{l_0}$ (14-15)

Trong đó: M_{II} - trị số mômen xoắn tỷ lệ quy ước, căn cứ vào đồ thị $M - \varphi$, ta kẻ một đường thẳng gần đúng ở giai đoạn đầu, giống như khi xác định lực P_{II} khi kéo gang; M_B - trị số mômen xoắn cực đại; $w_P = \frac{\pi R^3}{2}$ - mômen chống xoắn; φ - góc xoắn tương đối giữa hai mặt cắt đầu mẫu thí nghiệm; l_0 - chiều dài mẫu thí nghiệm.

14.5. ĐỊNH LUẬT HÚC KHI TRƯỢT

Từ đoạn thẳng OA của đồ thị xoắn thanh thép (hình 14.6) ta suy ra sự liên hệ tuyến tính giữa mômen xoắn và góc xoắn φ đến giới hạn tỷ lệ (hình 14.11a).



Hình 14.11

Xét các tam giác đồng dạng, ta có thể viết quan hệ giữa mômen xoắn và góc xoay tương đối φ như sau:

$$\frac{M_1}{\varphi_1} = \frac{M_2}{\varphi_2} = \dots = \frac{M}{\varphi} = k' = \operatorname{tg} \beta \quad (a)$$

Chuyển mômen xoắn sang ứng suất tiếp, góc xoắn tương đối φ sang góc xoắn tỷ đối γ (hình 14.11b), ta có:

$$\frac{\tau_1}{\gamma_1} = \frac{\tau_2}{\gamma_2} = \dots = \frac{\tau}{\gamma} = G = \operatorname{tg} \alpha \quad (b)$$

Hằng số G chỉ phương đoạn thẳng gọi là môđun trượt khi xoắn hay gọi môđun khi trượt. Nó xác định rất chính xác quan hệ giữa ứng suất tiếp τ và góc trượt tỷ đối γ .

Biểu thức toán học có dạng:

$$\tau = G \cdot \gamma \quad (14-16)$$

Biểu thức này thể hiện định luật Húc khi trượt "ứng suất tiếp thì tỷ lệ thuận với góc trượt tỷ đối". Môđun trượt là một hệ số tỷ lệ phụ thuộc vào từng loại vật liệu được xác định từ thực nghiệm.

Bảng 14-1. Giá trị G của một số vật liệu.

Vật liệu	$G \text{ (MN/m}^2\text{)}$
Thép	$(7,8 + 8,5) \cdot 10^4$
Gang	$4,8 \cdot 10^4$
Đồng	$4,8 \cdot 10^4$
Nhôm	$(7,8 + 8,5) \cdot 10^4$

Giữa ba hằng số E , G , μ có mối liên hệ theo công thức:

$$G = \frac{E}{2(1 + \mu)} \quad (14-17)$$

Như vậy vật liệu đồng nhất đẳng hướng chỉ có hai hằng số độc lập là EG , $E\mu$ hoặc $G\mu$. Khi biết được hai hằng số ta tính được hằng số thứ ba nhờ biểu thức (14-17).

14.6. BIẾN DẠNG CỦA THANH TRÒN CHỊU XOẮN

Tính góc xoắn tương đối của thanh như hình 14.12. Góc xoắn tương đối giữa hai mặt cắt là φ . Theo hình 14.12:

$$\varphi = \frac{M\tilde{N}}{R} \quad (a)$$

Tính góc trượt γ :

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{M\tilde{N}}{R} \quad (b)$$

Trong tính toán biến dạng bé ta thường coi: $\tau_{xy} \doteq \gamma$ (c).

Theo định luật Húc khi trượt ta có:

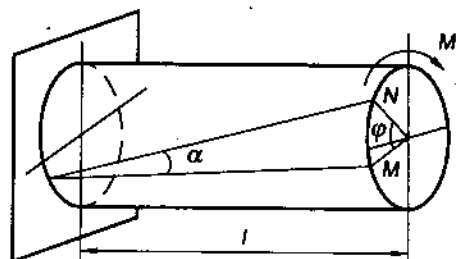
$$\gamma = \frac{\tau}{G} \quad (d)$$

Thay các biểu thức (a), (b), (c)

và thay giá trị $\tau = \frac{M_Z}{I_p} \cdot R$ vào (d), ta

tính được góc xoắn tương đối:

$$\varphi = \frac{M_Z l}{G \cdot I_p} \quad (14-18)$$



Hình 14.12

Biểu thức $G \cdot I_p$ gọi là độ cứng khi xoắn.

Công thức (14-18) chỉ áp dụng cho trường hợp thanh có độ cứng khi xoắn không đổi, mômen xoắn không đổi dọc theo chiều dài thanh. Trong thực tế ta còn gặp các bài toán M_Z thay đổi theo chiều dài thanh, khi đó ta sử dụng công thức tổng quát hơn.

Tách ra từ thanh một đoạn thẳng vô cùng bé, lí luận như trên, ta có:

$$d\varphi = \frac{M_Z}{G \cdot I_p} dz$$

Từ đó ta suy ra biểu thức tổng quát tính góc xoay tương đối:

$$\varphi = \int_0^l \frac{M_Z}{G \cdot I_p} dz \quad (14-19)$$

Nếu trong suốt chiều dài thanh l , tỷ số $\frac{M_Z}{G \cdot I_p}$ không đổi, ta lại nhận được

công thức (14-19): $\varphi = \frac{M_Z l}{G \cdot I_p}$

Nếu tỷ số $\frac{M_Z}{G \cdot I_p}$ không đổi trong từng đoạn của thanh thì ta chia thanh ra

làm nhiều đoạn l_i sao cho từng đoạn ấy tỷ số $\frac{M_Z}{G \cdot I_p}$ không đổi, khi đó ta có:

$$\varphi = \sum_{i=1}^n \frac{M_{Zi} l_i}{G_i I_{pi}} \quad (14-20)$$

Góc φ tính bằng radiant (rad).

Biến dạng của thanh chịu xoắn được đặc trưng bởi góc xoắn tỷ đối θ , là góc xoắn trên một đơn vị chiều dài:

$$\theta = \frac{d\varphi}{dz} = \frac{M_Z}{G.I_p} \quad (14-21)$$

Thứ nguyên của góc xoắn tỷ đối là rad/chiều dài.

14.7. ĐIỀU KIỆN BỀN, ĐIỀU KIỆN CỨNG

14.7.1. Điều kiện bền

Tại các điểm ở ngoài chu vi, ứng suất tiếp có giá trị lớn nhất. Nếu mặt cắt ngang của trục không đổi thì điều kiện bền có dạng:

$$\tau_{\max} = \frac{M_{Z\max}}{W_p} \leq [\tau] \quad (14-22)$$

Trong đó: $[\tau]$ được gọi là ứng suất tiếp cho phép, trị số ứng suất tiếp cho phép đối với:

$$\text{- Vật liệu dẻo: } [\tau] = \frac{\tau_{ch}}{n} \quad (14-23)$$

$$\text{- Vật liệu giòn: } [\tau] = \frac{\tau_B}{n} \quad (14-24)$$

Trong đó: τ_{ch} - giới hạn chảy khi xoắn; τ_B - giới hạn bền khi xoắn; n - hệ số an toàn.

Trong trường hợp đường kính của thanh thay đổi. Điều kiện bền phải viết là:

$$\text{Trên toàn dầm: } \tau_{\max} = \left(\frac{M_Z}{W_p} \right)_{\max} \leq [\tau] \quad (14-25)$$

14.7.2. Điều kiện cứng

Các chi tiết máy chịu xoắn khi truyền phải có độ cứng đủ lớn tức là góc xoắn tỷ đối lớn nhất về trị số tuyệt đối không được vượt quá một trị số cho phép nào đó:

$$\theta_{\max} = \left(\frac{M_Z}{G.I_p} \right)_{\max} \leq [\theta] \text{ (rad/chiều dài)} \quad (14-26)$$

Trong đó: $[\theta]$ là góc xoắn tỷ đối cho phép. Điều kiện (14-26) gọi là điều kiện cứng nếu $[\theta]$ được cho bằng (độ/ chiều dài) thì khi tính toán sử dụng công thức quy đổi sau:

$$[\theta]_{\text{rad/chiều dài}} = \frac{\pi}{180} \cdot [\theta]_{\text{độ/ chiều dài}} \quad (14-27)$$

Từ điều kiện bền và điều kiện cứng ta cũng suy ra ba bài toán cơ bản sau:

- Kiểm tra thanh thoả mãn điều kiện bền và điều kiện cứng (14-22) và (14-26).
- Chọn kích thước mặt cắt ngang:

Theo điều kiện bền:
$$w_p \leq \frac{M_Z}{[\tau]} \quad (14-28)$$

Theo điều kiện cứng:
$$I_p \leq \frac{M_Z}{G[\theta]} \quad (14-29)$$

Ta sẽ chọn đường kính có trị số lớn nhất từ (14-28) và (14-29).

- Tìm tải trọng cho phép:

Theo điều kiện bền:
$$M_Z \leq w_p [\tau] \quad (14-30)$$

Theo điều kiện cứng:
$$M_Z \leq G I_p [\theta] \quad (14-31)$$

Từ đó ta sẽ chọn tải trọng bé hơn, để đảm bảo mômen xoắn nội lực thoả mãn đồng thời cả hai bất đẳng thức trên.

Ví dụ 14-3: cho một trục chịu lực như hình 14.13a. Các puli 1, 2, 3 là bị động có công suất $N_1 = 40$ mã lực, $N_2 = 20$ mã lực, $N_3 = 30$ mã lực, puli 0 là chủ động. Biết trục quay có $n = 1000$ vòng/phút, $\alpha = \frac{d}{D} = 0,6$, vật liệu có $[\tau] = 4500 \text{ N/cm}^2$, $G = 8.10^6 \text{ N/cm}^2$, $\theta^0 = 2^0/\text{m}$. Xác định D , d .

Bài giải:

Biểu đồ công suất được vẽ trên hình 14.13b. Từ biểu đồ công suất ta thấy mặt cắt nguy hiểm có $N_0 = 50$ mã lực. Vậy mômen xoắn theo (14-3) là:

$$M_{Z\max} = \frac{71620}{n} N = \frac{716200}{1000} 50 \text{ Ncm}$$

Chọn kích thước theo điều kiện bền (14-28), ta có:

$$w_p = \frac{\pi D^3}{16} (1 - \alpha^4) = \frac{716200}{n[\tau]} N_0$$

Từ đó ta suy ra đường kính ngoài:

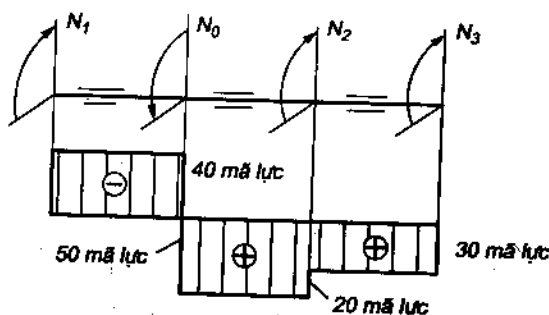
$$D \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 716200 \cdot N_0}{\pi n [\tau] (1 - \alpha^4)}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 716200 \times 50}{\pi \cdot 1000 \times 4500 \times (1 - (0,6)^4)}}$$

$$D \approx 3,64 \text{ cm}$$

Chọn kích thước theo điều kiện cứng. Từ (14-29), ta suy ra:

$$I_p = \frac{\pi D^4}{32} (1 - \alpha^4) \geq \frac{716200 N_0 \times 100 \times 180}{n \cdot G \cdot [\theta^0] \pi} = \frac{716200 \times 50 \times 100 \times 18}{1000 \times 8.10^6 \times 2 \times \pi}$$

Rút ra: $D = 3,49 \text{ cm}$; so sánh ta chọn: $D = 3,64$; $d = 3,64 \cdot 0,6 = 2,18 \text{ cm}$

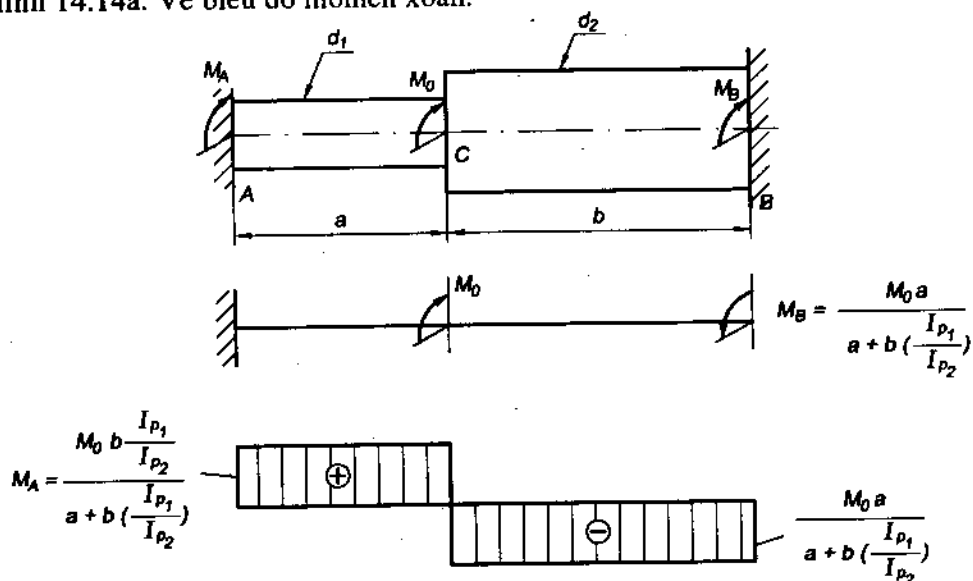


Hình 14.13

14.8. BÀI TOÁN SIÊU TĨNH

Phương pháp giải bài toán xoắn siêu tĩnh giống như giải bài toán siêu tĩnh chịu kéo - nén. ở đây chỉ cần trình bày thông qua ví dụ.

Ví dụ: cho một thanh chịu xoắn hai đầu liên kết ngàm chịu lực như hình 14.14a. Vẽ biểu đồ mômen xoắn.



Hình 14.14

Điều kiện cân bằng chỉ cho ta một phương trình để xác định các mômen xoắn ngoại lực tại các ngàm là:

$$\sum m(Z) = M_A + M_B + M_C = 0 \quad (a)$$

Phương trình (a) chứa hai ẩn số là M_A , M_B , do đó bài toán là siêu tĩnh bậc một. Để tìm phương trình phụ, trình tự làm như sau:

- Bỏ một liên kết thừa đi, ví dụ bỏ ngàm B (hoặc ngàm A) và đặt vào đó các phản lực thích hợp, khi đó thanh AB trở thành tĩnh định nhưng chưa biết M_B .

- Ngoại lực M_B tìm được nhờ phương trình về biến dạng là góc xoắn tương đối giữa B và A bằng không.

$$\varphi_{BA} = \frac{M_B b}{G I_{p2}} + \frac{M_B a}{G I_{p1}} + \frac{M_0 a}{G I_{p1}} = 0 \quad (b)$$

Từ phương trình (b) ta tìm được giá trị M_B :

$$M_B = \frac{M_0 \cdot a}{a + b(I_{p1} + I_{p2})}$$

Trong đó: $I_{P1} = 0,1d_1^4$; $I_{P2} = 0,1d_2^4$ là các mômen quán tính độc cực của mặt cắt ngang đoạn AC và CB.

Thay vào ta tính được giá trị:

$$M_B = \frac{-M_0 \cdot a}{a + b \left(\frac{I_{P1}}{I_{P2}} \right)}$$

Dấu trừ chứng tỏ chiều M_B lúc đầu chọn không đúng, mômen M_B có chiều ngược lại. Sau khi tìm được mômen xoắn ngoại lực M_B , việc vẽ biểu đồ mômen xoắn nội lực như đã biết.

Biểu đồ mômen xoắn được vẽ như trên hình 14.14b.

CÂU HỎI ÔN TẬP

1. Thế nào gọi là một thanh chịu xoắn thuần túy ?
2. Giải thích các công thức liên hệ giữa Mômen xoắn, công suất và số vòng quay ?
3. Trình bày cách thiết lập công thức ứng suất tiếp trên mặt cắt ngang của thanh tròn chịu xoắn thuần túy ?
4. Vẽ biểu đồ phân bố ứng suất tiếp trên mặt cắt ngang của thanh tròn chịu xoắn thuần túy, nhận xét ?
5. Phát biểu định luật Húc khi trượt, khi xoắn ?
6. Góc xoắn tỷ đối là gì ? Trình bày cách tính góc xoắn tương đối giữa hai mặt cắt ngang ?
7. Trình bày cách kiểm tra theo điều kiện bền, theo điều kiện cứng, cho thanh tròn chịu xoắn thuần túy ?
8. Trình bày các đặc trưng cơ học của thanh tròn chịu xoắn thuần túy, vật liệu dẻo, vật liệu giòn, nêu nhận xét ?
9. Trình bày cách giải bài toán xoắn siêu tĩnh ?

UỐN PHẪNG CỦA THANH THẲNG

15.1. CÁC ĐỊNH NGHĨA VÀ PHÂN LOẠI

- Ngoại lực tác dụng có thể là lực tập trung, lực phân bố và mômen tập trung hoặc phân bố. Mặt phẳng chứa các lực và mômen đó được gọi là mặt phẳng tải trọng.

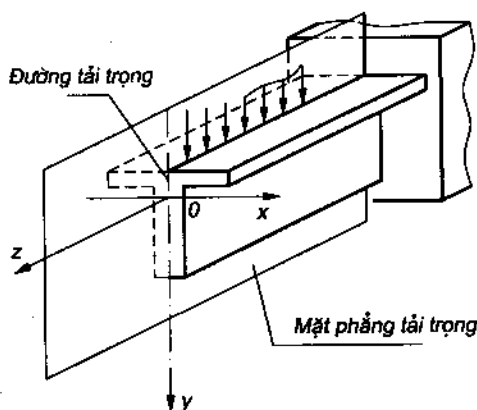
Đường tải trọng là giao tuyến giữa mặt phẳng tải trọng và mặt cắt ngang của thanh.

- Mặt phẳng quán tính chính trung tâm là mặt phẳng tạo nên bởi trục của thanh và một trục quán tính chính trung tâm của mặt cắt ngang (hình 15.1).

- Thanh chủ yếu chịu uốn gọi là dầm.

- Nếu trục của dầm sau khi bị uốn cong vẫn nằm trong một mặt phẳng quán tính chính trung tâm thì sự uốn đó được gọi là uốn phẳng.

Ta chia uốn phẳng ra làm hai loại: uốn thuần túy và uốn ngang phẳng.



Hình 15.1

15.2. NỘI LỰC VÀ BIỂU ĐỒ NỘI LỰC

15.2.1. Nội lực - quy ước dấu của nội lực

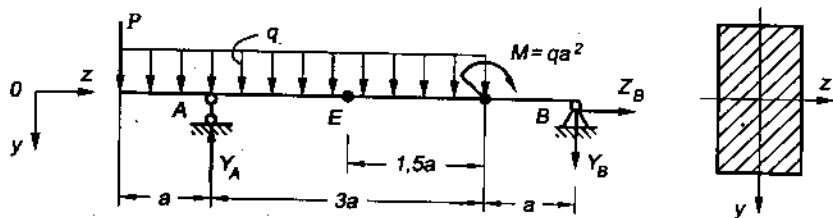
Xét một dầm chịu lực như hình 15.2. Các ngoại lực tác dụng lên dầm bao gồm: lực tập trung, lực phân bố, mômen tập trung và các phản lực tại các gối tựa A và B. Các lực đều nằm trong mặt phẳng quán tính chính trung tâm Oyz.

Đầu tiên ta phải xác định các phản lực tại các gối A và B.

Trong bài toán phẳng, nhờ ba phương trình cân bằng tĩnh học ta xác định được các thành phần phản lực như sau:

$$\sum F_Z = 0 \rightarrow Z_B = 0$$

$$\sum \overline{m_A}(\vec{F}) = 0 \rightarrow Y_B \cdot 4a + P \cdot a - M - q \cdot 4a \cdot a = 0$$



Hình 15.2

$$\sum \overline{m_B}(\vec{F}) = 0 \rightarrow Y_A \cdot 4a - P \cdot 5a - q \cdot 4a \cdot 3a + M = 0$$

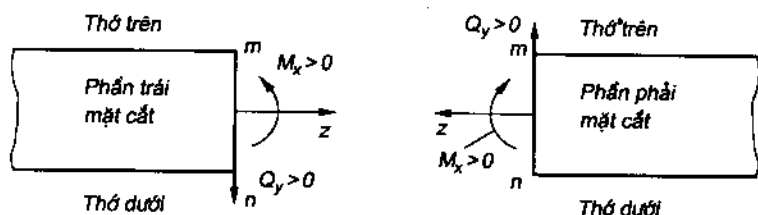
Từ đó suy ra:

$$Y_A = 4 \cdot q \cdot a; \quad Y_B = q \cdot a$$

Quy ước dấu của nội lực:

- Lực cắt Q_Y được coi là dương, nếu pháp tuyến ngoài của mặt cắt ngang quay một góc 90° thuận chiều kim đồng hồ thì gặp chiều của lực cắt Q_Y .

Mômen uốn được coi là dương nếu nó làm cho thớ dưới trục dầm bị kéo tức là làm căng các thớ về phía dương của trục y (trong dầm ta chọn chiều dương trục y xuống dưới). Các thành phần nội lực được quy ước là dương biểu diễn trên hình 15.3.

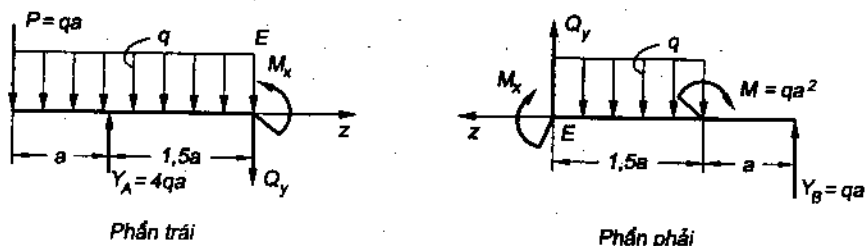


Hình 15.3

Ví dụ: Xác định nội lực tại mặt cắt E hình 15.2.

Bài giải:

Sử dụng phương pháp mặt cắt, tưởng tượng phân dầm thành hai phần phải và trái như hình 15.4.



Hình 15.4

- Xét sự cân bằng phần trái:

$$\sum P_y = 0 \rightarrow Q_y + q.a + q.2,5a - 4.q.a = 0 \rightarrow Q_y = 0,5.q.a > 0$$

$$\sum \overline{m_E}(\vec{F}) = 0 \rightarrow M_x + q.a.2,5a + q.2,5a.1,5.\frac{a}{2} - 4q.a.1,5a = 0 \rightarrow M_x = 0,375.q.a^2 > 0$$

- Xét sự cân bằng của phần phải:

$$\sum P_y = 0 \rightarrow Q_y - 1,5.q.a + q.a = 0 \rightarrow Q_y = 0,5.q.a > 0$$

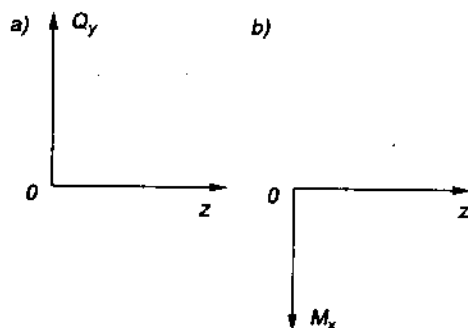
$$\sum \overline{m_E}(\vec{F}) = 0 \rightarrow M_x + q.a^2 + 1,5.q.a.1,5.\frac{a}{2} - q.a.2,5a = 0 \rightarrow M_x = 0,375.q.a^2 > 0$$

Ta thấy dù xét phần trái hoặc phải kết quả nhận được đều như nhau. Do đó về sau ta xét phần nào để cho tính toán được đơn giản hơn.

15.2.2. Biểu đồ nội lực

Biểu đồ nội lực là đồ thị biểu diễn sự biến thiên của lực cắt và mômen uốn dọc theo trục của dầm. Nhờ đó ta dễ dàng tìm được các mặt cắt mà lực cắt hoặc mômen uốn có trị số lớn nhất.

Các mặt cắt đó thường là các mặt cắt nguy hiểm. Sau này ta thường chọn để tính toán điều kiện bền. Trong giáo trình này khi vẽ đồ thị ta quy ước hệ trục được chọn như sau:



Hình 15.5

- Đối với biểu đồ lực cắt Q_y , hệ trục chọn như hình 15.5a.

- Đối với biểu đồ mômen uốn M_x , hệ trục chọn như hình 15.5b.

Ví dụ: Vẽ biểu đồ nội lực cho dầm chịu lực như hình 15.6.

Bài giải:

Sau khi xác định các phản lực tại các gối A và B ta chia dầm thành những đoạn CA, AB, DB, trong đó lực cắt và mômen là các hàm biến thiên liên tục.

Dưới đây phương trình mômen lực được thiết lập đối với giao điểm giữa mặt cắt và trục dầm và được ký hiệu $\sum M$.

- Đoạn CA (hình 15.7a):

$$\sum P_y = 0 \rightarrow Q_1 + P + q.Z_1 = 0 \rightarrow Q_1 = q.a - q.Z_1$$

$$\sum M = 0 \rightarrow M_1 + P.Z_1 + q.\frac{Z_1^2}{2} = 0 \rightarrow M_1 = -q.a.Z_1 - q.\frac{Z_1^2}{2}$$

- Đoạn AD ($0 \leq Z_2 \leq 4a$) (hình 15.7b):

Xét phần trái:

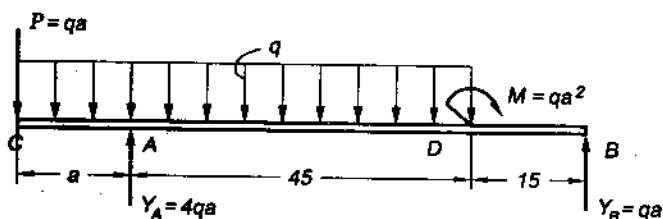
$$\sum P_y = 0 \rightarrow Q_2 = -q.a - q.Z_2 + 4q.a$$

$$\sum M = 0 \rightarrow M_1 = -qaZ_2 - qaZ_2 - q \frac{Z_2^2}{2} + 4qa(Z_2 - a)$$

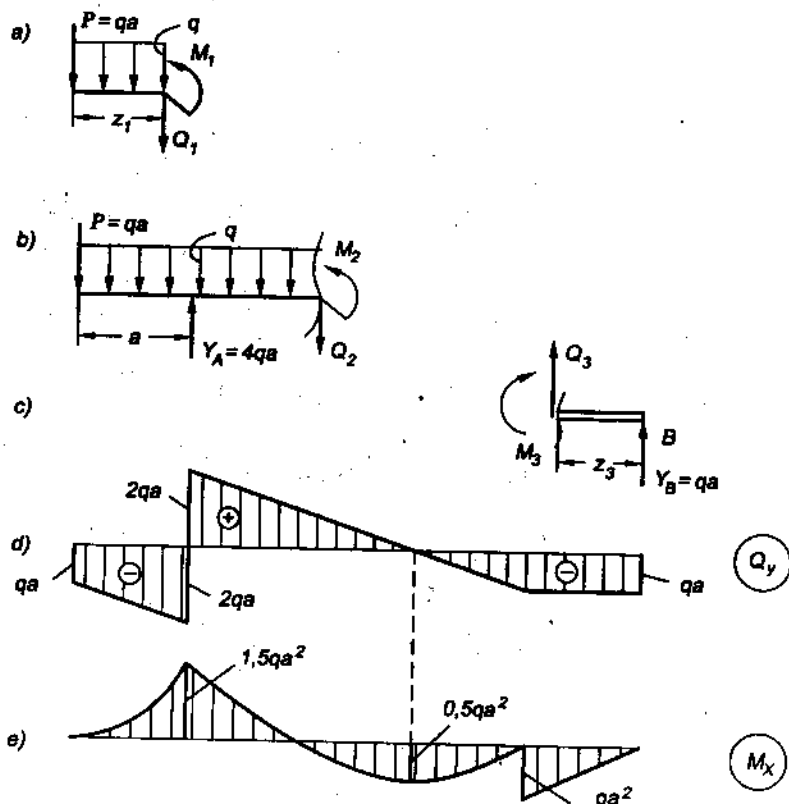
- Đoạn BD xét phần phải (hình 15.7c). Chọn gốc tại B, tương tự:

$$\sum P_y = 0 \rightarrow Q_3 + Y_B = 0 \rightarrow Q_3 = -qa$$

$$\sum M = 0 \rightarrow -M_3 + Y_B \cdot Z_3 = 0 \rightarrow M_3 = qaZ_3$$



Hình 15.6



Hình 15.7

Trên cơ sở phương trình đã có, ta vẽ biểu đồ lực cắt Q_y , mômen uốn M_x .

Biểu đồ nội lực được vẽ trên hình 15.7d và 15.7e. Các đồ thị được vẽ dựa trên các đồ thị hàm số thông thường. ở đây ta chỉ cần chú ý đến các quy ước về cách chọn hệ trục tọa độ và quy ước về dấu đã nói ở trên.

Từ biểu đồ trên ta rút ra một số nhận xét quan trọng để kiểm tra hoặc vẽ biểu đồ nội lực một cách nhanh chóng:

- Tại mặt cắt ngang nào có đặt lực dọc tập trung, tại đó có bước nhảy của biểu đồ lực cắt. Giá trị bước nhảy chính bằng giá trị lực tập trung (ví dụ tại mặt cắt A, C, B).
- Tại mặt cắt ngang nào có đặt mômen tập trung, tại đó có bước nhảy của biểu đồ mômen uốn. Giá trị bước nhảy chính bằng giá trị mômen tập trung (ví dụ tại mặt cắt D).

Trên đoạn dầm không có tải trọng phân bố, biểu đồ lực cắt là hằng số, biểu đồ mômen uốn là bậc nhất. Trên đoạn có tải trọng phân bố đều, biểu đồ lực cắt là bậc nhất, biểu đồ mômen uốn là bậc hai. Tại chỗ có lực cắt $Q_y = 0$ trên biểu đồ lực cắt thì biểu đồ mômen uốn có giá trị cực trị (ví dụ trong đoạn AD).

Như vậy giữa cường độ tải trọng phân bố, lực cắt và mômen uốn sẽ có mối quan hệ với nhau nhất định.

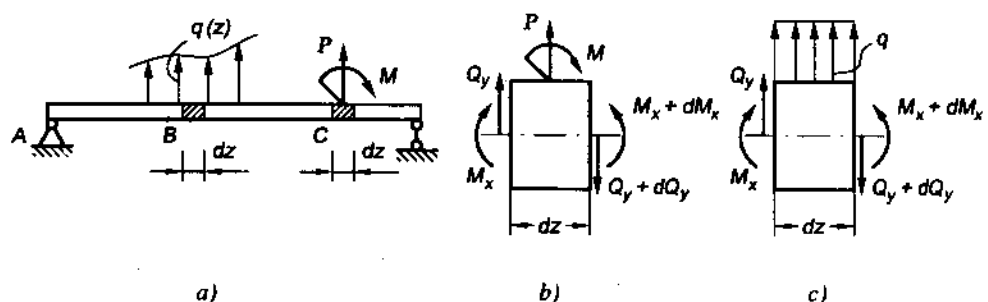
Thực vậy giả sử cho dầm chịu lực bất kỳ như trên hình 15.8a. Tại mặt cắt ngang C của dầm có một lực tập trung P và mômen tập trung M_0 . Ta tưởng tượng cắt dầm ra một đoạn vô cùng bé dz bởi hai mặt cắt 1-1 và 2-2. ở về hai phía của mặt cắt ngang C như trên hình 15.8b. Từ điều kiện cân bằng của phần bố, ta được:

$$Q_y + P - (Q_y + dQ_y) = 0$$

$$M_x + Q_y dz + M_0 + P \frac{dz}{2} - (M_x + dM_x) = 0$$

Bỏ qua lượng vô cùng bé: $Q_y dz$ và $P \frac{dz}{2}$ so với M_x và M_0 , ta rút ra điều cần nhận xét:

$$\Delta Q_y = P; \quad dM_x = M_0$$



Hình 15.8

Bây giờ ta cắt dầm ra một đoạn vô cùng bé dz , bởi hai mặt cắt về hai phía của mặt cắt ngang B như hình 15.8c. Vì chiều dài của phần tử vô cùng nhỏ nên chúng ta có thể coi tải trọng phân bố đều trong đoạn này. Từ điều kiện cân bằng của phần tử ta nhận được hai phương trình sau:

$$Q_y q \cdot dz - (Q_y + dQ_y) = 0$$

$$M_x + Q_y \cdot dz + q dz \frac{dz}{2} - (M_x + dM_x) = 0$$

Nếu bỏ qua lượng vô cùng bé $q \frac{dz^2}{2}$, ta được:

$$\frac{dQ_y}{dz} = q(z); \frac{dM_x}{dz} = Q_y \quad (18-1)$$

Vậy đạo hàm của lực cắt bằng cường độ của tải trọng phân bố theo chiều dài và đạo hàm của mômen uốn bằng lực cắt. Sự liên hệ đó gọi là sự liên hệ vi phân giữa cường độ tải trọng phân bố, lực cắt và mômen uốn.

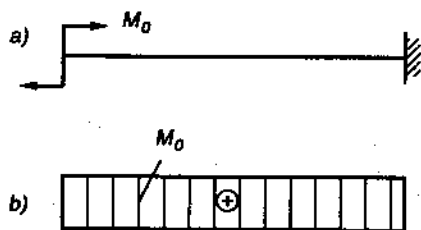
Qua các ví dụ trên ta có thể tóm tắt trình tự cách vẽ biểu đồ như sau:

- Xác định phản lực tại chỗ liên kết (thanh đầu ngàm đều tự do có thể không cần xác định phản lực).
- Phân đoạn.
- Viết phương trình lực cắt, mômen uốn cho từng đoạn.
- Vẽ biểu đồ cho từng đoạn.
- Kiểm tra kết quả nhờ các nhận xét đã nêu ở trên.

15.3. DẦM CHỊU UỐN PHẪNG THUẦN TUÝ

15.3.1. Định nghĩa

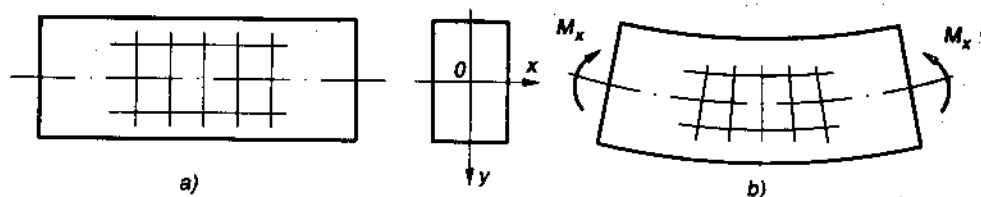
Một dầm gọi là uốn thuần túy phẳng khi trên mặt cắt ngang của dầm chỉ có một thành phần nội lực là mômen uốn nằm trong mặt phẳng quán tính chính trung tâm, ví dụ M_x hoặc M_y như hình 15.9.



Hình 15.9

15.3.2. Ứng suất pháp trên mặt cắt ngang

Quan sát một dầm chịu uốn phẳng thuần túy có mặt cắt ngang hình chữ nhật. Trước khi dầm chịu lực ta vạch lên mặt bên của nó những đường thẳng song song với trục, tượng trưng cho các thớ dọc và những đường thẳng vuông góc với trục biểu thị các mặt cắt ngang (hình 15.10a).



Hình 15.10

Sau khi dầm bị uốn ta nhận thấy:

- Trục của dầm bị cong đi.
- Các vạch song song với trục bị cong đi nhưng vẫn song song với nhau và song song với trục.
- Các vạch vuông góc với trục vẫn thẳng và vuông góc với trục dầm đã bị cong.
- Các góc vuông tại giao điểm các vạch dọc và ngang vẫn được duy trì là vuông (hình 15.10b).

Tiếp tục quan sát biến dạng của dầm ta thấy các thớ dọc ở phía trên của dầm bị co lại và các thớ ở phía dưới bị dãn ra. Như vậy từ thớ bị co sang thớ bị dãn sẽ có thớ không bị dãn, không bị co, tức là thớ không bị biến dạng. Ta gọi thớ này là thớ trung hoà. Các thớ trung hoà tạo thành một mặt gọi là mặt trung hoà. Giao tuyến của mặt trung hoà với mặt cắt ngang gọi là đường trung hoà. Đường trung hoà chia mặt cắt ngang làm hai miền: một miền gồm các thớ bị co và một miền gồm các thớ bị dãn. Trong trường hợp biến dạng bé, chúng ta có thể coi mặt cắt ngang sau khi biến dạng vẫn là hình chữ nhật và đường trung hoà là một đường thẳng.

Xét một mặt cắt ngang nào đó và chọn hệ trục toạ độ như sau: trục ox là trục đường trung hoà, trục oy là trục đối xứng (một trục quán tính chính trung tâm), trục oz vuông góc với mặt cắt ngang. Ta thấy trên mặt cắt ngang chỉ có ứng suất pháp, không có ứng suất tiếp vì nếu có ứng suất tiếp thì dưới tác dụng của nó mặt cắt ngang sẽ bị vênh đi và các ô vuông sẽ không giữ được nguyên góc vuông nữa.

Theo định luật Húc, ta có:

$$\sigma_z = E\varepsilon_z \quad (a)$$

Nếu biết được biến dạng, chúng ta dễ dàng tìm được sự phân bố ứng suất trên mặt cắt ngang. Muốn vậy ta xét một đoạn dầm ΔZ được cắt bởi hai mặt cắt 1-1 và 2-2 (hình 15.11a). Sau khi biến dạng hai mặt cắt này tạo với nhau một góc $\Delta\varphi$ (hình 15.11b).

Gọi ρ là bán kính cong của thớ trung hoà O_1O_2 . Vì thớ trung hoà không bị biến dạng nên:

$$\overline{O_1O_2} = \Delta Z \rightarrow O_1\widehat{O_2} = \rho\Delta\varphi$$

Xét biến dạng của một thớ mn cách thớ trung hoà một khoảng cách y. Chiều dài của thớ này trước khi biến dạng là $mn = \Delta Z = \rho \Delta \varphi$.

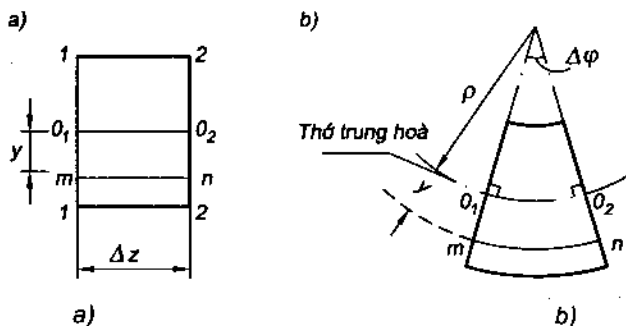
Và sau khi biến dạng: $mn = (\rho + y) \Delta \varphi$

Độ giãn dài tỷ đối của thớ mn bằng:

$$\varepsilon_Z = \frac{(\rho + y) \Delta \varphi - \rho \Delta \varphi}{\rho \Delta \varphi} = \frac{y}{\rho} \quad (b)$$

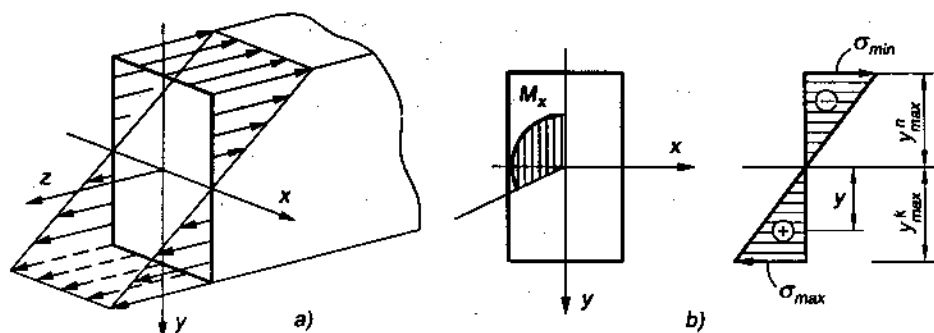
Thay (b) vào (a), ta được:

$$\sigma_Z = E \frac{y}{\rho} \quad (c)$$



Hình 15.11

Tại một mặt cắt ngang bán kính ρ có trị số xác định, E là một hằng số. Vậy quy luật phân bố ứng suất pháp trên mặt cắt ngang là phẳng như trên hình 15.12a. Giao tuyến của mặt phẳng ứng suất với mặt cắt ngang chính là trục trung hoà (đường trung hoà). Rõ ràng ứng suất pháp trên các đường thẳng song song với trục trung hoà có trị số như nhau. Do đó ta có thể vẽ biểu đồ phân bố ứng suất pháp như trên hình 15.12b. Qua biểu đồ phân bố ứng suất pháp trên mặt cắt ngang, ta thấy: các điểm có trị số ứng suất pháp lớn nhất là các điểm xa trục trung hoà nhất.



Hình 15.12

15.3.3. Biểu thức liên hệ giữa ứng suất pháp với thành phần mômen uốn

Xét mặt cắt ngang có mômen uốn M_x , theo (13-5d), ta có:

$$M_x = \sum \sigma_z y \Delta F \quad (d)$$

Thay giá trị σ_z từ (d) vào (a), ta có quan hệ:

$$M_x = \sum \frac{E}{\rho} y^2 \Delta F = \frac{E}{\rho} \sum y^2 \Delta F$$

$\sum y^2 \Delta F$ là mômen quán tính của mặt cắt ngang đối với trục trung hoà, ký hiệu I_x . Do đó:

$$M_x = \frac{E}{\rho} I_x \text{ hay } \rho = \frac{EI_x}{M_x} \quad (15-2)$$

So sánh (c) và (15-2) ta suy ra công thức ứng suất pháp trên mặt cắt ngang như sau:

$$\sigma_z = \frac{M_x}{I_x} y \quad (15-3)$$

15.3.4. Vị trí trục trung hoà

Từ định nghĩa về uốn phẳng thuần túy, ta suy ra trên mọi mặt cắt ngang thành phần lực dọc $N_z = 0$. Theo (13-5a), ta có:

$$N_z = \sum b_z \Delta F = 0$$

Thay giá trị σ_z từ (c) vào biểu thức trên, ta được:

$$N_z = \sum \frac{E}{\rho} y \Delta F = 0 \text{ hay } N_z = \frac{E}{\rho} S_x = 0$$

Trong đó $S_x = \sum y \Delta F$ là mômen tĩnh của mặt cắt ngang đối với trục trung hoà. Vì $\frac{E}{\rho} \neq 0$ suy ra $S_x = 0$. Vậy trục trung hoà là một trục trung tâm. Trong h

trục toạ độ như đã chọn, trục y là một trục quán tính chính trung tâm trùng với đường tải trọng. Vậy trục trung hoà chính là một trục quán tính chính trung tâm thứ hai vuông góc với đường tải trọng.

15.3.5. Ứng suất kéo và nén lớn nhất

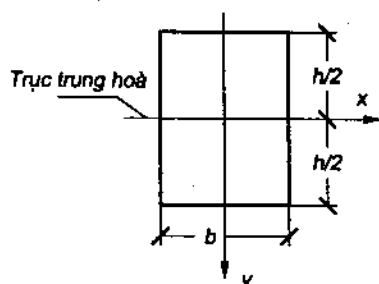
Như đã biết ở trên, ứng suất pháp có trị số tuyệt đối lớn nhất tại các điểm xa trục trung hoà nhất, tức là ở các điểm mép trên hay mép dưới.

Nếu trục trung hoà là một trục đối xứng, ví dụ mặt cắt ngang là hình chữ nhật, hình tròn, chữ I, ... thì ta thấy ứng suất kéo và ứng suất nén có trị số tuyệt đối bằng nhau.

Ví dụ: mặt cắt ngang hình chữ nhật có kích thước b, h (hình 15.13).

$$\sigma_{Z\max} = \frac{M_x}{I_x} \frac{h}{2}; \sigma_{Z\min} = -\frac{M_x}{I_x} \frac{h}{2}$$

$$\text{Đặt } w_x = \frac{I_x}{\frac{h}{2}}$$



Hình 15.13

Đại lượng w_x gọi là môđun chống uốn của mặt cắt ngang. Nó phụ thuộc vào hình dáng, kích thước của mặt cắt ngang, có thứ nguyên [chiều dài]³.

Ví dụ:

Hình chữ nhật:

$$w_x = \frac{I_x}{\frac{h}{2}} = \frac{2 \cdot b \cdot h^3}{12h} = \frac{bh^2}{6} \quad (15-4)$$

Hình tròn:

$$w_x = \frac{I_x}{R} = \frac{\pi R^4}{4R} = \frac{\pi R^3}{4} \approx 0,1d^3 \quad (15-4')$$

Tổng quát ta viết:

$$|\sigma_Z|_{\max} = \frac{M_x}{w_x} \quad (15-5)$$

Nếu mặt cắt ngang không đối xứng qua trục trung hoà thì ứng suất kéo lớn nhất và ứng suất nén có trị số tuyệt đối lớn nhất được xác định bởi công thức sau:

- Ứng suất kéo lớn nhất:

$$\max \sigma_Z^k = \frac{M_x}{I_x} y^k = \frac{M_x}{w_x^k} \quad (15-6)$$

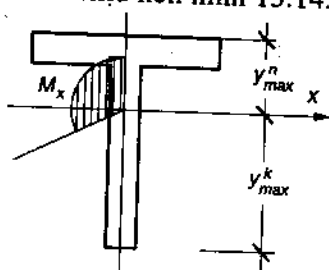
Trong đó: $w_x^k = \frac{I_x}{y_{\max}^k}$; $y_{\max}^k$ là toạ độ của điểm ở biên chịu kéo.

- Ứng suất nén:

$$\max \sigma_Z^n = \frac{M_x}{I_x} y^n = \frac{M_x}{w_x^n} \quad (15-7)$$

Trong đó: $w_x^n = \frac{I_x}{y^n}$; $y_{\max}^n$ là tọa độ của điểm ở biên chịu nén hình 15.14.

Các đại lượng w_x^k, w_x^n là các môđun chống uốn trong miền kéo hoặc nén. Ta thấy với cùng một trị số mômen uốn thì các trị số ứng suất trên mặt cắt ngang tỷ lệ nghịch với các trị số môđun chống uốn. Như vậy với cùng mặt cắt ngang có diện tích F , nếu môđun chống uốn lớn thì càng tiết kiệm vật liệu. Để đánh giá mức độ tiết kiệm vật liệu của các dạng mặt cắt khác nhau, người ta



Hình 15.13

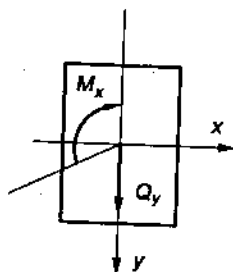
đưa vào tỷ số không thứ nguyên $\frac{W_x}{\sqrt{F^3}}$. Tỷ số này càng lớn thì mức độ tiết kiệm vật liệu càng tốt. Các mặt cắt ngang có tính chất làm tiết kiệm nguyên vật liệu được gọi là mặt cắt ngang hợp lý khi dầm chịu uốn. Việc chế tạo các thép cán định hình có mặt cắt ngang hình chữ I, hình chữ C dựa trên tính chất hợp lý này.

15.4. UỐN NGANG PHẪNG

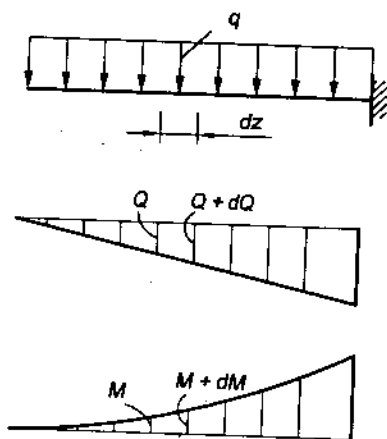
15.4.1. Định nghĩa

Một dầm gọi là uốn ngang phẳng khi trên mặt cắt ngang của nó có hai thành phần nội lực là lực cắt Q_y và mômen uốn M_x (hoặc Q_x và M_y).

Các thành phần nội lực đều nằm trong mặt phẳng đối xứng của mặt cắt ngang (hình 15.15).



Hình 15.15



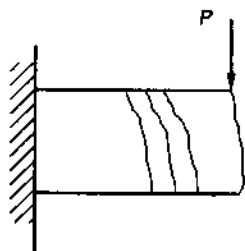
Hình 15.16

Ví dụ: dầm chịu lực như hình 15.16. Tại mỗi mặt cắt ngang đều có hai thành phần nội lực: lực cắt Q_y và mômen uốn M_x .

15.4.2. Ứng suất pháp trên mặt cắt ngang

Trong uốn phẳng, mặt cắt ngang có lực cắt, lực cắt này do ứng suất tiếp tạo thành. Các ứng suất tiếp trên mặt cắt ngang do uốn phân bố theo chiều cao mặt cắt không đều (khác với trường hợp cắt ta đã giả thiết là ứng suất tiếp phân bố đều trên mặt cắt ngang). Do ảnh hưởng đó, các biến dạng góc cũng có trị số

thay đổi theo chiều cao của mặt cắt ngang làm cho mặt cắt sau khi bị uốn không còn phẳng nữa mà hơi bị vênh theo chữ S (hình 15.17). Tuy nhiên trong trường hợp lực cắt bằng hằng số thì mặt cắt ngang đều vênh như nhau, do đó sự vênh không ảnh hưởng đến độ dẫn hoặc độ co như đã nghiên cứu trong uốn phẳng thuần túy. Bởi vậy công thức tính ứng suất pháp (15-2) vẫn còn đúng trong trường hợp uốn ngang phẳng. Nếu mặt cắt ngang hoặc lực cắt thay đổi theo chiều dài dọc trục thì công thức (15-2) sẽ có một sai số trong phạm vi bé hơn 5%, sai số đó có thể bỏ qua được.



Hình 15.17

Tóm lại ứng suất pháp trên mặt cắt ngang vẫn được tính theo công thức (15-2):

$$\sigma_z = \frac{M_x}{I_x} y$$

15.4.3. Ứng suất tiếp trên mặt cắt ngang

Trong tính toán sau này người ta thường bỏ qua ảnh hưởng của ứng suất tiếp do lực cắt. Khi cần kể đến ảnh hưởng đó người ta có thể sử dụng công thức của Juprapxki dưới dạng:

$$\tau_{zy} = \frac{Q_y S_x^c}{b^c I_x} \quad (15-8)$$

trong đó: τ_{zy} - ứng suất tiếp tại toạ độ có phương của lực cắt Q_y .

I_x - mômen quán tính của mặt cắt ngang đối với trục trung hoà.

b^c - chiều rộng mặt cắt đi qua điểm tính ứng suất vuông góc với chiều của ứng suất tiếp.

S_x^c - mômen tĩnh của phần mặt cắt ngang bị cắt đối với trục trung hoà:

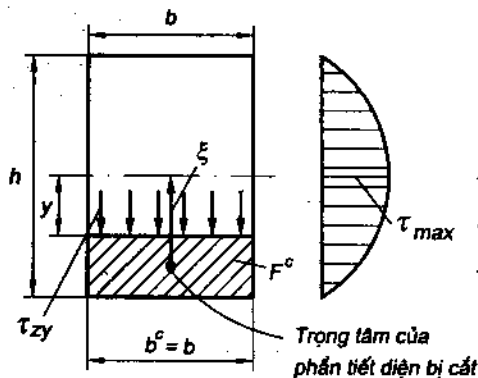
$$S_x^c = \xi F_c \quad (15-9)$$

ξ - toạ độ trọng tâm của phần tiết diện bị cắt đối với trục trung hoà.

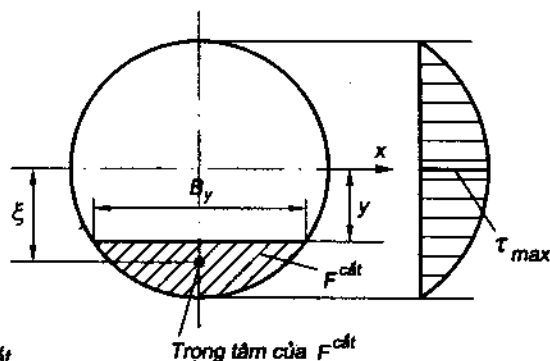
Ví dụ: mặt cắt ngang hình chữ nhật (hình 15.18), ta có:

$$S_x^c = \frac{b}{2} \left(\frac{h^2}{4} - y^2 \right); I_x = \frac{bh^3}{12}; b^c = b$$

$$\text{Suy ra: } \tau_{zy} = \frac{3Q_y}{2bh} \left(1 - \frac{y^2}{h} \right) \quad (a)$$



Hình 15.18



Hình 15.19

Biểu đồ phân bố ứng suất tiếp trên mặt cắt ngang:

- Trên đường thẳng song song với trục trung hoà ứng suất phân là đều.
- Theo chiều cao tính theo công thức (a). Tại các điểm trên trục trung hoà ứng suất tiếp đạt trị số lớn nhất.

$$\tau_{\max} = \frac{3Q_y}{2bh} = \frac{3Q_y}{2F} \quad (15-10)$$

Mặt cắt ngang tròn:

$$I_x = \frac{\pi R^4}{4}; b_c = b_y = \sqrt{R^2 - y^2}$$

$$S_x^c = \frac{2}{3} (R^2 - y^2) \frac{3}{2}$$

Suy ra:

$$\tau_{zy} = \frac{4Q_y}{3\pi R^4} (R^4 - y^2) \quad (b)$$

Biểu đồ phân bố ứng suất tiếp trên mặt cắt ngang cho trên hình 15-19. ứng suất tiếp tại các điểm trung hoà đạt giá trị lớn nhất:

$$\tau_{\max} = \frac{4Q_y}{3\pi R^2} = \frac{4}{3} \frac{Q_y}{F} \quad (15-11)$$

15.5. ĐIỀU KIỆN BỀN VỚI DÂM CHỊU UỐN PHẪNG

15.5.1. Uốn thuần tuý phẳng

Tương tự điều kiện bền trong bài toán kéo - nén.

- Dầm làm từ vật liệu dẻo vì $\sigma_{ch}^k = \sigma_{ch}^n$ theo (15-5), ta có:

$$|\sigma_z|_{\max} = \frac{M_x}{w_x} \leq [\sigma] \quad (15-12)$$

- Dầm làm từ vật liệu giòn, vì $\sigma_{ch}^k \neq \sigma_{ch}^n$ nên ta phải viết hai điều kiện bền:

$$\sigma_{z\max}^k = \frac{M_x}{w_x^k} \leq [\sigma]_k \quad (15-13)$$

$$\sigma_{z\min} = |\sigma_z|_{\max}^n = \frac{M_x}{w_x^n} \leq [\sigma]_n \quad (15-14)$$

Tìm vị trí mặt cắt ngang có ứng suất pháp lớn nhất. Nếu dầm có mặt cắt ngang không thay đổi và vật liệu của dầm là dẻo thì lấy ở mặt cắt ngang có mômen uốn lớn nhất. Trường hợp dầm có mặt cắt ngang thay đổi ta phải lấy mặt cắt ngang có ứng suất pháp lớn nhất. Trường hợp dầm làm bằng vật liệu giòn ta phải tìm mặt cắt ngang thoả mãn các biểu thức (15-13), (15-14) (kéo - nén).

Từ điều kiện bền ta suy ra hình dáng hợp lý của mặt cắt ngang khi chịu uốn phẳng như sau:

- Đối với dầm làm bằng vật liệu dẻo. Chọn mặt cắt ngang có trục trung hoà cũng là trục đối xứng.

- Đối với dầm làm bằng vật liệu giòn. Xuất phát từ điều kiện bền:

$$\frac{M_x}{I_x} y_{\max}^k \leq [\sigma]_k \quad (a)$$

$$\frac{M_x}{I_x} y_{\max}^n \leq [\sigma] \quad (b)$$

$$\text{Vì: } [\sigma]_k < [\sigma]_n \text{ nên } |y^k|_{\max} < |y^n|_{\max}$$

Vậy đối với dầm bằng vật liệu giòn hình dáng hợp lý, mặt cắt ngang là mặt cắt không đối xứng qua trục trung hoà. Ta phải bố trí sao cho tỉ số $|y^k|_{\max} ; |y^n|_{\max}$ thoả mãn điều kiện (c).

Từ các điều kiện bền ta cũng suy ra ba bài toán cơ bản sau:

- Kiểm tra bền theo công thức (15-12), (15-13) và (15-14).

- Chọn kích thước mặt cắt ngang thoả mãn điều kiện:

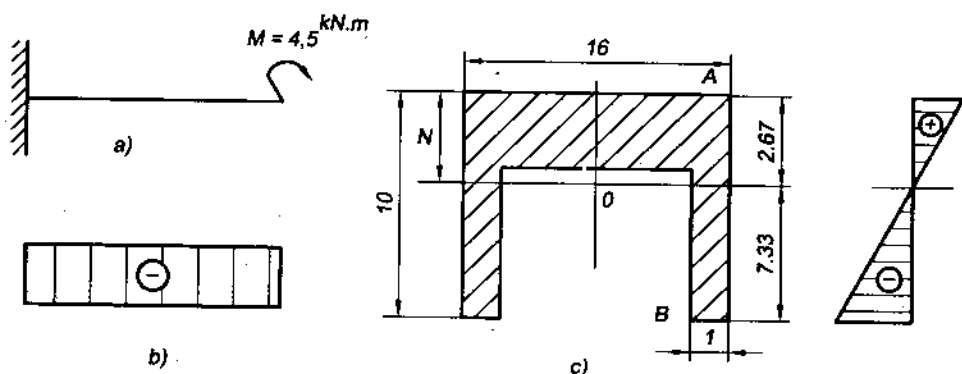
$$w_x \leq \frac{M_x}{[\sigma]} \quad (15-15)$$

- Tìm tải trọng cho phép thoả mãn điều kiện:

$$\max M_x \leq [\sigma] \quad (15-16)$$

Ví dụ: Một dầm bằng vật liệu có ứng suất pháp cho phép khi kéo $[\sigma]_k = 3,5 \text{ kN/cm}^2$ và nén $[\sigma]_n = 11 \text{ kN/cm}^2$, chịu lực như trên hình 15.20a.

Kiểm tra độ bền của dầm.



Hình 15.20

Bài giải: trình tự các bước thực hiện

- Vẽ biểu đồ mômen uốn, cho trị số $\max M_x = 4,5 \text{ kN.m}$
- Tìm các đặc trưng cần thiết của mặt cắt ngang (hình 15.20c), ta được các trị số:

$$I_x = 370 \text{ cm}^4$$

Toạ độ: $y_{\max}^k = 2,67 \text{ cm}; y_{\max}^n = 7,33 \text{ cm}$

- Tính các giá trị $\max \sigma_z^k; \max \sigma_z^n$:

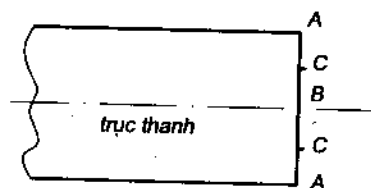
$$\max \sigma_z^k = \sigma_A = \frac{M_x}{I_x} y_{\max}^k = \frac{4,5 \cdot 100}{370} \cdot 2,67 = 3,25 \text{ kN/cm}^2 \leq [\sigma]_k = 3,5 \text{ kN/cm}^2$$

$$\max \sigma_z^n = \sigma_B = \frac{M_x}{I_x} y_{\max}^n = \frac{4,5 \cdot 100}{370} \cdot 7,33 = 8,92 \text{ kN/cm}^2 \leq [\sigma]_n = 11 \text{ kN/cm}^2$$

So sánh với điều kiện bền (15-13), (15-14), ta thấy dầm đủ bền theo ứng suất cho phép khi kéo (bề hơn khoảng 7,1%) và đủ bền theo ứng suất nén cho phép (bề hơn khoảng 19%). Vậy dầm đủ bền.

15.5.2. Uốn ngang phẳng

Đối với dầm chịu uốn ngang phẳng, do trên mặt cắt ngang có cả ứng suất pháp và ứng suất tiếp nên việc tìm vị trí điểm nguy hiểm và viết điều kiện bền có phức tạp hơn. Dựa vào biểu đồ phân bố ứng suất pháp và tiếp, dọc theo chiều cao ta thấy trên hình 15.21.



Hình 15.21

- Ở các điểm ngoài mép xa trục trung hoà nhất - điểm A thì ứng suất pháp có giá trị lớn nhất (kéo hay nén), ứng suất tiếp bằng không.

Điều kiện đối với vật dẻo:

Trên toàn dầm:

$$\max |\sigma_z| = \frac{M_x}{W_x} \leq [\sigma] \quad (15-17)$$

Đối với vật liệu giòn:

$$\max \sigma_z^k = \frac{M_x}{W_x^k} \leq [\sigma]_k \quad (15-18)$$

$$\max |\sigma_z^n| = \frac{M_x}{W_x^n} \leq [\sigma]_n \quad (15-19)$$

- Điểm trên trục trung hoà - điểm B. ứng suất bằng không, ứng suất tiếp có giá trị lớn nhất. Điều kiện bền là trên toàn dầm.

$$\max \tau_{\max} \leq [\tau] \quad (15-20)$$

- Những điểm có cả ứng suất pháp và ứng suất tiếp - điểm O. Để kiểm tra bền ta không thể làm như ở điểm A, B. Độ bền của phần tử đang xét (phần tử C) được đưa về một phần tử tương đương chịu kéo có ứng suất tương đương σ_{td} . Vậy điều kiện được viết là: $\max \sigma_{td} \leq [\sigma]$

$$(15-21)$$

Để tìm quan hệ σ_{td} với các ứng suất pháp σ_c và ứng suất tiếp τ_c vào các giả thuyết. Mỗi giả thuyết căn cứ vào một đại lượng cơ học nào đó để suy diễn. Người ta gọi đó là các thuyết bền. Ví dụ theo thuyết bền ứng suất tiếp lớn nhất, ứng suất tính toán tương đương tại điểm C, có dạng:

$$\sigma_{td(c)} = \sqrt{\sigma_{z(c)}^2 + 4\tau_{zy(c)}^2} \quad (15-22)$$

Theo thuyết bền thế năng biến đổi hình dạng:

$$\sigma_{td(c)} = \sqrt{\sigma_{z(c)}^2 + 3\tau_{zy(c)}^2} \quad (15-23)$$

Thuyết bền của M^0 (Mohr)

$$\sigma_{td} = \frac{1-\alpha}{2} \sigma_{z(c)} + \frac{1+\alpha}{2} \sqrt{\sigma_{z(c)}^2 + 4\tau_{zy(c)}^2} \quad (15-24)$$

Hai thuyết bền đầu dùng cho loại vật liệu dẻo, thuyết bền M_0 dùng cho dầm vật liệu giòn, trong đó $\alpha = \frac{[\sigma]_k}{[\sigma]_n}$.

Thực tế trị số của ứng suất tiếp trong trường dầm chịu uốn thường rất bé so với trị số ứng suất pháp nên nó thường bỏ qua trong tính toán. Do đó điều kiện bền (15-17), (15-18), (15-19) gọi là điều kiện bền cơ bản khi uốn.

Khi chọn kích thước của mặt cắt ngang hoặc xác định tải trọng cho phép đối với thanh chịu uốn ngang phẳng, ban đầu ta xuất phát từ điều kiện cơ bản (15-17), (15-18), (15-19). Sau khi chọn được kích thước mặt cắt ngang hoặc tải trọng cho phép, nếu cần thiết ta mới kiểm tra điều kiện bền về trượt và điều kiện bền khi có cả ứng suất pháp σ_x và ứng suất tiếp τ . Riêng trường hợp có cả σ_x và τ người ta chỉ quan tâm ở các mặt cắt như chữ I. Tại chỗ tiếp giáp giữa lòng và đế ứng suất σ_x và τ đều khá lớn và người ta cũng chỉ quan tâm khi trên mặt cắt đó giá trị mômen uốn, lực cắt đều rất lớn.

Ví dụ: cho dầm chịu lực như trên hình 15.22. Chọn đường kính của dầm cho hai trường hợp: dầm có mặt cắt ngang không đổi, dầm có ba bậc như hình 15.22. Biết $l = 80 \text{ cm}$, $P = 5000 \text{ N}$, $[\sigma] = 16000 \text{ N/cm}^2$, $[\tau] = 8000 \text{ N/cm}^2$. Bỏ qua trọng lượng bản thân.

Bài giải

- Dầm có mặt cắt ngang không đổi.
Theo điều kiện bền cơ bản (15-17) và công thức (15-4), ta có:

$$0,1d^3 \geq M_{x \max} / [\sigma]$$

Trong đó:

$$M_{x \max} = \frac{5000 \cdot 80}{4} = 10^5 \text{ N.cm}$$

Suy ra:

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{10^5}{0,1 \cdot 16 \cdot 10^3}} = 4 \text{ cm}$$

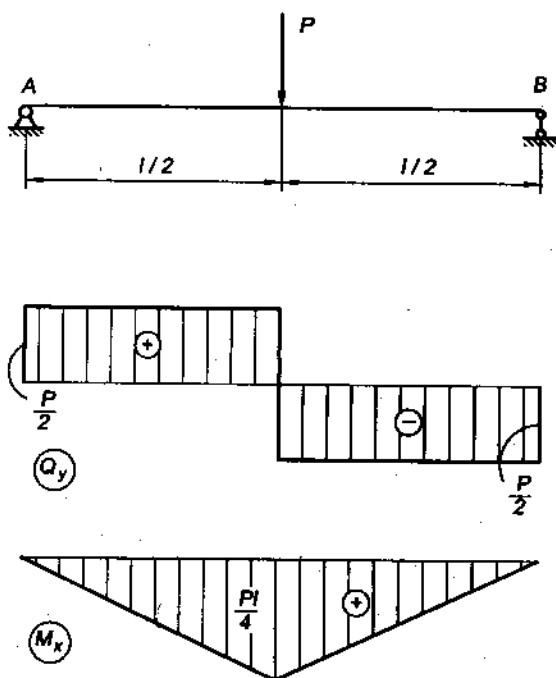
Kiểm tra độ bền theo ứng suất tiếp đối với thanh mặt cắt ngang tròn, theo (18-11):

$$\max \tau_{\max} = \frac{4Q_{y \max}}{3F} \leq [\tau]$$

Trong đó:

$$\max Q_y = \frac{P}{2} = \frac{5000}{2} = 2500 \text{ N}$$

$$F = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi 4^2}{4} = 12,56 \text{ cm}^2$$



Hình 15.22

Thay vào ta có:

$$\max \tau_{\max} = \frac{4.2500}{3.12,56} = 250 \text{ N/cm}^2 \leq [\tau] = 800 \text{ N/cm}^2$$

- Dầm ba bậc (hình 15-23). Trị số d_1, d_2 được xác định theo công thức (15-11).

- Đối với đoạn giữa:

$$\max M_x = \frac{Pl}{4} = \frac{5000.80}{4} = 10^5 \text{ Ncm}$$

- Đối với đoạn hai đầu:

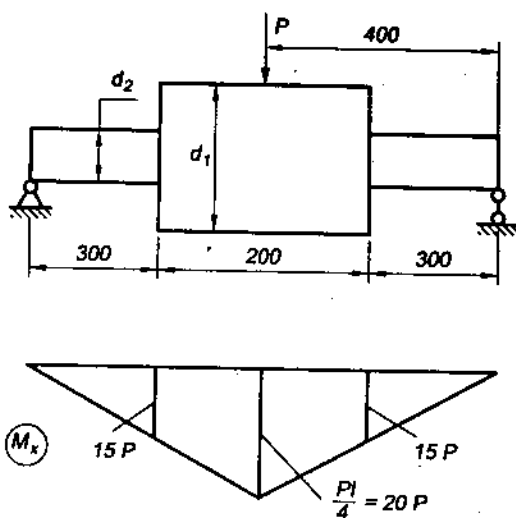
$$M_x = \frac{30.P}{2} = \frac{30.5000}{2} = 75000 \text{ Ncm}$$

Từ điều kiện bền cơ bản (15-17), ta có:

$$0,1d_1^3 \geq \frac{10^5}{16000} \rightarrow d_1 = 4 \text{ cm}$$

$$0,1.d_2^3 \geq \frac{75000}{16000} \rightarrow d_2 = 3,6 \text{ cm}$$

Với kích thước chọn, nếu kiểm tra bền cho ứng suất tiếp ta thấy nó vẫn đủ bền, ở đây ta không kiểm tra bền theo (15-23) vì mặt cắt ngang là tròn.



Hình 15.23

CÂU HỎI ÔN TẬP

1. Nêu định nghĩa về đường tải trọng, mặt phẳng tải trọng ?
2. Thế nào gọi là uốn thuần tuý phẳng, uốn ngang phẳng ?
3. Nêu trình tự cách vẽ biểu đồ mômen uốn, lực cắt ? Trình bày cách quy ước dấu của lực cắt, mômen uốn và cách chọn hệ trục tọa độ khi vẽ biểu đồ ?
4. Thiết lập công thức tính ứng suất pháp trên mặt cắt ngang cho dầm chịu uốn phẳng thuần tuý ? Nêu định nghĩa về trục trung hoà ? Trong uốn phẳng thuần tuý trục trung hoà nằm ở đâu ?
5. Viết biểu thức tính ứng suất kéo và nén có trị số lớn nhất ?
6. Vẽ biểu đồ phân bố ứng suất pháp trên mặt cắt ngang ? Nêu ý nghĩa của việc nghiên cứu biểu đồ này ?
7. Viết biểu thức tính ứng suất pháp trên mặt cắt ngang cho dầm chịu uốn ngang phẳng ? Trình bày điều kiện bền cho dầm chịu uốn ngang phẳng thuần tuý, uốn ngang phẳng ? Nêu phương pháp thực hành chọn kích thước mặt cắt ngang cho dầm chịu uốn ngang phẳng ?

A. CÁC TIẾT MÁY GHÉP

Chương 16

MỐI GHÉP BẰNG ĐINH TÁN

16.1. CÁC KHÁI NIỆM CHUNG

16.1.1. Các loại đinh tán và mối ghép bằng đinh tán

Ghép bằng đinh tán thuộc vào loại mối ghép cố định và không thể tháo rời được. Các chi tiết được ghép chặt với nhau nhờ đinh tán.

1. Đinh tán được chế tạo từ thanh kim loại tròn có một mũ làm sẵn, gọi là **mũ sẵn**, và mũ thứ hai được hình thành sau khi tán, gọi là **mũ tán**.

* Hình dáng và quan hệ kích thước của một số loại đinh tán tiêu chuẩn được giới thiệu trên hình 16.1, trong đó l là chiều dài nguyên thủy của đinh tán, tính theo công thức:

$$l = \sum \delta + (1,5 - 1,7)d,$$

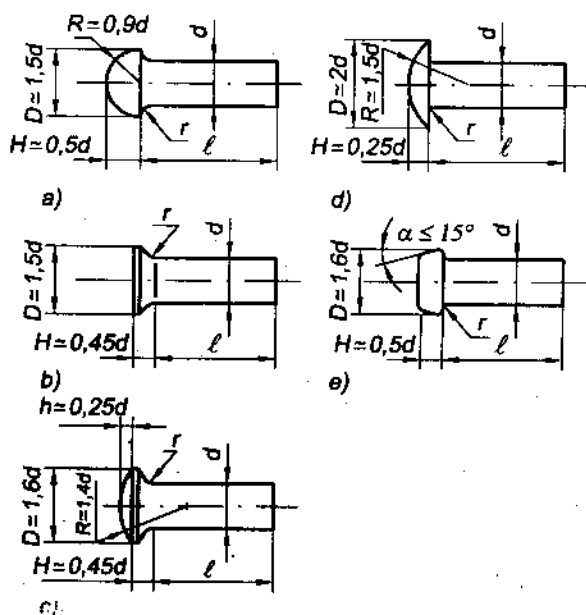
với $\sum \delta$ là tổng chiều dày của các tấm ghép, d là đường kính đinh tán.

* Vật liệu làm đinh tán thường là thép các bon thấp như CT.2, CT3, 10, 15,... ở những mối ghép bằng kim loại màu và hợp kim màu, thì đinh tán được làm bằng kim loại màu, như Л62, Д18, Б65 (theo ký hiệu của LX)...

2. Các mối ghép đinh tán

a. Theo công dụng các mối ghép đinh tán được chia làm hai loại:

* Mối ghép chắc: dùng trong kết cấu thép chịu tải trọng rất nặng, trong các cụm kết cấu của thiết bị bay,...



Hình 16.1. Các kiểu đinh tán.

- a. mũ chòm cầu; b. mũ chìm; c. mũ nửa chìm;
d. mũ chòm cầu dẹt; e. mũ côn.

* Mối ghép chắc kín: dùng trong các nồi hơi, thùng áp lực..., ở đó ngoài yêu cầu chịu tải trọng nặng, còn phải đảm bảo độ khít kín.

b. Theo hình thức cấu tạo, có thể chia ra:

* Mối ghép chồng (hình 16.2)

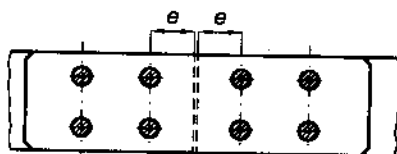
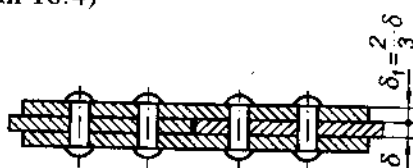
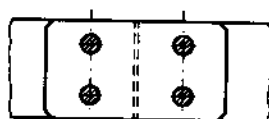
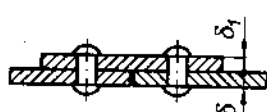
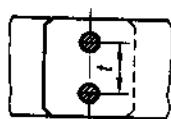
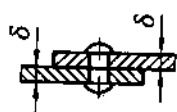
* Mối ghép giáp mối với một tấm đệm (hình 16.3)

* Mối ghép giáp mối với hai tấm đệm (hình 16.4)

c. Theo số lượng hàng đinh, có thể chia ra:

* Mối ghép có một hàng đinh mỗi bên (hình 16.2 và 16.3)

* Mối ghép có hai hàng đinh mỗi bên (hình 16.4)



Hình 16.2. Mối ghép chồng, một hàng đinh

Hình 16.3. Mối ghép giáp mối với một tấm đệm.

Hình 16.4. Mối ghép giáp mối, hai tấm đệm.

Bảng 16-1. Lỗ chứa đinh tán

Đường kính đinh tán d, mm	Đường kính lỗ d ₀ , mm	
	Lỗ tinh (gia công trên máy)	Lỗ thô
6	6,5	6,7
8	8,5	8,7
10	10,5	11,0
12	13,0	13,0
(14)	15,0	15,0
(16)	16,5	17,0
(18)	18,5	19,0
20	21,0	21,0
22	23,0	24,0
24	25,0	26,0
(27)	28,0	29,0
30	31,0	32,0

Ghi chú: Khi thật bất đắc dĩ mới dùng các đinh tán có đường kính ghi trong ngoặc đơn.

+ *Bước t* là khoảng cách giữa hai đỉnh tán kế nhau trong một hàng (hình 16.2), thường được chọn theo hệ thức:

$$t = (3-6) \cdot d, \text{ với } d \text{ là đường kính đỉnh tán}$$

+ *Đường kính đỉnh tán lấy trong giới hạn:*

$$d = (1,5-2,0) \delta_{\min}, \text{ với } \delta_{\min} \text{ là chiều dày của tấm nối mỏng nhất.}$$

+ *Lỗ chứa đỉnh tán lấy lớn hơn đường kính đỉnh tán một ít, và cho trong bảng 16-1 ở trên.*

16.1.2. Tính toán mối ghép chắc khi chịu lực chiều trục

Việc tính toán ở đây cần đảm bảo các yêu cầu về:

- * Độ bền cắt đối với đỉnh tán
- * Độ bền dập đối với đỉnh tán và thanh lỗ chứa đỉnh tán.
- * Độ bền kéo (hoặc nén) đối với tấm ghép nào yếu nhất, theo tiết diện ngang đi qua lỗ đỉnh tán.
- * Độ bền cắt đối với tấm ghép theo mép lỗ đỉnh tán.

Các công thức tính toán như sau:

- Ứng suất cắt:

$$\tau_c = \frac{Q}{z i \frac{\pi d_0^2}{4}} \leq [\tau]_c \quad (16-1)$$

- Ứng suất dập trên đỉnh tán:

$$\sigma_d = \frac{Q}{z d_0 \delta_{\min}} \leq [\sigma]_d \quad (16-2)$$

- Ứng suất kéo trên tấm ghép:

$$\sigma_k = \frac{P}{F} \leq [\sigma]_k$$

- Ứng suất cắt trên tấm ghép theo mép lỗ đỉnh tán:

$$\tau_c = \frac{Q}{z i (e - 0,5 d_0) \delta} \leq [\tau]_c$$

Các đại lượng trong các công thức trên được qui ước như sau:

Q - tổng tải trọng tác dụng lên mối ghép, tính theo N;

z - số lượng đỉnh tán chịu lực Q;

i - số lượng mặt cắt trên một đỉnh tán;

d_0 - đường kính lỗ đinh tán, tính theo mm (xem bảng 16-1);

δ, δ_1 - lần lượt là chiều dày tấm ghép và tấm đệm, mm;

$\delta_{\min}$ - tổng chiều dày nhỏ nhất của các thành phần chịu cắt trên cùng một phương: $\delta_{\min} = \delta$ (hình 16.4) khi $\delta \leq 2\delta_1$ hoặc $\delta_{\min} \leq 2\delta_1$ khi $2\delta_1 \leq \delta$;

P - lực dọc trục tác dụng lên tiết diện cần kiểm tra về ứng suất kéo, N;

F - diện tích tiết diện cắt qua đường tâm dây lỗ đinh, mm²;

e - khoảng cách từ mép tấm ghép tới đường tâm của dây đinh đầu tiên, mm. Thường lấy $e \geq 1,5d_0$ đối với lỗ khoan, hoặc $e = 2d_0$ đối với lỗ đột;

$[\tau]_c, [\sigma]_d, [\sigma]_k$: lần lượt là ứng suất cho phép cắt, dập và kéo tính theo N/mm² (hay MPa), cho trong bảng 16.2.

Ghi chú: Đối với mối ghép chắc kín, ngoài độ bền còn phải đảm bảo độ khít kín, vì thế cần phải tính theo phương pháp riêng, mà ở đây ta không xem xét tới.

Bảng 16-2. Ứng suất cho phép đối với các chi tiết mối ghép đinh tán, N/mm² (MPa)

Loại ứng suất	Phương pháp gia công lỗ	Ứng suất cho phép đối với tấm thép CT.3 và đinh tán CT.2 và CT.3	Ứng suất cho phép đối với mối ghép hợp kim màu
$[\sigma]_k$	-	160	$(0,4 - 0,5) \sigma_{ch}$
$[\sigma]_c$	Khoan (hoặc đột, sau đó khoan rộng lỗ)	140	$(0,25 - 0,30) \sigma_{ch}$
	Đột lỗ	100	$(0,25 - 0,30) \sigma_{ch}$
$[\sigma]_d$	Khoan (hoặc đột, rồi khoan rộng lỗ)	320	$(1,5 - 2,0) [\sigma]_k$
	Đột lỗ	280	$(1,5 - 2,0) [\sigma]_k$

Ghi chú:

1. Đối với kim loại màu, σ_{ch} được lấy như sau:

Л62: $\sigma_{ch} = 110 \text{ H/mm}^2$; Д18П: $\sigma_{ch} = 170 \text{ H/mm}^2$; В65: $\sigma_{ch} = 220 \text{ H/mm}^2$;

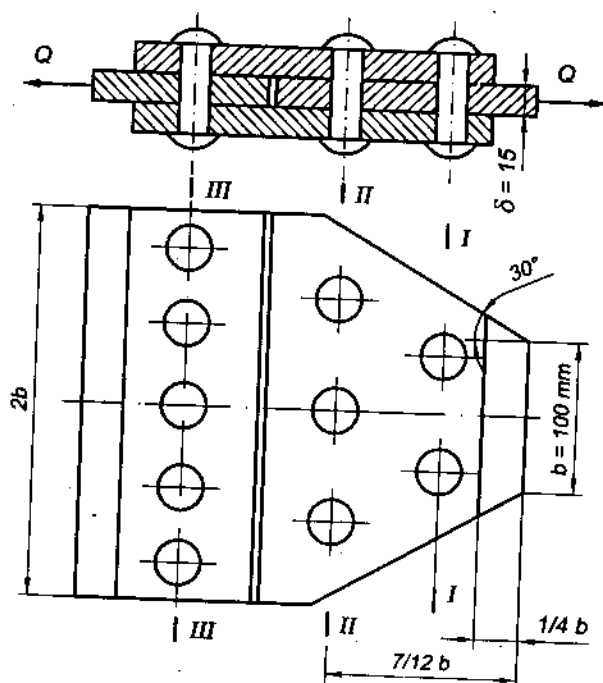
2. Khi mối ghép chịu tải trọng thay đổi dấu thì ứng suất cho phép cần được hạ thấp, bằng cách nhân với hệ số γ :

$$\gamma = \frac{1}{1 - 0,3 \frac{Q_{\min}}{Q_{\max}}}$$

Trong đó: $Q_{\min}$, $Q_{\max}$ lần lượt là tải trọng nhỏ nhất và lớn nhất có mang đầu của chúng, ví dụ -10000N và +10000N.

16.2. VÍ DỤ TÍNH TOÁN

Hãy xác định tải trọng cho phép của mối ghép đinh tán cho trên hình 16.5, nếu đinh tán làm bằng thép CT2, còn các tấm ghép và các tấm đệm là thép CT.3. Đường kính đinh tán $d=16\text{mm}$. Với lực Q bằng lực tác dụng cho phép, hãy xác định ứng suất kéo sinh ra tại tại các tiết diện I-I, II-II, III-III.



Hình 16.5. Mối ghép đinh tán có tấm đệm dùng cho bài ví dụ.

Giải: Tải trọng cho phép được xác định trên cơ sở tính toán về cắt và dập với đinh tán nằm về một bên mối ghép. Theo bảng 16.1, ta có đường kính lỗ $d_0=16,5\text{ mm}$. Theo bảng 16-2, ta có $[\tau]_c = 100\text{N/mm}^2$; $[\tau]_d = 280\text{N/mm}^2$ và $[\tau]_k = 160\text{N/mm}^2$.

Từ công thức (16-1) và (16-2) ta rút ra tải trọng cho phép tính theo cắt và tải trọng cho phép tính theo dập như sau:

$$[Q]_c = \frac{[\tau]_c Z i \pi d_0^2}{4};$$

$$[Q]_d = [\sigma]_d Z d_0 \delta_{\min}; \quad (Z = 5; i = 2; d_{\min} = \delta = 15\text{mm} < 2\delta_1 = \frac{4}{3} \delta)$$

Thay số vào, ta có:

$$[Q]_c = \frac{100 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 3,14 \cdot 16,5^2}{4} = 200 \cdot 10^3 \text{ N}$$

$$[Q]_d = 280.5.16,5.15 = 337.10^3 \text{ N};$$

Vậy ta chọn $[Q] = [Q]_c = 200 \text{ kN}$

Dùng $Q = [Q]$ đã chọn, tính được ứng suất kéo sinh ra tại các tiết diện.

Tại tiết diện I-I:

$$\begin{aligned}\sigma_{k(I-I)} &= \frac{Q}{F_{(I-I)}} = \frac{Q}{\left[\left(b + 2 \frac{b}{4} \lg 30^0 \right) - 2d_0 \right] \delta} = \\ &= \frac{200.10^3}{\left[\left(100 + 2 \frac{100}{4} \lg 30^0 \right) - 2.16,5 \right] 15} = 139 \text{ N/mm}^2\end{aligned}$$

- Tại tiết diện II-II:

$$\begin{aligned}\sigma_{k(II-II)} &= \frac{Q}{F_{(II-II)}} = \frac{Q}{\left[\left(b + 2 \frac{7}{12} b \lg 30^0 \right) - 3d_0 \right] \delta} = \\ &= \frac{200.10^3}{\left[\left(100 + 2 \frac{7}{12} 100 \lg 30^0 \right) - 3.16,5 \right] 15} = 113 \text{ N/mm}^2\end{aligned}$$

- Tại tiết diện III-III:

$$\sigma_{k(III-III)} = \frac{Q}{F_{(III-III)}} = \frac{Q}{(2b - 5d_0)\delta} = \frac{200.10^3}{(2.100 - 5.16,5).15} = 114 \text{ N/mm}^2$$

Kết luận: Ứng suất sinh ra trên cả ba tiết diện đều bé hơn ứng suất kéo cho phép, do đó mối ghép đảm bảo bền.

CÂU HỎI ÔN TẬP

1. Phân loại các mối ghép đinh tán ? Tại sao trong các thiết bị như nồi hơi, thùng áp lực, người ta hay dùng nối ghép đinh tán ?
2. Khi nối ghép thẳng thoải phải tháo rời thì có nên dùng đinh tán không, tại sao ?
3. Giải thích tại sao chi tiết ghép và đinh tán nên được làm cùng một loại vật liệu ?
- 4* Làm lại bài ví dụ mục 16.2 cho trường hợp mối ghép chỉ có một tấm đệm với chiều dày tấm đệm và tấm ghép bằng nhau ($\delta_1 = \delta_2$).

Chương 17

MỐI GHÉP BẰNG HÀN

17.1. KHÁI NIỆM CHUNG

17.1.1. Các loại mối ghép cơ bản và các loại mối hàn

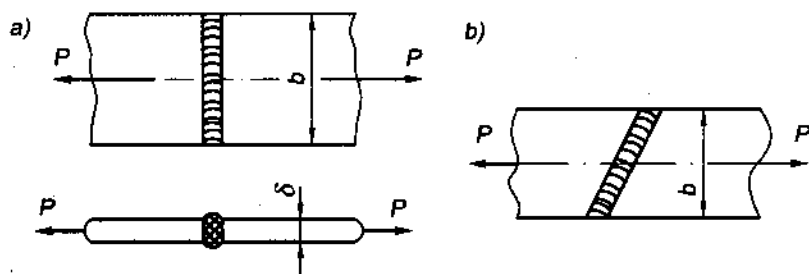
Ghép nối bằng hàn được tạo ra nhờ lực hút bám phân tử do đốt nóng cục bộ tại các chi tiết của mối ghép hàn.

1. Phân loại mối ghép hàn

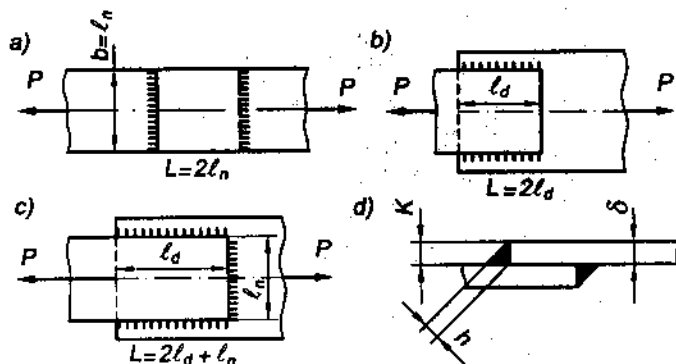
Việc phân loại mối ghép có thể theo nhiều cách:

a. Theo vị trí tương đối giữa các chi tiết ghép, có:

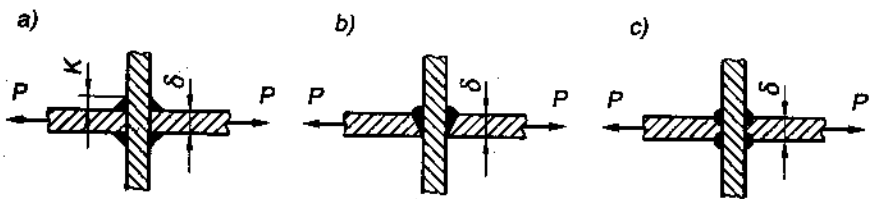
- Mối ghép đối đầu - hay còn gọi là ghép giáp mối (hình 17.1)
- Mối ghép chồng (hình 17.2)
- Mối ghép chữ T (hình 17.3)
- Mối ghép góc (hình 17.4)



Hình 17.1. Mối ghép đối đầu (hay giáp mối). a. ngang; b. xiên



Hình 17.2. Mối ghép chồng: a- ngang; b- dọc; c- hỗn hợp; d- tiết diện ngang của mối hàn.



Hình 17.3. Mối ghép chữ T.



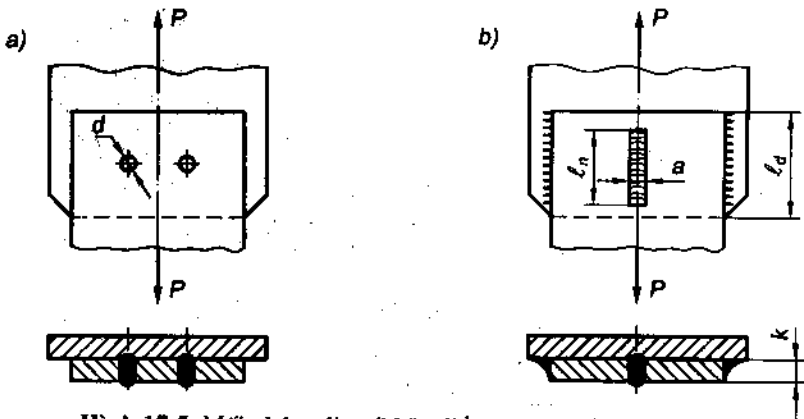
Hình 17.4. Mối ghép góc.

b. Theo phương chiều của đường hàn so với phương chiều lực tác dụng, có:

- Mối ghép ngang (hình 17.1a)
- Mối ghép xiên (hình 17.1b)
- Mối ghép dọc (hình 17.2b)
- Mối ghép hỗn hợp (hình 17.2c)

c. Theo hình dạng mối hàn, có :

- Mối ghép với đường hàn liên tục (hình 17.1a)
- Mối ghép với mối hàn điểm (hình 17.5a)
- Mối ghép với mối hàn rãnh (hình 17.5b)



Hình 17.5. Mối ghép với mối hàn điểm (a) và mối hàn rãnh (b).

d. Theo phương pháp công nghệ, có:

- Mối ghép bằng hàn hồ quang điện, hàn xỉ điện và hàn hơi. Các phương pháp này làm kim loại trên các tiết máy ghép bị nóng chảy, khiến chúng gắn lại với nhau mà không cần lực ép.

- Mối ghép bằng hàn tiếp xúc. Phương pháp này làm kim loại trên tiết máy ghép bị nóng dẻo, rồi dùng lực nén, ép chúng dính lại với nhau.

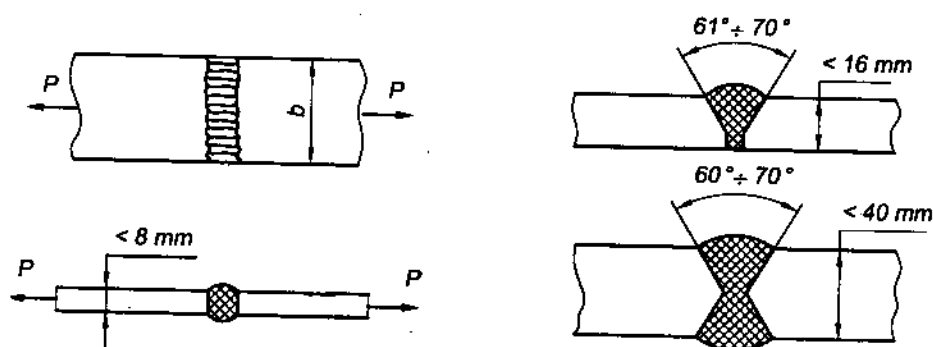
- Mối ghép bằng hàn vẩy. Ở đây các tiết máy ghép không bị nung chảy mà chỉ vật liệu hàn là được làm nóng chảy để dính kết chúng lại với nhau.

e. Theo mức độ tự động hoá, chia ra:

- Hàn tự động
- Hàn bán tự động
- Hàn thủ công (bằng tay)

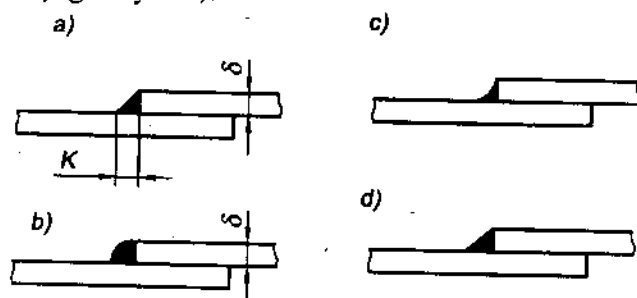
2. Phân loại mối hàn được căn cứ vào tiết diện ngang của đường hàn

- Đối với mối ghép chữ T và mối ghép đối đầu; tùy theo chiều dày các tấm ghép, ta có mối hàn không vát mép, vát mép một mặt và vát mép cả hai mặt (hình 17.3 và 17.6).



Hình 17.6. Các loại tiết diện mối hàn đối với mối ghép đối đầu.

- Đối với mối ghép chồng (hình 17.7) có : loại tiết diện bình thường (được dùng rộng rãi nhất); tiết diện lõm (không hợp lý, rất ít được dùng); tiết diện lồi (chỉ được dùng trong những kết cấu quan trọng cần tránh tập trung ứng suất mạnh) và tiết diện hình tam giác không đều cạnh (chỉ hợp lý khi dùng trong kết cấu tải trọng thay đổi).



Hình 17.7. Các loại tiết diện mối hàn đối với mối ghép chồng.

a. bình thường; b. lõm; c. lồi; d. tam giác không đều cạnh.

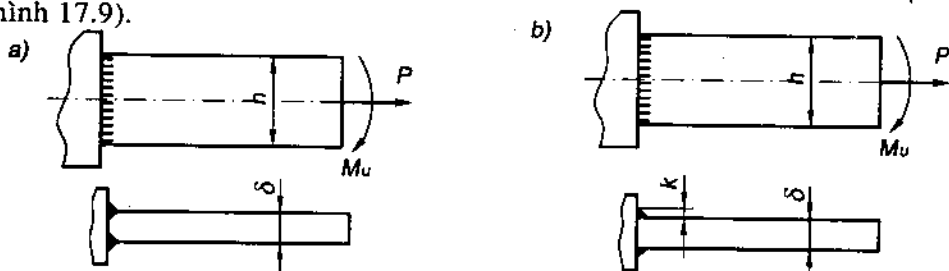
3. Chiều cao mối hàn k

Chiều cao mối hàn k thường được lấy bằng chiều dày tấm ghép và không nhỏ hơn 3 mm, tức là $k \geq 3 \text{ mm}$ (hình 17.2d).

17.1.2. Các dạng tải trọng điển hình của mối ghép bằng hàn

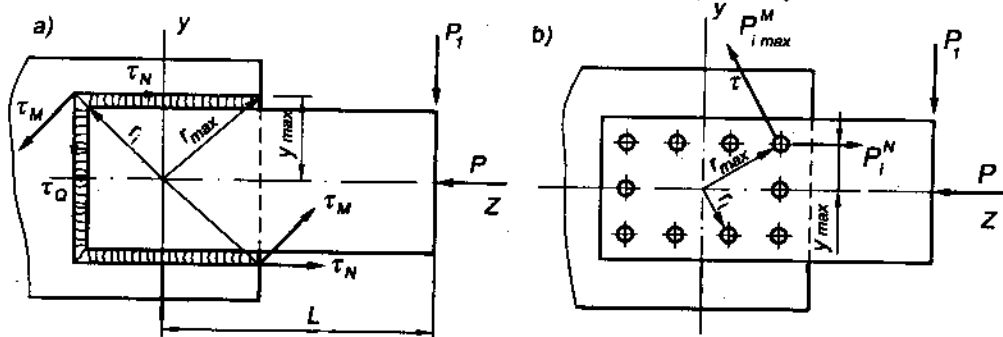
Trong thực tế, mối ghép bằng hàn chịu tải rất đa dạng. Dưới đây chỉ nêu một số trường hợp điển hình, hay gặp.

- Tải trọng theo chiều trục (hình 17.2).
- Tải trọng vuông góc với các mối nối của các chi tiết được hàn (hình 17.8).
- Tải trọng nằm trong mặt phẳng chứa mối nối của các chi tiết được hàn (hình 17.9).



Hình 17.8. Mối ghép chịu lực chiều trục và mômen uốn.

a. Tấm nối có vát mép; b. Tấm nối không vát mép.



Hình 17.9. Mối ghép chịu tải trọng trong mặt phẳng chứa mối nối của các chi tiết được hàn.

a- mối hàn hỗn hợp; b- mối hàn điểm.

17.1.3. Tính toán độ bền cho mối ghép

Ứng với mỗi dạng tải trọng tác dụng lên mối ghép, ta phải xây dựng một phép tính độ bền thích hợp. Dưới đây chỉ trình bày cách tính đối với trường hợp chịu tải đơn giản nhất trong ba trường hợp nêu trên.

Tính toán độ bền khi mối ghép chịu tải trọng theo chiều trục ta dùng các ký hiệu như sau:

P - ngoại lực tác dụng lên mối ghép, N;

L - tổng chiều dài đường hàn, mm;

δ - chiều dày các tiết máy ghép, mm;

k - chiều cao mối hàn, mm;

d - đường kính điểm hàn trong mối hàn điểm, mm;

i - số lượng điểm hàn trong mối hàn điểm (hình 17.5a);

a - chiều rộng mối hàn trong mối hàn rãnh (hình 17.5b), mm;

$[\sigma]_k$ và $[\tau]_c$ lần lượt là ứng suất kéo (nén) và ứng suất cắt cho trong bảng 17-1 dưới đây.

Bảng 17-1. Ứng suất cho phép $[\sigma]_k$ và $[\tau]_c$ khi tính toán mối hàn (N/mm²)

Phương pháp hàn	Ứng suất cho phép của mối hàn		
	Khi kéo $[\sigma]_k$	Khi nén $[\sigma]_n$	Khi cắt $[\sigma]_c$
- Hàn điện bằng tay, que hàn ≥ 42	$0,9 [\sigma]_k$	$[\sigma]_k$	$0,6 [\sigma]_k$
- Hàn điện tự động dưới lớp thuốc hàn; - Hàn tiếp xúc giáp mối nóng chảy; Hàn điện thủ công với que hàn $\geq 42A$ và $\geq 50A$ trong môi trường khí bảo vệ;	$[\sigma]_k$	$[\sigma]_k$	$0,65 [\sigma]_k$
Hàn tiếp xúc điểm	-	-	$0,5 [\sigma]_k$
Ghi chú: $[\sigma]_k$: Ứng suất kéo cho phép của tấm ghép			

1. Mối hàn đối đầu (hình 17.1) làm việc chịu kéo (nén) với các kiểu vát mép và không vát mép:

$$\sigma = \frac{P}{b\delta} \leq [\sigma]_k$$

2. Mối hàn chồng (hình 17.2) được tính toán theo cắt trên tiết diện đi qua đường phân giác của góc vuông. Như vậy chiều cao tính toán của mối hàn là h, với $h = k \cos 45^\circ \approx 0,7k$ (hình 17.2d)

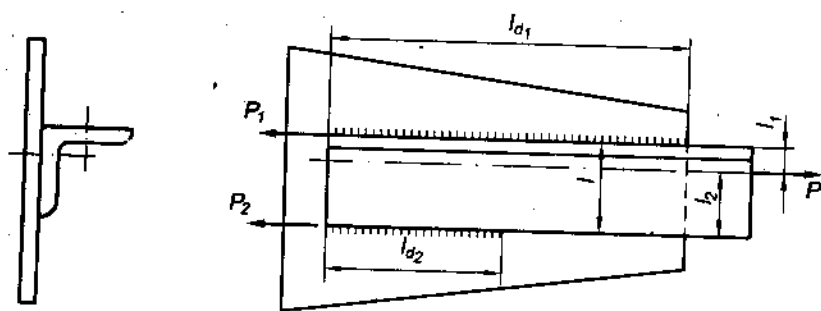
$$\tau = \frac{P}{0,7kL} \leq [\tau]_c$$

Trong đó L được tính như đã ghi trên hình 17.2a, b và c.

3. Mối hàn chồng không đối xứng so với đường tác dụng của lực P như trên hình 17.10 dưới đây thì ứng lực sinh ra trong mối ghép sẽ được tính toán như sau:

$$P_1 = P \frac{l_2}{l} ; P_2 = P \frac{l_1}{l}$$

với : $\frac{l_{d1}}{l_{d2}} = \frac{l_2}{l_1}$ suy ra: $\tau = \frac{P}{0,7k(l_{d1} + l_{d2})} \leq [\tau]_c$



Hình 17.10. Mối hàn chông không đối xứng so với tác dụng của lực P.

4. Mối hàn chữ T như trên hình 17.3 được chia ra:

a. Mối hàn trên hình 17.3a thì:

$$\tau = \frac{P}{0,7kL} \leq [\tau]_c;$$

b. Mối hàn như trên hình 17.3b, c thì:

$$\sigma = \frac{P}{L\delta} \leq [\sigma]_k;$$

5. Mối hàn điểm như trên hình 17.5a thì:

$$\tau = \frac{P}{i\pi d^2 / 4} \leq [\tau]_c$$

6. Mối hàn rãnh như trên hình 17.5b thì:

$$\tau = \frac{P}{a l_n + 0,7k.2l_d} \leq [\tau]_c$$

17.2. VÍ DỤ TÍNH TOÁN

Dàn thép gồm các thanh thép L không đều cạnh, liên kết với nhau qua tấm tấp bằng thép như trên hình 17.11. Vật liệu tấm tấp và thép L bằng CT.3, có $[\sigma]_k = 160 \text{ N/mm}^2$. Hàn bằng tay, que hàn 342A. Hãy xác định chiều dài mối hàn sao cho tải trọng phân bố đều trên các đường hàn.

Giải: Tra bảng vật liệu, với thép góc, L70x45x5 có diện tích $F = 5,59 \text{ cm}^2$. Vậy tải trọng kéo cho phép trên mỗi thanh sẽ là:

$$[P] = F[\sigma]_k = 5,59.100.160 \approx 89,5.10^3 \text{ N} = 89,5 \text{ kN}$$

Kích thước tấm tập được xác định bởi góc nghiêng của các thanh và chiều của hai mối hàn dọc hai bên, l_{d1} và l_{d2} .

Ta lấy chiều cao mối hàn k bằng chiều dày cánh của thép góc, tức là $k=5\text{mm}$.

Ứng suất cắt cho phép lấy theo bảng 17.1 và có:

$$[\tau]_k = 0,65[\sigma]_k = 0,65 \cdot 160 = 104 \text{ N/mm}^2$$

Lực tác dụng cho phép đối với mối hàn ngang ở đầu thanh L:

$$[P_n] = 0,7 k l_n [\tau]_k = 0,7 \cdot 5 \cdot 70 \cdot 104 \approx 25,5 \cdot 10^3 \text{ N} = 25,5 \text{ kN}$$

Lực tác dụng cho phép đối với hai mối hàn dọc hai bên thanh L:

$$[P_p] = [P] - [P_n] = 89,5 - 25,5 = 64 \text{ kN}$$

Ứng lực cho phép này được phân bố hai bên thanh L, tỉ lệ nghịch với khoảng cách từ đường tâm tác dụng đến hai mối hàn dọc hai bên. Áp dụng các công thức đã thiết lập được cho trường hợp hình 17.10, ta có:

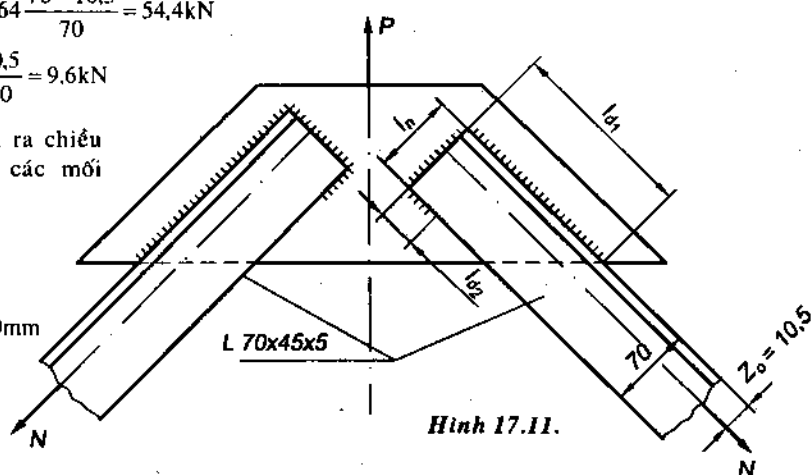
$$P_{d1} = P_d \frac{70 - Z_0}{70} = 64 \frac{70 - 10,5}{70} = 54,4 \text{ kN}$$

$$P_{d2} = P_d \frac{Z_0}{70} = 64 \frac{10,5}{70} = 9,6 \text{ kN}$$

Từ đó, ta tính ra chiều dài cần thiết của các mối hàn dọc:

$$l_{d1} = \frac{P_{d1}}{0,7 k [\tau]_k} = \frac{54,4 \cdot 10^3}{0,7 \cdot 5 \cdot 104} \approx 150 \text{ mm}$$

$$l_{d2} = \frac{P_{d2}}{0,7 k [\tau]_k} = \frac{9,6 \cdot 10^3}{0,7 \cdot 5 \cdot 104} \approx 26 \text{ mm}$$



Hình 17.11.

CÂU HỎI ÔN TẬP

- Mối ghép bằng hàn khác mối ghép bằng đinh tán về mặt công nghệ chế tạo ở điểm nào ?
- Phân biệt các loại mối hàn :
 - Theo vị trí tương đối giữa các chi tiết ghép ?
 - Theo phương chiều của đường hàn so với phương chiều của tác dụng ?
 - Theo hình dạng mối hàn ?
 - Theo phương pháp công nghệ ?
 - Theo mức tự động hóa ?

3* Làm lại bài ví dụ mục 17.2 với giàn thép gồm các thanh L đều cạnh $50 \times 50 \times 5$, có diện tích $F = 4,8 \text{ cm}^2$, $Z_0 = 14,2 \text{ mm}$.

MỐI GHÉP BẰNG REN

18.1. KHÁI NIỆM CHUNG

Mối ghép bằng ren thuộc loại có thể tháo rời. Nó được dùng rất nhiều trong các ngành công nghiệp. Các tiết máy có ren chiếm trên 60% tổng số các tiết máy nối chung của máy móc hiện đại. Trong lĩnh vực máy nâng - vận chuyển và máy xây dựng, mối ghép bằng ren cũng được sử dụng rất phổ biến..

Ưu điểm: mối ghép bằng ren có cấu tạo đơn giản, dễ chế tạo, dễ tháo lắp, dễ tiêu chuẩn hoá và được chế tạo hàng loạt nên giá thành hạ, nhờ khả năng tự hãm của ren nên có thể cố định các tiết máy ở vị trí mong muốn,...

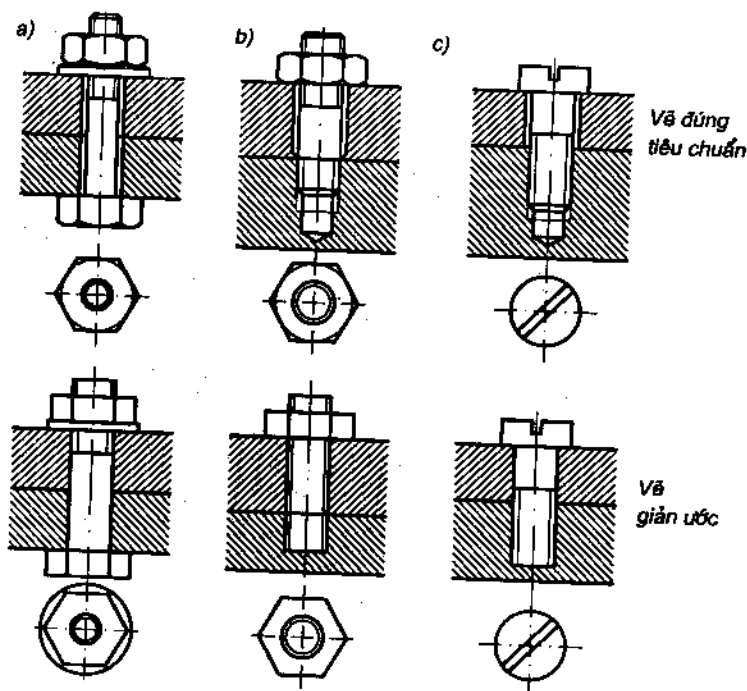
Nhược điểm: nhược điểm chủ yếu của mối ghép bằng ren là có tập trung ứng suất ở chân ren nên hay bị nứt và đứt gãy tại đó.

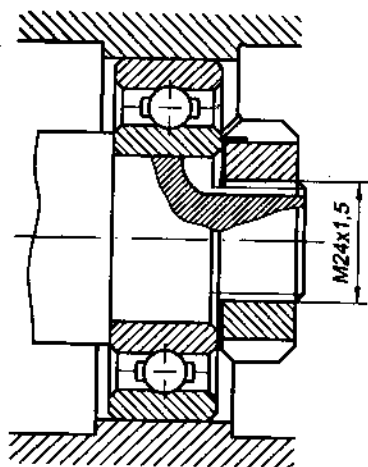
18.1.1. Ren và các thông số cơ bản của ren

a. Phân loại ren theo công dụng

- Ren dùng để kẹp chặt (ren trụ và ren côn).
- Ren dùng để truyền chuyển động và để chịu tải.

Hình 18.1. Các chi tiết cơ bản của mối ghép bằng ren dùng để kẹp chặt:
a- bulông; b- vít cấy; c- vít.





Hình 18.2. Đai ốc hãm hình tròn (ren bước nhỏ) kẹp chặt vòng bi trên trục.

Hình 18.1 giới thiệu các tiết máy hay gặp nhất của mỗi ghép bằng ren dùng để kẹp chặt: bulông, vít cấy và vít; chúng có ren hệ mét (xem hình 18.5a) với **bước ren lớn**.

Hình 18.2 giới thiệu cách kẹp chặt vòng bi lên trục bằng đai ốc hãm hình tròn có ren hệ mét với **bước ren nhỏ**.

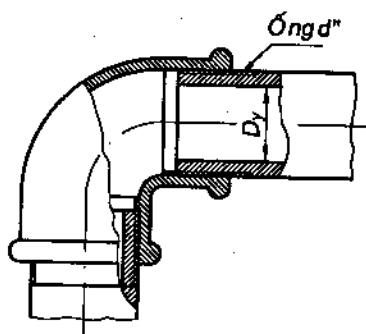
Hình 18.3 trình bày cách nối ống qua cút cong có ren ống và hình 18.4 trình bày một chiếc kích mà vít nâng của nó có **ren hình vuông** (có thể dùng ren hình thang như trên hình 18.5b).

b. Các thông số cơ bản của ren

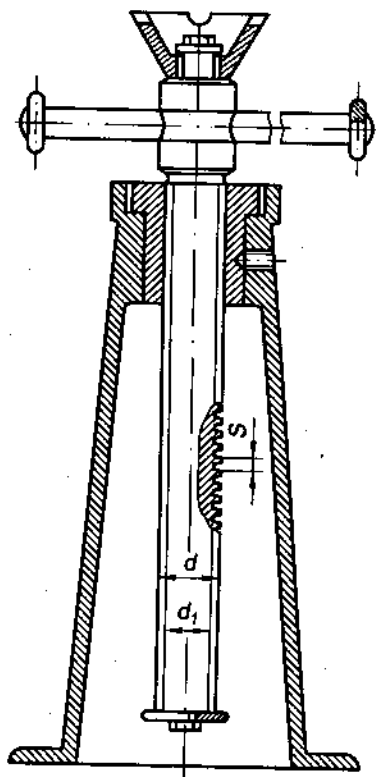
Bước ren S : là khoảng cách giữa hai đỉnh ren liên tiếp, được đo theo phương song song với đường trục của các ren (tức đường trục của bulông hay vít, đai ốc).

- **Bước đường xoắn ốc t :** là khoảng cách giữa hai đỉnh ren liên tiếp trên cùng một mối ren (đường xoắn ốc), được đo theo phương song song với đường trục của các ren. Nếu gọi n là số mối ren thì:

$$t = S \cdot n \text{ (với ren một mối, ta có } t=S\text{)}$$



Hình 18.3. Nối ống thông qua cút cong.



Hình 18.4. Kích vít.

Góc nâng của ren λ (đôi khi còn được ký hiệu là ϕ): là góc tạo bởi tiếp tuyến của đường xoắn ốc (trên hình trụ trung bình) với mặt phẳng vuông góc với trục của ren:

$$\operatorname{tg} \lambda = \frac{t}{\pi d_2} = \frac{S \cdot n}{\pi d_2} \quad (18-1)$$

Với d_2 là đường kính trung bình của ren.

1.1.3. Ren tiêu chuẩn công dụng chung

a. Ren hệ mét

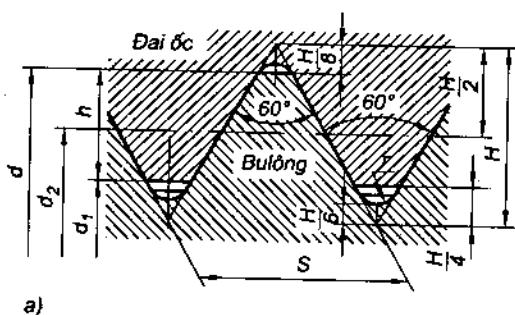
$$H = 0,86603S$$

$$h = 0,54125S$$

$$r = \frac{H}{6} \times 0,144S$$

$$d_2 = d = \frac{3}{4}H$$

$$d_1 = d = 2h$$



b. Ren hình thang (cân)

$$H = 1,866S$$

$$h_1 = 0,5S + z$$

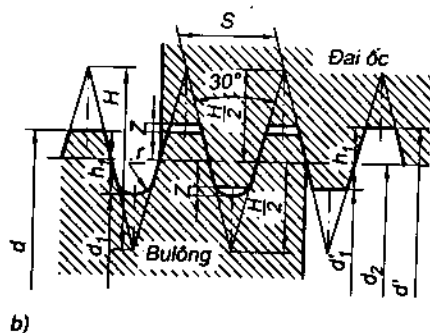
$$h = 0,5S$$

$$d_2 = d - 0,6S$$

$$d_1 = d - 2h_1$$

$$d' = d + 2z$$

$$d'_1 = d - S$$



c. Ren răng cưa (hình thang lệch)

$$H = 1,5878S$$

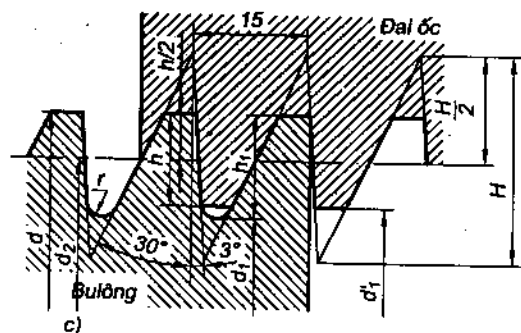
$$h_1 = 0,86777S$$

$$r = 0,12427S$$

$$h = 0,75S$$

$$d_2 = d - h$$

$$d_1 = d - 2h_1$$



d. Ren ống trụ

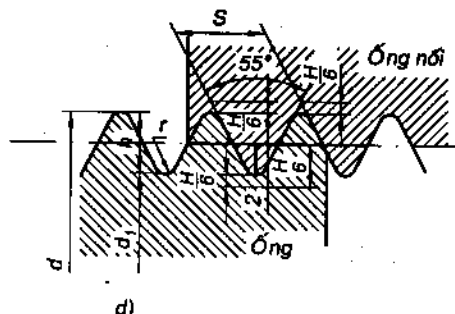
$$H = 0,96049S$$

$$h = 0,6403S$$

$$r = 0,13733S$$

$$d_2 = d - \frac{2}{3}H$$

$$d_1 = d - 2h$$



e. Ren ống côn hệ Anh

$$H = 0,866S$$

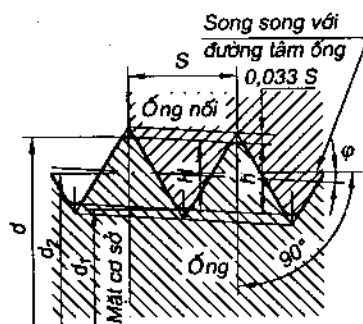
$$h = 0,8S$$

$$\varphi = 1^{\circ}47'24''$$

$$\text{Độ côn} : 2\text{tg}\varphi = 1/16$$

$$d_2 = d - H$$

$$d_1 = d - 2h$$



f. Ren ống côn hệ mét

$$H = 0,96024S$$

$$h = 0,64033S$$

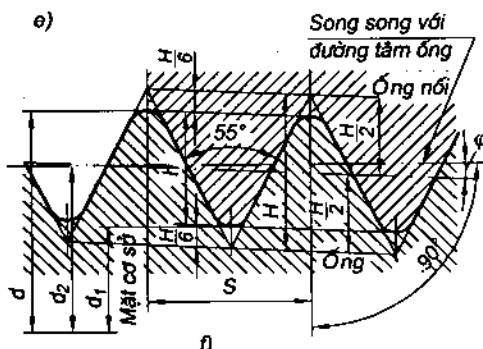
$$r = 0,13728S$$

$$\varphi = 1^{\circ}47'24''$$

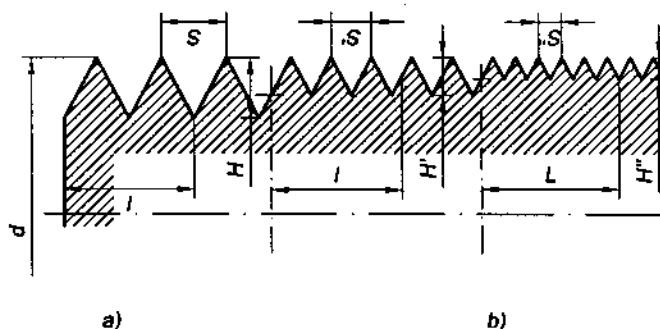
$$\text{Độ côn} : 2\text{tg}\varphi = 1/16$$

$$d_2 = d - \frac{2}{3}H$$

$$d_1 = d - 2h$$



Hình 18.5. Kích thước kết cấu của ren tiêu chuẩn công dụng chung.



Hình 18.6. Biền dạng của ren hệ mét: a. ren bước lớn; b. ren bước nhỏ.

1. Ren kẹp chặt: các loại *ren hệ mét*, *ren ống* và *ren Anh* đều có thể dùng làm *ren kẹp chặt*. Tuy nhiên, riêng đối với *ren Anh* với góc biên dạng 55° chỉ được phép dùng làm ren kẹp chặt khi thay thế, sửa chữa những thiết bị cũ hoặc nhập khẩu từ những nước vốn đã sử dụng loại ren này; còn khi thiết kế mới thì ở nước ta không dùng, trừ trường hợp ren ống như sẽ nói dưới đây.

a. Ren hệ mét (hình 18.6): Loại ren này có biên dạng hình tam giác, góc ở đỉnh bằng 60° ; bước ren có hai loại là loại *bước lớn* và *bước nhỏ*, các kích thước đã được tiêu chuẩn hoá.

Ren (hệ mét) bước lớn được quy ước có in chữ M trước giá trị của đường kính ren. Ví dụ, M14 là ren hệ mét bước lớn, đường kính 14 mm.

Ren (hệ mét) bước nhỏ ngoài quy ước như đối với ren bước lớn, còn có ghi thêm giá trị của bước ren sau giá trị của đường kính. Ví dụ, M14x0,75 là ren hệ mét bước nhỏ (0,75 mm), đường kính 14 mm.

Như trên hình 18.6 cho thấy, bước ren càng nhỏ thì rãnh càng nông, mặt khác góc nâng λ của ren càng bé [công thức (18-1)]. Qua đó cho thấy với cùng đường kính ngoài d thì đường kính trong d_1 ở ren bước nhỏ sẽ có giá trị lớn hơn ở ren bước lớn, do đó sức chịu tải của thân bulông với ren bước nhỏ cũng lớn hơn. Ngoài ra, khả năng tự hãm của ren bước nhỏ cũng cao hơn do góc nâng λ của nó bé hơn, hay nói cách khác, ren bước nhỏ ít khả năng tự lỏng hơn so với ren bước lớn. Nhờ hai ưu điểm trên, ren bước nhỏ hay được dùng trong các tiết máy chịu rung động hoặc va đập, trong các tiết máy nhỏ, mỏng (như trong máy bay, máy chính xác, máy vô tuyến điện,...).

Mặc dầu vậy, ren bước lớn vẫn được dùng rộng rãi do kích thước ren cao và dày nên những sai sót nhỏ thường gặp trong khi chế tạo cũng không đến nỗi làm ren bị loại bỏ, hơn nữa thời gian chịu mài mòn cũng được lâu hơn.

b. Ren ống: vừa có tác dụng kẹp chặt vừa đảm bảo độ kín trong các mối ghép ống.

Thường thì đường kính trong (lỗ thông thuỷ) của ống được dùng làm kích thước cơ bản đặc trưng cho ren ống và đường kính đó được ghi trên bản vẽ theo hệ Anh. Ren ống không có khe hở ở đỉnh ren và chân ren nhằm đảm bảo độ kín khít, và là ren bước nhỏ. Ren ống có hai loại: ren ống trụ và ren ống côn.

Ren ống trụ: là ren bước nhỏ, có biên dạng hình tam giác cân, góc ở đỉnh bằng 55° (hình 18.6d).

Ren ống côn: đảm bảo độ kín khít cao mà không cần đến chi tiết đệm kín riêng, đồng thời cho phép tháo lắp nhanh. Cũng như đối với ren ống trụ, bước ren ống côn được đo song song với đường tâm ống, còn đường phân giác của góc ở đỉnh phải thẳng góc với đường tâm ống. Nhờ vậy, ren ống trụ cũng có thể lắp được với ren ống côn cùng kích thước.

Ren ống côn có hai loại: Ren ống côn hệ Anh với góc biên dạng $\alpha=60^\circ$ và ren ống côn hệ mét với góc biên dạng $\alpha=55^\circ$ (hình 18.6f).

2. Ren truyền động và chịu tải

Theo tiêu chuẩn, đó là *ren thang cân* (hình 18.5b) và khi chịu lực một chiều thì đó là *ren thang lệch* (hình 18.5c). Ngoài ra còn có *ren vuông* nhưng không được tiêu chuẩn hoá. Loại ren này ít tồn thất vì ma sát hơn so với ren hình thang do đó hiệu suất truyền động cũng cao hơn. Tuy vậy, ren vuông khó chế tạo và độ bền kém hơn, khó khắc phục khe hở chiều trục nên ngày nay ít được dùng mà thường được thay thế bằng ren thang.

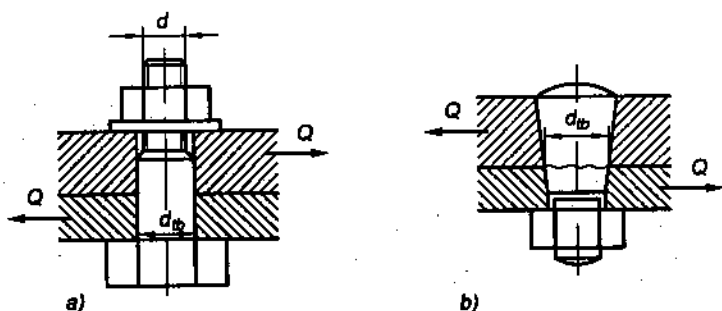
18.2. TÍNH TOÁN MỐI GHÉP BẰNG REN

Bulông (hoặc vít, vít cấy) là chi tiết chủ yếu trong mối ghép bằng ren. Căn cứ vào *tải trọng tác dụng*, người ta tính ra đường kính yêu cầu của bulông (hay vít, vít cấy) rồi căn cứ vào bảng tiêu chuẩn có sẵn để chọn ra kích thước bulông (vít, vít cấy) và các chi tiết kèm theo khác như đai ốc, vòng đệm,.... Tải trọng tác dụng có hai dạng: *tải trọng tĩnh* và *tải trọng thay đổi*. Ở đây ta chỉ xét đến trường hợp *tải trọng tĩnh*, còn trường hợp tải trọng thay đổi thì bạn đọc có thể xem thêm trong các tài liệu tham khảo ghi ở cuối sách này.

18.2.1. Tính toán độ bền mối ghép bằng ren chịu tải trọng tĩnh

1. Bulông lắp không có khe hở

Trường hợp này cả thân bulông và lỗ đều được gia công chính xác. Lực tác dụng thẳng góc với đường tâm của bulông như trên hình 18.7, tạo nên ứng suất cắt và dập.



Hình 18.7. Bulông lắp trong lỗ không có khe hở:

a. thân hình trụ; b. thân hình côn

Đường kính thân bulông tính theo điều kiện độ bền cắt:

$$d_b \geq \sqrt{\frac{4Q}{\pi l \tau_k}} \quad (18-2)$$

trong đó: $[\tau]_c$: ứng suất cắt cho phép của vật liệu làm bulông, $[\tau]_c = (0,2 - 0,3)\sigma_{ch}$, σ_{ch} là ứng suất chảy, tính theo N/mm²; Q - lực tác dụng lên mỗi ghép, tính theo N; i - số mặt chịu cắt (trên hình 18.7, i=1); d_b - đường kính thân bulông, mm.

* Đường kính thân bulông tính theo độ bền dập:

$$d_b \geq \frac{Q}{\delta_{\min} [\sigma]_d} \quad (18-3)$$

trong đó: $\delta_{\min}$ - chiều dày của tấm mỏng nhất trong các tấm ghép chịu dập cùng thân bulông, mm;

$[\sigma]_d$: ứng suất dập cho phép của vật liệu làm bulông, N/mm²

- Thép cacbon lấy: $[\sigma]_d = (0,8-1,0) \sigma_{ch}$;

- Thép hợp kim lấy: $[\sigma]_d = (0,6-0,8) \sigma_{ch}$;

- Gang lấy: $[\sigma]_d = (0,6-0,8) \sigma_{bk}$ (ứng suất bền kéo)

σ_{ch} và σ_{bk} chọn theo bảng vật liệu. Đối với thép CT.3 có thể lấy $\sigma_{ch} = 190-220$ N/mm². Đối với gang độ bền thấp, trung bình và cao lấy lần lượt bằng 12-15, 19-21 và 26-32 N/mm².

2. Bulông lắp có khe hở

a. Trường hợp tải trọng thẳng góc với đường tâm (hình 18.8)

Để chống trượt giữa các mặt tiếp xúc làm cong bulông như trên hình 18.8a, cần có thêm chốt (hình 18.8c) hoặc ống lồng (hình 18.8d), nếu không có các chi tiết phụ ấy thì cần phải xiết bulông thật chặt để tạo nên lực căng V như trên hình 18.8b, sao cho:

$$V = \frac{1,2Q}{fi} \quad (18-4)$$

Trong đó: Q - tải trọng ngang hay lực trượt, N; f - hệ số ma sát. Với các tấm ghép là gang hay thép thì $f = 0,10-0,15$ khi mặt trượt khô, $f = 0,06$ khi mặt trượt có dầu. Khi có phun cát hoặc các biện pháp khác làm tăng hệ số ma sát thì giá trị của f cũng tăng và được lấy theo số tay; i - số mặt trượt (trên hình 18.8a, i=1); 1,2 - hệ số an toàn.

* Tính đường kính bulông

Sử dụng công thức:

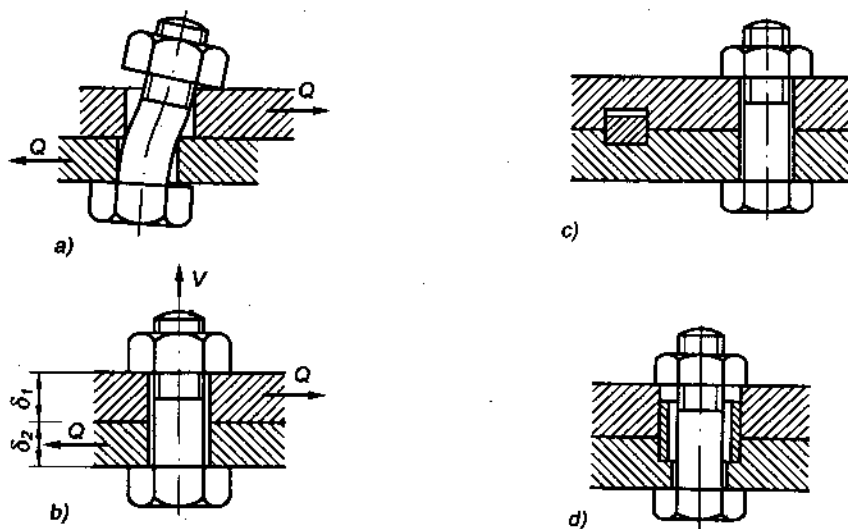
$$\frac{1,3V}{F_1} \leq [\sigma]_{tt} \quad (18-5)$$

trong đó: V là lực xiết đai ốc, tính theo công thức (18-4); 1,3 là hệ số xét đến ảnh hưởng của mômen xoắn do xiết đai ốc sinh ra; F_1 là diện tích tiết diện

bulông tại đường kính chân ren d_1 , với $F_1 = \frac{\pi d_1^2}{4}$. Giá trị F_1 và d_1 đều có sẵn trong bảng chọn bulông tiêu chuẩn;

$[\sigma]_{lt}$ là ứng suất tính toán, với $[\sigma]_{lt} = \frac{\sigma_{ch}}{[n]}$ (N/mm^2);

σ_{ch} là ứng suất chảy của vật liệu làm bulông (N/mm^2), lấy theo bảng trong sổ tay.



Hình 18.8. Bulông lắp có khe hở, chịu tải trọng ngang (thẳng góc với đường tâm).

a. các tấm ghép bị trượt; b. tạo nên lực căng V nhờ xiết chặt bulông để chống trượt;
c và d. thêm chốt và ống lồng để chống trượt.

$[n]$ là hệ số an toàn cho phép, được chọn như sau:

- Khi lực căng V có thể điều khiển được thì lấy $[n] \approx 1,6$ đối với bulông thép cacbon, $[n] \approx 2$ đối với bulông thép hợp kim.
- Khi lực căng V không thể điều khiển được thì $[n]$ được chọn theo đường kính ren d như trong bảng sau:

Vật liệu làm bulông	Giá trị $[n]$ khi đường kính chân ren d (mm) là:		
	6 - 16	> 16-30	> 30-60
Thép cacbon	5-4	4-2,5	2,5-1,7
Thép hợp kim	6,5-5	5-3,3	3,3-3

b. Trường hợp tải trọng dọc theo trục bulông

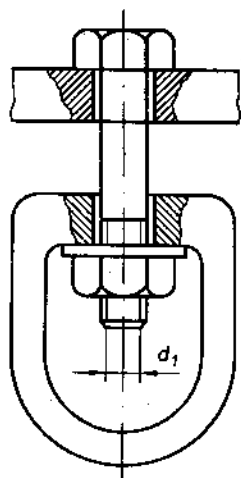
Trong trường hợp này đai ốc không được xiết chặt, không có lực xiết ban đầu; chẳng hạn như bulông của móc treo trên hình 18.9, hoặc như ở phần có ren của đoạn cuối móc cần trục.

Đường kính chân ren d_1 được tính theo công thức:

$$d_1 \geq \sqrt{\frac{4Q}{\pi[\sigma]_k}}, \text{ mm} \quad (18-6)$$

Trong đó: Q là tải trọng dọc trục, N;

$[\sigma]_k$ là ứng suất kéo cho phép của vật liệu làm bulông (N/mm^2), tra theo bảng chọn vật liệu.



Hình 18.9. Móc treo.

18.2.2. Xác định mômen tác dụng lên chìa vặn (cờ lê)

Khi xiết chặt bulông, ta đã tạo ra một ngẫu lực M_{cv} trên chìa vặn như trên hình 18.10:

$$M_{cv} = P_{cv}L$$

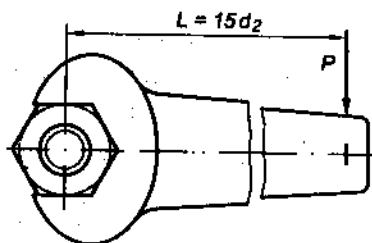
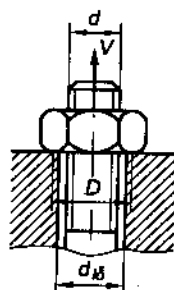
Trong đó: P_{cv} là lực tay đòn tác dụng lên chìa vặn;

L là chiều dài tay đòn;

Theo kinh nghiệm có thể lấy $P_{cv} = 100-300\text{N}$; $L \approx 15d_2$ với d_2 là đường kính trung bình của ren. Qua đó người ta đã tính được lực căng V tác dụng lên bulông khi xiết chặt là:

$$V \approx 65P_{cv} \approx 16\text{kN}$$

Với lực căng lớn như vậy thì bulông M12 làm bằng thép CT.3 không thể chịu được. Vì vậy, khi không điều khiển được lực xiết thì không nên dùng bulông (hay vít) từ M12 trở xuống.



Hình 18.10. Mômen sinh ra trên chìa vặn khi xiết chặt bulông.

18.3. VÍ DỤ TÍNH TOÁN

Chọn đường kính bulông cho mối ghép như trên hình 18.8b, chịu tải trọng ngang $Q=100\text{N}$. Biết rằng các tấm ghép làm bằng thép, bề mặt tiếp xúc giữa chúng ở trạng thái khô.

Bulông bằng thép CT.3 có ứng suất chảy $\sigma_{ch}=210 \text{ N/mm}^2$, ren bước lớn. Tính cho trường hợp lực căng có thể điều khiển được.

Giải: Để hai tấm ghép khò trượt lên nhau, ta cần tạo một lực căng V tính theo công thức 18.4:

$$V = \frac{1,2Q}{f_i}$$

Ở đây số cặp mặt trượt là $i=1$. Hệ số ma sát f lấy bằng 0,12. Do đó:

$$V = \frac{1,2 \times 1000}{0,12 \times 1} = 10.000 \text{ N}$$

Áp dụng công thức 18-5 ta tính được diện tích tiết diện bulông tại chân ren F_1 :

$$F_1 = \frac{1,3V}{[\sigma]_{lt}}$$

Vì lực căng V có thể điều khiển được nên lấy hệ số an toàn $[n]=1,6$. Do đó ứng suất tính toán cho phép sẽ là:

$$[\sigma]_{lt} = \frac{\sigma_{ch}}{[n]} = \frac{210}{1,6} = 131,25 \text{ N/mm}^2$$

Áp dụng công thức (18-5) ta tính được diện tích tiết diện bulông tại chân ren F_1 :

$$F_1 = \frac{1,3V}{[\sigma]_{lt}} = \frac{1,3 \cdot 10000}{131,25} \approx 99,05 \text{ mm}^2$$

Vì $F_1 = \frac{\pi d_1^2}{4}$ nên từ đó ta có thể tính ra đường kính chân ren d_1 :

$$d_1 = \sqrt{\frac{4F_1}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 99,05}{3,14}} \approx 11,25 \text{ mm}$$

Tra bảng tiêu chuẩn, ta chọn bulông bước lớn M14 có đường kính chân ren $d_1=11,835 \text{ mm}$.

CÂU HỎI ÔN TẬP

1. Trình bày ưu, nhược điểm của của mối ghép bằng ren ?
2. Phân biệt cách ghi trên bản vẽ đối với ren hệ mét bước lớn và ren hệ mét bước nhỏ ? So sánh ưu, nhược điểm của hai loại ren này ?
3. Giải thích tại sao trong các dụng cụ đo hoặc trong các mối ghép chịu rung động người ta dùng ren bước nhỏ, trong các mối ghép cần đảm bảo độ kín khít dùng ren ống (trụ và côn) ?
4. Tại sao vít của kích nâng (hoặc máy ép vít...) thường làm bằng ren thang hoặc ren vuông ?
- 5* Chọn đường kính thân bulông d_b cho mối ghép như trên hình 18.7a, chịu tải trọng ngang $Q= 1000 \text{ N}$. Biết rằng vật liệu làm bulông và tấm ghép đều bằng thép CT.3 có ứng suất chảy $\sigma_{ch} = 210 \text{ N/mm}^2$. Chiều dày mỗi tấm ghép $\delta = 10 \text{ mm}$.

MỐI GHÉP BẰNG THEN VÀ THEN HOA

Ghép bằng then và then hoa thuộc loại mối ghép có thể tháo rời. Chúng được dùng rất rộng rãi để ghép lên trục các chi tiết có dạng moayơ như bánh răng, bánh đai, đĩa xích,... Dưới đây chúng ta sẽ nghiên cứu tách riêng hai mối ghép: ghép bằng *then* và ghép bằng *then hoa*.

19.1. MỐI GHÉP BẰNG THEN

Mối ghép bằng then có *ưu điểm* là cấu tạo đơn giản, chắc chắn, dễ tháo lắp và dễ chế tạo, giá thành rẻ nên khi không nhất thiết phải dùng mối ghép bằng then hoa thì người ta sẽ ưu tiên dùng mối ghép bằng then.

Tuy nhiên nó có *nhược điểm* quan trọng là phải xẻ rãnh trên trục khiến trục bị yếu, mặt khác dễ làm moayơ bị biến dạng khi lắp và mối ghép dễ bị lệch tâm.

Then là chi tiết quan trọng trong mối ghép, dùng để truyền mômen xoắn giữa trục và moayơ. Cấu tạo và kích thước của nó được tiêu chuẩn hoá cao độ và cho sẵn trong sổ tay. Vật liệu làm then thường là thép kéo loại tốt, giới hạn bền không dưới 600N/mm^2 như CT.6, thép 45 hoặc 50.

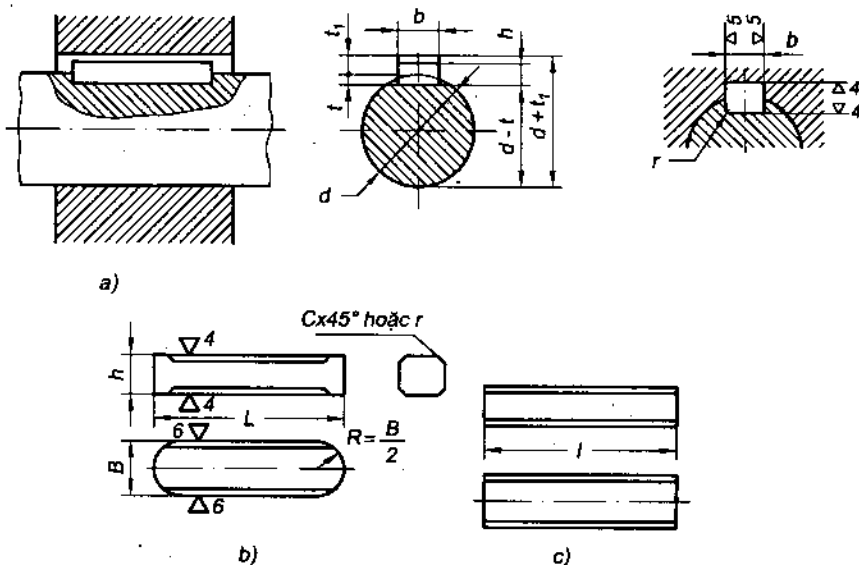
Người ta chia mối ghép then làm hai loại: mối ghép lỏng và mối ghép căng.

Mối ghép lỏng: có khe hở giữa then và moayơ, loại trừ được khả năng gây biến dạng moayơ khi lắp và không làm nó bị lệch tâm so với trục. Các loại then dùng trong mối ghép lỏng gồm có: then bằng, then dẫn hướng, then bán nguyệt, then trụ.

Mối ghép căng: có độ dôi giữa then với moayơ và trục, gây ra sự biến dạng các chi tiết ghép khi lắp ráp và làm moayơ bị lệch tâm so với trục, do đó làm hạn chế phạm vi ứng dụng của nó rất nhiều. Các loại then dùng trong mối ghép căng gồm có: then ma sát, then vát và then tiếp tuyến.

19.1.1. Cấu tạo các loại then ghép lỏng

1. *Then bằng* (hình 19.1): có tiết diện chữ nhật, kích thước chiều rộng b và chiều cao h được tiêu chuẩn hoá, với tỉ số b/h thay đổi từ 1:1 (ứng với trục có đường kính nhỏ) đến 2:1 (ứng với trục có đường kính lớn). Chiều dài then phải phù hợp với chiều dài moayơ và cũng được tiêu chuẩn hoá. Đầu then bằng có thể được làm tròn như trên hình 19.1b, hoặc làm thẳng như trên hình 19.1c. Mặt làm việc của then là hai mặt bên nên được chế tạo chính xác hơn các mặt còn lại.



Hình 19.1. Mối ghép lồng với then bằng.

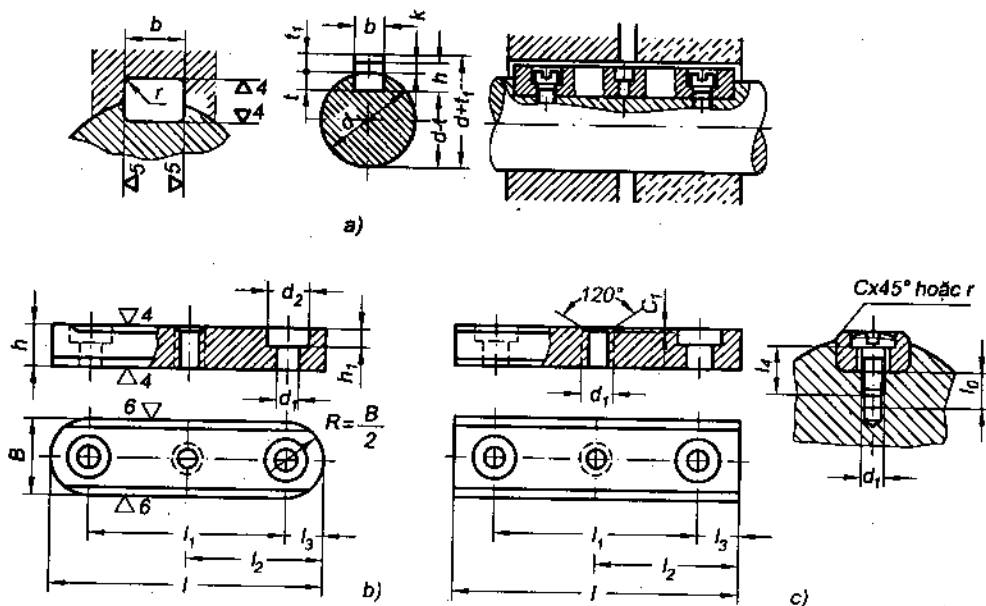
a. các kích thước cơ bản; b. then đầu tròn; c. then đầu thẳng.

Tiêu chuẩn quy định có hai kiểu ghép: Kiểu I có rãnh trên moayơ sâu hơn so với kiểu II, dùng cho mối ghép có moayơ bằng gang và bằng các vật liệu kém bền hơn vật liệu làm trục; kiểu II có rãnh trên moayơ nông hơn so với kiểu I, dùng khi moayơ làm bằng thép. Trong cả hai kiểu ghép, giữa mặt trên của then và mặt rãnh moayơ đều có khe hở hướng tâm.

Thông thường mối ghép có một then, nhưng khi tải trọng lớn có thể có hai hoặc ba then. Nếu có hai then thì chúng được đặt cách nhau 180° , nếu có ba then thì cách nhau 120° .

Ưu điểm của then bằng là kết cấu đơn giản, dễ chế tạo. **Nhược điểm** là khó đảm bảo tính lắp lẫn: thường phải chọn và sửa chữa then cho vừa với rãnh, làm mất thời gian và khó phù hợp với yêu cầu sản xuất hàng loạt. Ngoài ra, cần chú ý then bằng không truyền được lực dọc trục vì thế cần có thêm chi tiết chặn lực này (hoặc dùng then ghép căng sẽ nói ở mục sau).

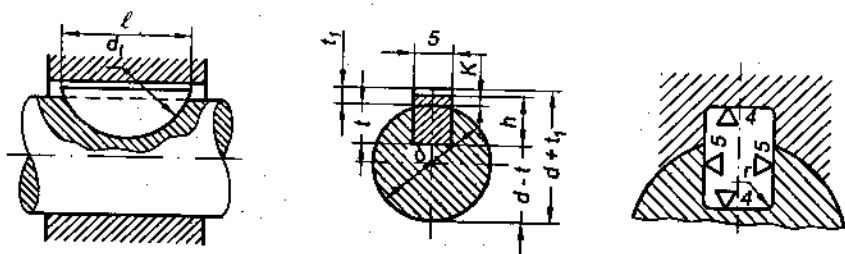
2. Then bằng dẫn hướng (hình 19.2) có hình dáng như then bằng, được dùng trong mối ghép mà moayơ cần di trượt trên trục như trong hộp số ô tô hay hộp tốc độ máy công cụ, vì thế then cần cố định lên trục bằng cách bắt vít và chiều dài then cần dài hơn nhiều so với chiều dài moayơ. Then bằng dẫn hướng cũng có công dụng tương tự then hoa (sẽ nói ở mục 19.2 dưới đây) nhưng cấu tạo đơn giản và dễ chế tạo hơn nhiều. Tuy nhiên then bằng dẫn hướng kém hơn hẳn then hoa về khả năng chịu tải và độ tin cậy nên ngày nay ít được dùng trong các mối ghép quan trọng.



Hình 19.2. Mối ghép lồng với then bằng dẫn hướng.

a. các kích thước cơ bản; b. then đầu tròn; c. then đầu thẳng.

3. Then bán nguyệt (hình 19.3) có mặt làm việc là hai mặt bên như then bằng, được dùng trong trường hợp đường kính trục nhỏ, $d \leq 44\text{mm}$. Khi moayơ ngắn dùng một then, khi moayơ dài dùng hai then. Then bán nguyệt có ưu điểm là dễ tự động thích ứng với độ nghiêng của rãnh moayơ do đó dễ lắp ráp, cách chế tạo then và rãnh cũng đơn giản. Tuy nhiên nó có nhược điểm là phải phay rãnh sâu trên trục làm trục bị yếu nhiều.



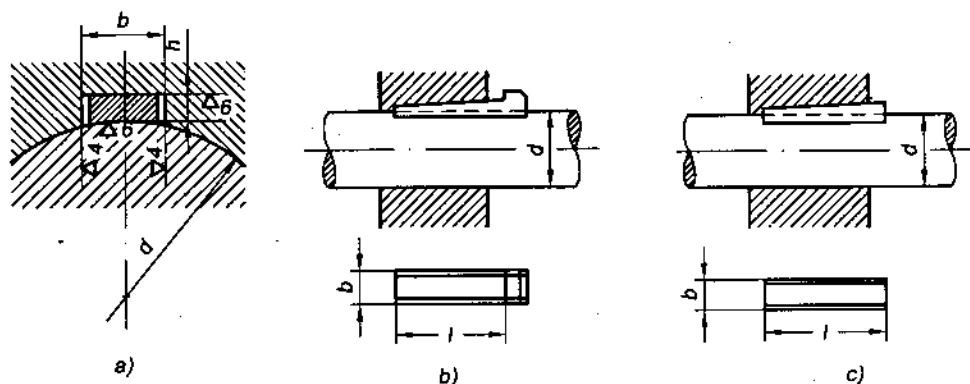
Hình 19.3. Mối ghép lồng với then bán nguyệt.

19.1.2. Cấu tạo các loại then ghép căng

Đặc điểm chung của các loại then ghép căng là mặt trên và mặt dưới là hai mặt làm việc, trong đó có một mặt được vát dốc 1:100 để tạo độ căng khi lắp. Hai mặt bên của then không làm việc và đều có khe hở. Chúng cũng có hai kiểu: có đầu và không đầu. Kiểu không đầu có thể được cắt thẳng hoặc vẽ tròn. Vì tạo thành mối ghép căng nên chúng không những truyền được mômen

xoắn mà còn truyền được lực dọc trục - hơn nữa, còn có thể chịu được va đập. Tuy nhiên như trên đã nói, phạm vi ứng dụng của chúng vẫn bị hạn chế vì làm moayơ bị lệch tâm.

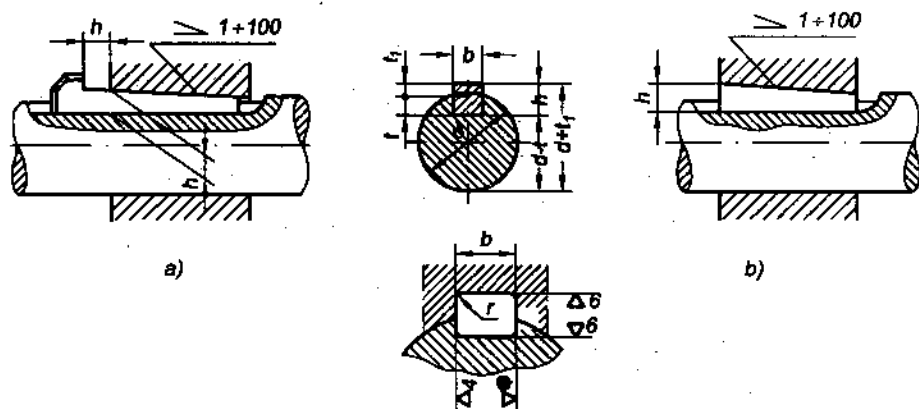
1. Then ma sát (hình 19.4) có mặt dưới là mặt lõng máng cùng bán kính cong với trục. Khi đóng, mặt trên tì vào đáy rãnh moayơ, còn mặt dưới ôm chặt lấy trục tạo thành lực căng, gây ma sát lớn, nhờ vậy có thể truyền được tải trọng. *Ưu điểm* riêng của loại then này là không cần có rãnh trên trục nên không làm trục bị yếu đi. Mặt khác, nó có thể lắp ở bất kỳ chỗ nào trên trục có cùng đường kính và khi quá tải, trục có thể trượt so với then để mối ghép được an toàn.



Hình 19.4. Mối ghép căng với then ma sát.

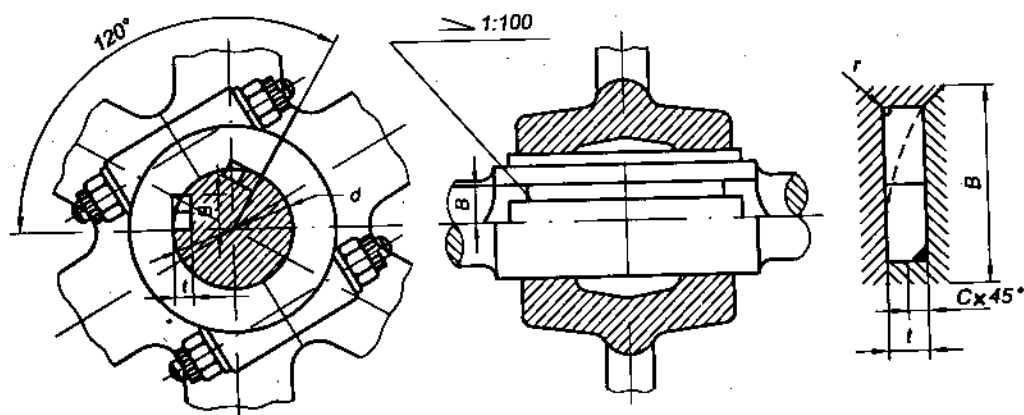
a. các kích thước cơ bản; b. then có đầu; c. then không đầu.

2. Then vát (hình 19.5) có tiết diện hình chữ nhật, các kích thước đều được tiêu chuẩn hoá và cho trong sổ tay. So với then ma sát, then vát yêu cầu trục phải có rãnh nên làm trục bị yếu, nhưng đòi hỏi rãnh trên moayơ nông hơn nên ít làm moayơ bị yếu hơn.



Hình 19.5. Mối ghép căng với then ma sát: a. then có đầu; b. then không đầu.

3. **Then tiếp tuyến** (hình 19.6) được dùng trong trường hợp chịu tải trọng lớn và rất lớn như trong ngành chế tạo máy hạng nặng. Mỗi then tiếp tuyến được tạo thành bằng một cặp then vát hình nêm hẹp đặt ngược chiều với nhau. Mặt làm việc là các mặt đáy của cặp then vát này, do đó giữa chúng và hai đáy rãnh then có độ dôi, còn các cạnh bên thì có khe hở. Nếu dùng một then tiếp tuyến (do một cặp then vát tạo thành) thì chỉ truyền được mômen xoắn một chiều. Để truyền được mômen xoắn cả hai chiều, người ta dùng hai then tiếp tuyến đặt cách nhau một góc từ 120° đến 135° . Chú ý then được đặt theo chiều tiếp tuyến chứ không theo chiều hướng kính như ở then vát.



Hình 19.6. Mối ghép càng với then tiếp tuyến.

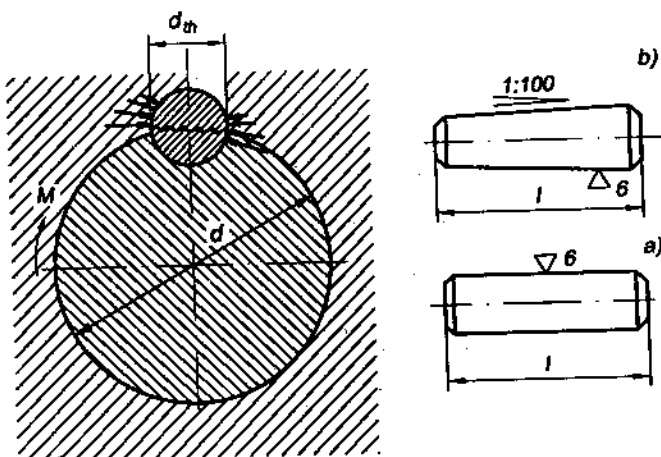
19.1.3. Then trụ

Ngoài các then nói trên, ta còn gặp then trụ, thường dùng trong mối ghép moayơ với đầu trục như đầu trục bơm, quạt, động cơ... (hình 19.7).

Then trụ có hai loại: then trụ tròn và trụ côn.

- Then trụ tròn tạo nên mối ghép lỏng;

- Then trụ côn tạo nên mối ghép căng nhẹ.



Hình 19.7. Then trụ: a. trụ tròn; b. trụ côn.

Để then tiếp xúc đều giữa rãnh then trên trục và trên moayơ, cần dịch tâm rãnh then trên trục về phía tâm trục một khoảng e :

$$e = 0,5(d - \sqrt{d^2 - d_{th}^2})$$

trong đó: d là đường kính trục, d_{th} là đường kính then.

Then trụ không được tiêu chuẩn hoá.

- Khi ghép moayơ lên trục thì nên chọn đường kính then trụ bằng chiều cao then bằng dùng cho cùng đường kính trục.

- Khi ghép vành bánh răng (kể cả vành bánh vít hay các vành tương tự) lên thân của nó thì chọn đường kính then trụ lấy theo công thức:

$$d_{th} = (0,5 - 0,75)S$$

Trong đó S là chiều dày vành không kể chiều cao răng.

- Khi có lực chiều trục làm các chi tiết ghép trượt lên nhau thì nên thay thế then trụ bằng vít có cùng đường kính.

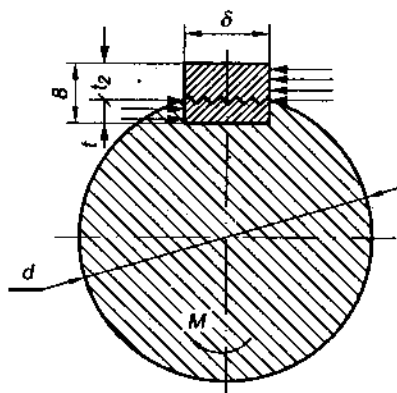
19.1.3. Tính toán mối ghép bằng then

1. Tính toán then bằng (hình 19.1 và 19.8)

a. Tính theo điều kiện chịu dập

$$\sigma_d = \frac{2M}{Zl_d(h-t)} \leq [\sigma]_d \quad (19-1)$$

trong đó: Z là số then; σ_d là ứng suất dập tác dụng lên then (N/mm^2); $[\sigma]_d$ là ứng suất dập cho phép (N/mm^2) (xem ở mục 4 dưới đây); l_d là chiều dài làm việc thực tế của then (mm). Đối với then đầu thẳng lấy $l_t=1$, then đầu tròn lấy $l_t=1-b$, với l và b lần lượt là chiều dài và chiều rộng then; M là mômen xoắn trên trục ($N.mm$).



Hình 19.8. Tải trọng và ứng suất trên then bằng và then bán nguyệt.

Nếu σ_d bé hơn nhiều so với $[\sigma]_d$ thì có thể chọn then có bxx nhỏ hơn rồi tính lại. Ngược lại, nếu $\sigma_d < [\sigma]_d$ thì có thể dùng hai then đặt cách nhau một góc nào đó (thường là 180°).

$$b. \text{ Tính theo điều kiện cắt: } \tau_c = \frac{2M}{zbl_d} \leq [\tau]_c \quad (19-2)$$

Trong đó τ_c và $[\tau]_c$ lần lượt là ứng suất cắt tác dụng lên then và ứng suất cắt cho phép (xem ở mục 4 dưới đây).

2. Tính toán then bán nguyệt (xem hình 19.3 và 19.8)

a. Tính theo điều kiện dập:

$$\sigma_d = \frac{2M}{zld(h-t)} \leq [\sigma]_d$$

b. Tính theo điều kiện cắt:

$$\tau_c = \frac{2M}{z_{bld}} \leq [\tau]_c$$

Ý nghĩa các đại lượng giống như ở công thức (19-1) và (19-2).

3. Tính toán then trụ (hình 19.7)

a. Tính theo điều kiện dập

$$\sigma_d = \frac{2M}{d_{th}ld} \leq [\sigma]_d$$

b. Tính theo điều kiện cắt

$$\tau_c = \frac{2M}{d_{th}ld} \leq [\tau]_c$$

Trong đó d_{th} là đường kính then trụ, còn các đại lượng khác giống như ở công thức (19-1) và (19-2).

4. Lựa chọn ứng suất cho phép

a. Ứng suất dập cho phép

- Đối với mối ghép không di động lấy: $[\sigma]_d = \frac{\sigma_{ch}}{n}$, với σ_{ch} là giới hạn chảy của tiết máy ghép nào làm bằng vật liệu kém bền nhất (trục hoặc moayơ); n là hệ số an toàn, lấy $n=1,25$ nếu xác định được chính xác tải trọng, các trường hợp khác lấy $n=1,5 + 2$.

- Đối với then làm bằng thép 45 lắp trong hộp giảm tốc:

$[\sigma]_d = 50 - 70 \text{ N/mm}^2$, nếu hộp giảm tốc làm việc liên tục, hết khả năng tải ;

$[\sigma]_d = 130 - 180 \text{ N/mm}^2$, nếu hộp giảm tốc làm việc ở chế độ trung bình ;

$[\sigma]_d = 70 - 100 \text{ N/mm}^2$, nếu moayơ làm bằng gang và mối ghép chịu tải trọng không thay đổi.

b. Ứng suất cắt cho phép

Đối với thép và gang có thể lấy:

$[\tau]_c = 120 \text{ N/mm}^2$ khi mối ghép chịu tải trọng tĩnh;

$[\tau]_c = 90 \text{ N/mm}^2$ khi mối ghép chịu va đập nhẹ;

$[\tau]_c = 50 \text{ N/mm}^2$ khi mối ghép chịu va đập mạnh.

19.2. MỐI GHÉP BẰNG THEN HOA

19.2.1. Ưu, nhược điểm

Mối ghép bằng then hoa cũng tương tự như mối ghép bằng then đã xét ở trên, nhưng các then ở đây liền khối với trục. So với mối ghép bằng then, nó có các ưu, nhược điểm sau:

1. Ưu điểm

- Moayơ đảm bảo đồng tâm với trục hơn;
- Khả năng chịu tải lớn hơn và độ tin cậy cao hơn do có nhiều răng cùng làm việc và tải trọng phân bố trên chiều dài cạnh răng đều hơn;
- Chịu tải trọng động và tải trọng thay đổi tốt hơn.

2. Nhược điểm

- Tải trọng phân bố giữa các răng không đều;
- Để chế tạo và kiểm tra, cần có những dụng cụ cắt và thiết bị chuyên dùng mới làm được.

19.2.2. Phân loại mối ghép

Có hai loại mối ghép bằng then hoa: mối ghép cố định và mối ghép di động.

1. Mối ghép cố định là mối ghép trong đó moayơ không thể di trượt dọc trục. Ở đây then hoa có thể là hình trụ hoặc hình côn. Then hoa hình côn có ưu điểm là moayơ và trục khít chặt vào với nhau do đó làm việc tốt ngay cả khi tải trọng thay đổi, thường được dùng nhiều trong ô tô, máy kéo.

2. Mối ghép di động là mối ghép trong đó moayơ có thể di động dọc trục như trong các hộp tốc độ của máy công cụ. Mối ghép di động chỉ dùng then hoa hình trụ. Dưới đây chúng ta chỉ xem xét then hoa hình trụ, còn then hoa hình côn bạn đọc có thể tìm hiểu trong các tài liệu chuyên ngành về ô tô, máy kéo, ...

19.2.3. Các dạng răng của then hoa

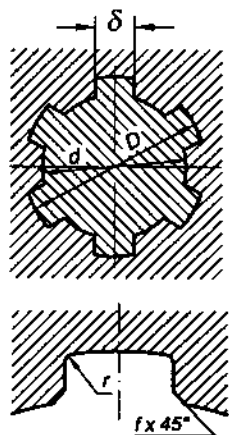
Then hoa hình trụ thường có ba dạng răng (hay còn gọi là biên dạng răng)

- Răng chữ nhật (hình 19.9);
- Răng thân khai (hình 19.11);
- Răng tam giác (hình 19.12).

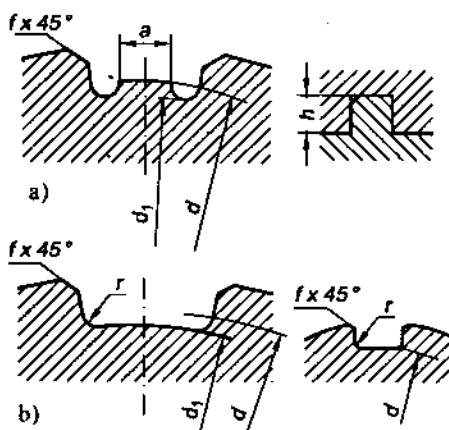
Then hoa với răng chữ nhật và thân khai đã được tiêu chuẩn hoá, các kích thước của chúng đều có sẵn trong sổ tay. Trước đây, then hoa chữ nhật thường được dùng rộng rãi, nhưng hiện nay then thân khai ngày càng được dùng nhiều nhờ các ưu điểm trội hơn so với then hoa chữ nhật, đó là:

- Độ bền mỏi cao hơn do chân răng dày hơn và không có góc lượn đột ngột ở chân răng;
- Đạt được độ chính xác cao hơn do đó có độ đồng tâm cao hơn;

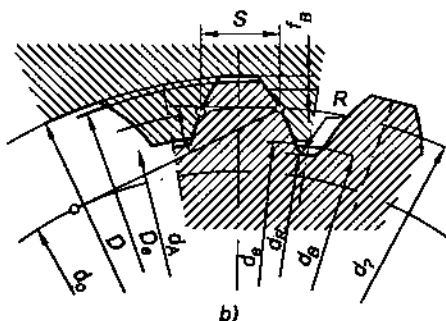
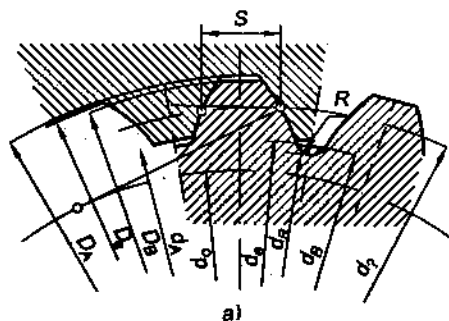
- Công nghệ chế tạo tốt hơn nhờ sử dụng phương pháp gia công bánh răng.
- Giá thành hạ hơn vì được cắt bằng dụng cụ cắt đơn giản (như dao phay trục vít), chỉ cần một dao phay cũng có thể chế tạo được nhiều then hoa cùng môđun với đường kính và số răng khác nhau.



Hình 19.9. Then hoa với răng chữ nhật.



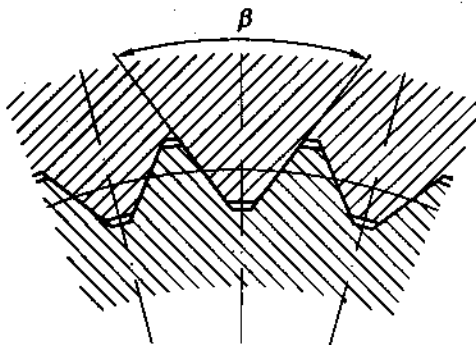
Hình 19.10. Các dạng rãnh răng trên trục then hoa chữ nhật: a. dạng A; b. dạng B.



Hình 19.11. Then hoa thân khai

a. định tâm theo cạnh bên S; b. định tâm theo đường kính ngoài D.

Then hoa với răng chữ nhật có hai cạnh bên song với nhau và song song với đường trung bình kẻ từ tâm trục (hay tâm lỗ moayơ), thường được gia công bằng cách phay và trượt. Để làm giảm nhẹ góc lượn đột ngột ở chân răng với thân trục, người ta đưa ra ba dạng rãnh: A, B và C. Chọn dạng nào là tùy theo cách chế tạo và cách định tâm. Hình 19.10 trình hai dạng A và B



Hình 19.12. Then hoa tam giác định tâm theo cạnh bên.

Then hoa với răng tam giác không được tiêu chuẩn hoá. Nó được dùng trong mối ghép cố định với mômen xoắn không lớn lắm, khi cần tránh kiểu lắp ép và khi thành moayơ không đủ dày.

1.2.4. Các phương pháp định tâm mối ghép then hoa

Có ba phương pháp như sau:

1. Định tâm theo cạnh bên S (hình 19.11a và 19.12): không đảm bảo giữa trục và moayơ đạt độ đồng tâm cao, nhưng có ưu điểm là tải trọng phân bố đều trên các răng. Vì vậy nó được dùng khi mối ghép không yêu cầu cao về độ đồng tâm nhưng cần tăng khả năng chịu mômen xoắn.

2. Định tâm theo đường kính ngoài D (hình 19.11b): khi mối ghép có yêu cầu độ đồng tâm cao. Lúc đó, nếu lỗ moayơ không nhiệt luyện hoặc độ rắn không lớn, có thể trượt được thì dùng phương pháp định tâm theo đường kính ngoài.

3. Định tâm theo đường kính trong d: Trường hợp ngược lại nếu không dùng được phương pháp định tâm theo đường kính ngoài thì dùng phương pháp định tâm theo đường kính trong để có thể đạt được độ đồng tâm cao hơn (vì lúc này lỗ moayơ không thể trượt nên không thể chính xác bằng trục được).

19.2.5. Tính toán mối ghép then hoa

Cũng giống như mối ghép với then bằng, mối ghép then hoa được tính theo điều kiện dập, nhưng có điểm khác là ở đây tính theo điều kiện mòn thay vì tính theo điều kiện cắt.

a. Tính theo điều kiện dập:
$$\sigma_d = \frac{2M}{\psi z l_1 h d_{tb}} \leq [\sigma]_d \quad (19-3)$$

trong đó: σ_d và $[\sigma]_d$ có ý nghĩa giống như ở công thức (19-1), $[\sigma]_d$ được chọn theo bảng trong sổ tay; M là mômen lớn nhất tác dụng lên mối ghép, N.mm; $\psi = 0,7 - 0,8$ là hệ số xét đến sự phân bố không đều tải trọng lên các răng; Z là số răng; l_1 là chiều dài làm việc của một răng đo trên moayơ, mm; h là chiều cao bề mặt tiếp xúc của răng, mm; d_{tb} là đường kính trung bình, mm.

- Đối với răng *chữ nhật* (hình 19.9) lấy:

$$h = \frac{D-d}{2} - f; \quad d_{tb} = \frac{D+d}{2}$$

- Đối với răng *thân khai*

+ Khi định tâm theo cạnh bên S (hình 19.11a) lấy:

$$h = \frac{D_b - d_A}{2}; \quad d_{tb} = \frac{D_b + d_A}{2} = d_s$$

+ Khi định tâm theo đường kính ngoài D (hình 19.11b) lấy:

$$h = \frac{D - d_A}{2} - f; \quad d_{tb} = \frac{D + d_A}{2} - 2f$$

b. Tính theo điều kiện mòn:

$$\sigma_m = \frac{2M}{z l_1 h d_{tb}} \leq [\sigma]_m \quad (19-4)$$

trong đó: σ_m là ứng suất mài mòn sinh ra trong mỗi ghép, N/mm^2 ; $[\sigma]_m$ là ứng suất bền mòn cho phép (N/mm^2) của vật liệu làm then hóa, có sẵn trong sổ tay; l_1 , h và d_{tb} có ý nghĩa như ở công thức (19-3).

19.3. VÍ DỤ TÍNH TOÁN

Lựa chọn then bằng đầu tròn để truyền mômen xoắn từ bánh răng thép lên trục có đường kính $d=54mm$ (hình 19.13), sau đó xác định giá trị mômen xoắn cho phép mà then có thể truyền được.

Giải:

1. Theo tiêu chuẩn Việt Nam về then bằng TCVN 1042 - 71, đối với trục có đường kính $d=54mm$, ta chọn then bằng $b \times h=16 \times 10mm$, chiều sâu rãnh trên trục $t=6mm$.

2. Với chiều dài moayơ $= 80mm$, ta lấy chiều dài then ngắn hơn một ít. Theo tiêu chuẩn nói trên, lấy $l=70mm$.

3. Tính giá trị mômen xoắn cho phép theo quan điểm độ bền dập $[M]_d$ mà mỗi ghép truyền được, xuất phát từ công thức 5.1:

$$[M]_d = \frac{z l_1 d (h - t) [\sigma]_d}{2}$$

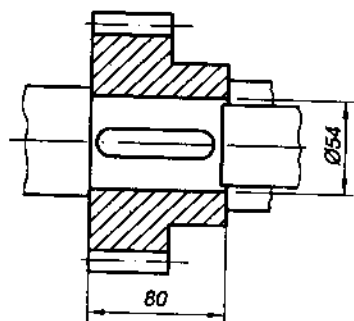
Với $z=1$; $l_1=(l-b)=70-16=54mm$. Theo sổ tay vật liệu, đối với bánh răng thép lấy ứng suất dập cho phép $[\sigma]_d = 150N/mm^2$, $[\tau]_c = 90N/mm^2$. Vậy:

$$[M]_d = \frac{1 \cdot 54 \cdot 54 (10 - 6) 150}{2} = 8,75 \cdot 10^5 N \cdot mm$$

4. Tính giá trị mômen xoắn cho phép theo quan điểm độ bền cắt $[M]_c$ mà mỗi ghép truyền được, xuất phát từ công thức (19-2):

$$[M]_c = \frac{z b l_1 d [\tau]_c}{2} = \frac{1 \cdot 16 \cdot 54 \cdot 54 \cdot 90}{2} = 21 \cdot 10^5 N \cdot mm^2$$

5. So sánh giá trị của $[M]_d$ và $[M]_c$, ta kết luận: Mômen lớn nhất cho phép mà mỗi ghép truyền được là $875 N \cdot m$.



Hình 19.13.

CÂU HỎI ÔN TẬP

1. Ưu nhược điểm của mỗi ghép bằng then ? Liệt kê các loại then dùng trong mỗi ghép lồng và các loại then dùng trong mỗi ghép căng ? Đặc điểm của hai loại mỗi ghép này ?
2. Trình bày ưu nhược điểm của của từng loại then dùng trong mỗi ghép bằng then (lồng và căng) ?
3. Then được tính toán theo những điều kiện gì ?
4. Mỗi ghép bằng then hoa có gì khác so với mỗi ghép bằng then ? Ưu nhược điểm của mỗi ghép bằng then hoa ?
5. Then hoa hình trụ có mấy dạng răng ? Đặc điểm và ưu nhược điểm của những loại răng này ?
6. Then hoa được tính toán theo những điều kiện gì ?

MỐI GHÉP BẰNG ĐỘ DÔI

20.1. KHÁI NIỆM CHUNG

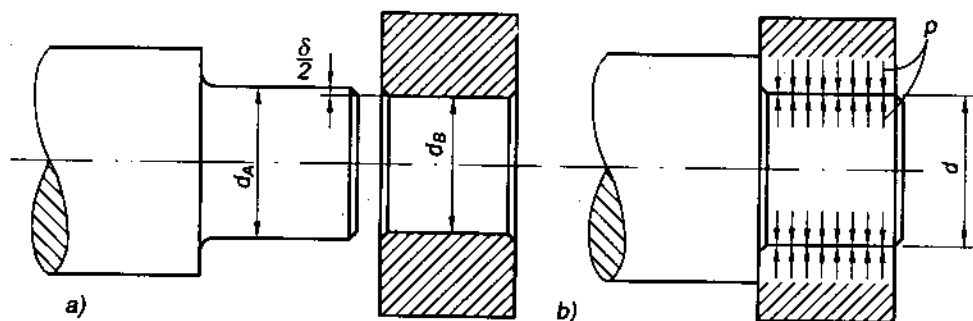
20.1.1. Định nghĩa và ưu nhược điểm của mối ghép bằng độ dôi

1. **Định nghĩa:** Mối ghép bằng độ dôi là mối ghép gồm có *chi tiết bao* (moayơ) bao lấy *chi tiết bị bao* (trục). Mặt ghép giữa hai chi tiết ấy có cùng kích thước danh nghĩa nhưng phải có một độ dôi δ để tạo nên lực căng. Độ dôi là một đại lượng lớn hơn không và có giá trị rất nhỏ, từ phần nghìn đến phần chục mm, tùy theo chế độ lắp ghép và kích thước danh nghĩa của mối ghép.

Nếu gọi d_B và d_A lần lượt là kích thước (đường kính) mặt ghép của chi tiết bao và của chi tiết bị bao như trên hình 20.1, thì ta có:

$$\delta = d_B - d_A > 0$$

Sau khi ghép, do biến dạng đàn hồi và biến dạng dẻo, độ chênh kích thước không còn nữa và hai bề mặt tiếp xúc đều có chung một kích thước danh nghĩa d . Tuy nhiên, lúc này giữa chúng sẽ xuất hiện áp suất p và nhờ thế mà tạo ra lực ma sát để chống lại khuynh hướng làm chúng trượt lên nhau khi mối ghép chịu lực dọc trục và mômen xoắn.



Hình 20.1. Trục và moayơ trước khi ghép (a); và sau khi ghép (b).

Nhờ tính chất trên mà mối ghép bằng độ dôi được dùng để truyền mômen xoắn, lực dọc trục hoặc kết hợp cả hai. Ngoài ra nó còn chịu được mômen uốn.

Mặt ghép của chi tiết bao và chi tiết bị bao thường là hình trụ, mặc dù đôi khi còn có hình dạng khác trụ, nhưng rất hiếm gặp.

Ưu điểm của mối ghép bằng độ dôi gồm:

- Chịu được tải trọng nặng và va đập
- Đảm bảo được độ đồng tâm giữa các tiết máy ghép, vì thế thường được dùng trong những chi tiết máy quay nhanh.
- Kết cấu đơn giản và dễ chế tạo nên giá thành hạ.

Nhược điểm chính của loại mối ghép này là:

- Tháo lắp phức tạp, có thể làm hỏng bề mặt tiếp xúc. Trừ trường hợp mặt ghép đã được tôi, còn nói chung khi hai chi tiết đã được ép vào với nhau thì người ta không tháo rời ra nữa. Vì thế mối ghép bằng độ dôi được xếp vào loại *không thể tháo rời*.

- Khó xác định khả năng chịu tải của mối ghép vì khó xác định độ dôi và hệ số ma sát: Độ dôi thì thay đổi trong khoảng dung sai lắp ghép, còn hệ số ma sát thì thay đổi theo phương pháp lắp, độ nhám bề mặt, sự bôi trơn lúc ép, ...

Nhờ trình độ khoa học - công nghệ ngày càng phát triển, ngày nay mối ghép bằng độ dôi được áp dụng rất rộng rãi. Trong ngành chế tạo cơ khí ta thường gặp mối ghép bằng độ dôi trong mối ghép giữa trục với các chi tiết quay như bánh răng, vỏ lồng, ổ lăn, đĩa tua bin, ... hoặc giữa các phần của trục khuỷu hay của bánh vít ... với nhau.

20.1.2. Các phương pháp lắp

Có ba phương pháp lắp như sau:

1. Phương pháp ép nguội

Đây là phương pháp hay gặp nhất. Để ép trục vào lỗ, người ta dùng máy ép vít hay máy ép thủy lực, thậm chí dùng búa đóng (nên tránh dùng). *Ưu điểm* của phương pháp này là đơn giản, được thực hiện ở nhiệt độ bình thường. *Nhược điểm* của nó là làm cao bằng một phần độ nhấp nhô bề mặt khiến làm giảm độ dôi, vì thế làm giảm khả năng chịu tải của mối ghép. Mặt khác, phương pháp lắp này còn dễ làm biến dạng không đều các tiết máy được ghép và làm mất đầu của chúng bị hư hỏng.

Để lắp ép được dễ dàng và hạn chế sự hư hỏng đầu trục và mép lỗ, những nơi ấy thường được vát mép (sang phanh).

2. Phương pháp ép nóng

Nung nóng *chi tiết bao* để lỗ của nó được nở rộng ra rồi ép chi tiết bị bao vào. Phương pháp này hạn chế được những nhược điểm của phương pháp ép nguội nói trên, rất nên dùng đối với những chi tiết mà chiều dài lớn hơn nhiều so với đường kính. Tuy nhiên cần không chế được nhiệt độ nung, nếu không sẽ làm mất ngoài chi tiết bị cháy hoặc bị ram, làm thay đổi cấu trúc kim loại của nó. Ngoài ra nhiệt độ cao cũng có thể làm chi tiết bị cong vênh, do đó cần có biện pháp phòng ngừa.

3. Phương pháp ép lạnh

Ở đây chi tiết bị bao được làm lạnh để kích thước thực của nó bị co lại rồi ép vào lỗ của chi tiết bao. Phương pháp này thích hợp với những mối ghép kích thước nhỏ. Để làm lạnh, có thể dùng axit cacbonic (độ sôi ở -79°C), không khí lỏng (độ sôi ở -196°C).

So với phương pháp ép nguội, hai phương pháp ép nóng và ép lạnh cho kết quả chịu tải cao hơn 50%. Cần khống chế được độ chênh nhiệt độ Δt giữa chi tiết bao và chi tiết bị bao theo công thức:

$$\Delta t(^{\circ}\text{C}) = \frac{\delta_{\max} + \delta_0}{\alpha d} \cdot 10^3 \quad (20-1)$$

Trong đó: $\delta_{\max}$ - độ dôi lớn nhất của kiểu lắp đã chọn (μm), δ_0 là khe hở cần thiết để dễ lắp, thường lấy bằng khe hở nhỏ nhất của kiểu lắp lỏng $\frac{H7}{g6}$ theo tiêu chuẩn ISO (tương đương với kiểu lắp A/L2 theo TCVN), μm ;

α - hệ số giãn nở vì nhiệt (đối với thép: $\alpha \approx 12 \cdot 10^{-6} \text{ mm/mm}^{\circ}\text{C}$; đối với gang: $\alpha \approx 10,5 \cdot 10^{-6} \text{ mm/mm}^{\circ}\text{C}$); d là kích thước (đường kính) danh nghĩa của mối ghép (mm).

20.2. TÍNH TOÁN MỐI GHÉP BẰNG ĐỘ DÔI

Việc tính toán ở đây là nhằm xác định độ dôi cần thiết để tạo ra áp suất đủ đảm bảo khả năng chịu tải của mối ghép. Vì thế từ tải trọng yêu cầu, trước hết, ta xác định độ dôi cần thiết; rồi từ độ dôi đã có, ta tiến hành kiểm tra xem việc lắp ép với độ dôi ấy có làm hỏng mối ghép không.

20.2.1. Tính áp suất và độ dôi cần thiết

1. Tính áp suất cần thiết tối thiểu $p_{\min}$:

* Khi mối ghép chịu lực chiều trục P :

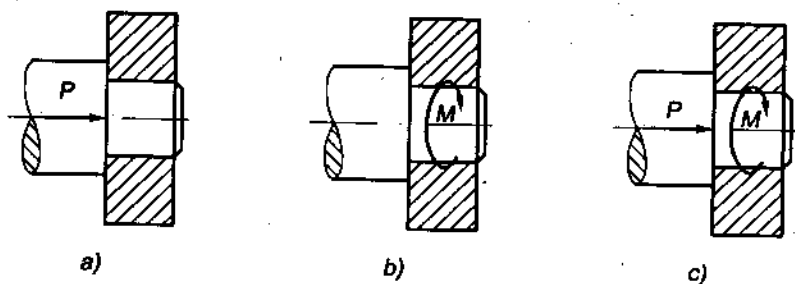
$$p_{\min} = \frac{KP}{\pi f d l} \quad (20-2a)$$

* Khi mối ghép chịu mômen xoắn M :

$$p_{\min} = \frac{2KM}{\pi f d^2 l} \quad (20-2b)$$

* Khi mối ghép chịu lực chiều trục P đồng thời chịu mômen xoắn M :

$$p_{\min} = \frac{K\sqrt{P^2 + (2M/d)^2}}{\pi f d l} \quad (20-2c)$$



Hình 20.2. Mối ghép chịu tải trọng chiều trục P (a), mômen xoắn M (b) và kết hợp cả hai (c).

Ý nghĩa và thứ nguyên của các đại lượng trong ba công thức trên như sau (hình 20.2):

- $p_{\min}$ là áp suất cần thiết tối thiểu để truyền được tải trọng đã cho, N/mm^2 .
- K là hệ số an toàn. Tùy theo mức độ quan trọng của mối ghép, K được lấy trong phạm vi $(1,2 \div 2)$.
- P là lực chiều trục, N;
- f là hệ số ma sát. Có thể lấy $f = (0,1 \div 0,12)$ đối với thép /thép, $(0,075 \div 0,08)$ đối với thép/gang, $(0,07 - 0,075)$ đối với gang/đồng. Khi đòi hỏi chính xác hơn cần chọn theo bảng;
- d là đường kính danh nghĩa của mối ghép, mm;
- l là chiều dài mối ghép, mm;
- M là mômen tác dụng lên mối ghép, N.mm.

2. Tính độ dôi

* Về mặt lý thuyết, để tạo ra $p_{\min}$ ở các công thức trên, ta cần có độ dôi $\delta_{\min}$ như sau:

$$\delta_{\min} = p_{\min} d \left(\frac{C_1}{E_1} + \frac{C_2}{E_2} \right), \mu m \quad (20-3)$$

với :

$$C_1 = \frac{d^2 + d_1^2}{d^2 - d_1^2} - \mu_1; \quad C_2 = \frac{d_2^2 + d^2}{d_2^2 - d^2} + \mu_2$$

Trong đó: d - đường kính danh nghĩa của mối ghép, mm; d_1 và d_2 lần lượt là đường kính lỗ chi tiết bị bao và đường kính ngoài của chi tiết bao, mm;

E_1 và E_2 , μ_1 và μ_2 lần lượt là môđun đàn hồi và hệ số Poát-xông của chi tiết máy bị bao và chi tiết bao được chọn như sau:

- Đối với đồng lấy: $E = (8 \div 8,5)10^4 N/mm^2$; $\mu = 0,32$;
- Đối với thép lấy: $E = (20 \div 21)10^4 N/mm^2$; $\mu = 0,3$;

- Đối với gang đúc có: $\sigma_{bk} < 200 \text{ N/mm}^2$ lấy $E=(7,5 + 10,5)10^4 \text{ N/mm}^2$, đối với gang rèn lấy $E=(9 + 15)10^4 \text{ N/mm}^2$; $\mu=0,25$.

* Trên thực tế, lắp ép sẽ làm cho một phần đỉnh nhô bề mặt bị san phẳng khiến không còn giữ được độ dôi lý thuyết ở công thức (20-3) nữa. Vì thế cần thêm một lượng bằng $1,2(R_{z1}+R_{z2})$ để bù vào phần bị san phẳng đó. Cho nên độ dôi cần thiết khi tính toán δ_c đo được trước khi lắp sẽ là:

$$\delta_c = \delta_{\min} + 1,2(R_{z1} + R_{z2}) + U_1 \quad (20-4)$$

Trong đó $\delta_{\min}$ được tính theo công thức (20-3), còn R_{z1} và R_{z2} là chiều cao các đỉnh nhô trên mặt ghép, tra theo bảng độ nhám bề mặt; U_1 là hệ số nhiệt độ, tính theo công thức:

$$U_1 = [\alpha_1(t'_p - t) - \alpha_2(t''_p - t)]d \quad (20-5)$$

Với α_1 , t'_p và α_2 , t''_p lần lượt là hệ số dẫn nở nhiệt, nhiệt độ làm việc của chi tiết bị bao và chi tiết bao; t là nhiệt độ bình thường trong phòng; d là đường kính danh nghĩa mối ghép (mm).

Thường thì nhiệt độ làm việc của cả hai chi tiết bao và bị bao đều bằng nhau ($t'_p = t''_p$), do đó lúc này ta có công thức giản ước:

$$U_1 = (\alpha_1 - \alpha_2)(t_p - t) \quad (20-6)$$

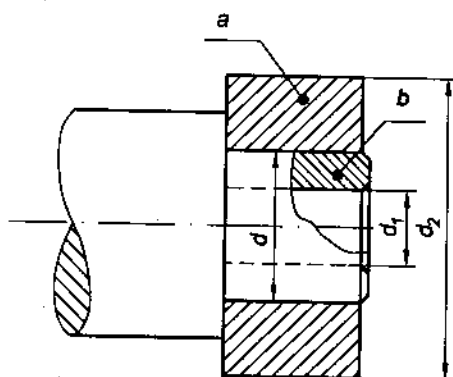
Khi đã tính được δ_c , căn cứ vào đó để chọn chế độ lắp của mối ghép (tra theo bảng dung sai lắp ghép).

20.2.2. Kiểm tra độ bền của mối ghép

Việc chọn chế độ lắp ở trên là để đảm bảo khả năng chịu tải của mối ghép. Đến đây còn một việc cần giải đáp nữa là với chế độ lắp ấy thì ứng suất và biến dạng sinh ra trong các tiết máy ghép có quá lớn không, hay nói cách khác mối ghép có đủ bền không.

1. Để làm việc đó, trước hết ta cần xác định độ dôi kiểm tra theo công thức dưới đây [mà không theo công thức (20-4) ở trên]:

$$\delta_1 = \delta_{\max} - 1,2(R_{z1} + R_{z2}) \quad (20-7)$$



Hình 20.3. Kích thước mối ghép:
a. chi tiết bao; b. chi tiết bị bao

Trong đó $\delta_{\max}$ là độ dôi lớn nhất của kiểu lắp đã chọn, còn R_{z1} và R_{z2} có ý nghĩa như của công thức (20-4).

2. Tiếp theo, căn cứ vào δ_t đã tính được để xác định áp suất p sinh ra trong mối ghép bằng cách vận dụng công thức (20-3):

$$p = \frac{\delta_t}{d \left(\frac{C_1}{E_1} + \frac{C_2}{E_2} \right)}, \text{ N/mm}^2 \quad (20-8)$$

3. Cuối cùng, tiến hành kiểm tra độ bền theo từng trường hợp cụ thể như sau:

a. Đối với chi tiết bao (moayơ):

$$p \leq \sigma_{ch2} \frac{d_2^2 - d_1^2}{2d_2^2} \quad (20-9)$$

b. Đối với chi tiết bị bao (trục):

$$p \leq \sigma_{chl} \frac{d^2 - d_1^2}{2d^2} \quad (20-10)$$

Trong hai công thức trên: p được tính từ công thức (20-8); σ_{ch2} và σ_{chl} lần lượt là ứng suất chảy của chi tiết bao và chi tiết bị bao (N/mm^2); d , d_2 và d_1 lần lượt là kích thước (đường kính) danh nghĩa của mối ghép, kích thước mặt tự do của chi tiết bao và của chi tiết bị bao (mm) như trên hình 20.3.

c. Đối với ổ trục (như ổ bi) và các mối ghép tương tự thì cần kiểm tra sự thay đổi kích thước của bề mặt tự do có gây tác dụng xấu phụ nào không. Chẳng hạn đối với ổ lăn, nếu đường kính trong của bạc ngoài và đường kính ngoài của bạc trong nở ra quá giới hạn cho phép sẽ có thể làm kẹt bi. Về vấn đề này, bạn đọc có thể xem thêm tài liệu tham khảo ghi ở cuối sách.

20.3. MỘT SỐ BIỆN PHÁP NÂNG CAO ĐỘ TIN CẬY CỦA MỐI GHÉP BẰNG ĐỘ DÔI

1. Nâng cao độ bền mối: Bề mặt ghép giữa hai chi tiết - nhất là khi hai chi tiết đó được làm từ hai vật liệu khác nhau, thường xảy ra hiện tượng *gỉ do tiếp xúc* làm xuất hiện sự tập trung ứng suất, lâu dần có thể ảnh hưởng lớn tới khả năng chịu tải, thậm chí làm hỏng mối ghép. Để khắc phục, người ta thường dùng các biện pháp như sau:

- Lông bạc đệm bằng kim loại màu như đồng, kẽm, nhôm lên trục.
- Lăn nén, nitơ hoá, xê măngtit hoá hoặc tôi cao tần lên bề mặt trục để nâng cao độ bền mỏi của nó.

- Tăng đường kính chỗ lắp ghép của trục lên 5% và làm góc lượn nơi thay đổi đường kính để giảm tập trung ứng suất.

2. Dùng mối ghép bổ trợ như mối ghép *then* hoặc *then hoa* để tăng cường khả năng chịu tải cho mối ghép bằng độ dôi. Khi tính toán có thể bỏ qua sự đóng góp của mối ghép bổ trợ mà coi chỉ một mình mối ghép bằng độ dôi chịu tải mà thôi. Cũng có khi các mối ghép bổ trợ kia được coi là chịu tải chính, và lúc đó người ta bỏ qua sự đóng góp của mối ghép bằng độ dôi để dễ tính toán và tăng độ an toàn.

20.4. VÍ DỤ TÍNH TOÁN

Hãy tính toán mối ghép giữa vành với thân bánh vít như trên hình 20.4. Vành làm bằng đồng thau đúc trong khuôn kim loại có $\sigma_{ch} = 236 \text{ N/mm}^2$. Thân làm bằng gang xám mác 12 – 28 có: $\sigma_{hk} = 118 \text{ N/mm}^2$, $\mu = 0,25$. Bánh vít quay với tốc độ quay $n_2 = 50$ vòng/ph, công suất truyền là $N_2 = 12 \text{ kW}$, làm việc ở nhiệt độ bình thường. Độ bóng bề mặt lấy cấp 7.

Giải: Mômen do bánh vít truyền được là:

$$M_2 = \frac{N_2}{\omega_2} = \frac{12}{5,24} = 2,3 \cdot 10^3 \text{ Nm} = 2,3 \cdot 10^6 \text{ Nmm}$$

trong đó: ω_2 là tần số quay của bánh vít, với:

$$\omega_2 = \frac{\pi n_2}{30} = \frac{\pi \cdot 50}{30} \approx 5,24 \text{ 1/giây.}$$

Để truyền được mômen xoắn M_1 , cần tạo ra một áp suất tối thiểu p_{min} trên bề mặt ghép, tính theo công thức (20-2b):

$$p_{min} = \frac{2KM_2}{\pi f d^2 l} = \frac{2 \cdot 1,2 \cdot 2,3 \cdot 10^6}{3,14 \cdot 0,07 \cdot 200^2 \cdot 50} \approx 12,55 \text{ N/mm}^2$$

Trong đó: $K=1,2$; $f=0,07$.

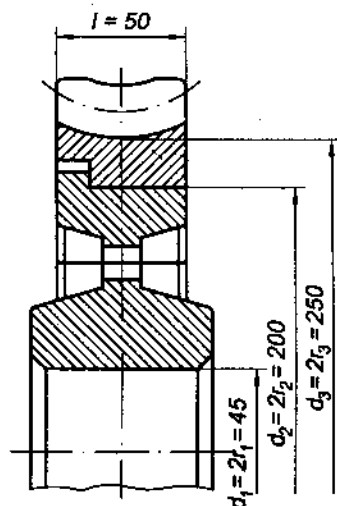
Để tính độ dôi lý thuyết, ta sử dụng công thức (20-3):

$$\delta_{min} = p_{min} d \left(\frac{C_1}{E_1} + \frac{C_2}{E_2} \right)$$

Ở đây chi tiết bị bao làm bằng gang đúc, do đó lấy $E_1 = 8 \cdot 10^4 \text{ N/mm}^2$, $\mu_1 = 0,25$; chi tiết bao làm bằng đồng thau, do đó lấy $E_2 = 8,5 \cdot 10^4 \text{ N/mm}^2$, $\mu_2 = 0,32$;

$$C_1 = \frac{d^2 + d_1^2}{d^2 - d_1^2} - \mu_1 = \frac{200^2 + 45^2}{200^2 - 45^2} - 0,25 \approx 0,86$$

$$C_2 = \frac{d_2^2 + d^2}{d_2^2 - d^2} - \mu_2 = \frac{250^2 + 200^2}{250^2 - 200^2} - 0,32 \approx 4,86$$



Hình 20.4. Mối ghép có độ dôi giữa vành bánh vít với thân bánh vít.

Thay số vào công thức tính $\delta_{\min}$ ta được:

$$\delta_{\min} = 12,55 \cdot 200 \left(\frac{0,86}{8 \cdot 10^4} + \frac{4,86}{8,5 \cdot 10^4} \right) \approx 0,170 \text{ mm} = 170 \mu\text{m}$$

Độ dôi cần thiết khi tính toán δ_c tính được từ công thức (20-4):

$$\delta_c = \delta_{\min} + 1,2(R_{z1} + R_{z2}) + U_t$$

Ở đây $U_t = 0$ vì mối ghép làm việc ở nhiệt độ bình thường. Mặt khác, với độ bóng bề mặt là cấp 7 ta có: $R_{z1} = R_{z2} = 6,3 \mu\text{m}$ (theo TCVN 1063-71). Vậy $\delta_c = 170 + 1,2(6,3 + 6,3) \approx 1,85 \mu\text{m}$.

Theo TCVN 24-63 về dung sai và lắp ghép, chọn chế độ lắp của mối ghép là $\phi 200 \frac{A}{C_3}$ (hoặc $\frac{H7}{U7}$ theo ISO), ta có ($\delta_{\min}$) bằng $= 170 \mu\text{m}$ và ($\delta_{\max}$) bằng $= 260 \mu\text{m}$.

Độ dôi kiểm tra δ_t tính theo công thức (20-7):

$$\delta_t = \delta_{\max} - 1,2(R_{z1} + R_{z2}) = 260 - 1,2(6,3 + 6,3) \approx 245 \mu\text{m} = 0,245 \text{ mm}$$

Áp suất p sinh ra trong mối ghép tính được từ công thức (20-8):

$$p = \delta_t / d \left(\frac{C_1}{E_1} + \frac{C_2}{E_2} \right) = 0,245 / 200 \left(\frac{0,86}{8 \cdot 10^4} + \frac{4,86}{8,5 \cdot 10^4} \right) \approx 20,4 \text{ N/mm}^2$$

- Đối với vành bánh vít (chi tiết bao) với $\sigma_{ch2} = 236 \text{ N/mm}^2$:

$$\sigma_{ch2} \frac{d_2^2 - d_1^2}{2d_1^2} = 236 \frac{250^2 - 200^2}{2 \cdot 250^2} = 40,5 \text{ N/mm}^2 > p = 20,4 \text{ N/mm}^2$$

- Đối với thân bánh vít (chi tiết bị bao), ta lấy σ_{ch1} bằng $\sigma_{bk} = 118 \text{ N/mm}^2$:

$$\sigma_{ch1} \frac{d^2 - d_1^2}{2d^2} = 118 \frac{200^2 - 45^2}{2 \cdot 200^2} \approx 56 \text{ N/mm}^2 > p = 20,4 \text{ N/mm}^2$$

Như vậy cả hai chi tiết đều chịu được áp suất lớn hơn áp suất do mối ghép sinh ra, do đó ta kết luận chúng đảm bảo độ bền.

CÂU HỎI ÔN TẬP

1. Nêu định nghĩa và ưu, nhược điểm của mối ghép bằng độ dôi?
2. Trình bày ba phương pháp lắp của mối ghép bằng độ dôi và ưu, nhược điểm của những phương pháp này?
- 3* Làm lại bài ví dụ 5.4 với công suất được truyền là: $N = 20 \text{ kW}$, tốc độ quay của bánh vít $n_2 = 60 \text{ v/ph}$.

Chương 21

TÍNH TOÁN ĐỘNG HỌC CỦA BỘ TRUYỀN ĐỘNG CƠ KHÍ

21.1. MỞ ĐẦU

Trong các lĩnh vực công nghiệp, có nhiều loại truyền động được sử dụng: truyền động cơ khí, truyền động điện, truyền động thủy lực, truyền động khí ép (hay khí nén),...

Trong giáo trình này, chúng ta chỉ xem xét về *truyền động cơ khí*.

Trong truyền động cơ khí, người ta sử dụng các loại bộ truyền cơ khí để truyền cơ năng (công suất, mômen, lực) và truyền chuyển động từ *trục chủ động* sang *trục bị động*.

Bộ truyền cơ khí gồm có: Bộ truyền ma sát, bộ truyền đai, bộ truyền xích, bộ truyền bánh răng, bộ truyền bánh vít - trục vít và bộ truyền vít - đai ốc, là những bộ truyền mà chúng ta sẽ lần lượt nghiên cứu ở những chương sau.

21.2. XÁC ĐỊNH CÁC THÔNG SỐ CƠ BẢN CỦA BỘ TRUYỀN CƠ KHÍ

1. Các thông số cơ bản của một bộ truyền

Mỗi bộ truyền được tạo bởi một cặp chi tiết truyền động tương ứng. Ví dụ bộ truyền ma sát tạo bởi cặp bánh ma sát, bộ truyền đai tạo bởi cặp bánh đai (kèm với đai), bộ truyền bánh răng tạo bởi cặp bánh răng,... Trong mỗi cặp như thế thì người ta còn phân biệt chi tiết chủ động (hay dẫn) với chi tiết bị động (hay bị dẫn).

Trục mang chi tiết chủ động được gọi là trục chủ động (hay trục dẫn), còn trục mang chi tiết bị động được gọi là trục bị động (hay trục bị dẫn).

Để phân biệt các thông số cơ bản thuộc chi tiết bị động, người ta dùng chỉ số 1 và 2. Với quy ước như vậy, ta có:

N_1, N_2 lần lượt là công suất trên trục 1 (trục dẫn) và trục 2 (trục bị dẫn), kW;

P_1, P_2 lần lượt là lực trên trục 1 (trục dẫn) và trục 2 (trục bị dẫn), N;

M_1, M_2 lần lượt là mômen trên trục 1 (trục dẫn) và trục 2 (trục bị dẫn), N.mm;

v_1, v_2 lần lượt là tốc độ tiếp tuyến trên trục 1 (trục dẫn) và trục 2 (trục bị dẫn), m/ph.

ω_1, ω_2 lần lượt là tốc độ góc trên trục 1 (trục dẫn) và trục 2 (trục bị dẫn), Rad/s.

n_1, n_2 lần lượt là tốc độ vòng trên trục 1 (trục dẫn) và trục 2 (trục bị dẫn), v/ph.

- Tỷ số truyền động i của bộ truyền được định nghĩa là tỷ số giữa tốc độ của trục bị dẫn với trục dẫn:

$$i = \frac{n_2}{n_1} = \frac{\omega_2}{\omega_1} \quad (21-1)$$

- Hiệu suất của bộ truyền được định nghĩa là tỷ số giữa công suất tại trục bị dẫn với công suất tại trục dẫn:

$$\eta = \frac{N_2}{N_1} < 1 \quad (21-2)$$

- Mômen xoắn M_2 trên trục bị dẫn được xác định theo công thức:

$$M_2 = \eta i M_1 \quad (21-3)$$

2. Xác định các thông số cơ bản của một hệ truyền động

Một xích truyền động gồm có nhiều bộ truyền nối trên hợp thành. Một hệ thống truyền động gồm một hoặc nhiều xích truyền động hợp thành. Ở đây chúng ta sẽ xem xét một hệ truyền động dùng để truyền cơ năng và chuyển động từ động cơ điện đến bộ phận chấp hành (hay còn gọi là bộ phận công tác, như bơm, quạt, băng tải v.v....).

- Việc tính toán hệ truyền động được căn cứ vào sơ đồ động học của nó. Trong trường hợp sơ đồ động học chưa có thì phải thiết kế nó ra. Các công việc tiếp theo sẽ là xác định hiệu suất truyền động chung η_Σ , tỉ số truyền động chung i_Σ , lựa chọn động cơ điện và phân cấp tỉ số truyền cho từng bộ truyền.

- Số liệu xuất phát gồm có: tốc độ góc ω (hay tốc độ vòng n) và công suất N trên trục của bộ phận chấp hành (ở đây là máy công tác).

- Dựa vào số liệu xuất phát, ta xác định công suất yêu cầu trên trục động cơ để chọn động cơ điện theo catalog. Việc chọn động cơ nào trong số những động cơ có cùng công suất N nhưng tốc độ quay n khác nhau trong catalog là tùy thuộc vào tốc độ quay của trục máy công tác và tỷ số truyền động chung của hệ.

- Nếu chưa biết công suất N trên trục máy công tác thì ta có thể xác định theo một trong hai công thức:

$$N = \frac{P_v}{10^3} \quad (21-4)$$

$$N = M \frac{\omega}{10^6} \quad (21-5)$$

trong đó: N tính theo kW; P , v lần lượt là lực và tốc độ tiếp tuyến tại một điểm xác định trên vành bánh đai, bánh xích hay bánh răng,... được lắp trên trục máy công tác (đơn vị đo lần lượt là N và m/s); M , ω lần lượt là mômen xoắn và tốc độ góc trên trục máy công tác (đơn vị đo là $N.mm$ và Rad/s).

- Nếu cần tính mômen xoắn M ($N.mm$) trên trục khi đã biết công suất N (kW) và tốc độ vòng n (v/ph) của nó, ta sử dụng công thức:

$$M = 9,55 \cdot 10^6 \frac{N}{n} \quad (21-6)$$

- Công suất yêu cầu trên trục động cơ $N_{yc/dc}$ (kW) được xác định theo công thức:

$$N_{yc/dc} = \frac{N}{\eta_{\Sigma}} \quad (21-7)$$

Trong đó N là công suất trên trục máy công tác (kW) và η_{Σ} là hiệu suất truyền động chung của hệ:

$$\eta_{\Sigma} = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \dots \eta_k \quad (21-8)$$

với $\eta_1, \eta_2, \eta_3, \dots, \eta_k$ lần lượt là hiệu suất của bộ truyền thứ 1, 2, 3, ..., k. Hiệu suất của từng bộ truyền cụ thể (ma sát, xích, bánh răng,...) đều có sẵn trong sổ tay thiết kế.

- Tỷ số truyền động chung của hệ được xác định theo công thức:

$$i_{\Sigma} = \frac{\omega_{dc}}{\omega} = \frac{n_{dc}}{n} \quad (21-9)$$

Trong đó: ω_{dc} và n_{dc} lần lượt là tốc độ góc và tốc độ vòng của trục động cơ; ω và n lần lượt là tốc độ góc và tốc độ vòng của trục máy công tác.

- Sau khi có i_{Σ} , ta tiến hành phân cấp tỷ số truyền cho từng cấp truyền động (bộ truyền) theo công thức:

$$i_{\Sigma} = i_1 \cdot i_2 \cdot i_3 \dots i_k \quad (21-10)$$

Với $i_1, i_2, i_3, \dots, i_k$ lần lượt là tỷ số truyền của bộ truyền thứ 1, 2, 3, ..., k, mà giá trị khuyến nên dùng của chúng đã có sẵn trong sổ tay thiết kế.

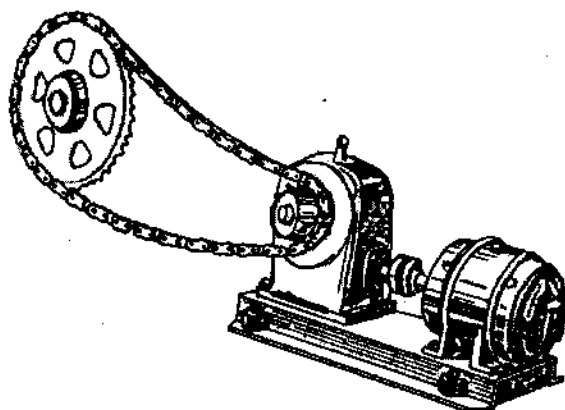
21.3. VÍ DỤ TÍNH TOÁN

Động cơ có công suất $N_{dc}=55$ kW và tốc độ quay $n_{dc}=2940$ v/ph. Hãy xác định tốc độ quay n của đĩa xích bị dẫn như trên hình 21.1, nếu tỷ số truyền của hộp giảm tốc là $i_{gt}=16$ và tỷ số truyền của bộ truyền xích là $i_x=2,5$. Cho biết hiệu suất của hộp giảm tốc là $\eta_{gt}=0,70$ (hộp giảm tốc trục vít hai cấp) và hiệu suất của bộ truyền xích để hở là $\eta_x=0,90$; hãy xác định công suất trên trục băng tải.

Giải:

1. Theo công thức (21-10), ta có tỉ số truyền động chung của hệ là:

$$i_{\Sigma} = i_{gt} \cdot i_x = 16,2,5 = 40$$



Hình 21.1. Hộp giảm tốc trục vít và bộ truyền xích.

2. Tốc độ quay của đĩa xích bị dẫn lắp trên trục băng tải, tính theo công thức (21-9):

$$n = \frac{n_{dc}}{i_{\Sigma}} = \frac{2940}{40} = 73,5 \text{ v/ph.}$$

3. Hiệu suất truyền động chung của hệ, tính theo công thức (21-8):

$$\eta_{\Sigma} = \eta_{gt} \cdot \eta_x = 0,70 \cdot 0,90 = 0,63.$$

4. Công suất trên trục băng tải, tính theo công thức (21-7):

$$N = N_{dc} \cdot \eta_{\Sigma} = 55 \cdot 0,63 = 34,6 \text{ kW}$$

CÂU HỎI ÔN TẬP

1. Liệt kê tên một số bộ truyền thuộc về bộ truyền cơ khí? Các thông số cơ bản của một bộ truyền là gì?
2. Viết công thức tính công suất N và mômen xoắn M trên trục (có giải thích ý nghĩa và đơn vị đo của các đại lượng trong công thức)?
- 3* Tính chọn động cơ điện cho hệ thống truyền động như trên hình 6.1, biết rằng trục máy công tác (trục lắp đĩa xích bị dẫn) có tốc độ quay $n = 60 \text{ v/ph}$ và công suất $N = 40,5 \text{ kW}$. Bộ truyền xích có tỉ số truyền $i_x = 2,5$, hiệu suất $\eta_x = 0,90$. Hộp giảm tốc trục vít hai cấp có tỉ số truyền $i_{gt} = 16$, hiệu suất $\eta_{gt} = 0,7$. Nối trục (giữa động cơ điện và hộp giảm tốc) có hiệu suất $\eta_m = 0,96$.

TRUYỀN ĐỘNG BÁNH MA SÁT

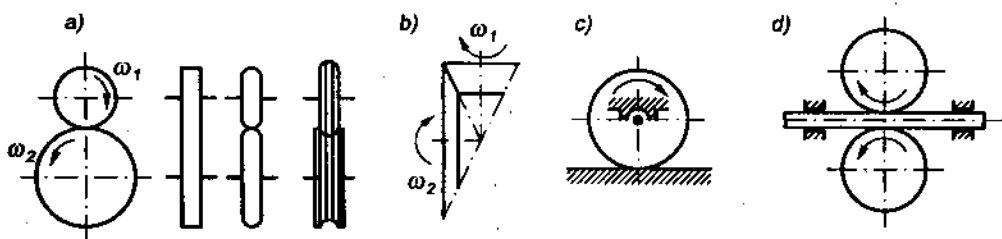
22.1. KHÁI NIỆM CHUNG

22.1.1. Phân loại truyền động ma sát

Truyền động ma sát thực hiện việc truyền cơ năng và chuyển động từ bánh (vật thể) dẫn sang bánh (vật thể) bị dẫn nhờ lực ma sát tại nơi tiếp xúc của hai vật thể này. Chúng ta phân biệt hai loại truyền động ma sát sau: *bộ truyền ma sát* và *bộ biến tốc ma sát*.

1. Bộ truyền ma sát: chỉ làm nhiệm vụ truyền cơ năng và tốc độ mà không thể thay đổi tỷ số truyền (i không đổi). Hình 22.1 trình bày một số kiểu bộ truyền ma sát thường gặp.

a. Bộ truyền ma sát trụ: ở đây hai vật thể tiếp xúc đều là hai bánh ma sát hình trụ. Nếu đường sinh của chúng là đường thẳng thì ta có tiếp xúc đường, nếu là cung tròn thì ta có tiếp xúc điểm, nếu là đường gãy khúc hình nêm thì ta có tiếp xúc đường hình nêm (hình 22.1a). Trụ dẫn và trụ bị dẫn song song với nhau.



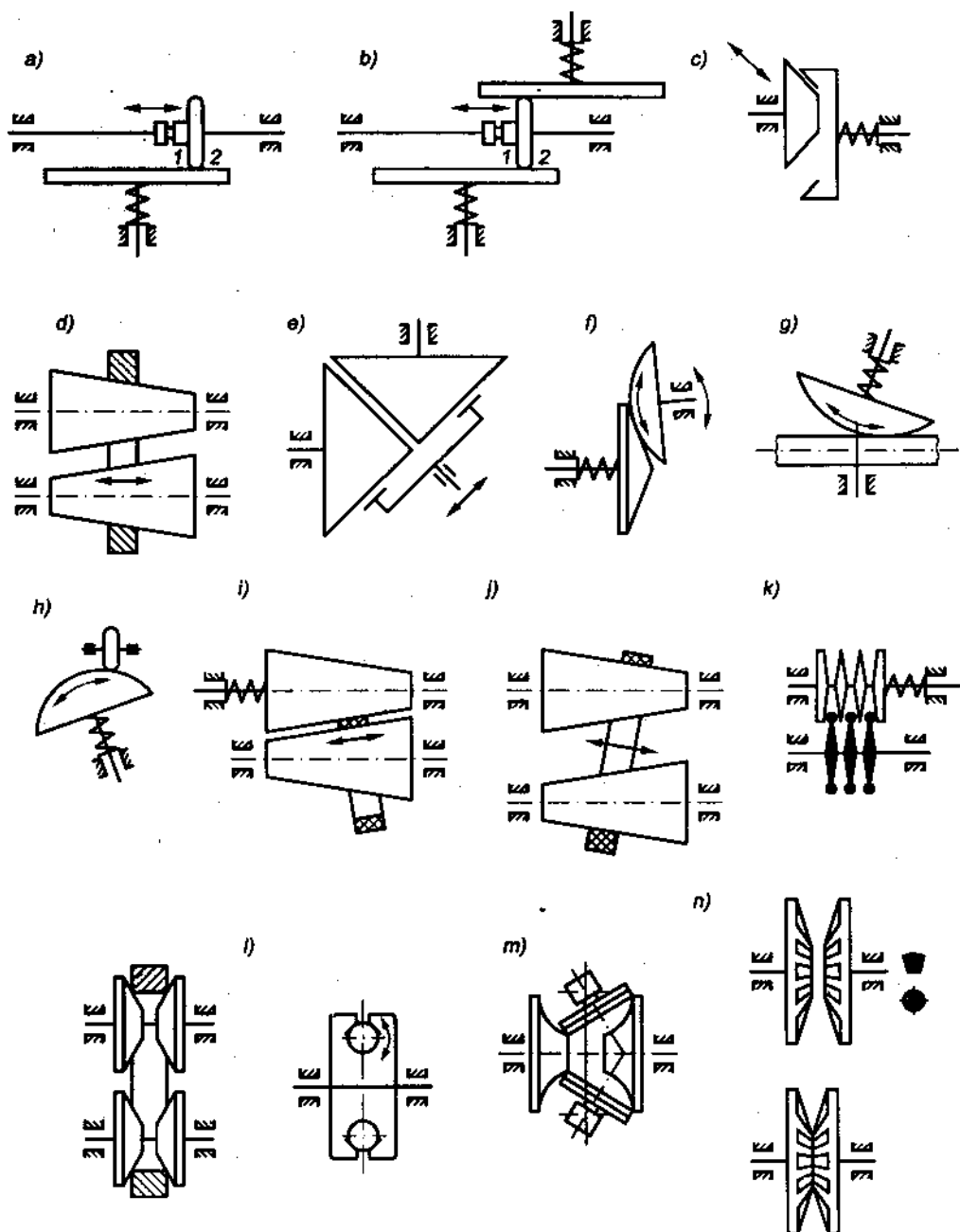
Hình 22.1. Sơ đồ một số loại bộ truyền ma sát.

b. Bộ truyền ma sát côn: hai vật thể ma sát đều là hai bánh côn. Trụ dẫn và trụ bị dẫn không song song mà làm thành một góc nào đó – thường là 90° (hình 22.1b).

c. Bộ truyền ma sát quay / tịnh tiến: dùng để truyền chuyển động quay của bánh dẫn thành chuyển động tịnh tiến của thanh bị dẫn. Để tạo ra lực ép trên bề mặt tiếp xúc để có lực ma sát bằng cách dùng trục tiếp bánh dẫn (hình 22.1c) hoặc dùng con lăn phụ (hình 22.1d) từ bánh vào bề mặt thanh bị dẫn.

2. Bộ biến tốc ma sát: không những để truyền cơ năng và truyền chuyển động mà còn có thể thay đổi tỷ số truyền (i thay đổi) trong một khoảng xác định. Sự thay

đổi không theo từng cấp mà là liên tục, vì thế nó còn có tên gọi là bộ biến tốc vô cấp (variato). Hình 22.2 trình bày sơ đồ một số kiểu biến tốc vô cấp thông dụng.



Hình 22.2. Một số kiểu biến tốc vô cấp.

a. *Bộ biến tốc ma sát mặt đầu đơn*: gồm một bánh dẫn và một bánh bị dẫn. Mặt cạnh bánh dẫn tì lên mặt đầu của bánh bị dẫn và có thể di chuyển dọc theo bán kính của bánh này để làm thay đổi tỷ số truyền (hình 22.2a).

b. *Bộ biến tốc ma sát mặt đầu kép*: gồm bánh dẫn, bánh bị dẫn và bánh trung gian. Ở đây không phải bánh dẫn mà là bánh trung gian di chuyển dọc trục của nó để làm thay đổi tỷ số truyền (hình 22.2b).

c. *Bộ biến tốc ma sát côn đơn giản* gồm hai đĩa côn lắp trên hai trục song song. Bánh dẫn di chuyển theo chiều đường sinh mặt côn làm thay đổi độ lớn vòng tròn tiếp xúc của nó, vì thế làm thay đổi tỷ số truyền (hình 22.2c).

d. *Bộ biến tốc ma sát côn trục song song, có phần tử trung gian cứng*: Ở đây phần tử trung gian là một đai hình khuyên mà đường tâm mặt trong của nó nghiêng một góc bằng góc nghiêng của hai bánh côn. Khi đai dịch chuyển dọc trục thì tạo ra sự thay đổi tỷ số truyền (hình 22.2d).

e. *Bộ biến tốc ma sát côn, trục vuông góc, có đĩa trung gian*: Ở đây đĩa trung gian di chuyển theo chiều mũi tên như trên hình 22.2e, làm thay đổi độ lớn vòng tròn tiếp xúc của hai bánh côn, vì thế làm thay đổi tỷ số truyền.

f. *Bộ biến tốc ma sát cầu - côn*: gồm bánh dẫn hình chòm cầu và bánh bị dẫn hình côn. Khi trục bánh dẫn quay một góc trong mặt phẳng tờ giấy sẽ làm thay đổi đường kính vòng tròn tiếp xúc của nó, vì thế làm thay đổi tỷ số truyền (hình 22.2f).

g. *Bộ biến tốc ma sát cầu - trụ* (hình 22.2g): gồm bánh dẫn hình chòm cầu và bánh bị dẫn hình trụ. Nguyên tắc làm việc cũng giống như ở hình 22.2f.

h. *Bộ biến tốc ma sát trụ - cầu* (hình 22.2h): gồm bánh dẫn hình đĩa tròn và bánh bị dẫn hình chòm cầu. Ở đây trục bánh bị dẫn quay một góc trong mặt phẳng tờ giấy làm thay đổi vòng tròn tiếp xúc của nó với bánh dẫn, nhờ thế mà thay đổi được tỷ số truyền.

i. *Bộ biến tốc ma sát côn, trục song song có phần tử trung gian mềm* (hình 22.2i): Khác với bộ biến tốc ở hình 22.2d, ở đây phần tử trung gian là một đai da hay đai cao su nên được gọi là mềm, di chuyển theo chiều mũi tên để làm thay đổi tỷ số truyền.

k. *Bộ biến tốc ma sát côn, trục song song có đai phẳng* (hình 22.2j): là một biến thể của bộ biến tốc ở hình 22.2i, điểm khác là ở đây đai cao su quàng ra ngoài cả hai bánh côn.

l. *Bộ biến tốc ma sát nhiều đĩa* nhằm tăng khả năng chịu tải (hình 22.2k). Khi trục bị dẫn di chuyển theo chiều mũi tên như trên hình vẽ thì vòng tròn tiếp xúc của các đĩa trên trục dẫn sẽ bị thay đổi, do đó làm thay đổi tỷ số truyền.

m. *Bộ biến tốc ma sát hai cặp đĩa và một vòng cứng* (hình 22.2l). Trên mỗi trục có một cặp đĩa côn có thể dịch chuyển gần vào hoặc tách xa nhau. Khi cặp đĩa trên trục này tách xa nhau thì cặp đĩa trên trục kia xích lại gần nhau một cách tương ứng, nhờ đó làm thay đổi tỷ số truyền. Vòng cứng bằng kim

loại nằm lọt trong khe hình nêm giữa hai cặp đĩa, nhờ lực ma sát giữa mặt bên của vòng cứng và mặt đầu của đĩa mà vòng cứng truyền tải trọng và chuyển động từ trục dẫn tới trục bị dẫn.

n. Bộ biến tốc ma sát đĩa mặt xuyên lỗm (hình 22.2m). Hai đĩa trung gian có thể quay được quanh trục toạ độ thẳng góc với mặt phẳng tờ giấy để thay đổi điểm tiếp xúc giữa chúng với mặt xuyên lỗm của đĩa dẫn và đĩa bị dẫn. Nhờ sự thay đổi này mà tỷ số truyền giữa trục dẫn và trục bị dẫn được thay đổi theo.

p. Bộ biến tốc ma sát hai cặp đĩa côn và một đai mềm (hình 22.2n). Nguyên tắc làm việc cũng giống như bộ biến tốc ở hình 22.2l. Điều khác biệt là thay vì vòng cứng, ở đây dùng đai cao su mềm để truyền động.

22.1.2. Ưu nhược điểm và phạm vi sử dụng của truyền động ma sát

1. Ưu điểm

- Bánh ma sát có cấu tạo đơn giản.
- Làm việc êm, không ồn.
- Có khả năng điều chỉnh vô cấp về tỷ số truyền, và do đó đạt được vô cấp về tốc độ của trục bị dẫn mà trong nhiều máy móc cần có.

2. Nhược điểm

- Lực tác dụng lên trục và ổ đỡ khá lớn do lực ép giữa cặp bánh ma sát gây ra;
- Do có trượt giữa các bánh khi làm việc nên tỷ số truyền không ổn định dẫn đến tốc độ của trục bị dẫn không chính xác;
- Khả năng tải không cao so với truyền động bánh răng.

3. Phạm vi ứng dụng

- Thích hợp với công suất nhỏ và vừa (dưới 20 kW). Mặc dù có tài liệu nói có thể lên tới trăm kW [8], nhưng cần chú ý rằng công suất cao đòi hỏi bộ truyền kích thước lớn và lực ép lớn để có lực ma sát cần thiết;
- Tốc độ tiếp tuyến của các đĩa không quá 15 – 20 m/s, vì tốc độ càng cao thì nhiệt sinh ra do ma sát càng lớn và các đĩa càng mòn nhanh;
- Tỷ số truyền $i \leq 7$ (đối với bộ truyền quay tay có thể lấy i tới 25);
- Khoảng điều chỉnh tỷ số truyền ($i_{\max}/i_{\min}$) lấy 3 – 4 đối với bộ truyền ma sát trực tiếp (không có vật thể trung gian) và 4 – 8 nếu có vật thể trung gian (gián tiếp);
- Chú ý rằng do có trượt nên truyền động bánh ma sát không được dùng trong những cơ cấu đòi hỏi chính xác về tốc độ và tỷ số truyền.

22.2. CƠ HỌC TRUYỀN ĐỘNG BÁNH MA SÁT

22.2.1. Sự trượt

Trượt là đặc điểm nổi bật của truyền động bánh ma sát, với ba loại hình sau đây:

1. Trượt hình học: xảy ra do có sự khác nhau về tốc độ tại các điểm tiếp xúc giữa hai bánh ma sát. Nó xuất hiện trên chiều dài tiếp xúc dọc theo đường sinh của bánh ma sát và phụ thuộc vào dạng hình học của bánh đó. Ví dụ trên hình 22.2a, ta thấy tốc độ tiếp tuyến trên đĩa bị dẫn tại điểm 1 và điểm 2 có khác nhau, trong khi tốc độ tiếp tuyến cũng tại hai điểm ấy trên bánh dẫn là như nhau, vì thế đã có sự trượt giữa hai bánh tại mỗi điểm tương ứng.

2. Trượt đàn hồi: Loại trượt này xảy ra do biến dạng đàn hồi tại vùng tiếp xúc của các bánh theo phương tiếp tuyến. Nó xảy ra trong bất kỳ bộ truyền ma sát nào khi làm việc. Do có trượt đàn hồi khiến tốc độ bánh bị dẫn nhỏ hơn tốc độ bánh dẫn, làm mất mát vận tốc khoảng 2% đối với cặp bánh thép và 1% đối với cặp bánh Têchtôlit/thép.

3. Trượt trơn: Xảy ra do lực ma sát không đủ lớn để mang tải. Khi trượt trơn, bánh bị dẫn dừng lại, còn bánh dẫn thì vẫn tiếp tục chuyển động nên trượt trên bánh bị dẫn, gây ra mòn cục bộ hoặc xước bề mặt.

Trượt trơn có thể tránh được nhờ thiết kế và vận hành đúng. Trượt hình học chỉ xảy ra đối với một số kiểu bộ truyền. Trượt đàn hồi thì không thể tránh được. Ngoài ra, đối với các bộ truyền làm việc trong dầu, do màng dầu quá lớn cũng gây nên trượt.

22.2.2. Tốc độ và tỷ số truyền trong truyền động ma sát

1. Đối với bộ truyền ma sát

a. Bộ truyền ma sát trụ, trục song song (hình 22.1a và 22.3)

Gọi v là tốc độ tiếp tuyến (m/s), D là đường kính bánh ma sát (mm), n là tốc độ vòng (v/ph) và theo quy ước chung, chỉ số 1 và 2 lần lượt để chỉ bánh (trục) dẫn và bánh (trục) bị dẫn, ta có:

$$\text{Đối với trục dẫn: } v_1 = \frac{\pi D_1 n_1}{60 \cdot 10^3}; \text{m/s};$$

$$\text{Đối với trục bị dẫn: } v_2 = \frac{\pi D_2 n_2}{60 \cdot 10^3}; \text{m/s};$$

Do có trượt nên $v_2 < v_1$.

Gọi ε là hệ số xét đến sự trượt: Đối với các dụng cụ, lấy $\varepsilon \approx 1,0$, đối với các trường hợp khác lấy $\varepsilon \approx 0,97$. Ta có:

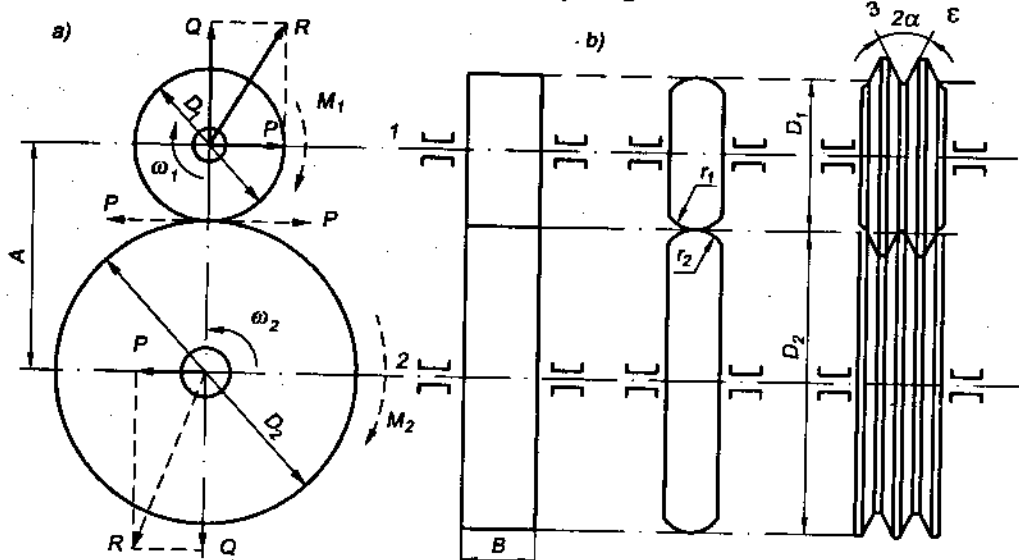
$$v_2 = \varepsilon v_1; i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{D_2}{\varepsilon D_1}$$

b. Bộ truyền ma sát côn, trục không song song (hình 22.1b và 22.4a):

$$i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{D_1}{\varepsilon D_1} = \frac{\sin \alpha_2}{\varepsilon \sin \alpha_1} \quad (\text{nếu bỏ qua sự trượt: } i \approx \frac{\sin \alpha_2}{\sin \alpha_1});$$

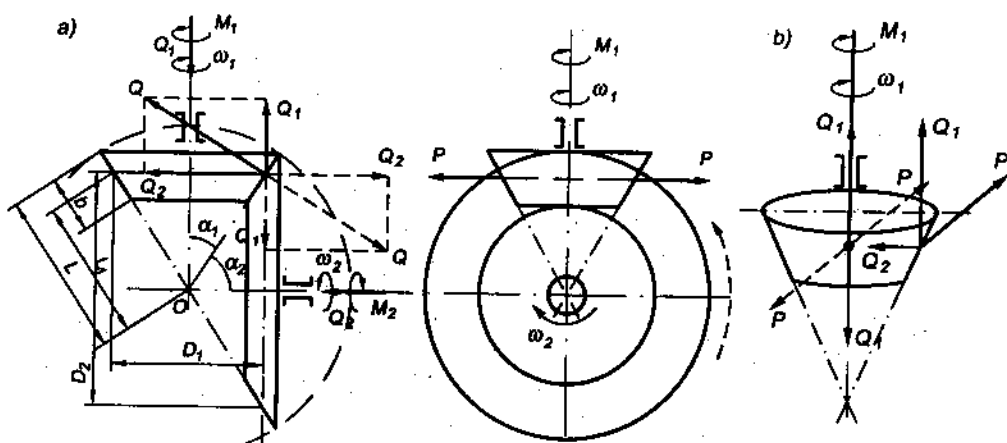
trong đó: D_1 và D_2 là đường kính trung bình của bánh dẫn và bánh bị dẫn (mm); α_1 và α_2 là góc côn của bánh dẫn và bánh bị dẫn; n_1 và n_2 là tốc độ vòng của bánh dẫn và bánh bị dẫn (v/ph).

Trong trường hợp hai trục vuông góc, $\alpha_1 + \alpha_2 = 90^\circ$ thì $i = \frac{\tan \alpha_2}{\tan \alpha_1} = \frac{\cot \alpha_1}{\tan \alpha_2}$



Hình 22.3. Sơ đồ bộ truyền ma sát trụ, trục song song

a. Bánh trụ phẳng; b. Bánh trụ lồi; c. Bánh trụ rãnh hình nêm.



Hình 22.4. Lực tác dụng trong bộ truyền ma sát côn.

3. Đối với bộ biến tốc ma sát

Bộ biến tốc nói chung, có một đặc trưng hình học cơ bản, gọi là khoảng điều chỉnh tốc độ, được kí hiệu là Δ . Đó là tỷ số giữa tỷ số truyền lớn nhất với tỷ số truyền bé nhất.

$$D = \frac{i_{\max}}{i_{\min}}$$

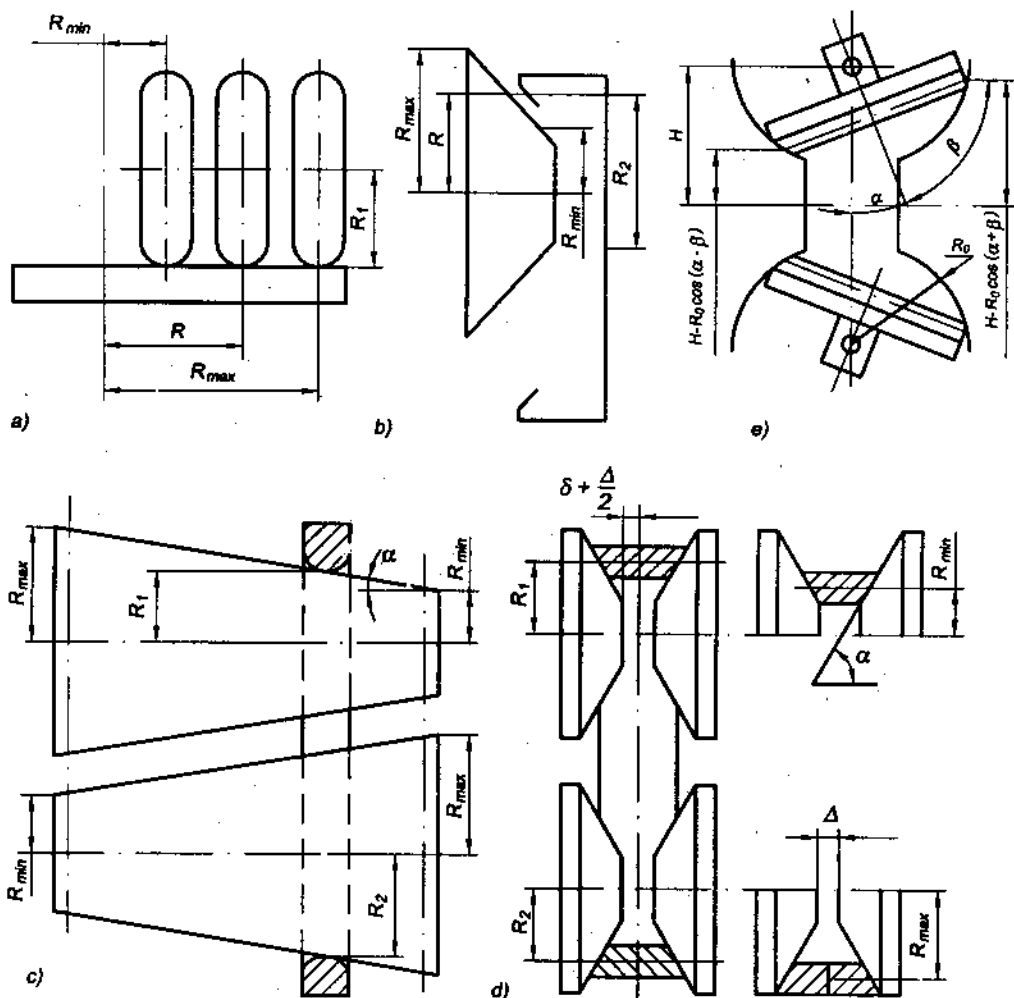
(22-1)

(trong thực tế người ta chỉ lấy $D \leq 3$)

Từ hệ thức này ta tìm được quan hệ giữa D với khoảng điều chỉnh đường kính bánh ma sát tùy theo từng kiểu bộ truyền. Sau đây là một số trường hợp (hình 22.5):

a. Bộ biến tốc thay đổi tỷ số truyền bằng cách thay đổi bán kính R của bánh bị dẫn (hình 22.5a):

$$i = \frac{R}{\epsilon R_1}; \quad i_{\min} = \frac{R_{\min}}{\epsilon R_1}; \quad i_{\max} = \frac{R_{\max}}{\epsilon R_1}; \quad D = \frac{R_{\max}}{R_{\min}}$$



Hình 22.5. Sơ đồ tính toán động học một số kiểu biến tốc ma sát.

Trong đó R là bán kính tại nơi tiếp xúc của bánh bị dẫn. Do R biến đổi phụ thuộc vào yêu cầu lúc vận hành nên tốc độ vòng n_2 của trục bị dẫn cũng thay đổi theo. Ta có quan hệ sau:

$$Rn_2 = R_1 n_1 \varepsilon$$

Với R_1 và n_1 là bán kính và tốc độ vòng của bánh dẫn;

$\varepsilon = 0,94 - 0,995$, tùy theo mức độ hoàn hảo của bộ truyền và bộ truyền làm việc trong dầu hay không.

b. Bộ biến tốc thay đổi tỷ số truyền bằng cách thay đổi bán kính R của bánh dẫn (hình 22.5b):

$$i = \frac{R_2}{\varepsilon R}; i_{\min} = \frac{R_2}{\varepsilon R_{\min}}; i_{\max} = \frac{R_2}{\varepsilon R_{\max}}; D = \frac{R_{\max}}{R_{\min}}$$

$$R_2 n_2 = R n_1 \varepsilon$$

c. Bộ biến tốc thay đổi tỷ số truyền bằng cách đồng thời thay đổi bán kính của cả bánh dẫn và bánh bị dẫn khi bố trí vùng điều chỉnh ở hai bánh đối xứng nhau như trên hình 22.5c, d, e:

$$i = \frac{R_2}{\varepsilon R_1}; i_{\max} = \frac{R_{2\max}}{\varepsilon R_{1\min}}; i_{\min} = \frac{R_{2\min}}{\varepsilon R_{1\max}}$$

$$D = \frac{i_{\max}}{i_{\min}} = \frac{R_{2\max}}{R_{2\min}} \cdot \frac{R_{1\max}}{R_{1\min}}$$

Do kết cấu của bộ biến tốc kiểu này có $R_{1\max} = R_{2\max} = R_{\max}$ và $R_{1\min} = R_{2\min} = R_{\min}$, nên cuối cùng ta có:

$$D = \left(\frac{R_{2\max}}{R_{2\min}} \right)^2 = \left(\frac{R_{1\max}}{R_{1\min}} \right)^2 = \left(\frac{R_{\max}}{R_{\min}} \right)^2$$

Rút ra:
$$\frac{R_{\max}}{R_{\min}} = \sqrt{D}$$

22.2.3. Lực trong truyền động ma sát

1. Tính lực ép Q lên đĩa ma sát

a. Trường hợp chung:
$$Q = \frac{KP}{f} \quad (22-2)$$

trong đó: K là hệ số an toàn: Đối với bộ truyền dùng để truyền tải trọng lấy $K=1,25 - 1,5$, đối với dụng cụ để truyền chuyển động lấy $K=3-5$; P là lực tiếp tuyến (lực có ích), với $P = \frac{2M_1}{D_1} = \frac{2.9,55.10^6 \text{ N}}{D_1 n_1}$ (N); f là hệ số ma sát giữa hai

bánh tiếp xúc, được lấy như sau: a) trong dầu: gang/ gang hoặc thép/ thép: $f=0,04 \div 0,05$; b) Không, không có dầu: thép/ thép: $f=0,15 \div 0,20$; Têchtôlit/ thép (hoặc gang): $f=0,20 \div 0,35$; Thép (hoặc gang)/ cao su: $f=0,35 \div 0,45$; D_1 , M_1 lần lượt là đường kính bánh dẫn và mômen xoắn trên trục dẫn.

b. Trường hợp đặc biệt:

Khi mặt tiếp xúc là rãnh hình nêm như trên hình 22.6 thì ta có:

$$Q = \frac{KP}{f'} \quad \text{với} \quad f' = \frac{f}{\sin \alpha}$$

Trong đó: α là góc vát của mặt tiếp xúc, thường thì $\alpha \approx 15^\circ \div 20^\circ$.

2. Tính tải trọng lên đĩa và trục

a. Bộ truyền ma sát trụ, trục song song (hình 22.3a, b, c):

$$R = \sqrt{Q^2 + (KP)^2}$$

Trong đó R là lực tổng hợp tác dụng lên đĩa và trục. Các đại lượng khác như đã nói trong công thức (22-2).

b. Bộ truyền ma sát côn, trục vuông góc (hình 22.4):

Ở trường hợp này, trục dẫn chịu lực dọc trục Q_1 và lực thẳng góc với trục Q_2 , còn trục bị dẫn chịu lực thẳng góc với trục có giá trị bằng Q_2 nhưng ngược dấu:

$$Q_1 = Q \sin \alpha_1; \quad Q_2 = Q \sin \alpha_1.$$

Với α_1 là góc côn của bánh dẫn, Q được tính theo công thức (22-2).

Ghi chú: Đối với các kiểu bộ truyền khác, bạn đọc có thể tìm hiểu trong [6, 8] và các tài liệu chuyên đề về truyền động ma sát.

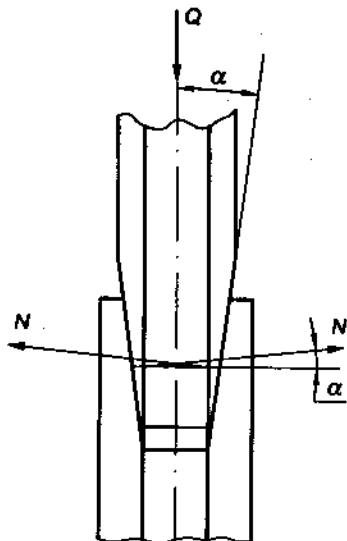
2. Tổn thất và các dạng hỏng

a. Tổn thất

Trong truyền động ma sát, các dạng trượt như đã nêu trong mục 22.2.1 trước đây là nguyên nhân chủ yếu gây nên tổn thất công suất. Ngoài ra còn có một nguyên nhân nữa là do ma sát trong các ổ đỡ. Tổn thất được đánh giá qua hiệu suất η của bộ truyền: Tổn thất càng ít, hiệu suất càng cao và ngược lại.

- Đối với bộ truyền trong hộp dầu kín, độ chính xác cao, các bánh ma sát bằng thép, lấy $\eta = 0,96 - 0,98$;

- Đối với bộ truyền kém chính xác hơn, các bánh ma sát bằng thép hoặc gang lấy $\eta = 0,92 - 0,96$ (ổ trượt lấy giá trị thấp, ổ lăn lấy giá trị cao);



Hình 22.6. Truyền động bánh ma sát hình nêm.

- Đối với bộ truyền độ chính xác không cao, cặp bánh ma sát là thép (hoặc gang)/ chất dẻo; lấy $\eta = 0,85 - 0,92$;

- Đối với bộ truyền độ chính xác không cao, có trượt hình học tại vùng tiếp xúc, lấy $\eta = 0,80 - 0,85$.

b. Các dạng hỏng

- Nếu bộ truyền được bôi trơn tốt, bề mặt tiếp xúc bị hỏng chủ yếu do tróc mồi bề mặt;

- Nếu bộ truyền làm việc khô hoặc nửa ướt, bề mặt tiếp xúc sẽ bị mòn hoặc xước. Đặc biệt mòn càng xảy ra nhanh khi bộ truyền bị trượt trơn.

Để tránh các dạng hỏng nói trên, cần phải tính toán bộ truyền theo độ bền tiếp xúc.

22.3. VẬT LIỆU VÀ ỨNG SUẤT CHO PHÉP

22.3.1. Vật liệu làm bề mặt bánh ma sát

Yêu cầu phải có độ bền tiếp xúc và độ bền mòn cao, hệ số ma sát lớn (để giảm lực ép cần thiết).

- *Thép tôi*: Các loại thép Liên Xô (cũ) như 40XH, 11X15, 18XГТ, 18X2H2BA, 65Г,....., tôi đạt độ rắn bề mặt HRC ≥ 60 được dùng khi yêu cầu bộ truyền có kích thước nhỏ gọn, làm việc trong dầu, hiệu suất lớn, đòi hỏi gia công chính xác và độ nhẵn bề mặt cao.

- *Gang*: đôi khi được dùng cho cặp gang/ thép trong bộ truyền để hở, có bôi trơn hoặc chạy khô.

- *Têchtôlit và Phip* dùng với thép (hoặc gang): được sử dụng trong bộ truyền làm việc khô, không cần chế tạo chính xác cao, kích thước lớn, hiệu suất thấp nhưng lực tác dụng lên trục nhỏ hơn so với cặp bánh ma sát thép hoặc gang.

- *Gỗ, da, vải, cao su,...* : bọc lót bề mặt bánh dẫn, làm việc với bánh bị dẫn bằng thép hoặc gang để khi bị trượt trơn thì bánh bị dẫn ít bị mài vệt.

22.3.2. Ứng suất tiếp xúc cho phép $[\sigma]_{tx}$

- Bánh ma sát bằng thép:

$$[\sigma]_{tx} = (1,5 - 2,5) \text{ HB, N/mm}^2. \text{ Hoặc :}$$

$$[\sigma]_{tx} = (13 \div 18) \text{ HRC, N/mm}^2$$

Trị số nhỏ được lấy cho trường hợp không có dầu bôi trơn.

- Bánh ma sát bằng gang:

$$[\sigma]_{tx} = 1,5\sigma_u, \text{ N/mm}^2, \text{ với } \sigma_u \text{ là ứng suất giới hạn bền uốn.}$$

- Bánh ma sát bằng Têchtôlit, làm việc khô:

$$[\sigma]_{tx} = 80 - 100 \text{ N/mm}^2$$

22.4. VÍ DỤ TÍNH TOÁN

Tính bộ truyền ma sát trụ, công suất được truyền trên trục dẫn $N=4,5\text{ kW}$, tốc độ vòng $n_1=1440\text{ v/ph}$, $n_2=460\text{ v/ph}$. Bộ truyền làm việc trong hộp dầu.

Giải:

1. Chọn vật liệu làm cặp bánh ma sát: Thép-Liên Xô OX15 tôi đạt độ rắn bề mặt $\text{HRC}=60\text{ N/mm}^2$, mô đun đàn hồi $E=2,1 \cdot 10^5\text{ N/mm}^2$, hệ số ma sát $f=0,05$

2. Tính ứng suất tiếp xúc cho phép: $[\sigma]_{Hx} = (13-18)\text{HRC} = (13-18) \cdot 60 = 780-1080\text{ N/mm}^2$.
Trung bình lấy $[\sigma]_{Hx} = 960\text{ N/mm}^2$.

3. Tính tỷ số truyền: $i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{1440}{460} = 3,1$.

Tính đường kính bánh dẫn theo công thức $D_1 \geq \sqrt{\frac{EKN}{0,05 \cdot n_1 [\sigma]_{Hx}^2} \cdot \frac{(i+1)}{i}}$. Chọn hệ số an toàn

$K=1,5$ và hệ số chiều rộng $\psi_D = b/D_1 = 0,6$. Thay số vào, ta được:

$$D_1 \geq 1903 \sqrt{\frac{2,1 \cdot 10^5 \cdot 1,5 \cdot 4,5}{0,05 \cdot 0,6 \cdot 1440 \cdot 960^2} \cdot \frac{(3,1+1)}{3,1}} = 68,6\text{ mm}.$$

Lấy tròn tăng lên $D_1=70\text{ mm}$.

5. Chọn chiều rộng bánh ma sát: $b = D_1 \psi_D = 70 \cdot 0,6 = 42\text{ mm}$.

6. Tính đường kính bánh bị dẫn: $D_2 = i \cdot D_1 = 3,1 \cdot 0,97 \cdot 70 = 210,5\text{ mm}$.

Lấy tròn $D_2=210\text{ mm}$.

7. Tính khoảng cách hai trục: $A = \frac{D_1 + D_2}{2} = \frac{70 + 210}{2} = 140\text{ mm}$.

8. Tính lực ép cần thiết theo công thức (22-2), trong đó chọn hệ số an toàn $K=1,5$:

$$Q = \frac{KP}{f} = \frac{1,5}{0,05} \cdot \frac{2,955 \cdot 10^6\text{ N}}{D_1 \cdot n_1} = \frac{1,5}{0,05} \cdot \frac{2,955 \cdot 10^6 \cdot 4,5}{70 \cdot 1440} = 25580\text{ N} = 25,58\text{ kN}$$

CÂU HỎI ÔN TẬP

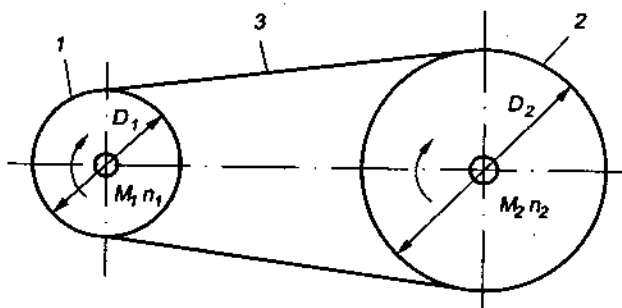
1. Truyền động ma sát được chia ra : bộ truyền ma sát và bộ biến tốc ma sát. Hãy trình bày sự khác nhau giữa chúng ?
2. Liệt kê các kiểu bộ truyền ma sát và nhận dạng các kiểu đó ?
3. Liệt kê một số kiểu bộ biến tốc ma sát và nhận dạng các kiểu đó ?
4. Trình bày ưu, nhược điểm và phạm vi ứng dụng của truyền động ma sát ?
5. Phân biệt ba loại trượt trong truyền động ma sát ?
- 6* Làm lại ví dụ mục 22.4 cho bộ truyền ma sát côn, trục vuông góc. Cho biết góc côn của bánh nhỏ $\alpha_1 = 30^\circ$ và các bánh lớn $\alpha_2 = 60^\circ$, Tốc độ quay của trục dẫn $n_1 = 1440\text{ v/ph}$, Công suất trên trục dẫn $N = 4,5\text{ kW}$. Bộ truyền làm việc trong dầu.

TRUYỀN ĐỘNG ĐAI

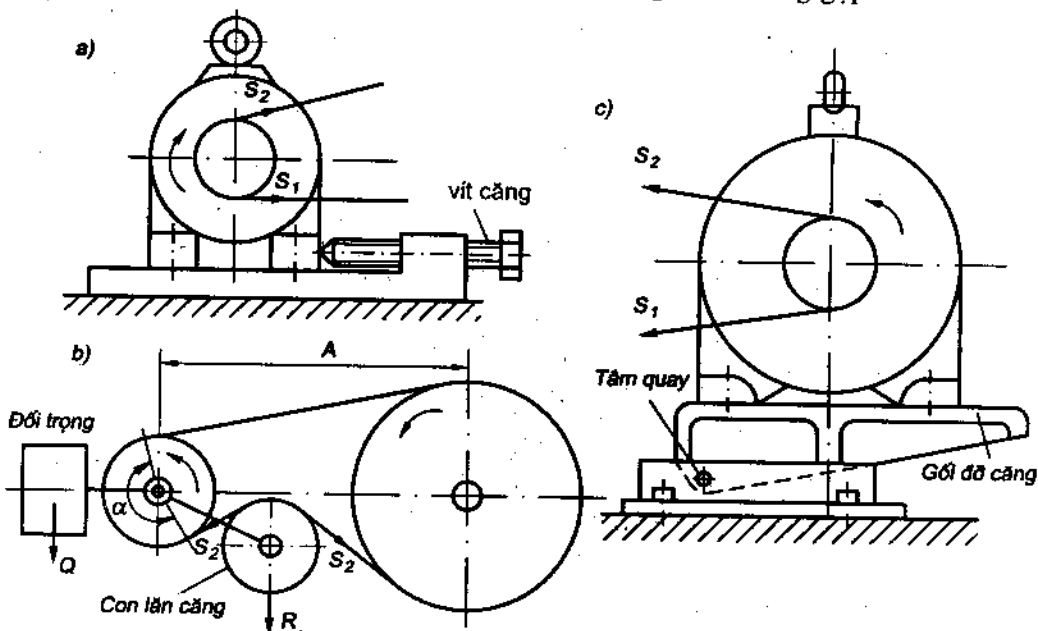
23.1. NHỮNG VẤN ĐỀ CHUNG VỀ TRUYỀN ĐỘNG ĐAI

23.1.1. Nguyên tắc làm việc

Truyền động đai làm việc dựa trên nguyên tắc nhờ vào lực ma sát giữa đai với các bánh đai mà truyền chuyển động và cơ năng từ bánh đai dẫn 1 tới bánh đai bị dẫn 2 (hình 23.1). Vì đai là một khâu mềm, sau một thời gian làm việc sẽ bị giãn, vì thế cần có biện pháp căng đai để khắc phục. Hình 23.2 giới thiệu một số biện pháp căng đai thường gặp.



Hình 23.1. Sơ đồ bộ truyền đai:
1- bánh dẫn; 2- bánh bị dẫn; 3- Đai



Hình 23.2. Các biện pháp căng đai.
a- dùng vít căng; b- dùng con lăn tự căng; c- dùng gối đỡ tự căng.

23.1.2. Ưu nhược điểm và phạm vi sử dụng

1. Ưu điểm

- Kết cấu đơn giản, dễ chế tạo, giá thành rẻ;
- Truyền động mềm dẻo, giảm được xung động khi tải trọng va đập;
- Vận hành êm và không ồn (khi mối nối đai được thực hiện tốt);
- Do có sự trượt giữa đai với bánh đai nên khi quá tải đột ngột cũng không làm hỏng các chi tiết của bộ truyền;
- Đối với bộ truyền tốc độ chậm và trung bình, có thể chãm chước phần nào về yêu cầu độ chính xác lắp ráp;
- Có thể truyền động giữa các trục xa nhau và giữa các trục được bố trí thích hợp trong không gian.

2. Nhược điểm

- Kích thước không nhỏ gọn, nhất là khi truyền công suất lớn;
- Do có trượt đai nên không đảm bảo được độ chính xác về tỉ số truyền;
- Do phải có lực căng đai ban đầu nên áp lực lên trục và gối đỡ tăng lên so với truyền động bánh răng;
- Không sử dụng được ở những nơi kém an toàn do tính nhiễm điện của đai;
- Khi bị dầu khoáng dính vào thì giảm khả năng làm việc và tuổi thọ.

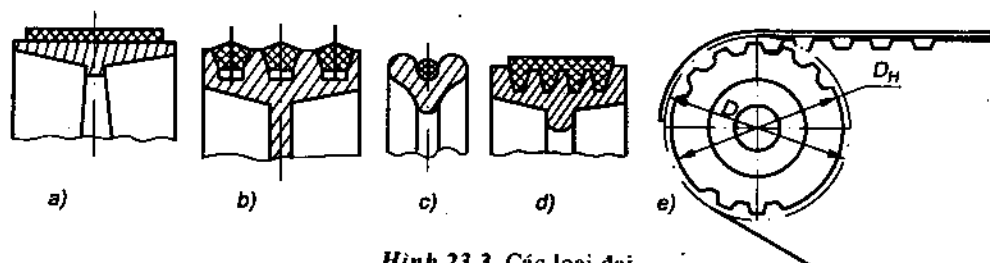
3. Phạm vi ứng dụng

- Công suất truyền có thể đạt tới 2000 mã lực (bộ truyền đặc biệt đến 3000 kW);
- Tốc độ đai có thể đạt tới 30 m/s đối với truyền động trung bình; 50-60 m/s đối với truyền động tốc độ cao và 100-120 m/s đối với truyền động siêu cao;
- Tỉ số truyền có thể đạt tới $i \leq 5$, nếu có thiết bị căng đai có thể đạt tới $i \geq 10$.

23.1.3. Phân loại đai

Theo hình dáng tiết diện đai, có thể chia ra:

- Đai phẳng (hay đai dẹt), có tiết diện ngang là hình chữ nhật (hình 23.3a);
- Đai thang, có tiết diện ngang là hình thang (hình 23.3b);
- Đai tròn, có tiết diện ngang là hình tròn (hình 23.3c);
- Đai hình lược, thực chất là gồm nhiều đai thang kết hợp lại (hình 23.3d);
- Đai răng (hình 23.3e).



Hình 23.3. Các loại đai.

23.1.4. Cơ sở lý thuyết và tính toán truyền động đai

Hình 23.4 trình bày sơ đồ tính toán hình học và lực tác dụng của truyền động đai, với các kí hiệu như sau:

a. Đối với các quan hệ về hình học, ta sử dụng các kí hiệu:

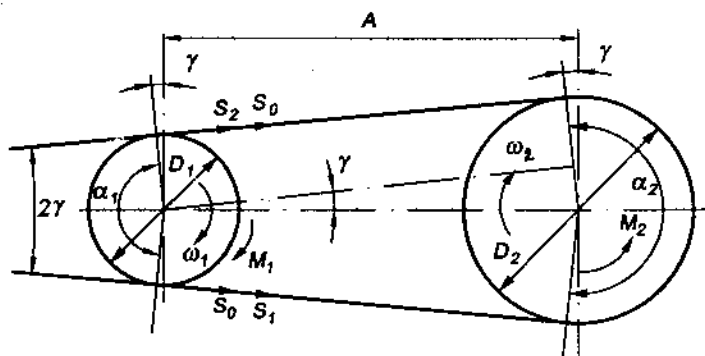
A - khoảng cách trục, mm;

D_1, D_2 - đường kính bánh dẫn và bánh bị dẫn, mm;

L - chiều dài hình học của đai, không tính đến độ võng, mm;

γ - góc nghiêng của mỗi nhánh đai so với đường tâm bộ truyền;

α_1, α_2 - góc ôm của đai lên bánh dẫn và bánh bị dẫn.



Hình 23.4. Sơ đồ tính toán bộ truyền đai.

- Nếu bộ truyền chỉ có hai bánh đai như trên hình 23.4 thì:

$$\sin \gamma = \frac{D_2 - D_1}{2A};$$

$$\alpha_1 = \pi - 2\gamma; \quad \alpha_2 = \pi + 2\gamma;$$

$$L = 2A \cos \gamma + \frac{D_2 \alpha_2}{2} + \frac{D_1 \alpha_1}{2} = 2A \cos \gamma + \frac{\pi}{2} (D_2 + D_1) + \gamma (D_2 - D_1);$$

$$A = \frac{1}{2 \cos \gamma} \left[L - \frac{\pi}{2} (D_2 + D_1) - \gamma (D_2 - D_1) \right] \quad (23-1)$$

- Nếu bộ truyền có nhiều bánh đai như trên hình 23.2b thì góc ôm α_1, α_2 và chiều dài đai L được xác định bằng cách đo trực tiếp trên sơ đồ (vẽ chính xác và theo một tỉ lệ nào đó).

b. Đối với các quan hệ về động học, ta sử dụng thêm các kí hiệu sau:

- $n_1 (\omega_1)$ và $n_2 (\omega_2)$: tốc độ vòng (góc) của bánh dẫn và bánh bị dẫn, vg/ph (rad/s); i tỉ số truyền; v_1, v_2 : tốc độ tiếp tuyến của bánh dẫn và bánh bị dẫn, m/s;

Nếu không có sự trượt giữa đai với bánh đai thì:

$$v_1 = v_2 \quad \text{hay} \quad \frac{\pi D_1 n_1}{60} = \frac{\pi D_2 n_2}{60} \quad \text{và} \quad i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{D_2}{D_1}$$

Nhưng sự trượt đó không tránh khỏi khi bộ truyền đai làm việc nên $v_1 < v_2$, và nếu gọi ε là hệ số trượt thì ta có:

$$v_2 = v_1(1 - \varepsilon), \text{ hay } \frac{\pi D_2 n_2}{60} = \frac{\pi D_1 n_1}{60} (1 - \varepsilon)$$

Suy ra:
$$i = \frac{D_2}{D_1(1 - \varepsilon)}$$

Trong điều kiện làm việc bình thường, có thể lấy hệ số trượt $\varepsilon = 0,01 - 0,02$.

c. Đối với các quan hệ về lực, ta sử dụng các kí hiệu:

- S_0 : lực căng ban đầu của đai, N;
- S_1, S_2 : lực căng trên nhánh dẫn và nhánh bị dẫn của đai khi bộ truyền làm việc, không xét đến lực li tâm, N;
- P : lực tiếp tuyến (lực có ích), N;
- S_{lt} : lực căng đai do lực li tâm sinh ra, N;
- N_1, N_2 : công suất trên trục dẫn và trục bị dẫn, kW;
- M_1, M_2 : mômen gây ra chuyển động quay (mômen xoắn) trên trục dẫn và trục bị dẫn, N.m.

Khi $M_2=0$, là lúc bộ truyền làm việc không tải, thì lực căng trên toàn bộ chiều dài đai có thể lấy bằng $S = S_1=S_2=S_0+S_{lt}$, với:

$$S_{lt}=qv^2 \quad (23-2)$$

trong đó: q - khối lượng của một mét đai, kg/m; v - tốc độ đai, m/s. S_{lt} chỉ được tính đến khi $v > 10$ m/s.

Khi bộ truyền làm việc có tải, thì lực căng trên các nhánh đai được phân bố sao cho lực căng trên nhánh dẫn thì tăng lên đến S_1 , trên nhánh bị dẫn thì giảm xuống mức S_2 , với:

$$S_1 + S_2 = 2S_0 \quad (23-3)$$

và
$$S_1 - S_2 = P \quad (23-4)$$

Từ hai phương trình này ta rút ra:

$$S_1 = S_0 + \frac{P}{2} \text{ và } S_2 = S_0 - \frac{P}{2}$$

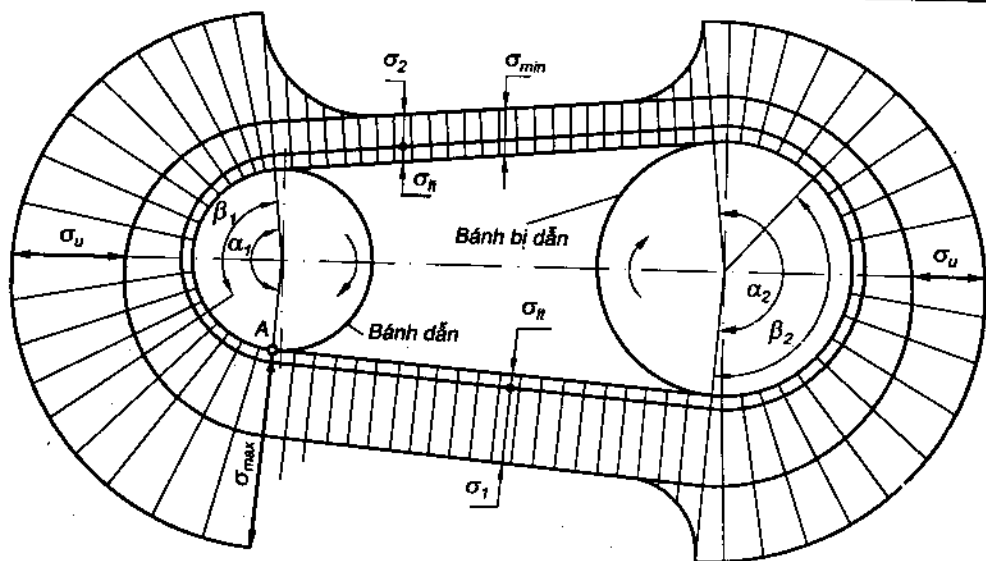
Dưới đây ta sẽ nghiên cứu về ứng suất sinh ra trong đai như ở hình 23.5.

Gọi F là diện tích tiết diện đai (mm^2), b là chiều rộng đai (mm) và δ là chiều dày đai (mm), ta có:

$$F = b\delta \quad ; \quad \sigma_0 = \frac{S_0}{F} \text{ N/mm}^2;$$

Với σ_0 là ứng suất do lực căng ban đầu S_0 sinh ra (không tính tới ảnh hưởng của lực li tâm S_{lt}), được chọn theo điều kiện làm việc như bảng sau:

Điều kiện làm việc của bộ truyền	$\sigma_0, \text{N/mm}^2$
- Bộ truyền với khoảng cách trục ngắn và không đổi; bộ truyền đặt thẳng đứng hoặc gần thẳng đứng.	1,6
- Bộ truyền với khoảng cách trục không đổi nhưng tương đối dài; bộ truyền đặt nằm ngang hoặc nghiêng $< 60^\circ$; bộ truyền với khoảng cách trục thay đổi nhờ thiết bị căng đai điều chỉnh gián đoạn.	1,8
- Bộ truyền tự căng đai, dù có làm thay đổi khoảng cách trục hay không.	2,0



Hình 23.5. Đồ thị ứng suất trong đai khi có tải.

Ứng suất σ_1 trên nhánh dẫn, và σ_2 trên nhánh bị dẫn khi làm việc có tải (không tính tới lực li tâm S_{lt}) sẽ là:

$$\sigma_1 = \frac{S_1}{F}; \quad \sigma_2 = \frac{S_2}{F}, \text{ N/mm}^2 \quad (23-5)$$

Hiệu số $\sigma_1 - \sigma_2 = K$ được gọi là *ứng lực tiếp tuyến riêng*. Từ các công thức (23-4) và (23-5) ta rút ra:

$$K = \frac{P}{F}, \text{ N/mm}^2 \quad (23-6)$$

Từ công thức (23-3) ta có:

$$\sigma_1 + \sigma_2 = 2\sigma_0; \quad \sigma_1 = \sigma_0 + \frac{K}{2}; \quad \sigma_2 = \sigma_0 - \frac{K}{2}.$$

Ứng suất do lực li tâm σ_{ll} : Gọi ρ là mật độ riêng của đai: $\rho = \frac{q}{F}$, thì từ (23-2) ta tính được ứng suất do lực li tâm gây ra:

$$\sigma_{lt} = \frac{S_{lt}}{F} = \rho v^2 \cdot 10^{-6}, N/mm^2$$

Trong đó: giá trị của ρ được lấy như sau:

- đai cao su và đai thang: $\rho = 1100 \div 1200 \text{ kg/m}^3$;
- đai da và đai sợi len: $\rho = 1000 \div 1100 \text{ kg/m}^3$;
- đai sợi bông: $\rho = 900 \div 1000 \text{ kg/m}^3$.

Ứng suất uốn σ_u :

Khi đai chạy vòng qua đầu hai bánh đai sẽ có ứng suất uốn σ_u phát sinh. Vì đai bị biến dạng trong giới hạn đàn hồi theo định luật Húc, nên ta có:

$$\sigma_u = \frac{\delta}{D_{min} + \delta} E \approx \frac{\delta}{D_{min}} E, N/mm^2;$$

trong đó: E là giới hạn đàn hồi của đai, lấy $E = 200 - 350 \text{ N/mm}^2$, đối với đai cao su; D_{min} là đường kính bánh đai nhỏ nhất trong bộ truyền, mm.

Sắp xếp các ứng suất $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_{lt}$ và σ_u vào các vị trí tương ứng trên toàn bộ chiều dài đai, ta được đồ thị ứng suất như trên hình 23.5. Đồ thị này cho ta thấy ứng suất lớn nhất σ_{max} xảy ra tại điểm A khi đai bắt đầu đi vào bánh dẫn, còn ứng suất bé nhất σ_{min} xảy ra tại đoạn sau khi đai ra khỏi bánh dẫn và trước khi đi vào bánh bị dẫn. Với:

$$\sigma_{max} = \sigma_1 + \sigma_{lt} + \sigma_u = \left(\sigma_0 + \frac{K}{2} \right) + \sigma_{lt} + \frac{E\delta}{D_{min}}, N/mm^2$$

$$\sigma_{min} = \sigma_2 + \sigma_{lt} = \left(\sigma_0 + \frac{K}{2} \right) + \sigma_{lt}, N/mm^2$$

Người ta tính được rằng khi tốc độ đai $v \leq 30 \text{ m/s}$ thì dù với loại đai có mật độ riêng ρ lớn nhất đi nữa, ảnh hưởng của ứng suất li tâm σ_{lt} cũng không đáng kể so với ảnh hưởng của σ_0 và K .

Việc ứng suất trên đai thay đổi từ σ_{max} sang σ_{min} trong quá trình bộ truyền làm việc là nguyên nhân khiến đai bị hỏng vì mỏi.

23.1.5. Tải trọng do lực căng đai gây ra trên trục và ổ đỡ

Bỏ qua lực li tâm của đai ta có:

a. Khi bộ truyền chạy không tải, hợp lực Q sẽ hướng theo đường tâm bộ truyền (hình 23.6):

$$Q = 2S_0 \cos \gamma = 2\sigma_0 F \sin \frac{\alpha}{2}, N$$

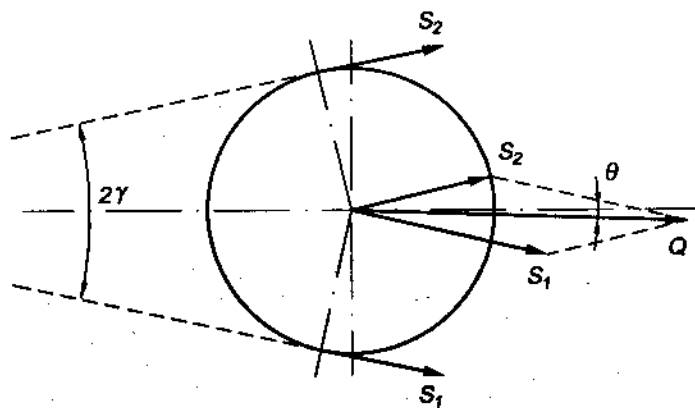
Trong đó: σ_0 là ứng suất trong đai do lực căng ban đầu S_0 gây ra, N/mm^2 ; F là tổng diện tích tiết diện đai, mm^2 ; các góc γ , α như trên hình vẽ.

Thường thì sau khi chạy không tải một lúc, σ_0 sẽ tăng lên 1,5 lần và lúc đó tải trọng lớn nhất tác dụng lên trục sẽ là:

$$Q_{\max} = 1,5Q = 3\sigma_0 F \sin \frac{\alpha}{2}$$

b. Khi bộ truyền làm việc có tải (hình 23.7)

$$Q = \sqrt{S_1^2 + S_2^2 + 2S_1S_2 \cos 2\gamma} \approx 2S_0 \cos \gamma = 2\sigma_0 F \cos \gamma$$



Hình 23.7. Lực tác dụng khi đai chạy có tải.

Khác với trường hợp 1 ở trên, ở đây hợp lực Q lệch một góc θ so với đường tâm bộ truyền, với:

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{(S_1 - S_2) \sin \gamma}{(S_1 + S_2) \cos \gamma} = \frac{P}{2S_0} \operatorname{tg} \gamma = \varphi \operatorname{tg} \gamma$$

Trong đó góc φ được tính theo công thức:

$$\varphi = \frac{S_1 - S_2}{S_1 + S_2} = \frac{P}{2S_0} = \frac{K}{2\sigma_0} \quad (23-7)$$

Chú ý: trong phép tính sơ bộ, có thể lấy gần đúng:

- Đối với đai da và đai cao su: $Q \approx 2,5P$

- Đối với đai bằng sợi bông dệt: $Q \approx 3P$

23.2. BỘ TRUYỀN ĐAI PHẪNG

23.2.1. Khái niệm chung

1. Ưu nhược điểm

So với bộ truyền đai thang, bộ truyền đai phẳng có những ưu nhược điểm sau:

Ưu điểm: Công suất lớn, kết cấu bánh đai đơn giản (không có rãnh đai), không đòi hỏi trục dẫn và trục bị dẫn song song với nhau do đó có nhiều cách bố trí trục phong phú, linh hoạt, có thể đổi phương chiều chuyển động.

Nhược điểm: Kích thước công kênh, khoảng cách trục lớn, ồn và va đập hơn (do chỗ nối đai gây ra).

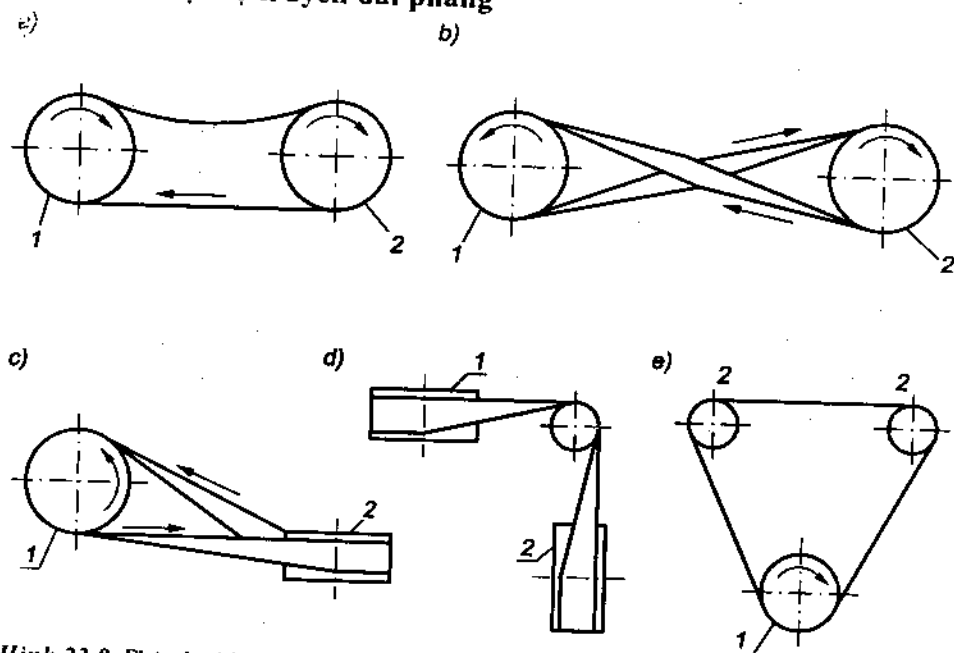
2. Phạm vi ứng dụng

- Công suất từ vài chục đến vài trăm kW, đặc biệt đến 3000kW.

- Thường dùng với tốc độ 5-25m/s (khi tốc độ thấp thì bộ truyền trở nên công kênh), khi cần thiết có thể đến 50-70 m/s, trường hợp siêu tốc có thể tới 110m/s.

- Tỷ số truyền thường dùng với $i \leq 5$ (nếu bộ truyền chéo thì i đến 6-8, nửa chéo đến 3, có bộ phận căng đến 8)

3. Phân loại bộ truyền đai phẳng



Hình 23.8. Phân loại bộ truyền đai phẳng theo cách sắp xếp vị trí tương đối giữa các trục.

Như trên đã nói, ưu điểm nổi bật của bộ truyền đai phẳng là có nhiều cách sắp xếp vị trí tương đối giữa các trục, nhờ đó tạo ra được nhiều kiểu bộ truyền. Hình 23.8 trình bày một số kiểu thông dụng: (a) Bộ truyền hở; (b) Bộ truyền chéo; (c) Bộ truyền nửa chéo; (d) Bộ truyền có hai trục vuông góc nhờ bánh đổi hướng; (e) Bộ truyền có hai hoặc nhiều trục bị dẫn.

Đai và bánh đai là hai thành phần cơ bản tạo nên các kiểu bộ truyền, vì vậy dưới đây chúng ta sẽ lần lượt xem xét về chúng.

23.2.2. Đai

1. Các loại đai phẳng

a. Đai da

Đai da có hai loại: loại một lớp và loại hai lớp. Đai da có tuổi thọ cao, khả năng tải lớn và chịu va đập tốt. Nhờ có tính bền mòn cao nên đai da làm việc tốt trong các bộ truyền chéo và nửa chéo. Song đai da có nhược điểm là đắt tiền, lại không dùng được ở nơi ẩm ướt hoặc có axit, vì thế ngày nay ít được dùng.

b. Đai dệt: có hai loại

Đai vải: được dệt từ sợi bông thành các loại 4 lớp, 6 lớp và 8 lớp. Đai vải có khối lượng nhỏ, giá rẻ, được dùng thích hợp cho các bộ truyền tốc độ cao, công suất bé. Nhờ tính chất mềm, dễ uốn nên có thể làm việc với bánh đai có đường kính nhỏ. Tuy nhiên khả năng tải và tuổi thọ của đai vải thấp so với đai da và đai vải cao su, hơn nữa đai vải không thể làm việc ở nơi ẩm ướt hoặc nhiệt độ cao.

Đai len: được chế tạo thành 3, 4 hoặc 5 lớp từ sợi len. Nhờ có tính đàn hồi khá cao nên đai len có thể làm việc với tải trọng va đập, đường kính bánh đai nhỏ. Đai len ít chịu ảnh hưởng của môi trường (nóng, ẩm, bụi,...) nhưng khả năng chịu tải kém, giá thành cao.

c. Đai vải cao su: Theo tiêu chuẩn Việt Nam (TCVN 217-66), đai vải cao su được chế tạo theo ba loại A, B, C (tương ứng với ba loại A, B, C của LX). Loại A được dùng cho các bánh đai nhỏ và tốc độ cao ($v > 20$ m/s), loại B được dùng cho bộ truyền có tải trọng lớn và tốc độ trung bình ($v < 20$ m/s). Loại C thích hợp với bộ truyền có tải trọng nhỏ và tốc độ thấp ($v < 15$ m/s).

d. Đai làm bằng vật liệu tổng hợp: có nhiều ưu điểm hơn so với các loại đai kể trên: độ bền, tốc độ làm việc và tuổi thọ cao, mềm dẻo, chịu va đập và quá tải lớn...

2. Các kích thước cơ bản của đai phẳng:

Hai kích thước cơ bản của đai phẳng là chiều rộng b và chiều dày δ , đã được tiêu chuẩn hoá. Ta có thể tìm hai kích thước này (cùng các số liệu khác của đai) trong tập tiêu chuẩn về truyền động đai hoặc trong các sổ tay thiết kế cơ khí.

3. Tính toán đai phẳng theo khả năng kéo

Khả năng kéo của đai phẳng được thể hiện qua đại lượng lực tiếp tuyến riêng ban đầu (lí tưởng) K_0 . Bằng thực nghiệm, người ta thiết lập được công thức tính K_0 như sau:

$$K_0 = a - \omega \frac{\delta}{D_{\min}}, \text{ N/mm}^2 \quad (23-8)$$

trong đó: δ - chiều dày đai (mm); $D_{\min}$ - đường kính bánh đai bé nhất (thường là bánh dẫn), mm; a và ω - hệ số tùy thuộc vào loại đai và ứng suất căng ban đầu, được tra trong sổ tay.

Công thức (23-8) ở trên được thiết lập trên cơ sở thực nghiệm bộ truyền lí tưởng:

1 - Tự căng;

2 - Góc ôm của đai lên bánh đai $\alpha = 180^\circ$;

3 - Tốc độ $v=10\text{m/s}$

4 - Chế độ làm việc êm, điều hoà và làm việc một ca.

Để tính toán, ta phải sử dụng đại lượng lực tiếp tuyến thực tế K bằng cách đưa vào K_0 các hệ số hiệu chỉnh C_0, C_α, C_v, C_p :

$$K = K_0 C_0 C_\alpha C_v C_p, \text{ N/mm}^2 \quad (23-9)$$

Trong đó: C_0 là hệ số xét đến sự khác nhau về góc nghiêng của bộ truyền và phương pháp tự căng của nó so với bộ truyền lí tưởng;

C_α là hệ số xét đến góc ôm thực tế của đai lên bánh đai;

C_v là hệ số xét đến tốc độ thực tế của đai;

C_p là hệ số xét đến chế độ làm việc thực tế của bộ truyền.

Các hệ số nói trên đều có sẵn trong sổ tay thiết kế cơ khí

Cuối cùng, ta có thể tính được các kích thước cơ bản của đai theo hệ thức:

$$F = b\delta = \frac{P}{K}, \text{ mm}^2$$

với b , δ là chiều rộng và chiều dày đai, được quy tròn rồi tra theo bảng tiêu chuẩn của đai

23.2.3. Bánh đai

Đường kính và chiều rộng là hai kích thước cơ bản của bánh đai. Ngoài ra còn có một số kích thước kết cấu mà ta sẽ xem xét dưới đây.

1. Đường kính bánh đai

- Đường kính bánh dẫn D_1 xác định theo công thức:

$$D_1 = (1100 + 1350) \sqrt[3]{\frac{N}{n_{\max}}}, \text{ mm}$$

trong đó: N - công suất trên trục dẫn, kW;

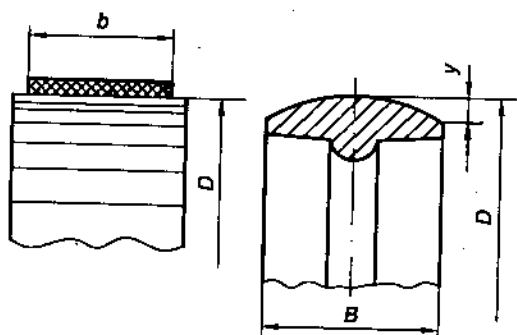
$n_{\max}$ - tốc độ quay lớn nhất trên trục dẫn, v/ph.

- Đường kính bánh bị dẫn D_2 :

$$D_2 = iD_1, \text{ mm}$$

Chú ý: Sau khi tính được D_1 và D_2 , chúng cần được quy tròn rồi chọn theo bảng tiêu chuẩn về bánh đai cho trong sổ tay thiết kế, nhớ rằng D_1 nên lấy tròn tăng lên, D_2 nên lấy tròn giảm xuống để bù vào hệ số trượt đai.

2. Chiều rộng bánh đai B (hình 23.9)



Hình 23.9. Các kích thước cơ bản của bánh đai.

- Đối với bộ truyền hở như trên hình 23.8a, ta có:

$$B = 1,1b + (5-15), \text{ mm}$$

- Đối với bộ truyền chéo và nửa chéo như trên hình 23.8b, c, d ta có:

$$B = 1,4b + 10, \text{ mm}$$

3. Một số kích thước kết cấu khác

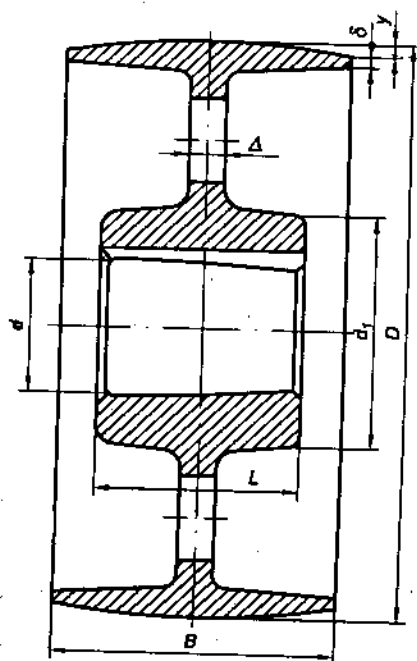
- Vành bánh đai (hình 23.9):

Độ lồi y nhằm làm cho đai ôm lấy mặt bánh đai, tránh hiện tượng tuột đai khi làm việc. Thường chỉ bánh đai lớn mới có độ lồi, nhưng ở những bộ truyền tốc độ cao thì cả hai bánh đều có độ lồi.

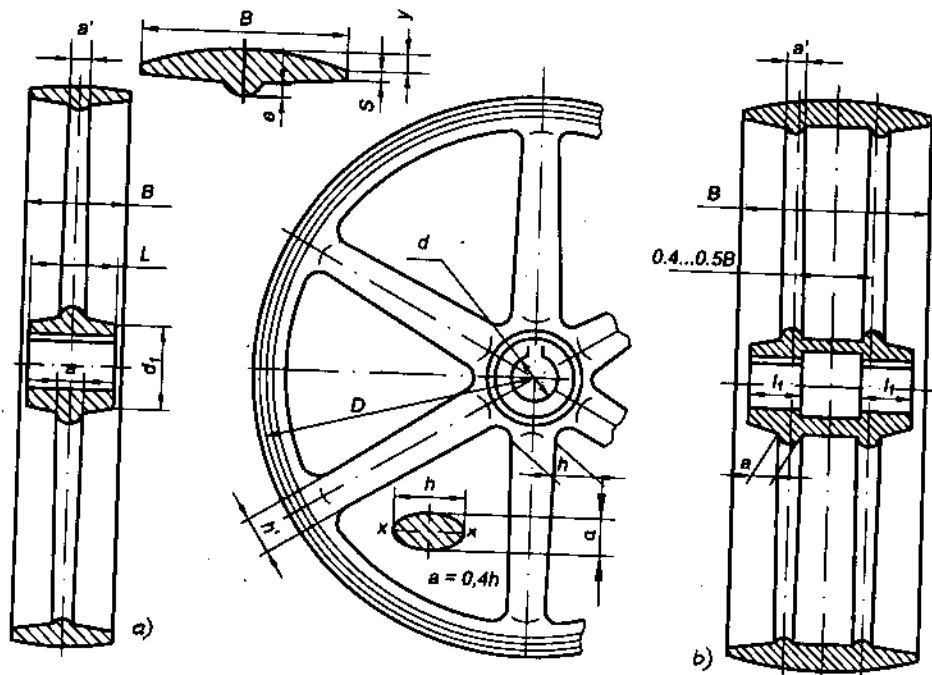
Chiều dày vành bánh đai lấy: $\delta = 0,005D + 3, \text{ mm}$

- Moayơ (hình 23.10 và 23.11)

Đường kính moayơ: $d_1 = (1,8 + 2,0)d$, với d là đường kính trục (mm).



Hình 23.10: Kết cấu vành bánh đai $D \leq 280 \text{ mm}$.



Hình 23.11. Kết cấu bánh đai khi : a- $D \leq 280\text{mm}$; b- $D \geq 280\text{mm}$.

Chiều dài moayơ:

$$L = (1,5 + 2,0)d$$

23.3. BỘ TRUYỀN ĐAI THANG

23.3.1. Khái niệm chung

1. Ưu nhược điểm

So với bộ truyền đai phẳng, truyền động đai thang có những ưu nhược điểm sau:

- **Ưu điểm:** nhờ rãnh hình nêm trên bánh đai nên khi hai mặt bên của đai lọt trong đó sẽ làm cho lực bám (ma sát) của đai với bánh đai sẽ lớn hơn nhiều so với trường hợp đai phẳng. Vì vậy, với cùng một lực căng đai ban đầu như nhau thì bộ truyền đai thang truyền được công suất lớn hơn, cho phép dùng khoảng cách trục ngắn hơn, góc ôm nhỏ hơn và vì thế có thể chạy với tỉ số truyền lớn hơn. Mặt khác, nó còn cho phép ta điều chỉnh vô cấp tỉ số truyền bằng cách sử dụng các cặp bánh đai điều chỉnh được khe hở (xem chương 22, hình 22.5d).

- **Nhược điểm:** So với bộ truyền đai phẳng, bộ truyền đai thang có những nhược điểm sau: đai chóng hỏng hơn, hiệu suất thấp hơn và bánh đai khó chế tạo hơn.

2. Phạm vi ứng dụng

- Công suất truyền được có thể đạt tới 350kW, tỉ số truyền $i \leq 10$ và tốc độ đai đến 25-30m/s.

- Bộ truyền đai thang thích hợp cho trường hợp tải trọng giữa các trục song song và khoảng cách trục không lớn.

- Một trong hai trục phải có thể dịch chuyển để điều chỉnh khoảng cách trục được vì có như vậy mới mắc được đai lên bánh đai. Trường hợp khoảng cách trục nhất thiết phải cố định thì phải dùng con lăn căng như trên hình 23.2b.

3. Phân loại bộ truyền đai thang

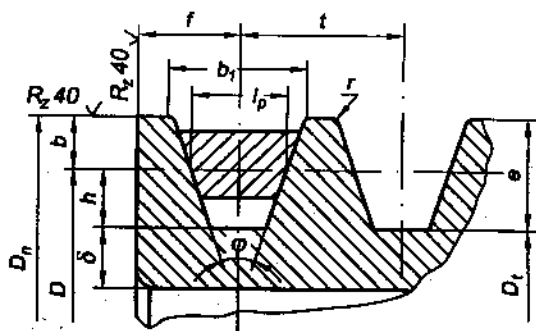
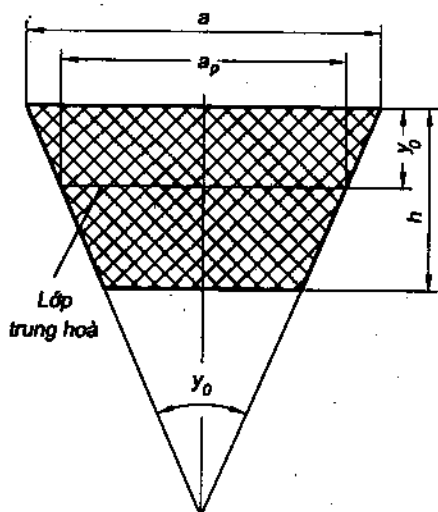
Cũng giống như bộ truyền đai phẳng (hình 23.8) bộ truyền đai thang ngoài kiểu bộ truyền hở là thông dụng nhất còn có các kiểu bộ truyền khác như chéo và nửa chéo (nhưng không nên dùng vì chóng hỏng đai). Trường hợp có nhiều trục bị dẫn thì góc ôm phải $\geq 70^\circ$.

Dưới đây chúng ta sẽ xem xét đai và bánh đai trong bộ truyền đai thang.

23.3.2. Đai thang

1. Cấu tạo

Đai thang được chế tạo thành một vòng tròn khép kín (không có chỗ nối như đai phẳng), bên trong là những lớp sợi tổng hợp xếp chồng lên nhau, bọc bên ngoài là lớp vải cao su. Tiết diện ngang của đai có dạng hình thang (vì thế có tên là đai thang) như trên hình 23.12.



Hình 23.12. Mặt cắt ngang của đai thang. Hình 23.13. Cấu tạo rãnh trên bánh đai thang

Đai được lồng vào bánh đai sao cho hai mặt bên của đai nằm lọt vào và tiếp xúc với hai mặt bên của rãnh trên bánh đai (hình 23.13). Nhờ có rãnh hình nêm nên hệ số ma sát được tăng lên rất nhiều.

2. Các loại đai thang

Đai thang gồm có hai loại: đai thang thường và đai thang hẹp.

a. *Đai thang thường* được dùng rộng rãi trong truyền động cơ khí. Tiêu chuẩn Việt Nam quy định bảy loại tiết diện đai hình thang theo thứ tự từ nhỏ đến lớn: A, B, C, D, E, G, H (tương ứng bảy loại tiết diện đai hình thang của LX cũ: O, A, B, B, Γ, Δ, E)

b. *Đai thang hẹp* được dùng riêng cho quạt và động cơ ô tô, máy kéo, máy nông nghiệp. Với cùng chiều rộng đai a, đai thang hẹp có chiều cao h lớn hơn so với đai thường do đó khả năng tải cao hơn.

3. Các kích thước cơ bản của đai thang

Hình 23.12 thể hiện các kích thước cơ bản của tiết diện đai thang. Khi chưa làm việc (ở trạng thái tự do) thì:

- Kích thước a_p trên hình 23.12 tương ứng kích thước l_p của rãnh trên hình 23.13;
- Góc ở đỉnh φ_0 của cả hai loại đai (thường cũng như hẹp) đều bằng 40° .
- Chiều dài đai L được tính là chiều dài lớp trung hoà và cũng là kích thước cơ bản của đai.

Tất cả các kích thước cơ bản của đai đều được tiêu chuẩn hoá và đều có sẵn trong sổ tay thiết kế cơ khí (phần truyền động đai).

4. Tính toán đai thang theo khả năng kéo

Đai thang cũng được tính toán theo khả năng kéo như đối với đai phẳng. Tuy nhiên bộ truyền đai phẳng chỉ có một đai, còn bộ truyền đai thang thường có nhiều đai. Vì thế ở đây sẽ tính toán theo khả năng kéo của nhiều đai.

Trong các bộ truyền công dụng chung, ứng suất căng ban đầu σ_0 được lấy như sau:

- Đai thang thông thường: lõi bằng vải sợi tổng hợp, bánh đai nhỏ có đường kính khá lớn $\sigma_0 = 1,4 \text{ N/mm}^2$ (nếu bộ truyền đôi khi mới làm việc thì có thể lấy $\sigma_0 = 1,6 \div 1,8 \text{ N/mm}^2$). Để nâng cao tuổi thọ đai, nên lấy σ_0 giảm xuống (đai thang thường: $\sigma_0 = 1,2 \text{ N/mm}^2$; đai thang hẹp: $\sigma_0 = 3,0 - 3,5 \text{ N/mm}^2$).

Vận dụng công thức (23-9) của đai phẳng, đối với đai thang ta có:

$$K = K_0 C_\alpha C_v C_p, \text{ N/mm}^2 \quad (23-11)$$

Trong đó: K_0 là lực tiếp tuyến riêng, phụ thuộc vào σ_0 , loại tiết diện đai (A, B, C,...) và đường kính bánh đai nhỏ. Giá trị của K_0 được lập thành bảng và có sẵn trong sổ tay thiết kế cơ khí.

Các hệ số C_α, C_v, C_p có cùng ý nghĩa như ở công thức (23-9) và cũng được chọn theo bảng trong sổ tay thiết kế như đối với đai phẳng.

Tương tự như đối với đai phẳng – xem công thức (23-10), ở đây ta có công thức tính tổng tiết diện F của các đai trong bộ truyền:

$$F = \frac{P}{K}, \text{ mm}^2 \quad (23-12)$$

Trong đó P là lực tiếp tuyến, N

$$F = F_1 Z \quad (23-13)$$

Với F_1 là diện tích tiết diện mỗi đai, mm^2 , tra theo bảng.

Z là số đai thang của bộ truyền:

$$Z = \frac{P}{KF_1}$$

Z sẽ được quy tròn và nên lấy tăng lên. Chú ý rằng bộ truyền càng nhiều đai thì sự phân bố tải trọng trên các đai đó càng khó đều nhau. Vì vậy, chỉ nên lấy $Z \leq 5-6$ đai đối với loại tiết diện nhỏ, $Z \leq 8-12$ đai đối với tiết diện trung bình và lớn.

23.3.3. Bánh đai

1. Đường kính bánh đai

Đường kính dùng để tính toán của bánh đai là đường kính D được đo từ đường trung hoà của đai (hình 23.13). Đường kính đó, như trước đây ta đã quy ước, nếu là của bánh dẫn thì kí hiệu là D_1 , nếu là của bánh bị dẫn thì là D_2

- Đường kính bánh dẫn D_1 được chọn tùy theo loại tiết diện đai. Khi cần kích thước thật nhỏ gọn thì có thể chọn theo quan hệ sau:

Loại tiết diện đai:	A	B	B	Γ	Δ	E (LX)
	B	C	D	E	G	H (VN)

D_1 tối thiểu (mm):	63	90	200	315	500	800
-----------------------	----	----	-----	-----	-----	-----

Tuy nhiên chọn theo quan hệ trên thì sẽ làm tăng ứng suất uốn trong đai (vì bánh đai quá nhỏ) và làm giảm hiệu suất của bộ truyền, vì vậy khi không bị hạn chế về kích thước bộ truyền thì nên chọn D_1 theo tiêu chuẩn cho trong sổ tay thiết kế.

- Đường kính bánh bị dẫn D_2 được tính theo công thức như ở bộ truyền đai phẳng trước đây, có xét đến hệ số trượt đai ε :

$$D_2 = iD_1(1 - \varepsilon), \text{ với } \varepsilon \approx 0,02$$

Sau khi tính theo công thức trên, D_2 cần được quy tròn đến giá trị gần nhất với giá trị tiêu chuẩn của đường kính bánh đai cho trong sổ tay thiết kế.

2. Chiều rộng bánh đai B được tính theo công thức:

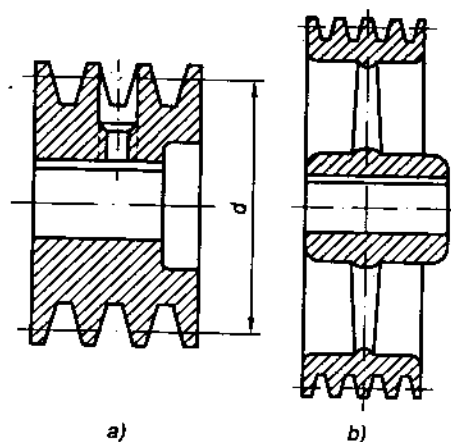
$$B = (Z-1)t + 2f, \text{ mm}$$

trong đó: Z là số đai, t và f như biểu diễn trên hình 23.13.

3. Một số kích thước kết cấu khác

- Vành bánh đai có các rãnh như trên hình 23.13. Đường kính ngoài ($D_n = D + 2b$), đường kính trong ($D_i = D - 2h$), chiều dày vành δ , góc nghiêng của rãnh ϕ , chiều rộng rãnh $b_1, \dots$ tùy thuộc vào loại tiết diện đai (A, B, C, ...) mà có các giá trị khác nhau và đã được lập thành bảng cho trong sổ tay thiết kế cơ khí.

- Moayơ cũng được xác định như ở bánh đai phẳng đã nói trước đây, do đó có thể tham khảo kết cấu moayơ, đĩa và nan hoa ở các hình 23.10, 23.11. Ngoài ra, trên hình 23.14 cũng nêu lên kết cấu điển hình của bánh đai nhỏ ($D < 100 \text{ mm}$) và bánh đai lớn có một dãy nan hoa.



Hình 23.14. Kết cấu điển hình của: bánh đai nhỏ (a) và bánh đai lớn (b)

23.3.4. Chiều dài đai thang và khoảng cách trục

1. Chiều dài đai cũng là một kích thước đã được tiêu chuẩn hoá. Nó phụ thuộc vào loại tiết diện đai và cho sẵn trong sổ tay thiết kế. Khi đã biết khoảng cách trục A, ta có thể tính ra chiều dài L của đai theo công thức:

$$L = 2A + \frac{\pi}{2}(D_1 + D_2) + \frac{(D_2 - D_1)^2}{4A}, \text{ mm} \quad (23-15)$$

2. Khoảng cách trục A được chọn trong giới hạn từ $A_{\min}$ đến $A_{\max}$, với:

$$A_{\min} = 0,55(D_1 + D_2) + h \quad (23-16)$$

$$A_{\max} = 2(D_1 + D_2) \quad (23-17)$$

Trong đó h là chiều cao đai như ở hình 23.12

Chú ý rằng khoảng cách trục nếu càng gần $A_{\min}$ thì bộ truyền càng nhỏ gọn nhưng đai chóng hỏng hơn, nếu càng gần $A_{\max}$ thì đai càng lâu hỏng nhưng bộ truyền lại cồng kềnh hơn. Vì thế khi điều kiện cho phép thì nên chọn theo tỉ số truyền i như ở bảng sau:

i	1	2	3	4	5	6-9
$\frac{A}{D_2}$	1,5	1,2	1,0	0,95	0,9	0,85

Chú ý: Chiều dài L của đai, sau khi tính được theo công thức (23-15) ở trên thì phải lấy tròn đến giá trị gần nhất với chiều dài tiêu chuẩn của đai. Sau đó tính loại khoảng cách trục A thực tế, theo công thức:

$$A = \frac{1}{8} \left\{ 2L - \pi(D_2 + D_1) + \sqrt{[2L - \pi(D_2 + D_1)]^2 - 8(D_2 - D_1)^2} \right\} \quad (23-18)$$

23.3.5. Điều chỉnh khoảng cách trục

Để có thể mắc đai lên bánh đai và căng đai khi đai bị giãn thì một trong hai trục (thường là trục dẫn) phải có thể di chuyển được dọc đường tam nối hai bánh đai (xem cơ cấu vít căng trên hình 23.2a) một khoảng từ $-0,015L$ đến $+0,03L$. Nghĩa là:

- Khi mắc đai:

$$A_{\min} = A - 0,015L$$

- Khi đai bị giãn hết mức cho phép (gần hết tuổi thọ)

$$A_{\max} = A + 0,03L$$

Trong hai công thức trên, A được tính theo (23-18)

23.4. MỘT SỐ LOẠI TRUYỀN ĐỘNG ĐAI KHÁC

Ngoài hai loại bộ truyền thông dụng (đai phẳng và đai thang) vừa kể trên, trong công nghiệp còn sử dụng một số loại truyền động đai khác.

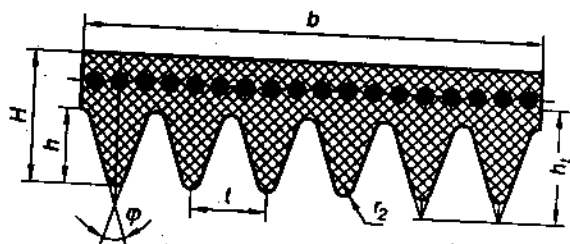
Dưới đây chúng ta chỉ xem xét qua về công dụng và nguyên tắc hoạt động, còn cách tính toán của những loại này sẽ không được đề cập đến. Bạn đọc nào quan tâm có thể tham khảo trong các tài liệu ghi ở cuối sách.

23.4.1. Bộ truyền động đai tròn

Chỉ thích hợp trong các thiết bị công suất nhỏ như các khí cụ, máy khâu... Đai có tiết diện tròn (hình 23.3c), làm bằng sợi tổng hợp ngoài học cao su để tăng ma sát. Bánh đai có rãnh tròn, bán kính rãnh tương ứng với bán kính đai. Nguyên tắc làm việc cũng tương tự như bộ truyền đai thang.

23.4.2. Bộ truyền đai hình lược (hình 23.3d)

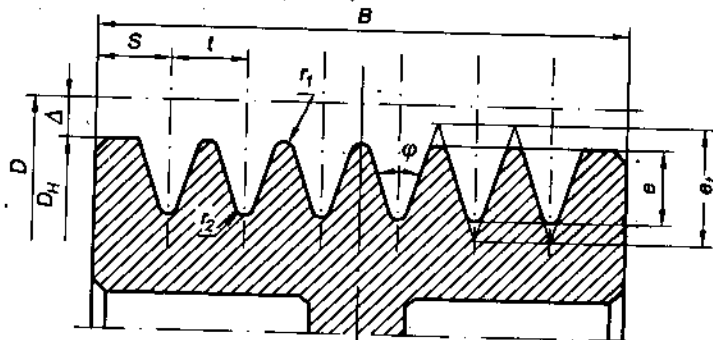
Về cơ bản giống như bộ truyền đai thang, nhưng thay vì dùng các đai thang riêng rẽ thì ở đây dùng một đai hình lược gồm các đai thang tập hợp lại (hình 23.15) nhằm thu nhỏ tổng chiều rộng đai và bánh đai. Với cùng một công suất truyền, bề rộng đai hình lược chỉ chiếm chừng một nửa tổng chiều rộng các đai thang cần dùng. Tiêu chuẩn LX quy định ba cỡ tiết diện đai: K, E và M. Đai K tương ứng với đai thang O và A, dùng để truyền mômen $M_1 \leq 40 \text{ Nm}$; đai E tương



Hình 23.15. Tiết diện ngang của đai hình lược.

ứng với đai thang A, b, B, dùng để truyền mômen $M_1 = 18 - 400 \text{ Nm}$; đai M tương ứng với đai thang B, E, và E, dùng để truyền mômen $M_1 > 130 \text{ N.m}$; với M_1 là mômen xoắn trên trục dẫn.

- Dai hình lược gồm phần dai phẳng và phần gân hợp lại. Phần dai phẳng gồm các lớp vải cao su và một dây sợi bên từ sợi tổng hợp. Phần gân gồm các gân hình thang bằng cao su, chạy dọc theo chiều dài đai. Cả hai phần đều được lưu hoá cùng lúc.
- Bánh đai hình lược chỉ khác bánh đai hình thang ở vành ngoài (hình 23.16). Các kích thước trên hình 23.16 đều cho sẵn trong sổ tay thiết kế.



Hình 23.16. Vành bánh đai hình lược.

23.4.3. Bộ truyền đai răng (hình 23.3e)

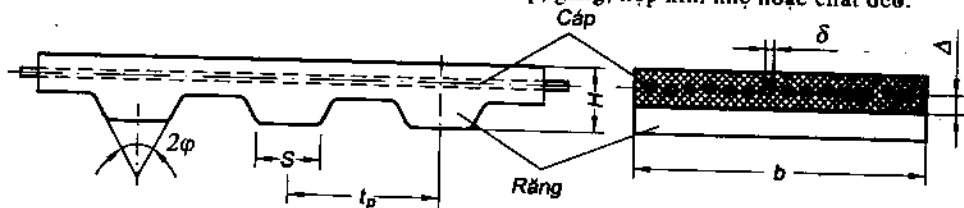
Gồm có một đai răng ăn khớp với một bánh đai đặc biệt, giống như trong bộ truyền xích.

1. Đai răng (hình 23.17)

Đai răng được chế tạo từ chất dẻo hoặc cao su chịu dầu, lõi là những sợi thép để đảm bảo khả năng chịu kéo cao và độ cứng dọc cho đai.

Kích thước kết cấu chủ yếu của đai răng là môđun ăn khớp m , được chọn theo công suất bộ truyền. Các kích khác trên hình 23.17 đều phụ thuộc vào m và có sẵn công thức tính trong sổ tay.

2. Bánh đai trông giống bánh xích, đường kính vòng chia là tích số của môđun m và số răng Z ($D=mZ$). Vật liệu làm bánh đai có thể là thép, gang, hợp kim nhẹ hoặc chất dẻo.



Hình 23.17. Đai răng (a) và mặt cắt ngang của đai (b)

Bộ truyền đai răng ngày càng được dùng nhiều trong máy móc hiện đại nhờ các ưu điểm sau: kích thước nhỏ gọn, tỉ số truyền không đổi vì không có sự trượt đai và tải trọng tác dụng lên trục nhỏ vì không có lực căng đai ban đầu.

Bộ truyền đai răng được dùng trong trường hợp công suất không quá 50 kW (nhưng đôi khi cũng có trường hợp đến 1000 kW), tốc độ đai từ 5- 40 m/s (trường hợp đặc biệt đến 80 m/s hoặc hơn); tỉ số truyền i đến 10 (đặc biệt có thể đến 30). Hiệu suất bộ truyền $\eta = 0,92 - 0,98$.

23.5. VÍ DỤ TÍNH TOÁN

Tính toán bộ truyền đai phẳng kiểu hở (hình 23.8a), truyền từ trục động cơ dị bộ có công suất $N=10$ kW, tốc độ quay $n=1440$ v/ph đến trục bơm có $n_2=720$ v/ph. Chế độ làm việc một ca. Góc nghiêng của bộ truyền so với đường nằm ngang là 30° . Điều chỉnh căng đai theo cách gián đoạn.

Giải:

1. Theo TCVN 217 - 66, chọn đai cao su loại C (tương ứng loại B của LX), tốc độ có thể đạt tới 15 m/s.

2. Nếu ta chọn tốc độ đai như trên thì đường kính bánh đai lắp trên trục động cơ (bánh dẫn) sẽ là:

$$D_1 = \frac{60v}{\pi n_1} = \frac{60 \times 15}{\pi \cdot 1440} = 0,199 \text{ m} = 199 \text{ mm}$$

Theo tiêu chuẩn TCVN 218 - 66, chọn $D_1 = 200 \text{ mm}$

3. Tỷ số truyền (không xét đến trượt đai):

$$i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{1440}{720} = 2,0$$

4. Đường kính bánh bị dẫn: $D_2 = i D_1 = 2 \cdot 200 = 400 \text{ mm}$, cũng là giá trị phù hợp với tiêu chuẩn (xem TCVN 218 - 66)

5. Tốc độ quay chính xác của trục dẫn, nếu có xét tới hệ số trượt $\varepsilon = 1\%$

$$n_2 = \frac{D_1 n_1 (1 - \varepsilon)}{D_2} = \frac{200 \cdot 1440 \cdot 0,99}{400} = 712 \text{ v/ph}$$

6. Tốc độ thực tế của đai:

$$v = \frac{\pi D_1 n_1}{60} = \frac{\pi \cdot 200 \cdot 1440}{60} = 15.100 \text{ mm/s} = 15,1 \text{ m/s}$$

7. Khoảng cách trục, sơ bộ lấy:

$$A = A_{\min} = 2(D_1 + D_2) = 2(200 + 400) = 1200 \text{ mm}$$

8. Góc ôm của đai trên bánh dẫn (bánh nhỏ):

$$\alpha_1 = \pi - 2\gamma; \quad \sin \gamma = \frac{D_2 - D_1}{2A} = \frac{400 - 200}{2 \cdot 1200} = 0,0833. \text{ Suy ra:}$$

$$\gamma = 4^{\circ}50'; \alpha_1 = 180^{\circ} - 2 \cdot 4^{\circ}50' = 170^{\circ}20' > 150^{\circ}$$

do đó góc ôm đạt yêu cầu

9. Chiều dài đai tính toán:

$$L = 2A \cos \gamma + \frac{\pi}{2}(D_2 + D_1) + \gamma(D_2 + D_1) = 2 \cdot 1200 \cdot 0,996 + \frac{\pi}{2}(400 + 200) + 0,084(400 - 200) \approx 3350 \text{ mm}$$

(trong đó $\gamma = 4^{\circ}50' = 0,084 \text{ Rad}$)

10. Số lần uốn đai trong một giây: $u = \frac{v}{L} = \frac{15,1}{3,35} = 4,5 < u_{\max} = 5$ là giá trị giới hạn cho phép.

11. Với $D_1 = 200 \text{ mm}$, theo TCVN 217 - 66 chọn đai phẳng loại C có 4 lớp đệm, chiều dày mỗi lớp đệm bằng 1,25 mm (không có lớp cao su mỏng giữa hai lớp đệm). Do đó chiều dày đai $\delta = 5 \text{ mm}$; chiều rộng đai $b = 70 \text{ mm}$.

12. Chọn ứng suất căng ban đầu $\sigma_0 = 1,8 \text{ N/mm}^2$, tra bảng trong sổ tay tiêu chuẩn đai có $a = 2,5 \text{ N/mm}^2$, $\omega = 10 \text{ N/mm}^2$, từ đó tính được lực tiếp tuyến riêng K_0 :

$$K_0 = a - \omega \frac{\delta}{D_1} = 2,5 - 10 \frac{5}{200} = 2,2,5$$

13. Tra trong sổ tay TCVN về đai phẳng, ta có:

$C_0 = 1,0$ (với bộ truyền nghiêng so với đường nằm ngang một góc $< 60^{\circ}$)

$$C_\alpha = 0,97 (\text{với } \alpha = 170^\circ 20' 3'')$$

$$C_v = 0,95 (\text{với } v = 15 \text{ m/s})$$

$$C_p = 1,0 (\text{với bộ truyền dùng cho bơm, làm việc một ca})$$

14. Lực tiếp tuyến thực tế:

$$K = K_0 C_0 C_\alpha C_v C_p = 2,25 \cdot 1,0 \cdot 0,97 \cdot 0,95 \cdot 1,0 = 2,07 \text{ N/mm}^2$$

15. Lực tiếp tuyến:

$$P = \frac{10^3 \text{ N}}{v} = \frac{10^3 \cdot 10}{15,1} = 667 \text{ N}$$

16. Diện tích đai yêu cầu:

$$F = b\delta = \frac{P}{K} = \frac{667}{2,07} = 322 \text{ mm}^2$$

17. Chiều rộng đai yêu cầu: $b = \frac{F}{\delta} = \frac{322}{5} = 64,4 \text{ mm} < 70 \text{ mm}$ như trước đây đã chọn, do vậy đạt yêu cầu về độ bền đai.

18. Chiều rộng bánh đai, theo TCVN 218 – 66 lấy $B = 80 \text{ mm}$

19. Tải trọng tác dụng lên trục:

$$Q = 2\sigma_0 F \cos \frac{\alpha}{2} = 2 \cdot 1,8 \cdot 322 \cdot 0,996 = 1160 \text{ N}$$

$$Q_{\max} = 1,5Q = 1,5 \cdot 1160 = 1740 \text{ N}$$

20. Góc nghiêng của lực Q so với đường tâm của bộ truyền (đường nối tâm hai bánh đai):

$$\tan \theta = \frac{P}{2S_0} \tan \gamma = \frac{667}{1160} \cdot 0,085 = 0,049 \quad \text{Suy ra: } \theta \approx 2^\circ 50'$$

CÂU HỎI ÔN TẬP

1. Trình bày ưu, nhược điểm và phạm vi ứng dụng của truyền động đai?
2. Phân tích ưu nhược điểm, phạm vi ứng dụng của bộ truyền đai phẳng và bộ truyền đai thang?
- 3* Tính toán bộ truyền đai thang truyền chuyển động từ động cơ điện không đồng bộ có công suất $N = 7,5 \text{ kW}$ và tốc độ quay $n_1 = 1440 \text{ v/ph}$, đến trục quạt gió có $n_2 = 410 \text{ v/ph}$, làm việc liên tục ba ca.

Gợi ý: Có thể đồng thời đưa ra hai phương án: đai thang có tiết diện loại B và loại C (theo tiêu chuẩn Việt Nam).

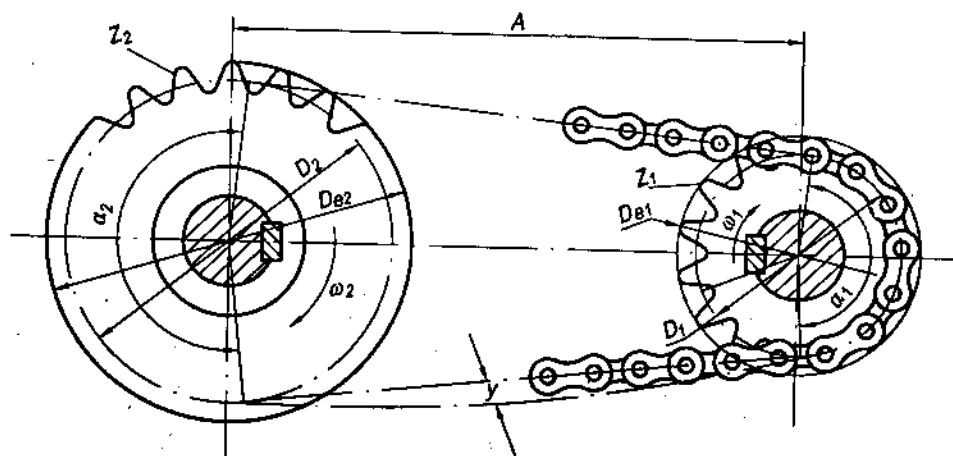
TRUYỀN ĐỘNG XÍCH

24.1. KHÁI NIỆM CHUNG

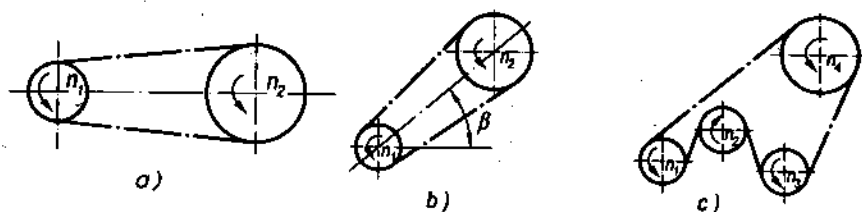
24.1.1. Nguyên tắc làm việc của truyền động xích và cấu tạo chính của bộ truyền

Truyền động xích thực hiện việc truyền chuyển động và tải trọng giữa các trục song song nhờ sự ăn khớp của mắt xích với răng của các bánh xích lắp trên các trục đó.

Bộ truyền xích gồm có các thành phần chủ yếu sau: đĩa dẫn 1, đĩa bị dẫn 2 và xích 3 (hình 24.1). Ngoài ra, tùy từng trường hợp có thể kèm theo bộ phận căng xích, bộ phận bôi trơn và hộp che.



Hình 24.1. Cấu tạo chính của bộ truyền xích.



Hình 24.2. Các kiểu bộ truyền xích:

a- nằm ngang; b- nghiêng; c- nhiều trục bị dẫn.

- Các kiểu bộ truyền xích được trình bày trên hình 9-2, thường gặp nhất là kiểu đặt nằm ngang (a), nghiêng (b) hoặc thẳng đứng. Thông thường bộ truyền xích chỉ có một trục dẫn và một trục bị dẫn, nhưng đôi khi vẫn có thể có nhiều trục bị dẫn như trên hình 24.2c.

24.1.2. Ưu nhược điểm và phạm vi ứng dụng của truyền động xích

* Ưu điểm:

- Có thể truyền chuyển động giữa các trục xa nhau ($A_{\max}=8m$);
- So với truyền động đai, truyền động xích làm việc không có trượt do đó đảm bảo được tỉ số truyền i (trung bình) không đổi, hiệu suất khá cao (0,96 - 0,98), kích thước bộ truyền nhỏ gọn hơn, lực tác dụng lên trục nhỏ hơn vì không cần lực căng ban đầu lớn;
- Chỉ cần một xích cũng có thể truyền chuyển động từ trục dẫn tới nhiều trục bị dẫn khác nhau.

* Nhược điểm:

- Do đặc điểm hình học của sự ăn khớp giữa xích và đĩa xích làm chuyển động của xích và đĩa bị dẫn không đều đặn, gây ra tải trọng va đập và tiếng ồn (sẽ phân tích kĩ ở mục 24.5.1);
- Răng và mắt xích chóng mòn: nhất là trong môi trường bụi bặm và không được bôi trơn tốt;
- So với truyền động đai, ở đây giá thành bộ truyền cao hơn vì kết cấu phức tạp hơn.

* **Phạm vi ứng dụng:** Truyền động xích được dùng rộng rãi trong máy nông nghiệp và máy vận chuyển (xe đạp, xe máy ...), trong máy công cụ và tay máy công nghiệp v.v...; với công suất nhỏ và trung bình (≤ 110 kW), tốc độ xích đến 15m/s và tỉ số truyền đến 8.

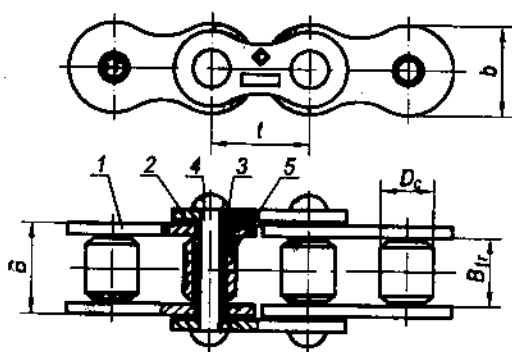
24.2. XÍCH TRUYỀN ĐỘNG

Trong công nghiệp, ngoài xích truyền động còn có xích kéo dùng làm bộ phận kéo trong các máy vận chuyển như băng tải, xích nâng dùng trong các máy nâng như palăng. Trong tài liệu này, chúng ta sẽ chỉ nói về xích truyền động. Bạn đọc có thể tìm hiểu xích kéo và xích nâng trong các tài liệu chuyên ngành về máy nâng - vận chuyển.

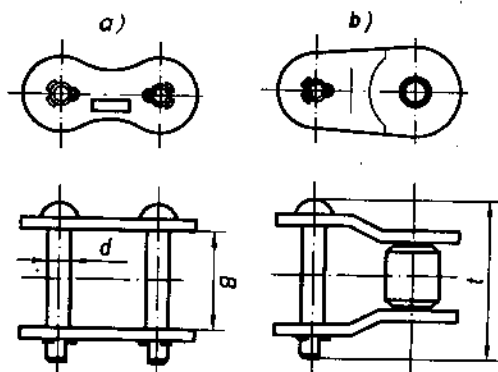
24.2.1. Các loại xích truyền động

Xích truyền động là thành phần cơ bản của bộ truyền xích, dùng để truyền chuyển động và cơ năng từ trục dẫn đến trục bị dẫn. Theo cấu tạo, xích truyền động được chia ra: xích con lăn, xích ống và xích răng.

1. **Xích con lăn:** gồm có từ 1 đến 6 dây. Trên hình 24.3 giới thiệu cấu tạo xích con lăn một dây, trong đó mỗi mắt xích gồm hai má trong 1 xen kẽ với hai má ngoài 2 có thể xoay tương đối với nhau. Các má trong 1 được lắp chặt với ống 3, các má ngoài được lắp chặt với chốt 4. Giữa ống 3 và chốt 4 có khe hở, có thể xoay tự do đối với nhau để tạo thành bản lề. Con lăn 5 được lồng tự do với mặt ngoài ống 3, khi bộ truyền làm việc thì răng đĩa xích ăn khớp và tiếp xúc với con lăn này, và vì nó có thể quay tự do quanh ống 3 nên răng đĩa xích đỡ mòn.



Hình 24.3. Cấu tạo xích con lăn một dây.



Hình 24.4. Cấu tạo mắt chuyển tiếp.

a- má thẳng; b- má cong.

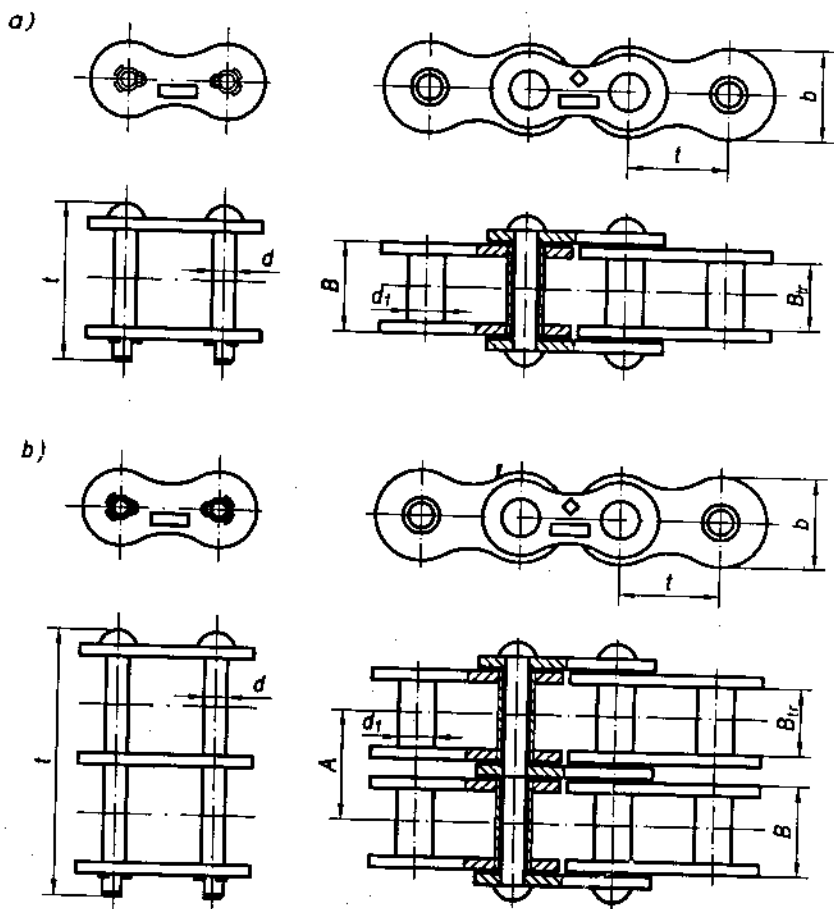
- Để nối dây xích thành vòng kín cần để ý hai trường hợp: nếu số mắt xích là chẵn (kể cả mắt chuyển tiếp) thì dùng mắt chuyển tiếp má thẳng như trên hình 24.4a; nếu số mắt là lẻ (kể cả mắt chuyển tiếp) thì dùng mắt chuyển tiếp má cong như trên hình 24.4b. Cả hai loại mắt chuyển tiếp đều dùng chốt chệch để dễ tháo lắp. Vì mắt chuyển tiếp má cong bị yếu do có thêm ứng suất uốn khi làm việc, bởi vậy khi thiết kế nên chọn số mắt xích là số chẵn.

- Bước xích t là thông số chủ yếu của mọi xích nói chung. Các thông số khác của xích như các kích thước trên hình 24.3, tải trọng phá hỏng và khối lượng 1m xích đều phụ thuộc vào bước xích và được xây dựng thành bảng tiêu chuẩn, cho trong TCVN 1590 - 74.

- Xích con lăn nhiều dây chỉ khác loại một dây ở chỗ chốt dài hơn tùy theo số dây và cũng được quy định cụ thể trong TCVN 1590 - 74. Xem trong bảng tiêu chuẩn ta có thể thấy tải trọng phá hỏng và khối lượng tỉ lệ thuận với số dây của xích. Vì thế khi tải trọng lớn, tốc độ cao, nếu dùng xích một dây thì phải chọn loại bước t lớn gây va đập mạnh, ta nên chọn dùng xích nhiều dây để giảm kích thước t .

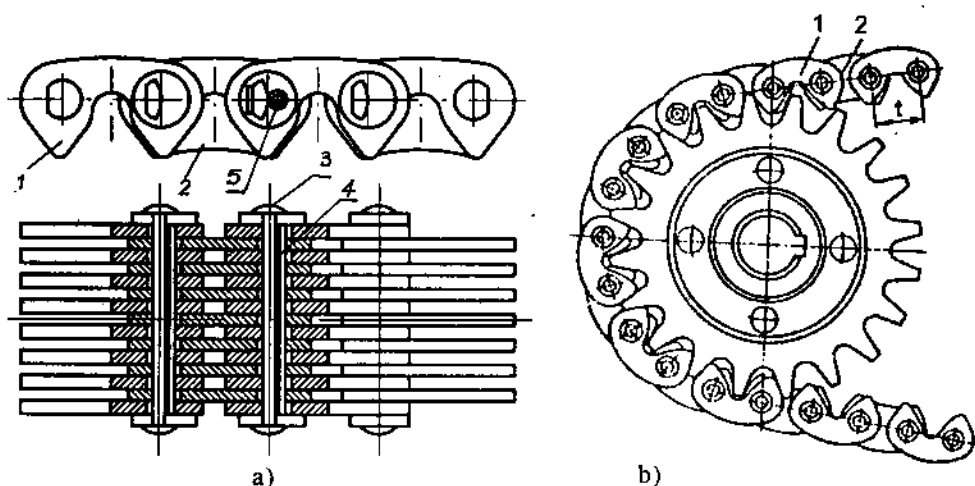
- Xích con lăn má cong: Tất cả các mắt xích đều có hình dạng như mắt chuyển tiếp má cong trên hình 24.4b. Nhờ má xích cong nên độ dài xích có thể co giãn khi chịu tải trọng động, vì thế loại xích này thường được dùng trong các bộ truyền làm việc quay hai chiều, có va đập, hay gặp nhất ở các máy xây dựng, máy làm đường. Xích con lăn má cong cũng được quy định trong TCVN 1590 - 74.

2. Xích ống: Nếu bỏ con lăn 5 của xích con lăn trên hình 24.3 thì ta có hình ảnh xích ống. So với xích con lăn thì khối lượng, giá thành của xích ống đều thấp hơn, nhưng do không có con lăn nên xích ống và răng đĩa xích ăn khớp với nó cũng chóng mòn hơn. Phạm vi sử dụng của xích ống cũng không rộng lắm, chủ yếu được dùng trong máy vận chuyển loại nhẹ hoặc trong cơ cấu truyền động phụ với tốc độ thấp (dưới 1m/s). Xích ống có loại một dây và loại hai dây (hình 24.5), và cũng được tiêu chuẩn hoá theo TCVN 1590 – 74.



Hình 24.5. Cấu tạo xích ống: (a) một dây; và (b) hai dây.

3. Xích răng: có cấu tạo như trên hình 24.6. Các mắt xích được tạo bởi má làm việc 1 và má dẫn hướng 2 có khoan lỗ định hình. Mỗi lỗ định hình được lắp hai chốt có tiết diện hình quạt và có chiều dài khác nhau. Chốt dài 3 là chốt cố định, còn chốt ngắn 4 là chốt xoay được đối với chốt 3. Khi xích bị uốn cong trong quá trình làm việc, hai chốt này lăn không trượt trên bề mặt lồi của nhau nên giảm được ma sát, ít bị mài mòn (hình 24.7). Góc quay tương đối giữa hai chốt trong cùng một lỗ định hình tùy thuộc vào bán kính phần lồi của chúng, và có thể đạt tới 30° .

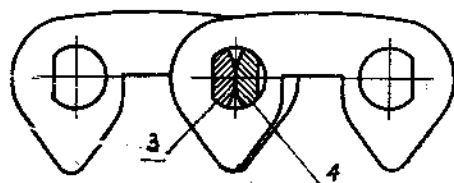


Hình 24.6. Xích răng: (a) Cấu tạo của xích, và (b) xích ăn khớp với bánh xích

Má làm việc 1 có dạng răng, mỗi má có hai mặt làm việc tạo với nhau một góc 60° , và chính hai mặt này sẽ tì lên mặt bên của răng đĩa xích trong quá trình làm việc. Má dẫn hướng 2 chỉ có tác dụng ngăn xích không bị tuột khỏi đĩa xích nên không cần có dạng răng.

Tất cả các chốt 3 đều được tán cả hai đầu, riêng tại nơi nối xích thì một đầu chốt này không tán mà được lắp chốt chẻ 5 để dễ tháo lắp.

So với xích con lăn, xích răng chịu tải cao, làm việc ổn định và ít ồn hơn, nhưng do cấu tạo phức tạp, khối lượng lớn nên giá thành cao hơn và ít được sử dụng hơn. Các thông số cơ bản của xích răng cũng được xây dựng trên cơ sở bước răng t và lập thành bảng trong TCVN 1590 - 74.



Hình 24.7. Mặt cắt dọc một đoạn xích răng.

24.3.2. Lựa chọn bước xích

Như trên đã nói, bước xích là thông số cơ bản chi phối các thông số khác của xích: bước t càng lớn thì xích càng lớn do đó khả năng chịu tải càng cao. Tuy nhiên bước xích càng lớn thì sự va đập của xích lên đĩa xích khi vào khớp càng mạnh, bộ truyền làm việc càng ồn và mất ổn định, xích càng chóng bị hư mòn. Do vậy khi tốc độ cao thì nên chọn bước xích nhỏ, nếu tải trọng lớn thì tăng số dây (đối với xích con lăn) hoặc tăng chiều rộng xích (đối với xích răng) để xích có đủ khả năng tải.

Để đảm bảo xích và răng đĩa xích không bị mòn quá nhanh, tốc độ bộ truyền không được vượt quá một giới hạn cho phép. Bảng 24.1 dưới đây cho trị số tốc độ quay giới hạn n_{lg} của đĩa dẫn (với xích một dây) phụ thuộc vào số răng đĩa dẫn z_1 và bước xích t .

Bảng 24-1. Tốc độ quay giới hạn n_{1gh} của đĩa dẫn (v/ph).

Z_1	n_{1gh} (v/ph), khi bước xích t (mm) là:							
	12,7	15,875	19,05	25,4	31,75	38,1	44,45	50,8
1) Xích con lăn								
20	2780	2000	1520	1000	725	540	430	350
25	2900	2070	1580	1030	750	560	445	365
30	3000	2150	1640	1070	780	580	460	375
2) Xích răng								
17-35	3300	2650	2200	1650	1300	-	-	-

24.2.3. Vật liệu chế tạo xích

- Mă xích thường được làm bằng thép cán nguội có hàm lượng cacbon trung bình (thép 45, 50 ...), hoặc thép hợp kim cán nguội (40X, 40XH ...) của LX, tôi đạt độ cứng 40 – 50 HRC.

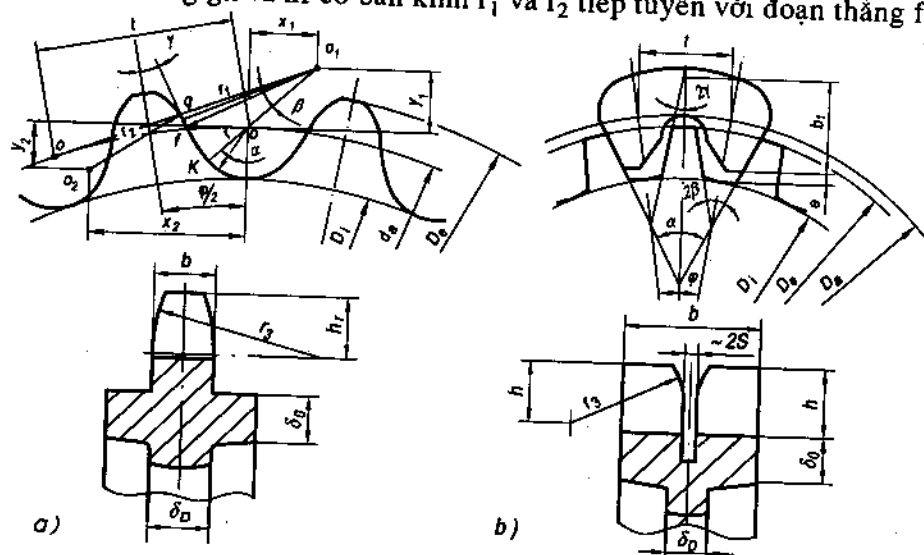
- Bản lề (gồm chốt, ống, con lăn) thường được làm bằng thép cacbon hoặc thép hợp kim thấp: 15, 20, 15X, 20X, 12XH3A v.v..., thấm than rồi tôi đạt độ cứng 50 – 65 HRC.

24.3. ĐĨA XÍCH

24.3.1. Biên dạng răng (Profin)

Theo tiêu chuẩn LX, có hai kiểu biên dạng răng, tương ứng với hai loại xích:

- Đối với xích con lăn và xích ống, theo ГОСТ 591 – 69 như trên hình 24.8a, với hai cung α_1 và α_2 có bán kính r_1 và r_2 tiếp tuyến với đoạn thẳng fg.



Hình 24.8. Biên dạng răng của đĩa xích:

a- làm việc với xích con lăn và xích ống; b- làm việc với xích răng.

18 - 335 (T)

- Đối với xích răng, theo ГОСТ 13576 – 68 như trên hình 24.9b với hai mặt bên là mặt phẳng tạo với nhau một góc α .

Công thức tính toán các kích thước của cả hai kiểu biên dạng răng nói trên đều đã được tiêu chuẩn hoá và cho trong sổ tay.

24.3.2. Đường kính đĩa xích

Đường kính vòng chia D (đối với đĩa dẫn thì kí hiệu D_1 , đĩa bị dẫn thì kí hiệu D_2) tính theo công thức:

$$D_1 = \frac{t}{\sin(\pi/Z_1)} ; D_2 = \frac{t}{\sin(\pi/Z_2)} \quad (24-1)$$

Trong đó: Z_1 và Z_2 lần lượt là số răng của đĩa dẫn và đĩa bị dẫn.

24.3.3. Số răng của đĩa xích

Số răng của đĩa xích ảnh hưởng rất nhiều tới hoạt động và tuổi thọ của bộ truyền. Số răng đĩa xích càng ít thì tải trọng trên bản lề của xích càng tăng, đồng thời góc gấp khúc của các mắt xích khi vào khớp với đĩa cũng càng tăng làm chúng chóng mòn, giảm tuổi thọ của xích, do đó sẽ càng khiến bộ truyền làm việc không êm.

Vì những lí do trên, nếu không bị hạn chế về mặt kích thước thì không nên lấy số răng z_1 trên đĩa nhỏ (đĩa dẫn) quá bé. Bình thường z_1 được chọn theo bảng trong sổ tay, tương ứng với tỉ số truyền i . Tuy nhiên cũng có thể chọn theo kinh nghiệm như sau:

- Bộ truyền làm việc êm, công suất nhỏ thì lấy $z_{1min} = 13$ đối với xích răng và $z_{1min} = 9$ đối với xích con lăn.

- Bộ truyền chịu tải lớn thì lấy $z_{1min} = 17+21$ răng đối với xích răng và $11+17$ đối với xích con lăn.

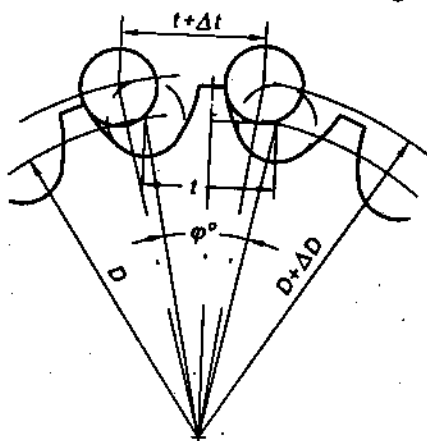
Số răng Z_2 trên đĩa lớn được tính theo công thức:

$$Z_2 = iZ_1 \quad (24-2)$$

Tuy nhiên chỉ nên lấy z_{2max} đến 100÷200 đối với xích con lăn và đến 120÷140 đối với xích răng.

Không nên lấy z_2 quá lớn vì lí do sau:

Giả sử sau một thời gian làm việc, xích bị mòn và bước xích tăng lên một lượng Δt . Từ công thức (24-1) ta suy ra lúc này đường kính cung tròn chứa các bản lề đang ăn khớp với các răng đĩa xích cũng tăng một lượng ΔD tương ứng:



Hình 24.9. Minh họa nguyên nhân gây tuột xích.

$$\Delta D = \frac{\Delta t}{\sin(\pi/Z)} \quad (24-3)$$

Từ công thức (24-1) ta suy ra z càng lớn thì ΔD càng tăng, các mắt xích càng bị đội lên cao và đến một giới hạn nào đó thì vượt ra ngoài đỉnh răng, làm xích bị tuột khỏi đĩa. Hình 24.9 cho thấy vị trí các bản lề trên đĩa xích khi xích còn mới (các vòng tròn nét đứt) và khi xích đã bị mòn (các vòng tròn nét liền).

Chú ý: Khi số mắt xích là chẵn mà số răng đĩa xích cũng chẵn thì sẽ xảy ra hiện tượng từng cặp mắt xích và răng xích cứ định kì lại trở lại ăn khớp với nhau khiến cho tần suất chịu tải giữa các mắt xích cũng như giữa các răng đĩa xích không đồng đều. Vì vậy, khi số mắt là chẵn thì số răng z_1 và z_2 nên chọn là lẻ để các mắt xích cũng như các răng trên đĩa được mòn đều hơn.

24.3.4. Vật liệu chế tạo đĩa xích

- Đối với đĩa xích chịu tải trọng nhỏ và không va đập, tốc độ thấp (đến 3m/s) có thể dùng gang xám mác 20 rồi tôi, hoặc gang xám có độ bền cao hơn. Nếu làm việc với tốc độ lớn hơn thì nên dùng thép cacbon kết cấu, nhiệt luyện mặt răng đạt độ cứng 40 – 50 HRC hoặc dùng gang cải tiến.

- Đĩa xích nhỏ (đĩa dẫn) chịu tải trọng va đập và tốc độ cao được chế tạo bằng thép hợp kim 40X, 40XH và nhiệt luyện đạt độ cứng 50 – 53 HRC.

- Đĩa xích có đường kính trên 200 mm nên chế tạo ghép: vành ngoài bằng thép, thân đĩa bằng gang.

24.4. KHOẢNG CÁCH TRỤC VÀ ĐIỀU CHỈNH KHOẢNG CÁCH TRỤC

24.4.1. Định khoảng cách trục

Khoảng cách trục A có ảnh hưởng rất nhiều tới tuổi thọ của xích. Nếu A nhỏ thì xích ngắn, khiến cho tần số vào khớp (tần số chịu tải) của từng mắt xích tăng lên, mặt khác sẽ làm giảm góc ôm của xích quanh đĩa dẫn – tức là giảm số mắt xích đồng thời ăn khớp với đĩa, khiến cho tải trọng trên các mắt xích ấy tăng lên, hậu quả là xích chóng bị hư mòn.

Khoảng cách trục nhỏ nhất $A_{\min}$ được quy định bởi hai điều kiện:

- Góc ôm trên đĩa nhỏ $\alpha \geq 120^\circ$, muốn vậy : $A_{\min} \geq D_2 - D_1$;
- Hai đĩa xích không được chạm nhau, muốn vậy:

$$A_{\min} \geq 0,5(D_{e1} + D_{e2}) + (30 - 50);$$

với D_{e1} và D_{e2} là đường kính ngoài cùng của đĩa 1 và đĩa 2.

Khoảng cách trục lớn nhất $A_{\max}$ được quy định bởi điều kiện không làm xích quá chùng. Nếu A càng lớn, số mắt xích càng nhiều, tích lũy độ dẫn Δt trong các

mất xích càng tăng khiến xích chóng bị chùng, hậu quả là bộ truyền làm việc bị rung động nhiều hơn. Vì thế $A_{\max}$ chỉ nên lấy trong giới hạn: $A_{\max} \leq 80t$.

Để dung hoà cả hai giới hạn trên, nên lấy: $A = (30 - 50)t$.

Sau khi đã chọn khoảng cách trục, cần tính số mắt xích X :

$$X \approx \frac{2A}{t} + \frac{Z_1 + Z_2}{2} + \left(\frac{Z_2 - Z_1}{2\pi} \right) \cdot \frac{t}{A} \quad (24-5)$$

X phải được lấy tròn và nên là số chẵn.

Chiều dài (mở) của xích tính theo công thức:

$$L = Xt \quad (24-6)$$

Cuối cùng, khoảng cách trục cần được tính lại theo số mắt xích đã chọn:

$$A = \frac{1}{4} \left[X - \frac{Z_1 + Z_2}{2} + \sqrt{\left(Z - \frac{Z_1 + Z_2}{2} \right)^2 - 8 \left(\frac{Z_2 - Z_1}{2\pi} \right)^2} \right] \quad (24-7)$$

24.4.2. Điều chỉnh khoảng cách trục

Để nhánh xích bị dẫn có độ chùng vừa phải, khoảng cách trục A tính được theo công thức (24-7) cần được điều chỉnh lại:

- Đối với bộ truyền nằm ngang hoặc nghiêng dưới 70° thì A cần được rút ngắn một lượng $\Delta A = (0,002 - 0,004)A$;

- Đối với bộ truyền đặt nghiêng 70° trở lên thì không cần điều chỉnh ($\Delta A = 0$).

24.5. CƠ HỌC TRUYỀN ĐỘNG XÍCH

24.5.1. Tốc độ, tỉ số truyền và tải trọng động

- Tốc độ trung bình v của xích:

$$\text{Xuất phát từ công thức: } v = \frac{\pi D_1 \cdot n_1}{60 \cdot 10^3} = \frac{\pi D_2 \cdot n_2}{60 \cdot 10^3};$$

Vì $\pi D_1 = Z_1 t$ và $\pi D_2 = Z_2 t$, nên thay vào ta có:

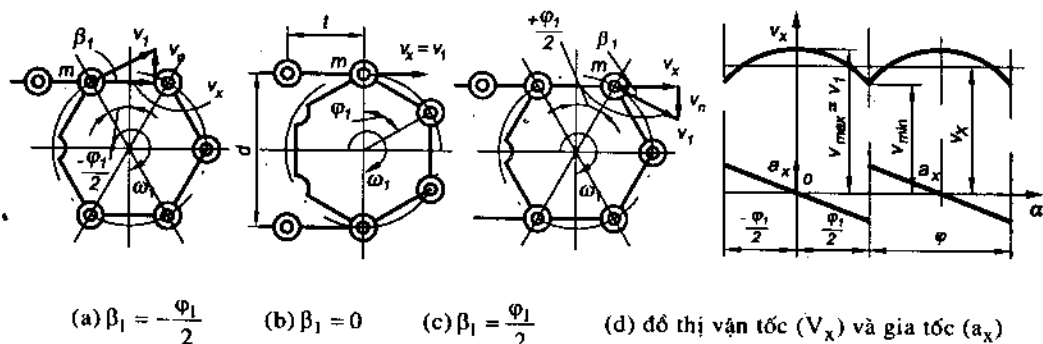
$$v = \frac{n_1 Z_1 t}{60 \cdot 10^3} = \frac{n_2 Z_2 t}{60 \cdot 10^3} \quad (24-8)$$

- Tỉ số truyền trung bình i của bộ truyền:

$$i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{Z_2}{Z_1} \quad (24-9)$$

Các công thức (24-8) và (24-9) chỉ cho ta giá trị trung bình của v và i . Trên thực tế hai đại lượng này thay đổi theo chu kỳ, mỗi chu kì tương ứng với

một góc φ_1 , là góc ở tâm đĩa dẫn chấn bởi hai răng liên tiếp. Để giải thích vấn đề này, chúng ta hãy nghiên cứu tốc độ của một mắt xích cụ thể – mắt xích m chẳng hạn, như trên hình 24.10.



Hình 24.10. Các vị trí điển hình và đồ thị vận tốc, gia tốc của mắt xích thứ m.

Gọi v_1 là tốc độ tiếp tuyến của đĩa dẫn, v_x là tốc độ tức thời của mắt xích đang xét, φ_1 là góc ở tâm đĩa, chấn bởi hai răng kề nhau trên đĩa dẫn, β_1 là góc giữa v_1 và v_x . Ta có:

$$v_1 = \frac{\pi D_1 n_1}{60}; \quad v_x = v_1 \cos \beta_1; \quad \varphi_1 = \frac{2\pi}{Z_1}; \quad \frac{\varphi_1}{2} = \frac{\pi}{Z_1}.$$

Ta xét ba trường hợp điển hình:

1. Khi m nằm bên trái trục tung và bán kính O_m tạo với trục tung một góc bằng $-\frac{\varphi_1}{2}$ (hình 24.11a). Lúc này ta có: $\beta_1 = -\frac{\varphi_1}{2} = -\frac{\pi}{Z_1}$; $v_x = v_1 \cos \beta_1 = v_1 \cos\left(\frac{\pi}{Z_1}\right)$.

2. Khi m nằm trên trục tung (hình 24.11b). Lúc này ta có: $\beta_1 = 0$; $v_x = v_1 \cos(0) = v_1$.

Khi m nằm bên phải trục tung và bán kính O_m tạo với trục tung một góc bằng $+\frac{\varphi_1}{2}$ (hình 24.11c). Lúc này ta có: $\beta_1 = \frac{\varphi_1}{2} = \frac{\pi}{Z_1}$; $v_x = v_1 \cos \beta_1 = v_1 \cos\left(\frac{\pi}{Z_1}\right)$.

Rõ ràng tốc độ v_x của m thay đổi trong khoảng chu kỳ $\left(-\frac{\varphi_1}{2}, +\frac{\varphi_1}{2}\right)$, bắt đầu bằng giá trị nhỏ nhất tại vị trí 1, tương ứng với $\beta_1 = -\frac{\varphi_1}{2}$, rồi đạt giá trị lớn nhất khi đến vị trí 2, tương ứng với $\beta_1 = 0$, và cuối cùng trở về giá trị nhỏ nhất tại vị trí 3, tương ứng với $\beta_1 = \frac{\varphi_1}{2}$.

Tốc độ của m thay đổi có nghĩa là tốc độ của xích thay đổi kéo theo đĩa bị dẫn quay không đều, đồng thời cũng có nghĩa trên xích và đĩa bị dẫn có gia tốc – là nguyên nhân gây ra lực quán tính làm bộ truyền bị va đập và làm việc không êm. Hình 24.11d trình bày đồ thị tốc độ v_x và gia tốc a_x của một mắt xích trong chu kì $\left(-\frac{\varphi_1}{2}, +\frac{\varphi_1}{2}\right)$.

Qua phân tích ở trên, ta thấy giá trị biên độ dao động của v_x phụ thuộc số hạng $\cos\left(\frac{\pi}{Z_1}\right)$: nếu z_1 lớn, $\cos\left(\frac{\pi}{Z_1}\right)$ càng gần tới 1, tức là v_x càng gần tới v_1 , chênh lệch tốc độ càng giảm đi. Vì thế người ta thường cố gắng lấy tăng số răng z_1 của bánh dẫn lên để tốc độ xích được điều hoà hơn, giảm được cường độ lực va đập.

Ngoài vấn đề lực va đập nói trên, xích còn chịu lực li tâm P_{lt} do khối lượng đoạn xích ôm quanh đĩa khi quay gây ra. Nếu gọi q là khối lượng một mét xích (kg/m), v là tốc độ của xích (m/s) thì P_{lt} (N) được tính theo công thức:

$$P_{lt} = qv^2 \quad (24-10)$$

Thực tế cho thấy chỉ khi tốc độ xích rất lớn ($v > 10\text{m/s}$) thì lực li tâm mới tạo nên tải trọng phụ đáng kể, góp phần làm hư mòn bản lề xích. Vì vậy khi $v < 10\text{m/s}$ có thể bỏ qua lực này.

CÂU HỎI ÔN TẬP

1. Trình bày ưu nhược điểm và phạm vi ứng dụng của truyền động xích ?
2. Phân biệt ba loại xích : Xích con lăn, xích ống, xích răng ? Tại sao nói bước xích t là thông số chủ yếu của mọi loại xích nói chung ?
3. Số răng của đĩa xích nên được lựa chọn như thế nào ? Tại sao không nên lấy Z_2 quá lớn ?
- 4* Phân tích tại sao không nên lấy số răng Z_1 của đĩa xích dẫn quá ít mà cố gắng lấy tăng lên ?

TRUYỀN ĐỘNG VÍT - ĐAI ỐC

25.1. KHÁI NIỆM CHUNG

25.1.1. Công dụng và ưu nhược điểm

- Truyền động vít - đai ốc dùng để biến đổi chuyển động quay thành chuyển động thẳng, tịnh tiến (rất hiếm khi dùng để biến đổi ngược lại);
- Trong công nghiệp hiện đại, truyền động vít - đai ốc được sử dụng khá phổ biến nhờ các ưu điểm vốn có của nó: kết cấu đơn giản, dễ chế tạo, kích thước nhỏ gọn mà vẫn đảm bảo vững chắc, tỉ số truyền i lớn (xem công thức dưới đây), khi góc nâng bé thì đảm bảo tính tự hãm tốt.
- Nhược điểm của truyền động trục vít - đai ốc là hiệu suất thấp, chóng mòn vì ma sát trên ren lớn.

25.1.2. Phân loại và phạm vi ứng dụng

1. Phân loại

Bộ truyền động vít - đai ốc có hai loại chính: bộ truyền *ma sát trượt* và bộ truyền *ma sát lăn*. Trong bộ truyền ma sát lăn, ngoài hai chi tiết chủ yếu là vít và đai ốc, còn có chi tiết thứ ba là các viên bi chứa đầy trong rãnh ren của đai ốc nhằm làm giảm ma sát khi đai ốc quay quanh vít. Trong tài liệu này chúng ta chỉ đề cập tới bộ truyền vít - đai ốc kiểu ma sát trượt.

2. Phạm vi ứng dụng

Truyền động vít - đai ốc được ứng dụng để làm kích, máy ép, máy cán, các cơ cấu chuyển đổi quay - tịnh tiến trong máy công cụ, máy xây dựng... Tùy từng loại ứng dụng, ta có một kiểu phối hợp chuyển động thích hợp:

- Vít vừa quay vừa tịnh tiến, còn đai ốc cố định: kích, máy ép...
- Vít cố định, đai ốc vừa quay vừa tịnh tiến: bàn máy khoan...
- Vít quay, đai ốc tịnh tiến: trục vít me máy tiện...
- Vít tịnh tiến - đai ốc quay: bộ động máy tiện, cơ cấu thay đổi tâm với của cần trục...

25.2. CÁC LOẠI REN DÙNG TRONG TRUYỀN ĐỘNG VÍT-ĐAI ỐC

Các loại ren công dụng chung đã được trình bày trong chương 18, dưới đây chỉ nêu thêm một số đặc điểm khi áp dụng vào truyền động vít - đai ốc.

- *Ren thang cân và ren thang lệch* chịu lực khoẻ, thích hợp với bộ truyền chịu tải lớn. Ren thang lệch được dùng khi truyền tải trọng một chiều;

- *Ren vuông phi tiêu chuẩn* được dùng trong kích, máy ép. Vì ma sát nhỏ nên hiệu suất cao hơn so với ren thang lệch tiêu chuẩn. Tuy nhiên ren vuông không thể phay và mài, là phương pháp gia công có năng suất cao; mặt khác độ bền cũng kém hơn ren thang. Ngoài ra, việc khắc phục khe hở do mòn gây nên đối với ren vuông rất khó khăn, trong khi lại khá dễ đối với ren thang (dùng đai ốc hai nửa ép sát vào vít);

- *Ren tròn* có độ bền cao khi truyền tải trọng va đập. So với các ren khác, ren tròn ít bị ảnh hưởng xấu của bụi bẩn bám vào mặt tiếp xúc. Do khó chế tạo và hiệu suất thấp nên ren tròn chỉ được sử dụng trong những trường hợp đặc biệt như các thiết bị phòng cháy...

- *Ren tam giác* ít được dùng để truyền lực, chủ yếu là để truyền chuyển động với độ chính xác cao như trong các dụng cụ chia và đo lường.

25.3. VẬT LIỆU LÀM VÍT VÀ ĐAI ỐC

1. Vật liệu làm vít

- Nếu vít không cần tôi thì dùng thép các bon trung bình: CT4, CT5, 45, 50, A45, A50, A40Г.

- Nếu vít phải qua tôi thì dùng thép hợp kim: 40X, 40XH, 40XΦA,... kể cả thép mangan hàm lượng cao 65Г và thép dụng cụ Y10...

2. *Vật liệu làm đai ốc*: khi làm việc trong điều kiện chịu mài mòn cao, dùng đồng thanh thiếc Бр0Φ10-05, БрОЦц6-6-3, Бр0Φ10-1. Khi tải trọng vừa phải và chịu tải gián đoạn lâu, dùng gang АЧ hoặc АВЧ, cũng có thể dùng gang xám Ч12-28, Ч15-32, Ч18-36, Ч21-40.

25.4. TỈ SỐ TRUYỀN VÀ HIỆU SUẤT

1. *Tỉ số truyền i*: theo định nghĩa ta có:

$$i = \frac{\pi d_2}{S_1}$$

với d_2 là đường kính trung bình của ren (mm) và S_1 là bước của mối ren (mm).

2. *Hiệu suất*: ở đây chỉ mới xét đến hiệu suất ăn khớp trên ren, chưa xét tổn thất năng lượng trên ổ đỡ, để tựa...

$$\eta_{ak} = \frac{\operatorname{tg} \psi}{\operatorname{tg}(\psi + \rho')};$$

trong đó: $\psi = \operatorname{arctg} \frac{S_1}{\pi d_2}$ - góc nâng của mối ren, độ;

d_2 - đường kính trung bình của ren, mm;

S_1 - bước của mỗi ren, mm;

ρ' - góc ma sát qui đổi của ren: $\rho' = \arctg f' = \arctg \frac{f}{\cos(\alpha/2)}$, với α là

góc prophin của ren, f là hệ số ma sát.

Trong đại đa số trường hợp, cặp vít - đai ốc đều có tính tự hãm cao, nghĩa là $\psi < \rho'$ (do đó $\eta_{ak} < 50\%$). Góc nâng của mỗi ren càng bé, cặp vít - đai ốc càng có tính tự hãm cao và càng có lợi về lực.

Khi muốn có lợi về đường đi (độ dịch chuyển sau một vòng quay của vít hay đai ốc lớn) thì dùng ren có góc nâng lớn hoặc có nhiều đầu mối. Nếu gọi Z_1 là số đầu mối, S là bước ren thì ta có hệ thức: $S_1 = Z_1 S$. Lúc này góc nâng của mỗi ren có thể đạt tới $\psi = 18^\circ + 20^\circ$, trong khi muốn tự hãm được chỉ cho phép $\psi \leq 4^\circ 30'$.

25.5. TRUYỀN ĐỘNG CHO BỘ TRUYỀN VÍT - ĐAI ỐC

1. Khi truyền động bằng tay cho bộ truyền: người ta thường dùng tay quay hoặc vô lăng, ít khi dùng bánh xe kéo. Momen trên tay quay M_{tq} do người thợ tạo ra được tính theo công thức:

$$M_{tq} = m P_{cn} l_{tq}, \text{ N.mm} \quad (25-1)$$

trong đó: m - số công nhân đồng thời cùng quay.

P_{cn} - lực do một công nhân tác động lên tay quay, N.

l_{tq} - chiều dài tay quay (hoặc đường kính vô lăng), mm.

Theo qui định P_{cn} không quá 120 - 130N khi làm việc kéo dài và không quá 250 - 300N khi tác động tức thời. Nếu có hai công nhân cùng quay thì cần giảm 20% giá trị của P_{cn} để xét đến hệ số không đồng đều. Chiều dài tay quay (hay bán kính vô lăng) được chọn tùy theo kết cấu, đồng thời chú ý tốc độ tiếp tuyến trên tay quay (hay vô lăng) không vượt quá 1m/s.

2. Khi truyền động bằng máy thì công suất yêu cầu N_{yc} đối với động cơ được tính theo công thức:

$$N_{yc} = \frac{Qv}{10^3 \eta}; \quad (25-2)$$

trong đó: Q - lực dọc trục tác động lên vít, N; v - tốc độ di chuyển theo chiều trục của vít (hay đai ốc), m/s; η - hiệu suất của bộ truyền, bao gồm hiệu suất ăn khớp η_{ak} , và hiệu suất ổ đỡ, mặt tựa..., hiệu suất η_{gt} của hộp giảm tốc (nếu sau động cơ có lắp đặt hộp giảm tốc rồi mới đến bộ truyền vít - đai ốc).

25.6. PHƯƠNG PHÁP TÍNH TOÁN BỘ TRUYỀN VÍT - ĐAI ỐC

1. **Tính đường kính trung bình d_2 của vít (hoặc đai ốc):** đây là phép tính quan trọng nhất, nhằm hạn chế áp lực trên ren, đảm bảo lưu giữ được màng dầu trên bề mặt tiếp xúc để chống mài mòn (vì thế còn có tên gọi là phép tính về khả năng chịu mòn). Ta có công thức:

$$d_2 \geq \sqrt{\frac{Q}{\psi_{do} \pi \xi [p]}}, \text{ mm}; \quad (25-3)$$

Trong đó: Q- là lực dọc trục tác dụng lên vít (đai ốc), N;

$\psi_{do} = \frac{H_{do}}{d_2}$ - hệ số chiều cao của đai ốc, với H_{do} là chiều cao phần có ren của đai ốc, mm. Khi đai ốc nguyên lấy $\psi_{do} = 1,2 - 2,5$, khi đai ốc hai nửa lấy $\psi_{do} = 2,5 - 3,5$; $\xi = \frac{h}{S}$ - tỷ số chiều cao h của prôphin làm việc của đai ốc so với bước S của nó. Đối với ren thang cân và ren vuông lấy $\xi = 0,5$, ren thang lệch lấy $\xi = 0,75$;

[p] - áp suất cho phép trên ren, lấy theo bảng 25.1 dưới đây:

Bảng 10-1. Áp suất cho phép trên mặt ren [p]

Vật liệu làm vít - đai ốc	[p], N/mm ²
Thép tôi - đồng thanh	12 - 13
Thép không tôi - đồng thanh	8 - 10
Thép tôi - gang chống mòn ABЧ-1, AKЧ-2	7 - 9
Thép không tôi - gang chống mòn ABЧ-2, AKЧ-2	6 - 7
Thép không tôi - gang xám Ч18-36, Ч21-40	5
<i>Ghi chú:</i> khi làm việc gián đoạn lâu, hoặc khi đai ốc có chiều cao nhỏ, cần tăng giá trị của [p] lên 20%.	

Sau khi tính được giá trị d_2 , ta tiến hành xác định các thông số khác của ren:

- Đối với ren thang (cân và lệch), xác định theo các công thức tương ứng ở chương 3, hoặc theo số liệu cho trong bảng tiêu chuẩn Nhà nước (TCVN 209 - 66).

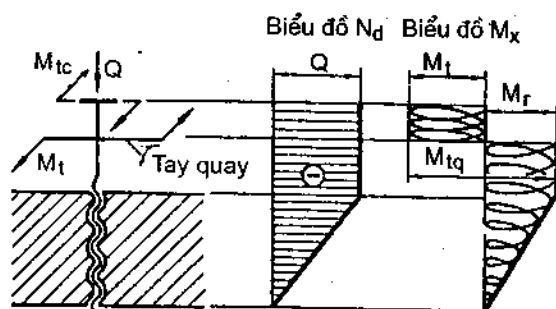
- Đối với ren vuông, xác định theo các hệ thức kinh nghiệm: $S = \frac{d_2}{4}$

Sau khi xác định được chiều cao đai ốc $H_{do} = \psi_{do} d_2$, ta tiến hành tính số vòng ren của đai ốc: $Z_{do} = H_{do}/S$. Nếu $Z_{do} > 10$ thì phải thay đổi lại các thông số của ren và khi cần, phải tăng d_2 rồi xác định lại các thông số khác.

Chú ý: Thông thường, khi chọn các thông số của ren người ta lấy bước ren trung bình. Chỉ lấy bước ren lớn khi bộ truyền chịu tải nặng và lấy bước ren nhỏ khi cần có độ dịch chuyển chính xác.

2. Phép tính kiểm tra về độ bền

Thường thì công thức (25-3) cũng đảm bảo vít có đủ độ bền. Tuy nhiên để được chắc chắn, cũng cần tính kiểm tra lại. Để làm việc này, ta phải xây dựng biểu đồ lực dọc và biểu đồ mômen xoắn được phân bố đều trong phạm vi chiều cao đai ốc.

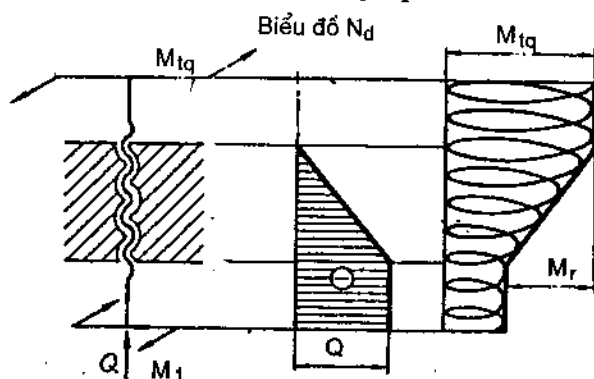


Hình 25.1. Biểu đồ lực dọc N_d và mômen xoắn M_x đối với vít kích.

M_{tq} - mômen tay quay, M_t - mômen ma sát để tựa; M_r - mômen ma sát trên ren; Q - lực chiều trục.

Đối với hai trường hợp điển hình - kích vít và máy ép vít, ta có biểu đồ như trên hình 25.1 và 25.2.

Căn cứ vào các biểu đồ trên, ta xác định được tiết diện nguy hiểm của vít - đó là tiết diện chịu tải trọng tương đương lớn nhất. Với sơ đồ thứ nhất (hình 25.1) thì tiết diện nguy hiểm rơi vào khoảng phía trên đai ốc. Với sơ đồ thứ hai (hình 25.2) tiết diện nguy hiểm có thể nằm trên cũng có thể nằm dưới đai ốc.



Hình 25.2. Biểu đồ lực dọc N_d và mômen xoắn M_x đối với vít máy ép.

M_1 - mômen ma sát trên đầu ép; M_{tq} - mômen tay quay;

M_r - mômen ma sát trên ren; Q - lực chiều trục.

Muốn biết tiết diện nào là nguy hiểm, ta so sánh ứng suất tương đương sinh ra tại những nơi dự kiến, theo công thức:

$$\sigma_{td} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \leq [\sigma]; \quad (25-4)$$

trong đó: $\sigma = \frac{N_d}{F} = \frac{N_d}{\pi d_1^2 / 4}$; $\tau = \frac{M_x}{W_p} = \frac{M_x}{\pi d_1^3 / 16}$, với d_1 là đường kính chân ren

(mm), F là diện tích tiết diện tại chân ren (mm^2) và W_p là mômen chống uốn dọc cực của vít (mm^3).

Qua so sánh ta tìm được một tiết diện có giá trị của σ_{ld} là lớn nhất. Giá trị này phải thoả mãn điều kiện:

$$\sigma_{ld} \leq [\sigma] = \frac{\sigma_{ch}}{3}, \text{ với } \sigma_{ch} \text{ là ứng suất chảy của vật liệu chế tạo vít.}$$

3. Phép tính kiểm tra về ổn định.

Khi vít dài chịu lực nén (chiều dài tương đương $\mu l > 7d_1$) thì vít còn phải được kiểm tra về ổn định.

Phép tính này được trình bày kĩ trong giáo trình "sức bền vật liệu". Dưới đây chỉ giới thiệu một phương pháp tính gần đúng, đã được đơn giản hoá đi nhiều với công thức sau:

$$\sigma = \frac{4N_d}{\pi d_1^2} \leq \varphi_0 [\sigma] \quad (25-5)$$

Trong đó φ_0 được gọi là hệ số giảm ứng suất cho phép, phụ thuộc vào độ mảnh λ của thanh (vít) và cho trong bảng 25.2.

Bảng 25-2. Hệ số giảm ứng suất cho phép φ_0 :

$\lambda = \frac{\mu l}{i_{\min}}$		30	40	50	60	70	80	100	120	140	160
φ_0	CT.4, CT.3, CT.2,	0,94	0,92	0,89	0,86	0,81	0,75	0,60	0,45	0,36	0,29
	CT.5	0,92	0,89	0,86	0,82	0,76	0,70	0,51	0,37	0,29	0,24
	Thép chất lượng cao	0,91	0,97	0,83	0,79	0,72	0,65	0,43	0,30	0,23	0,19

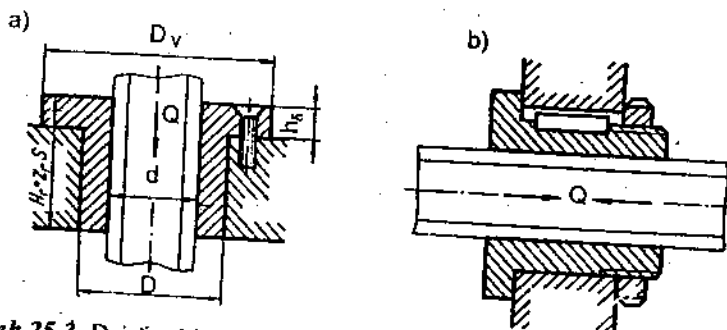
Ý nghĩa các đại lượng trong công thức tính λ ở trên như sau:

μ - hệ số chiều dài qui đổi, phụ thuộc vào kiểu ràng buộc ở hai đầu thanh (đối với vít của kích vít, ta xem nó như một thanh bị ngàm chặt ở nút dưới và được thả tự do ở nút trên, do đó $\mu = 2$; đối với vít máy ép, ta xem nó như một thanh bị ngàm chặt một đầu và bị bắt khớp bản lề ở đầu kia, do đó $\mu = 0,7$);

l - chiều dài làm việc của vít, mm;

$i_{\min}$ - bán kính quán tính tối thiểu của tiết diện thanh (vít), mm. Một cách gần đúng có thể lấy $i_{\min} = d_1/4$.

4. Tính toán về đai ốc



Hình 25.3. Đai ốc chịu lực chiều trục: (a) - một chiều; (b) - hai chiều.

Đối với đai ốc, có hai kích thước cần được tính toán, đó là đường kính ngoài D và chiều cao vai gờ h_g (hình 25.3).

- Đường kính ngoài của thân đai ốc:

$$D \geq \sqrt{\frac{5,2Q}{\pi[\sigma]}} + d^2, \text{ mm}; \quad (25-6)$$

Ý nghĩa của ứng suất cho phép $[\sigma]$ giống như ở công thức (25-4) và (25-5), nhưng ở đây là đối với vật liệu làm đai ốc: $[\sigma] = 50 \text{ N/mm}^2$ nếu là đồng thanh, $[\sigma] = 30 - 40 \text{ N/mm}^2$ nếu là gang.

- Đường kính ngoài của vai gờ đai ốc:

$$D_v \geq \sqrt{\frac{4Q}{\pi[\sigma]_d}} + D^2, \text{ mm} \quad (25-7)$$

Trong đó giá trị của ứng suất dập cho phép $[\sigma]_d$ được lấy như sau: 70 - 80 N/mm^2 nếu là đồng thanh; 60 - 80 N/mm^2 nếu là gang.

- Chiều cao vai gờ h_g của đai ốc được lấy theo kết cấu (thường $h_g = 8 - 12 \text{ mm}$) và kiểm tra về cắt:

$$\tau_c = \frac{Q}{\pi D h_g} \leq [\tau]_c, \text{ N/mm}^2 \quad (25-8)$$

Với đai ốc bằng gang hoặc đồng thanh, có thể lấy $[\tau]_c = 30 - 50 \text{ N/mm}^2$.

25.7. VÍ DỤ TÍNH TOÁN

Hãy tính toán kích vít có sức nặng 100 kN với chiều cao nâng tối đa $l = 550 \text{ mm}$ (hình 25.4). Vít được chế tạo từ thép 45 sau đó được tôi, còn đai ốc được làm bằng đồng thanh không thiếc EpA2K9-4.

Giải :

1. Đường kính trung bình của ren vít tính theo điều kiện bền mòn:

$$d_2 \geq \sqrt{\frac{Q}{\psi_{d0} \pi \xi [p]}} = \sqrt{\frac{100 \cdot 10^3}{2,3 \cdot 14 \cdot 0,5 \cdot 12}} = 51,6 \text{ mm}$$

Trong đó ta đã lấy: $\psi_{d0} = \frac{H_{d0}}{d_2} = 2$; $\xi = \frac{h}{S} = 0,5$ (chọn ren thang cân vì kích chịu lực hai chiều); $[p] = 12 \text{ N/mm}^2$ đối thép tôi - đồng thanh.

Theo tiêu chuẩn Nhà nước về ren (TCVN 209 - 66), chọn ren thang cân có đường kính trung bình $d_2 = 51 \text{ mm}$, đường kính ngoài $d = 55 \text{ mm}$, đường kính trong $d_1 = 46 \text{ mm}$, bước ren $S = 8 \text{ mm}$, chiều cao làm việc của prôphin răng: $h = \xi S = 0,5 \cdot 8 = 4 \text{ mm}$;

2. Chiều cao đai ốc: $H_{d0} = \psi_{d0} d_2 = 2 \cdot 51 = 102 \text{ mm}$

- Số vòng ren trên đai ốc: $Z_{d0} = \frac{H_{d0}}{S} = \frac{102}{8} = 12,75$;

3. Vì $Z_{do} > 10$ (xem mục 1 tiết 25.6) nên ta phải thay đổi lại các thông số của ren. Cụ thể, tăng đường kính ngoài $d = 60\text{mm}$, do đó các kích thước khác cũng tăng (tra theo bảng tiêu chuẩn về ren thang nói trên): $d_1 = 47\text{mm}$, $d_2 = 54\text{mm}$, $S = 12\text{mm}$, $h = 0,5.12 = 6$ và diện tích tiết diện vít tại chân ren

$$F = \frac{3,14.47^2}{4} = 1735\text{mm}^2.$$

4. Chiều cao đai ốc được tính lại:
 $H_{do} = 2.54 = 108\text{mm};$

- Số vòng ren trên đai ốc được tính lại:

$$Z_{do} = \frac{H_{do}}{S} = \frac{108}{12} = 9 < 10 \text{ như vậy là đạt}$$

yêu cầu.

5. Kiểm tra vít về độ bền: bỏ qua phép tính kiểm tra vít về độ bền vì ở bước 3 ta đã chọn đường kính vít tăng lên quá mức yêu cầu về độ bền rồi.

6. Kiểm tra vít về ổn định

- Tính độ mảnh λ của vít:

$$\lambda = \frac{\mu l}{i_{\min}} = \frac{2.550.4}{47} \approx 93,5;$$

$$\text{với } \mu = 2; l = 550\text{mm}; i_{\min} \approx \frac{d_1}{4};$$

- Tra bảng 25.2 và dùng phương pháp nội suy ta có giá trị của hệ số giảm ứng suất cho phép $\varphi_0 \approx 0,5$ (đối với thép chất lượng cao);

$$\text{- Thay số vào công thức (25-5) ta có: } \sigma = \frac{4.100.10^3}{3,14.47^2} = 58\text{N/mm}^2;$$

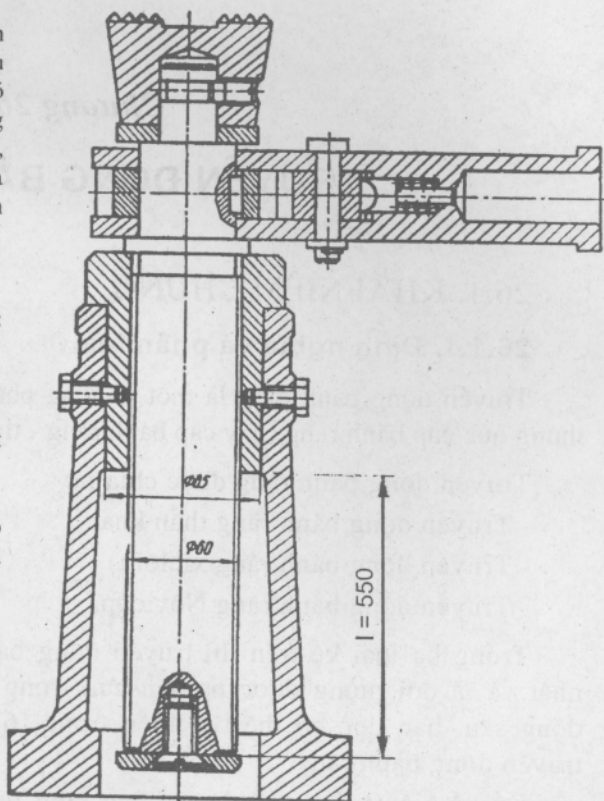
- Tra sổ tay vật liệu, đối với thép 45 có thể lấy $\sigma_{ch} = 360\text{N/mm}^2$, do đó ứng suất cho phép $[\sigma] = \sigma_{ch} / 3 = 360 / 3 = 120\text{N/mm}^2$. Vậy:

$$\sigma = 58\text{N/mm}^2 < \varphi_0 [\sigma] = 0,5.120 = 60\text{N/mm}^2$$

7. Đường kính ngoài của thân đai ốc được tính từ công thức (25-6):

$$D \geq \sqrt{\frac{5,2Q}{\pi[\sigma]} + d^2} = \sqrt{\frac{5,2.100.10^3}{3,14.50} + 60^2} = 83,14\text{mm}$$

Theo tiêu chuẩn lấy $D = 85\text{mm}$.



Hình 25.4

CÂU HỎI ÔN TẬP

1. Trình bày công dụng, ưu nhược điểm và phạm vi ứng dụng của truyền động vít đai ốc ?
2. Những loại ren nào thường được dùng trong truyền động vít - đai ốc ? Ưu nhược điểm của mỗi loại ?

TRUYỀN ĐỘNG BÁNH RĂNG

26.1. KHÁI NIỆM CHUNG

26.1.1. Định nghĩa và phân loại

Truyền động bánh răng là một phương pháp truyền chuyển động và cơ năng thông qua cặp bánh răng (hay cặp bánh răng - thanh răng) ăn khớp được với nhau.

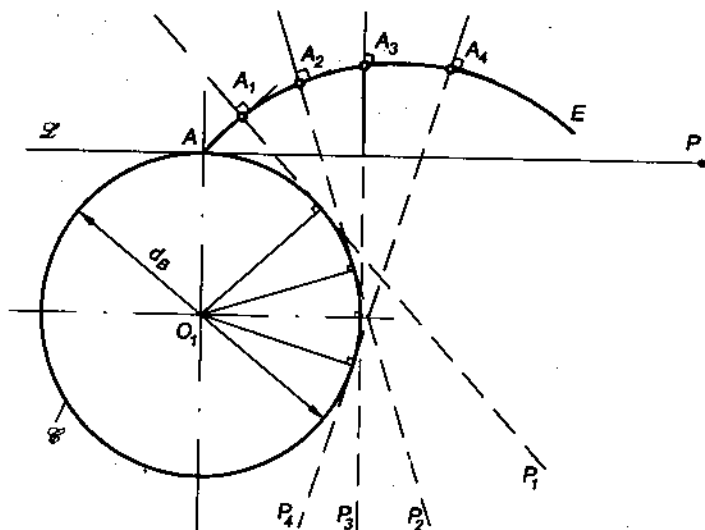
Truyền động bánh răng được chia ra:

- Truyền động bánh răng thân khai;
- Truyền động bánh răng xicloid;
- Truyền động bánh răng Nôvicốp.

Trong ba loại kể trên thì truyền động bánh răng thân khai là thông dụng nhất và là đối tượng được nghiên cứu trong tài liệu này, còn hai loại truyền động sau, bạn đọc có thể tìm hiểu trong [6] hoặc các tài liệu chuyên đề về truyền động bánh răng.

Để dễ hiểu về truyền động bánh răng thân khai, chúng ta hãy nhớ lại về khái niệm đường thân khai trong môn học "nguyên lý máy":

Giả sử có một vòng tròn $\mathcal{C}$ đường kính d_b và một nửa đường thẳng $\mathcal{P}$ tiếp xúc và lăn không trượt trên $\mathcal{C}$, thì một điểm A bất kỳ trên $\mathcal{C}$ sẽ vạch ra một đường cong được gọi là đường thân khai của $\mathcal{C}$, còn $\mathcal{C}$ được gọi là vòng tròn cơ sở của $\mathcal{C}$.



Hình 26.1. Đường thân khai $\mathcal{E}$ của vòng tròn cơ sở $\mathcal{C}$.

Trong truyền động bánh răng thân khai, biên dạng răng (prophin) là một đoạn của đường thân khai nói trên, vì thế người ta dùng thuật ngữ thân khai để đặt tên cho loại truyền động này.

26.1.2. Ưu nhược điểm và phạm vi ứng dụng

* Ưu điểm

- Đảm bảo độ chính xác truyền động (tốc độ, tỉ số truyền) vì không có sự trượt;
- Có thể sắp đặt vị trí tương đối giữa cặp bánh răng ăn khớp theo những góc mong muốn trong không gian (song song, chéo hay vuông góc... với nhau);
- Hiệu suất cao ($\eta = 0,96 \div 0,98$, thậm chí 0,99 cho một cặp bánh răng);
- Kích thước bộ truyền tương đối nhỏ gọn;
- Độ tin cậy cao.

* Nhược điểm

- Không thực hiện được truyền động vô cấp;
- Không có khả năng tự bảo vệ an toàn khi quá tải;
- Có tiếng ồn khi tốc độ lớn;
- Đòi hỏi độ chính xác cao trong chế tạo và lắp ráp;
- Chế tạo tương đối phức tạp.

Tuy nhiên cũng cần lưu ý là so với các loại truyền động bánh răng khác, truyền động bánh răng thân khai có ưu điểm về công nghệ chế tạo và vận hành như: dụng cụ cắt (dao cắt) răng đơn giản, chỉ cần một dao cắt cũng có thể cắt được nhiều bánh răng cùng môđun nhưng có số răng khác nhau; ăn khớp chính xác cả khi thay đổi khoảng cách trục; biên độ răng có thể hiệu chỉnh (có thể lấy bất kỳ đoạn nào trên đường thân khai) nhờ đó đảm bảo được khả năng làm việc tối ưu, nâng cao hiệu suất và nhiều lợi ích khác (sẽ nói ở phần bánh răng dịch chỉnh).

* Phạm vi ứng dụng

Truyền động bánh răng được áp dụng rộng rãi trong lĩnh vực cơ khí và điều khiển để truyền chuyển động và cơ năng giữa các cặp bánh răng, hoặc biến đổi chuyển động quay thành chuyển động tịnh tiến giữa cặp bánh răng - thanh răng, và ngược lại.

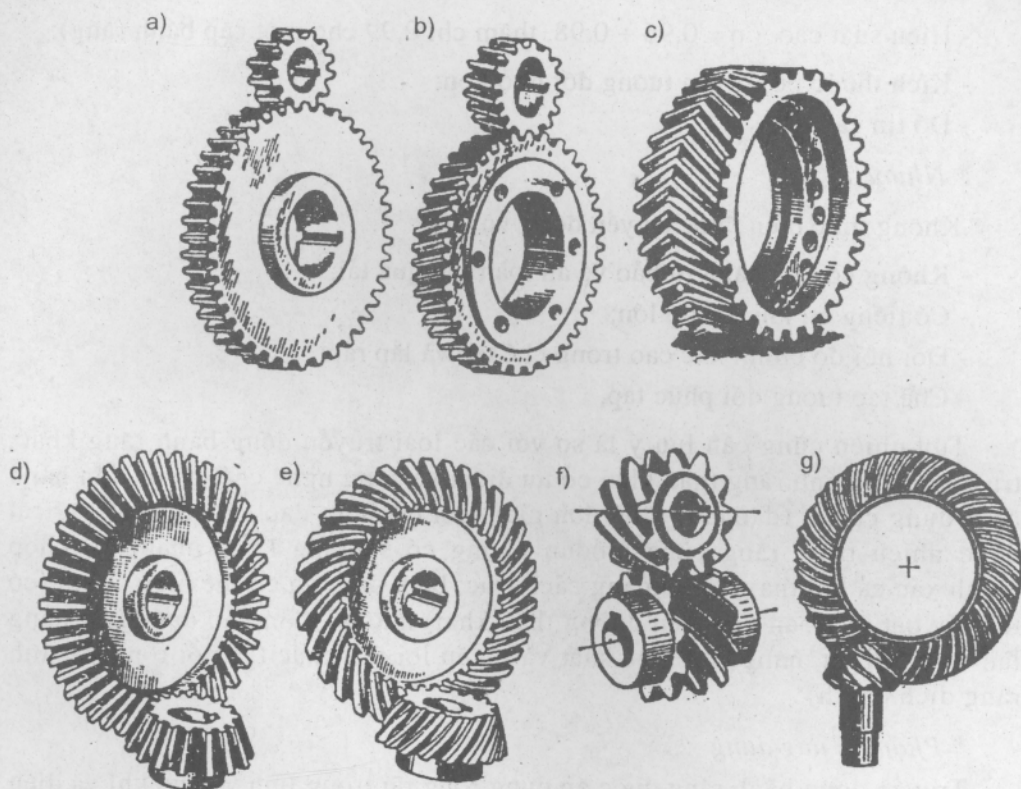
- Tốc độ có thể đạt tới 140m/s hoặc cao hơn;
- Công suất truyền được có thể rất nhỏ (0,1 kW) như trong các dụng cụ đo và cơ cấu điều khiển, đến khá lớn (300 kW) như trong các máy mỏ, máy xây dựng và làm đường, hoặc rất lớn (100.000 kW) như trong các máy phát điện;...
- Tỉ số truyền (của một cặp bánh răng) có thể từ 1 đến 10 và cao hơn.

26.1.3. Bộ truyền bánh răng

Bộ truyền bánh răng dùng để thực hiện truyền động bánh răng vừa xem xét ở trên. Thông thường bộ truyền bánh răng gồm một cặp bánh răng ăn khớp, trong đó bánh nhỏ còn có tên gọi là *pinhông*.

Bộ truyền bánh răng gồm có các kiểu sau:

1. Bộ truyền với cặp bánh răng hình trụ, trục song song (hình 26.2a, b, c);
2. Bộ truyền với cặp bánh răng côn, trục giao nhau (hình 26.2d, e);
3. Bộ truyền với cặp bánh răng trụ răng xoắn, trục giao nhau (hình 26.2f);
4. Bộ truyền với cặp bánh răng côn răng xoắn, trục giao nhau (hình 26.2g).



Hình 26.2. Các kiểu bộ truyền bánh răng.

Cặp bánh răng trong các kiểu bộ truyền vừa nêu có thể có răng thẳng (hình 26.2a, d), răng nghiêng (hình 26.2b), răng chữ nhân (hình 26.2c), răng cong hoặc xoắn (hình 26.2e, f, g).

Bộ truyền bánh răng còn được chia ra:

- Bộ truyền bánh răng ăn khớp ngoài (hình 26.2), trong đó cặp bánh răng ăn khớp quay ngược chiều nhau;

- Bộ truyền bánh răng ăn khớp trong (hình 26.3a), trong đó cặp bánh răng ăn khớp quay cùng chiều với nhau;

- Bộ truyền bánh răng - thanh răng (hình 26.3b), trong đó thanh răng được coi là một bánh răng có đường kính dài vô tận, dùng để biến đổi chuyển động quay của bánh răng thành chuyển động tịnh tiến (thẳng) của thanh răng và ngược lại.

26.2. BỘ TRUYỀN BÁNH RĂNG TRỤ - QUAN HỆ HÌNH HỌC VÀ ĐỘNG HỌC

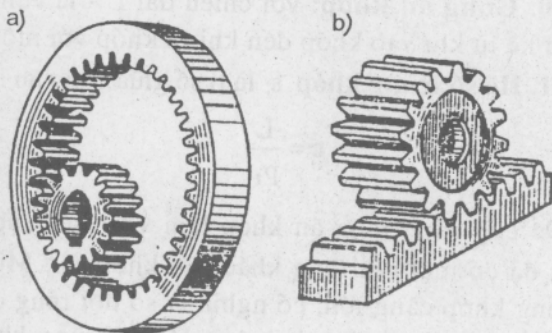
Các thông số đặc trưng cho cặp bánh răng ăn khớp thân khai (hình 26.4) gồm có:

1. Vòng lăn, đường kính d_{w1} và d_{w2} - là hai vòng tròn được tạo ra khi cặp bánh răng ăn khớp lăn không trượt lên nhau. Chúng chỉ xuất hiện trong bộ truyền lúc làm việc, còn khi từng bánh răng đặt riêng rẽ thì không có khái niệm về vòng lăn này;

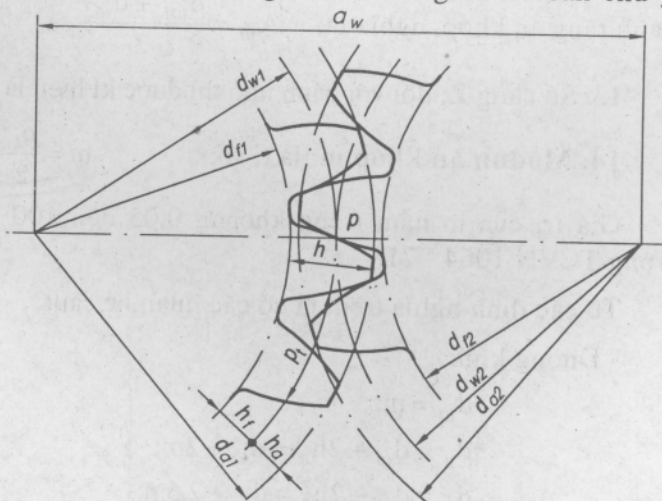
2. Vòng chia, đường kính d_1 và d_2 - là hai vòng tròn mà khi chế tạo răng, dụng cụ cắt lăn trên đó. Nếu dụng cụ cắt là thanh răng thì bước răng trên thanh răng và bước răng trên bánh răng đo theo vòng chia là bằng nhau. Cần chú ý rằng khi chế tạo răng thì vòng chia cũng chính là vòng lăn;

3. Tâm ăn khớp P, là điểm tiếp xúc chung của hai vòng lăn;

4. Bước vòng p_t , là khoảng cách giữa hai cạnh răng cùng phía của hai răng liên tiếp, được đo theo cung vòng tròn chia. Nó là tổng chiều dày răng và chiều rộng rãnh giữa hai răng;



Hình 26.3. Bộ truyền bánh răng ăn khớp trong (a) và bộ truyền bánh răng - thanh răng (b).



Hình 26.4. Cặp bánh răng ăn khớp thân khai

5. **Đầu răng:** với chiều cao được kí hiệu là h_0 - là phần răng có khoảng cách giữa vòng chia với vòng đỉnh răng;

6. **Chân răng:** với chiều cao được kí hiệu là h_f - là phần răng có khoảng cách giữa vòng chia với vòng chân răng;

7. **Chiều cao răng h :** là khoảng cách giữa vòng đỉnh răng và vòng chân răng, tức là $h = h_0 + h_f$;

8. **Vòng đỉnh răng:** với đường kính d_a - là vòng tròn đi qua các đỉnh răng;

9. **Vòng chân răng:** với đường kính d_f - là vòng tròn đi qua các chân răng;

10. **Cung ăn khớp:** với chiều dài L - là cung thuộc vòng lăn mà một răng đi qua kể từ khi vào khớp đến khi ra khớp với một răng ăn khớp với nó;

11. **Hệ số trùng khớp ε** là tỉ số giữa cung ăn khớp với bước răng, nghĩa là:

$$\varepsilon = \frac{L}{P_t}$$

Để cặp bánh răng ăn khớp làm việc liên tục thì trước khi đôi răng này, ra khớp, đã có một đôi răng khác vào khớp rồi. Muốn vậy, L phải lớn hơn p_t . Hệ số trùng khớp càng lớn, có nghĩa là số đôi răng cùng ăn khớp càng nhiều và do đó bộ truyền làm việc càng êm. Hệ số trùng khớp cho biết trung bình có bao nhiêu đôi răng ăn khớp đồng thời - chẳng hạn $\varepsilon = 1,4$, ấy là có 40% thời gian có hai đôi răng cùng ăn khớp, và 60% thời gian chỉ có một đôi răng ăn khớp.

Như vậy, để bộ truyền làm việc được liên tục và điều hoà, cần có điều kiện $\varepsilon > 1$ (tốt nhất là $\varepsilon > 1,2$).

12. **Khoảng cách trục A_w :** là tổng bán kính của hai vòng lăn trên hai bánh răng ăn khớp, nghĩa là:
$$A_w = \frac{d_{w1} + d_{w2}}{2} \quad (26-1)$$

13. **Số răng Z :** đối với bánh nhỏ thì được kí hiệu là Z_1 , đối với bánh lớn là Z_2 ;

14. **Môđun ăn khớp m :** là tỉ số:
$$m = \frac{P_t}{\pi};$$

Giá trị của m nằm trong khoảng 0,05 đến 100 mm, được tiêu chuẩn hoá trong TCVN 1064 - 71.

Từ các định nghĩa trên, ta có các quan hệ sau:

- Đường kính:

$$\left. \begin{aligned} d_w &= mz; \\ d_a &= d_w + 2h_a = d_w + 2m; \\ d_f &= d_w - 2h_f = d_w - 2,5m; \end{aligned} \right\} \quad (26-2)$$

(Ghi chú: ở các bánh răng với răng ngắn thì $h_a = 0,8 m$; $h_f = m$).

- Khoảng cách trục:

$$A_w = \frac{m(Z_1 + Z_2)}{2} = 0,5mZ_c \quad (26-3)$$

Trong đó: Z_c là tổng số răng của cặp bánh răng ăn khớp;

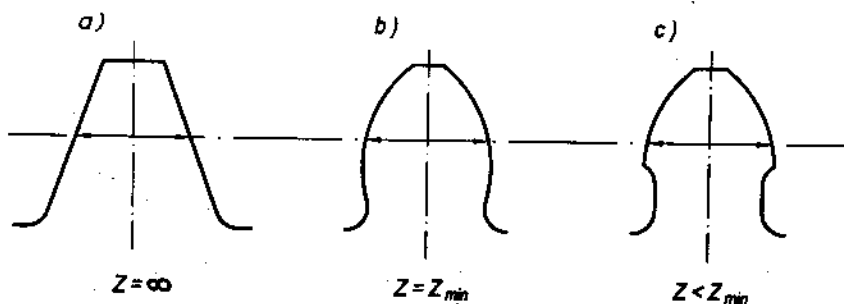
- Tỷ số truyền:

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{Z_2}{Z_1} \quad (26-4)$$

Trong đó: ω_1, ω_2 lần lượt là tốc độ góc của bánh nhỏ và bánh lớn (rad/gy); n_1, n_2 lần lượt là tốc độ vòng của bánh nhỏ và bánh lớn (v/ph); Z_1, Z_2 lần lượt là số răng của bánh nhỏ và bánh lớn.

Tỷ số truyền của hộp tốc độ một cấp có thể đạt tới 10, nhiều cấp có thể đạt đến hàng trăm.

Khi chọn số răng Z cần chú ý rằng số răng càng ít càng làm giảm chiều dày chân răng và đỉnh răng (hình 26.5a, b), do đó làm yếu răng (giảm độ bền uốn của răng). Vì thế không nên lấy số răng nhỏ hơn $Z_{\min}$. Nếu $Z < Z_{\min}$ sẽ xảy ra hiện tượng cắt chân răng (hình 26.5c) làm giảm mạnh độ bền của răng. Khi cắt răng bằng dụng cụ cắt kiểu thanh răng thì $Z_{\min} = 17$. Đối với hộp giảm tốc thì nên lấy $Z_1 = 22 - 26$ cho cấp thức nhất, $Z_1 = 18 - 36$ cho cấp thứ hai và thứ ba.



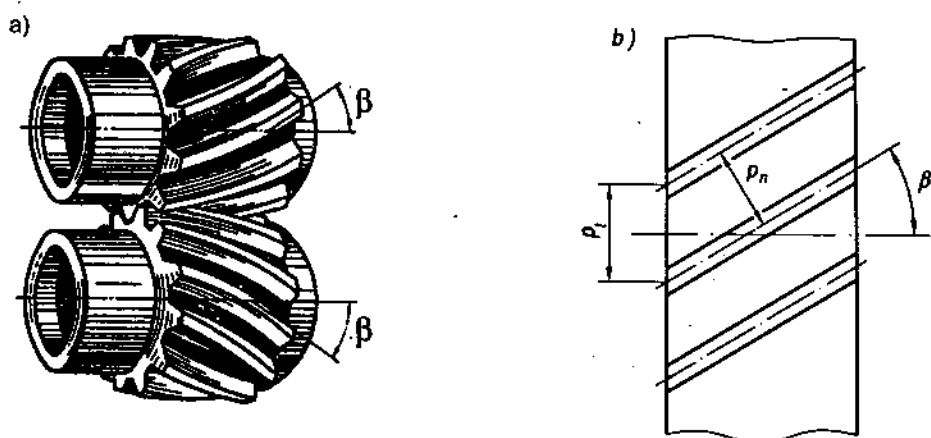
Hình 26.5. Ảnh hưởng của số răng Z đến dạng răng.

Đối với bánh răng nghiêng (hình 26.6a) thì cần phân biệt bước vòng p_t và bước pháp (tuyến) p_n , trong đó p_t được đo tại mặt đầu bánh răng còn p_n được đo tại tiết diện pháp tuyến của răng (hình 26.6b). Ta có các hệ thức sau:

$$p_n = p_t \cos \beta; m_n = m_t \cos \beta;$$

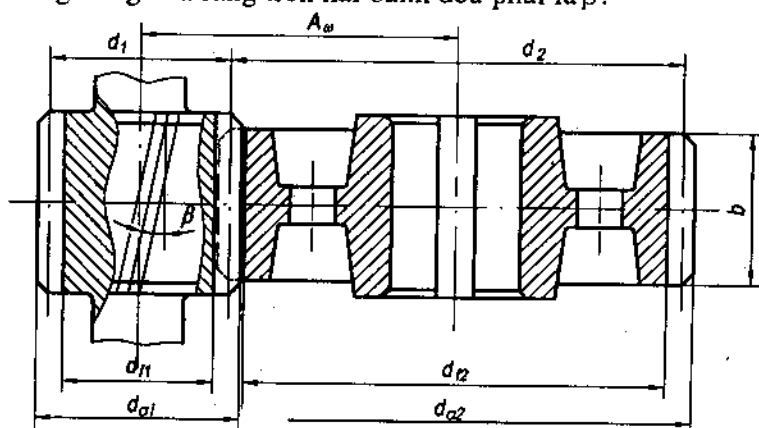
Với β là góc nghiêng của răng, m_n và m_t lần lượt là Môđun pháp tuyến và Môđun mặt đầu. Môđun pháp tuyến m_n đã được tiêu chuẩn hoá theo TCVN 1064 - 71.

Để tránh lực chiếu trục quá lớn, người ta lấy $\beta = 8 - 15^\circ$ (hiếm khi đến 20°).



Hình 26.6. Bánh răng nghiêng: a- cặp bánh răng ăn khớp; b- hình biểu diễn bánh răng nghiêng.

Hình 26.7 trình bày bản vẽ kỹ thuật của cặp bánh răng trụ răng nghiêng ăn khớp, với góc nghiêng của răng trên hai bánh đều phải là β .



Hình 26.7. Cặp bánh răng trụ răng nghiêng ăn khớp (nếu răng thẳng thì $\beta = 0$)

Như vậy, đối với bộ truyền bánh răng nghiêng, ta có hệ thức sau:

- Đường kính:

$$\left. \begin{aligned} d_{\omega} &= m_t Z; \\ d_a &= d_{\omega} + 2m_n; \\ d_f &= d_{\omega} - 2,5m_n; \end{aligned} \right\} \quad (26-5)$$

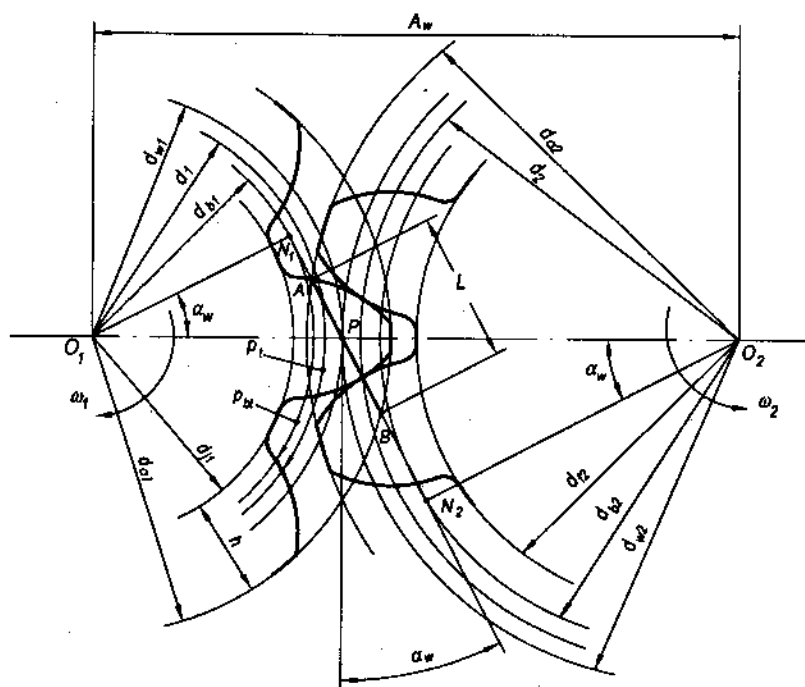
- Khoảng cách trục:

$$A_{\omega} = \frac{m_t (Z_1 + Z_2)}{2} = \frac{m_n Z_c}{2 \cos \beta} \quad (26-6)$$

Ghi chú: Tài liệu này không đề cập tới hộp giảm tốc bánh răng. Khi cần bạn đọc có thể tham khảo trong các tài liệu ghi ở cuối sách ([1, 6, 8,...]).

26.3. DỊCH CHỈNH

Để nắm được dịch chỉnh là gì và lợi ích của nó, chúng ta hãy xem xét một số đặc điểm về ăn khớp răng thân khai được thể hiện trên hình 26.8.



Hình 26.8. Sự ăn khớp của răng thân khai có dịch chỉnh.

1- Đường ăn khớp N_1N_2 , là quỹ tích của các điểm tiếp xúc của các cặp răng ăn khớp khi dịch chuyển. Đường này đi qua tâm ăn khớp P;

2- Góc ăn khớp α_w , là góc tạo bởi đường ăn khớp và đường tiếp tuyến chung của hai vòng tròn tại tâm ăn khớp. Góc này được lấy bằng 20° ($\alpha_w = 20^\circ$);

3- Vòng tròn cơ sở, đường kính d_{b1} và d_{b2} là vòng tròn dựa trên đó để vạch ra đường thân khai (xem hình 26.1), mà biên dạng răng là một phần của đường thân khai này. Đường ăn khớp tiếp tuyến với hai vòng tròn cơ sở tại N_1 và N_2 . Từ hình 26.8, ta có:

$$d_b = d_m \cos \alpha_w \quad (26-7)$$

4- Chiều dài ăn khớp L, là đoạn thẳng AB nằm trên đường ăn khớp, nó xác định điểm vào khớp và điểm ra khớp của một đôi răng. Đường kính vòng đỉnh của cặp bánh răng ăn khớp cắt đường N_1N_2 tại hai điểm A và B;

5- Vòng tròn chia, đường kính d_1 , d_2 (xem định nghĩa trước đây) - như trên hình vẽ cho thấy, bước vòng p , được chia trên vòng tròn này.

Ở những cặp bánh răng ăn khớp không dịch chỉnh (xem các công thức (26-2) và (26-5), và khi dịch chỉnh chiều cao (xem dưới) thì vòng lăn và vòng chia là trùng nhau, nghĩa là:

$$d = d_m = mZ.$$

Còn ở những cặp bánh răng ăn khớp có dịch chỉnh (trừ khi dịch chỉnh chiều cao) thì vòng lăn và vòng chia không trùng nhau.

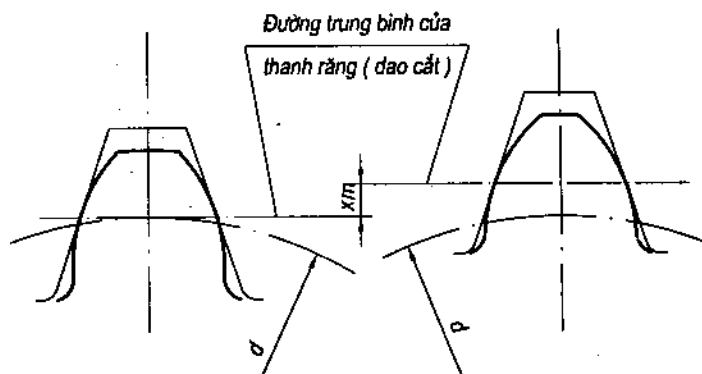
1. Định nghĩa về dịch chỉnh: Đó là sự dịch chỉnh dụng cụ cắt khi chế tạo răng theo hướng kính một lượng x_m (hình 26.9), với x được gọi là hệ số dịch chỉnh, và vì thế đôi khi còn gọi là dịch dao.

Khi dịch chỉnh, biên dạng răng được tạo ra vẫn nằm lọt trên đường thân khai trên hình 26.1 nhưng đã được xô dịch đi dọc theo đường thân khai đó.

- Dịch chỉnh dương, $x_m > 0$ - là khi dịch dao cắt ra xa tâm bánh răng.

- Dịch chỉnh âm, $x_m < 0$ - là khi dịch dao cắt đến gần tâm bánh răng.

Khi dịch chỉnh, vòng chia không đổi vì số răng Z vẫn giữ nguyên. Vòng cơ sở cũng không đổi, chỉ thay đổi đoạn cong trên đường thân khai do dao cắt tạo ra dựa trên vòng cơ sở ấy mà thôi.



Hình 26.9. Sự thay đổi dạng răng khi dịch chỉnh.

2. Hệ quả của dịch chỉnh: như trên hình 26.9 cho thấy, khi dịch chỉnh (hay dịch dao) dương thì chân răng sẽ dày lên làm tăng độ bền răng, nhưng đỉnh răng sẽ bị nhọn đi, cho nên chỉ có thể dịch chỉnh đến một giới hạn cho phép thôi. Khi dịch chỉnh (dịch dao) âm thì cho kết quả ngược lại.

3. Các phương pháp dịch chỉnh: có hai phương pháp thông dụng nhất, đó là dịch chỉnh chiều cao và dịch chỉnh góc.

- Dịch chỉnh chiều cao, là khi bánh răng nhỏ được dịch chỉnh dương ($x_1 > 0$), còn bánh răng lớn được dịch chỉnh âm ($x_2 < 0$) và tổng độ dịch chỉnh bằng không: $x_\Sigma = x_1 + x_2 = 0$, nghĩ là $x_2 = -x_1$.

Sở dĩ gọi là dịch chỉnh chiều cao vì ở đây chiều cao đầu răng cũng như chân răng đã bị thay đổi.

Đặc điểm khác của dịch chỉnh chiều cao là: vòng lẩn và vòng chia trùng nhau như ở cặp bánh răng ăn khớp không dịch chỉnh, còn khoảng cách trục A_w , góc ăn khớp α_w và hệ số trùng khớp ε đều không thay đổi.

- Dịch chỉnh góc, là khi tổng độ dịch chỉnh x_Σ khác không (thường là $x_1 > 0$ và $x_2 > 0$). Ở đây vòng chia và vòng lẩn không trùng nhau, do đó vòng lẩn nằm ở một vị trí khác ($d_{w1} > d_1, d_{w2} > d_2$), tâm hai bánh răng ăn khớp lùi xa nhau khiến khoảng cách trục tăng lên. Nghĩa là:

$$A_w = \frac{d_{w1} + d_{w2}}{2} > \frac{d_1 + d_2}{2}$$

Sở dĩ gọi là dịch chỉnh góc vì ở đây góc ăn khớp α_w đã được tăng lên. Hệ quả (xấu) của dịch chỉnh góc là làm giảm hệ số trùng khớp ε .

4. Lợi ích của dịch chỉnh: nhờ dịch chỉnh mà chất lượng ăn khớp của cặp bánh răng được nâng cao. Cụ thể là:

a) Khắc phục được hiện tượng cắt chân răng ở bánh dẫn (bánh nhỏ) khi bánh này có ít răng (Z_1 bé);

- b) Độ bền uốn của răng được nâng cao;
 c) Độ bền tiếp xúc của răng được tăng lên;
 d) Độ chống mài mòn của răng tốt hơn, v. v...

Tuy nhiên cũng cần lưu ý rằng dịch chỉnh có tác dụng cải thiện một chỉ tiêu này thì lại làm ảnh hưởng xấu đến chỉ tiêu khác. Điểm nữa là khi bánh răng có Z lớn thì dịch chỉnh không làm thay đổi gì nhiều đến dạng răng. Vì thế ISO đưa ra quy định như sau:

- + Khi số răng bánh nhỏ $Z_1 \geq 30$ thì không chế tạo theo cách dịch chỉnh;
 + Khi số răng bánh nhỏ $Z_1 < 30$, đồng thời số răng tổng $Z_c = Z_1 + Z_2 > 60$ thì chọn cách dịch chỉnh chiều cao, với $x_1 = 0,03(30 - Z_1)$ và $x_2 = -x_1$;
 + Khi số răng tổng $Z_c = Z_1 + Z_2 < 60$ thì chế tạo theo cách dịch chỉnh góc với độ dịch chỉnh $x_1 = 0,03(30 - Z_1)$ và $x_2 = 0,03(30 - Z_2)$.

Độ dịch chỉnh tổng còn bị hạn chế như sau:

$$x_\Sigma = x_1 + x_2 \leq 0,9 \text{ nếu } (Z_1 + Z_2) < 30;$$

$$x_\Sigma \leq 1,8 + 0,03(Z_1 + Z_2) \text{ nếu } 30 < (Z_1 + Z_2) < 60.$$

5. Các quan hệ hình học: Đối với cặp bánh răng trụ ăn khớp, ta có các hệ thức cơ bản như trong bảng sau:

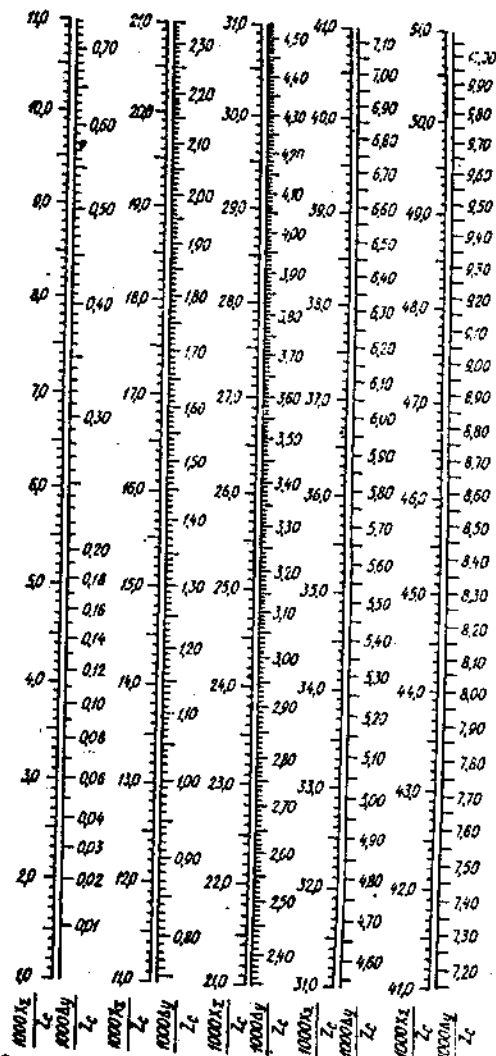
Tên đại lượng	Công thức tính	Ghi chú
Khoảng cách trục	$A_w = m(0,5Z_c + x_\Sigma - \Delta y)$	$Z_c = Z_1 + Z_2$; $x_\Sigma = x_1 + x_2$ khi dịch chỉnh chiều cao thì $x_\Sigma = 0$
Hệ số điều chỉnh bổ sung	Δy : được xác định theo đồ thị 26.10 dưới đây.	Khi $x_\Sigma = 0$ thì $\Delta y = 0$
Chiều cao răng	$h = m(2,25 - \Delta y)$	
Đường kính vòng chia	$d = mZ$	
Đường kính vòng lăn	$d_{w1} = \frac{2A_w}{i+1}$ $d_{w2} = 2A_w - d_{w1}$	$i = \frac{Z_2}{Z_1}$
Đường kính vòng đỉnh răng (*)	$d_a = d + 2m(f_0 + x - \Delta y)$	Hệ số chiều cao răng $f_0 = 1$; Nếu là răng thấp thì $f_0 = 0,8$.
Đường kính vòng chân răng *	$d_f = d - 2m(f_0 - x + c)$	Hệ số khe hở đường kính $c = 0,25$.
(*) Chú ý: Đối với bánh răng trụ, răng nghiêng và răng chữ nhân thì trong công thức tính d_a và d_f phải dùng Môđun pháp m_n .		

6. Bộ truyền bánh răng nghiêng ít khi được dịch chỉnh, vì so với răng thẳng, răng nghiêng chịu uốn khoẻ hơn. Mặt khác, nếu muốn đảm bảo khoảng cách trục đã cho thì chỉ cần thay đổi góc nghiêng của răng (xem công thức (26-6)), trong khi đối với bộ truyền bánh răng thẳng, điều này chỉ có thể thực hiện được bằng cách dịch chỉnh mà thôi.

7. Bộ truyền bánh răng còn cũng ít khi được dịch chỉnh, bởi vì trong nhiều trường hợp chỉ cần thay đổi khoảng cách nón cũng có thể giải quyết được vấn đề.

8. Xác định giá trị của Δy : Ví dụ đã biết $x_\Sigma = 0,28$ và $Z_c = 40$. Hãy sử dụng đồ thị trên hình 26.10 để tìm giá trị của Δy ?

Hình 26.10. Đồ thị xác định đại lượng Δy



Bước 1: $\frac{1000x_c}{Z_c} = \frac{1000 \cdot 0,28}{40} = 7;$

Bước 2: tra theo đồ thị 26.10, ta có: $\frac{1000\Delta y}{Z_c} = 0,32$

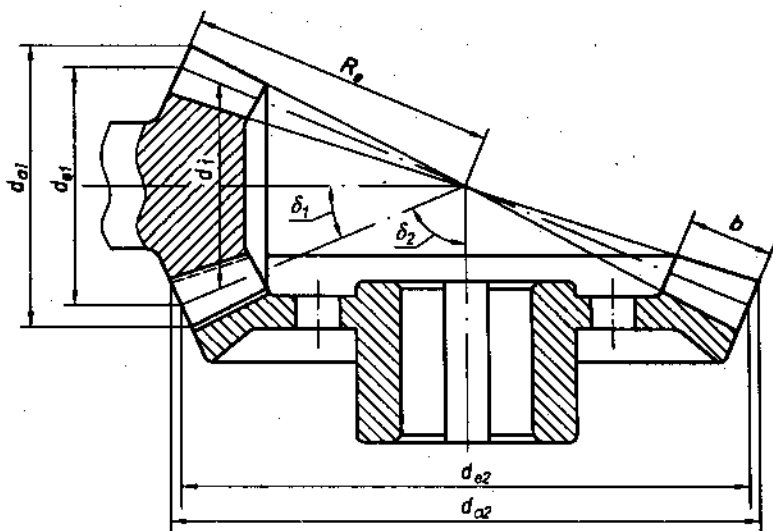
Bước 3: $\Delta y = \frac{0,32 \cdot Z_c}{1000} = \frac{0,32 \cdot 40}{1000} = 0,0128.$

26.4. BỘ TRUYỀN BÁNH RĂNG CÔN - QUAN HỆ ĐỘNG HỌC VÀ HÌNH HỌC

Trong các bộ truyền bánh răng côn, thường hai trục của chúng cắt nhau một góc 90° (hình 26.11). Lúc đó tỉ số truyền i sẽ là:

$$i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{Z_2}{Z_1} = \operatorname{tg} \delta_1 = \operatorname{ctg} \delta_2 \quad (26-8)$$

Với δ_1, δ_2 lần lượt là nửa góc đỉnh của nón lẩn (mà trong bộ truyền không dịch chỉnh, nón lẩn và nón chia trùng nhau) của bánh 1 và bánh 2.



Hình 26.11. Cặp bánh răng côn răng thẳng ăn khớp, với $\delta_1 + \delta_2 = 90^\circ$.

Tỉ số truyền của cặp bánh răng côn để hở có thể đạt tới $i = 6,3$.

- *Quan hệ hình học*: các kích thước liên quan trực tiếp tới đáy côn lớn là cơ sở để tính toán các kích thước hình học khác của bộ truyền bánh răng côn. Với các kí hiệu như sau:

+ d_{e1} , d_{e2} lần lượt là đường kính vòng chia ngoài của bánh 1 (bánh nhỏ) và bánh 2 (bánh lớn);

+ m_e là môđun vòng ngoài (đây là môđun lớn nhất, còn được gọi là môđun sinh và thường được quy tròn theo tiêu chuẩn);

+ R_e là chiều dài nón chia (hay còn gọi là khoảng cách côn ngoài). R_e là thông số quan trọng nhất của bộ truyền bánh răng côn, có ý nghĩa quan trọng như khoảng cách trục A_w của bộ truyền bánh răng trụ;

Ta có:

$$d_{e1} = m_e Z_1; d_{e2} = m_e Z_2;$$

$$R_e = \frac{d_{e1}}{2 \sin \delta_1} = \frac{d_{e2}}{2 \sin \delta_2};$$

$$m_e = \frac{2R_e}{\sqrt{Z_1^2 + Z_2^2}};$$

Trong đó Z_1 , Z_2 lần lượt là số răng bánh nhỏ và bánh lớn.

Đối với bộ truyền trong hộp kín thì nên lấy $Z_1 \geq (18 - 24)$ răng.

Dưới đây là các công thức dành cho bộ truyền bánh răng côn không dịch chỉnh:

- Đường kính vòng nón đỉnh răng:

$$d_{a1} = d_{e1} + 2m_e \cos \delta_1;$$

$$d_{a2} = d_{e2} + 2m_e \cos \delta_2;$$

- Đường kính vòng nón chân răng:

$$d_{f1} = d_{e1} - 2,5m_e \cos \delta_1;$$

$$d_{f2} = d_{e2} - 2,5m_e \cos \delta_2;$$

- Đường kính vòng chia trung bình:

$$d_1 = 2(R_e - 0,5b) \sin \delta_1;$$

$$d_2 = 2(R_e - 0,5b) \sin \delta_2;$$

với b là chiều dài răng (hình 26.11).

- Môđun trong tiết diện trung bình (còn gọi là môđun vòng trung bình):

$$m = \frac{d_1}{Z_1} = \frac{d_2}{Z_2}$$

26.5. VẬT LIỆU LÀM BÁNH RĂNG

- Bánh răng được chế tạo từ thép cacbon và thép hợp kim; khi kích thước lớn (đường kính 500 mm trở lên) thì dùng thép đúc;

- Với bộ truyền để hời, chịu tải trọng nhẹ và êm thì có thể dùng gang xám mác 15 - 32 và 18 - 36;

- Với bộ truyền để hời, chịu tải trọng rất nặng hoặc bánh răng của hộp giảm tốc thì nên dùng gang xám mác 32 - 52 và 35 - 56;

- Khi tốc độ tiếp tuyến dưới 6m/s, có thể dùng gang đúc độ bền cao (B445-0, B460-2) thay thế cho thép đúc;

- Khi yêu cầu không có tiếng ồn mà tải trọng lại nhỏ thì sử dụng vật liệu phi kim loại như chất dẻo, tectolit, gỗ dán ép,... là hợp lý. Thường thì chỉ một trong hai bánh răng ăn khớp được làm bằng vật liệu phi kim, còn bánh răng kia làm bằng gang hoặc thép.

Khi lựa chọn vật liệu thì cần chú ý cho bánh nhỏ có cơ tính cao hơn bánh lớn một ít. Cũng có thể cả hai cùng làm bằng một loại vật liệu nhưng bánh nhỏ được nhiệt luyện cao hơn. Chẳng hạn cả hai cùng làm bằng thép 40X, nhưng bánh nhỏ thì tôi cải thiện, còn bánh lớn thì thường hoá. Sở dĩ có sự chênh lệch về độ cứng như vậy vì răng trên bánh nhỏ phải làm việc (tiếp xúc) nhiều và nặng hơn; mặt khác, răng trên bánh nhỏ cũng chịu mỗi uốn nặng hơn so với răng trên bánh lớn. Theo kinh nghiệm, đối với cặp bánh răng ăn khớp có độ cứng dưới 350 HB thì nên chọn bánh nhỏ có độ cứng cao hơn bánh lớn khoảng 20 - 30 HB, nghĩa là:

$$HB_1 \geq HB_2 + (20 - 30)$$

26.6. TÍNH TOÁN BỘ TRUYỀN KÍN

Bộ truyền kín là bộ truyền đặt trong hộp dầu hay hộp giảm tốc. Phép tính ở đây được tiến hành theo hai bước: tính toán thiết kế và tính toán kiểm tra. Trong bước thứ nhất, người ta tính toán độ bền răng theo ứng suất tiếp xúc để đảm bảo bề mặt làm việc răng không xuất hiện các vết nứt mỏi. Trong bước thứ hai, người ta tính toán độ bền răng theo ứng suất uốn để răng không bị nứt gãy nhằm đảm bảo độ tin cậy của bộ truyền, theo nghĩa loại trừ hiểm họa do răng bị hỏng (gãy) vì mỏi. Dưới đây sẽ trình bày tóm tắt hai bước nói trên:

26.6.1. Tính toán độ bền răng theo ứng suất tiếp xúc

Xuất phát từ công thức của Hec về ứng suất tiếp xúc lớn nhất sinh ra giữa vùng tiếp xúc của hai trụ tròn dài vô tận, trục song song với nhau. Sau khi tính toán và biến đổi, người ta thu được các công thức gần đúng sau đây:

1. Đối với cặp bánh răng hình trụ:

$$A_{\omega} = 0,816(i \pm 1) \sqrt[3]{\frac{E_{td} M_2 K}{[\sigma]_{tx}^2 i^2 \psi_A k_{br}}} \quad (26-9)$$

2. Đối với cặp bánh răng côn:

$$d_{e2} = 1,72 \sqrt[3]{\frac{E_{td} M_2 i K}{[\sigma]_{tx}^2 (1 - 0,5 \psi_{Re})^2 \psi_{Re} k_{br}}} \quad (26-10)$$

Ý nghĩa các đại lượng trong hai công thức trên như sau:

A_{ω} - khoảng cách trục của cặp bánh răng trụ, mm;

d_{e2} - Đường kính vòng chia ngoài của bánh côn lớn (bị dẫn), mm;

M_2 - Mômen xoắn trên trục bị dẫn, N.mm;

K - Hệ số tải trọng;

i - tỉ số truyền: $i = Z_2/Z_1$, với dấu trừ trong công thức (26-9) là dành cho bộ truyền ăn khớp trong;

$\psi_A = \frac{b}{A_{\omega}}$ - hệ số chiều rộng bánh răng - nếu là bộ truyền chịu tải nhẹ thì

lấy gần cận dưới, nếu chịu tải trọng lớn thì lấy gần cận trên trong các trường hợp sau: Hộp giảm tốc công dụng chung lấy $\psi_A = 0,25 - 0,63$; bánh răng chữ nhật lấy $\psi_A = 0,4 - 0,8$ (trong hộp giảm tốc nặng lấy đến 1,25); bộ truyền trong hộp kín và hộp tốc độ với các bánh dẫn di trượt, lấy $\psi = 0,1 - 0,16$.

Tuy nhiên, trong tất cả mọi trường hợp phải đảm bảo điều kiện: $b \leq d_1$ đối với bánh răng thẳng; $b \leq 1,5d_1$ đối với bánh răng nghiêng; $b \leq 2,5d_1$ đối với

bánh răng chữ nhân. Trong hộp giảm tốc hai cấp thì cấp chậm lấy ψ_A lớn hơn cấp nhanh.

b - Chiều rộng bánh răng lớn (hình 26.7) nếu là cặp bánh răng trụ, hoặc b là chiều dài răng hay chiều rộng vành răng đo dọc theo nón chia (hình 26.11) nếu là bánh răng côn, mm;

$\psi_{Re} = \frac{b}{R_e}$, là hệ số chiều dài răng, lấy trong khoảng 0,25 - 0,30. Theo tiêu chuẩn, nên lấy $b \leq 0,3R_e$ và $b \leq 10m_e$;

R_e - Chiều dài nón chia (hình 26.11), mm;

k_{br} - Hệ số kiểu bánh răng: lấy $k_{br}=1$ đối với bánh trụ hoặc côn răng thẳng; $k_{br}=1,15 - 1,35$ đối với bánh răng trụ hoặc côn răng nghiêng;

E_{td} - Môđun đàn hồi tương đương của cặp bánh răng ($E_{td} = \frac{2E_1E_2}{E_1 + E_2}$), được lấy như sau:

- Cả hai bánh đều bằng thép: $E_{td} = E_1 = E_2 = 2,15 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2$;
- Cả hai bánh đều bằng gang: $E_{td} = E_1 = E_2 = 1,0 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2$;
- Một bánh bằng thép, bánh kia bằng gang: $E_{td} = 1,36 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2$;
- Một bánh bằng thép, bánh kia bằng tectolit:

$$E_{td} = 0,135 \div 0,154 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2;$$

- Cặp bánh răng bằng tectolit cũng có thể được tính theo hai công thức trên, nếu chấp nhận sai số $\approx 2\%$.

Sau khi xác định được A_ω theo công thức (26-9) hoặc d_{e2} theo công thức (26-10), ta tiến hành xác định tốc độ tiếp tuyến v, chọn cấp chính xác bộ truyền và chính xác hoá hệ số tải trọng K để kiểm tra lại ứng suất tiếp xúc xem σ_{tx} sinh ra (N/mm^2) có bị khác xa với $[\sigma]_{tx}$ không. Các công thức kiểm tra đó như sau:

- Đối với cặp bánh răng trụ:

$$\sigma_{tx} = \frac{0,74}{i} \sqrt{\frac{M_2 K E_{td} (i \pm 1)^3}{A_\omega^3 \psi_A k_{br}}} \leq [\sigma]_{tx} \quad (26-11)$$

- Đối với cặp bánh răng côn:

$$\sigma_{tx} = \frac{2,28}{(1 - 0,5\psi_{Re})} \sqrt{\frac{M_2 K E_{td} i}{d_{e2}^3 \psi_{Re} k_{br}}} \leq [\sigma]_{tx} \quad (26-12)$$

Ý nghĩa của các đại lượng trong các công thức này cũng giống như trong các công thức (26-9) và (26-10), nhưng ở đây hệ số K đã được chính xác hoá lại, các hệ số ψ_A, ψ_{Re} cũng được tính toán lại theo giá trị mới của b, A_w và R_e .

Sau khi tính kiểm tra theo công thức (26-11) hoặc (26-12), nếu kết quả cho σ_{ix} khác xa với $[\sigma]_{ix}$ thì phải chọn lại vật liệu rồi tính lại A_w (đối với bánh răng trụ) hoặc d_{e2} (đối với bánh răng côn).

26.6.2. Tính toán độ bền răng theo ứng suất uốn

Như trên đã nói, đây là bước tính toán kiểm tra đối với bộ truyền trong hộp kín theo độ bền uốn trên răng.

1. Đối với cặp bánh răng trụ:

$$\sigma_u = \frac{2MK \cos \beta}{Z y b m^2 k_{br}} \leq [\sigma]_u \quad (26-13)$$

2. Đối với cặp bánh răng côn:

$$\sigma_u = \frac{2,36MK \cos \beta}{Z y b m^2 k_{br}} \leq [\sigma]_u \quad (26-14)$$

Ý nghĩa của các đại lượng trong hai công thức trên như sau:

σ_u và $[\sigma]_u$ lần lượt là ứng suất uốn sinh ra trên răng và ứng suất uốn cho phép (N/mm^2). $[\sigma]_u$ được lấy trong sổ tay thiết kế, tùy theo loại vật liệu và cách nhiệt luyện; M - mômen uốn trên răng của bánh răng đang được kiểm tra ($N.mm$): nếu bánh nhỏ thì là M_1 , nếu bánh lớn thì là M_2 ; K - hệ số tải trọng như ở công thức (26-9) và (26-10); β - góc nghiêng của răng (độ). Đối với răng thẳng thì $\beta=0$; Z - số răng trên bánh răng cần kiểm tra: nếu bánh dẫn là Z_1 , nếu bánh bị dẫn là Z_2 ; y - hệ số dạng răng, được chọn trong sổ tay thiết kế tùy theo số răng Z (đối với bánh răng nghiêng và bánh răng côn thì y được chọn tùy theo số răng tương đương Z_{td} , với

$$Z_{td} = \frac{Z}{\cos^3 \beta} \text{ nếu là răng nghiêng; } Z_{td1} = \frac{Z_1}{\cos \delta_1} \text{ và } Z_{td2} = \frac{Z_2}{\cos \delta_2} \text{ nếu là bánh}$$

$$\text{răng côn răng thẳng: } Z_{td1} = \frac{Z_1}{\cos \delta_1 \cos^3 \beta} \text{ và } Z_{td2} = \frac{Z_2}{\cos \delta_2 \cos^3 \beta} \text{ nếu là bánh}$$

răng côn nghiêng. Chú ý rằng, chỉ số 1 dùng cho bánh dẫn, chỉ số 2 dùng cho bánh bị dẫn; b - chiều rộng bánh răng (nếu là bánh răng côn thì là chiều rộng vành răng), mm; m - môđun (nếu là răng nghiêng thì thay bằng môđun pháp m_n , với

$$m_n = \frac{m}{\cos \beta} \text{ cho cả bánh răng trụ và bánh răng côn. Chú ý rằng đối với bánh răng}$$

côn thì môđun ở đây được đo trên vòng trung bình;

k_{br} - hệ số xét tới kiểu bánh răng: lấy giá trị 1,0 đối với bánh răng trụ hoặc côn răng thẳng; $\approx 1,2 - 1,4$ đối với bánh răng trụ hoặc côn răng nghiêng;

Chú ý: 1. Phép tính kiểm tra độ bền uốn của răng nói trên được tiến hành đối với bánh răng nào có tích số $y[\sigma]_u$ nhỏ nhất trong hai bánh;

2. Các hệ số 2,28 trong công thức (26-12) và 2,36 trong công thức (26-14) có được là vì đã đưa thêm hệ số 0,85 vào các công thức đó để xét tới ảnh hưởng xấu khi bánh răng còn thường được đặt công xon.

26.7. TÍNH TOÁN BỘ TRUYỀN ĐỂ HỖ

Do dễ hỏng, không được bôi trơn tốt nên ở đây răng bị mài mòn nhanh, dẫn đến hỏng (sứt mẻ hoặc gãy) vì uốn xảy ra sớm hơn là hỏng do môi vì tiếp xúc. Vì vậy đối với bộ truyền để hở, người ta chỉ tính toán về độ bền uốn (thông qua xác định môđun) của răng mà thôi. Từ (26-13) và (26-14) ta thiết lập được:

1. Đối với cặp bánh răng hình trụ:

$$m = 3 \sqrt{\frac{2MK\gamma \cos \beta}{Zy[\sigma]_u \psi_m k_{br}}}, \text{ mm} \quad (26-15)$$

2. Đối với cặp bánh răng côn:

$$m = 3 \sqrt{\frac{2,36MK\gamma \cos \beta}{Zy[\sigma]_u \psi_m k_{br}}}, \text{ mm} \quad (26-16)$$

ý nghĩa hầu hết các đại lượng trong hai công thức trên cũng giống như đã nói tại hai công thức (26-13) và (26-14) trước đây, trừ các đại lượng sau:

$\gamma = 1,25 - 1,5$, là hệ số xét đến sự giảm thấp mômen chống uốn tại tiết diện nguy hiểm của răng trong bộ truyền để hở do mài mòn: giá trị lớn được lấy khi mài mòn kịch liệt;

$\psi_m = \frac{b}{m}$ - Hệ số chiều rộng bánh răng so với môđun: nếu là bánh răng trụ răng thẳng thì $\psi_m = 6 - 10$ đối với bánh răng dúc; $\psi_m = 10 - 12$ (đôi khi đến 20) đối với bánh răng được gia công trên máy làm răng; nếu là bánh răng trụ răng nghiêng thì $\psi_m = \frac{b}{m_n} = 15 - 40$ và bằng 30 - 60 (đôi khi cao hơn) đối với bánh

răng chữ nhân; nếu là bánh răng côn thì $\psi_m = \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{7} \right) \frac{Z_1}{\sin \delta_1}$, với giá trị nhỏ dành cho bánh răng có độ chính xác chế tạo không cao.

Chú ý: cũng như đã nói tại công thức (26-13) và (26-14) trước đây, phép tính đối với môđun m ở trên được tiến hành đối với một trong hai bánh răng của bộ truyền có tích số $y[\sigma]_u$ là nhỏ nhất.

26.8. KIỂM TRA ĐỘ BỀN RĂNG KHI QUÁ TẢI

Đây là phép tính dành cho cả hai loại bộ truyền kín và bộ truyền hở nhằm đảm bảo hai điều kiện:

1. Đảm bảo độ bền tiếp xúc trong điều kiện quá tải:

$$\sigma_{tx\max} = \sigma_{tx} \sqrt{\frac{M_{\max}}{M}} \leq [\sigma]_{tx,gh} \quad (26-17)$$

2. Đảm bảo độ bền uốn (tính) trong điều kiện quá tải:

$$\sigma_{u,\max} = \sigma_u \frac{M_{\max}}{M} \leq [\sigma]_{u,gh} \quad (26-18)$$

Ý nghĩa các đại lượng trong hai công thức trên như sau:

σ_{tx} và $\sigma_{tx,\max}$ lần lượt là ứng suất tiếp xúc sinh ra trong điều kiện tải trọng bình thường [tính theo công thức (26-11) hoặc (26-12)] và ứng suất tiếp xúc sinh ra trong điều kiện quá tải;

M và $M_{\max}$ lần lượt là tải trọng (mômen) bình thường và tải trọng (mômen) ở chế độ quá tải, đối với bánh nhỏ là M_1 và $M_{1\max}$, với bánh răng lớn là M_2 và $M_{2\max}$, N.mm;

$[\sigma]_{tx,gh}$ và $[\sigma]_{u,gh}$ lần lượt là ứng suất tiếp xúc giới hạn cho phép và ứng suất uốn giới hạn cho phép, được lấy theo bảng dưới đây, với chú ý σ_{ch} là giới hạn chảy, σ_B và σ_{BK} là giới hạn bền và giới hạn bền kéo;

Vật liệu làm bánh răng	Độ cứng (HB)	ứng suất giới hạn cho phép, N/mm ²	
		$[\sigma]_{tx,gh}$	$[\sigma]_{u,gh}$
Thép	≤ 350	$3,1\sigma_{ch}$	$0,8\sigma_{ch}$
	>350	41,3 HRC	$0,36\sigma_B$
Gang		$1,8\sigma_{BK}$	$0,6\sigma_{BK}$

Ghi chú: khi bộ truyền làm việc không có hiện tượng quá tải thì không cần thực hiện phép toán kiểm tra này.

26.9. KẾT CẤU BÁNH RĂNG

Bánh răng được chế tạo bằng cách rèn, dập, đúc hoặc hàn. Tùy theo kích thước ta có các cách chế tạo phôi và phương án kết cấu sau đây:

1. Bánh răng trụ:

- Bánh răng trụ kích thước nhỏ ($d_a \leq 200\text{mm}$) thường được rèn liền khối không có vách (đĩa) như trên hình 26.12a hoặc liền với trục gọi là trục răng, như trên hình 26.7;

- Bánh răng trụ kích thước lớn ($d_a \leq 500\text{mm}$), được rèn (hình 26.12b) hoặc dập (hình 26.12c), hoặc đúc (hình 26.13a) thường có vách nối moayơ với vành ngoài;

- Bánh răng trụ kích thước lớn ($d_a = 400 - 1000\text{mm}$) được đúc thường có nan hoa (hình 26.13b), nếu là sản xuất đơn chiếc thì được hàn mà vành răng thì làm bằng thép tốt theo yêu cầu, còn vách, gờ và moayơ thì làm bằng thép CT.3 (hình 26.14).

2. Bánh răng côn:

- Bánh răng côn rèn và dập khi $d_a \leq 500\text{mm}$ (hình 26.15);

- Bánh răng còn đúc có vách (đĩa) khi $d_a > 300\text{mm}$ (hình 26.16a), hoặc có nan hoa khi $d_a > 400\text{mm}$ (hình 26.16b).

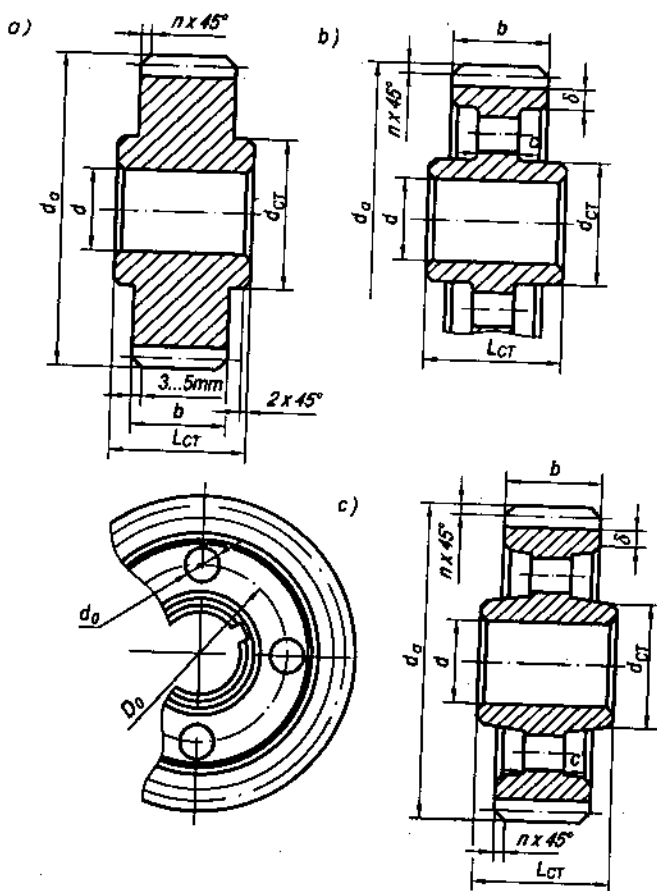
- Bánh răng còn khi sản xuất đơn chiếc (hình 26.17).

3. Định sơ bộ đường kính trục d : vì d là kích thước cơ bản để thiết kế kết cấu bánh răng nên trường hợp chưa quyết định d chính thức, ta cũng cần xác định sơ bộ giá trị của nó theo công thức kinh nghiệm sau:

$$d \geq K_n \sqrt[3]{M}, \text{mm};$$

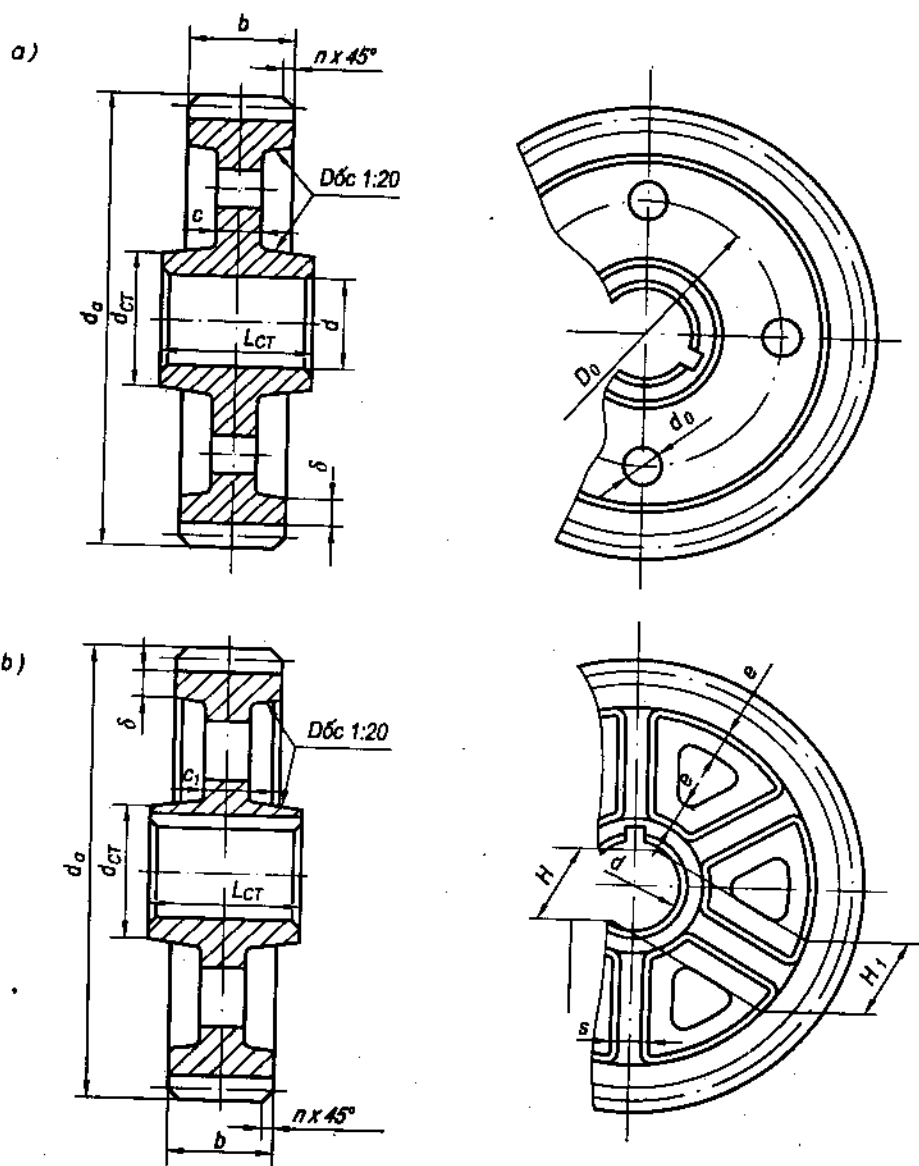
(26-19)

Trong đó: M là mômen xoắn trên trục, N.mm; K_n - hệ số xét đến tốc độ quay của bánh răng, lấy $K_n=0,6$ khi $n \leq 100\text{v/ph}$, $K_n = 0,8$ khi $n \approx 1000\text{v/ph}$ và $K_n=0,95$ khi $n \approx 3000\text{v/ph}$.



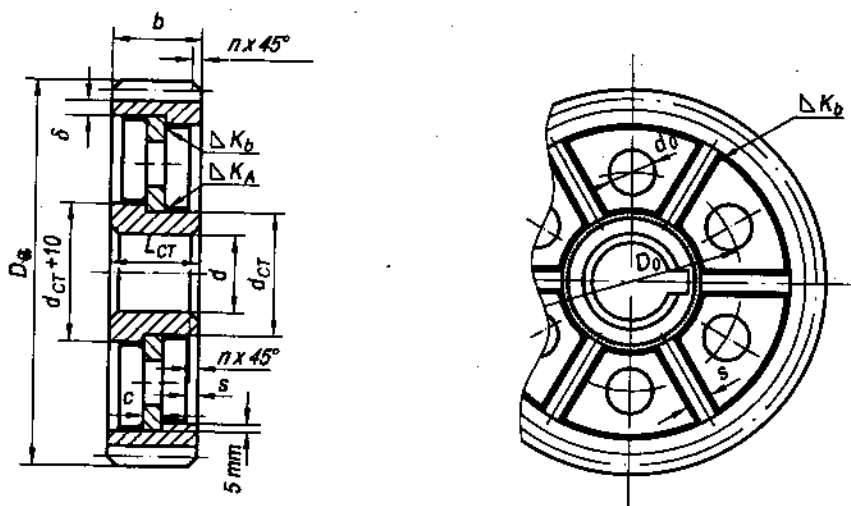
Hình 26.12

a - Bánh răng rèn, $d_a \leq 200\text{mm}$; b - bánh răng rèn, $d_a \leq 500\text{mm}$; c - bánh răng dập $d_a \leq 500\text{mm}$; đường kính trục d ; Đường kính moayơ $d_{CT} = 1,6 d$; Chiều dài moayơ $L_{CT} \geq b$ đồng thời phải đảm bảo $L_{CT} = (1,2 - 1,5)d$; Chiều dày vách $c=0,3b$ và $c'=(0,2-0,3)b$; Chiều dày vành răng $\delta = (2,5 - 4)m_n$, nhưng không dưới 8mm; D_0 và d_0 -xác định theo kết cấu (khi d_a nhỏ thì không có lỗ d_0); vát mép $n = 0,5m_n$.



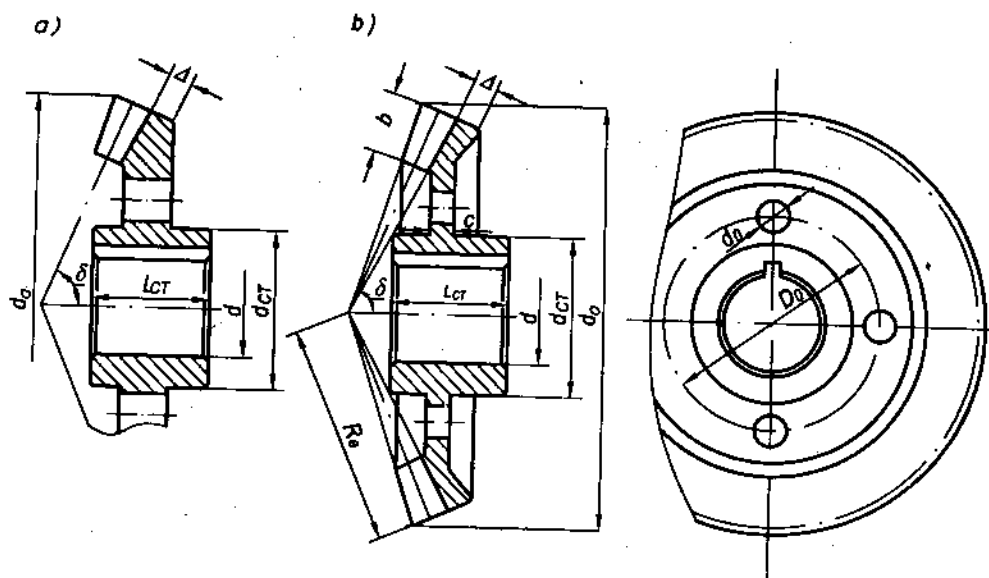
Hình 26.13

a - bánh răng đúc có vách (đĩa) nối moayơ với vành răng: $d_a \leq 500\text{mm}$; b - bánh răng đúc có nan hoa: $d_a = 400 - 1000\text{mm}$; d - đường kính trục; đường kính moayơ $d_{CT} = 1,0d$ nếu là gang đúc và $d_{CT} = 1,6d$ nếu là thép đúc; Chiều dài moayơ $L_{CT} \geq b$ đồng thời phải đảm bảo $L_{CT} = (1,2 - 1,5)d$; chiều dày vách $c = 0,2b$; $c_1 = 0,2H$ nhưng c và c_1 không dưới 10mm ; chiều dày vành răng $\delta = (2,5 - 4)m_n$ nhưng không dưới 8mm ; D_0 và d_0 - xác định theo kết cấu; $H = 0,8d$; $H_1 = 0,8H$; $S = 0,15H$ nhưng không dưới 10mm ; $e = 0,8\delta$; vát mép $n \leq 0,5m_n$



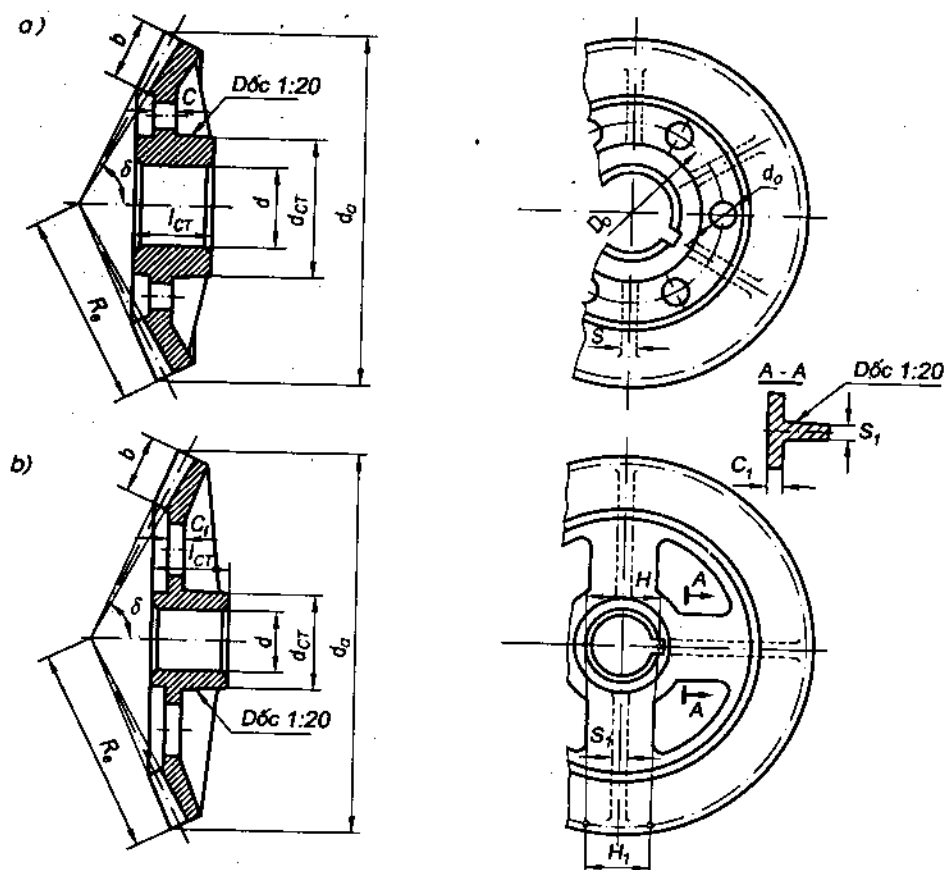
Hình 26.14: Bánh răng hình trụ hàn.

d - đường kính trục; d_{CT} đường kính moayơ, $d_{CT} = 1,6 d$; chiều dài moayơ $L_{CT} \geq b$, đồng thời phải đảm bảo $L_{CT} = (1,2 - 1,5)d$; chiều dày vách $c = 0,15b$ nhưng không dưới 8mm; $s = 0,8c$; $\delta = 2,5m_n$ nhưng không nhỏ hơn 8mm, D_0, d_0 - xác định theo kết cấu; vát mép $n = 0,5m_n$; chiều cao mối hàn $K_A = 0,1d$ và $K_b = 0,05d$ nhưng không dưới 4mm.



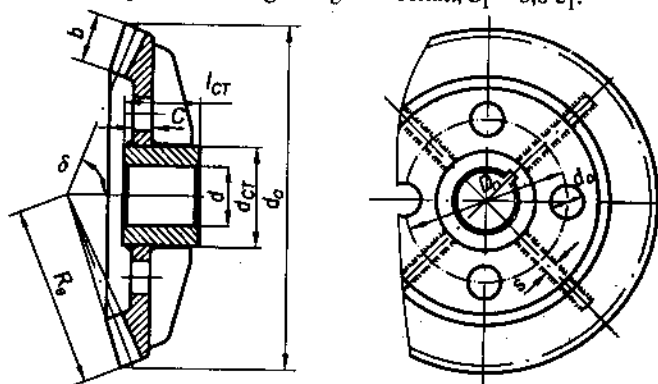
Hình 26.15. Bánh răng côn với $d_a \leq 500mm$.

a. Rèn; b. Dập; d - đường kính trục; đường kính moayơ $d_{CT} = 1,6 d$; chiều dài moayơ $L_{CT} = (1,2 - 1,5)d$; chiều dày vách $c = (0,2 - 0,3)b$; $\Delta = (2,5 - 4)m_n$ nhưng không nhỏ hơn 10mm; D_0 và d_0 - xác định theo kết cấu.



Hình 26.16. Bánh răng côn đúc.

có đĩa khi $d_a > 300\text{mm}$; b. có nan hoa khi $d_a > 400\text{mm}$; d - đường kính trục; đường kính moayơ $d_{CT} = 1,6$ đối với thép đúc và $d_{CT} = 1,8$ đối với gang đúc, chiều dài moayơ $L_{CT} = (1,2 - 1,5)d$; $\Delta = (2,5 - 4)m_n$; chiều dày đĩa $c = (0,2 - 0,3)b$ nhưng không nhỏ hơn 10mm ; $S = 0,8c$; D_0 và d_0 - xác định theo kết cấu; $H = 0,8d$ và $H_1 = 0,8H$; $c_1 = 0,2 H$ nhưng không dưới 10mm ; $S_1 = 0,8 c_1$.



Hình 26.17. Bánh răng côn đúc: d - đường kính trục; đường kính moayơ $d_{CT} = 1,6 d$; chiều dài moayơ $L_{CT} = (1,2 - 1,5)d$; chiều dày đĩa $c = (0,2 - 0,3)b$ nhưng không nhỏ hơn 8mm ; $S = 0,8c$.

26.10. TRÌNH TỰ THIẾT KẾ BỘ TRUYỀN BÁNH RĂNG

26.10.1. Đối với bộ truyền kín

1. Chọn vật liệu làm bánh răng, cách nhiệt luyện, xác định cơ tính của vật liệu: giới hạn chảy σ_{ch} , giới hạn bền σ_{BK} , độ cứng HB và HRC;

2. Xác định ứng suất cho phép;

3. Chọn sơ bộ hệ số tải trọng K;

4. Chọn hệ số ψ_A, K_{br} ;

5. Tính sơ bộ khoảng cách trục A_o nếu là cặp bánh răng trụ, hoặc đường kính vòng chia ngoài của bánh răng lớn d_{e1} nếu là cặp bánh răng côn;

6. Tính sơ bộ tốc độ tiếp tuyến v , từ đó dựa vào sổ tay thiết kế để chọn cấp chính xác bộ truyền và hệ số động lực K_d (hệ số tập trung tải trọng K_t cũng được chọn trong sổ tay). Hệ số tải trọng $K = K_d \cdot K_t$ giờ đây đã được chính xác hoá;

7. Tính lại ứng suất tiếp xúc theo hệ số K vừa được chính xác hoá xem σ_{tx} sinh ra có khác xa với $[\sigma]_{tx}$ không. Nếu không chấp nhận được thì trở về bước 1, nếu chấp nhận được thì chuyển sang bước 8;

8. Kiểm tra bộ truyền về ứng suất mỏi uốn theo các công thức (26-13) và (26-14). Để thực hiện được bước này cần phải:

+ Chọn góc nghiêng β của răng;

+ Xác định môđun m và số răng Z ;

+ Tính số răng tương đương Z_{td} để tra giá trị của hệ số dạng răng y trong sổ tay thiết kế;

+ Xác định bánh răng nào trong hai bánh răng có tích số $y[\sigma]_u$ nhỏ hơn để tiến hành tính kiểm tra.

Nếu kết quả thu được không đạt yêu cầu thì chọn lại m rồi làm lại bước 8. Nếu vẫn không đạt yêu cầu thì trở về bước 1, chọn lại vật liệu và làm lại từ đầu. Nếu kết quả thu được đạt yêu cầu thì chuyển sang bước 9.

9. Nếu có tải trọng đột ngột thì kiểm tra độ bền răng khi quá tải theo các công thức (26-17) và (26-18). Trường hợp không đạt yêu cầu thì phải chọn lại vật liệu và trở về bước 1.

10. Tính các kích thước hình học của bộ truyền.

26.10.2. Đối với bộ truyền hở

1. Chọn vật liệu và xác định cơ tính của vật liệu, xác định ứng suất uốn cho phép;

2. Xác định hệ số tải trọng K;

3. chọn góc nghiêng β và số răng Z ;

4. Chọn các hệ số γ, ψ_m, k_{br} ;

5. Tính số răng tương đương Z_{td} để tra ra giá trị của hệ số y trong sổ tay thiết kế;

6. Tính môđun m theo các công thức (26-15) và (26-16) cho bánh răng nào có tích số $y[\sigma]_u$ là nhỏ nhất;

7. Kiểm tra độ bền răng khi quá tải theo công thức (26-17) và (26-18) trong trường hợp bộ truyền làm việc có tải trọng đột ngột. Nếu không đạt yêu cầu, chọn lại vật liệu và trở về bước 1;

8. Tính các kích thước hình học của bộ truyền.

26.11. VÍ DỤ TÍNH TOÁN

Tính toán bộ truyền để hở cho trên hình 26.7 với các số liệu như sau: công suất được truyền $N = 41 \text{ kW}$; tốc độ quay bánh dẫn $n_1 = 975 \text{ v/ph}$, bánh bị dẫn $n_2 = 195 \text{ v/ph}$, bộ truyền quay một chiều không có tải trọng đột ngột.

Giải:

1. Mômen xoắn trên bánh bị dẫn:

$$M_2 = \frac{N}{\omega_2} = \frac{41 \cdot 10^3}{20,4} = 2 \cdot 10^3 \text{ Nm} = 2 \cdot 10^6 \text{ N.mm};$$

Trong đó:

$$\omega_2 = \frac{\pi n_2}{30} = \frac{\pi \cdot 195}{30} = 20,4 \text{ Rad/s};$$

2. Tỷ số truyền:

$$i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{975}{195} = 5;$$

3. Chọn vật liệu và xác định cơ tính:

- Đối với bánh lớn: chọn gang xám mác 32 - 52, có $\sigma_{BK} = 320 \text{ N/mm}^2$, độ cứng 187 - 255 HB;

- Đối với bánh nhỏ: chọn gang độ bền cao B460.2, có $\sigma_{BK} = 600 \text{ N/mm}^2$, độ cứng 197 - 269 HB;

4. Xác định ứng suất uốn cho phép:

- Đối với bánh lớn:

$$[\sigma]_u = [\sigma_0]_u = \frac{1,5 \cdot \sigma_{-1}}{[n] k_\sigma} = \frac{1,5(0,55 \sigma_{BK})}{[n] k_\sigma} = \frac{1,5 \cdot 0,55 \cdot 320}{1,9 \cdot 1,1} \approx 126 \text{ N/mm}^2;$$

- Đối với bánh nhỏ:

$$[\sigma]_u = [\sigma_0]_u = \frac{1,5(0,55 \sigma_{BK})}{[n] k_\sigma} = \frac{1,5 \cdot 0,55 \cdot 600}{1,9 \cdot 1,1} \approx 237 \text{ N/mm}^2;$$

5. Chọn hệ số tải trọng: $K = 1,4$;

6. Chọn góc nghiêng của răng: $\beta = 12^\circ$, số răng $Z_1 = 25 \rightarrow Z_2 = i \cdot Z_1 = 5 \cdot 25 = 125$;

7. Chọn $\gamma = 1,4$; $k_{br} = 1,3$; $\psi_m = \frac{b}{m} = 35$;

8. Số răng tương đương:

$$Z_{u1} = \frac{Z_1}{\cos^3 \beta} = \frac{25}{\cos^3(20^\circ)} = \frac{25}{(0,9397)^3} \approx 30$$

$$Z_{u2} = \frac{Z_2}{\cos^3 \beta} = \frac{125}{\cos^3(20^\circ)} = \frac{125}{(0,9397)^3} = 150;$$

Tra từ bảng " hệ số dạng răng" trong sổ tay thiết kế ta có: $y_1 = 0,432$; $y_2 = 0,486$;

9. Tính Môđun m theo bánh lớn (vì tích số $y[\sigma]_u$ của bánh lớn bé hơn so với bánh nhỏ), theo công thức (26-15):

$$m_n = \sqrt[3]{\frac{2MK_Y \cos \beta}{Z_Y [\sigma]_0 \psi_m K_{H\beta}}} = \sqrt[3]{\frac{2 \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 1,4 \cdot 1,4 \cdot 0,9397}{125 \cdot 0,486 \cdot 126,35 \cdot 1,3}} = \sqrt[3]{\frac{7,367 \cdot 10^6}{0,34828 \cdot 10^6}} = 2,75 \text{ mm}$$

Theo TCVN 1064 - 71 về môđun bánh răng, lấy $m = 3 \text{ mm}$;

1) Tính các kích thước hình học của bộ truyền :

- Khoảng cách trục:

$$A_w = \frac{m_n Z_c}{2 \cos \beta} = \frac{3(25 + 125)}{2 \cos(20^\circ)} = \frac{3 \cdot 150}{2 \cdot 0,9397} = 239,438 \text{ mm} ;$$

- Môđun mặt đầu:

$$m = \frac{m_n}{\cos \beta} = \frac{3}{0,9397} = 3,1925 \text{ mm} ;$$

- Đường kính vòng lăn:

$$d_{w1} = \frac{m Z_1}{\cos \beta} = \frac{3 \cdot 25}{0,939} = 79,813 \text{ mm} ;$$

$$d_{w2} = \frac{m Z_2}{\cos \beta} = \frac{3 \cdot 125}{0,939} = 399,064 \text{ mm} ;$$

- Đường kính vòng đỉnh:

$$d_{a1} = d_{w1} + 2m_n = 79,813 + 2 \cdot 3 = 79,813 \text{ mm} ;$$

$$d_{a2} = d_{w2} + 2m_n = 399,064 + 2 \cdot 3 = 405,064 \text{ mm} ;$$

- Đường kính vòng chân:

$$d_{f1} = d_{w1} - 2,5m_n = 79,813 - 2,5 \cdot 3 = 66,313 \text{ mm} ;$$

$$d_{f2} = d_{w2} - 2,5m_n = 399,064 - 2,5 \cdot 3 = 391,564 \text{ mm} ;$$

- Chiều rộng bánh răng:

$$\text{Bánh lớn: } b_1 = m \psi_m = 3 \cdot 3,35 = 75 \text{ mm} ;$$

$$\text{Bánh nhỏ: } b_2 = b_1 + 5 = 75 + 5 = 80 \text{ mm}$$

CÂU HỎI ÔN TẬP

1. Phân tích ưu, nhược điểm và phạm vi ứng dụng của truyền động bánh răng ?
2. Trình bày quan hệ hình học và động học của bánh răng trụ, răng thẳng và răng nghiêng không dịch chỉnh ?
- 3* Trình bày quan hệ hình học và động học của bánh răng trụ răng thẳng và răng nghiêng dịch chỉnh ?
- 4* Dịch chỉnh là gì ? Thế nào là dịch chỉnh dương, dịch chỉnh âm ? Hệ quả của dịch chỉnh ?
- 5* Trình bày hai phương pháp dịch chỉnh : dịch chỉnh chiều cao và dịch chỉnh góc ? Lợi ích của dịch chỉnh là gì ?
- 6* Tại sao các bộ truyền bánh răng nghiêng và bánh răng côn ít khi được dịch chỉnh ?
- 7* Trình bày quan hệ động học và hình học của bộ truyền bánh răng côn ?
- 8* Đối với bộ truyền kín, người ta tính toán theo hai bước, đó là những bước nào và mục đích tính toán của từng bước ?

TRUYỀN ĐỘNG TRỤC VÍT - BÁNH VÍT

27.1. KHÁI NIỆM CHUNG

27.1.1. Nguyên tắc làm việc và phân loại

1. Nguyên tắc làm việc: truyền động trục vít - bánh vít (mà dưới đây chúng ta sẽ gọi tắt là "truyền động trục vít", làm việc theo nguyên tắc vít - đai ốc, trong đó trục vít đóng vai trò vít, còn bánh vít đóng vai trò đai ốc. Sự khác nhau là ở chỗ, ren của đai ốc được uốn cong về phía trong để ôm trọn lấy vòng ren của vít, do đó khi vít quay mà không tịnh tiến thì sẽ làm cho ren của đai ốc chuyển động thẳng, ngược lại ren của bánh vít được uốn cong ra phía ngoài cho nên khi trục vít quay mà không tịnh tiến thì sẽ làm cho ren của bánh vít chuyển động quanh tâm bánh vít và đó là nguyên nhân khiến cho bánh vít quay chứ không tịnh tiến như đai ốc.

Về nguyên tắc, truyền động trục vít có thể truyền chuyển động giữa hai trục giao nhau với một góc bất kỳ, nhưng trong thực tế thường là góc 90^0 như trên hình 27.1a.

2. Phân loại bộ truyền trục vít - bánh vít (dưới đây sẽ gọi tắt là "bộ truyền trục vít"):

a. Theo vị trí tương đối của trục vít so với bánh vít có thể chia ra:

- Bộ truyền trục vít nằm trên (hình 27.1b);
- Bộ truyền trục vít nằm dưới (hình 27.1c);
- Bộ truyền trục vít nằm bên cạnh (hình 27.1d).

b. Theo hình dáng trục vít có:

- Bộ truyền trục vít trụ (hình 27.1 và 27.5), trong đó trục vít có hình trụ như trên hình 27.2a;
- Bộ truyền trục vít lõm, hay còn được gọi là bộ truyền glôbôit, trong đó trục vít được khoét lõm như trên hình 27.2b để có nhiều ren cùng ăn khớp.

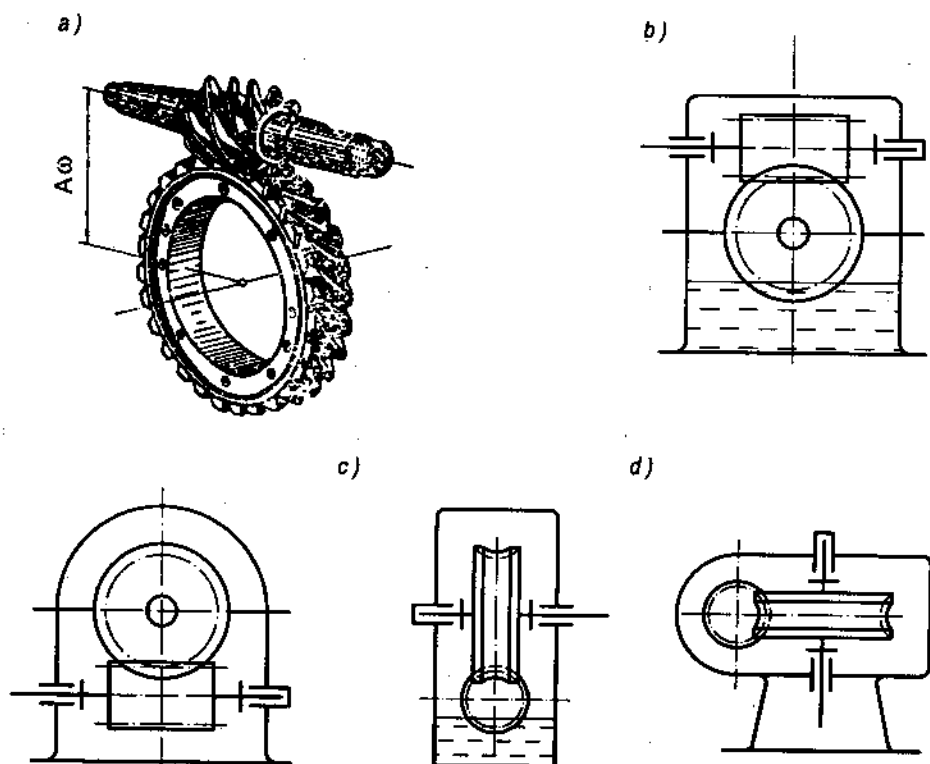
c. Theo biên dạng (prôphin) ren có:

- Bộ truyền trục vít acsimet, có cạnh ren thẳng trong mặt cắt dọc chứa đường tâm trục, tương tự như ren thang cân (hình 27.3);
- Bộ truyền trục vít kônvolvut, có cạnh ren thẳng trong mặt cắt pháp tuyến với đường ren.

- Bộ truyền trục vít thân khai có cạnh ren thẳng trong mặt cắt dọc tiếp tuyến với mặt trụ cơ sở.

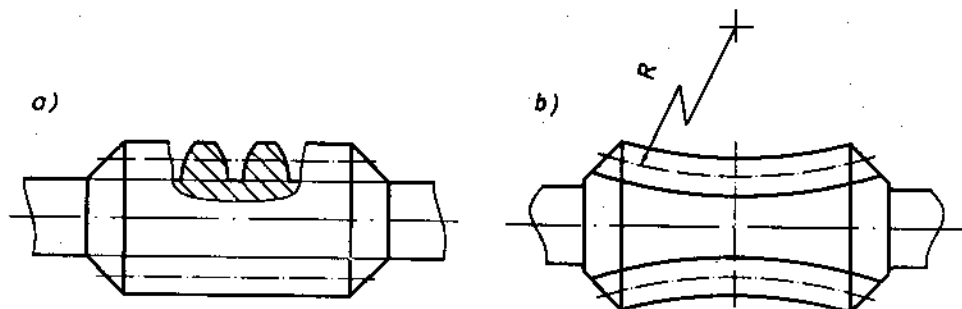
3. Công nghệ chế tạo

a. Đối với trục vít: việc lựa chọn biên dạng nào trong ba biên dạng kể trên sẽ quyết định công nghệ chế tạo. Hình 27.4 giới thiệu vị trí đặt dao khi làm ren trên máy công cụ.

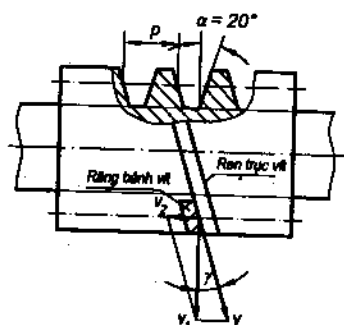


Hình 27.1. bộ truyền trục vít.

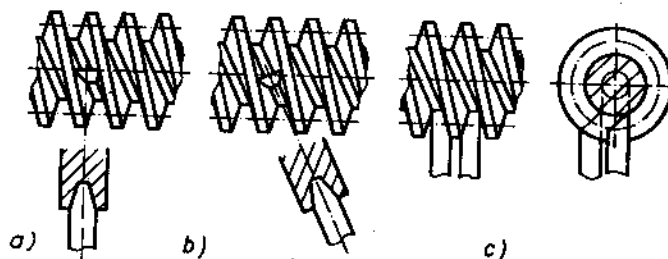
a- trục vít ăn khớp với bánh vít; b- hộp giảm tốc một cấp, trục vít đặt trên; c- hộp giảm tốc một cấp, trục vít đặt dưới; d- hộp giảm tốc một cấp, trục vít đặt bên cạnh.



Hình 27.2. trục vít: a- trụ; b- lôm (globôit).



Hình 27.3. trục vít trụ Acsimet.



Hình 27.4. Vị trí đặt dao khi làm ren trục vít trên máy công cụ: a- làm ren Acsimet; b- làm ren kônvolvut; c- làm ren thân khai;

- Trục vít acsimet được chế tạo trên máy tiện thông thường, với dao cắt hai lưỡi đối xứng có góc cắt như nhau, hướng ăn dao thẳng góc với đường tâm trục (hình 27.4a). Mặt ren thường không mài (vì nếu mài thì phải có đá mài với hình dạng đặc biệt, khó tạo dáng), do vậy trục vít Acsimet thường được dùng trong các bộ truyền chỉ yêu cầu độ cứng mặt ren dưới 350 HB để dao tiện có thể cắt ren được. Trong mặt cắt ngang (thẳng góc với đường tâm trục vít) đường ren có dạng đường acsimet, vì thế có tên gọi là trục vít acsimet.

- Trục vít kônvolvut cũng được chế tạo giống như trục vít Acsimet, nhưng ở đây dao cắt và hướng ăn dao đều song song với đường xoắn ốc (hình 27.4b). Trong mặt cắt dọc chứa đường tâm trục vít, biên dạng răng là đường cong như trên hình 27.2a.

- Trục vít thân khai có thể được mài ren bằng đá mài dẹt (hình 27.4c) do đó được dùng khi cần có độ cứng mặt ren trên 450 HRC. Trong mặt cắt ngang (vuông góc với đường tâm trục vít), đường ren có dạng đường thân khai và vì thế có tên gọi là trục vít thân khai.

b. Đối với bánh vít: bánh vít thường được chế tạo bằng dao phay lăn, có hình dáng giống như trục vít sẽ ăn khớp với nó, chỉ khác một điều là đường kính ngoài của dao hơi lớn hơn đường kính ngoài của trục vít để tạo khe hở hướng kính ở chân răng bánh vít. Quá trình chuyển động của dao để cắt răng cũng giống hết như quá trình ăn khớp giữa trục vít với bánh vít, do đó khi bộ truyền làm việc sau này, ren trục vít và bánh vít cũng sẽ tiếp xúc theo đường như khi ren của dao phay tiếp xúc theo đường trên mặt răng bánh vít mà nó đang cắt.

Vì dao phay chỉ ăn dao theo hướng kính nên mặt chân răng trên bánh vít không phải là mặt trụ tròn mà là một phần mặt xoắn. Để ren trục vít tiếp xúc với răng bánh vít được nhiều hơn, mặt đỉnh răng bánh vít cũng có hình một phần mặt xoắn.

27.1.2. Ưu nhược điểm và phạm vi ứng dụng

1. Ưu điểm

- Tỷ số truyền lớn mà kích thước bộ truyền lại nhỏ gọn;
- Làm việc êm và không ồn;
- Có khả năng tự hãm- là một đặc điểm rất cần thiết trong ngành máy nâng, máy xây dựng...

2. Nhược điểm

- Hiệu suất thấp (do tổn thất công suất vì ma sát lớn);
- Phát nhiệt nhiều (do ma sát lớn);
- Vật liệu làm bánh vít thường phải có tính giảm ma sát tốt (đồng thanh...) nên đắt tiền.

3. Phạm vi ứng dụng

- Do hiệu suất thấp nên thường chỉ dùng trong trường hợp công suất nhỏ hoặc vừa, tức là không quá 50-60 kW (trường hợp đặc biệt có thể đến 200kW);
- Tỷ số truyền $i = 20 - 60$ (đôi khi có thể đến 100) nếu là để truyền tải trọng, $i \leq 300$ nếu là để truyền chuyển động (như trong cơ cấu phân độ, dụng cụ đếm...);
- Bộ truyền kín (hộp giảm tốc) thường được dùng trong máy công cụ, máy nâng chuyển..., bộ truyền hở thường được dùng trong cơ cấu quay tay, trong các máy không quan trọng.

Ghi chú: do bộ truyền trục vít trụ Acsimet (đặc biệt là trục vít Acsimet ren phải) được sử dụng rộng rãi hơn cả nên phần còn lại của chương này chỉ nói về bộ truyền trục vít trụ Acsimet mà thôi. Về các bộ truyền trục vít lõm (globoit), trục vít trụ thân khai và trục vít convolut bạn đọc có thể tìm hiểu trong [3, 5, 6] và các tài liệu chuyên khảo khác.

27.2. QUAN HỆ HÌNH HỌC VÀ ĐỘNG HỌC BỘ TRUYỀN TRỤC VÍT KHÔNG DỊCH CHỈNH

Do trục vít thường là bộ phận dẫn, bánh vít là bộ phận bị dẫn nên người ta quy ước trục vít được đánh chỉ số 1, bánh vít chỉ số 2 (hình 27.5).

- Đường kính vòng lăn d_{ω} và đường kính vòng chia d : cũng như trong bộ truyền bánh răng đã xét trước đây, khi không dịch chỉnh thì $d_{\omega} = d$, tức là $d_{\omega 1} = d_1$; $d_{\omega 2} = d_2$ (hình 27.5).

- Bước ren p , môđun m và góc biên dạng răng $\alpha = 20^{\circ}$ được đo trong tiết diện chứa đường tâm trục vít (hình 27.3). Giữa bước ren và môđun có quan hệ sau:

$$m = \frac{p}{\pi}; \quad (27-1)$$

Giá trị của m được tiêu chuẩn hoá theo hai dãy theo thứ tự ưu tiên:
 Dãy 1: 1,0; 1,25; 1,6; 2; 2,5; 3,15; 4,0; 5,0; 6,3; 8,0; 10; 12,5; 16; 20;
 Dãy 2: 1,5; 3,0; 3,5; 6,0; 7,9; 12; 14;

- Hệ số đường kính q của trục vít:

$$q = d_1 / m; \quad (27-2)$$

Giá trị của q được tiêu chuẩn hóa theo hai dãy sau (theo thứ tự ưu tiên):

Dãy 1: 8,0; 10,0; 12,5; 16,0; 20,0; 25,0;

Dãy 2: 7,1; 7,5; 9,0; 11,2; 12,0; 14,0; 18,0; 22,4;

- Số mối ren Z_1 của trục vít: $Z_1 = 1 - 4$;

- Số răng Z_2 của bánh vít: $Z_2 = 27 - 80$. Để đảm bảo điều kiện không cắt chân răng, cần lấy $Z_2 \geq 28$;

- Tỷ số truyền i :
$$i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{Z_2}{Z_1};$$

trong đó: n_1 và n_2 lần lượt là tốc độ quay của trục vít và bánh vít, v/ph;

Z_1 và Z_2 lần lượt là số mối ren của trục vít và số răng của bánh vít.

Nếu Z_1 có giá trị nhỏ nhất ($Z_1 = 1$) trong khi Z_2 có giá trị lớn nhất ($Z_2 = 80$) và trong những bộ truyền tải trọng nhỏ có thể tới $Z_2 = 120$) thì tỷ số truyền của bộ truyền trục vít có thể đạt tới $i = 80 - 120$. Tỷ số truyền i được tiêu chuẩn hoá thành hai dãy theo thứ tự ưu tiên:

Dãy 1: 8; 10; 12,5; 16; 20; 25; 31,5; 40; 50; 63; 80;

Dãy 2: 9; 11,2; 14; 18; 22,4; 28; 33,5; 45; 56; 71;

Khi thiết kế, có thể lấy giá trị Z_1 và Z_2 trên cơ sở tỷ số truyền i như trong bảng 27-1 dưới đây:

Bảng 27-1. Giá trị của Z_1 và Z_2 nên chọn dùng cho bộ truyền phi tiêu chuẩn.

i	7 - 8	9 - 13	14 - 27	28 - 40	>40
Z_1	4	3 - 4	2 - 3	1 - 2	1
Z_2	28 - 32	27 - 52	28 - 81	28 - 80	> 40

Góc nâng γ của đường ren đo trên trụ chia của trục vít (hình 27.3):

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{mZ_1}{d_1} = \frac{Z_1}{q}; \quad (27-3)$$

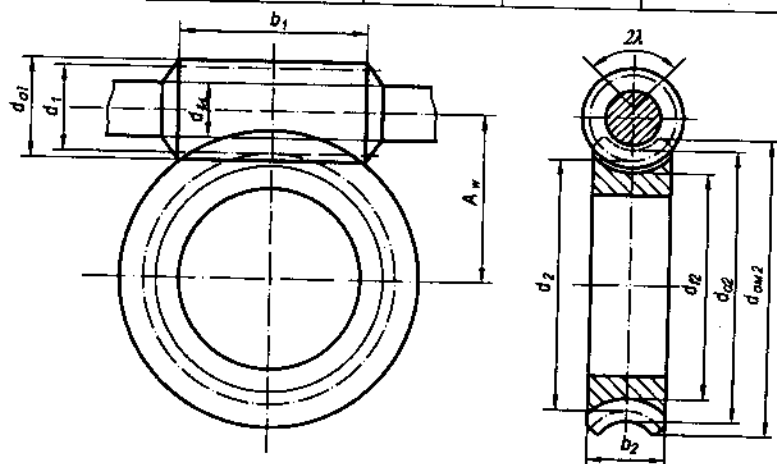
Giá trị của γ ứng với giá trị q tiêu chuẩn được tính sẵn và cho trong bảng 27-2.

- Các đường kính của trục vít (hình 27.5):

$$\left. \begin{aligned} d_1 &= qm \\ d_{a1} &= d_1 + 2m = (q + 2)m; \\ d_{f1} &= d_1 - 2,4m = (q - 2,4)m; \end{aligned} \right\} \quad (27-4)$$

Bảng 27-2. Góc nâng γ của đường ren đo trên trục chia của trục vít:

Z_1	Giá trị của γ ứng với q :						
	16	14	12	10	9	8	7,5
1	$3^0 34' 35''$	$4^0 05' 09''$	$4^0 45' 49''$	$5^0 42' 38''$	$6^0 20' 25''$	$7^0 07' 30''$	$7^0 35' 41''$
2	$7^0 07' 30''$	$8^0 07' 48''$	$9^0 27' 44''$	$11^0 18' 36''$	$12^0 31' 44''$	$14^0 02' 10''$	$14^0 55' 53''$
3	$10^0 37' 15''$	$12^0 05' 40''$	$14^0 02' 10''$	$16^0 41' 56''$	$18^0 26' 06''$	$20^0 33' 22''$	$21^0 48' 00''$
4	$14^0 02' 10''$	$15^0 56' 43''$	$18^0 25' 06''$	$21^0 48' 05''$	$23^0 57' 45''$	$26^0 33' 54''$	$28^0 04' 21''$



Hình 27.5. Các thông số hình học của bộ truyền trục vít.

- Khe hở hướng kính: $e = 0,2m$;
- Các đường kính của bánh vít trong tiết diện dọc chứa đường tâm (tiết diện chiếu trục):

$$\left. \begin{aligned} d_2 &= mZ_2; \\ d_{a2} &= d_2 + 2m = (Z_2 + 2)m; \\ d_{f2} &= d_2 - 2,4m = (Z_2 - 2,4)m; \end{aligned} \right\} \quad (27-5)$$

$$\text{- Khoảng cách trục: } A_w = \frac{d_1 + d_2}{2} = \frac{(q + Z_2)m}{2} \quad (27-6)$$

- Hiệu suất ăn khớp η_{ak} bộ truyền khi trục vít là trục dẫn, tương tự như ở bộ truyền vít - đai ốc:

$$\eta_{ak} = \frac{\operatorname{tg} \gamma}{\operatorname{tg}(\gamma + \rho)} \quad (27-7)$$

Trong đó: $\gamma = \arctg \frac{Z_1}{q}$ - góc nâng của đường ren trục vít; ρ - góc ma sát, giá trị phụ thuộc vào vận tốc trượt v_{tr} cho trong bảng 27.3

Bảng 27-3. Hệ số ma sát f và góc ma sát ρ giữa trục vít bằng thép với bánh vít bằng đồng thanh thiếc - phospho.

Vận tốc trượt v_{tr}	f	ρ	Vận tốc trượt v_{tr}	f	ρ
0,01	0,10 - 0,12	$5^{\circ}40' - 6^{\circ}50'$	2,5	0,03 - 0,04	$1^{\circ}40' - 2^{\circ}20'$
0,1	0,08 - 0,09	$4^{\circ}30' - 5^{\circ}10'$	3,0	0,028 - 0,035	$1^{\circ}30' - 2^{\circ}00'$
0,25	0,065 - 0,075	$3^{\circ}40' - 4^{\circ}20'$	4,0	0,023 - 0,03	$1^{\circ}20' - 1^{\circ}40'$
0,5	0,055 - 0,065	$3^{\circ}10' - 3^{\circ}40'$	7,0	0,018 - 0,026	$1^{\circ}00' - 1^{\circ}30'$
1,0	0,045 - 0,055	$2^{\circ}30' - 3^{\circ}10'$	10,0	0,016 - 0,024	$0^{\circ}55' - 1^{\circ}20'$
1,5	0,04 - 0,05	$2^{\circ}20' - 2^{\circ}50'$	15,0	0,014 - 0,020	$0^{\circ}50' - 1^{\circ}10'$
2,0	0,035 - 0,045	$2^{\circ}00' - 2^{\circ}30'$			

Ghi chú:

1. Giá trị thấp ứng với bộ truyền được bôi trơn tốt, trục vít được tôi và đánh bóng mặt răng.
2. Khi bánh vít làm bằng đồng không thiếc hay đồng thau thì tăng giá trị trong bảng lên 30-50%.

- Tốc độ trượt (hình 27.3) là hiệu vectơ của tốc độ tiếp tuyến v_1 của trục vít và v_2 của bánh vít: $v_{tr} = \frac{v_1}{\cos \gamma}$ m/s; trong đó: $v_1 = \frac{\pi d_1 n_1}{60}$ và $v_2 = \frac{\pi d_2 n_2}{60}$, m/s;

- Tỷ số tốc độ: $\frac{v_2}{v_1} = \operatorname{tg} \gamma$;

- Vận tốc trượt lớn là nguyên nhân làm giảm hiệu suất của bộ truyền;

- Hiệu suất η của bộ truyền: $\eta = (0,95 - 0,97) \eta_{ak}$;

Trong đó hệ số (0,95 - 0,97) là để xét tới tổn thất công suất do lực cản của dầu trong hộp và do ma sát ở gối đỡ; η_{ak} được tính theo công thức 27.7. Khi tính toán sơ bộ, chưa biết giá trị của γ và v_{tr} nên có thể căn cứ vào Z_1 để tạm lấy như sau:

Z_1	1	2	3	4
η	0,70 - 0,75	0,75 - 0,82	0,82 - 0,87	0,87 - 0,92

- Các giá trị tiêu chuẩn của A_w , i , Z_1 , Z_2 và hệ số dịch chỉnh x được cho trong bảng tổng hợp của tiêu chuẩn nhà nước (ГОСТ 2144 -76 của Liên xô)

27.3. KẾT CẤU TRỤC VÍT VÀ BÁNH VÍT

27.3.1. Kết cấu trục vít

Trục vít (hình 27.2 ÷ 27.5) được cấu tạo dựa theo công thức (27-4) và theo gợi ý trong bảng 27-6 dưới đây.

Bảng 27-6. Lựa chọn chiều dài phần có ren b_1 của trục vít, đường kính d_{aM2} và chiều rộng b_2 của bánh vít.

Các thông số cần xác định (mm)	Hệ số dịch chỉnh $x =$	Số mối ren của trục vít Z_1			
		1	2	3	4
b_1	-1	$\geq (10,5 + Z_1)m$		$\geq (10,5 + Z_1)m$	
	-0,5	$\geq (8 + 0,06Z_2)m$		$\geq (9,5 + 0,09Z_2)m$	
	0	$\geq (11 + 0,06Z_2)m$		$\geq (12,5 + 0,09Z_2)m$	
	+1	$\geq (11 + 0,1 Z_2)m$		$\geq (12,5 + 0,1Z_2)m$	
	+0,5	$\geq (12 + 0,1Z_2)m$		$\geq (13 + 0,1Z_2)m$	
d_{aM2}	-	$\leq d_{a2} + 2m$	$\leq d_{a2} + 1,5m$		$\leq d_{a2} + m$
b_2	-	$\leq 0,75 d_{a1}$			$\leq 0,67d_{a1}$

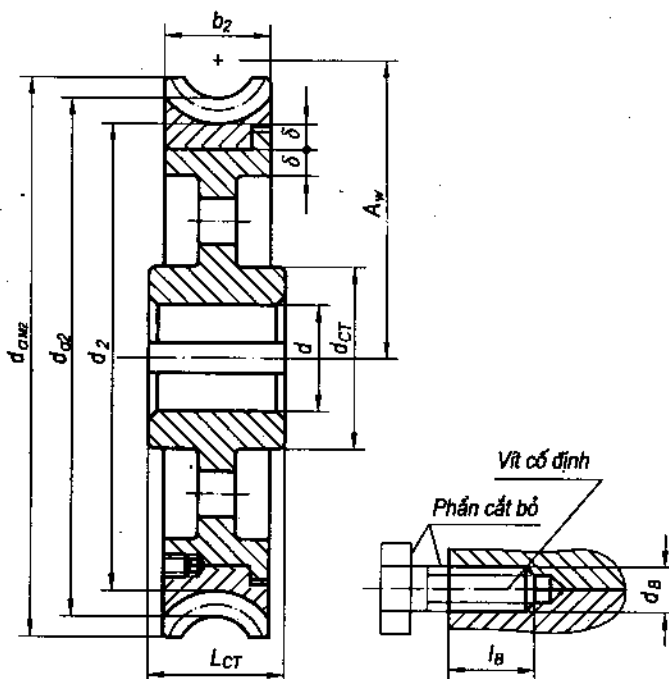
Ghi chú: nếu là trục vít được phay và mài thì giá trị b_1 trong bảng nên được tăng thêm một lượng như sau: 25mm khi $m < 10\text{mm}$; 35 - 40 mm khi $m = 10 - 16\text{ mm}$; 50mm khi $m > 16\text{mm}$.

27.3.2. Kết cấu bánh vít

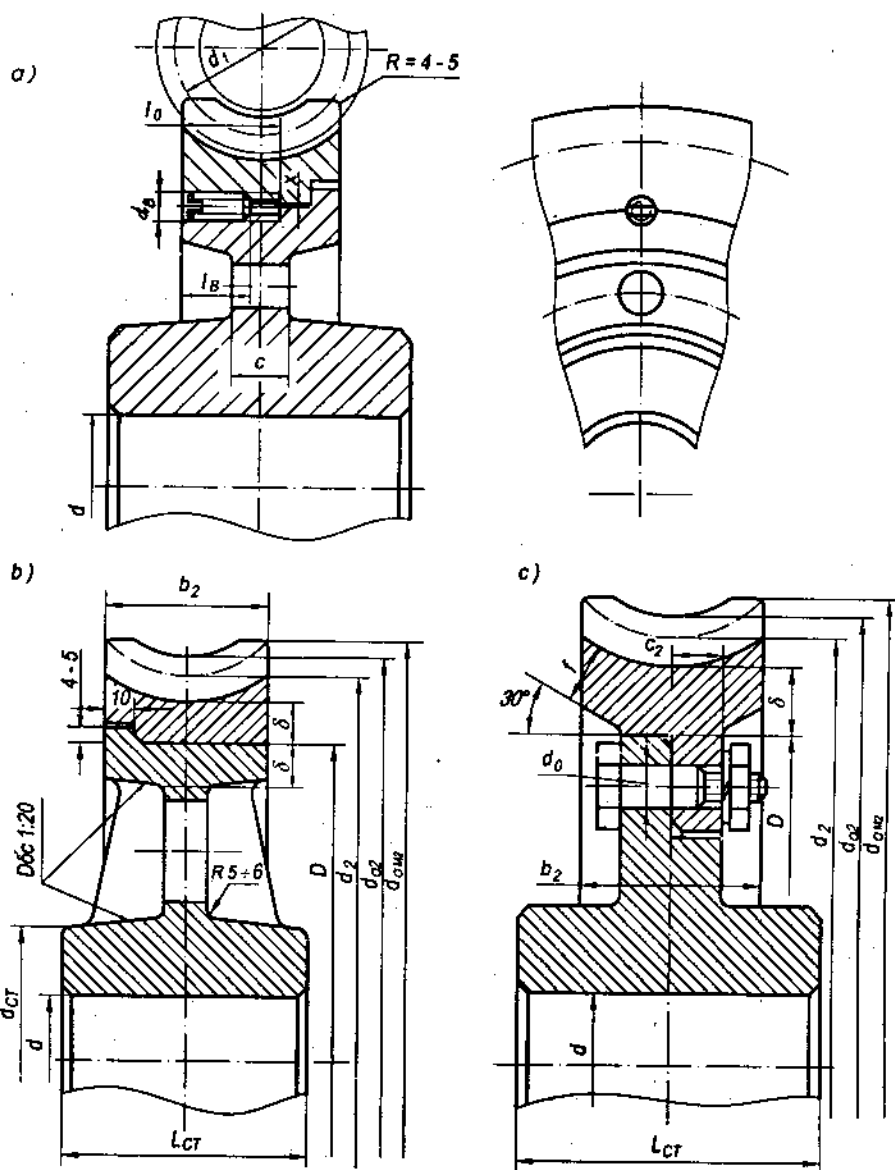
Bánh vít (xem hình 27.6 ÷ 27.10) được cấu tạo dựa theo công thức (27-5) và theo gợi ý trong bảng 27.6

Để tiết kiệm kim loại màu đắt tiền, bánh vít không được chế tạo nguyên khối mà chỉ vành ngoài được làm bằng đồng rồi ghép với thân bằng gang đúc. Mối ghép giữa hai chi tiết này theo chế độ lắp chặt (hoặc một chi tiết theo chế độ lắp trung gian) rồi bắt vít cố định để chống xoay giữa vành đồng với thân gang (hình 27.6 và 27.7a). Đó là vì khi làm việc bộ truyền bị nóng lên làm mối ghép ép bị lỏng ra do hệ số giãn nở dài của đồng (vành ngoài) lớn hơn của gang (thân).

Khi bánh vít có đường kính ngoài cùng $d_{aM2} > 400\text{mm}$ thì thân đúc của nó có gân (hình 27.7b).



Hình 27.6. bánh vít với vành răng lắp ép với thân rồi cố định bằng vít.

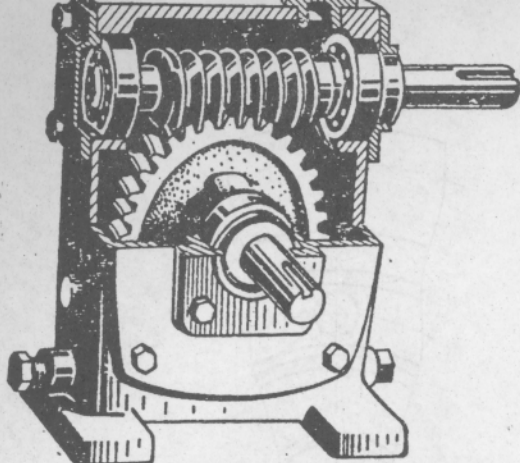


Hình 27.7. Cấu tạo bánh vít ghép.

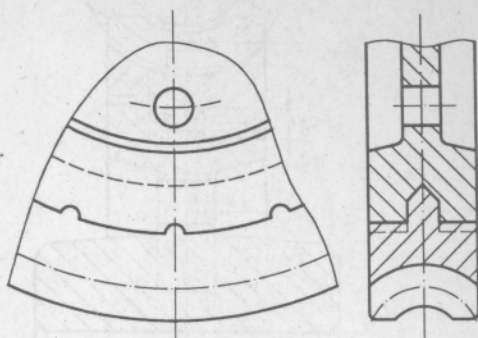
a- vành được lắp ép; b- thân đúc có gân (khi $d_{M1} > 400$ mm); c- vành được bắt bu lông vào với thân; d- đường kính trục: $d_{CT} = (1,6 - 1,8)d$; $L_{CT} = (1,2 - 1,8)d$; $C = 0,3b$; $\delta = 2m$, nhưng không dưới 10 mm; $D_b \approx (1,2 - 1,5)m$; $l_b \approx 0,3b$; $l_0 = l_b + 0,25d_b$; $X = 2 - 3$ mm; $C_1 = 0,2b$, nhưng không dưới 10 mm; $C_2 = 0,25B$; $f = 1,7m$; d_0 - xác định theo tính toán.

Bánh vít có vành được bắt bằng bulông vào với thân qua lỗ doa được giới thiệu trên hình 27.7c. Số lượng và đường kính bulông được xác định bằng phép tính về sức bền cắt với ứng suất cắt cho phép $[\tau]_c \approx 0,2\sigma_{ch}$.

Bánh vít đường kính không lớn được chế tạo nguyên khối (hình 27.8), còn nếu sản xuất hàng loạt thì được đúc bằng kim (hình 27.9): vành đồng được đúc ly tâm trong khuôn kim.



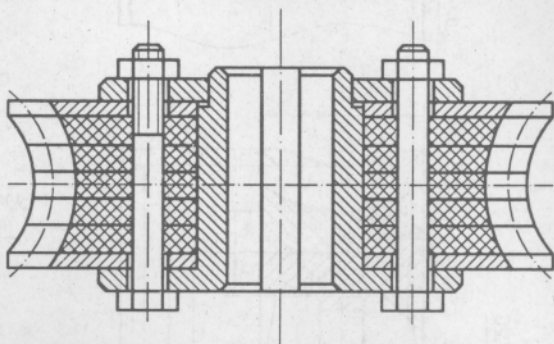
Hình 27.8. Hộp giảm tốc trực vít với bánh vít nguyên khối.



Hình 27.9. Bánh vít được đúc bằng kim.

loại, trong khuôn đã đặt sẵn thân bằng gang rời. Để chống xoay vành, trên mặt tiếp xúc với vành của thân gang có tạo những khắc lõm để khi đúc thì đồng sẽ được dẫn đầy vào đó.

Bánh vít bằng chất dẻo (hình 27.10) gồm nhiều tấm mỏng ghép thành khối bằng đinh tán hoặc bulông, đôi khi bằng cách dán. Để bảo vệ các tấm chất dẻo khỏi bị vỡ rời ra, hai má ngoài cùng là hai tấm thép dày 2 - 4mm.



Hình 27.10. Bánh vít chất dẻo với moayơ thép

27.4. TRÌNH TỰ THIẾT KẾ BỘ TRUYỀN TRỰC VÍT

1. Dự đoán vận tốc trượt v_{tr} , chọn vật liệu và cách chế tạo, phương pháp nhiệt luyện và cấp chính xác của bộ truyền;
2. Xác định ứng suất cho phép;
3. Chọn số mối ren Z_1 , hệ số đường kính q , tính số răng bánh vít $Z_2 = iZ_1$, chọn sơ bộ hiệu suất η ;
4. Tính sơ bộ khoảng cách trục A_w và môđun m , lấy m theo tiêu chuẩn;
5. Kiểm nghiệm vận tốc trượt v_{tr} , hệ số tải trọng K và hiệu suất η ;
6. Kiểm nghiệm ứng suất uốn của răng bánh vít;
7. Xác định các kích thước chính của bộ truyền;
8. Kiểm nghiệm độ bền của thân trục vít (sẽ trình bày ở chương "trục");
9. Tính kiểm tra hộp giảm tốc trực vít về nhiệt.

CÂU HỎI ÔN TẬP

1. Trình bày ưu nhược điểm và phạm vi ứng dụng của truyền động trực vít – bánh vít ?
2. Trình bày quan hệ hình học và động học của bộ truyền trực vít không dịch chỉnh ?
- 3* Mục đích chính của việc dịch chỉnh đối với bộ truyền trực vít là gì ? Viết các công thức phản ánh quan hệ hình học của bộ truyền trực vít có dịch chỉnh ?

Chương 28

TRỤC

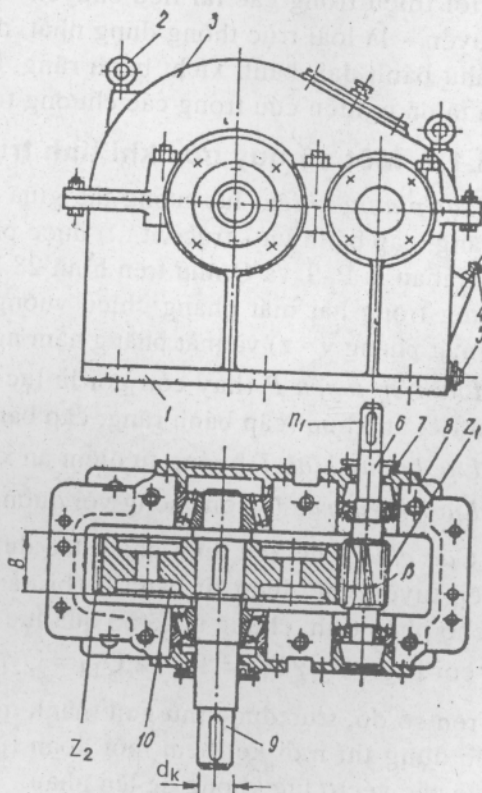
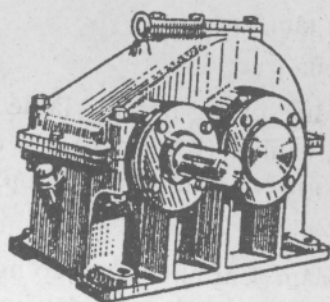
28.1. KHÁI NIỆM CHUNG

28.1.1. Công dụng và phân loại

1. **Công dụng:** trục dùng để đỡ và lắp đặt các chi tiết máy quay. Trục chịu uốn do ứng lực xuất hiện trong các chi tiết của bộ truyền, do trọng lượng của các chi tiết ấy và do trọng lượng bản thân trục. Mặt khác, trục còn được dùng để truyền chuyển động quay và để chịu xoắn.

2. **Phân loại:** theo đặc điểm chịu tải, trục được chia ra: trục truyền và trục tâm.

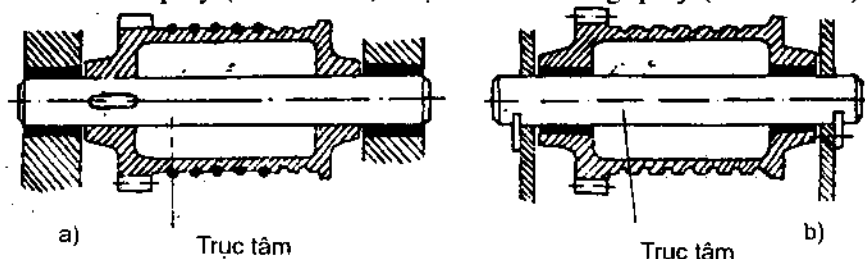
- **Trục truyền** vừa chịu uốn, vừa chịu xoắn. Ví dụ trục (6) trên hình 28.1 chịu mômen uốn do lực ăn khớp của cặp bánh răng Z_1 và Z_2 sinh ra, lại chịu mômen xoắn do động cơ điện truyền tới (thông qua nối trục, không thể hiện trên hình vẽ).



Hình 28.1. Hộp giảm tốc bánh răng trụ răng nghiêng một cặp:

1- vỏ dưới; 2- bulông vòng; 3- vỏ trên; 4- thước đo dầu; 5- nút tháo dầu; 6- trục răng dẫn; 7- đệm kín; 8- nắp ổ đỡ; 9- trục bị dẫn; 10- bánh răng.

- *Trục tâm* chỉ chịu mômen uốn. Ví dụ trục đỡ tang cuộn cáp trên hình 28.2 chỉ chịu mômen uốn do lực căng của cáp và trọng lượng của tang gây ra. Trục tâm có thể quay (hình 28.2a) hoặc có thể không quay (hình 28.2b).



Hình 28.2. Trục tâm đỡ tang cuộn cáp:

a - trục quay cùng với tang nhờ có then; b - trục đứng yên, tang quay trơn trên trục.

Ngoài ra còn có các loại trục đặc biệt như *trục mềm* (dùng trong máy mài di động ...), *trục khuỷu* (dùng trong máy nổ ...), *trục truyền dẫn xa* (dùng trong máy bơm sâu, máy nâng chuyển ...) và nhiều trục chuyên dụng khác được giới thiệu trong các tài liệu chuyên ngành. Ở đây chúng ta chỉ xem xét trục truyền – là loại trục thông dụng nhất, được dùng để đỡ các chi tiết truyền động như bánh đai, bánh xích, bánh răng, bánh vít ... trong các bộ truyền cơ khí mà ta đã nghiên cứu trong các chương trước.

28.1.2. Một số quy ước khi tính trục

- *Mặt phẳng chiếu*: lực tương tác giữa hai chi tiết dẫn và bị dẫn (như cặp bánh răng, cặp bánh vít - trục vít ...) được phân tích thành ba thành phần vuông góc với nhau là P , T và Q như trên hình 28.3. Do vậy biểu đồ mômen uốn được xây dựng trong hai mặt phẳng chiếu vuông góc với nhau là mặt phẳng thẳng đứng (mặt phẳng $y - z$) và mặt phẳng nằm ngang (mặt phẳng $x - z$);

- *Lực tiếp tuyến P* (hay còn gọi là lực vòng): tiếp tuyến với vòng lăn của hai chi tiết ăn khớp (cặp bánh răng, cặp bánh vít - trục vít ...);

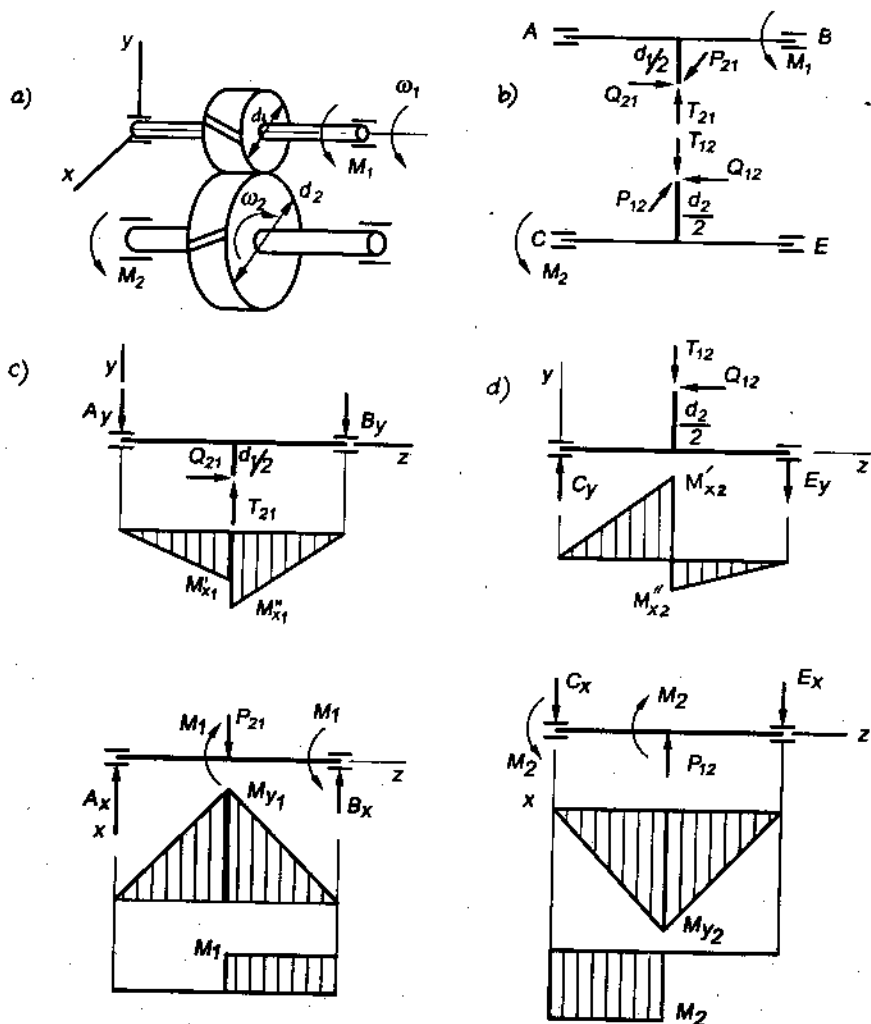
- *Lực hướng kính T* hướng từ điểm ăn khớp tới tâm trục;

- *Lực chiều trục Q* song song với đường tâm của trục;

- *Các chỉ số để xác định chiều tác dụng của lực*, chẳng hạn P_{21} là để chỉ lực tiếp tuyến, tác dụng từ bánh 2 (bị dẫn) sang bánh 1 (bánh dẫn). Để đơn giản cho phép tính, chúng ta sẽ bỏ qua lực ma sát giữa cặp chi tiết ăn khớp, do đó sẽ coi $P_{12} = P_{21}$; $T_{12} = T_{21}$ và $Q_{12} = Q_{21}$ (hình 28.3).

Trên sơ đồ, trục được thu gọn thành một nét đậm. Chỉ những nơi có ngoại lực tác dụng thì mới kẻ thêm một đoạn từ đường tâm trục đến nơi đặt lực để hình vẽ các vectơ lực không đè lên nhau.

Mômen xoắn M_1 trên trục dẫn thì cùng chiều với chiều quay ω_1 của trục dẫn, trong khi mômen cản hữu ích sinh ra trên trục bị dẫn lại ngược chiều với chiều quay ω_2 của trục này.



Hình 28.3. Bộ truyền một cấp, bánh răng trụ răng nghiêng: a- sơ đồ bộ truyền; b- lực ăn khớp; c- sơ đồ tải trọng của trục dẫn trong hai mặt phẳng vuông góc cùng biểu đồ mômen uốn và biểu đồ mômen xoắn trong hai mặt phẳng này; d- sơ đồ tải trọng của trục bị dẫn.

Ghi chú: Mặc dù trục truyền được dùng trong tất cả bộ truyền cơ khí, nhưng do khuôn khổ của giáo trình, phần còn lại của chương này chúng ta chỉ xem xét trục trong bộ truyền bánh răng trụ một cấp. Bạn đọc có thể vận dụng các phương pháp tiếp cận ở đây để áp dụng vào việc thiết kế trục trong các bộ truyền khác. Khi cần nghiên cứu sâu hơn, có thể tham khảo trong các tài liệu ghi ở cuối sách.

28.2. XÂY DỰNG BIỂU ĐỒ ỨNG LỰC

Để tính toán được đường kính trục, ta cần xây dựng biểu đồ ứng lực trên toàn bộ chiều dài của nó. Muốn vậy, phải xác định được ngoại lực tác dụng

lên trục – mà đối với bộ truyền bánh răng trụ, đó chính là lực ăn khớp của các cặp bánh răng được lắp trên trục (bỏ qua trọng lượng bản thân của các chi tiết của bộ truyền). Công thức tính toán lực ăn khớp cho trong bảng dưới đây, với chú ý β là góc nghiêng của răng (đối với răng thẳng thì $\beta = 0$).

Lực ăn khớp	Bánh nhỏ (bánh dẫn)	Bánh lớn (bánh bị dẫn)
Tiếp tuyến	$P_{21} = \frac{2M_1}{d_1}$	$P_{12} = \frac{2M_2}{d_2}$
Hướng kính	$T_{21} = P_{21} \frac{\tan \alpha}{\cos \beta}$	$T_{12} = P_{12} \frac{\tan \alpha}{\cos \beta}$
Chiều trục	$Q_{21} = P_{21} \tan \beta$	$Q_{12} = P_{12} \tan \beta$

Ghi chú: trong các công thức trên, M_1 và M_2 lần lượt là mômen quay (xoắn) trên trục dẫn và trục bị dẫn, với chú ý rằng $M = \frac{10^3 N}{\omega}$ (N.m) mà N là công suất trên trục (kW) và ω là tốc độ góc của trục (Rad/s); d_1 và d_2 lần lượt là đường kính vòng chia của bánh dẫn và bánh bị dẫn, và nhớ rằng trong bộ truyền không điều chỉnh thì đường kính vòng chia và vòng lăn trùng nhau, nghĩa là $d_1 = d_{\omega 1}$, $d_2 = d_{\omega 2}$; α là góc ăn khớp trong tiết diện pháp tuyến; β là góc nghiêng của răng. Với bánh răng thẳng thì $\beta = 0$ (xem chương 26);

Như trên đã xác định: $P_{21} = P_{12}$; $T_{21} = T_{12}$; $Q_{21} = Q_{12}$.

Cần lưu ý rằng trên trục bị dẫn, ngoài các lực ăn khớp đã nêu, còn có lực công son S tác dụng mà trên sơ đồ 28.3 không được thể hiện. Lực đó, tùy từng trường hợp cụ thể, có thể là lực căng của bộ truyền xích hay của bộ truyền đai, hoặc cũng có thể là lực sinh ra do nối trục được lắp không đồng tâm, ... Nếu không biết rõ phương của S thì để được an toàn, nên cho nó trùng với phương chiều của lực tiếp tuyến P_{12} để tính. Cách xác định lực công-xon S của bộ truyền xích và bộ truyền đai đã được trình bày trong các chương 23 và 24 trước đây.

28.3. VẬT LIỆU CHẾ TẠO TRỤC

Trục được chế tạo từ thép cacbon và thép hợp kim. Khi không cần nhiệt luyện thì dùng thép CT.5, khi cần nhiệt luyện thì dùng thép 40, 45, 40X, ... Đối với trục chịu tải nặng trong các máy quan trọng thì dùng thép 40XH, 40XHMA, 3XGT ... rồi nhiệt luyện.

Các trục quay nhanh trên gối đỡ trượt thì để nâng cao độ chịu mài mòn của ổ gối trục, nên dùng thép xementit hoá 20, 20X - nếu quay đặc biệt nhanh thì dùng thép 12XH3A, 18XGT ...

28.4. ĐỊNH KẾT CẤU TRỤC

Về mặt kết cấu, trục thường có bậc (xem hình 28.1). Việc tạo ra bậc trên trục là để cố định các chi tiết lắp trên trục và ngay cả bản thân trục nữa, không bị di

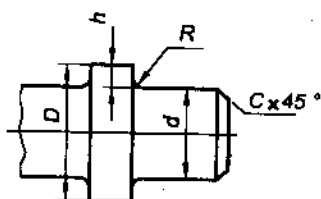
chuyển theo chiều dọc, đồng thời cũng là để có thể lắp các chi tiết đó. Khi lắp ghép, chúng cần di chuyển tự do được trên trục đến vị trí mong muốn.

- Đường kính trục tại những nơi lắp ghép không thể lấy tùy tiện mà phải được quy tròn đến giá trị phù hợp với Tiêu chuẩn Nhà nước (TCVN 192 - 66) về kích thước ưu tiên. Sau đây là một khoảng trong dãy ưu tiên thứ 3 (có 4 dãy ưu tiên): 16, 18, 20, 22, 25, 28, 32, 36, 40, 45, 50, 56, 63, 71, 80, 90, 100, 110, 125, 140, 160, 180, 200 và 220 mm.

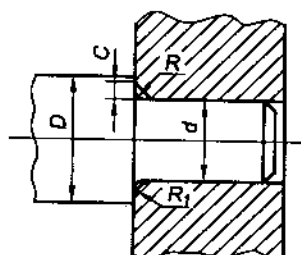
- Riêng đường kính trục ở chỗ lắp ổ lăn thì phải phù hợp với đường kính lỗ của bạc trong của ổ lăn đó.

- Để cố định chi tiết máy theo chiều trục thì người ta dùng vai gờ (hình 28.4), chiều cao vai gờ h có thể lấy như sau:

d (mm)	20 - 40	40 - 60	60 - 80	80 - 100
h (mm)	3 - 5	5 - 8	7 - 9	7 - 10



Hình 28.4. Kích thước vai gờ trên trục.



Hình 28.5. Bán kính góc lượng trên trục (R), trên chi tiết được lắp (R_1) và cạnh vát mép trên lỗ (C).

- Bán kính góc lượng R khi chuyển tiếp từ đường kính d sang đường kính D lớn hơn trên trục mà ở đó không có chi tiết nào được lắp ghép như trên hình 28.4, có thể lấy theo quan hệ sau:

$(D - d)$, mm	2 - 4	4 - 8	8 - 12	12 - 16	16 - 20
R , mm	1 - 2	2 - 3	3 - 5	4 - 7	5 - 8

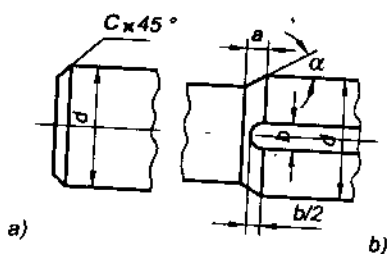
- Ở những mối ghép cố định như mối ghép giữa bánh đai hay bánh răng với trục thì trục có góc lượng với bán kính R , còn lỗ chi tiết được vát mép với chiều cao C theo điều kiện $C > R$ để đảm bảo mặt moayơ của chi tiết áp sát vào vai trục (hình 28.5):

d (mm)	10 - 15	15 - 40	40 - 80	80 - 120
R (mm)	1,0	1,5	2,0	2,5
C (mm)	1,5	2,0	3,0	4,0

Đồng thời bán kính góc lượng trên trục (R) cũng phải nhỏ hơn bán kính góc lượng ở mép lỗ (R_1) của bạc trong của vòng bi: $R < R_1$ (hình 28.5).

- Tất cả các đầu trục, nếu không có yêu cầu gì riêng thì được vát mép (sang phanh) 45° như ở hình 28.4 và 28.6a; còn ở chỗ chuyển tiếp lên đoạn

Đường kính trục d (mm)	c	a	α
Đến 10	0,5	1	30°
10 - 15	1,0	1,5	
15 - 30	1,5	2	
30 - 45	2,0	3	
45 - 70	2,5	5	
70 - 100	3,0	5	
100-150	4,0	8	10°
150-200	5,0	8	
200-250	6,0	10	
250-350	8,0	10	
350-420	10	12	
> 420	12	12	



Hình 28.6. Vát mép: (a)-đầu trục; (b)-nơi chuyển tiếp đến mối ghép có độ đối xứng có mối ghép căng (C3, C2, C1) và ghép trung gian (T4 - TCVN 20 -63) thì vát còn như ở hình 28.6b:

28.5. CHẾ ĐỘ LẮP GHÉP CỦA CÁC CHI TIẾT CHỦ YẾU CỦA BỘ TRUYỀN VỚI TRỤC

Các chế độ lắp ghép được trình bày kỹ trong giáo trình "Dung sai và lắp ghép". Dưới đây chỉ đưa ra một số gợi ý nên dùng:

- Bánh răng và bánh vít, khi chịu tải nặng và đập: A/C2 (H7/s6); khi chịu tải bình thường: A/C1 (H7/r6);
- Bánh răng thường phải tháo lắp luôn: A/T4, A/T3, A/T2 (H7/n6, H7/m6, H7/k6);
- Bạc chặn: A/L1, A/L3 (H7/h6, H7/r7);
- Bánh đai, bánh (đĩa) xích: A/T1, A/L1 (H7/j6, H7/h6);
- Nối trục, khi chịu tải bình thường: A/T4, A/T3, A/T2 (H7/n6, H7/m6, H7/k6); khi chịu tải nặng và đập: A/C1 (H7/r6);
- Bạc trong của ổ lăn với trục: T2, T1 (k6, j6); nếu đường kính bạc trong $d > 100$ mm và chịu tải nặng và đập thì chọn T3, T4 (n6, m6). Bạc ngoài của ổ lăn lắp với gối đỡ không quay thì chọn L1, L3 (hình 28.6, 28.7).

Chú ý rằng kí hiệu chế độ lắp ghép ngoài ngoặc đơn là theo TCVN 20 - 63, trong ngoặc đơn là theo ISO.

28.6. TÍNH TOÁN TRỤC

Khi tính toán trục, người ta căn cứ vào mômen uốn và mômen xoắn là chủ yếu. Ảnh hưởng của các lực kéo nén trên trục không lớn nên thường bị bỏ qua. Phép tính về trục được tiến hành theo hai giai đoạn:

1. Giai đoạn thứ nhất: tính toán thiết kế (hay tính toán sơ bộ) và định kết cấu trục. Thông qua giai đoạn này, ta xác định được đường kính tại tiết diện

nguy hiểm hoặc tại một số tiết diện đặc biệt trên trục, đồng thời thiết kế kết cấu của nó. Khi thiết kế (định) kết cấu trục, cần tính tới khả năng di chuyển các chi tiết trên trục đến vị trí lắp ghép và khả năng cố định chúng theo chiều dọc.

2. Giai đoạn thứ hai: tính toán kiểm tra (hay tính toán chính xác). Giai đoạn này được tiến hành sau khi đã định xong kết cấu trục. Phép tính ở đây là nhằm xác định hệ số an toàn bên tại các tiết diện nguy hiểm (hoặc nghi là nguy hiểm).

28.6.1. Xác định đường kính đầu trục ra

Đây là phép tính thuộc giai đoạn một, nhằm xác định đường kính đầu trục ra là trục quay chậm của hộp giảm tốc hay bộ truyền (hình 28.1 và 28.7). Bằng cách chỉ dựa vào mômen xoắn với ứng suất cho phép $[\tau]$ đã được giảm đi nhiều để bù vào chỗ mômen uốn chưa được biết, ta có công thức:

$$d_k = \sqrt[3]{\frac{M_x}{0,2[\tau]}}, \text{ mm} \quad (28-1)$$

Trong đó: M_x - mômen xoắn trên trục, N.mm;

$[\tau] = 20 - 35 \text{ N/mm}^2$ - ứng suất tiếp cho phép.

- Đường kính đầu trục vào - trục quay nhanh của hộp giảm tốc hay của bộ truyền, thu được từ công thức (28-1) thường không lớn. Nhưng nhiều khi vẫn cần lấy lớn hơn mức cần thiết về độ bền để phù hợp với lỗ tiêu chuẩn của nối trục lắp lên đó, hoặc để cân xứng với đường kính đầu trục ra của động cơ điện.

- Đường kính cổ trục lắp gối đỡ đôi khi cũng cần lấy tăng hơn mức cần thiết về độ bền để phù hợp với đường kính lỗ của bạc trong của ổ đỡ. Điều này có thể làm cho đường kính trục các nơi khác cũng tăng theo và ta thường phải chấp nhận.

28.6.2. Xác định đường kính trục ở các vị trí trung gian

Đó là nơi lắp bánh răng (hình 28.1 và 28.7) bánh vít và đôi khi là ổ đỡ.

Đường kính d tại nơi có mối ghép (bánh răng, bánh vít ...) cũng được tính theo công thức (28-1), nhưng ứng suất cho phép được lấy rất thấp: $[\tau] = 10 - 20 \text{ N/mm}^2$.

Sau khi tính được đường kính d_k hay d theo công thức (28-1), ta tiến hành định kết cấu trục. Khi định kết cấu trục, cần thiết kế sao cho có thể lắp dễ dàng ổ đỡ, bánh răng, bánh vít, bánh đai ..., và có thể cố định chúng lên trục theo chiều dọc.

28.6.3. Xác định khoảng cách ổ đỡ

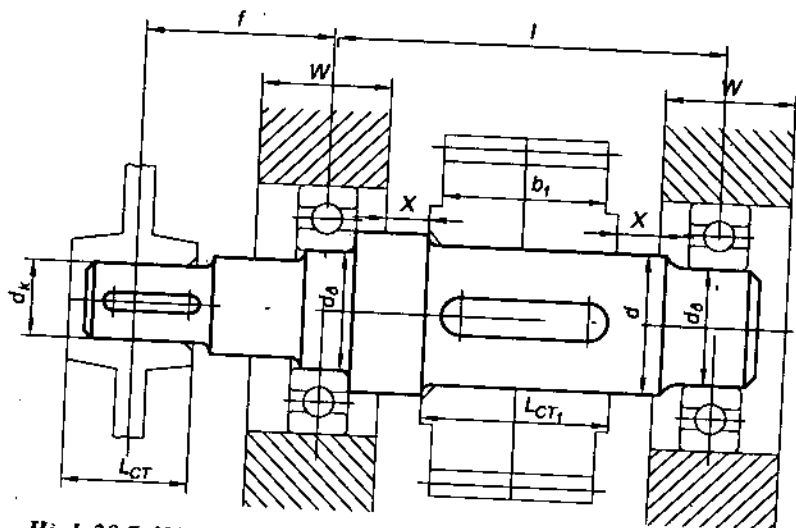
Để tính được phản lực gối đỡ và xây dựng được biểu đồ mômen, ta cần biết khoảng cách giữa hai gối đỡ cũng như khoảng cách giữa các chi tiết được lắp trên trục với nhau và với gối đỡ.

Đối với bộ truyền bánh răng trụ một cấp (hình 28.7), ta có công thức tính khoảng cách giữa hai gối đỡ như sau:

$$l \approx L_{CT1} + 2x + W, \text{ mm} \quad (28-2)$$

Trong đó: L_{CT1} - chiều dài moayơ của bánh răng, có thể bằng chiều rộng $b_1 = \psi_A A_\omega$ hoặc $L_{CT1} = b_1 + (5-10) \text{ mm}$; $x = (8 - 15 \text{ mm})$ - khe hở giữa mặt bên moayơ với thành trong của vỏ hộp giảm tốc (hoặc mặt bên của gối đỡ); W - chiều rộng của thành vỏ hộp (hoặc của gối đỡ), lấy theo bảng 28.1 dưới đây (trong đó có cho giá trị của f - khoảng cách từ đường tâm gối đỡ tới đường tâm của chi tiết được lắp ở đầu trục ra).

Dấu "gần bằng" trong công thức (28-2) ngụ ý rằng tùy từng trường hợp cụ thể, khoảng cách l có thể lấy lớn hơn hoặc bé hơn một ít.



Hình 28.7. Xác định khoảng cách gối đỡ của hộp giảm tốc bánh răng trụ một cấp (L_{CT} - chiều dài moayơ của chi tiết lắp ở đầu trục).

Bảng 28-1. Giá trị các đại lượng W và f trên hình 28.7

Mômen xoắn M_x (N.m)	W (mm)	F (mm)	Mômen xoắn M_x (N.m)	W (mm)	F (mm)	Mômen xoắn M_x (N.m)	W (mm)	F (mm)
≤ 10	20-40	35-50	60-80	30-55	55-75	400-600	45-85	80-115
10-20	25-45	40-55	80-100	30-60	60-80	600-800	50-90	90-125
20-40	25-50	45-65	100-200	30-70	60-90	800-1000	55-95	95-135
40-60	25-55	50-70	200-400	40-80	70-105			

28.6.4. Xác định hệ số an toàn bền đối với tiết diện nguy hiểm của trục

Đây là công việc thuộc giai đoạn thứ hai, gọi là phép tính chính xác hay phép tính kiểm tra. Thực tế cho thấy rằng hầu hết trục bị phá hỏng là do mỏi.

Vì vậy phép tính chính xác trực về cơ bản là phép tính độ bền mỏi, và phép tính độ bền mỏi ở đây rốt cuộc lại là xác định hệ số an toàn bền tính toán n đối với tiết diện được coi là nguy hiểm của trục. Điều kiện bền như sau:

$$n = \frac{n_\sigma n_\tau}{\sqrt{n_\sigma^2 + n_\tau^2}} \geq [n] \quad (28-3)$$

Trong đó: $[n] = 1,3 - 1,5$ - Hệ số an toàn yêu cầu để đảm bảo về độ bền; và $[n] = 2,5 - 4$ để đảm bảo về độ cứng vững; n_σ và n_τ lần lượt là hệ số an toàn bền theo ứng suất pháp và theo ứng suất tiếp:

$$n_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{\frac{k_\sigma}{\epsilon_\sigma} \sigma_a + \psi_\sigma \sigma_m} \quad (28-4)$$

$$n_\tau = \frac{\tau_{-1}}{\frac{k_\tau}{\epsilon_\tau} \tau_a + \psi_\tau \tau_m} \quad (28-5)$$

Ý nghĩa các đại lượng trong hai công thức trên như sau:

σ_{-1} và τ_{-1} lần lượt là giới hạn mỏi của vật liệu trục khi chịu uốn và chịu xoắn theo chu kỳ đối xứng. Theo kết quả thử nghiệm, có thể căn cứ vào ứng suất bền để lấy:

- Đối với thép cacbon: $\sigma_{-1} \approx 0,43\sigma_B$ (28-6)

- Đối với thép hợp kim: $\sigma_{-1} \approx 0,35\sigma_B + (70 - 120) \text{ N/mm}^2$ (28-7)

- Giới hạn mỏi khi chịu xoắn τ_{-1} có quan hệ với giới hạn mỏi khi chịu uốn theo hệ thức:

$$\tau_{-1} \approx (0,5 - 0,58)\sigma_{-1} \quad (28-8)$$

σ_a, τ_a và σ_m, τ_m lần lượt là biên độ ứng suất và ứng suất trung bình của ứng suất pháp và ứng suất tiếp. Khi tải trọng chiều trục không lớn, có thể lấy:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_a &= \sigma_u = \frac{M_u}{W_u}; \\ \sigma_m &= 0; \end{aligned} \right\} \quad (28-9)$$

Còn đối với ứng suất tiếp thì được lấy theo trường hợp bất lợi nhất, đó là khi mômen xoắn trên trục thay đổi theo chu kỳ mạch động. Nghĩa là:

$$\tau_a = \tau_m = \frac{\tau_{\max}}{2} = \frac{M_x}{2W_x} \quad (28-10)$$

Với M_u và M_x là mômen uốn và mômen xoắn, W_u và W_x là mô số chống uốn và chống xoắn tại tiết diện đang xét của trục;

k_σ và k_τ lần lượt là hệ số tập trung ứng suất khi uốn và khi xoắn (bảng 28-2);

ε_σ và ε_τ lần lượt là hệ số tỷ lệ đường kính trục đối với ứng suất uốn và ứng suất xoắn (bảng 28-3);

ψ_σ và ψ_τ lần lượt là hệ số xét đến ảnh hưởng của ứng suất trung bình tới độ bền mỏi uốn và xoắn (bảng 28-4).

Bảng 28-2. Hệ số tập trung ứng suất k_σ, k_τ và mô số W_u, W_x đối với các dạng tiết diện trục khác nhau.

Yếu tố tập trung ứng suất	k_σ		k_τ		Sơ đồ	Mô số	
	σ_H					$W_\sigma \text{ mm}^3$	$W_\tau \text{ mm}^3$
	≤ 700	≥ 1000	≤ 700	≥ 1000			
Góc lượn $D/d = 1,25-2$							
Khi $\frac{r}{d} = 0,02$	2,50	3,50	1,80	2,10		$\frac{\pi d^3}{32}$	$\frac{\pi d^3}{16}$
0,06	1,85	2,00	1,40	1,53			
0,10	1,60	1,64	1,25	1,35			
Lỗ ngang							
Khi $\frac{a}{d} = 0,05 - 0,25$	1,90	2,00	1,75	2,00		$\frac{\pi d^3}{32} (1 - 1,54 \frac{a}{d})$	$\frac{\pi d^3}{16} (1 - \frac{a}{d})$
Rãnh vòng khi $\frac{r}{d} = 0,02$	1,90	2,35	1,40	1,70		$\frac{\pi d^3}{32}$	$\frac{\pi d^3}{16}$
0,06	1,80	2,00	1,35	1,65			
0,10	1,70	1,85	1,25	1,50			
Rãnh then	1,75	2,00	1,50	1,90		$\frac{\pi d^3}{32} - \frac{bt(d-t)^2}{2d}$	$\frac{\pi d^3}{16} - \frac{bt(d-t)^2}{2d}$
Then hoa chữ nhật	1,60	1,75	2,45	2,80		$\xi \frac{\pi d^3}{32}$	$\xi \frac{\pi d^3}{16}$
						Đối với then hoa loại nhệ: $\xi = 1,125$ TB: $\xi = 1,205$; Nhặng: $\xi = 1,265$	
Then hoa thân khai và trục (bánh) răng	1,60	1,75	1,50	1,60		$\frac{\pi d^3}{32}$	$\frac{\pi d^3}{16}$
Ren trục vít	2,30	2,50	1,70	1,90		$\frac{\pi d^3}{32}$	$\frac{\pi d^3}{16}$
Ren	1,8	2,4	1,2	1,5		$\frac{\pi d^3}{32}$	$\frac{\pi d^3}{16}$
Mối ghép có độ dôi	2,4	3,6	1,8	2,5			

Ghi chú: Nếu có nhiều yếu tố tập trung ứng suất tại cùng một tiết diện thì chỉ lấy yếu tố nào có hệ số k lớn nhất để đưa vào phép tính.

Bảng 28-3. Giá trị của hệ số tỉ lệ ϵ_σ và ϵ_τ

Dạng tải trọng và loại vật liệu	Đường kính trục (mm)						
	20	30	40	50	70	100	200
	ϵ_σ và ϵ_τ						
Uốn đối với thép cacbon	0,92	0,88	0,85	0,81	0,76	0,70	0,61
Uốn đối với thép hợp kim và xoắn đối với mọi loại thép.	0,83	0,77	0,73	0,70	0,65	0,59	0,52

Bảng 28-4. Giá trị của hệ số ψ_σ và ψ_τ

Loại thép	Giá trị của hệ số	
	ψ_σ	ψ_τ
Thép cacbon thấp	0,15	0,05
Thép cacbon trung bình	0,02	0,10
Thép hợp kim	0,25	0,15

28.7. VÍ DỤ TÍNH TOÁN

Tính trục dẫn của hộp giảm tốc một cấp bánh răng trụ răng nghiêng (hình 28.8a), với các số liệu sau:

Công suất được truyền $N = 10 \text{ kW}$; tốc độ quay $n_1 = 955 \text{ v/ph}$ ($=100 \text{ rad/s}$); vật liệu trục: thép 45 thường hoá, giới hạn bền và giới hạn chảy $\sigma_{ch} = 360 \text{ N/mm}^2$; đường kính vòng chia của bánh răng lắp trên trục: $d_1 = 110 \text{ mm}$; chiều dài moayơ của bánh răng: $L_{CT1} = 80 \text{ mm}$; góc nghiêng của răng $= 10^\circ$; trục chịu lực phụ $S_N = 0,3 P_{21}$ do nối trục bị mất cân bằng tạo ra (hình 28.8c).

Giải:

1. Mômen xoắn được truyền: $M_1 = \frac{N}{\omega_1} = \frac{10 \cdot 10^3}{100} = 100 \text{ N.m} = 100.10^3 \text{ N.mm}$;

2. Lực ăn khớp (xem bảng ở tiết 28.2):

- Lực tiếp tuyến: $P_{21} = \frac{2M_1}{d_1} = \frac{2 \cdot 10^5}{110} = 1820 \text{ N}$;

- Lực hướng kính: $T_{21} = P_{21} \frac{\tan \alpha}{\cos \beta} = 1820 \frac{\tan 20^\circ}{\cos 10^\circ} = 1820 \frac{0,364}{0,985} = 670 \text{ N}$;

- Lực chiều trục: $Q_{21} = P_{21} \tan \beta = 1820 \tan 10^\circ = 1820 \cdot 0,176 = 320 \text{ N}$;

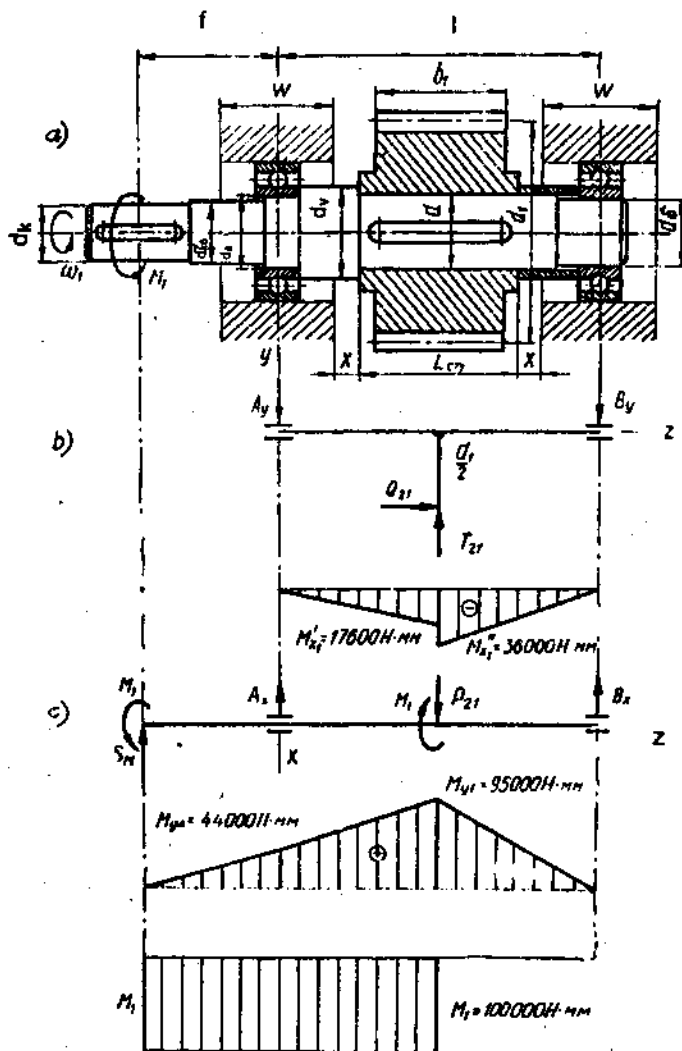
3. Lực phụ do nối trục mất cân bằng gây ra: $S_N = 0,3 P_{21} = 0,3 \cdot 1820 = 550 \text{ N}$;

4. Khoảng cách giữa hai ổ đỡ [công thức (28-2)]:

$$l \approx L_{CT1} + 2x + W = 80 + 2 \cdot 12 + 56 = 160 \text{ mm};$$

Trong đó chúng ta đã lấy $x = 12 \text{ mm}$; $W = 50 \text{ mm}$ theo bảng 28-1;

5. Khoảng cách từ giữa nối trục đến giữa ổ đỡ trái, theo bảng 28.1 chọn $f = 80 \text{ mm}$;



Hình 28.8. Trục dẫn của hộp giảm tốc bánh răng trụ răng nghiêng.

6. Phản lực gối đỡ trong mặt phẳng thẳng đứng (hình 28.8b):

$$\sum M_B = -A_y l - Q_{21} \frac{d_1}{2} - T_{21} \frac{l}{2} = 0 \quad \text{Rút ra:} \quad A_y = \frac{-320.55 + 670.80}{160} = 220 \text{ N};$$

$$\sum M_A = -B_y l - Q_{21} \frac{d_1}{2} - T_{21} \frac{l}{2} = 0; \quad \text{Rút ra:} \quad B_y = \frac{320.55 + 670.80}{160} = 450 \text{ N};$$

7. Mômen uốn trong mặt phẳng thẳng đứng:

$$M'_{x1} = -A_y \frac{l}{2} = -220.80 = -17600 \text{ N.mm};$$

$$M''_{x1} = -B_y \frac{l}{2} = -450.80 = -36000 \text{ N.mm};$$

8. Phản lực gối đỡ trong mặt phẳng nằm ngang (hình 28.8c):

$$\sum M_B = S_N(l+f) + A_x l - P_{21} \frac{l}{2} = 0;$$

$$\text{Rút ra: } A_x = \frac{-550.240 + 1820.80}{160} = 90 \text{ N};$$

$$\sum M_A = -B_x l + P_{21} \frac{l}{2} + S_N f = 0;$$

$$\text{Rút ra: } B_x = \frac{1820.80 + 550.80}{160} = 1180 \text{ N};$$

9. Mômen uốn trong mặt phẳng nằm ngang:

$$M_{yA} = S_N \cdot f = 550.80 = 44000 \text{ N.mm};$$

$$M_{y1} = B_x \frac{l}{2} = 1180.80 = 95000 \text{ N.mm};$$

10. Mômen uốn tổng hợp tại tiết diện chịu tải lớn nhất (tại nơi lắp bánh răng):

$$M_u = \sqrt{(M''_{x1})^2 + (M_{y1})^2} = \sqrt{36000^2 + 95000^2} = 102.10^3 \text{ N.mm}$$

11. Đường kính đầu trục vào (nơi lắp nối trục) theo công thức (28-1):

$$d_k = \sqrt[3]{\frac{M_l}{0,2[\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{100.10^3}{0,2.30}} = \sqrt[3]{16700} = 26 \text{ mm};$$

Để xét đến rãnh then tại nơi lắp nối trục làm yếu trục, lấy d_k tăng lên. Theo tiêu chuẩn Nhà nước nói ở tiết 28.4, lấy $d_k = 28 \text{ mm}$;

12. Lấy đường kính chỗ lắp ổ lăn $d_o = 35 \text{ mm}$ (nhớ rằng d_o phải là bội của 5 và phải lớn hơn $d_k = 28 \text{ mm}$);

13. Lấy đường kính đoạn chuyển tiếp tới chỗ lắp ổ bi, $d_{k-o} = 32 \text{ mm}$ (nhớ rằng d_{k-o} phải lớn hơn d_k để có vai tì cho nối trục, mặt khác d_{k-o} phải nhỏ hơn d_o để có thể đưa vòng bi vào vị trí lắp);

14. Lấy đường kính trục chỗ lắp bánh răng $d = 36 \text{ mm}$ (chú ý rằng d phải lớn hơn d_o để có thể đưa vòng bi vào vị trí lắp);

15. Lấy đường kính vai gờ $d_v = 44 \text{ mm}$ - để có chiều cao vai gờ h cho bánh răng và vòng bi với $h = 3 - 5 \text{ mm}$ như đã nói ở tiết 28.4.

16. Giới hạn mỏi của thép 45:

- Khi uốn [công thức (28-6)]: $\sigma_{-1} \approx 0,43\sigma_B = 0,43.610 = 260 \text{ N/mm}^2$;

- Khi xoắn [công thức (28-8)]: $\tau_{-1} \approx 0,58\sigma_{-1} = 0,58.260 = 150 \text{ N/mm}^2$;

17. Ứng suất pháp tại tiết diện có lắp bánh răng [công thức (28-9)]:

$$\sigma_a = \sigma_u = \frac{M_u}{W_u} = \frac{102.10^3}{3950} = 26 \text{ N/mm}^2; \quad \sigma_m = 0;$$

Trong đó, theo bảng 28-2 ta có:

$$W_u = \frac{\pi d^3}{32} - \frac{b(d-t)^2}{2d}; \text{ theo TCVN 149-64 về then bằng, với } d = 36 \text{ mm ta có chiều rộng}$$

rãnh then $b = 10 \text{ mm}$, chiều sâu rãnh then $t = 4,5 \text{ mm}$,

$$\text{Do đó: } W_u = \frac{\pi.36^3}{32} - \frac{10.4,5(36-4,5)^2}{2.36} \approx 3950 \text{ mm}^3;$$

18. Ứng suất tiếp tại tiết diện có lắp bánh răng được lấy cho trường hợp mômen xoắn thay đổi theo chu kỳ mạch động [công thức (28-10)]:

$$\tau_a = \tau_m = \frac{\tau_{\max}}{2} = \frac{M_x}{2W_x};$$

Trong đó M_x là mômen xoắn tại tiết diện đang xét, chính là M_1 trên biểu đồ hình 28.8, có giá trị bằng 100.10^3 N.mm (kết quả tính được ở điểm 1);

Theo bảng 28-2 ta có:

$$W_x = \frac{\pi d^3}{16} - \frac{b(d-t)^2}{2d} = \frac{\pi \cdot 36^3}{16} - \frac{10,4 \cdot 5(36-4,5)^2}{2 \cdot 36} \approx 8570 \text{ N.mm};$$

$$\text{Vậy: } \tau_a = \tau_m = \frac{100.10^3}{2.8570} \approx 6 \text{ N/mm};$$

19. Hệ số tập trung ứng suất (do rãnh then) đối với thép 45 có $< 700 \text{ N/mm}^2$, theo bảng 28.1 ta có: $k_\sigma = 1,75$ và $k_\tau = 1,50$;

20. Hệ số tỉ lệ khi $d = 36 \text{ mm}$, theo bảng 28.2 ta có: $\varepsilon_\sigma = 0,86$; $\varepsilon_\tau = 0,74$;

21. Hệ số ψ_σ và ψ_τ đối với thép cacbon trung bình, theo bảng 28-4 ta có:

$$\psi_\sigma = 0,20; \psi_\tau = 0,10;$$

22. Hệ số an toàn bền theo ứng suất pháp [công thức (28-4)]:

$$n_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{\frac{k_\sigma}{\varepsilon_\sigma} \sigma_a + \psi_\sigma \sigma_m} = \frac{260}{\frac{1,75}{0,86} \cdot 26 + 0,20 \cdot 0} = 4,9;$$

23. Hệ số an toàn bền theo ứng suất tiếp [công thức (28-5)]:

$$n_\tau = \frac{\tau_{-1}}{\frac{k_\tau}{\varepsilon_\tau} \tau_a + \psi_\tau \tau_m} = \frac{150}{\frac{1,50}{0,74} \cdot 6 + 0,10 \cdot 6} = 11,7;$$

24. Hệ số an toàn bền tổng hợp n [công thức (28-3)]:

$$n = \frac{n_\sigma n_\tau}{\sqrt{n_\sigma^2 + n_\tau^2}} = \frac{4,9 \cdot 11,7}{\sqrt{4,9^2 + 11,7^2}} = 4,6;$$

25. **Kết luận:** $n=4,6 > [n] = 1,3-1,5$: trực đảm bảo an toàn về độ bền;

$> [n] = 2,5-4$: Trực đảm bảo an toàn về độ cứng vững.

CÂU HỎI ÔN TẬP

1. Công dụng của trục ? Phân biệt trục truyền và trục tâm ?
2. Trục thường được chế tạo từ loại vật liệu gì ?
3. Khi định kết cấu trục, cần chú ý đến vấn đề gì ? Cho ví dụ minh họa ?
- 4* Phép tính về trục được tiến hành theo hai giai đoạn, đó là những giai đoạn gì và mục đích của hai giai đoạn đó ?
- 5* Làm lại ví dụ mục 28.7 với $N = 12 \text{ kW}$, $d_1 = 120 \text{ mm}$, $L_{\text{xt1}} = 90 \text{ mm}$, các số liệu khác giữ nguyên ?

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Bókón K. N và các tác giả - **Thiết kế môn học chi tiết máy** - NXB Giáo dục, Hà Nội, 1963.
2. Tô Xuân Giáp, Nguyễn Đắc Tam và các tác giả - **Sổ tay thiết kế cơ khí, Tập II** - NXB Khoa học và Kỹ thuật, Hà Nội, 1979.
3. Nguyễn Trọng Hiệp - **Chi tiết máy, Tập I và Tập II** - NXB Giáo dục, Hà Nội, 1994.
4. Biérogheo I. A và các tác giả - **Tính toán sức bền chi tiết máy** - xuất bản lần thứ 3, NXB Chế tạo máy, Matcova, 1979.
5. Vaxilép V. Z và các tác giả - **Sổ tay các bảng chi tiết máy, Phần I và Phần II**, Xuất bản lần thứ 4, NXB Khoa học và Kỹ thuật quốc gia về chế tạo máy, Matcova, 1960.
6. Diatrenkô S. K., Stolibóvô S. Z. - **Tính toán và thiết kế chi tiết máy**, NXB Kỹ thuật, Kiev, 1968.
7. Ióxilevích G. B. - **Chi tiết máy**, NXB Chế tạo máy, Matcova, 1988.
8. Triênhin I. M. và các tác giả - **Tính toán chi tiết máy**, xuất bản lần thứ 2, NXB Đại học, Minsk, 1978.
9. Cmti, **Machine Tool Design Handbook**, Central machine tool Institute, Bangalore - 560 020, 1978.
10. Đóbrónravóp V. V., Nhikichim N. N. - **Giáo trình Cơ học lý thuyết**, Nhà xuất bản "Vusaiscola" Matcova, 1983.
11. Nguyễn Văn Đình, Nguyễn Văn Khang, Đỗ Sanh (Chủ biên) - **Cơ học Tập I**, Nhà xuất bản Giáo dục, Hà Nội, 2001 (xuất bản lần thứ 6).
12. Đỗ Sanh - **Cơ học Tập II**, Nhà xuất bản Giáo dục Hà Nội, 2001 (xuất bản lần thứ 6).
13. Đỗ Sanh (Chủ biên), Nguyễn Văn Vượng - **Cơ học ứng dụng, Phần Lý thuyết** - Nhà xuất bản Khoa học và Kỹ thuật, 2001 (xuất bản lần thứ 3).
14. Nguyễn Nhật Lệ, Nguyễn Văn Khang - **Cơ học ứng dụng, Phần Bài tập và Giải mẫu**, Nhà xuất bản Khoa học và Kỹ thuật, 2001 (xuất bản lần thứ 3).
15. Belaep H. M. - **Sức bền vật liệu**, Nhà xuất bản Khoa học, Matcova, 1965.
16. Mitrobulóp H. T. N. và những người khác - **Hướng dẫn giải bài tập Sức bền vật liệu**, Nhà xuất bản "Vuxsai scola", Matcova, 1974.
17. Phêđóxep V. I. - **Sức bền vật liệu**, Nhà xuất bản Khoa học, Matcova, 1972.
18. Trịnh Đình Châm, Phạm Hồng Giang (Chủ biên) và những người khác - **Sức bền vật liệu**, Nhà xuất bản Nông nghiệp, 1989.
19. Bùi Trọng Lựu (Chủ biên) và những người khác - **Sức bền vật liệu**, Nhà xuất bản Đại học và Trung học chuyên nghiệp, Hà Nội, 1993 (xuất bản lần thứ hai).
20. Bùi Trọng Lựu, Nguyễn Văn Vượng - **Bài tập Sức bền vật liệu**, Nhà xuất bản Giáo dục, Hà Nội, 1994 (xuất bản lần thứ hai).
21. Lê Quang Minh, Nguyễn Văn Vượng - **Sức bền vật liệu**, Nhà xuất bản Giáo dục, 2002 (xuất bản lần thứ sáu).

MỤC LỤC

	<i>Trang</i>
Lời nói đầu	3
Mở đầu	4
PHẦN MỘT: CƠ HỌC VẬT RẮN	
A - TĨNH HỌC	
Chương 1: Các khái niệm cơ bản và các định luật tĩnh học	
1.1. Các khái niệm cơ bản	5
1.2. Các định luật tĩnh học	9
1.3. Các hệ quả	15
Chương 2: Hệ lực phẳng	
2.1. Vectơ chính và mômen chính của hệ lực phẳng	19
2.2. Thu gọn hệ lực phẳng	21
2.3. Điều kiện cân bằng và các phương trình cân bằng của hệ lực phẳng	24
2.4. Vẽ biểu đồ nội lực	30
2.5. Bài toán hệ lực phẳng với liên kết ma sát	31
Chương 3: Hệ lực không gian	
3.1. Vectơ chính và vectơ mômen chính của hệ lực không gian	36
3.2. Thu gọn hệ lực không gian	39
3.3. Điều kiện cân bằng và các phương trình cân bằng của hệ lực không gian	40
B - ĐỘNG HỌC	
Chương 4: Chuyển động của chất điểm	43
4.1. Phương pháp vectơ	43
4.2. Phương pháp tọa độ Đécác	45
Chương 5: Chuyển động của vật rắn	
5.1. Hai chuyển động cơ bản của vật rắn	53
5.2. Chuyển động song phẳng của vật rắn	58
Chương 6: Tổng hợp chuyển động	
6.1. Tổng hợp chuyển động điểm	67
6.2. Định lý hợp vận tốc	67
6.3. Tổng hợp chuyển động vật rắn	71
C - ĐỘNG LỰC HỌC	
Chương 7: Các định luật cơ bản của động lực học - Phương trình vi phân chuyển động của chất điểm	
7.1. Các khái niệm	75
7.2. Các định luật cơ bản của động lực học	76
7.3. Phương trình vi phân chuyển động của chất điểm	77
7.4. Hệ đơn vị cơ học	77
7.5. Hai bài toán cơ bản của động lực học chất điểm	78
Chương 8: Các khái niệm và đặc trưng của cơ hệ	
8.1. Định nghĩa cơ hệ	83
8.2. Khối tâm	83
8.3. Mômen quán tính của vật rắn	87
8.4. Lực tác dụng lên cơ hệ và các đặc trưng của nó	91
Chương 9: Nguyên lý Đalămbe	
9.1. Lực quán tính của chất điểm	96
9.2. Nguyên lý Đalămbe	97
Chương 10: Các định lý tổng quát của động lực học	
10.1. Định lý động lượng và định lý chuyển động khối tâm của cơ hệ	100
10.2. Định lý về chuyển động khối tâm	101
10.3. Định lý về mômen động lượng	104
10.4. Định lý động năng	107
10.5. Định lý bảo toàn cơ năng	110

Chương 11: Động lực học máy	
11.1. Các khái niệm	120
11.2. Động lực học của máy cứng một động cơ	125
11.3. Hiệu suất	129
PHẦN HAI: SỨC BỀN VẬT LIỆU	
Chương 12: Mở đầu	
12.1. Nhiệm vụ và đối tượng nghiên cứu của môn học	132
12.2. Khái niệm về thanh	132
12.3. Tính đàn hồi của vật thể	133
12.4. Khái niệm về nội lực, ứng suất	133
12.5. Các thành phần nội lực trên mặt cắt ngang của thanh	135
12.6. Quan hệ giữa ứng suất và các thành phần nội lực trên mặt cắt ngang	137
12.7. Các loại chịu lực	138
Chương 13: Kéo nén đúng tâm – cắt	
13.1. Kéo nén đúng tâm	140
13.2. Cắt	158
Chương 14: Xoắn thuần túy của thanh thẳng	
14.1. Định nghĩa	161
14.2. Quan hệ giữa mômen xoắn ngoại lực với công suất và số vòng quay của trục truyền	162
14.3. Công thức ứng suất tiếp trên mặt cắt ngang của thanh tròn chịu xoắn thuần túy	163
14.4. Đặc trưng cơ học của vật liệu khi chịu xoắn	164
14.5. Định luật Húc khi trục t	167
14.6. Biến dạng của thanh tròn chịu xoắn	168
14.7. Điều kiện bền, điều kiện cứng	170
14.8. Bài toán siêu tĩnh	172
Chương 15: Uốn phẳng của thanh thẳng	
15.1. Các định nghĩa và phân loại	174
15.2. Nội lực và biểu đồ nội lực	174
15.3. Dám chịu uốn phẳng thuần túy	179
15.4. Uốn ngang phẳng	184
15.5. Điều kiện bền với dám chịu uốn phẳng	186
PHẦN BA: CHI TIẾT MÁY	
A. CÁC TIẾT MÁY GHÉP	
Chương 16: Mối ghép bằng đinh tán	
16.1. Các khái niệm chung	192
16.2. Ví dụ tính toán	196
Chương 17: Mối ghép bằng hàn	
17.1. Khái niệm chung	198
17.2. Ví dụ tính toán	203
Chương 18: Mối ghép bằng ren	
18.1. Khái niệm chung	205
18.2. Tính toán mối ghép bằng ren	210
18.3. Ví dụ tính toán	213
Chương 19: Mối ghép bằng then và then hoa	
19.1. Mối ghép bằng then	215
19.2. Mối ghép bằng then hoa	222
19.3. Ví dụ tính toán	225
Chương 20: Mối ghép bằng độ dôi	
20.1. Khái niệm chung	226
20.2. Tính toán mối ghép bằng độ dôi	228
20.3. Một số biện pháp nâng cao độ tin cậy của mối ghép bằng độ dôi	231
20.4. Ví dụ tính toán	232
B. TRUYỀN ĐỘNG CƠ KHÍ	
Chương 21: Tính toán động học của bộ truyền động cơ khí	
21.1. Mở đầu	234
21.2. Xác định các thông số cơ bản của bộ truyền cơ khí	234
21.3. Ví dụ tính toán	236

Chương 22: Truyền động bánh ma sát	
22.1. Khái niệm chung	238
22.2. Cơ học truyền động bánh ma sát	241
22.3. Vật liệu và ứng suất cho phép	247
22.4. Ví dụ tính toán	248
Chương 23: Truyền động đai	
23.1. Những vấn đề chung về truyền động đai	249
23.2. Bộ truyền đai phẳng	256
23.3. Bộ truyền đai thang	260
23.4. Một số loại truyền động đai khác	265
23.5. Ví dụ tính toán	266
Chương 24: Truyền động xích	
24.1. Khái niệm chung	269
24.2. Xích truyền động	270
24.3. Đĩa xích	274
24.4. Khoảng cách trục và điều chỉnh khoảng cách trục	276
24.5. Cơ học truyền động xích	277
Chương 25: Truyền động vít - đai ốc	
25.1. Khái niệm chung	280
25.2. Các loại ren dùng trong truyền động vít-dai ốc	280
25.3. Vật liệu làm vít và đai ốc	281
25.4. Tỷ số truyền và hiệu suất	281
25.5. Truyền động cho bộ truyền vít - đai ốc	282
25.6. Phương pháp tính toán bộ truyền vít - đai ốc	283
25.7. Ví dụ tính toán	286
Chương 26: Truyền động bánh răng	
26.1. Khái niệm chung	288
26.2. Bộ truyền bánh răng trụ - Quan hệ hình học và động học	287
26.3. Dịch chỉnh	295
26.4. Bộ truyền bánh răng côn - Quan hệ động học và hình học	298
26.5. Vật liệu làm bánh răng	300
26.6. Tính toán bộ truyền kín	301
26.7. Tính toán bộ truyền hở	304
26.8. Kiểm tra độ bền răng khi quá tải	305
26.9. Kết cấu bánh răng	305
26.10. Trình tự thiết kế bộ truyền bánh răng	310
26.11. Ví dụ tính toán	311
Chương 27: Truyền động trục vít - bánh vít	
27.1. Khái niệm chung	313
27.2. Quan hệ hình học và động học bộ truyền trục vít không dịch chỉnh	316
27.3. Kết cấu trục vít và bánh vít	320
27.4. Trình tự thiết kế bộ truyền trục vít	322
Chương 28: Trục	
28.1. Khái niệm chung	323
28.2. Xây dựng biểu đồ ứng lực	324
28.3. Vật liệu chế tạo trục	326
28.4. Định kết cấu trục	326
28.5. Chế độ lắp ghép của các chi tiết chủ yếu của bộ truyền với trục	328
28.6. Tính toán trục	328
28.7. Ví dụ tính toán	333
Tài liệu tham khảo	337
Mục lục	338

GIÁO TRÌNH CƠ KỸ THUẬT

In 1.000 bản, khổ 16 x 24 cm. Tại Xi Nghiệp In số 5 - Tp. Hồ Chí Minh. Số Đăng ký KHXB: 189/CXB - 103. Trích ngang KHXB số: 2151/GPTN cấp ngày 17.11.2003. In xong và nộp lưu chiểu tháng 12 - 2003.

Mã số : 7K 564 T3 - KHO



INTERNATIONAL
GOLD STAR
FOR QUALITY

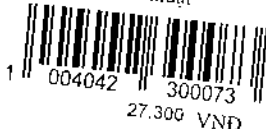
TÌM ĐỌC GIÁO TRÌNH DÙNG CHO CÁC TRƯỜNG ĐÀO TẠO HỆ TRUNG HỌC CHUYÊN NGHIỆP CỦA NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC

- | | |
|--|-----------------------------------|
| 1. An toàn điện | Nguyễn Đình Thắng |
| 2. Kỹ thuật điện | Đặng Văn Đào |
| 3. Máy điện | Nguyễn Hồng Thanh |
| 4. Kỹ thuật lắp đặt điện | Phan Đăng Khải |
| 5. Điện dân dụng và công nghiệp | Vũ Văn Tâm |
| 6. Cung cấp điện | Ngô Hồng Quang |
| 7. Đo lường các đại lượng điện và không điện | Nguyễn Văn Hoà |
| 8. Kỹ thuật điều khiển động cơ điện | Vũ Quang Hải |
| 9. Điện tử công suất | Trần Trọng Minh |
| 10. Linh kiện điện tử và ứng dụng | Nguyễn Việt Nguyên |
| 11. Điện tử dân dụng | Nguyễn Thanh Trà, Thái Vĩnh Hiến |
| 12. Kỹ thuật số | Nguyễn Việt Nguyên |
| 13. Kỹ thuật mạch điện tử | Đặng Văn Chuyết |
| 14. Cơ kỹ thuật | Đỗ Sanh |
| 15. An toàn lao động | Nguyễn Thế Đạt |
| 16. Vẽ kỹ thuật | Trần Hữu Quế |
| 17. Vật liệu và công nghệ cơ khí | Hoàng Tùng |
| 18. Dung sai lắp ghép và kỹ thuật đo lường | Ninh Đức Tồn, Nguyễn Thị Xuân Bảy |
| 19. Kỹ thuật sửa chữa ô tô, máy nổ | Nguyễn Tất Tiến, Đỗ Xuân Kinh |
| 20. Công nghệ hàn (lý thuyết và ứng dụng) | Nguyễn Thúc Hà |
| 21. Cơ sở kỹ thuật cắt gọt kim loại | Nguyễn Tiến Lương |

Bạn đọc có thể tìm mua tại các Công ty sách - thiết bị trường học
ở địa phương hoặc các Cửa hàng sách của Nhà xuất bản Giáo dục :

81 Trần Hưng Đạo, 57 Găng Vơ, 23 Tràng Tiền, 25 Hàn Thi
210, 237 Tây Sơn - TP. Hà Nội; 15 Nguyễn Chí Thanh - TP.
231 Nguyễn Văn Cừ - Quận 5 - TP. Hồ Chí Minh.

giáo trình cơ kỹ thuật



Giá: 27.300