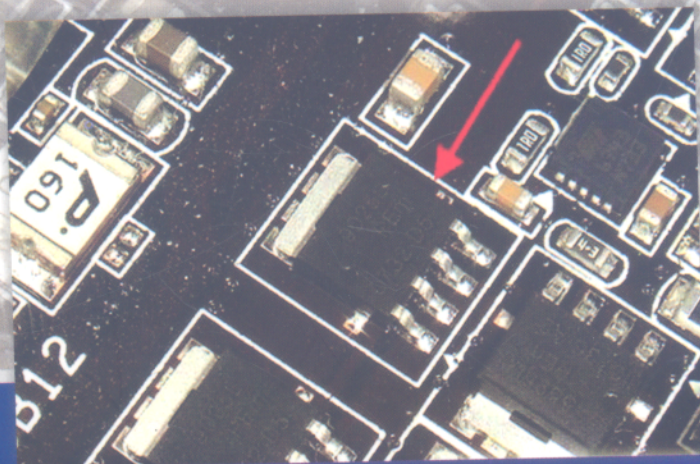


PGS. TS. ĐỖ HUY GIÁC - TS. NGUYỄN VĂN TÁCH

Lý thuyết Mạch Tín hiệu

TẬP 2



NHÀ XUẤT BẢN KHOA HỌC VÀ KỸ THUẬT

PGS. TS. ĐỖ HUY GIÁC
TS. NGUYỄN VĂN TÁCH

LÝ THUYẾT MẠCH - TÍN HIỆU

(TẬP II)

(Tái bản lần thứ hai)



NHÀ XUẤT BẢN KHOA HỌC VÀ KỸ THUẬT
HÀ NỘI – 2009

LỜI NÓI ĐẦU

Trong những năm gần đây, khoa học kỹ thuật điện tử và vô tuyến điện phát triển với tốc độ vũ bão. Kỹ thuật điện tử và vô tuyến điện hiện đại đã thâm nhập vào tất cả các ngành khoa học kỹ thuật, kinh tế quốc dân, văn hóa và đời sống hàng ngày, là công cụ đắc lực thúc đẩy sự tiến bộ của khoa học kỹ thuật.

Nếu như trong những năm 1960, phương hướng phát triển chủ yếu của ngành kỹ thuật điện tử là việc bán dẫn hóa các thiết bị điện tử, và chế tạo các máy tính điện tử với dung lượng lớn, tốc độ tính toán nhanh, thì đến khoảng giữa những năm 1980, khoa học kỹ thuật điện tử nói chung và kỹ thuật vô tuyến điện nói riêng đã chuyển sang giai đoạn phát triển mới: giai đoạn phát triển nhanh chóng và thịnh hành của kỹ thuật vi xử lý, kỹ thuật máy vi tính, kỹ thuật thông tin số, thông tin vệ tinh và kỹ thuật tự động hóa ở mức độ cao. Tuy nhiên, những tiến bộ nhảy vọt của kỹ thuật điện tử, chủ yếu trong lĩnh vực công nghệ chế tạo. Khái niệm linh kiện điện tử không chỉ giới hạn cho các phần tử rời rạc, đơn năng, mà ngày nay người ta đã chế tạo các loại phần tử tổ hợp - vi mạch - làm nhiệm vụ của một, hoặc một số mạch chức năng trong các thiết bị điện tử nói chung, hay thiết bị vô tuyến nói riêng với chất lượng cao. Song về cơ bản, kỹ thuật các mạch điện tử đều được xây dựng trên cơ sở nguyên lý của các mạch kinh điển được xây dựng từ các phần tử đơn lẻ, đã được hình thành và dần hoàn thiện từ khi ngành kỹ thuật điện tử và vô tuyến điện ra đời.

Do vậy môn học "Lý thuyết mạch - tín hiệu" vẫn giữ một vai trò quan trọng, là môn học cơ sở của ngành điện tử nói chung và vô tuyến điện nói riêng.

Giáo trình "Lý thuyết mạch - tín hiệu" trình bày những khái niệm và các định luật cơ bản của mạch điện; các phương pháp cơ bản phân tích mạch điện tuyến tính và không tuyến tính; phân tích các đặc tính cơ bản và các quá trình vật lý xảy ra trong mạch điện, cũng như tác động của các mạch điện khác nhau lên tín hiệu khi truyền qua nó.

Toàn bộ nội dung trên được trình bày trong hai tập bao gồm :

Tập một từ chương 1 đến chương 7. Hai chương đầu trình bày các khái niệm và định luật cơ bản của mạch điện và xây dựng mô hình toán học tổng quát - phương trình trạng thái của mạch điện có tham số tập trung. Bốn chương tiếp theo trình bày các phương pháp cơ bản phân tích mạch điện tuyến tính với tham số tập trung, và đi sâu phân tích một số đặc tính cơ bản của mạch điện tuyến tính. Chương 7 được dành riêng cho việc xem xét và phân tích mạch điện có tham số phân bố.

Tập hai từ chương 8 đến chương 13.

Nếu trong toàn bộ tập một, việc mô hình hóa của mạch điện được dựa trên mô hình phân tử mạch - phân tử hai cực - thì trong hai chương đầu của tập hai - chương 8 và chương 9 việc xem xét và phân tích mạch điện được thực hiện trên mô hình tổng quát- mạng 4 cực, có nghĩa là xem mạch điện là một hệ thống truyền và biến đổi tín hiệu. Chương 10 trình bày phương pháp phân tích mạch điện khi sử dụng mô hình mạng nhiều cực. Chương 11 được dành trọn vẹn cho việc trình bày các khái niệm và một số tính chất cơ bản của các tín hiệu vô tuyến điện. Chương 12 và chương 13 dành cho việc phân tích các mạch điện không tuyến tính (mạch điện phi tuyến); trong chương 12 đi sâu xem xét các phương pháp phân tích mạch phi tuyến và nguyên lý biến đổi phổ trong mạch phi tuyến; còn chương 13 xem xét các phép biến đổi phổ của tín hiệu dùng mạch phi tuyến được sử dụng rộng rãi trong kỹ thuật điện tử nói chung, hay kỹ thuật viễn thông nói riêng như các mạch điều chế tín hiệu, nhân tần số, tách sóng tín hiệu, tạo dao động hình sin...

Cùng với nội dung của hai tập lý thuyết đã nêu ở trên, còn kèm theo nó tập "Bài tập lý thuyết mạch" sẽ giới thiệu khoảng 300 bài tập điển hình từ đơn giản đến phức tạp cùng với các lời giải và chỉ dẫn phương pháp.

Cuối cùng, các tác giả chân thành cảm ơn Phó giáo sư - Tiến sĩ Vũ Như Giao đã đọc và hiệu đính tài liệu này. Cảm ơn các bạn đồng nghiệp trong bộ môn "lý thuyết mạch - đo lường" của Học viện kỹ thuật quân sự đóng góp cho chúng tôi nhiều ý kiến quý báu trong quá trình biên soạn.

Chúng tôi mong nhận được ý kiến đóng góp phê bình của tất cả các bạn đồng nghiệp.

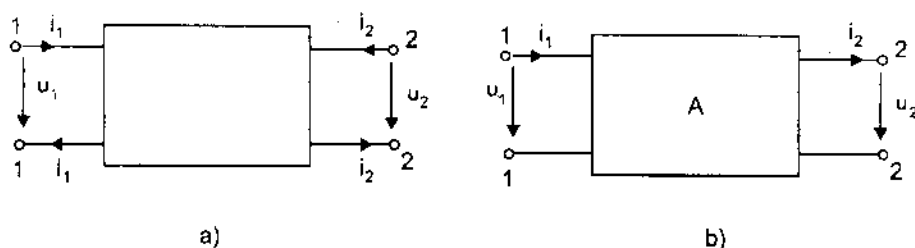
Các tác giả

Chương 8

MẠNG 4 CỰC

8.1. KHÁI NIỆM VỀ MẠNG 4 CỰC

Trong nhiều trường hợp, khi phân tích mạch điện, người ta không quan tâm đến giá trị của điện áp và dòng điện trên tất cả các phần tử của mạch, mà chỉ chú ý đến giá trị của điện áp và dòng điện trên đầu vào và đầu ra của mạch, hay nói cách khác, chỉ quan tâm đến ảnh hưởng của mạch điện đối với tín hiệu khi truyền qua nó. Khi đó, mạch điện sẽ được thay thế bằng mô hình tổng quát như vẽ trên hình 8.1, và nó được gọi là mạng 4 cực (M4C).



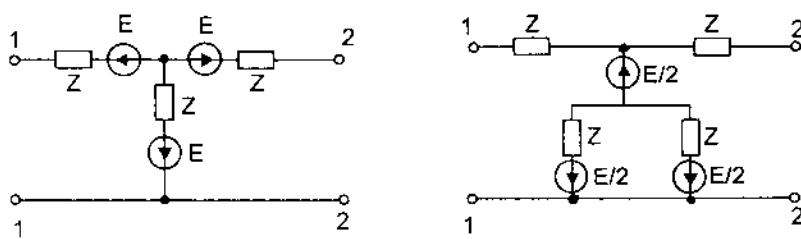
Hình 8.1

Mạch điện (phần mạch điện) có cấu trúc bất kỳ gồm hai cặp cực để nối với "nguồn tín hiệu" và "phụ tải" được gọi là mạng 4 cực.

Cặp cực để nối với nguồn tín hiệu được gọi là đầu vào của mạng 4 cực. Cặp cực để nối với phụ tải gọi là đầu ra của mạng 4 cực. Đầu vào của mạng 4 cực thường được ký hiệu bằng chỉ số 1-1, còn đầu ra của mạng 4 cực thường được ký hiệu bằng chỉ số 2-2. Chiều điện áp và dòng điện ở đầu vào và đầu ra của mạng 4 cực thường được quy định như trên hình 8.1. Trên mỗi cặp cực của mạng 4 cực, dòng điện chạy qua cực phía trên và cực phía dưới là bằng nhau và ngược chiều nhau, nên để đơn giản, người ta thường chỉ ghi dòng điện ở các cực phía trên đối với mỗi cặp cực của mạng 4 cực.

Bên trong mạng 4 cực có thể có chứa nguồn tín hiệu, hoặc không chứa nguồn tín hiệu. Nếu bên trong mạng 4 cực có chứa nguồn tín hiệu, thì M4C đó được gọi là M4C có nguồn. Còn nếu bên trong mạng 4 cực không chứa nguồn tín hiệu, thì M4C đó được gọi là M4C không chứa nguồn. Các mạng 4 cực không chứa nguồn được ký hiệu như ở hình 8.1a, còn các mạng 4 cực có chứa nguồn được ký hiệu như ở hình 8.1b. Cần chú ý

rằng, nếu bên trong mạng 4 cực có chứa nguồn, nhưng các nguồn đó lại hoàn toàn triệt tiêu lẫn nhau, nghĩa là bản thân các nguồn đó không gây ra dòng điện và điện áp trên các cặp cực của mạng 4 cực, thì M4C đó vẫn được coi là M4C không chứa nguồn. Thí dụ các M4C vẽ trên hình 8.2 được coi là các M4C không chứa nguồn.



Hình 8.2

Nếu bên trong mạng 4 cực chỉ chứa các phần tử tuyến tính thì M4C đó được gọi là M4C tuyến tính; còn nếu bên trong mạng 4 cực có chứa phần tử phi tuyến thì M4C đó được gọi là M4C phi tuyến.

Mạng 4 cực được gọi là M4C tương hỗ nếu nó chỉ chứa các phần tử tương hỗ.

Nếu ta thực hiện thay đổi đầu vào và đầu ra của mạng 4 cực (thay đổi hướng truyền tín hiệu qua mạng 4 cực), mà quá trình truyền tín hiệu từ nguồn tín hiệu đến phụ tải của mạng 4 cực không thay đổi, thì M4C đó được gọi là M4C đối xứng. Dễ dàng thấy rằng các mạng 4 cực đối xứng là tương hỗ.

Người ta cũng phân loại các mạng 4 cực theo kết cấu của nó, và theo nhiều cách khác.

8.2. CÁC HỆ PHƯƠNG TRÌNH TRUYỀN CỦA MẠNG 4 CỰC

Các hệ phương trình thiết lập quan hệ giữa điện áp và dòng điện trên các cặp cực của mạng 4 cực được gọi là các hệ phương trình truyền của M4C.

Xét mạng 4 cực vẽ trên hình 8.1a, dòng điện trên mỗi cặp cực của mạng 4 cực không chỉ phụ thuộc vào điện áp trên cặp cực đó, mà còn phụ thuộc vào điện áp trên cặp cực thứ hai. Quan hệ giữa dòng và áp trên các cặp cực có thể viết ở dạng tổng quát:

$$\left. \begin{aligned} i_1 &= f_1(u_1, u_2) \\ i_2 &= f_2(u_1, u_2) \end{aligned} \right\} \quad (8.1)$$

Lấy vi phân toàn phần các biểu thức (8.1) ta nhận được:

$$\left. \begin{aligned} di_1 &= \frac{\partial i_1}{\partial u_1} du_1 + \frac{\partial i_1}{\partial u_2} du_2, \\ di_2 &= \frac{\partial i_2}{\partial u_1} du_1 + \frac{\partial i_2}{\partial u_2} du_2 \end{aligned} \right\} \quad (8.2)$$

Đối với mạng 4 cực tuyến tính, hệ phương trình (8.2) có thể viết dưới dạng:

$$\begin{cases} \Delta i_1 = Y_{11}\Delta u_1 + Y_{12}\Delta u_2 \\ \Delta i_2 = Y_{21}\Delta u_1 + Y_{22}\Delta u_2 \end{cases} \quad (8.3)$$

trong đó:

$$\begin{aligned} Y_{11} &= \frac{\partial i_1}{\partial u_1}, & Y_{12} &= \frac{\partial i_1}{\partial u_2}, \\ Y_{21} &= \frac{\partial i_2}{\partial u_1}, & Y_{22} &= \frac{\partial i_2}{\partial u_2} \end{aligned}$$

Trong các hệ truyền tín hiệu, người ta chỉ quan tâm đến giá số của điện áp và dòng điện trên các cặp cực của mạng 4 cực, mà không cần quan tâm đến giá trị tuyệt đối của nó. Khi đó, trong các phương trình (8.3) có thể thay thế các ký hiệu giá số của điện áp và dòng điện (Δu , Δi) bằng các ký hiệu của điện áp và dòng điện tương ứng, nghĩa là khi này hệ phương trình (8.3) có thể viết dưới dạng:

$$\begin{cases} I_1 = Y_{11}U_1 + Y_{12}U_2 \\ I_2 = Y_{21}U_1 + Y_{22}U_2 \end{cases} \quad (8.4)$$

Hệ phương trình (8.4) được gọi là hệ phương trình truyền dạng tham số Y của mạng 4 cực.

Mỗi hệ số Y_{ij} trong hệ phương trình truyền (8.4) mang một ý nghĩa vật lý xác định và sẽ được xét ở phần sau.

Hệ phương trình truyền (8.4) có thể viết dưới dạng ma trận:

$$[I] = [Y][U] \quad (8.4a)$$

trong đó: $[I] = [I_1 I_2]^T$; $[U] = [U_1 U_2]^T$ là các vectơ ma trận cột của các dòng điện và điện áp trên các cặp cực của mạng 4 cực (ở đây T được đặt ở vị trí phía trên ma trận biểu thị ma trận chuyển vị).

$[Y] = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix}$ là ma trận tham số Y của mạng 4 cực.

Nhân bên trái cả hai vế của phương trình (8.4a) với ma trận nghịch đảo $[Y]^{-1}$ và sau khi biến đổi ta sẽ nhận được:

$$[U] = [Z][I] \quad (8.5a)$$

hay:

$$\begin{cases} U_1 = Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2 \\ U_2 = Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2 \end{cases} \quad (8.5)$$

trong đó:

¹ Trong hệ phương trình truyền (8.4), các ký hiệu I_1 , I_2 , U_1 , U_2 không phải là ký hiệu của dòng điện và điện áp một chiều, hoặc giá trị hiệu dụng của dòng điện và điện áp, mà có thể là hoặc giá trị tức thời, hoặc các giá trị biên độ phức, hiệu dụng phức, hoặc ảnh của dòng điện, điện áp.

$$[Z] = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} = \frac{1}{|Y|} \begin{bmatrix} Y_{22} & -Y_{12} \\ -Y_{21} & Y_{11} \end{bmatrix} \quad (8.6)$$

$$|Y| = Y_{11} Y_{22} - Y_{12} Y_{21}$$

Hệ phương trình (8.5) được gọi là hệ phương trình truyền dạng tham số Z của mạng 4 cực; còn ma trận $[Z]$ được gọi là ma trận tham số Z của M4C.

Từ các hệ phương trình truyền dạng tham số Y ở (8.4) và dạng tham số Z ở (8.5), có thể nhận được các hệ phương trình truyền dưới đây của mạng 4 cực.

$$\begin{cases} U_1 = H_{11}I_1 + H_{12}U_2, \\ I_2 = H_{21}I_1 + H_{22}U_2 \end{cases} \quad (8.7)$$

$$\text{hay:} \quad [M] = [H] [N] \quad (8.7a)$$

$$\begin{cases} I_1 = F_{11}U_1 + F_{12}I_2, \\ U_2 = F_{21}U_1 + F_{22}I_2 \end{cases} \quad (8.8)$$

$$\text{hay:} \quad [N] = [F] [M] \quad (8.8a)$$

$$\begin{cases} U_1 = A_{11}U_2 + A_{12}I_2, \\ I_1 = A_{21}U_2 + A_{22}I_2 \end{cases} \quad (8.9)$$

$$\text{hay:} \quad [V_1] = [A] [V_2] \quad (8.9a)$$

$$\begin{cases} U_2 = B_{11}U_1 + B_{12}I_1, \\ I_2 = B_{21}U_1 + B_{22}I_1 \end{cases} \quad (8.10)$$

$$\text{hay:} \quad [V_2] = [B] [V_1] \quad (8.10a)$$

Các hệ phương trình từ (8.7) đến (8.11) được gọi lần lượt là các hệ phương trình truyền dạng tham số H , F , A , B của mạng 4 cực, còn các ma trận:

$$[H] = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{bmatrix}, \quad [F] = \begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} \\ F_{21} & F_{22} \end{bmatrix}$$

$$[A] = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}, \quad [B] = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{bmatrix}$$

là các ma trận tham số H , F , A , B tương ứng của mạng 4 cực.

Cần lưu ý rằng, để thuận tiện cho việc tính toán tiếp theo đối với các hệ phương trình truyền dạng tham số A ở (8.9) của mạng 4 cực, ta quy định dòng điện trên đầu ra của mạng 4 cực i_2 có chiều dời khỏi mạng 4 cực (xem hình 8.3).



Hình 8.3

8.3. CÁC THAM SỐ RIÊNG CỦA MẠNG 4 CỰC

Các hệ số trong các hệ phương trình truyền của mạng 4 cực được gọi là các tham số riêng của M4C. Các tham số riêng của mạng 4 cực chỉ phụ thuộc vào cấu trúc của M4C, giá trị tương đối giữa các phân tử của mạng 4 cực và tần số của nguồn tác động, mà không phụ thuộc vào độ lớn của nguồn tác động và phụ tải mắc ở đầu vào và đầu ra của M4C. Do đó chúng còn được gọi là các tham số riêng, hay tham số bên trong của mạng 4 cực. Mỗi tham số riêng của mạng 4 cực mang một ý nghĩa vật lý xác định, và có thể xác định trong chế độ hở mạch và ngắn mạch của M4C.

Ví dụ: Từ các hệ phương trình truyền của mạng 4 cực, ta có:

$Y_{11} = \frac{I_1}{U_1} \Big _{U_2=0}$	- tổng dẫn đầu vào của M4C khi đầu ra 2-2 ngắn mạch;
$Y_{12} = \frac{I_1}{U_2} \Big _{U_1=0}$	- tổng dẫn tương hỗ giữa đầu ra và đầu vào của M4C khi đầu vào 1-1 ngắn mạch;
$Y_{21} = \frac{I_2}{U_1} \Big _{U_2=0}$	- tổng dẫn tương hỗ giữa đầu vào và đầu ra của mạng 4 cực khi đầu ra 2-2 ngắn mạch;
$Y_{22} = \frac{I_2}{U_2} \Big _{U_1=0}$	- tổng dẫn đầu vào phía cực 2-2 của M4C khi đầu vào 1-1 ngắn mạch;
$Z_{11} = \frac{U_1}{I_1} \Big _{I_2=0}$	- tổng trở đầu vào của M4C khi đầu ra hở mạch;
$Z_{12} = \frac{U_1}{I_2} \Big _{I_1=0}$	- tổng trở tương hỗ giữa đầu vào và đầu ra của M4C khi đầu vào hở mạch;
$Z_{21} = \frac{U_2}{I_1} \Big _{I_2=0}$	- tổng trở tương hỗ giữa đầu ra và đầu vào của M4C khi đầu ra hở mạch;
$Z_{22} = \frac{U_2}{I_2} \Big _{I_1=0}$	- tổng trở đầu vào phía 2-2 của M4C khi đầu vào 1-1 hở mạch;
$A_{11} = \frac{U_1}{U_2} \Big _{I_2=0}$	- tỉ số điện áp trên đầu vào và đầu ra của M4C khi đầu ra hở mạch;
$A_{12} = \frac{U_1}{I_2} \Big _{U_2=0}$	- tỉ số giữa điện áp đầu vào và dòng điện đầu ra của M4C khi đầu ra ngắn mạch;
$A_{21} = \frac{I_1}{U_2} \Big _{I_2=0}$	- tỉ số giữa dòng điện đầu vào và điện áp đầu ra của mạng 4 cực khi đầu ra hở mạch.
$A_{22} = \frac{I_1}{I_2} \Big _{U_2=0}$	- tỉ số giữa dòng điện đầu ra và dòng điện đầu vào khi đầu ra ngắn mạch.

Các tham số riêng của mạng 4 cực là các hàm truyền đạt của M4C trong các chế độ hở mạch và ngắn mạch.

Hai mạng 4 cực được gọi là tương đương nếu các tham số riêng tương ứng là như nhau.

Mối liên quan giữa các tham số riêng của mạng 4 cực được chỉ ra trong bảng (8.1). Trong bảng (8.1), các ký hiệu Δ , Δ_{11} , Δ_{12} , Δ_{21} , Δ_{22} là các định thức và phân phụ đại số của ma trận tổng trở của mạng 4 cực.

Quan hệ giữa các tham số riêng của mạng 4 cực ghi trong bảng (8.1) đúng với cả các M4C không chứa nguồn và có chứa nguồn. Với các mạng 4 cực thuận nghịch (tương hỗ) không chứa nguồn, do tính chất tương hỗ của mạch điện, ta có $\Delta_{12} = \Delta_{21}$, từ bảng (8.1) suy ra các tham số $Z_{12} = Z_{21}$, $Y_{12} = Y_{21}$, $H_{12} = -H_{21}$, $F_{12} = -F_{21}$ và $A_{11}A_{22} - A_{12}A_{21} = 1$. Bởi vậy, các mạng 4 cực thuận nghịch không chứa nguồn được đặc trưng chỉ bởi ba tham số Z_{11} , Z_{22} , $Z_{12} = Z_{21}$, hoặc Y_{11} , Y_{22} , $Y_{12} = Y_{21}$... Còn với các mạng 4 cực thuận nghịch không nguồn, đối xứng, các tham số $Z_{11} = Z_{22}$, $Y_{11} = Y_{22}$, $A_{11} = A_{22}$, nên chúng được đặc trưng chỉ bởi hai tham số, hoặc $Z_{11} = Z_{22}$, $Z_{12} = Z_{21}$, hoặc $Y_{11} = Y_{22}$, $Y_{12} = Y_{21}$.

Bảng 8.1. Quan hệ giữa các tham số của M4C

$$Y_{11} = \frac{Z_{22}}{|Z|} = \frac{1}{H_{11}} = \frac{|F|}{F_{22}} = \frac{A_{22}}{A_{12}} = \frac{\Delta_{11}}{\Delta}$$

$$Y_{12} = -\frac{Z_{12}}{|Z|} = -\frac{H_{12}}{H_{11}} = \frac{F_{12}}{F_{22}} = -\frac{|A|}{A_{12}} = \frac{\Delta_{21}}{\Delta}$$

$$Y_{21} = -\frac{Z_{21}}{|Z|} = \frac{H_{21}}{H_{11}} = \frac{F_{21}}{F_{22}} = -\frac{1}{A_{12}} = \frac{\Delta_{12}}{\Delta}$$

$$Y_{22} = \frac{Z_{11}}{|Z|} = \frac{|H|}{H_{11}} = \frac{1}{F_{22}} = \frac{A_{11}}{A_{12}} = \frac{\Delta_{22}}{\Delta}$$

$$|Y| = Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21} = \frac{1}{Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}} = \frac{H_{22}}{H_{11}} = \frac{F_{11}}{F_{22}} = \frac{A_{21}}{A_{12}} = \frac{\Delta_{11}\Delta_{22} - \Delta_{12}\Delta_{21}}{\Delta^2}$$

$$Z_{11} = \frac{Y_{22}}{|Y|} = \frac{|H|}{-H_{22}} = \frac{1}{F_{11}} = \frac{A_{11}}{A_{21}} = \frac{\Delta_{22}\Delta}{\Delta_{11}\Delta_{22} - \Delta_{12}\Delta_{21}}$$

$$Z_{12} = \frac{Y_{12}}{|Y|} = \frac{H_{12}}{H_{22}} = -\frac{F_{12}}{F_{11}} = \frac{|A|}{A_{21}} = \frac{\Delta_{21}\Delta}{\Delta_{11}\Delta_{22} - \Delta_{12}\Delta_{21}}$$

$$Z_{21} = -\frac{Y_{21}}{|Y|} = \frac{H_{21}}{H_{22}} = \frac{F_{21}}{F_{11}} = \frac{1}{A_{21}} = \frac{\Delta_{12}\Delta}{\Delta_{11}\Delta_{22} - \Delta_{12}\Delta_{21}}$$

$$Z_{22} = \frac{Y_{11}}{|Y|} = \frac{1}{H_{22}} = -\frac{|F|}{F_{11}} = \frac{\Delta_{11}\Delta}{\Delta_{11}\Delta_{22} - \Delta_{12}\Delta_{21}}$$

$$|Z| = Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21} = \frac{1}{Y_{11}Y_{22} - Y_{12}Y_{21}} = \frac{H_{11}}{H_{22}} = \frac{F_{22}}{F_{11}} = \frac{A_{12}}{A_{21}} = \frac{\Delta^2}{\Delta_{11}\Delta_{22} - \Delta_{12}\Delta_{21}}$$

$$H_{11} = \frac{1}{Y_{21}} = \frac{|Z|}{Z_{22}} = \frac{F_{22}}{|F|} = \frac{A_{12}}{A_{22}} = \frac{\Delta}{\Delta_{11}}$$

$$H_{22} = \frac{Y_{12}}{Y_{11}} = \frac{Z_{12}}{Z_{22}} = -\frac{F_{12}}{|F|} = -\frac{|A|}{A_{22}} = -\frac{\Delta_{21}}{\Delta_{11}}$$

$$H_{21} = \frac{Y_{21}}{Y_{11}} = -\frac{Z_{21}}{Z_{22}} = -\frac{F_{21}}{|F|} = -\frac{1}{A_{22}} = \frac{\Delta_{12}}{\Delta_{11}}$$

$$H_{22} = \frac{|Y|}{Y_{111}} = \frac{1}{Z_{22}} = \frac{F_{11}}{|F|} = \frac{A_{21}}{A_{22}} = \frac{\Delta_{11}\Delta_{22} - \Delta_{12}\Delta_{21}}{\Delta_{11}\Delta}$$

$$|H| = H_{11}H_{22} - H_{12}H_{21} = \frac{Y_{22}}{Y_{11}} = \frac{Z_{11}}{Z_{22}} = \frac{1}{F_{11}F_{22} - F_{12}F_{21}} = \frac{A_{11}}{A_{22}} = \frac{\Delta_{22}}{\Delta_{11}}$$

$$F_{11} = \frac{|Y|}{Y_{22}} = \frac{1}{Z_{11}} = \frac{H_{22}}{|H|} = \frac{A_{21}}{A_{11}} = \frac{\Delta_{11}\Delta_{22} - \Delta_{12}\Delta_{21}}{\Delta_{22}\Delta}$$

$$F_{12} = \frac{Y_{12}}{Y_{22}} = \frac{Z_{12}}{Z_{11}} = \frac{H_{12}}{|H|} = -\frac{|A|}{A_{11}} = -\frac{\Delta_{21}}{\Delta_{22}}$$

$$F_{21} = -\frac{Y_{21}}{Y_{22}} = \frac{Z_{21}}{Z_{11}} = \frac{H_{21}}{|H|} = \frac{1}{A_{11}} = \frac{\Delta_{12}}{\Delta_{22}}$$

$$F_{22} = \frac{1}{Y_{22}} = \frac{|Z|}{Z_{11}} = \frac{H_{11}}{|H|} = \frac{A_{12}}{A_{11}} = \frac{\Delta}{\Delta_{22}}$$

$$|F| = F_{11}F_{22} - F_{12}F_{21} = \frac{Y_{11}}{Y_{22}} = \frac{Z_{22}}{Z_{11}} = \frac{1}{H_{11}H_{22} - H_{12}H_{21}} = \frac{A_{22}}{A_{11}} = \frac{\Delta_{11}}{\Delta_{22}}$$

$$A_{11} = -\frac{Y_{12}}{Y_{21}} = \frac{Z_{11}}{Z_{21}} = -\frac{|H|}{H_{21}} = \frac{1}{F_{21}} = \frac{\Delta_{22}}{\Delta_{12}}$$

$$A_{12} = -\frac{1}{Y_{21}} = \frac{|Z|}{Z_{21}} = -\frac{H_{11}}{H_{21}} = \frac{F_{22}}{F_{21}} = \frac{\Delta}{\Delta_{12}}$$

$$A_{21} = -\frac{|Y|}{Y_{21}} = \frac{1}{Z_{21}} = -\frac{H_{22}}{H_{21}} = \frac{F_{11}}{F_{21}} = \frac{\Delta_{11}\Delta_{22} - \Delta_{12}\Delta_{21}}{\Delta_{12}\Delta}$$

$$A_{22} = -\frac{Y_{11}}{Y_{21}} = \frac{Z_{12}}{Z_{21}} = -\frac{1}{H_{21}} = \frac{|F|}{F_{21}} = \frac{\Delta_{11}}{\Delta_{12}}$$

$$|A| = A_{11}A_{22} - A_{12}A_{21} = \frac{Y_{12}}{Y_{21}} = \frac{Z_{12}}{Z_{21}} = -\frac{H_{12}}{H_{21}} = -\frac{F_{12}}{F_{21}} = \frac{\Delta_{21}}{\Delta_{12}}$$

8.4. CÁC THAM SỐ HỖ MẠCH VÀ NGẮN MẠCH CỦA MẠNG 4 CỰC

Để xác định các tham số riêng của mạng 4 cực khi không biết cấu trúc bên trong của nó, người ta phải dùng phương pháp thực nghiệm (đo điện áp và dòng điện trên các cặp cực của mạng 4 cực trong chế độ hở mạch và ngắn mạch). Tuy nhiên, việc xác định trực tiếp các tham số Y_{12} , Y_{21} , Z_{12} , Z_{21} cũng như các tham số khác bằng thực nghiệm khá

phức tạp, nên trong thực tế, bằng thực nghiệm chỉ cần xác định các tham số Y_{11} , Y_{22} , Z_{11} , Z_{22} (các tổng dẫn và tổng trở đầu vào của mạng 4 cực trong chế độ ngắn mạch và hở mạch). Sau đó, từ các tham số Y_{11} , Y_{22} , Z_{11} , Z_{22} , bằng tính toán sẽ xác định các tham số còn lại. Các tham số Y_{11} , Y_{22} , Z_{11} , Z_{22} được gọi là các tham số ngắn mạch và hở mạch của mạng 4 cực.

Ví dụ: Với mạng 4 cực thuận nghịch, tham số $Y_{12} = Y_{21}$, nên từ bảng (8.1) ta có:

$$|Y| = \frac{Y_{22}}{Z_{11}} = \frac{Y_{11}}{Z_{22}},$$

hay:

$$Y_{11} Y_{22} - Y_{12}^2 = \frac{Y_{22}}{Z_{11}} = \frac{Y_{11}}{Z_{22}}.$$

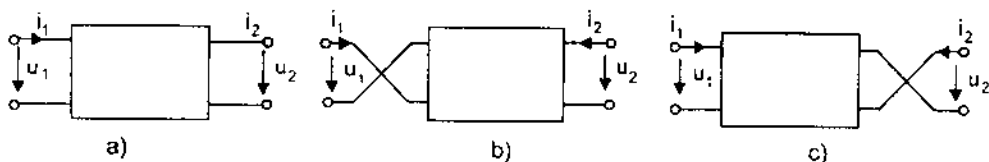
Từ đây, ta xác định được :

$$Y_{12} = \pm \sqrt{Y_{11} Y_{22} - \frac{Y_{22}}{Z_{11}}} = \pm \sqrt{Y_{11} Y_{22} - \frac{Y_{11}}{Z_{22}}} \quad (8.11)$$

Tham số $Y_{12} = Y_{21}$ của mạng 4 cực xác định theo biểu thức (8.11) có hai giá trị khác dấu nhau. Song điều đó hoàn toàn không hạn chế việc xác định các tham số riêng của mạng 4 cực thông qua các tham số hở mạch và ngắn mạch. Thật vậy, đối với mạng 4 cực đã cho (hình 8.4a), nếu ta lần lượt thay đổi vị trí một cặp cực của nó (hình 8.4b và 8.4c), thì tham số Y_{12} (Y_{21}) nhận được của M4C sẽ khác dấu với tham số Y_{12} (Y_{21}) của M4C ban đầu, còn các tham số ngắn mạch và hở mạch Y_{11} , Y_{22} , Z_{11} , Z_{22} hoàn toàn không thay đổi so với tham số tương ứng của mạng 4 cực ban đầu. Điều này có thể giải thích : khi thay đổi vị trí của một cặp cực của mạng 4 cực, thì chiều quy ước của cả điện áp và dòng điện trên cặp cực đó sẽ thay đổi, còn chiều quy ước của điện áp và dòng điện trên cặp cực còn lại sẽ không thay đổi. Do đó trong trường hợp đã nêu chỉ có tham số Y_{12} , Y_{21} đổi dấu, ở đây:

$$Y_{12} = \frac{I_1}{U_2} \Big|_{U_1=0} \quad \text{và} \quad Y_{21} = \frac{I_2}{U_1} \Big|_{U_2=0}$$

Việc đổi dấu của tham số Y_{12} (Y_{21}) sẽ làm thay đổi đặc tuyến pha của mạng 4 cực một góc $\varphi = \pi$. Điều này dẫn tới việc thay đổi vị trí một cặp cực của mạng 4 cực. Nếu việc thay đổi vị trí một cặp cực của mạng 4 cực không gây ảnh hưởng đến điều kiện chung của bài toán, thì dấu của tham số Y_{12} (Y_{21}) xác định theo biểu thức (8.11) có thể chọn tùy ý. Còn trong trường hợp cần thiết, dấu của tham số Y_{12} (Y_{21}), được xác định bằng một phép đo đơn giản.



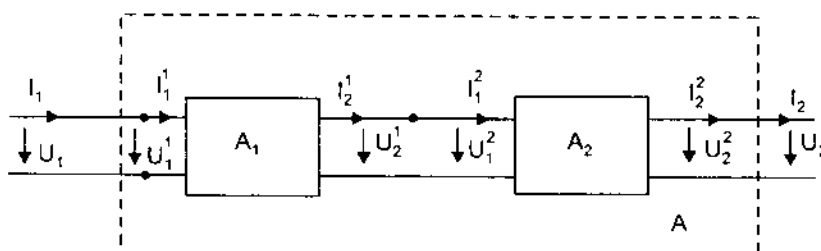
Hình 8.4

8.5. GHÉP NỐI CÁC MẠNG 4 CỰC

Khi ghép nối các mạng 4 cực với nhau sẽ tạo thành M4C mới. Tham số riêng của M4C mới có thể được xác định qua các tham số riêng của các mạng 4 cực thành phần.

8.5.1. Các mạng 4 cực ghép liên thông

Mạng 4 cực trên hình 8.5 được tạo thành từ hai mạng 4 cực A_1 và A_2 mắc liên thông.



Hình 8.5

Phương trình truyền dạng tham số A của các mạng 4 cực A , A_1 , A_2 tương ứng có dạng :

$$[V_1] = [A] [V_2], \quad (8.12)$$

$$[V_1^1] = [A_1] [V_2^1] \quad (8.13)$$

$$[V_1^2] = [A_2] [V_2^2] \quad (8.14)$$

trong đó:

$$[V_1] = [U_1 I_1]^T; [V_2] = [U_2 I_2]^T;$$

$$[V_1^1] = [U_1^1 I_1^1]^T; [V_2^1] = [U_2^1 I_2^1]^T$$

$$[V_1^2] = [U_1^2 I_1^2]^T; [V_2^2] = [U_2^2 I_2^2]^T$$

Mặt khác, từ hình 8.5 ta có :

$$[V_1] = [V_1^1]; [V_2^1] = [V_1^2]; [V_2^2] = [V_2]$$

kết hợp với các phương trình truyền (8.12), (8.13), (8.14), sau khi biến đổi ta nhận được:

$$[V_1] = [A_1] [A_2] [V_2] \quad (8.15)$$

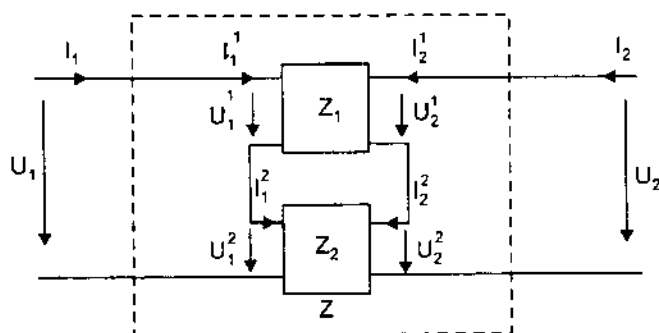
So sánh biểu thức (8.12) với biểu thức (8.15), ta nhận được:

$$[A] = [A_1] [A_2] \quad (8.16)$$

Vậy ma trận tham số A của mạng 4 cực được tạo thành từ hai M4C thành phần mắc liên thông bằng tích của các ma trận tham số A của các M4C thành phần. Kết luận trên cũng đúng đối với mạng 4 cực gồm n M4C thành phần mắc liên thông.

8.5.2. Các mạng 4 cực mắc nối tiếp - nối tiếp

Trên hình 8.6 vẽ mạng 4 cực Z được tạo thành từ hai mạng 4 cực thành phần Z_1 , Z_2 mắc nối tiếp - nối tiếp.



Hình 8.6

Hệ phương trình truyền dạng tham số Z của các mạng 4 cực Z , Z_1 , Z_2 :

$$[U] = [Z] [I], \quad (8.17)$$

$$[U_1] = [Z_1] [I_1], \quad (8.18)$$

$$[U_2] = [Z_2] [I_2], \quad (8.19)$$

trong đó:

$$[U] = [U_1 \ U_2]^T, \quad [U_1] = [U_1^1 \ U_2^1]^T, \quad [U_2] = [U_1^2 \ U_2^2]^T;$$

$$[I] = [I_1 \ I_2]^T, \quad [I_1] = [I_1^1 \ I_2^1]^T, \quad [I_2] = [I_1^2 \ I_2^2]^T$$

Từ hình 8.6 ta có:

$$[U] = [U_1] + [U_2],$$

$$[I] = [I_1] = [I_2],$$

kết hợp với các biểu thức (8.18), (8.19) sau khi biến đổi ta nhận được:

$$[U] = [[Z_1] + [Z_2]] [I]. \quad (8.20)$$

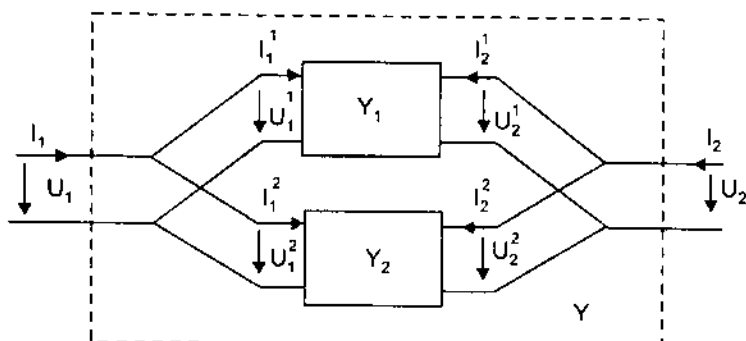
So sánh (8.20) với (8.17), ta có:

$$[Z] = [Z_1] + [Z_2] \quad (8.21)$$

Vậy ma trận tham số Z của mạng 4 cực gồm hai M4C thành phần mắc nối tiếp - nối tiếp, bằng tổng các ma trận tham số Z của hai M4C thành phần. Kết luận trên cũng đúng với mạng 4 cực gồm n M4C thành phần mắc nối tiếp - nối tiếp.

8.5.3. Các mạng 4 cực mắc song song - song song

Trên hình 8.7 vẽ mạng 4 cực Y gồm hai mạng 4 cực thành phần Y_1 , Y_2 mắc song song - song song.



Hình 8.7

Phương trình truyền dạng tham số Y của các mạng 4 cực Y, Y_1, Y_2 :

$$[I] = [Y] [U], \quad (8.22)$$

$$[I_1] = [Y_1] [U_1], \quad (8.23)$$

$$[I_2] = [Y_2] [U_2], \quad (8.24)$$

trong đó:

$$[I] = [I_1 \ I_2]^T;$$

$$[I_1] = [I_1^1 \ I_1^2]^T;$$

$$[I_2] = [I_2^1 \ I_2^2]^T,$$

$$[U] = [U_1 \ U_2]^T;$$

$$[U_1] = [U_1^1 \ U_1^2]^T;$$

$$[U_2] = [U_2^1 \ U_2^2]^T.$$

Mặt khác, từ hình 8.7 ta có:

$$[U] = [U_1] = [U_2],$$

$$[I] = [I_1] + [I_2],$$

nên sau khi biến đổi các biểu thức (8.22), (8.23), (8.24), ta nhận được:

$$[I] = [[Y_1] + [Y_2]] [U] \quad (8.25)$$

So sánh (8.25) với (8.22), ta có:

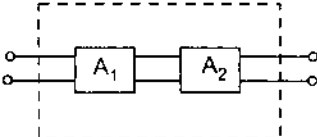
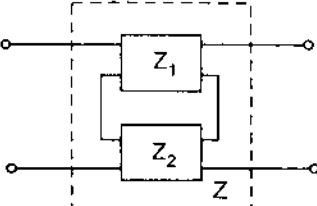
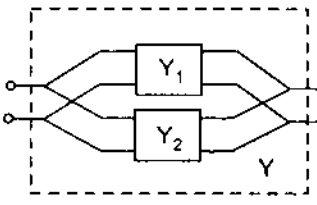
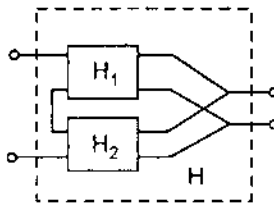
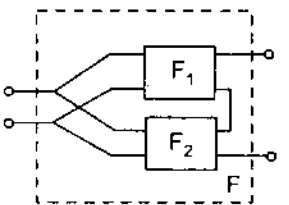
$$[Y] = [Y_1] + [Y_2], \quad (8.26)$$

Vậy, ma trận tham số Y của mạng 4 cực gồm hai mạng 4 cực thành phần mắc song song - song song bằng tổng các ma trận tham số Y của hai mạng 4 cực thành phần.

Kết luận trên cũng hoàn toàn đúng đối với mạng 4 cực gồm n mạng 4 cực thành phần mắc song song - song song.

Chứng minh tương tự, ta xác định được tham số riêng của các mạng 4 cực gồm hai mạng 4 cực thành phần mắc nối tiếp - song song và song song - nối tiếp (xem kết quả đưa ra ở bảng 8.2).

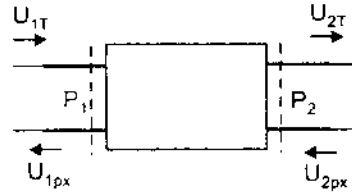
Bảng 8.2

TT	Cách ghép nối M4C	Sơ đồ	Phương trình ma trận tham số
1	Mắc liên thông		$[A] = [A_1][A_2]$
2	Mắc nối tiếp - nối tiếp		$[Z] = [Z_1] + [Z_2]$
3	Mắc song song - song song		$[Y] = [Y_1] + [Y_2]$
4	Mắc nối tiếp - song song		$[H] = [H_1] + [H_2]$
5	Mắc song song - nối tiếp		$[F] = [F_1] + [F_2]$

8.6. CÁC HỆ PHƯƠNG TRÌNH TRUYỀN VÀ CÁC THAM SỐ RIÊNG CỦA MẠNG 4 CỰC TRONG DẢI SÓNG SIÊU CAO TẦN

Đặc trưng cho quá trình truyền tải năng lượng của mạng 4 cực trong dải sóng siêu cao tần không phải là các giá trị của điện áp, dòng điện, mà là các giá trị của sóng tới và sóng phản xạ.

Giả sử mạng 4 cực làm việc ở dải sóng siêu cao tần, đầu vào và đầu ra của nó được mắc nối với các đoạn đường dây đồng nhất có các trở kháng sóng ρ_1, ρ_2 tương ứng (xem hình 8.8).



Hình 8.8

Trong trường hợp xét, điện áp và dòng điện trên các cực của mạng 4 cực sẽ là tổng của điện áp và dòng điện của sóng tới và sóng phản xạ:

$$\left. \begin{aligned} U_1 &= U_{1T} + U_{1px}, \\ I_1 &= I_{1T} - I_{1px} = \frac{1}{\rho_1} (U_{1T} - U_{1px}) \end{aligned} \right\} \quad (8.27)$$

$$\left. \begin{aligned} U_2 &= U_{2T} + U_{2px}, \\ I_2 &= I_{2T} - I_{2px} = \frac{1}{\rho_2} (U_{2T} - U_{2px}) \end{aligned} \right\} \quad (8.28)$$

trong đó: U_{1T}, U_{2T} là thành phần điện áp sóng tới;

U_{1px}, U_{2px} là các thành phần điện áp sóng phản xạ.

Trong hệ phương trình truyền (8.9), thực hiện thay các giá trị U_1, U_2, I_1, I_2 từ các biểu thức (8.27), (8.28), và sau một số biến đổi đơn giản ta sẽ nhận được:

$$\left. \begin{aligned} U_{1T} &= T_{11} U_{2T} + T_{12} U_{2px}, \\ U_{1px} &= T_{21} U_{2T} + T_{22} U_{2px} \end{aligned} \right\} \quad (8.29)$$

trong đó:

$$\begin{aligned} T_{11} &= \frac{1}{2} \left(A_{11} + \frac{A_{12}}{\rho_2} + A_{21} \rho_1 + A_{22} \frac{\rho_1}{\rho_2} \right), \\ T_{12} &= \frac{1}{2} \left(A_{11} - \frac{A_{12}}{\rho_2} + A_{21} \rho_1 - A_{22} \frac{\rho_1}{\rho_2} \right), \\ T_{21} &= \frac{1}{2} \left(A_{11} + \frac{A_{12}}{\rho_2} - A_{21} \rho_1 - A_{22} \frac{\rho_1}{\rho_2} \right), \\ T_{22} &= \frac{1}{2} \left(A_{11} - \frac{A_{12}}{\rho_2} - A_{21} \rho_1 + A_{22} \frac{\rho_1}{\rho_2} \right). \end{aligned}$$

Hệ phương trình (8.29) xác định quan hệ giữa sóng tới và sóng phản xạ trên các cặp cực của mạng 4 cực và được gọi là phương trình truyền của mạng 4 cực dạng tham số truyền sóng; còn ma trận:

$$[T] = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} \quad (8.30)$$

được gọi là ma trận truyền sóng của mạng 4 cực.

Hệ phương trình truyền (8.29) cũng có thể biến đổi về dạng:

$$\left. \begin{aligned} U_{1px} &= S_{11} U_{1T} + S_{12} U_{2px}, \\ U_{2T} &= S_{21} U_{1T} + S_{22} U_{2px} \end{aligned} \right\} \quad (8.31)$$

trong đó:

$$\begin{aligned} S_{11} &= \frac{T_{21}}{T_{11}}, & S_{12} &= \frac{|T|}{T_{11}}, \\ S_{21} &= \frac{1}{T_{11}}, & S_{22} &= \frac{T_{12}}{T_{11}}, \\ |T| &= T_{11}T_{22} - T_{12}T_{21}. \end{aligned}$$

Hệ phương trình (8.31) được gọi là hệ phương trình truyền dạng tham số tán xạ của mạng 4 cực; còn ma trận:

$$[S] = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \quad (8.32)$$

gọi là ma trận tán xạ của mạng 4 cực.

Quan hệ giữa ma trận truyền sóng (8.30) và ma trận tán xạ (8.32) của mạng 4 cực được xác định bởi các biểu thức:

$$\begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} = \frac{1}{T_{11}} \begin{bmatrix} T_{21} & |T| \\ 1 & -T_{12} \end{bmatrix} \quad (8.33)$$

$$\begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} = \frac{1}{S_{21}} \begin{bmatrix} 1 & -S_{22} \\ S_{11} & -|S| \end{bmatrix} \quad (8.34)$$

trong đó:

$$|S| = S_{11}S_{22} - S_{12}S_{21}.$$

Các hệ phương trình truyền (8.29), (8.31) có thể viết gọn dưới dạng ma trận:

$$[C_1] = [T] [C_2], \quad (8.35)$$

$$[B_1] = [S] [B_2], \quad (8.36)$$

trong đó $[C_1]$, $[C_2]$, $[B_1]$, $[B_2]$ là các vectơ ma trận cột của các sóng tới và sóng phản xạ trên các cặp cực của mạng 4 cực; ở đây:

$$\begin{aligned} [C_1] &= [U_{1T} \ U_{1px}]^T; [C_2] = [U_{2T} \ U_{2px}]^T \\ [B_1] &= [U_{1px} \ U_{2T}]^T; [B_2] = [U_{1T} \ U_{2px}]^T \end{aligned}$$

Mỗi phần tử của ma trận truyền sóng [T] và ma trận tán xạ [S] của mạng 4 cực có một ý nghĩa vật lý xác định, và có thể xác định bằng thực nghiệm.

Ví dụ:

$$\begin{aligned} S_{11} &= \left. \frac{U_{1px}}{U_{1T}} \right|_{U_{2px}=0} & - \text{Hệ số phản xạ trên đầu vào của mạng 4 cực,} \\ & & \text{khi đầu ra của M4C có tải hòa hợp } (U_{2px} = 0); \\ S_{12} &= \left. \frac{U_{1px}}{U_{2px}} \right|_{U_{1T}=0} & - \text{Hệ số truyền đạt ngược (hệ số phản hồi) của} \\ & & \text{mạng 4 cực khi đầu vào của M4C có tải hòa hợp;} \\ S_{21} &= \left. \frac{U_{2T}}{U_{1T}} \right|_{U_{2px}=0} & - \text{Hệ số truyền đạt thuận của mạng 4 cực khi đầu} \\ & & \text{ra của M4C có tải hòa hợp;} \\ S_{22} &= \left. \frac{U_{2px}}{U_{2T}} \right|_{U_{1T}=0} & - \text{Hệ số phản xạ trên đầu vào 2-2 của mạng 4 cực} \\ & & \text{khi truyền tín hiệu theo chiều ngược và M4C có} \\ & & \text{tải hòa hợp trên đầu vào 1-1;} \\ \frac{1}{T_{11}} &= \left. \frac{U_{2T}}{U_{1T}} \right|_{U_{2px}=0} & - \text{Hệ số truyền đạt thuận của mạng 4 cực khi đầu} \\ & & \text{ra của M4C có tải hòa hợp.} \end{aligned}$$

8.7. CHUẨN HÓA CÁC HỆ PHƯƠNG TRÌNH TRUYỀN CỦA MẠNG 4 CỰC

Chuẩn hóa các hệ phương trình truyền của mạng 4 cực có ý nghĩa quan trọng trong thực tế, đặc biệt trong dải sóng siêu cao tần. Vì rằng, trong dải sóng siêu cao tần, các giá trị điện áp và dòng điện trên đường truyền là đa trị. Việc xác định các đại lượng này khá phức tạp hoặc không thể xác định được bằng thực nghiệm. Bởi vậy, cần thiết phải chuẩn hóa các hệ phương trình truyền của mạng 4 cực, sao cho các tham số chuẩn hóa có thể đặc trưng cho mạng 4 cực trong các dải tần số khác nhau, đồng thời có thể dễ dàng xác định chúng.

Nếu chọn công suất ở đầu vào và đầu ra của mạng 4 cực là các đại lượng đặc trưng cho quá trình truyền tải năng lượng của mạng 4 cực, thì các đại lượng này là đơn trị và có thể dễ dàng xác định được bằng thực nghiệm trong toàn bộ dải tần công tác. Để xác định hằng số pha chỉ cần căn cứ vào định nghĩa: công suất là tích số giá trị phức của điện áp và dòng điện.

Nếu trở kháng sóng của đường truyền là một số thực ρ , thì công suất tại điểm xét được xác định bởi biểu thức $\frac{U^2}{\rho}$ hay ρI^2 . Do đó trong hệ phương trình truyền (8.29), nếu thực hiện chia cả hai vế cho $\sqrt{\rho_1}$, sẽ nhận được:

$$\left. \begin{aligned} \frac{U_{1T}}{\sqrt{\rho_1}} &= T_{11} \sqrt{\frac{\rho_2}{\rho_1}} \frac{U_{2T}}{\sqrt{\rho_2}} + T_{12} \sqrt{\frac{\rho_2}{\rho_1}} \frac{U_{2px}}{\sqrt{\rho_2}}, \\ \frac{U_{1px}}{\sqrt{\rho_1}} &= T_{21} \sqrt{\frac{\rho_2}{\rho_1}} \frac{U_{2T}}{\sqrt{\rho_2}} + T_{22} \sqrt{\frac{\rho_2}{\rho_1}} \frac{U_{2px}}{\sqrt{\rho_2}} \end{aligned} \right\} \quad (8.37)$$

Hệ phương trình truyền (8.37) xác định quan hệ không phải giữa các giá trị của điện áp sóng tới và sóng phản xạ ở đầu vào và đầu ra của mạng 4 cực, mà là giữa các đại lượng mới: $\frac{U_{1T}}{\sqrt{\rho_1}}, \frac{U_{1px}}{\sqrt{\rho_1}}, \frac{U_{2T}}{\sqrt{\rho_2}}, \frac{U_{2px}}{\sqrt{\rho_2}}$. Các đại lượng này có thứ nguyên là căn bậc hai của công suất ($\sqrt{W}$), và chúng được gọi là các biên độ điện áp chuẩn hóa ở đầu vào và đầu ra của mạng 4 cực. Còn các hệ số trong hệ phương trình truyền (8.37) được gọi là các phần tử của ma trận truyền sóng chuẩn hóa của mạng 4 cực.

Nếu đặt :

$$\begin{aligned}\frac{U_{1T}}{\sqrt{\rho_1}} &= a_1, & \frac{U_{1px}}{\sqrt{\rho_1}} &= b_1, \\ \frac{U_{2T}}{\sqrt{\rho_2}} &= b_2, & \frac{U_{2px}}{\sqrt{\rho_2}} &= a_2\end{aligned}$$

thì hệ phương trình truyền (8.37) được đưa về dạng:

$$\left. \begin{aligned}a_1 &= t_{11}b_2 + t_{12}a_2, \\ b_1 &= t_{21}b_2 + t_{22}a_2,\end{aligned} \right\} \quad (8.38)$$

hay dưới dạng ma trận:

$$[c_1] = [t] [c_2], \quad (8.38a)$$

trong đó:

$$\left. \begin{aligned}[c_1] &= [a_1 b_1]^T, [c_2] = [b_2 a_2]^T, \\ [t] &= \sqrt{\frac{\rho_2}{\rho_1}} \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} \\ t_{21} & t_{22} \end{bmatrix}\end{aligned} \right\} \quad (8.39)$$

gọi là ma trận truyền sóng chuẩn hóa của mạng 4 cực.

Hệ phương trình truyền (8.38) gọi là hệ phương trình truyền của mạng 4 cực dưới dạng tham số sóng chuẩn hóa.

Tương tự, có thể nhận được các hệ phương trình truyền dạng khác của mạng 4 cực dưới dạng tham số chuẩn hóa.

Ví dụ, từ hệ phương trình truyền (8.31), sau khi biến đổi ta sẽ nhận được:

$$\left. \begin{aligned}b_1 &= s_{11}a_1 + s_{12}a_2, \\ b_2 &= s_{21}a_1 + s_{22}a_2\end{aligned} \right\} \quad (8.40)$$

hay dưới dạng ma trận:

$$[b] = [s] [a] \quad (8.40a)$$

trong đó:

$$[b] = [b_1 b_2]^T; [a] = [a_1 a_2]^T,$$

$$[s] = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12}\sqrt{\frac{\rho_2}{\rho_1}} \\ S_{21}\sqrt{\frac{\rho_1}{\rho_2}} & S_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} \\ s_{21} & s_{22} \end{bmatrix} \quad (8.41)$$

gọi là ma trận tán xạ chuẩn hóa của mạng 4 cực.

Hệ phương trình truyền (8.40) gọi là hệ phương trình truyền của mạng 4 cực dạng tham số tán xạ chuẩn hóa.

8.8. QUAN HỆ GIỮA CÁC THAM SỐ CHUẨN HÓA VÀ KHÔNG CHUẨN HÓA CỦA MẠNG 4 CỰC

Quan hệ giữa các tham số chuẩn hóa và không chuẩn hóa tương ứng của mạng 4 cực, dưới dạng các biểu thức ma trận được chỉ ra dưới đây. Trong đó, ký hiệu chữ in thường là các tham số chuẩn hóa, còn chữ in hoa là các tham số không chuẩn hóa.

$$\begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} \\ t_{21} & t_{22} \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{\rho_2}{\rho_1}} \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} \quad (8.42)$$

$$\begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} \\ s_{21} & s_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \sqrt{\frac{\rho_2}{\rho_1}} \\ S_{21} \sqrt{\frac{\rho_1}{\rho_2}} & S_{22} \end{bmatrix} \quad (8.43)$$

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} \sqrt{\frac{\rho_2}{\rho_1}} & \frac{A_{12}}{\sqrt{\rho_1 \rho_2}} \\ A_{21} \sqrt{\rho_1 \rho_2} & A_{22} \sqrt{\frac{\rho_1}{\rho_2}} \end{bmatrix} \quad (8.44)$$

$$\begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{Z_{11}}{\rho_1} & \frac{Z_{12}}{\sqrt{\rho_1 \rho_2}} \\ \frac{Z_{21}}{\sqrt{\rho_1 \rho_2}} & \frac{Z_{22}}{\rho_2} \end{bmatrix} \quad (8.45)$$

$$\begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} \rho_1 & Y_{12} \sqrt{\rho_1 \rho_2} \\ Y_{21} \sqrt{\rho_1 \rho_2} & Y_{22} \rho_2 \end{bmatrix} \quad (8.46)$$

$$\begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{\rho_1}{\rho_2}} \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} \\ t_{21} & t_{22} \end{bmatrix} \quad (8.47)$$

$$\begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} \sqrt{\frac{\rho_1}{\rho_2}} \\ s_{21} \sqrt{\frac{\rho_2}{\rho_1}} & s_{22} \end{bmatrix} \quad (8.48)$$

$$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} \sqrt{\frac{\rho_1}{\rho_2}} & a_{12} \sqrt{\rho_1 \rho_2} \\ \frac{a_{21}}{\sqrt{\rho_1 \rho_2}} & a_{22} \sqrt{\frac{\rho_2}{\rho_1}} \end{bmatrix} \quad (8.49)$$

$$\begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_{11}\rho_1 & z_{12}\sqrt{\rho_1\rho_2} \\ z_{21}\sqrt{\rho_1\rho_2} & z_{22}\rho_2 \end{bmatrix} \quad (8.50)$$

$$\begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{y_{11}}{\rho_1} & \frac{y_{12}}{\sqrt{\rho_1\rho_2}} \\ \frac{y_{21}}{\sqrt{\rho_1\rho_2}} & \frac{y_{22}}{\rho_2} \end{bmatrix} \quad (8.51)$$

8.9. QUAN HỆ GIỮA CÁC THAM SỐ SỐNG VÀ CÁC THAM SỐ A, Z, Y DẠNG CHUẨN HÓA CỦA MẠNG 4 CỰC

Quan hệ giữa các tham số sống s, t và các tham số a, z, y dạng chuẩn hóa của mạng 4 cực cũng được chỉ ra dưới đây dưới dạng các biểu thức ma trận:

$$[t] = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} a_{11} + a_{12} + a_{21} + a_{22} & a_{11} - a_{12} + a_{21} - a_{22} \\ a_{11} + a_{12} - a_{21} - a_{22} & a_{11} - a_{12} - a_{21} + a_{22} \end{bmatrix} \quad (8.52)$$

$$[t] = \frac{1}{2z_{21}} \begin{bmatrix} z_{12}z_{21} - (z_{11} + 1)(z_{22} - 1) & (z_{11} + 1)(z_{22} + 1) - z_{12}z_{21} \\ z_{12}z_{21} - (z_{11} - 1)(z_{22} - 1) & (z_{11} - 1)(z_{22} + 1) - z_{12}z_{21} \end{bmatrix} \quad (8.53)$$

$$[t] = \frac{1}{2y_{21}} \begin{bmatrix} (1 + y_{11})(1 - y_{22}) + y_{21}y_{12} & -(1 + y_{11})(1 + y_{22}) + y_{12}y_{21} \\ (1 - y_{11})(1 - y_{22}) - y_{12}y_{21} & -(1 - y_{11})(1 + y_{22}) + y_{12}y_{21} \end{bmatrix} \quad (8.54)$$

$$[s] = \frac{1}{|a| - (a_{11} + a_{21})(a_{21} + a_{22})} \begin{bmatrix} |a| - (a_{11} - a_{21})(a_{22} + a_{21}) & -2|a|a_{21} \\ -2a_{21} & |a| - (a_{22} - a_{21})(a_{11} + a_{21}) \end{bmatrix} \quad (8.55)$$

$$[s] = \frac{1}{(z_{11} + 1)(z_{22} - 1) - z_{12}z_{21}} \begin{bmatrix} (z_{11} - 1)(z_{22} - 1) - z_{12}z_{21} & 2z_{21} \\ -2z_{21} & (z_{22} + 1)(z_{11} + 1) - z_{12}z_{21} \end{bmatrix} \quad (8.56)$$

$$[s] = \frac{1}{(1 + y_{11})(1 - y_{22}) + y_{12}y_{21}} \begin{bmatrix} (1 + y_{11})(1 - y_{22}) - y_{12}y_{21} & -2y_{12} \\ 2y_{21} & (1 + y_{11})(1 + y_{22}) - y_{12}y_{21} \end{bmatrix} \quad (8.57)$$

$$[a] = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} t_{11} + t_{21} + t_{12} + t_{22} & t_{11} + t_{21} - t_{12} - t_{22} \\ t_{11} - t_{21} + t_{12} - t_{22} & t_{11} - t_{21} - t_{12} + t_{22} \end{bmatrix} \quad (8.58)$$

$$[a] = \frac{1}{2s_{21}} \begin{bmatrix} s_{12}s_{21} - (1 + s_{11})(s_{22} - 1) & (1 + s_{11})(1 + s_{22}) - s_{12}s_{21} \\ (1 - s_{22})(1 - s_{11}) - s_{12}s_{21} & (1 - s_{11})(1 + s_{22}) + s_{12}s_{21} \end{bmatrix} \quad (8.59)$$

$$[z] = \frac{1}{t_{21} - t_{11} + t_{22} - t_{12}} \begin{bmatrix} -(t_{11} + t_{21} + t_{12} + t_{22}) & 2t_1 \\ -2 & t_{11} - t_{21} - t_{12} + t_{22} \end{bmatrix} \quad (8.60)$$

$$[z] = \frac{1}{(1 - s_{11})(s_{22} - 1) + s_{12}s_{21}} \begin{bmatrix} (1 + s_{11})(s_{22} - 1) - s_{12}s_{21} & 2s_{12} \\ -2s_{12} & (1 + s_{22})(1 - s_{11}) + s_{12}s_{21} \end{bmatrix} \quad (8.61)$$

$$[y] = \frac{1}{t_{11} + t_{21} - t_{12} - t_{21}} \begin{bmatrix} t_{11} - t_{21} - t_{12} + t_{22} & -2t_1 \\ 2 & -(t_{11} + t_{21} + t_{12} + t_{22}) \end{bmatrix} \quad (8.62)$$

$$[y] = \frac{1}{(1+s_{11})(1+s_{12})-s_{12}s_{21}} \begin{bmatrix} (1-s_{11})(1+s_{22})+s_{12}s_{21} & -2s_{12} \\ 2s_{12} & (1+s_{11})(s_{22}-1)-s_{12}s_{21} \end{bmatrix} \quad (8.63)$$

Trong các biểu thức trên, định thức $|t|$ và $|a|$ được xác định:

$$|t| = t_{11}t_{22} - t_{12}t_{21},$$

$$|a| = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$$

Quan hệ giữa các phần tử của ma trận truyền sóng chuẩn hóa $[t]$ và ma trận truyền đạt chuẩn hóa $[a]$ của mạng 4 cực có thể viết dưới dạng ma trận:

$$[t] = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}^{-1} \times [a] \times \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}, \quad (8.64)$$

$$[a] = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \times [t] \times \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}^{-1} \quad (8.65)$$

Từ các biểu thức (8.64) và (8.65), dễ dàng suy ra các tính chất sau đây của ma trận truyền sóng $[t]$ của mạng 4 cực:

- Định thức của ma trận truyền sóng $[t]$ của mạng 4 cực bằng định thức của ma trận truyền đạt $[a]$ của nó:

$$|t| = |a|$$

- Ma trận truyền sóng $[t]$ của mạng 4 cực gồm các mạng 4 cực thành phần mắc liên thông bằng tích của cả ma trận truyền sóng $[t_k]$ của các mạng 4 cực thành phần:

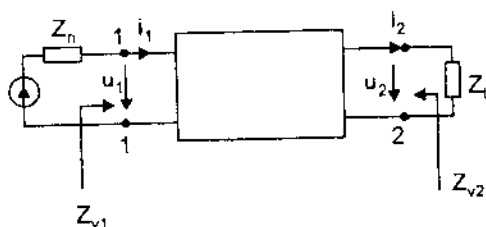
$$[t] = \prod_{k=1}^n [t_k].$$

Trong trường hợp các mạng 4 cực thành phần là hoàn toàn giống nhau, ma trận truyền sóng có dạng:

$$[t] = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}^{-1} \times [a]^n \times \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

8.10. CÁC THAM SỐ CỦA MẠNG 4 CỰC KHI CÓ TẢI

Trong thực tế, trên đầu vào của mạng 4 cực được mắc với nguồn tín hiệu, còn trên đầu ra của mạng 4 cực được mắc với phụ tải Z_L (xem hình 8.9).



Hình 8.9

Để đánh giá ảnh hưởng của mạng 4 cực đến đặc tính truyền tải năng lượng từ nguồn tín hiệu đến phụ tải, người ta xét các tham số của mạng 4 cực khi có tải. Đôi khi người ta cũng gọi các tham số này là các tham số công tác của mạng 4 cực.

8.10.1. Tổng trở vào của mạng 4 cực

Tổng trở vào của mạng 4 cực nhìn từ phía đầu vào 1-1 (ký hiệu là Z_{v1}) là tỷ số giữa giá trị của điện áp và dòng điện trên đầu vào 1-1 của mạng 4 cực:

$$Z_{v1} = \frac{U_1}{I_1} = \frac{A_{11}U_2 + A_{12}I_2}{A_{21}U_2 + A_{22}I_2} \quad (8.66)$$

Trong biểu thức (8.66), nếu thay $U_2 = I_2 Z_t$ và sau khi biến đổi ta sẽ nhận được:

$$Z_{v1} = \frac{A_{11}Z_t + A_{12}}{A_{21}Z_t + A_{22}} \quad (8.66a)$$

Biểu thức (8.66a) chỉ ra rằng, tổng trở vào của mạng 4 cực Z_{v1} không chỉ phụ thuộc vào tổng trở phụ tải Z_t , mà còn phụ thuộc vào các tham số riêng của mạng 4 cực. Hay nói cách khác, mạng 4 cực thực hiện phép biến đổi tổng trở, nghĩa là nó biến đổi tổng trở phụ tải Z_t thành tổng trở có giá trị cho trước.

Tương tự, người ta cũng định nghĩa tổng trở vào của mạng 4 cực nhìn từ phía 2-2 (ký hiệu là Z_{v2}) là tỷ số giữa giá trị của điện áp và dòng điện trên đầu ra 2-2 khi cho nguồn điện áp tác động bằng không ($E = 0$):

$$Z_{v2} = -\frac{U_2}{I_2}$$

Thay các giá trị của U_2, I_2 từ hệ phương trình truyền (8.11), sau đó biểu diễn các tham số B qua hệ tham số A của mạng 4 cực, ta sẽ nhận được:

$$Z_{v2} = -\frac{U_2}{I_2} = \frac{A_{22}Z_n + A_{12}}{A_{21}Z_n + A_{11}} \quad (8.67)$$

Biểu thức của tổng trở vào Z_{v2} ở (8.67) cũng có thể nhận được bằng phương pháp khác. Trên hình (8.9), khi nguồn tác động $E = 0$, ta có:

$$I_1 = -\frac{U_1}{Z_n}, \text{ hay } -Z_n = \frac{U_1}{I_1}$$

Mặt khác:

$$\frac{U_1}{I_1} = \frac{A_{11}U_2 + A_{12}I_2}{A_{21}U_2 + A_{22}I_2}$$

nên nhận được:

$$-Z_n = \frac{A_{11}U_2 + A_{12}I_2}{A_{21}U_2 + A_{22}I_2}$$

Chia cả tử số và mẫu số của vế phải của biểu thức trên cho I_2 , với $\frac{U_2}{I_2} = -Z_{v2}$, ta nhận được :

$$-Z_n = \frac{-Z_{v2}A_{11} + A_{12}}{-Z_{v2}A_{21} + A_{22}},$$

hay sau khi biến đổi ta sẽ nhận được:

$$Z_{v2} = \frac{A_{22}Z_n + A_{12}}{A_{21}Z_n + A_{11}},$$

Trong các biểu thức (8.66), (8.67), tính Z_v của mạng 4 cực nếu các giá trị của điện áp và dòng điện trên các cực của mạng 4 cực là các giá trị phức (biên độ phức, hoặc hiệu dụng phức), thì các tổng trở vào là dạng phức; còn nếu các giá trị của điện áp và dòng điện là các ảnh toán tử tương ứng, ta sẽ có tổng trở vào toán tử.

Tổng trở vào của mạng 4 cực có thể xác định qua tổng trở vào hở mạch và ngắn mạch của M4C. Thật vậy, các biểu thức (8.66a) và (8.67) có thể viết lại dưới dạng:

$$Z_{v1} = \frac{A_{11}}{A_{21}} \cdot \frac{\frac{A_{12}}{A_{11}} + Z_t}{\frac{A_{22}}{A_{21}} + Z_t}, \quad Z_{v2} = \frac{A_{22}}{A_{21}} \cdot \frac{\frac{A_{12}}{A_{22}} + Z_n}{\frac{A_{11}}{A_{21}} + Z_n}$$

Vì :

$$\frac{A_{11}}{A_{21}} = Z_{v1} \bigg|_{Z_t = \infty} = Z_{v1\text{hở}},$$

$$\frac{A_{12}}{A_{11}} = Z_{v2} \bigg|_{Z_n = 0} = Z_{v1ng},$$

$$\frac{A_{22}}{A_{21}} = Z_{v2} \bigg|_{Z_n = \infty} = Z_{v2\text{hở}},$$

$$\frac{A_{12}}{A_{22}} = Z_{v1} \bigg|_{Z_t = 0} = Z_{v1ng},$$

nên :

$$Z_{v1} = Z_{v1\text{hở}} \cdot \frac{Z_{v2ng} + Z_t}{Z_{v2\text{hở}} + Z_t} \quad (8.68)$$

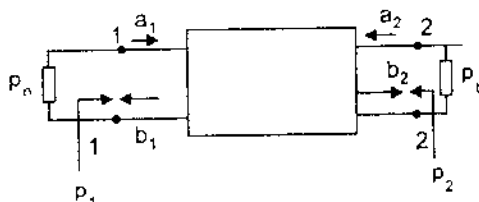
$$Z_{v2} = Z_{v2\text{hở}} \cdot \frac{Z_{v1ng} + Z_n}{Z_{v1\text{hở}} + Z_n} \quad (8.69)$$

trong đó $Z_{v1\text{hở}}$ ($Z_{v2\text{hở}}$) là tổng trở vào từ phía 1-1 (2-2) khi đầu ra 2-2 (1-1) hở mạch; Z_{v1ng} (Z_{v2ng}) là tổng trở vào từ phía 1-1 (2-2) khi đầu ra 2-2 (1-1) ngắn mạch.

8.10.2. Hệ số phản xạ của mạng 4 cực

Trong dải sóng siêu cao tần, người ta sử dụng rộng rãi tham số hệ số phản xạ ở đầu vào của mạng 4 cực thay vì tham số tổng trở đầu vào.

Hệ số phản xạ trên đầu vào của mạng 4 cực (ký hiệu là p_1) là tỷ số giữa sóng phản xạ và sóng tới trên đầu vào của mạng 4 cực (xem hình 8.10)



Hình 8.10

$$p_1 = \frac{b_1}{a_1} = \frac{t_{21}b_2 + t_{22}a_2}{t_{11}b_2 + t_{12}a_2}$$

Vì $a_2 = p_t b_2$, $p_t = \frac{Z_t - \rho_2}{Z_t + \rho_2}$ - hệ số phản xạ của phụ tải mắc ở đầu ra mạng 4 cực,

nên ta nhận được :

$$p_1 = \frac{t_{21} + t_{22}p_t}{t_{11} + t_{12}p_t} \quad (8.70)$$

Tương tự, người ta cũng định nghĩa hệ số phản xạ trên đầu vào 2-2 của mạng 4 cực (ký hiệu là p_2) là tỷ số giữa sóng phản xạ và sóng tới trên đầu ra 2-2 của mạng 4 cực:

$$p_2 = \frac{b_2}{a_2} = \frac{-t_{12} + t_{22}p_n}{t_{11} - t_{21}p_n} \quad (8.71)$$

trong đó : $p_n = \frac{Z_n - \rho_1}{Z_n + \rho_1}$ - hệ số phản xạ của nguồn tín hiệu;

Z_n - tổng trở trong của nguồn;

ρ_1 - là trở kháng sóng của đoạn đường dây nối giữa nguồn tín hiệu và mạng 4 cực.

Biểu diễn các hệ số phản xạ p_1 , p_2 qua các tham số ma trận tán xạ của mạng 4 cực, ta sẽ nhận được:

$$p_1 = s_{11} + \frac{s_{12}s_{21}p_1}{1 - s_{22}p_1}, \quad (8.72)$$

$$p_2 = s_{22} + \frac{s_{12}s_{21}p_n}{1 - s_{11}p_n}. \quad (8.73)$$

8.11. TRỞ KHÁNG ĐẶC TÍNH CỦA MẠNG 4 CỰC

Tổng trở vào của mạng 4 cực phụ thuộc vào tổng trở phụ tải Z_t (tổng trở nguồn Z_n) và các tham số riêng của mạng 4 cực. Song với mỗi mạng 4 cực đã cho, tồn tại hai giá trị tổng trở Z_{1c} và Z_{2c} có tính chất sau: Khi tổng trở phụ tải $Z_t = Z_{2c}$ thì tổng trở vào $Z_{v1} = Z_{1c}$; ngược lại khi tổng trở nguồn $Z_n = Z_{1c}$ thì tổng trở vào $Z_{v2} = Z_{2c}$. Các tổng trở Z_{1c} và Z_{2c} được gọi là tổng trở đặc tính của mạng 4 cực.

Thay các giá trị Z_{2c} và Z_{1c} vào các biểu thức (8.66a) và (8.67), ta nhận được:

$$Z_{1c} = \frac{A_{11}Z_{2c} + A_{12}}{A_{21}Z_{2c} + A_{22}}, \quad (8.74)$$

$$Z_{2c} = \frac{A_{22}Z_{1c} + A_{12}}{A_{21}Z_{1c} + A_{11}}, \quad (8.75)$$

Giải đồng thời hệ hai phương trình (8.74) và (8.75), ta nhận được:

$$Z_{1c} = \sqrt{\frac{A_{11}A_{12}}{A_{21}A_{22}}}, \quad (8.76)$$

$$Z_{2c} = \sqrt{\frac{A_{22}A_{12}}{A_{21}A_{11}}}. \quad (8.77)$$

Trở kháng đặc tính của mạng 4 cực trong trường hợp chung là một số phức. Đối với mạng 4 cực đối xứng, các tham số $A_{11} = A_{22}$, nên trở kháng đặc tính:

$$Z_{1c} = Z_{2c} = Z_c = \sqrt{\frac{A_{12}}{A_{21}}} \quad (8.78)$$

Các mạng 4 cực có tổng trở phụ tải bằng trở kháng đặc tính ($Z_t = Z_{2c}$) được gọi là mạng 4 cực có tải hòa hợp.

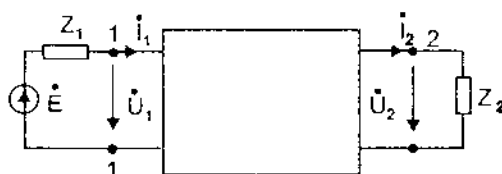
Các trở kháng đặc tính của mạng 4 cực có thể xác định qua tổng trở vào hở mạch và ngắn mạch của nó:

$$Z_{1c} = \sqrt{\frac{A_{11}A_{12}}{A_{21}A_{22}}} = \sqrt{\frac{A_{11}}{A_{21}} \cdot \frac{A_{12}}{A_{22}}} = \sqrt{Z_{v1hở} \cdot Z_{v1ng}}, \quad (8.79)$$

$$Z_{2c} = \sqrt{\frac{A_{22}A_{12}}{A_{21}A_{11}}} = \sqrt{\frac{A_{22}}{A_{21}} \cdot \frac{A_{12}}{A_{11}}} = \sqrt{Z_{v2hở} \cdot Z_{v2ng}} \quad (8.80)$$

8.12. HÀM TRUYỀN ĐẠT PHỨC CỦA MẠNG 4 CỰC

Xét mạng 4 cực tuyến tính, đầu vào mạng 4 cực được mắc với nguồn tín hiệu với sức điện động $\dot{E}$, tổng trở trong Z_1 ; đầu ra được mắc với phụ tải Z_2 (xem hình 8.11).



Hình 8.11

Hàm truyền đạt phức của mạng 4 cực là tỉ số giữa giá trị biên độ phức (hiệu dụng phức) của phản ứng trên đầu ra của mạng 4 cực và giá trị biên độ phức (hiệu dụng phức) của nguồn tác động.

Đối với mạng 4 cực (hình 8.11) ta có các hàm truyền đạt phức:

$$T_1(j\omega) = \frac{\dot{I}_2}{\dot{E}}$$

$$T_2(j\omega) = \frac{\dot{U}_2}{\dot{E}}$$

Trong hệ phương trình truyền (8.10) của mạng 4 cực, nếu thay $\dot{U}_2 = \dot{I}_2 Z_2$, ta nhận được:

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_1 &= (A_{11}Z_2 + A_{12})\dot{I}_2, \\ \dot{I}_1 &= (A_{21}Z_2 + A_{22})\dot{I}_2 \end{aligned} \right\} \quad (8.81)$$

Mặt khác, từ hình 8.11 ta có:

$$\dot{U}_1 = \dot{E} - \dot{I}_1 Z_1; \quad (8.82)$$

Nên từ các phương trình (8.81) và (8.82), sau khi thực hiện một số biến đổi đơn giản, ta nhận được:

$$T_1(j\omega) = \frac{\dot{I}_2}{\dot{E}} = \frac{1}{A_{11}Z_2 + A_{12} + A_{21}Z_1Z_2 + A_{22}Z_1} \quad (8.83)$$

Trong hàm truyền đạt phức (8.83), nếu thay $\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}_2}{Z_2}$ và sau khi biến đổi, ta nhận được:

$$T_2(j\omega) = \frac{\dot{U}_2}{\dot{E}} = \frac{Z_2}{A_{11}Z_2 + A_{12} + A_{21}Z_1Z_2 + A_{22}Z_1} \quad (8.84)$$

Rõ ràng rằng, hàm truyền đạt phức của mạng 4 cực không chỉ phụ thuộc vào tổng trở của nguồn tín hiệu Z_1 , tổng trở phụ tải Z_2 , mà còn phụ thuộc vào các tham số riêng của mạng 4 cực. Về ý nghĩa thực tế, có thể dùng mạng 4 cực để thay đổi đặc tính truyền đạt của hệ thống truyền tín hiệu.

Sau đây ta xét một số trường hợp riêng.

a) Trường hợp cho trước điện áp hay dòng điện đầu vào

Trường hợp này phù hợp với tổng trở trong của nguồn tín hiệu $Z_1 = 0$.

Trong các hàm truyền đạt phức (8.83), (8.84), nếu cho $Z_1 = 0$, ta nhận được:

$$T_1(j\omega) = \frac{\dot{I}_2}{\dot{E}} = \frac{\dot{I}_2}{\dot{U}_1} = \frac{1}{A_{11}Z_2 + A_{12}} \quad (8.85)$$

$$T_2(j\omega) = \frac{\dot{U}_2}{\dot{E}} = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} = \frac{Z_2}{A_{11}Z_2 + A_{12}} = \frac{1}{A_{11} + A_{12}Y_2} \quad (8.86)$$

Ở đây $Y_2 = \frac{1}{Z_2}$ - tổng dẫn phức của phụ tải.

Tương tự, ta cũng nhận được các hàm truyền đạt phức:

$$T_3(j\omega) = \frac{\dot{I}_2}{\dot{I}_1} = \frac{1}{A_{22} + Z_2A_{11}} \quad (8.87)$$

$$T_4(j\omega) = \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_1} = \frac{1}{A_{21} + Y_2A_{22}} \quad (8.88)$$

Môđun của các hàm truyền đạt phức (8.86) và (8.87) được gọi là hệ số khuếch đại theo điện áp và hệ số khuếch đại theo dòng điện tương ứng.

b) Trường hợp hở mạch đầu ra của mạng 4 cực ($Z_2 = \infty$)

Trong một số trường hợp, phụ tải Z_2 của mạng 4 cực có giá trị khá lớn, ví dụ, khi đầu ra của mạng 4 cực được nối với đầu vào của các bộ khuếch đại lặp lại. Đặc điểm của các bộ khuếch đại lặp lại (emitter lặp lại, nguồn lặp lại ...) có tổng trở đầu vào khá lớn. Trong trường hợp này có thể coi gần đúng tổng trở phụ tải của mạng 4 cực $Z_2 = \infty$, và do đó hàm truyền đạt phức (8.84) sẽ có dạng:

$$T(j\omega) = \left. \frac{\dot{U}_2}{\dot{E}} \right|_{Z_2=\infty} = \frac{1}{A_{11} + Z_1A_{21}} \quad (8.89)$$

Hàm (8.89) chỉ phụ thuộc vào nguồn tín hiệu (Z_1) và các tham số riêng của mạng 4 cực.

8.13. HÀM TRUYỀN CÔNG SUẤT VÀ HỆ SỐ TRUYỀN ĐẶC TÍNH CỦA MẠNG 4 CỰC

8.13.1. Hàm truyền công suất của mạng 4 cực

Hàm truyền công suất của mạng 4 cực (ký hiệu là K_p) là tỉ số giữa công suất tác dụng trên phụ tải Z_2 (nối với đầu ra của mạng 4 cực) và công suất tác dụng cực đại mà nguồn tín hiệu (nối với đầu vào mạng 4 cực) có thể cung cấp cho mạch:

$$K_p = \frac{P_2}{P_{2\max}}$$

Giá trị công suất lớn nhất $P_{2\max}$ mà nguồn có thể cung cấp cho mạch ngoài khi thực hiện liên hợp phụ tải:

$$P_{2\max} = \frac{E^2}{4R_1}$$

trong đó $R_1 = R_n Z_1$ là 1 thành phần tác dụng của tổng trở trong của nguồn.

Công suất tác dụng trên phụ tải Z_2 :

$$P_2 = I_2^2 R_e Z_2$$

Thay giá trị :

$$I_2 = \frac{E}{|A_{11}Z_2 + A_{12} + A_{21}Z_1Z_2 + A_{22}Z_1|}$$

từ biểu thức (8.83) vào biểu thức tính K_p , và sau khi biến đổi ta nhận được:

$$K_p = \frac{P_2}{P_{2\max}} = \frac{4R_e Z_1 R_e Z_2}{|A_{11}Z_2 + A_{12} + A_{21}Z_1Z_2 + A_{22}Z_1|^2} \quad (8.90)$$

Hệ số truyền công suất của mạng 4 cực cũng phụ thuộc vào tham số của nguồn, phụ tải và các tham số riêng của mạng 4 cực.

Xét trường hợp riêng, khi tổng trở trong của nguồn tín hiệu và tổng trở phụ tải là thuần trở : $Z_1 = R_1$; $Z_2 = R_2$. Điều này tương ứng với mạng 4 cực là các bộ khuếch đại cao tần trong hệ thống điện thoại, hoặc các bộ khuếch đại dùng tranzistor trong các bộ khuếch đại nhiều tầng.

Trong trường hợp xét, ta có:

$$P_2 = \frac{U_2^2}{R_2};$$

$$P_{2\max} = \frac{U_{2\max}^2}{R_2},$$

do đó :

$$\frac{P_2}{P_{2\max}} = \frac{U_2^2}{U_{2\max}^2} = \frac{4R_1R_2}{|A_{11}R_2 + A_{12} + A_{21}R_1R_2 + A_{22}R_1|^2}$$

Lấy căn bậc 2 cả hai vế của biểu thức trên, ta tìm được :

$$\frac{U_2}{U_{2\max}} = \frac{2\sqrt{R_1R_2}}{|A_{11}R_2 + A_{12} + A_{21}R_1R_2 + A_{22}R_1|} \quad (8.91)$$

So sánh biểu thức (8.91) với các biểu thức (8.83) và (8.84) khi $Z_1 = R_1$, $Z_2 = R_2$, ta nhận được:

$$\frac{U_2}{U_{2\max}} = 2\sqrt{\frac{R_1}{R_2}} \cdot \frac{U_2}{E} = 2\sqrt{R_1R_2} \cdot \frac{I_2}{E} \quad (8.92)$$

Trong trường hợp xét ta thấy, môđun của hàm phức $|T_1(i\omega)| = \frac{I_2}{E}$ có dạng giống môđun hàm truyền đạt phức $|T_2(i\omega)| = \frac{U_2}{E}$ và được xác định thông qua tỉ số $\frac{U_2}{U_{2\max}}$. Tỉ số này được gọi là môđun của hàm truyền đạt quy chuẩn của mạng 4 cực:

$$|\hat{T}(j\omega)| = \frac{U_2}{U_{2\max}} = 2\sqrt{\frac{R_1}{R_2}} \frac{U_2}{E} = 2\sqrt{R_1R_2} \frac{I_2}{E}$$

Tương ứng với môđun hàm truyền quy chuẩn, người ta xác định hàm truyền quy chuẩn của mạng 4 cực:

$$\hat{T}(j\omega) = 2 \sqrt{\frac{R_1}{R_2}} \frac{\dot{U}_2}{\dot{E}} = 2 \sqrt{R_1 R_2} \cdot \frac{\dot{I}_2}{\dot{E}} = \frac{2 \sqrt{R_1 R_2}}{A_{11} R_2 + A_{12} + A_{21} R_1 R_2 + A_{22} R_1} \quad (8.93)$$

Đại lượng nghịch đảo của hàm truyền đạt quy chuẩn (ký hiệu là $S(j\omega)$) được gọi là hệ số truyền công tác của mạng 4 cực:

$$S(j\omega) = \frac{1}{\hat{T}(j\omega)} = \frac{\dot{E}}{2 \dot{U}_2} \sqrt{\frac{R_2}{R_1}} = \frac{E}{2 \dot{I}_2 \sqrt{R_1 R_2}} \quad (8.94)$$

Trong hệ thống truyền tín hiệu, người ta thường biểu diễn hàm truyền quy chuẩn và hệ số truyền công tác dưới dạng logarit tự nhiên, hay logarit thập phân.

$$\ln \hat{T}(j\omega) = \ln \left[\left| \hat{T}(j\omega) \right| e^{j\theta(\omega)} \right] = \ln \left| \hat{T}(j\omega) \right| + j\theta(\omega)$$

Phần thực $A = \ln \left| \hat{T}(j\omega) \right|$ được gọi là hệ số khuếch đại công tác.

Tương tự $\ln S(j\omega) = a + jb$.

Phần thực $a = \ln \left| S(j\omega) \right|$ được gọi là hệ số suy giảm công tác; còn phần ảo $b = \arg S(j\omega)$ gọi là hệ số pha công tác của mạng 4 cực. Hệ số suy giảm công tác a được tính theo nêpe (N), còn hệ số pha công tác b được tính theo radian hay độ. Nếu hệ số suy giảm công tác của mạng 4 cực tính theo đơn vị dềxiben (dB), thì:

$$a(\text{dB}) = 20 \lg \left| S(j\omega) \right|$$

Quan hệ giữa đơn vị suy giảm N và dB được xác định như sau:

$$a(\text{dB}) = 20 \lg e^{a(N)} = 20.a(N) \lg e = 20.a(N).0,4343 = 8,686a(N)$$

nghĩa là:

$$1N = 8,686 \text{ dB}; \quad 1\text{dB} = 0,115N$$

8.13.2. Hệ số truyền đặc tính của mạng 4 cực

Hệ số truyền đặc tính của mạng 4 cực (ký hiệu là g) là một nửa logarit tự nhiên của tỉ số giữa tích của giá trị phức (biên độ phức, hoặc hiệu dụng phức) của điện áp và dòng điện trên đầu vào và tích của giá trị phức của điện áp và dòng điện trên đầu ra của mạng 4 cực khi M4C có tải hòa hợp đồng thời theo đầu vào và đầu ra:

$$g = \frac{1}{2} \ln \frac{\dot{U}_1 \dot{I}_1}{\dot{U}_2 \dot{I}_2} \Big|_{Z_1 = Z_{1c}; Z_2 = Z_{2c}} \quad (8.95)$$

Khi mạng 4 cực có tải hòa hợp theo đầu vào và đầu ra, ta có :

$$\dot{U}_1 \dot{I}_1 = \frac{\dot{E}^2}{4Z_{1c}} \quad (8.96)$$

Từ các biểu thức (8.83) và (8.84) khi thay $Z_1 = Z_{1c}$, $Z_2 = Z_{2c}$, ta nhận được tích $\dot{U}_2 \dot{I}_2$:

$$\dot{U}_2 \dot{I}_2 = \frac{\dot{E}^2 Z_{2c}}{(A_{11}Z_{2c} + A_{12}Z_{1c}Z_{2c} + A_{22}Z_{1c})^2} \quad (8.97)$$

Trong các biểu thức trên, $\dot{E}$ là giá trị phức của sức điện động nguồn tín hiệu mắc từ đầu vào của mạng 4 cực.

Thay các giá trị của các tích $\dot{U}_1 \dot{I}_1, \dot{U}_2 \dot{I}_2$ từ các biểu thức (8.96), (8.97) vào biểu thức (8.95), ta nhận được:

$$g = \ln \frac{A_{11}Z_{2c} + A_{12} + A_{21}Z_{1c}Z_{2c} + A_{22}Z_{1c}}{2\sqrt{Z_{1c}Z_{2c}}},$$

hay:

$$g = \ln \left[\frac{1}{2} \left(\frac{A_{12}}{\sqrt{Z_{1c}Z_{2c}}} + A_{11} \sqrt{\frac{Z_{2c}}{Z_{1c}}} + A_{21} \sqrt{Z_{1c}Z_{2c}} + A_{22} \sqrt{\frac{Z_{1c}}{Z_{2c}}} \right) \right]$$

Thay các giá trị Z_{1c} , Z_{2c} từ các biểu thức (8.76), (8.77) vào biểu thức trên và sau khi biến đổi, ta nhận được :

$$g = \ln \left[\sqrt{A_{11}A_{22}} + \sqrt{A_{12}A_{21}} \right] \quad (8.98)$$

Các tham số riêng A_{ij} của mạng 4 cực có thể biểu diễn qua các tham số đặc tính (Z_{1c} , Z_{2c} , g_c) của nó. Thật vậy, giải đồng thời hệ các phương trình (8.76), (8.77), (8.98) ta nhận được:

$$\left. \begin{aligned} A_{11} &= \sqrt{\frac{Z_{1c}}{Z_{2c}}} \operatorname{ch} g, \\ A_{12} &= \sqrt{Z_{1c}Z_{2c}} \operatorname{sh} g, \\ A_{21} &= \frac{1}{\sqrt{Z_{1c}Z_{2c}}} \operatorname{sh} g, \\ A_{22} &= \sqrt{\frac{Z_{2c}}{Z_{1c}}} \operatorname{ch} g \end{aligned} \right\} \quad (8.99)$$

Trong hệ phương trình truyền (8.9) của mạng 4 cực, thay các hệ số A_{ij} từ các biểu thức (8.99) sẽ nhận được:

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_1 &= \sqrt{\frac{Z_{1c}}{Z_{2c}}} \left(\dot{U}_2 \operatorname{ch} g + Z_{2c} \dot{I}_2 \operatorname{sh} g \right), \\ \dot{I}_1 &= \sqrt{\frac{Z_{2c}}{Z_{1c}}} \left(\frac{\dot{U}_2}{Z_{2c}} \operatorname{sh} g + \dot{I}_2 \operatorname{ch} g \right) \end{aligned} \right\} \quad (8.100)$$

Nếu mạng 4 cực có tải hòa hợp, khi đó: $Z_{2c} \dot{I}_2 = \dot{U}_2$, $\frac{\dot{U}_2}{Z_{2c}} = \dot{I}_2$, hệ phương trình trên được đưa về dạng:

$$\begin{aligned} \dot{U}_1 &= \sqrt{\frac{Z_{1c}}{Z_{2c}}} \dot{U}_2 (\operatorname{ch} g + \operatorname{sh} g), \\ \dot{I}_1 &= \sqrt{\frac{Z_{2c}}{Z_{1c}}} \dot{I}_2 (\operatorname{ch} g + \operatorname{sh} g) \end{aligned}$$

Vì $\operatorname{ch} g + \operatorname{sh} g = e^g$, nên ta nhận được :

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_1 &= \sqrt{\frac{Z_{1c}}{Z_{2c}}} \dot{U}_2 e^g \\ \dot{I}_1 &= \sqrt{\frac{Z_{2c}}{Z_{1c}}} \dot{I}_2 e^g \end{aligned} \right\} \quad (8.101)$$

Hệ phương trình truyền (8.100) là hệ phương trình truyền của mạng 4 cực dạng tham số đặc tính. Còn hệ phương trình truyền (8.101) là hệ phương trình truyền dạng tham số đặc tính khi mạng 4 cực có tải hòa hợp.

Nói chung, các tham số đặc tính của mạng 4 cực là một số phức:

$$Z_{1c} = z_{1c} e^{j\varphi_{1c}}; \quad Z_{2c} = z_{2c} e^{j\varphi_{2c}}; \quad g = a + jb,$$

nên hệ phương trình (8.101) có thể viết lại dưới dạng:

$$\begin{aligned} U_1 e^{j\varphi_{u1}} &= \sqrt{\frac{z_{1c}}{z_{2c}}} U_2 e^a e^{j(\varphi_{u2} + b + \frac{\varphi_{1c} - \varphi_{2c}}{2})} \\ I_1 e^{j\varphi_{i1}} &= \sqrt{\frac{z_{2c}}{z_{1c}}} I_2 e^a e^{j(\varphi_{i2} + b + \frac{\varphi_{2c} - \varphi_{1c}}{2})} \end{aligned}$$

Từ đây suy ra :

$$\begin{aligned} U_1 &= \sqrt{\frac{z_{1c}}{z_{2c}}} U_2 e^a, \\ I_1 &= \sqrt{\frac{z_{2c}}{z_{1c}}} I_2 e^a. \end{aligned}$$

hay:

$$a = \frac{1}{2} \ln \frac{U_1 I_1}{U_2 I_2} = \frac{1}{2} \ln \frac{S_1}{S_2},$$

Điều này có nghĩa là phần thực của hệ số truyền đặc tính a là một nửa logarit tự nhiên của tỉ số giữa công suất toàn phần trên đầu vào và đầu ra của mạng 4 cực, khi mạng 4 cực có tải hòa hợp và được gọi là hệ số suy giảm đặc tính.

Tương tự, phần ảo của hệ số truyền đặc tính của mạng 4 cực b (gọi là hệ số pha đặc tính) trong trường hợp chung bằng một nửa tổng của độ lệch pha giữa điện áp và độ lệch pha giữa dòng điện trên đầu vào và đầu ra của mạng 4 cực, khi mạng 4 cực có tải hòa hợp.

Đối với mạng 4 cực đối xứng ($Z_{1c} = Z_{2c}$), hệ phương trình truyền (8.101) sẽ có dạng đơn giản sau:

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_1 &= \dot{U}_2 e^{\gamma} \\ \dot{I}_1 &= \dot{I}_2 e^{\gamma} \end{aligned} \right\} \quad (8.102)$$

$$\left. \begin{aligned} U_1 &= U_2 e^a \\ I_1 &= I_2 e^a \end{aligned} \right\} \quad (8.103)$$

Từ đây suy ra:

$$b = \varphi_{u1} - \varphi_{u2} = \varphi_{i1} - \varphi_{i2}$$

Hệ số truyền đặc tính của mạng 4 cực cũng có thể xác định qua các tổng trở hở mạch và ngắn mạch của nó. Từ biểu thức (8.98) ta có:

$$e^{\gamma} = \text{ch} \gamma + \text{sh} \gamma = \sqrt{A_{11}A_{12}} + \sqrt{A_{12}A_{21}}$$

$$\text{th} \gamma = \frac{\text{sh} \gamma}{\text{ch} \gamma} = \sqrt{\frac{A_{12}A_{21}}{A_{11}A_{22}}} = \sqrt{\frac{Z_{v1ng}}{Z_{v1hở}}} = \sqrt{\frac{Z_{v2ng}}{Z_{v2hở}}}$$

Mặt khác :

$$\text{th} \gamma = \frac{e^{\gamma} - e^{-\gamma}}{e^{\gamma} + e^{-\gamma}}$$

nên từ đây ta tìm được:

$$e^{2\gamma} = \frac{1 + \text{th} \gamma}{1 - \text{th} \gamma} = \frac{1 + \sqrt{\frac{Z_{v1ng}}{Z_{v1hở}}}}{1 - \sqrt{\frac{Z_{v1ng}}{Z_{v1hở}}}} = \frac{1 + \sqrt{\frac{Z_{v2ng}}{Z_{v2hở}}}}{1 - \sqrt{\frac{Z_{v2ng}}{Z_{v2hở}}}}$$

Do đó:

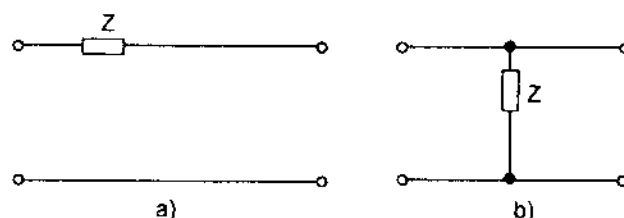
$$a = \frac{1}{2} \ln \frac{1 + \sqrt{\frac{Z_{v1ng}}{Z_{v1hở}}}}{1 - \sqrt{\frac{Z_{v1ng}}{Z_{v1hở}}}} = \frac{1}{2} \ln \frac{1 + \sqrt{\frac{Z_{v2ng}}{Z_{v2hở}}}}{1 - \sqrt{\frac{Z_{v2ng}}{Z_{v2hở}}}} \quad (8.105)$$

$$b = \frac{1}{2} \arg \left(\frac{1 + \sqrt{\frac{Z_{v1ng}}{Z_{v1hở}}}}{1 - \sqrt{\frac{Z_{v1ng}}{Z_{v1hở}}}} \right) = \frac{1}{2} \arg \left(\frac{1 + \sqrt{\frac{Z_{v2ng}}{Z_{v2hở}}}}{1 - \sqrt{\frac{Z_{v2ng}}{Z_{v2hở}}}} \right) \quad (8.106)$$

8.14. MỘT SỐ MẠNG 4 CỰC ĐƠN GIẢN VÀ CÁC THAM SỐ CỦA CHÚNG

8.14.1. Các mạng 4 cực một phần tử

Các mạng 4 cực một phần tử là các mạng 4 cực đơn giản nhất (xem hình 8.12).



Hình 8.12

Đối với mạng 4 cực trên hình 8.12a, ma trận tham số \$Z\$ không tồn tại, còn ma trận tham số \$Y\$ và ma trận tham số \$A\$ có dạng:

$$[Y] = \begin{bmatrix} Y & -Y \\ -Y & Y \end{bmatrix}, [A] = \begin{bmatrix} 1 & Z \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

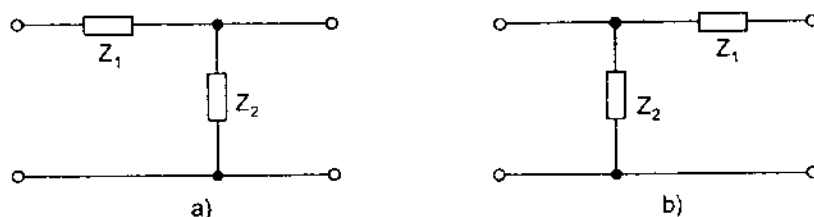
Đối với mạng 4 cực trên hình 8.12b, ma trận tham số \$Y\$ không tồn tại, còn ma trận tham số \$Z\$ và ma trận tham số \$A\$ có dạng:

$$[Z] = \begin{bmatrix} Z & Z \\ Z & Z \end{bmatrix}, [A] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ Y & 1 \end{bmatrix}$$

Trong các ma trận trên: \$Y = \frac{1}{Z}\$.

8.14.2. Các mạng 4 cực hình \$\Gamma\$ (mạng 4 cực hai phần tử)

Các mạng 4 cực hình \$\Gamma\$ như trên hình 8.13.



Hình 8.13

Đối với mạng 4 cực trên hình 8.13a, ta có:

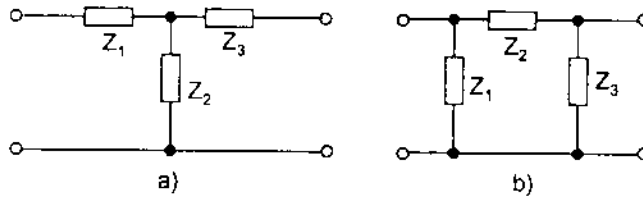
$$[Z] = \begin{bmatrix} Z_1 + Z_2 & Z_2 \\ Z_2 & Z_2 \end{bmatrix}, [Y] = \begin{bmatrix} Y_1 & -Y_1 \\ -Y_1 & Y_1 + Y_2 \end{bmatrix}$$

$$[A] = \begin{bmatrix} 1 + Z_1 Y_2 & Z_1 \\ Y_2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$Z_{1c} = \sqrt{Z_1 Z_2 \left(1 + \frac{Z_1}{Z_2} \right)} \quad (8.107)$$

$$Z_{2c} = \sqrt{\frac{Z_1 Z_2}{1 + \frac{Z_1}{Z_2}}} \quad (8.108)$$

8.14.3. Các mạng 4 cực hình T, hình Π



Hình 8.14

Đối với mạng 4 cực hình T ở hình 8.14a, ta có:

$$[Z] = \begin{bmatrix} Z_1 + Z_2 & Z_2 \\ Z_2 & Z_2 + Z_3 \end{bmatrix};$$

$$[Y] = \frac{1}{Z_1 Z_2 + Z_1 Z_3 + Z_2 Z_3} \begin{bmatrix} Z_2 + Z_3 & -Z_2 \\ -Z_2 & Z_2 + Z_1 \end{bmatrix}$$

$$[A] = \begin{bmatrix} 1 + Z_1 Y_2 & Z_1 + Z_1 Y_2 Z_3 + Z_3 \\ Y_2 & 1 + Z_3 Y_2 \end{bmatrix}$$

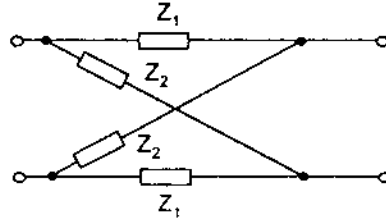
Đối với mạng 4 cực hình Π ở hình 8.14b, ta có :

$$[Z] = \frac{1}{Z_1 + Z_2 + Z_3} \begin{bmatrix} Z_1(Z_2 + Z_3) & Z_1 Z_3 \\ Z_1 Z_3 & Z_3(Z_2 + Z_1) \end{bmatrix}$$

$$[Y] = \begin{bmatrix} Y_1 + Y_2 & -Y_2 \\ -Y_2 & Y_3 + Y_2 \end{bmatrix}$$

$$[A] = \begin{bmatrix} 1 + Z_2 Y_3 & Z_2 \\ Y_1 + Y_1 Z_2 Y_3 + Y_3 & 1 + Z_2 Y_1 \end{bmatrix}$$

8.14.4. Mạng 4 cực hình cầu đối xứng



Hình 8.15

Đối với mạng 4 cực hình cầu đối xứng ở hình 8.15, ta có :

- Ma trận tham số A:

$$[A] = \frac{1}{Z_2 - Z_1} \begin{bmatrix} Z_1 + Z_2 & 2Z_1Z_2 \\ 2 & Z_1 + Z_2 \end{bmatrix} \quad (8.109)$$

- Trở kháng đặc tính :

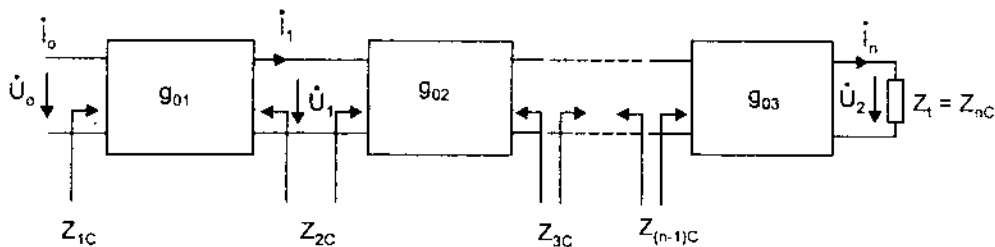
$$Z_{c1} = Z_{c2} = Z_c = \sqrt{Z_1 Z_2} \quad (8.110)$$

- Hệ số truyền đặc tính :

$$\text{chg} = \frac{Z_1 + Z_2}{Z_2 - Z_1} \quad (8.111)$$

$$\text{shg} = \frac{2\sqrt{Z_1 Z_2}}{Z_2 - Z_1} \quad (8.112)$$

Cuối cùng ta xét hệ số truyền đặc tính của mạng 4 cực được tạo thành từ n mạng 4 cực thành phần, mắc liên thông hòa hợp với nhau (xem hình 8.16).



Hình 8.16

Gọi hệ số truyền đặc tính của mạng 4 cực gồm n mạng 4 cực thành phần mắc liên thông hòa hợp với nhau là g_{σ} . Theo (8.95) ta có:

$$\begin{aligned} g &= \frac{1}{2} \ln \frac{\dot{U}_0 \dot{I}_0}{\dot{U}_n \dot{I}_n} = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{\dot{U}_0 \dot{I}_0}{\dot{U}_1 \dot{I}_1} \cdot \frac{\dot{U}_1 \dot{I}_1}{\dot{U}_2 \dot{I}_2} \cdots \frac{\dot{U}_{(n-1)} \dot{I}_{(n-1)}}{\dot{U}_n \dot{I}_n} \right) \\ &= \frac{1}{2} \ln \frac{\dot{U}_0 \dot{I}_0}{\dot{U}_1 \dot{I}_1} + \frac{1}{2} \ln \frac{\dot{U}_1 \dot{I}_1}{\dot{U}_2 \dot{I}_2} + \cdots + \frac{1}{2} \ln \frac{\dot{U}_{(n-1)} \dot{I}_{(n-1)}}{\dot{U}_n \dot{I}_n} = g_1 + g_2 + \cdots + g_n \end{aligned}$$

Vậy hệ số truyền đặc tính của mạng 4 cực gồm n mạng 4 cực thành phần mắc liên thông hòa hợp với nhau bằng tổng các hệ số truyền đặc tính của các mạng 4 cực thành phần:

$$g = \sum_{i=1}^n g_i \quad (8.113)$$

Hệ số truyền đặc tính g và các trở kháng đặc tính của mạng 4 cực Z_{c1} , Z_{c2} đôi khi được gọi là các tham số sóng của mạng 4 cực.

Chương 9

MẠCH LỌC ĐIỆN

9.1. KHÁI NIỆM VÀ PHÂN LOẠI MẠCH LỌC ĐIỆN

Mạch lọc điện là một mạng 4 cực mà nó chỉ cho qua các tín hiệu có phổ tần nằm trong một dải tần số nào đó, và chặn (không cho đi qua) các tín hiệu có phổ tần nằm ngoài dải tần đã cho.

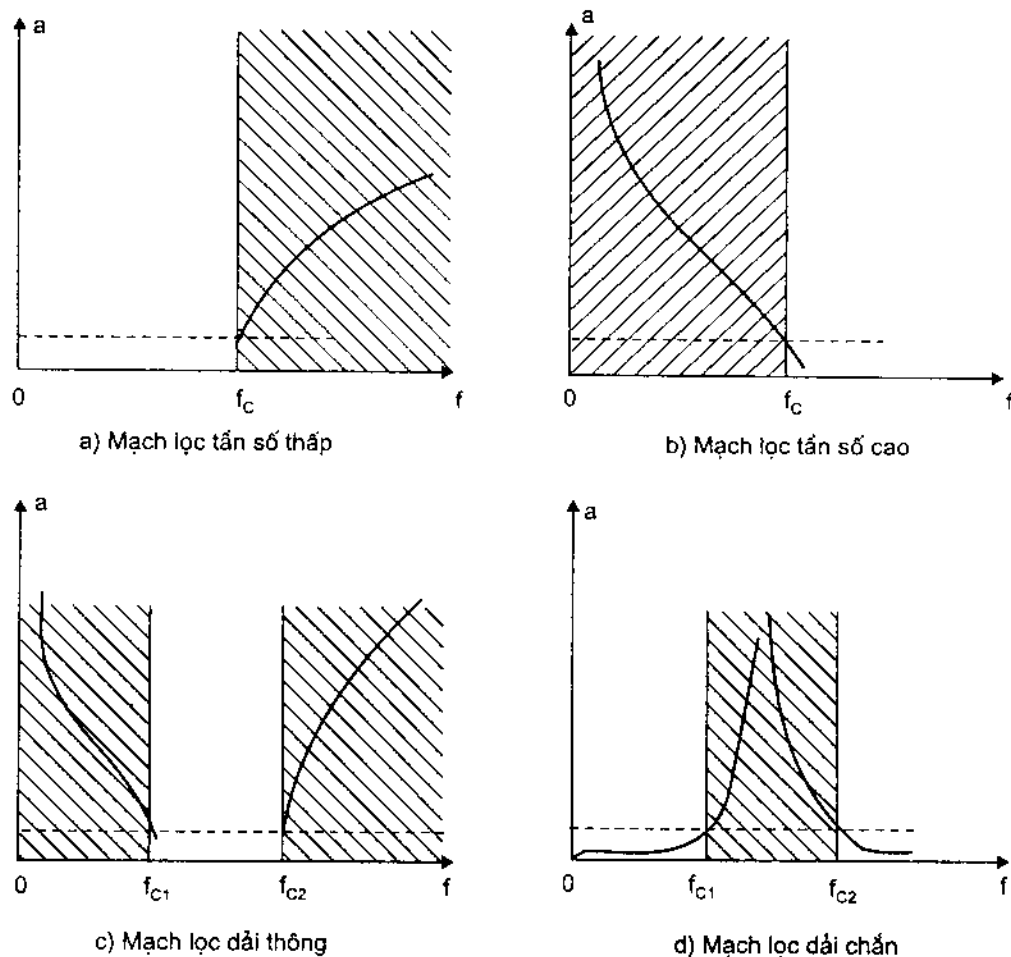
Khái niệm cho tín hiệu đi qua được hiểu là cho tín hiệu đi qua với độ suy giảm nhỏ, còn chặn tín hiệu được hiểu là truyền tín hiệu qua với độ suy giảm lớn.

Dải tần số mà mạch lọc cho qua tín hiệu có phổ tần nằm trong dải đó gọi là dải thông của mạch lọc; còn dải tần số mà mạch lọc chặn các tín hiệu có phổ tần nằm trong dải đó được gọi là dải chặn (hay dải chắn) của mạch lọc. Tần số phân cách giữa dải thông và dải chắn được gọi là tần số cắt của mạch lọc. Mạch lọc có hệ số suy giảm tín hiệu trong dải thông bằng không gọi là mạch lọc lý tưởng. Các mạch lọc thực tế có hệ số suy giảm trong dải thông nhỏ hơn hoặc bằng hệ số suy giảm cho trước, còn hệ số suy giảm tín hiệu trong dải chặn lớn hơn hệ số suy giảm cho trước.

Cần nhấn mạnh rằng, mạch lọc được nghiên cứu ở đây là các mạch lọc thực hiện chọn lọc tín hiệu theo tham số tần số của tín hiệu. Trong thực tế có thể thực hiện chọn lọc tín hiệu theo các tham số khác của tín hiệu. Tuy nhiên, ngày nay phương pháp chọn lọc tín hiệu theo tham số tần số của tín hiệu vẫn là phương pháp thông dụng trong thực tế.

Dựa theo dải thông, các mạch lọc được phân chia thành mạch lọc tần số thấp, mạch lọc tần số cao, mạch lọc dải thông, mạch lọc dải chắn. Dải thông tương ứng của các mạch lọc : tần số thấp, tần số cao, dải thông, dải chắn được thể hiện trên hình 9.1. Trên hình 9.1, trục tung biểu thị hệ số suy giảm α của mạch lọc. Trong kỹ thuật, người ta cũng xây dựng các mạch lọc nhiều dải thông, nhiều dải chắn.

Theo các phần tử tạo thành, các mạch lọc được phân chia thành mạch lọc LC, mạch lọc RC, mạch lọc thạch anh... Mạch lọc LC còn được gọi là mạch lọc thuần kháng. Mạch lọc thuần kháng được tạo thành từ các điện cảm L lý tưởng, điện dung C lý tưởng được gọi là mạch lọc thuần kháng lý tưởng.



Hình 9.1

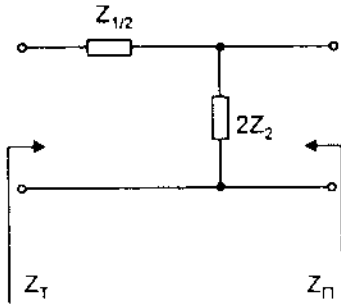
Theo kết cấu, các mạch lọc được phân chia thành: mạch lọc hình Γ , mạch lọc hình T, mạch lọc hình Π , mạch lọc cầu ...

Theo tính chất đặc trưng, các mạch lọc được phân chia thành mạch lọc loại k, mạch lọc loại m.

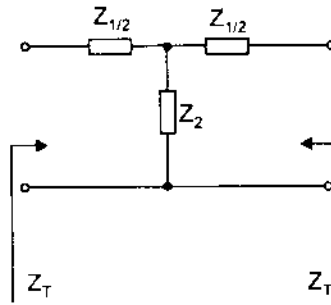
9.2. ĐIỀU KIỆN HÌNH THÀNH MẠCH LỌC THUẦN KHÁNG

Ta xét mạch lọc thuần kháng được tạo thành từ các mắt lọc cơ bản hình Γ (xem hình 9.2). Mạch lọc đơn giản nhất chỉ gồm một mắt lọc. Các mạch lọc phức tạp được tạo thành từ các mắt lọc cơ bản bằng cách ghép nối liên thông, hòa hợp giữa các mắt lọc.

Ví dụ, các mạch lọc hình T, hình Π (hình 9.3) đối xứng được tạo thành từ hai mắt lọc cơ bản.



Hình 9.2



Hình 9.3

Các tham số đặc tính của mạch lọc cơ bản (hệ số truyền đặc tính, trở kháng đặc tính) được ký hiệu tương ứng là $g/2$, Z_T , $Z_Π$ (xem hình 9.2) và chúng được tính như sau:

$$\operatorname{sh} \frac{g}{2} = \sqrt{\frac{Z_1}{4Z_2}} \quad (9.1)$$

$$\operatorname{ch} \frac{g}{2} = \sqrt{1 + \frac{Z_1}{4Z_2}} \quad (9.2)$$

$$Z_T = \sqrt{Z_1 Z_2 \left(1 + \frac{Z_1}{4Z_2}\right)} \quad (9.3)$$

$$Z_Π = \sqrt{\frac{Z_1 Z_2}{1 + \frac{Z_1}{4Z_2}}} \quad (9.4)$$

Dễ dàng chứng minh được rằng, không thể tạo thành mạch lọc từ các phần tử cùng tính. Thật vậy, biểu thức (9.1) có thể biến đổi về dạng:

$$\begin{aligned} \operatorname{sh} \frac{g}{2} &= \operatorname{sh} \left(\frac{a}{2} + j \frac{b}{2} \right) = \operatorname{sh} \frac{a}{2} \operatorname{ch} \left(j \frac{b}{2} \right) + \operatorname{ch} \frac{a}{2} \operatorname{sh} \left(j \frac{b}{2} \right) \\ &= \operatorname{sh} \frac{a}{2} \cos \frac{b}{2} + j \operatorname{ch} \frac{a}{2} \sin \frac{b}{2} = \sqrt{\frac{Z_1}{4Z_2}} \end{aligned} \quad (9.5)$$

Trong trường hợp trở kháng Z_1 , Z_2 (hình 9.2) cùng tính (cùng điện cảm, hoặc cùng điện dung : $Z_1 = \pm jx_1$, $Z_2 = \pm jx_2$), biểu thức (9.5) có dạng:

$$\operatorname{sh} \frac{a}{2} \cos \frac{b}{2} + j \operatorname{ch} \frac{a}{2} \sin \frac{b}{2} = \pm \sqrt{\frac{x_1}{4x_2}} \quad (9.6)$$

Từ đây ta có:

$$\operatorname{ch} \frac{a}{2} \sin \frac{b}{2} = 0 \quad (9.7)$$

Vì $\operatorname{ch} \frac{a}{2} \neq 0$, nên từ (9.7) suy ra:

$$\sin \frac{b}{2} = 0,$$

và do đó, kết hợp với (9.6) ta nhận được:

$$\operatorname{sh} \frac{a}{2} = \sqrt{\frac{x_1}{4x_2}} \quad (9.8)$$

Biểu thức (9.8) chứng tỏ rằng, hệ số suy giảm a của mạng 4 cực (hình 9.2) luôn khác không ở mọi tần số. Điều này có nghĩa là, nếu trở kháng Z_1 và Z_2 của mạng 4 cực là cùng tính, thì nó không thể trở thành mạch lọc (không hình thành dải thông).

Trường hợp trở kháng Z_1 và Z_2 của mạng 4 cực là khác tính ($Z_1 = \pm jx_1$, $Z_2 = \mp jx_2$), biểu thức (9.5) có dạng:

$$\operatorname{sh} \frac{a}{2} \cos \frac{b}{2} + j \operatorname{ch} \frac{a}{2} \sin \frac{b}{2} = \pm j \sqrt{\frac{x_1}{4x_2}} \quad (9.9)$$

Trong trường hợp này ta có:

$$\operatorname{sh} \frac{a}{2} \cos \frac{b}{2} = 0 \quad (9.10)$$

$$\operatorname{ch} \frac{a}{2} \sin \frac{b}{2} = \pm \sqrt{\frac{x_1}{4x_2}} \quad (9.11)$$

Biểu thức (9.10) được thực hiện:

$$\text{hoặc:} \quad \operatorname{sh} \frac{a}{2} = 0, \quad (9.12)$$

$$\text{hoặc:} \quad \cos \frac{b}{2} = 0 \quad (9.13)$$

Điều kiện (9.12), $\operatorname{sh} \frac{a}{2} = 0$ ($a = 0$) chính là điều kiện dải thông của mạch lọc thuần kháng (hệ số suy giảm của mạch lọc thuần kháng trong dải thông bằng không).

Vậy chỉ có thể tạo thành mạch lọc thuần kháng từ hai phần tử Z_1 , Z_2 khác tính.

9.3. PHƯƠNG TRÌNH DẢI THÔNG CỦA MẠCH LỌC THUẦN KHÁNG

Trong dải thông, hệ số suy giảm a của mạch lọc bằng không. Do đó, trong dải thông của mạch lọc, biểu thức (9.1) được biến đổi về dạng:

$$\operatorname{sh} \frac{g}{2} = \operatorname{sh} \left(j \frac{b}{2} \right) = j \sin \frac{b}{2} = \sqrt{\frac{Z_1}{4Z_2}} = \sqrt{\frac{\pm jx_1}{\mp j4x_2}} = \pm j \sqrt{\frac{x_1}{4x_2}},$$

$$\text{hay:} \quad \sin \frac{b}{2} = \pm \sqrt{\frac{x_1}{4x_2}} \quad (9.14)$$

Thực hiện bình phương cả hai vế của biểu thức (9.14) ta nhận được:

$$\sin^2 \frac{b}{2} = \frac{x_1}{4x_2},$$

sau phép biến đổi lượng giác, ta có:

$$\cos b = 1 - \frac{x_1}{2x_2} \quad (9.15)$$

Vì $-1 \leq \cos b \leq 1$, nên từ biểu thức (9.15) ta rút ra :

$$-1 \leq 1 - \frac{x_1}{2x_2} \leq 1,$$

sau biến đổi ta nhận được:

$$0 \leq \frac{x_1}{4x_2} \leq 1 \quad (9.16)$$

Bất phương trình (9.16) là bất phương trình dải thông của mạch lọc thuần kháng. Tần số cắt thứ nhất của mạch lọc ứng với điều kiện $x_1(\omega) = 0$; còn tần số cắt thứ hai của mạch lọc ứng với điều kiện $x_1(\omega) = 4x_2(\omega)$.

Bất phương trình dải thông của mạch lọc thuần kháng (9.16) cũng có thể viết lại dưới dạng:

$$-1 \leq \frac{Z_1}{4Z_2} \leq 0 \quad (9.16a)$$

Trong dải thông, hệ số suy giảm của mạch lọc $a = 0$, nên từ biểu thức (9.11) ta nhận được:

$$\sin \frac{b}{2} = \pm \sqrt{\frac{x_1}{4x_2}}, \quad (9.17a)$$

$$\text{hay:} \quad b = \pm 2 \arcsin \sqrt{\frac{x_1}{4x_2}} \quad (9.17)$$

Biểu thức (9.17) xác định quy luật biến thiên pha của bộ lọc trong dải thông. Dấu của biểu thức (9.17) sẽ được xác định dưới đây.

Trong dải chặn hệ số suy giảm của mạch lọc $a \neq 0$, biểu thức (9.10) được thực hiện khi điều kiện (9.13): $\cos \frac{b}{2} = 0$. Do đó, từ biểu thức (9.11) ta nhận được :

$$\operatorname{ch} \frac{a}{2} = \sqrt{\frac{x_1}{4x_2}}, \quad (9.18a)$$

$$\text{hay:} \quad a = 2 \operatorname{arch} \sqrt{\frac{x_1}{4x_2}} \quad (9.18)$$

Biểu thức (9.18) xác định quy luật biến thiên của hệ số suy giảm của mạch lọc trong dải chặn.

Vì tích của các trở kháng Z_1, Z_2 của mạch lọc thuần kháng là một số thực dương, và trong dải thông ($-1 \leq \frac{Z_1}{4Z_2} \leq 0$) tổng $1 + \frac{Z_1}{4Z_2}$ cũng là một số thực dương, nên trong dải thông trở kháng đặc tính Z_T và Z_{Π} của mạch lọc là một số thực, mặc dù mạch được

tạo từ các phần tử kháng. Trong dải chắn, tổng $1 + \frac{Z_1}{4Z_2}$ là một số thực âm, nên trở kháng đặc tính của mạch lọc là một số thuần ảo.

Để xác định dấu của hệ số pha của mạch lọc trong dải thông (biểu thức 9.17), ta xét các mạch lọc hình T, hình Π đối xứng (xem hình 9.3).

Hệ số truyền đặc tính g của các mạch lọc đã cho, có thể được xác định theo công thức:

$$\text{shg} = \sqrt{A_{12T}A_{21T}} = \sqrt{A_{12\Pi}A_{21\Pi}} \quad (9.19)$$

còn các trở kháng đặc tính Z_T, Z_Π được xác định theo biểu thức:

$$Z_T = \sqrt{\frac{A_{12T}}{A_{21T}}}, \quad (9.20)$$

$$Z_\Pi = \sqrt{\frac{A_{12\Pi}}{A_{21\Pi}}} \quad (9.21)$$

ở đây $A_{ijT}, A_{ij\Pi}$ là các tham số A của các mạng 4 cực hình T, hình Π tương ứng.

Chia cả hai vế của biểu thức (9.20) cho hai vế của biểu thức (9.19), ta nhận được:

$$\frac{Z_T}{\text{shg}} = \frac{1}{A_{21T}} = Z_{2T} \quad (9.22)$$

Nhân cả hai vế của biểu thức (9.21) với hai vế của biểu thức (9.19), ta nhận được:

$$Z_\Pi \text{shg} = A_{12\Pi} = Z_{1\Pi} \quad (9.23)$$

ở đây Z_{2T} là trở kháng nhánh dọc của mạch lọc hình T, còn $Z_{1\Pi}$ là trở kháng nhánh ngang của mạch lọc hình Π ; $Z_{2T}, Z_{1\Pi}$ là các số thuần ảo.

Trong dải thông của mạch lọc, hệ số suy giảm $a = 0$, do đó $\text{shg} = \text{shjb} = j\sin b$, còn trở kháng đặc tính Z_T, Z_Π là một số thực dương, nên từ các biểu thức (9.22), (9.23) ta nhận được:

$$\sin b = \frac{Z_T}{jZ_{2T}} = \frac{Z_{1\Pi}}{iZ_\Pi}. \quad (9.24)$$

Từ biểu thức (9.24) cho phép xác định dễ dàng dấu của hệ số pha của mạch lọc trong dải thông.

9.4. MẠCH LỌC LOẠI k

Mạch lọc thuần kháng được tạo thành từ các mắt lọc hình Γ (xem hình 9.3), nếu tích trở kháng nhánh ngang và trở kháng nhánh dọc:

$$Z_1 Z_2 = k^2, \quad (9.25)$$

trong đó k là số thực dương không phụ thuộc vào tần số, thì mạch lọc ấy được gọi là mạch lọc k .

Đối với mạch lọc loại k, các tham số đặc tính, cũng như phương trình dải thông có thể biểu diễn qua tham số k:

$$Z_T = k \sqrt{1 - \left(\frac{k}{2x_2}\right)^2} = k \sqrt{1 - \left(\frac{x_1}{2k}\right)^2}, \quad (9.26)$$

$$Z_{\Pi} = \frac{k}{\sqrt{1 - \left(\frac{k}{2x_2}\right)^2}} = \frac{k}{\sqrt{1 - \left(\frac{x_1}{2k}\right)^2}} \quad (9.27)$$

Hệ số pha trong dải thông:

$$\sin \frac{b}{2} = \pm \frac{k}{2x_2} = \pm \frac{x_1}{2k} \quad (9.28)$$

Hệ số suy giảm trong dải chắn:

$$\operatorname{ch} \frac{a}{2} = \frac{k}{2x_2} = \frac{x_1}{2k} \quad (9.29)$$

Bất phương trình dải thông:

$$\left. \begin{aligned} 0 \leq \frac{k}{2x_2} \leq 1, \\ \text{hoặc} \quad 0 \leq \frac{x_1}{2k} \leq 1 \end{aligned} \right\} \quad (9.30)$$

Tần số cắt của mạch lọc ứng với các điều kiện.

$$\left. \begin{aligned} x_2 = \infty \\ \text{và} \quad x_2 = \frac{k}{2} \end{aligned} \right\} \quad (9.31)$$

hay :

$$\left. \begin{aligned} x_1 = 0 \\ \text{và} \quad x_1 = 2k \end{aligned} \right\} \quad (9.32)$$

Dễ dàng nhận thấy rằng, tích của các trở kháng đặc tính Z_T, Z_{Π} của mạch lọc loại k cũng bằng k^2 .

Thật vậy:

$$Z_T \cdot Z_{\Pi} = \sqrt{Z_1 Z_2 \left(1 + \frac{Z_1}{4Z_2}\right)} \cdot \sqrt{\frac{Z_1 Z_2}{\left(1 + \frac{Z_1}{4Z_2}\right)}} = Z_1 Z_2 = k^2$$

Từ các biểu thức trên dễ dàng thấy rằng, khi tham số k của mạch lọc đã cho, để xác định các tham số của mạch lọc, chỉ cần biết sự phụ thuộc hoặc trở kháng x_1 , hoặc trở kháng x_2 vào tần số ($x_1(\omega), x_2(\omega)$).

Khi tính toán, thiết kế các bộ lọc, tham số k được chọn từ điều kiện phối hợp trở kháng của mạch lọc với phụ tải ở một tần số xác định, và nó được xem như trở kháng đặc tính của mạch lọc.

9.5. MẠCH LỌC LOẠI k TẦN SỐ THẤP

Mạch lọc tần số thấp có dải thông từ tần số $\omega = 0$ đến tần số $\omega = \omega_c$ nào đó. Sơ đồ mạch lọc loại k tần số thấp (hình Γ , T, Π) vẽ trên hình (9.4).

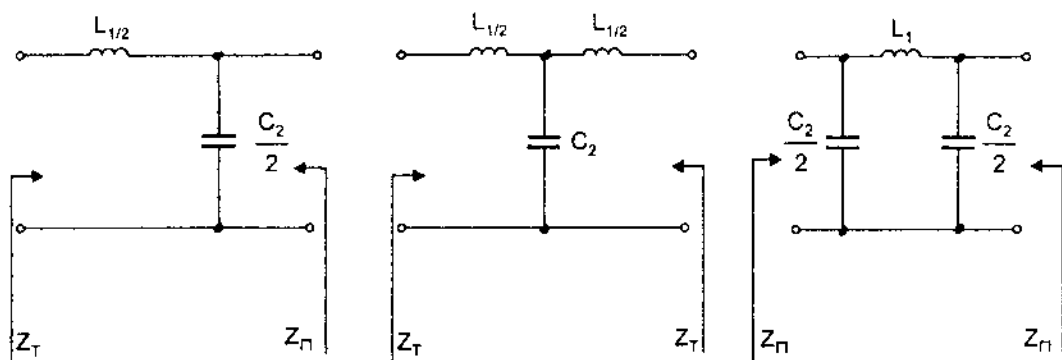
Ở dải tần số thấp, trở kháng nhánh ngang của mạch lọc $x_1 = \omega L_1$ nhỏ, trở kháng nhánh dọc của mạch lọc $x_2 = \frac{1}{\omega C_2}$ lớn, tín hiệu thông qua mạch lọc đến phụ tải. Ngược lại ở dải tần số cao, trở kháng nhánh ngang $x_1 = \omega L_1$ lớn, trở kháng nhánh dọc $x_2 = \frac{1}{\omega C_2}$ nhỏ, mạch lọc chặn không cho tín hiệu đi qua.

Đối với mạch lọc loại k tần số thấp (hình 9.4), ta có:

$$Z_1 = j\omega L_1; \quad Z_2 = \frac{1}{j\omega C_2},$$

do đó:
$$k^2 = Z_1 \cdot Z_2 = \frac{j\omega L_1}{j\omega C_2} = \frac{L_1}{C_2}$$

hay:
$$k = \sqrt{\frac{L_1}{C_2}}$$



Hình 9.4.

Tần số cắt của mạch lọc được xác định theo các biểu thức (9.31) hoặc (9.32) và có thể xác định bằng đồ thị (xem hình 9.5), hoặc bằng phương pháp giải tích.

Bằng phương pháp giải tích, tần số cắt thứ nhất của mạch lọc theo biểu thức (9.32) ta có:

$$x_1 = \omega_{c1} L_1 = 0.$$

hay:
$$\omega_{c1} = 0$$

Tần số cắt thứ hai của mạch lọc:

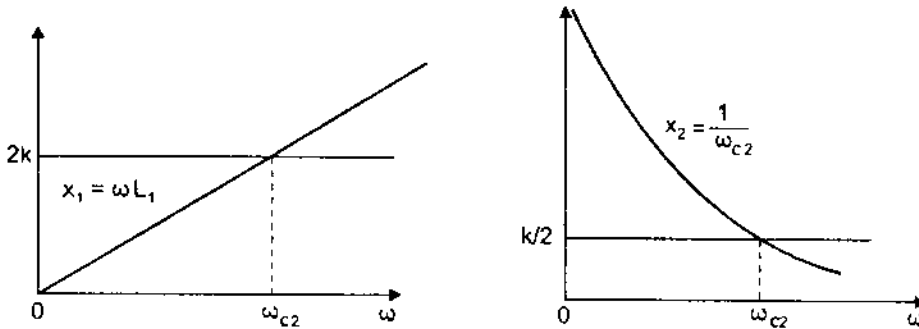
$$x_1 = \omega_{c2} L_1 = 2k,$$

từ đây xác định được:

$$\omega_{c2} = \frac{2k}{L_1}.$$

Thay giá trị của k từ biểu thức (9.33) vào biểu thức trên, ta nhận được:

$$\omega_{c2} = \frac{2}{\sqrt{L_1 C_2}}. \quad (9.34)$$



Hình 9.5. Xác định tần số cắt của mạch lọc bằng đồ thị

Để xác định các tham số khác của mạch lọc loại k tần số thấp, trước hết ta xét tỉ số:

$$\frac{Z_1}{4Z_2} = -\frac{x_1}{4x_2} = -\frac{\omega L_1}{4} = -\frac{\omega^2 L_1 C_2}{4} = -\frac{\omega^2}{\omega_{c2}^2} = -\eta^2$$

ở đây $\eta = \frac{\omega}{\omega_{c2}}$ được gọi là tần số tương đối của mạch lọc loại k tần số thấp. Trong dải thông ($\omega < \omega_{c2}$) $\eta < 1$, còn trong dải chắn ($\omega > \omega_{c2}$) $\eta > 1$.

Từ đây ta xác định được:

- Hệ số suy giảm của mạch lọc (trong dải chắn):

$$\text{ch} \frac{a}{2} = \sqrt{\frac{x_1}{4x_2}} = \eta,$$

hay: $a = 2 \text{arch } \eta$.

- Trở kháng đặc tính của mạch lọc:

$$Z_T = k\sqrt{1 - \eta^2} \quad (9.36)$$

$$Z_{\Pi} = \frac{k}{\sqrt{1 - \eta^2}} \quad (9.37)$$

Trong dải thông ($\eta < 1$) trở kháng đặc tính Z_T, Z_{Π} của mạch lọc là một số thực, còn trong dải chắn ($\eta > 1$) trở kháng đặc tính Z_T, Z_{Π} của mạch lọc là một số thuần ảo.

- Hệ số pha của mạch lọc trong dải thông:

$$\sin \frac{b}{2} = \pm \sqrt{\frac{x_1}{4x_2}} = \pm \eta$$

Để xác định dấu của hệ số pha, sử dụng biểu thức xét dấu (9.24), ta có:

$$\sin b = \frac{Z_T}{jZ_{2T}} = \frac{Z_T}{j \frac{1}{j\omega C_2}} = Z_T \omega C_2.$$

Trong dải thông của mạch lọc, trở kháng đặc tính Z_T là một số thực dương, nên hệ số pha của mạch lọc mang dấu dương, nghĩa là:

$$\sin \frac{b}{2} = \eta$$

hay: $b = 2\arcsin \eta$ (9.38)

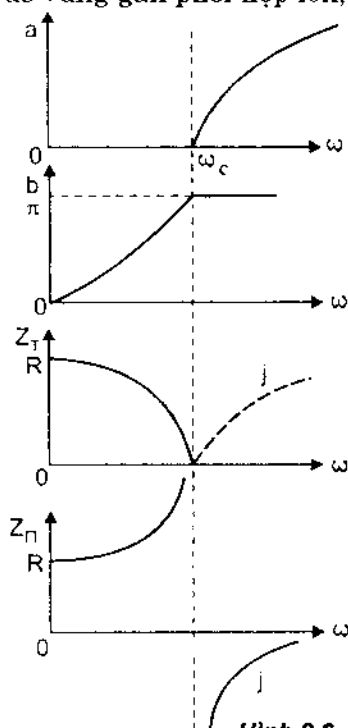
Trên hình 9.6 vẽ đồ thị biến thiên của các tham số của mạch lọc k tần số thấp theo tần số.

Từ đồ thị (hình 9.6) ta thấy, trở kháng đặc tính Z_T , Z_{Π} của mạch lọc biến thiên nhiều trong dải thông (tại tần số $\omega = 0$, trở kháng đặc tính $Z_T = Z_{\Pi} = k = R$; còn tại tần số $\omega = \omega_{c2}$ trở kháng đặc tính $Z_T = 0$, $Z_{\Pi} \rightarrow \infty$).

Do đó, chỉ có thể phối hợp hoàn toàn mạch lọc với phụ tải tại một tần số nhất định trong dải thông. Bởi vậy, khi thiết kế bộ lọc ta phải tính toán sao cho vùng gần phối hợp của mạch lọc với phụ tải là lớn nhất. Để vùng gần phối hợp lớn, người ta đưa vào tham số α gọi là hệ số phụ tải:

$$\alpha = \frac{R_{\text{tải}}}{R}.$$

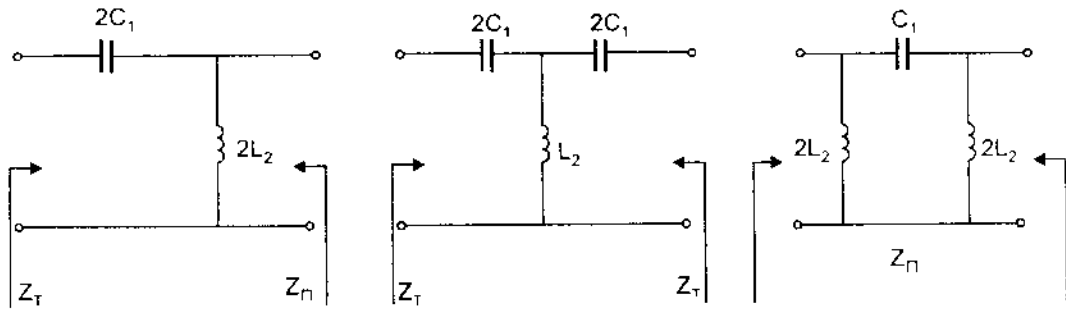
Nếu trở kháng đặc tính đầu ra của mạch lọc là Z_T , thì để vùng gần phối hợp lớn, hệ số phụ tải α được chọn trong dải từ 0,7 đến 1; còn nếu trở kháng đặc tính đầu ra của mạch lọc là Z_{Π} , thì để vùng gần phối hợp lớn, hệ số phụ tải α được chọn trong dải từ 1 đến 1,3.



Hình 9.6

9.6. MẠCH LỘC LOẠI k TẦN SỐ CAO

Sơ đồ mạch lọc loại k tần số cao vẽ trên hình 9.7. Ở dải tần số thấp, trở kháng nhánh ngang $x_1 = \frac{1}{\omega C_1}$ lớn, còn trở kháng nhánh dọc $x_2 = \omega L_2$ nhỏ, mạch lọc chặn không cho tín hiệu đi qua. Ngược lại ở dải tần số cao, trở kháng nhánh ngang $x_1 = \frac{1}{\omega C_1}$ nhỏ, còn trở kháng nhánh dọc $x_2 = \omega L_2$ lớn, mạch lọc cho tín hiệu đi qua đến phụ tải.



Hình 9.7

Đối với mạch lọc loại k tần số cao (hình 9.7), ta có:

$$Z_1 = \frac{1}{j\omega C_1}, Z_2 = j\omega L_2,$$

do đó:

$$k^2 = Z_1 Z_2 = \frac{L_2}{C_1}$$

hay:

$$k = \sqrt{\frac{L_2}{C_1}} \quad (9.39)$$

Tần số cắt thứ nhất của bộ lọc ứng với điều kiện:

$$x_1 = \frac{1}{\omega_{c1} C_1} = 0$$

hay:

$$\omega_{c1} = \infty.$$

Tần số cắt thứ hai của bộ lọc ứng với điều kiện:

$$x_1 = \frac{1}{\omega_{c2} C_1} = 2k$$

hay:

$$\omega_{c2} = \frac{1}{2k C_1}.$$

Thay giá trị của k từ biểu thức (9.39) vào biểu thức trên, ta tìm được:

$$\omega_{c2} = \frac{1}{2\sqrt{L_2 C_1}} \quad (9.40)$$

Đối với mạch lọc loại k tần số cao, tỉ số:

$$\frac{Z_1}{4Z_2} = \frac{1}{j4\omega C_1 j\omega L_2} = -\frac{1}{4\omega^2 L_2 C_1} = -\frac{\omega_{c2}^2}{\omega^2} = -\frac{1}{\eta^2} = -\chi^2$$

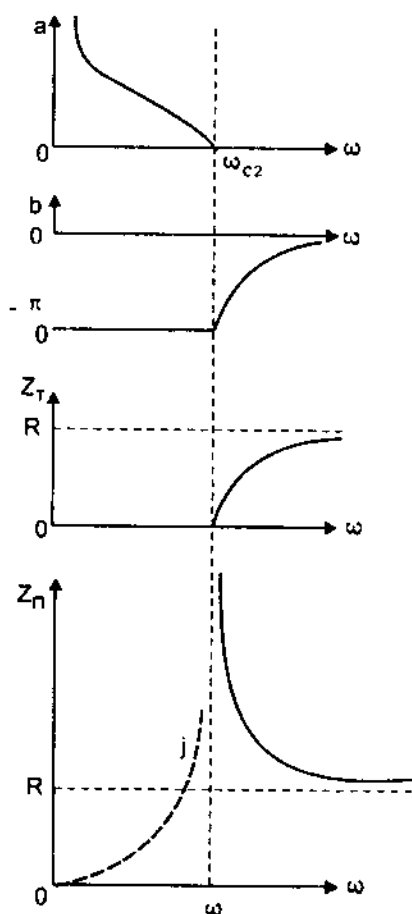
trong đó:

$$\chi = \frac{1}{\eta} = \frac{\omega_{c2}}{\omega}$$

Trong dải thông ($\omega > \omega_{c2}$) $\chi < 1$, còn trong dải chắn ($\omega < \omega_{c2}$) $\chi > 1$.

Tính toán tương tự như đối với mạch lọc loại k tần số thấp, ta sẽ xác định được các tham số của mạch lọc loại k tần số cao (xem bảng 9.1).

Đồ thị biến thiên các tham số của mạch lọc loại k tần số cao vẽ trên hình 9.8.



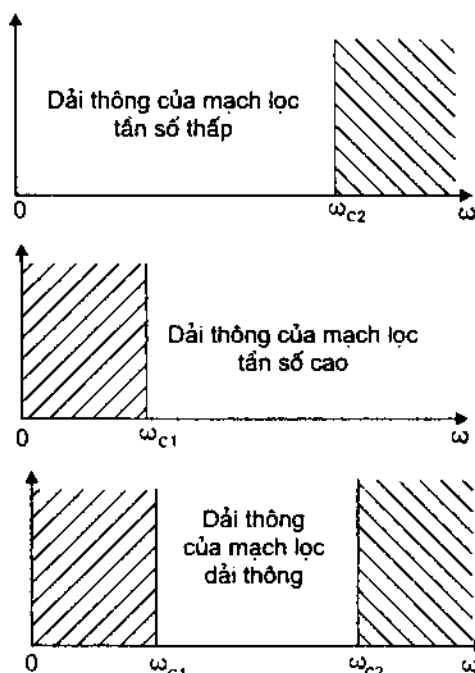
Hình 9.8

9.7. MẠCH LỌC LOẠI k DẢI THÔNG

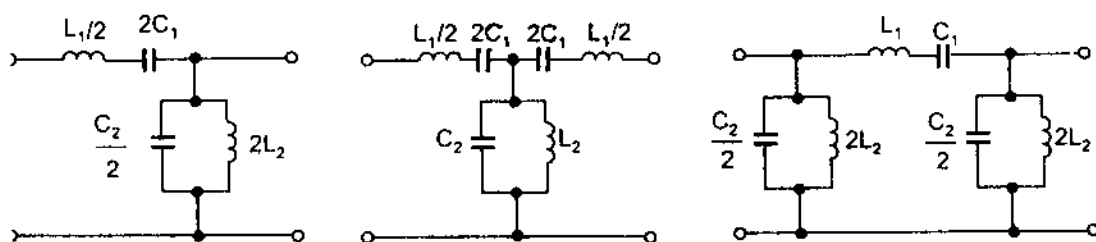
Về nguyên lý, có thể xây dựng mạch lọc loại k dải thông từ hai mạch lọc: mạch lọc loại k tần số thấp có dải thông từ $\omega_{c1} = 0$ đến ω_{c2} ; mạch lọc loại k tần số cao có dải thông từ ω_{c1} đến $\omega = \infty$ (xem hình 9.9).

Tuy nhiên, xây dựng mạch lọc loại k dải thông theo phương pháp trên khá phức tạp, đặc biệt khó khăn trong việc phối hợp trở kháng giữa mạch lọc tần số thấp và mạch lọc tần số cao. Trong thực tế, mạch lọc loại k dải thông được xây dựng theo sơ đồ ở hình 9.10.

Trở kháng nhánh ngang của mạch lọc dải thông là mạch cộng hưởng LC nối tiếp, còn trở kháng nhánh dọc là mạch cộng hưởng LC song song. Nên ở vùng tần số thấp và vùng tần số cao trở kháng nhánh ngang lớn, trở kháng nhánh dọc nhỏ, mạch lọc không cho tín hiệu đi qua. Còn ở vùng tần số lân cận tần số cộng hưởng $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}} = \frac{1}{\sqrt{L_2 C_2}}$, trở kháng nhánh ngang nhỏ, trở kháng nhánh dọc lớn, mạch lọc cho tín hiệu đi qua đến phụ tải.



Hình 9.9



Hình 9.10

Đối với mạch lọc loại k dải thông trên hình 9.10, ta có:

$$Z_1 = j \left(\omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1} \right) = j \omega_0 L_1 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) = j \omega_0 L_1 v,$$

$$Z_2 = \frac{j \omega L_2 - \frac{1}{j \omega C_2}}{j \left(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2} \right)} = \frac{\frac{L_2}{C_2}}{j \left(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2} \right)} = \frac{1}{j \omega_0 C_2} \cdot \frac{1}{\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}} = \frac{1}{j \omega_0 C_2 v}$$

trong đó:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}} = \frac{1}{\sqrt{L_2 C_2}} \quad \begin{array}{l} \text{- tần số cộng hưởng của các mạch cộng hưởng} \\ \text{nối tiếp và song song.} \end{array}$$

$$\nu = \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \quad \begin{array}{l} \text{- tần số tương đối của mạch lọc.} \end{array}$$

Do đó ta có:

$$k^2 = Z_1 Z_2 = \frac{j\omega_0 L_1 \nu}{j\omega_0 C_2 \nu} = \frac{L_1}{C_2}$$

hay:
$$k = \sqrt{\frac{L_1}{C_2}}$$

Vì $\frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}} = \frac{1}{\sqrt{L_2 C_2}}$, nên biểu thức trên có thể biến đổi về dạng:

$$k = \sqrt{\frac{L_1}{C_2}} = \sqrt{\frac{L_2}{C_1}} \quad (9.41)$$

Tần số cắt của mạch lọc loại k dải thông được xác định từ biểu thức (9.30):

$$0 \leq \frac{x_1}{2k} \leq 1,$$

hay:
$$0 \leq \left| \omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1} \right| \leq 2k$$

Trong dải tần số $\omega_{c1} < \omega < \omega_0$, biểu thức $\omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1} < 0$, nên trong dải tần số này, bất phương trình (9.42) được viết dưới dạng:

$$-2k \leq \omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1} \leq 0,$$

và tần số cắt ω_{c1} được xác định từ biểu thức:

$$\omega_{c1} L_1 - \frac{1}{\omega_{c1} C_1} = -2k \quad (9.43)$$

Trong dải tần số $\omega_0 < \omega < \omega_{c2}$, biểu thức $\omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1} > 0$, nên bất phương trình (9.42) được viết dưới dạng:

$$0 \leq \omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1} \leq 2k$$

và tần số cắt ω_{c2} được xác định từ biểu thức:

$$\omega_{c2} L_1 - \frac{1}{\omega_{c2} C_1} = 2k \quad (9.44)$$

Giải các phương trình (9.43) và (9.44), ta xác định được các tần số cắt ω_{c1} , ω_{c2} của mạch lọc loại k dải thông:

$$\omega_{c1} = -\frac{k}{L_1} + \sqrt{\left(\frac{k}{L_1}\right)^2 + \frac{1}{L_1 C_1}} \quad (9.45)$$

$$\omega_{c2} = \frac{k}{L_1} + \sqrt{\left(\frac{k}{L_1}\right)^2 + \frac{1}{L_1 C_1}} \quad (9.46)$$

Dễ dàng nhận thấy rằng, tần số cộng hưởng ω_0 của các nhánh mạch lọc là trung bình nhân của các tần số cắt ω_{c1} và ω_{c2} , nghĩa là :

$$\omega_{c1} \cdot \omega_{c2} = \omega_0^2.$$

Các tham số khác của mạch lọc loại k dải thông được xác định theo các biểu thức (9.26), ..., (9.29) tương ứng.

Hệ số suy giảm trong dải chắn:

$$\text{ch} \frac{a}{2} = \frac{\omega_0 L_1}{2k} \cdot v.$$

Vì dải thông của bộ lọc loại k dải thông được xác định bằng biểu thức:

$$\Delta\omega = \omega_{c2} - \omega_{c1} = \frac{2k}{L_1},$$

nên biểu thức tính hệ số suy giảm có thể viết lại dưới dạng:

$$\text{ch} \frac{a}{2} = \frac{\omega_0}{\Delta\omega} \cdot v.$$

Để thuận tiện tính toán các tham số của bộ lọc, ta thực hiện phép biến đổi:

$$\begin{aligned} \frac{\omega_0}{\Delta\omega} \cdot v &= \frac{\omega_0}{\omega_{c2} - \omega_{c1}} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) = \\ &= \frac{\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}}{\frac{\omega_{c2}}{\omega_0} - \frac{\omega_{c1}}{\omega_0}} = \frac{\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}}{\frac{\omega_{c2}}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega_{c2}}} = \frac{\frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f}}{\frac{f_{c2}}{f_0} - \frac{f_0}{f_{c2}}} = F \end{aligned}$$

Do đó ta có hệ số suy giảm:

$$\text{ch} \frac{a}{2} = F \quad (9.47)$$

và các trở kháng đặc tính:

$$Z_T = k\sqrt{1 - F^2}, \quad (9.48)$$

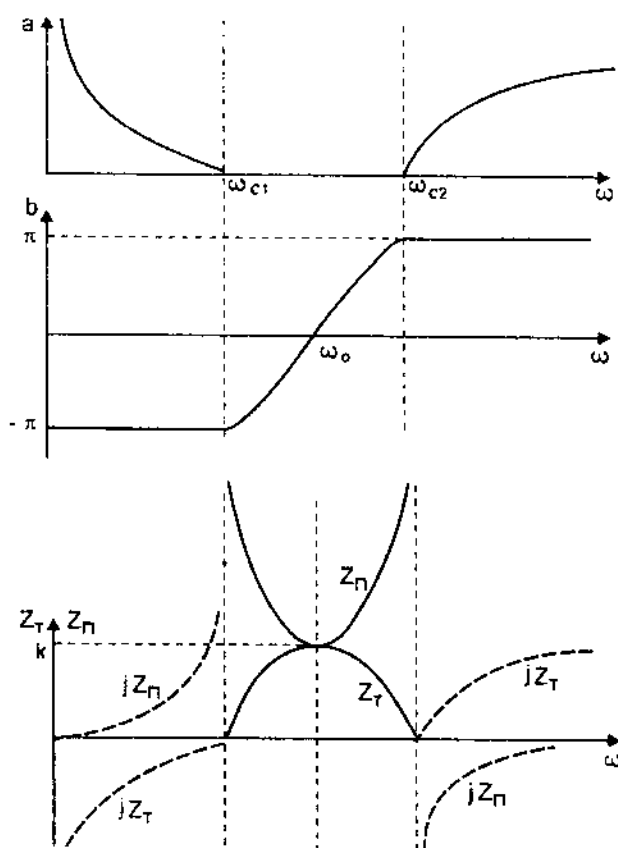
$$Z_{\Pi} = \frac{k}{\sqrt{1 - F^2}} \quad (9.49)$$

hệ số pha:

$$\sin \frac{b}{2} = \pm F \quad (9.50)$$

Sử dụng biểu thức xét dấu (9.24), ta xác định được trong dải tần $\omega_{c1} < \omega < \omega_0$, hệ số pha của mạch lọc mang dấu âm (-), còn trong dải tần $\omega_0 < \omega < \omega_{c2}$, hệ số pha của mạch lọc mang dấu dương (+).

Đồ thị biến thiên các tham số của mạch lọc loại k dải thông vẽ trên hình 9.11.

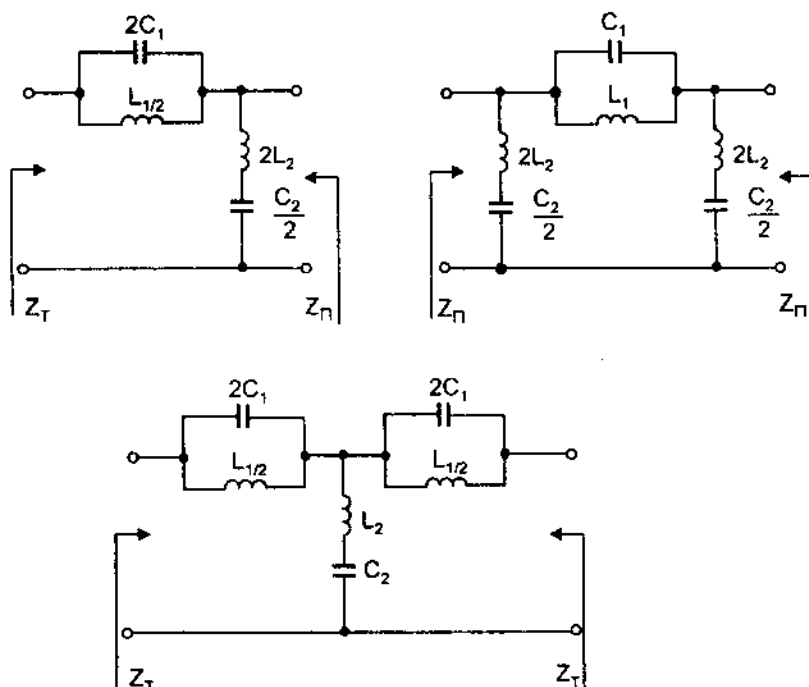


Hình 9.11

9.8. MẠCH LỌC LOẠI k DẢI CHẴN

Ngược với mạch lọc loại k dải thông, mạch lọc loại k dải chặn có nhánh ngang là mạch cộng hưởng song song, nhánh dọc là mạch cộng hưởng nối tiếp. Do đó ở dải tần số thấp và dải tần số cao, trở kháng nhánh ngang nhỏ, trở kháng nhánh dọc lớn, mạch lọc cho tín hiệu đi qua. Còn ở dải tần số lân cận tần số cộng hưởng $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}} = \frac{1}{\sqrt{L_2 C_2}}$, trở kháng nhánh ngang lớn, trở kháng nhánh dọc nhỏ, mạch lọc không cho tín hiệu đi qua.

Đối với mạch lọc dải chặn ở hình 9.12, ta có:



Hình 9.12 Sơ đồ mạch lọc loại K dải chắn

$$Z_1 = \frac{j\omega L_1 \cdot \frac{1}{j\omega C_1}}{j\left(\omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1}\right)} = \frac{1}{j\omega_0 C_1 v},$$

$$Z_2 = j\left(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2}\right) = j\omega_0 L_2 v,$$

trong đó:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}} = \frac{1}{\sqrt{L_2 C_2}} \quad \text{- tần số cộng hưởng của nhánh ngang và nhánh dọc;}$$

$$v = \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \quad \text{- tần số tương đối của bộ lọc.}$$

Từ đây ta nhận được tham số k của mạch lọc dải chắn:

$$k = \sqrt{\frac{L_2}{C_1}} = \sqrt{\frac{L_1}{C_2}} \quad (9.51)$$

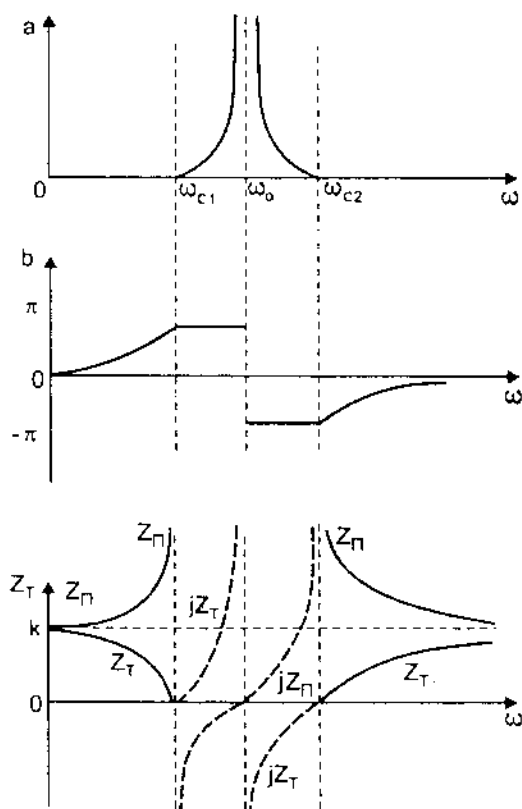
Với cách tính toán tương tự như đối với mạch loại k dải thông, ta sẽ xác định được các tham số của mạch lọc loại k dải chắn (xem bảng 9.1).

Đồ thị biến thiên các tham số của mạch lọc loại k dải chắn vẽ trên hình 9.13.

Bảng 9.1. Các tham số đặc trưng của mạch lọc loại K

Tham số đặc trưng		Mạch lọc tần số thấp	Mạch lọc tần số cao	Mạch lọc dải thông	Mạch lọc dải chắn
Dài thông	$a = 0$ $\sin b$	η	$-\chi$	F	$-\frac{1}{F}$
Dài chắn	$\operatorname{ch} \frac{a}{2}$ b	η π	χ $-\pi$	$ F $ $\mp \pi$	$\frac{1}{ F }$ $\pm \pi$
Z_T		$k\sqrt{1-\eta^2}$	$k\sqrt{1-\chi^2}$	$k\sqrt{1-F^2}$	$k\sqrt{1-\frac{1}{F^2}}$
Z_{Tr}		$\frac{k}{\sqrt{1-\eta^2}}$	$\frac{k}{\sqrt{1-\chi^2}}$	$\frac{k}{\sqrt{1-F^2}}$	$\frac{k}{\sqrt{1-\frac{1}{F^2}}}$
k		$\sqrt{\frac{L_1}{C_2}}$	$\sqrt{\frac{L_2}{C_1}}$	$\sqrt{\frac{L_1}{C_2}} = \sqrt{\frac{L_2}{C_1}}$	$\sqrt{\frac{L_1}{C_2}} = \sqrt{\frac{L_2}{C_1}}$

$$\eta = \frac{f}{f_c} \quad ; \quad \chi = \frac{f_c}{f} \quad ; \quad F = \frac{\frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f}}{\frac{f_{c2}}{f_0} - \frac{f_0}{f_{c2}}} \quad ; \quad f_0 = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}} = \frac{1}{\sqrt{2 C_2}} = \sqrt{f_{c1} \cdot f_{c2}}$$

**Hình 9.13**

9.9. MẠCH LỌC LOẠI m

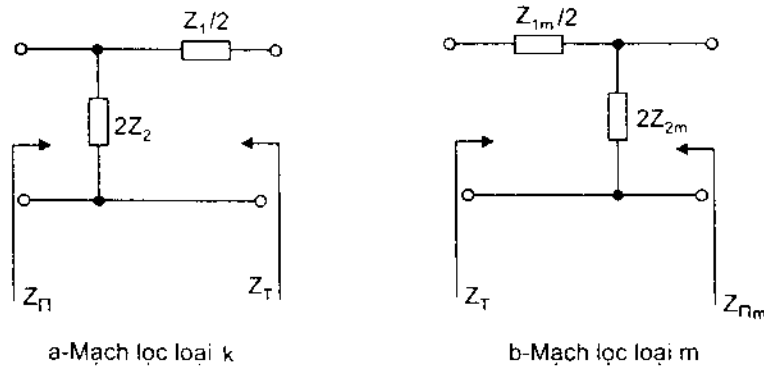
Các mạch lọc loại k đã xét ở trên đều có ưu điểm chung là kết cấu đơn giản, hệ số suy giảm ở vùng tần số xa tần số cắt lớn. Song chúng cũng đều có nhược điểm chung là

các trở kháng đặc tính Z_{Π} , Z_T biến thiên nhiều trong dải thông, nên không cho phép phối hợp mạch lọc với phụ tải trong dải tần số của tín hiệu. Mặt khác hệ số suy giảm a của mạch lọc ở vùng tần số lân cận tần số cắt bé, nên việc lọc tín hiệu (suy giảm tín hiệu) ở vùng tần số lân cận tần số cắt kém. Muốn nâng cao độ chọn lọc của mạch lọc ở vùng tần số này phải tăng số mắt lọc của mạch lọc, điều này lại làm cho kết cấu của mạch lọc trở nên cồng kềnh, phức tạp. Ví dụ đối với mạch lọc loại k hình Γ tần số thấp có tần số cắt $f_c = 1000$ Hz, thì ở tần số $f = 1200$ Hz, hệ số suy giảm a của mạch lọc mới chỉ đạt được 1,26 nepe (3,5 lần). Nếu cần tăng hệ số suy giảm của mạch lọc ở tần số này lên 10 lần, thì cần mắc liên tiếp hai mắt lọc hình Γ (dùng mạch lọc hình T, hoặc hình Π).

Để khắc phục những nhược điểm trên của mạch lọc loại k, người ta xây dựng các mạch lọc loại m. Mạch lọc loại m cũng là loại mạch lọc thuần kháng, nó được xây dựng trên cơ sở của mạch lọc loại k theo hai phương pháp, căn cứ vào đó sẽ gọi tương ứng là mạch lọc m nối tiếp và mạch lọc m song song.

9.9.1. Mạch lọc m nối tiếp

Mạch lọc m nối tiếp được xây dựng từ mạch lọc loại k với điều kiện $Z_{Tm} = Z_T$, ở đây Z_{Tm} là trở kháng đặc tính Z_T của mạch lọc loại m; Z_T là trở kháng đặc tính Z_T của mạch lọc loại k (xem hình 9.14).



Hình 9.14

Các trở kháng đặc tính Z_T , Z_{Tm} được xác định theo biểu thức (9.3):

$$Z_T = \sqrt{Z_1 Z_2 \left(1 + \frac{Z_1}{4Z_2} \right)}; \quad Z_{Tm} = \sqrt{Z_{1m} Z_{2m} \left(1 + \frac{Z_{1m}}{4Z_{2m}} \right)}$$

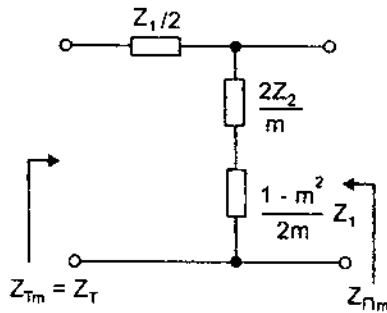
Từ điều kiện $Z_{Tm} = Z_T$, ta có:

$$\sqrt{Z_1 Z_2 \left(1 + \frac{Z_1}{4Z_2} \right)} = \sqrt{Z_{1m} Z_{2m} \left(1 + \frac{Z_{1m}}{4Z_{2m}} \right)} \quad (9.52)$$

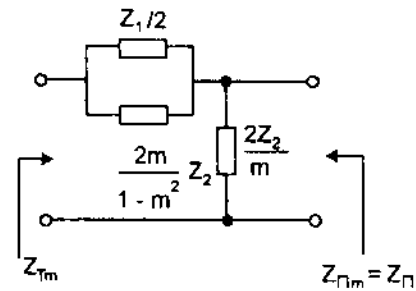
Trong phương trình (9.52), đặt $Z_{1m} = mZ_1$ ($0 < m < 1$), sau đó giải phương trình ta nhận được :

$$Z_{2m} = \frac{Z_2}{m} + \frac{1-m^2}{4m} Z_1 \quad (9.53)$$

Biểu thức (9.53) chứng tỏ rằng, nhánh dọc của mạch lọc m nối tiếp gồm hai phần tử mắc nối tiếp, phần tử thứ nhất $\left(\frac{Z_2}{m}\right)$ cùng tính với Z_2 , phần tử thứ hai $\left(\frac{1-m^2}{4m} \cdot Z_1\right)$ cùng tính với Z_1 (xem hình 9.15).



Hình 9.15. Mạch lọc m nối tiếp



Hình 9.16. Mạch lọc m song song

9.9.2. Mạch lọc m song song

Mạch lọc m song song được xây dựng từ mạch lọc loại k với điều kiện các trở kháng đặc tính $Z_{\Pi m} = Z_{\Pi}$ (xem hình 9.14). Các trở kháng đặc tính Z_{Π} , $Z_{\Pi m}$ được xác định theo biểu thức (9.4):

$$Z_{\Pi} = \sqrt{\frac{Z_1 Z_2}{1 + \frac{Z_1}{4Z_2}}}, \quad Z_{\Pi m} = \sqrt{\frac{Z_{1m} Z_{2m}}{1 + \frac{Z_{1m}}{4Z_{2m}}}}$$

Từ điều kiện $Z_{\Pi m} = Z_{\Pi}$, ta có :

$$\sqrt{\frac{Z_1 Z_2}{1 + \frac{Z_1}{4Z_2}}} = \sqrt{\frac{Z_{1m} Z_{2m}}{1 + \frac{Z_{1m}}{4Z_{2m}}}} \quad (9.54)$$

Trong phương trình (9.54), đặt $Z_{2m} = \frac{Z_2}{m}$, ($0 < m < 1$) sau đó giải phương trình ta tìm được:

$$\frac{1}{Z_{1m}} = \frac{1}{mZ_1} + \frac{1-m^2}{4m} \cdot \frac{1}{Z_2} \quad (9.55)$$

Biểu thức (9.55) chứng tỏ rằng, nhánh ngang của mạch lọc loại m song song gồm hai phần tử mắc song song (xem hình 9.16).

9.9.3. Các tham số của mạch lọc loại m

Các trở kháng đặc tính $Z_{\Pi m}$ (đối với mạch lọc m nối tiếp- hình 9.15) và Z_{Tm} (đối với mạch lọc m song song - hình 9.16), được xác định theo các biểu thức (9.4) và (9.3) tương ứng.

Đối với mạch lọc m nối tiếp ở hình 9.15, ta có:

$$Z_{\Pi m} = \sqrt{\frac{Z_{1m}Z_{2m}}{1 + \frac{Z_{1m}}{4Z_{2m}}}}$$

Thay các giá trị $Z_{1m} = mZ_1$, $Z_{2m} = \frac{Z_2}{m} + \frac{1-m^2}{4m}Z_1$ vào biểu thức trên và sau khi biến đổi, ta nhận được:

$$Z_{\Pi m} = Z_{\Pi} \left[1 + (1-m^2) \frac{Z_1}{4Z_2} \right] \quad (9.56)$$

Tương tự, đối với mạch lọc m song song ở hình 9.16, ta có:

$$Z_{Tm} = \sqrt{Z_{1m}Z_{2m} \left(1 + \frac{Z_{1m}}{4Z_{2m}} \right)}$$

Thay các giá trị $Z_{2m} = \frac{Z_2}{m}$ và Z_{1m} từ biểu thức (9.55) vào biểu thức trên, sau khi biến đổi ta nhận được:

$$Z_{Tm} = \frac{Z_T}{1 + (1-m^2) \frac{Z_1}{4Z_2}} \quad (9.57)$$

Từ các biểu thức (9.56), (9.57) ta thấy các trở kháng đặc tính $Z_{\Pi m}$ (đối với mạch lọc m nối tiếp) và Z_{Tm} (đối với mạch lọc m song song) phụ thuộc vào tỉ số $\frac{Z_1}{4Z_2}$ và tham số m.

Dải thông của mạch lọc loại m cũng được xác định theo biểu thức (4.16a):

$$-1 \leq \frac{Z_{1m}}{4Z_{2m}} \leq 0$$

Thay các giá trị của Z_{1m} và Z_{2m} của các mạch lọc m nối tiếp và song song vào biểu thức trên, sau khi biến đổi ta nhận được:

$$\frac{Z_{1m}}{4Z_{2m}} = \frac{m^2}{\frac{4Z_2}{Z_1} + 1 - m^2} \quad (9.58)$$

Đối với mạch lọc loại k, tần số cắt được xác định theo các phương trình: $Z_1 = 0$ và $Z_1 = -4Z_2$. Từ biểu thức (9.58) ta thấy: Khi $Z_1 = 0$, thì $\frac{Z_{1m}}{4Z_{2m}} = 0$, và khi $Z_1 = -4Z_2$, thì

$$\frac{Z_{1m}}{4Z_{2m}} = -1.$$

Từ đây dễ dàng thấy rằng, dải thông của mạch lọc loại m trùng với dải thông của mạch lọc loại k tương ứng.

Hệ số pha của mạch lọc loại m trong dải thông được xác định theo biểu thức (9.17a):

$$\sin \frac{b}{2} = \pm \sqrt{\frac{Z_{1m}}{4Z_{2m}}} = \frac{m}{\sqrt{\frac{4Z_2}{Z_1} + 1 - m^2}} \quad (9.59)$$

phụ thuộc vào tỉ số $\frac{4Z_2}{Z_1}$ và tham số m .

Hệ số suy giảm của mạch lọc loại m (trong dải chắn) được xác định theo biểu thức (9.18a):

$$\text{ch} \frac{a}{2} = \sqrt{\frac{Z_{1m}}{4Z_{2m}}} = \frac{m}{\sqrt{\frac{4Z_2}{Z_1} + 1 - m^2}} \quad (9.60)$$

Từ biểu thức (9.60) dễ dàng thấy rằng, tại tần số mà ở đó thỏa mãn điều kiện $\frac{4Z_2}{Z_1} + 1 - m^2 = 0$, hệ số suy giảm của mạch lọc lớn vô cùng ($a \rightarrow \infty$). Tần số mà tại đó hệ số suy giảm của mạch lọc lớn vô cùng được ký hiệu là f_∞ (hay ω_∞).

Dễ dàng thấy rằng, tại tần số f_∞ trong nhánh dọc của mạch lọc m nối tiếp xảy ra cộng hưởng nối tiếp (cộng hưởng điện áp); còn đối với mạch lọc m song song trong nhánh ngang xảy ra cộng hưởng song song (cộng hưởng dòng điện).

Thật vậy, đối với mạch lọc m nối tiếp ta có:

$$Z_{2m} = \frac{Z_2}{m} + \frac{1 - m^2}{4m} Z_1$$

Thay $Z_2 = \frac{m^2 - 1}{4m} Z_1$ vào biểu thức trên, ta sẽ nhận được:

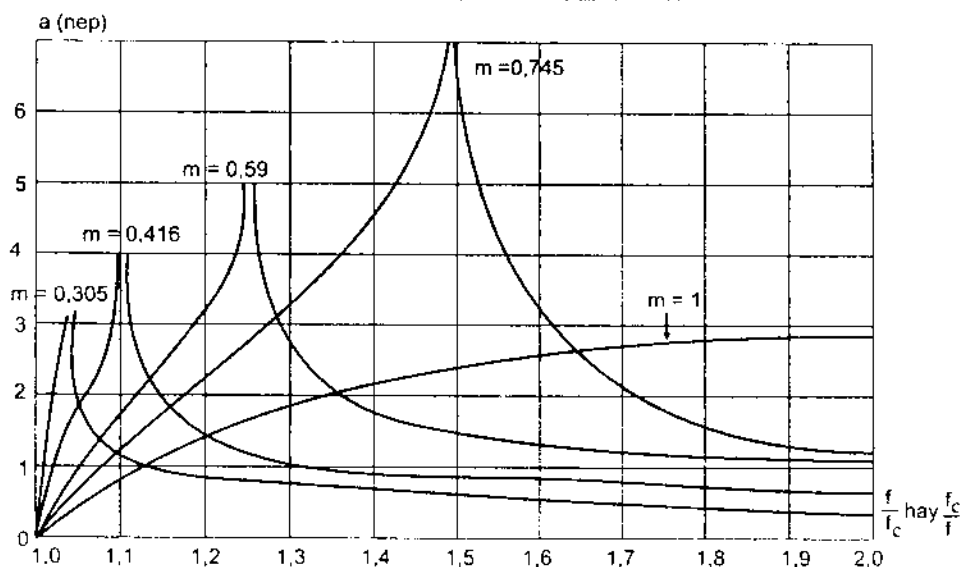
$$Z_{2m} = \frac{m^2 - 1}{4m} Z_1 + \frac{1 - m^2}{4m} Z_1 = 0,$$

nghĩa là nhánh dọc của mạch lọc m nối tiếp xảy ra cộng hưởng điện áp. Đối với mạch lọc m song song, có thể chứng minh tương tự.

Cần lưu ý rằng, khi tần số chuyển qua tần số f_∞ , nghĩa là trong vùng tần số $f > f_\infty$ (khi $f_\infty > f_c$), hoặc $f < f_\infty$ (khi $f_\infty < f_c$), trở kháng cả hai nhánh của mạch lọc loại m là cùng tính. Khi đó, phù hợp với các kết quả đã nhận được trong mục 9.2, bên vế trái của biểu thức (9.60), hàm $\text{ch} \frac{a}{2}$ phải thay bằng hàm $\text{sh} \frac{a}{2}$, và khi $\frac{4Z_2}{Z_1} \rightarrow 0$ thì:

$$\text{sh} \frac{a}{2} \rightarrow \frac{m}{\sqrt{1 - m^2}}$$

Sự phụ thuộc của hệ số suy giảm a của mạch lọc loại m vào tham số m thể hiện trên hình 9.17; còn sự phụ thuộc của trở kháng đặc tính Z_{Tm} (đối với mạch lọc m nối tiếp) và Z_{Tm} (đối với mạch lọc m song song) vào tham số m thể hiện trên hình 9.18. Trên hình 9.17 và 9.18, trục hoành biểu thị giá trị của tỉ số f/f_c đối với mạch lọc tần số thấp, hoặc giá trị của tỉ số f_c/f đối với mạch lọc tần số cao.

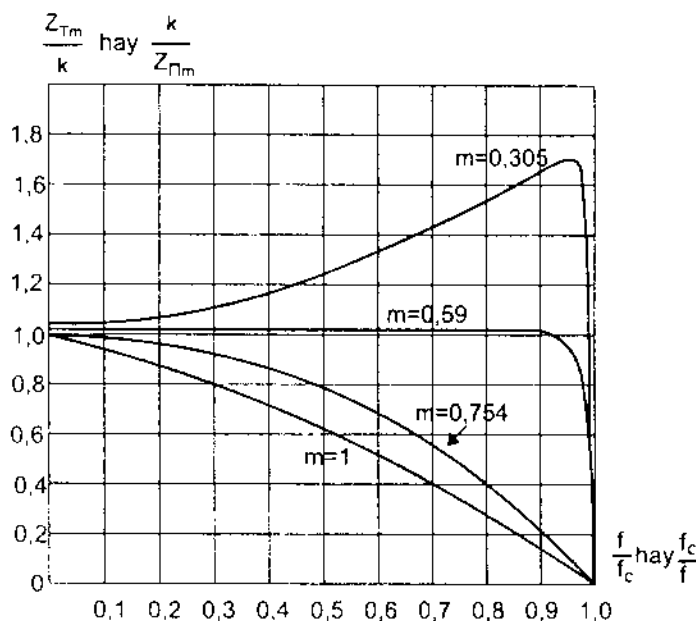


Hình 9.17. Sự phụ thuộc của hệ số suy giảm a của mạch lọc m vào tham số m

Từ đồ thị và kết quả tính toán chỉ ra rằng, trong dải tần số thỏa mãn điều kiện $\frac{f}{f_c}$ (hay $\frac{f_c}{f}$) = 0 ÷ 0,9, khi giá trị tham số $m = 0,59$, trở kháng đặc tính Z_{II_m} (của mạch lọc m nối tiếp) và Z_{T_m} (của mạch lọc m song song) sai khác không quá 5% giá trị danh định của nó.

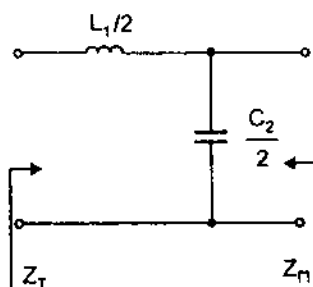
Các tham số của mạch lọc loại m được tính dựa trên cơ sở tính toán mạch lọc loại k và dựa vào các công thức (9.53), (9.55), (9.56), (9.57), (9.59) và (9.60).

Trên hình (9.19),..., (9.24) vẽ các mạch lọc loại m đơn giản và sự biến thiên các tham số tương ứng của chúng.

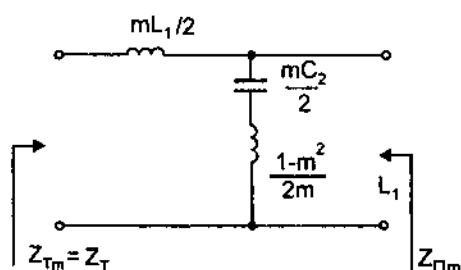


Hình 9.18. Sự phụ thuộc của trở kháng đặc tính của mạch lọc m vào tham số m

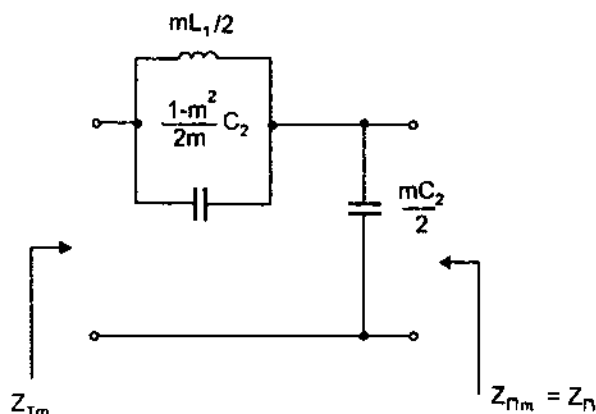
Với các mạch lọc loại m, khi chọn giá trị của tham số m thích hợp (trong thực tế giá trị tham số m thường chọn bằng 0,6) đều có ưu điểm các trở kháng đặc tính ($Z_{\Pi m}$ đối với mạch lọc m nối tiếp, Z_{Tm} đối với mạch lọc m song song) có giá trị hầu như không đổi trong dải thông [$Z_{\Pi m}(Z_{Tm}) \approx k$], hệ số suy giảm a lớn ở vùng tần số gần tần số cắt, đặc tuyến suy giảm có độ dốc lớn ở vùng tần số gần tần số cắt. Tuy nhiên chúng cũng đều có nhược điểm hệ số suy giảm ở vùng tần số xa tần số cắt nhỏ. Trong thực tế khi xây dựng các bộ lọc, người ta thường sử dụng kết hợp giữa các mạch lọc loại k và mạch lọc loại m, sao cho các trở kháng đặc tính của bộ lọc ít thay đổi, hệ số suy giảm a lớn trong cả dải chắn. Ví dụ, mạch lọc dải thông trên hình 9.25 là sự kết hợp giữa hai mắt lọc dải thông loại k và hai mắt lọc dải thông loại m nối tiếp.



a) Mạch lọc loại k

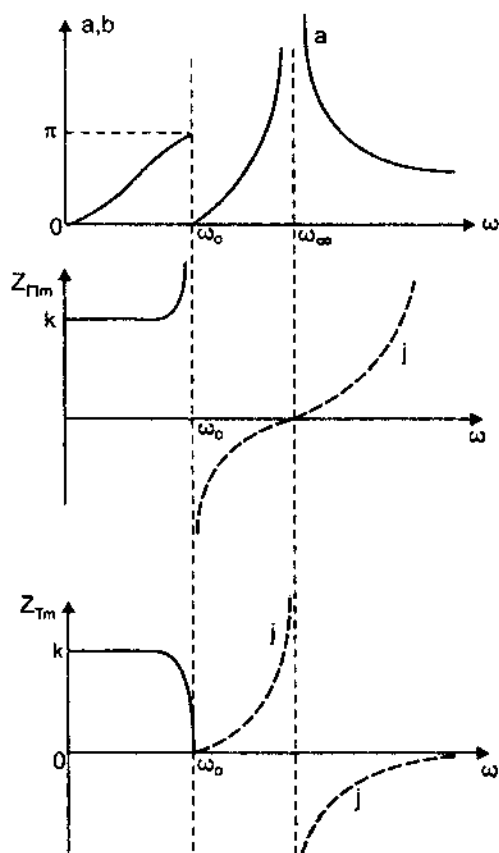


b) Mạch lọc loại m nối tiếp

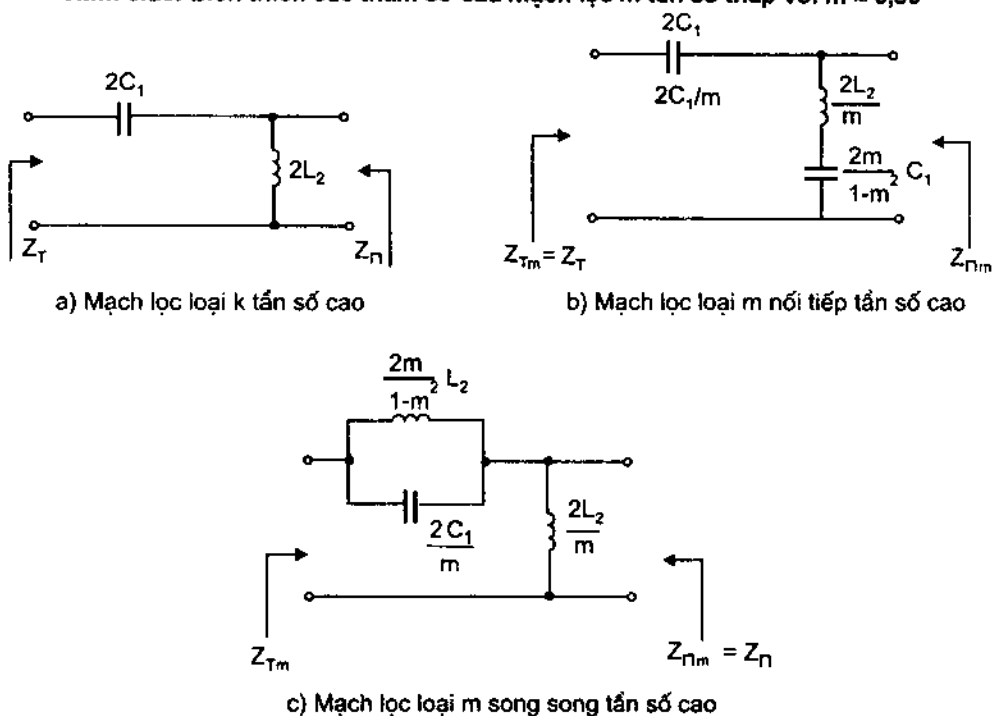


c) Mạch lọc loại m song song

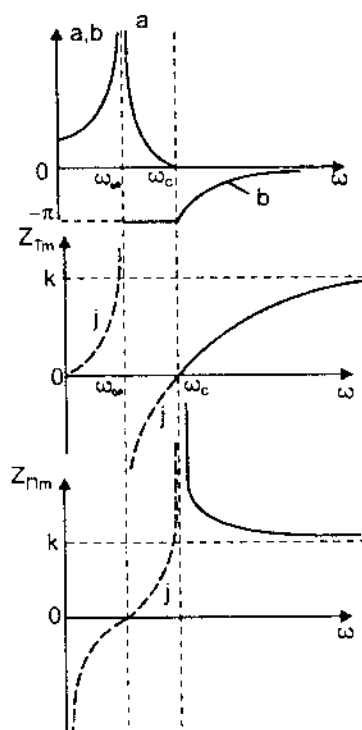
Hình 9.19. Mạch lọc tần số thấp



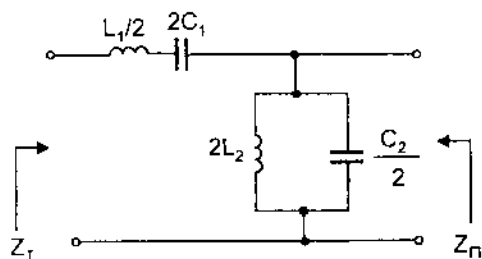
Hình 9.20. Biến thiên các tham số của mạch lọc m tần số thấp với $m \approx 0,59$



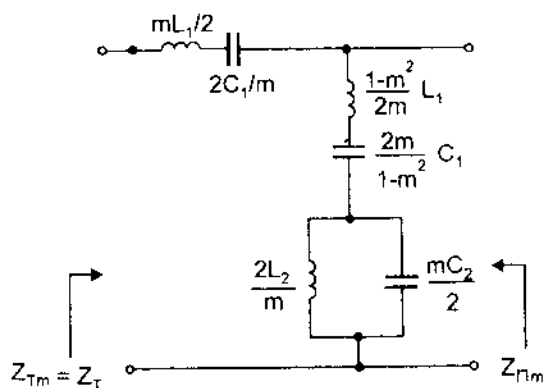
Hình 9.21. Mạch lọc tần số cao



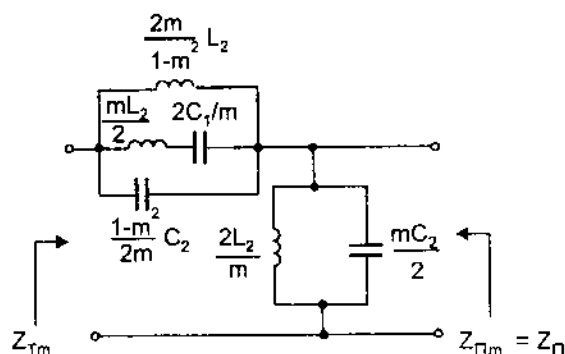
Hình 9.22. Biến thiên các tham số của mạch lọc m tần số cao với $m \approx 0,59$



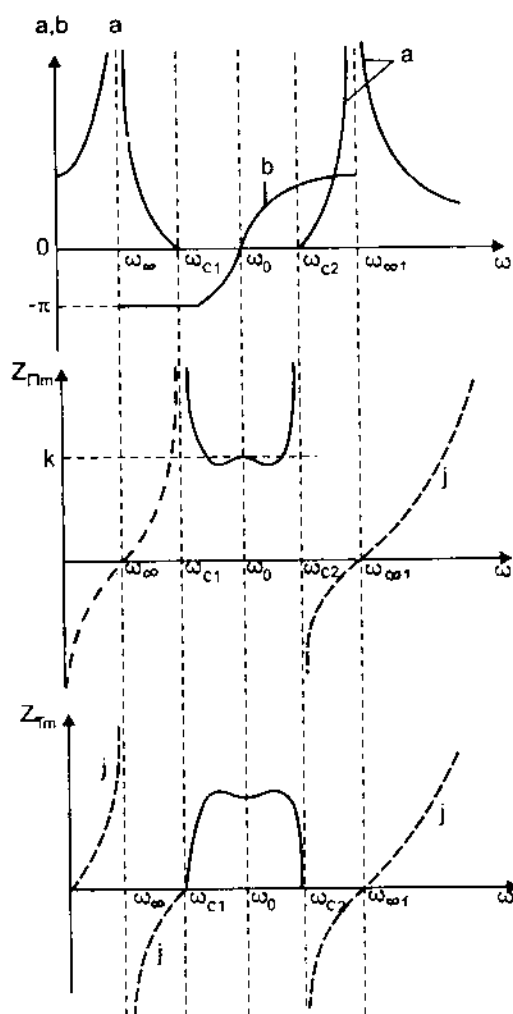
Hình 9.23a. Mạch lọc loại k dài thông



Hình 9.23b. Mạch lọc loại m nối tiếp dài thông

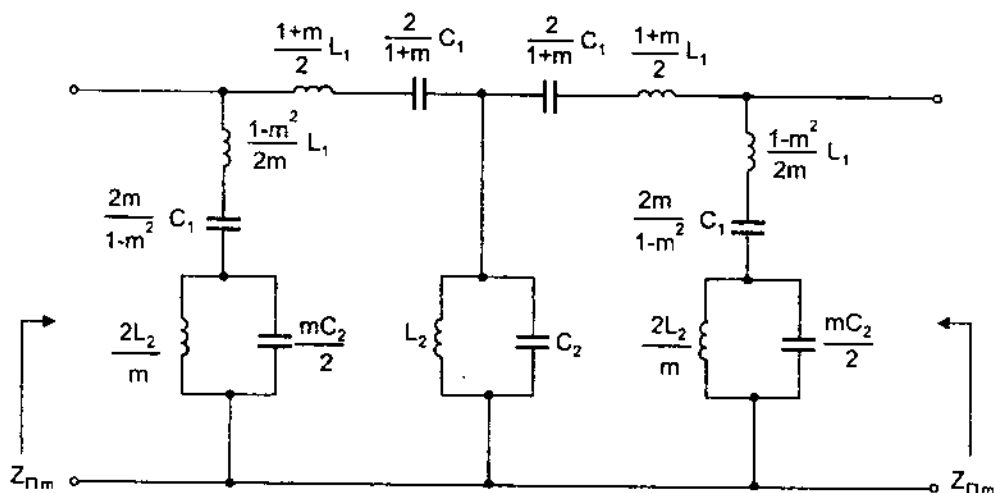


Hình 9.23c. Mạch lọc loại m song song dải thông

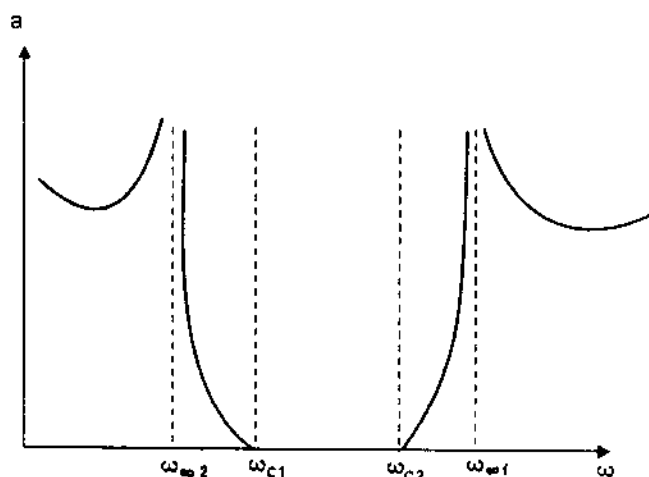


Hình 9.24. Biến thiên các tham số của mạch lọc m dải thông với $m \approx 0,59$

Đặc tuyến suy giảm của mạch lọc hình 9.25 có dạng vẽ trên hình 9.26.



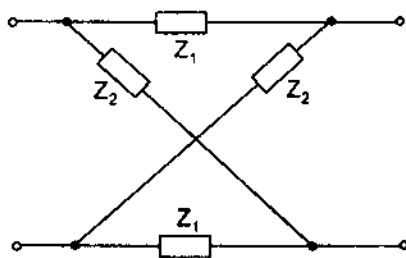
Hình 9.25. Mạch lọc dải thông kết hợp giữa hai loại mạch lọc loại k và loại m



Hình 9.26. Đặc tuyến suy giảm a của mạch lọc m dải thông

9.10. MẠCH LỌC HÌNH CẦU

Trong thực tế, ngoài các mạch lọc loại k, loại m, người ta còn sử dụng các mạch lọc cầu đối xứng. Mạch lọc cầu đối xứng cũng là loại mạch lọc thuần kháng, có sơ đồ tổng quát như trên hình 9.27.



Hình 9.27. Mạch lọc cầu đối xứng

Đối với mạng 4 cực cầu đối xứng (hình 9.27), ta có ma trận tham số A:

$$[A] = \frac{1}{Z_2 - Z_1} \begin{bmatrix} Z_2 + Z_1 & 2Z_1Z_2 \\ 2 & Z_2 + Z_1 \end{bmatrix}$$

trở kháng đặc tính:

$$Z_{C_1} = Z_{C_2} = Z_C = \sqrt{\frac{A_{12}}{A_{21}}} = \sqrt{Z_1Z_2} \quad (9.61)$$

hệ số truyền đặc tính:

$$\begin{aligned} \text{chg} &= A_{11} = \frac{Z_2 + Z_1}{Z_2 - Z_1}, \\ \text{shg} &= \sqrt{A_{12} \cdot A_{21}} = \frac{2\sqrt{Z_2Z_1}}{Z_2 - Z_1}, \\ \text{sh} \frac{g}{2} &= \sqrt{\frac{\text{chg} - 1}{2}} = \sqrt{\frac{Z_1}{Z_2 - Z_1}}, \\ \text{ch} \frac{g}{2} &= \sqrt{1 + \text{sh}^2 \frac{g}{2}} = \sqrt{\frac{Z_2}{Z_2 - Z_1}}, \\ \text{th} \frac{g}{2} &= \sqrt{\frac{Z_1}{Z_2}} \end{aligned} \quad (9.62)$$

Biểu thức (9.62) có thể biến đổi về dạng:

$$\begin{aligned} \text{th} \frac{g}{2} &= \text{th} \left(\frac{a}{2} + j \frac{b}{2} \right) = \frac{\text{th} \frac{a}{2} + j \text{tg} \frac{b}{2}}{1 + j \text{th} \frac{a}{2} \text{tg} \frac{b}{2}} \\ &= \frac{\left(\text{th} \frac{a}{2} + j \text{tg} \frac{b}{2} \right) \left(1 - j \text{th} \frac{a}{2} \text{tg} \frac{b}{2} \right)}{1 + \text{th}^2 \frac{a}{2} \text{tg}^2 \frac{b}{2}} \\ &= \frac{\text{th} \frac{a}{2} \left(1 + \text{tg}^2 \frac{b}{2} \right) + j \text{tg} \frac{b}{2} \left(1 - \text{th}^2 \frac{a}{2} \right)}{1 + \text{th}^2 \frac{a}{2} \text{tg}^2 \frac{b}{2}} = \sqrt{\frac{Z_1}{Z_2}} \end{aligned} \quad (9.62a)$$

Từ biểu thức (9.62a) dễ dàng suy ra các kết luận sau:

- Hệ số suy giảm của mạch lọc hình cầu (hình 9.27) bằng không, (điều kiện dải thông của mạch lọc) khi trở kháng Z_1, Z_2 khác tính.
- Hệ số pha của mạch lọc trong dải thông được xác định bởi biểu thức:

$$\text{tg} \frac{b}{2} = \pm \sqrt{\frac{Z_1}{4Z_2}} = \pm \sqrt{\frac{x_1}{x_2}} \quad (9.63)$$

- Trong dải chắn, trở kháng Z_1 , Z_2 của mạch lọc cùng tính, và hệ số pha b của mạch lọc hoặc $b = 0$, hoặc $b = \pm \pi$.

Khi hệ số pha $b = 0$, hệ số suy giảm của mạch lọc được xác định bởi biểu thức :

$$\text{th} \frac{a}{2} = \sqrt{\left| \frac{Z_1}{Z_2} \right|} = \sqrt{\frac{x_1}{x_2}} \quad (9.64)$$

Vì $\text{th} \frac{a}{2} < 1$, nên hệ số pha $b = 0$, và biểu thức (9.64) phù hợp với điều kiện $|Z_1| < |Z_2|$.

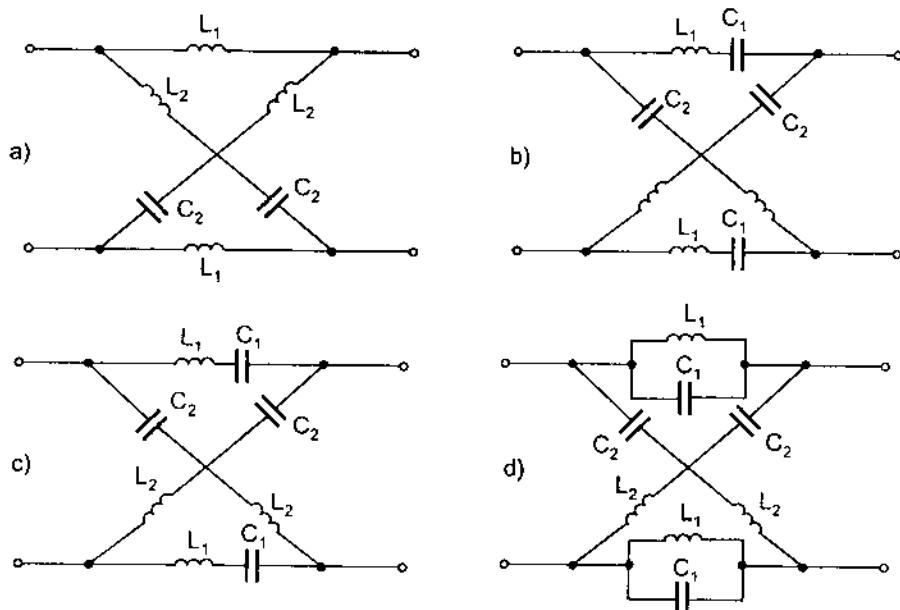
Khi hệ số pha $b = \pm \pi$, hệ số suy giảm của mạch lọc được xác định bởi biểu thức:

$$\text{cth} \frac{a}{2} = \sqrt{\left| \frac{Z_1}{Z_2} \right|} = \sqrt{\frac{x_1}{x_2}} \quad (9.64a)$$

Vì $\text{cth} \frac{a}{2} \geq 1$ nên hệ số pha $b = 0$, hay biểu thức (9.64a) phù hợp với điều kiện $|Z_1| > |Z_2|$.

- Khi $Z_1 = Z_2$, hệ số suy giảm của mạch lọc $a = \infty$ (vì lúc này $\text{th} \frac{a}{2} = 1$) và điện áp trên đầu ra của mạch lọc bằng không. Về ý nghĩa vật lý điều này được giải thích bằng sự cân bằng của cầu khi $Z_1 = Z_2$.

Các mạch lọc hình cầu tần số thấp, tần số cao, dải thông, dải chắn được trình bày trên hình 9.28.



Hình 9.28. Các mạch lọc hình cầu: a) Tần số thấp; b) Tần số cao; c) Dải thông; d) Dải chắn

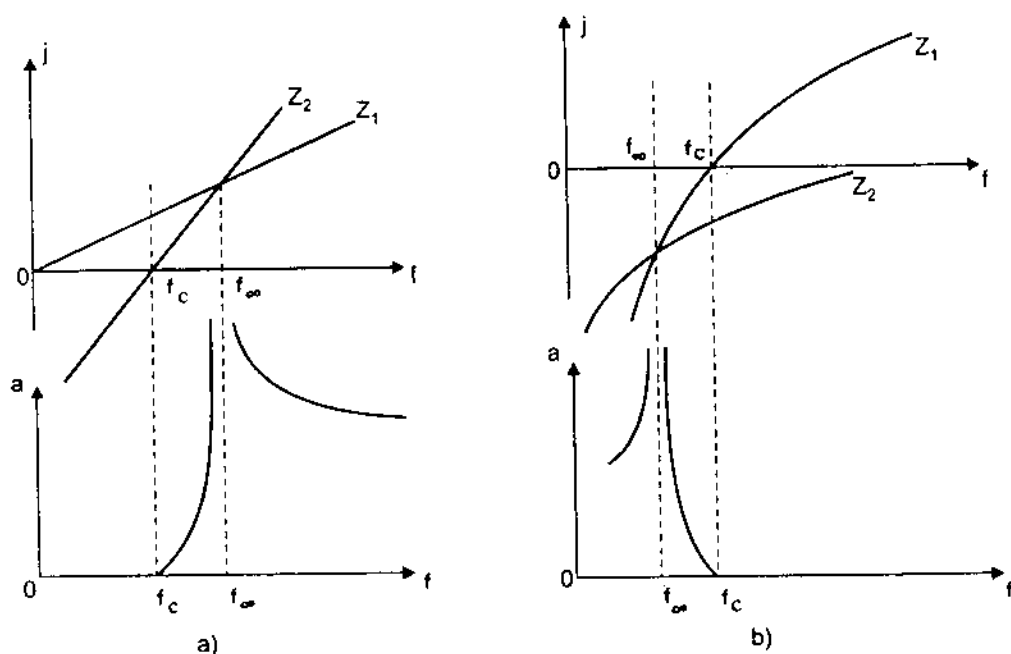
Dải thông của các mạch lọc hình cầu được xác định từ điều kiện trở kháng Z_1, Z_2 của mạch lọc khác tính (khác dấu). Tần số mà tại đó hệ số suy giảm của mạch lọc $a = \infty$ (f_∞) được xác định từ điều kiện $Z_1 = Z_2$. Trên đồ thị, tần số f_∞ được xác định tại điểm mà tại đó các đường cong $Z_1(f)$ và $Z_2(f)$ cắt nhau. Nếu đường cong $Z_1(f)$ không cắt đường cong $Z_2(f)$ thì mạch lọc đó không có tần số f_∞ .

Trên hình 9.29 mô tả cách xác định dải thông và tần số f_∞ của mạch lọc tần số thấp và mạch lọc tần số cao.

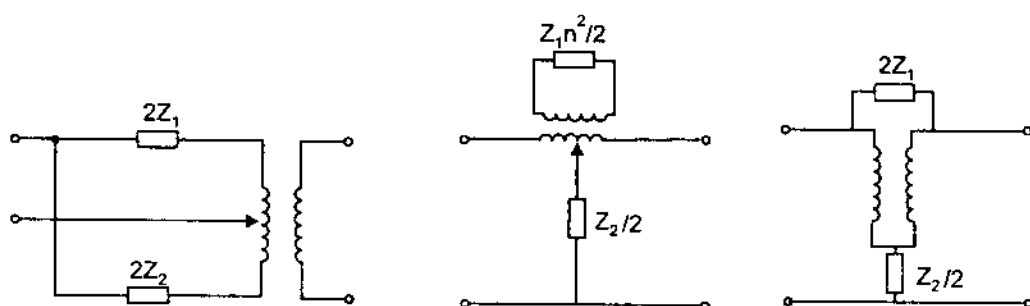
Từ các biểu thức (9.61) và (9.62), ta thấy trở kháng đặc tính Z_c của mạch lọc cầu phụ thuộc vào tích của trở kháng Z_1, Z_2 , còn hệ số truyền đặc tính g phụ thuộc vào tỉ số giữa trở kháng $\frac{Z_1}{Z_2}$. Bởi vậy, các tham số Z_c và g của mạch lọc cầu không liên quan với

nhau như đối với các mạch lọc loại k và loại m (mạch lọc hình Γ, T, Π). Do đó, khi tính toán thiết kế mạch lọc hình cầu, các tham số Z_c và g có thể chọn độc lập với nhau. Đây là ưu điểm của mạch lọc cầu so với các mạch lọc loại k và loại m.

Trong thực tế các mạch lọc cầu được sử dụng với biến áp vi phân (sơ đồ cầu vi phân). Các sơ đồ cầu vi phân được trình bày trên hình 9.30. Về nguyên lý các mạch lọc cầu vi phân (xem hình 9.30) hoàn toàn tương tự như các mạch lọc cầu thông thường, nhưng có số phân tử ít hơn.



Hình 9.29. Xác định tần số cắt f_c và tần số f_∞ của mạch lọc cầu bằng phương pháp đồ thị
a) mạch lọc tần số thấp; b) mạch lọc tần số cao

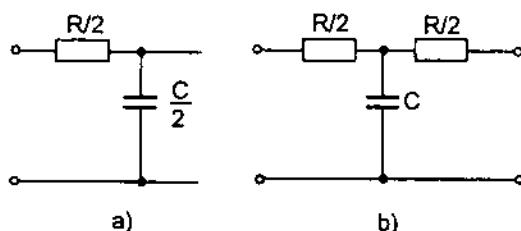


Hình 9.30. Các sơ đồ cấu vi phân

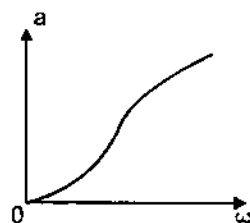
9.11. MẠCH LỌC RC

Trong dải tần số thấp, khi sử dụng các mạch lọc LC đòi hỏi điện cảm L phải có giá trị lớn. Song việc chế tạo các cuộn cảm có giá trị điện cảm L lớn với hệ số phẩm chất cao rất khó thực hiện. Vì rằng, nếu tăng tiết diện của vòng dây sẽ làm tăng kích thước, trọng lượng của cuộn cảm. Còn nếu sử dụng các cuộn cảm có lõi ferit, thì giá trị của điện cảm lại phụ thuộc vào giá trị của dòng điện chạy qua cuộn dây. Bởi vậy, trong dải tần số thấp người ta thường sử dụng các mạch lọc điện RC.

Để xét nguyên lý lọc của các mạch lọc RC, ta xét mạch lọc RC tần số thấp có sơ đồ trên hình 9.31.



Hình 9.31



Hình 9.32

Ở dải tần số thấp, dung kháng $X_c = \frac{1}{\omega C}$ lớn, điện áp ở đầu ra có giá trị xấp xỉ điện áp ở đầu vào. Còn khi tần số tăng lên, dung kháng X_c giảm, và do đó điện áp trên đầu ra của mạch lọc cũng giảm, hay nói cách khác, khi tần số cao tăng, hệ số suy giảm của mạch lọc cũng tăng.

Ví dụ, sự biến thiên của hệ số suy giảm của mạch lọc RC tần số thấp (hình 9.31) có dạng như trên hình 9.32.

Các bộ lọc RC có độ chọn lọc tín hiệu kém hơn so với các bộ lọc LC (độ dốc của đường cong $a(\omega)$ nhỏ hơn), nên để tăng độ chọn lọc đòi hỏi phải tăng số mắt lọc của mạch lọc. Tuy nhiên, khi này hệ số suy giảm tín hiệu hữu ích trong dải thông cũng sẽ tăng lên.

Xét mạch lọc RC đối xứng tần số thấp (hình 9.31b), hệ số suy giảm đặc tính của mạch lọc:

$$\text{chg} = A_{11} = 1 + j \frac{\omega RC}{2}$$

hay:

$$\text{chg} = \text{ch}(a + jb) = \text{cha} \cos b + j \text{sh} a \sin b = 1 + j \frac{\omega RC}{2}.$$

Từ đây ta có:

$$\text{cha} \cos b = 1 \quad (9.65a)$$

$$\text{sh} a \sin b = \frac{\omega RC}{2} \quad (9.65b)$$

Từ các biểu thức (9.65) dễ dàng thấy rằng hệ số suy giảm của mạch lọc $a = 0$ chỉ tại tần số $\omega = 0$. Bởi vậy, khác với mạch lọc LC, hệ số suy giảm của mạch lọc RC trong dải thông khác không.

Để xác định các tham số của mạch lọc RC tần số thấp (hình 9.31b) ta giải đồng thời hệ phương trình (9.65a) và (9.65b).

Phương trình (9.65a) có thể viết lại dưới dạng:

$$(1 + \text{sh}^2 a)(1 - \sin^2 b) = 1 \quad (9.66)$$

Đồng thời từ phương trình (9.65b) ta có:

$$\sin b = \frac{\omega RC}{2 \text{sh} a} \quad (9.67)$$

Thay giá trị của $\sin b$ từ biểu thức (9.67) vào phương trình (9.66), sau khi biến đổi ta nhận được:

$$\text{sh}^4 a - \left(\frac{\omega RC}{2} \right)^2 \text{sh}^2 a - \frac{\omega RC}{2} = 0 \quad (9.68)$$

Giải phương trình trùng phương (9.68) ta sẽ tìm được:

$$\text{sh} a = \sqrt{\frac{(\omega RC)^2}{8} + \frac{\omega RC}{2}} \sqrt{1 + \frac{(\omega RC)^2}{4}} \quad (9.69)$$

Trong dải tần số thỏa mãn điều kiện $\frac{\omega RC}{2} < 1$,

$$\text{sh} a \approx a \approx \sqrt{\frac{\omega RC}{2}}.$$

Người ta định nghĩa tần số cắt ω_c của mạch lọc RC tần số thấp là tần số mà ở đó dung kháng nhánh dọc bằng điện trở nhánh ngang (đối với mạch lọc RC hình Γ - hình 9.31a), nghĩa là:

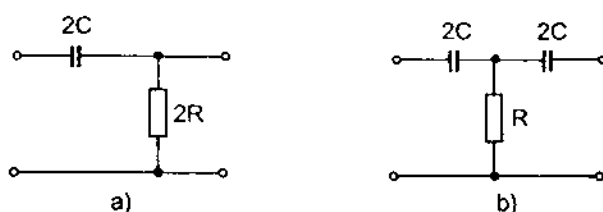
$$\frac{R}{2} = \frac{2}{\omega_c C}, \text{ hay } \omega_c = \frac{4}{RC} \quad (9.70)$$

Tại tần số cắt ω_c , hệ số suy giảm của mạch lọc:

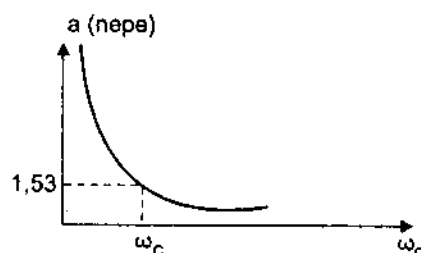
$$sha = 2,2$$

hay: $a = 1,53 \text{ Np (nepe)}$.

Đối với mạch lọc RC tần số cao (hình 9.33), trong dải tần số thấp dung kháng (trở kháng nhánh ngang của mạch lọc) lớn, điện áp đầu ra của mạch lọc nhỏ, nghĩa là hệ số suy giảm của mạch lọc lớn. Khi tần số tăng lên, dung kháng sẽ giảm, điện áp đầu ra của mạch lọc tăng lên, nghĩa là hệ số suy giảm của mạch lọc giảm nhỏ.



Hình 9.33. Mạch lọc RC tần số cao



Hình 9.34. Hệ số suy giảm a của mạch lọc RC tần số cao

Với mạch lọc RC tần số cao đối xứng (hình 9.33b), ta có hệ số suy giảm:

$$chg = A_{11} = 1 - j \frac{1}{2\omega RC},$$

hay:

$$chg = ch(a + jb) = cha \cos b + jsh \sin b = 1 - j \frac{1}{2\omega RC}.$$

Từ đây suy ra:

$$\left. \begin{aligned} cha \cos b &= 1 \\ sha \sin b &= -\frac{1}{2\omega RC} \end{aligned} \right\} \quad (9.71)$$

Rõ ràng rằng hệ số suy giảm của mạch lọc RC tần số cao bằng không ($a = 0$) chỉ khi tần số $\omega = \infty$.

Với cách tính toán tương tự như đối với mạch lọc RC tần số thấp, ta sẽ nhận được:

$$sha = \sqrt{\frac{1}{8(\omega RC)^2} + \frac{1}{2\omega RC}} \sqrt{1 + \frac{1}{(4\omega RC)^2}} \quad (9.72)$$

Trong dải tần số thỏa mãn điều kiện $\frac{1}{2\omega RC} < 1$,

$$sha \approx a = \sqrt{\frac{1}{2\omega RC}}$$

Điều kiện xác định tần số cắt của mạch lọc RC tần số cao tương tự như đối với mạch lọc RC tần số thấp, nên ta có:

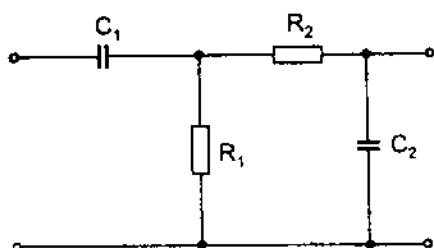
$$\omega_c = \frac{1}{4RC} \quad (9.73)$$

và tại tần số cắt, hệ số suy giảm của mạch lọc:

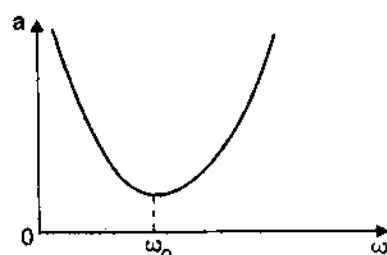
$$sha = 2,2 \quad \text{hay} \quad a \approx 1,53 \text{ nepe.}$$

Đặc tuyến của hệ số suy giảm a của mạch lọc RC tần số cao được trình bày trên hình 9.34.

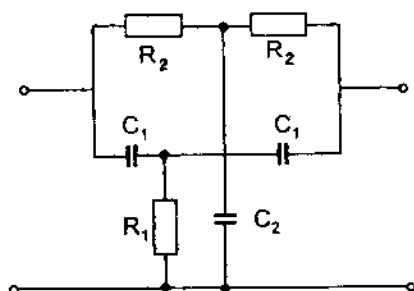
Các mạch lọc RC dải thông, dải chặn và các đặc tuyến của hệ số suy giảm tương ứng của chúng vẽ trên hình 9.35.



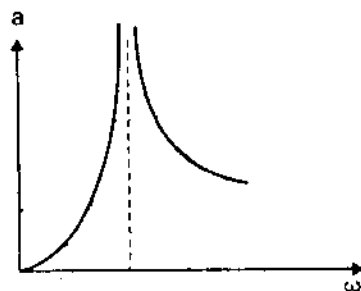
a) Mạch lọc RC dải thông



b) Đặc tuyến của hệ số suy giảm mạch lọc RC dải thông



c) Mạch lọc RC dải chặn



d) Đặc tuyến của hệ số suy giảm mạch lọc RC dải chặn

Với mạch lọc RC dải thông, điện dung C_1 gây ra hệ số suy giảm lớn ở vùng tần số thấp, còn điện dung C_2 gây ra hệ số suy giảm lớn ở vùng tần số cao. Hệ số suy giảm đạt giá trị cực tiểu tại tần số ω_0 được xác định bởi biểu thức:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}}$$

Khi $R_1 = R_2 = R$, $C_1 = C_2 = C$:

$$\omega_0 = \frac{1}{RC}$$

Từ hình 9.35c ta thấy, mạch lọc RC dải chắn gồm hai mạch lọc RC tần số thấp và tần số cao nối song song - song song. Nếu chọn các tham số R , C thích hợp thì tại tần số nào đó, dòng điện đầu ra của các mạch lọc thành phần sẽ có biên độ bằng nhau, nhưng ngược pha nhau, và do đó dòng điện đầu ra của mạch lọc RC dải chắn sẽ bằng không, nghĩa là tại đó hệ số suy giảm của mạch lọc lớn vô cùng ($a = \infty$).

Ví dụ, đối với mạch lọc RC dải chắn (hình 9.35c) khi chọn $R_1 = \frac{R_2}{2}$, $C_1 = \frac{C_2}{2}$, hệ số suy giảm của mạch lọc $a = \infty$ tại tần số $\omega_\infty = \frac{1}{RC}$.

Bảng 9.2. Các tham số của mạch lọc loại k

Mạch lọc tần số thấp	Mạch lọc tần số cao	Mạch lọc dải thông	Mạch lọc dải chắn
$L_1 = \frac{k}{4\pi f_c}$	$L_2 = \frac{k}{4\pi f_c}$	$L_1 = \frac{k}{\pi(f_{c2} - f_{c1})}$ $L_2 = \frac{k(f_{c2} - f_{c1})}{4\pi f_{c1} f_{c2}}$	$L_1 = \frac{k}{\pi f_{c1} f_{c2}}$ $L_2 = \frac{k}{4\pi(f_{c2} - f_{c1})}$
$C_2 = \frac{1}{4\pi f_c k}$	$C_1 = \frac{1}{4\pi f_c k}$	$C_1 = \frac{f_{c2} - f_{c1}}{4\pi k f_{c1} f_{c2}}$ $C_2 = \frac{1}{\pi k(f_{c2} - f_{c1})}$	$C_1 = \frac{1}{4\pi k(f_{c2} - f_{c1})}$ $C_2 = \frac{f_{c2} - f_{c1}}{\pi k f_{c1} f_{c2}}$
$f_c = \frac{1}{\pi\sqrt{L_1 C_2}}$	$\frac{1}{4\pi\sqrt{LC}}$	$f_{c1, c2} = \frac{1}{2\pi} \times$ $\left[\sqrt{\frac{1}{L_2 C_2} + \frac{1}{L_1 C_1}} \mp \frac{1}{\sqrt{L_2 C_2}} \right]$	$f_{c1, c2} = \frac{1}{8\pi} \times$ $\left[\sqrt{\frac{1}{L_2 C_2} + \frac{16}{L_1 C_1}} \mp \frac{1}{\sqrt{L_2 C_2}} \right]$

Vì hệ số suy giảm của mạch lọc RC trong dải thông luôn khác không, do đó điện áp ở đầu ra của mạch lọc RC luôn nhỏ hơn điện áp ở đầu vào của nó, nghĩa là luôn có sự suy giảm tín hiệu hữu ích. Trong thực tế các mạch lọc RC được sử dụng cùng với các bộ khuếch đại, lúc này các tín hiệu hữu ích không những không bị suy giảm mà còn được tăng trưởng (khuếch đại). Các mạch lọc RC có tính chất trên được gọi là các mạch lọc RC tích cực. Về mạch lọc RC tích cực, bạn đọc có thể tìm hiểu kỹ trong nhiều tài liệu (được giới thiệu trong phần tài liệu tham khảo in ở cuối tập sách này).

Chương 10

PHÂN TÍCH MẠCH ĐIỆN TỬ

10.1. KHÁI NIỆM VỀ MẠCH ĐIỆN TỬ

Tranzistor, IC, đèn điện tử là những phần tử cơ bản trong các thiết bị điện tử. Ta sẽ gọi các mạch điện có chứa tranzistor, IC, đèn điện tử là mạch điện tử. Trong thực tế, khi phân tích mạch điện tử, người ta không quan tâm đến giá trị tuyệt đối của điện áp và dòng điện qua các phần tử mà chỉ quan tâm đến giá số của nó (giá trị biến thiên của điện áp và dòng điện).

Tranzistor, IC, đèn điện tử khác với các phần tử điện trở R , điện cảm L , điện dung C mà ta đã nghiên cứu trong Tập 1, sự khác nhau đó được thể hiện qua những điểm cơ bản sau đây:

Thứ nhất: Về mặt cấu trúc, các phần tử điện trở, điện cảm, điện dung chỉ có hai cực để nối với các phần khác của mạch; còn tranzistor, IC, đèn điện tử có số cực $n \geq 3$ để nối với các phần khác của mạch, hay nói cách khác, các phần tử điện trở, điện cảm, điện dung là các phần tử hai cực; còn tranzistor, IC, đèn điện tử là các phần tử nhiều cực. Vậy có thể xem mạch điện tử là mạch có chứa phần tử nhiều cực (mạng nhiều cực).

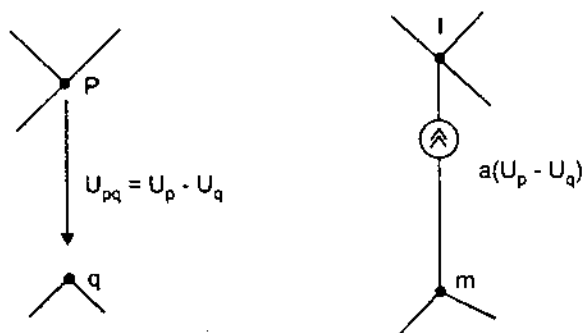
Thứ hai: Ta xét sơ đồ thay thế tương đương (hình 10.1b) của tranzistor (hình 10.1a). Trong sơ đồ thay thế ở hình 10.1b, các điện trở r_i , điện dung C_i là điện trở, điện dung giữa các mặt ghép của tranzistor, còn nguồn dòng điện có giá trị phụ thuộc vào điện áp giữa nút b và nút e (u_{be}) và tham số điều khiển g của tranzistor, nên được gọi là nguồn phụ thuộc. Do đó mạch chứa tranzistor, IC, đèn điện tử là mạch có chứa nguồn phụ thuộc.

Thứ ba: Giá trị của các phần tử r_i , C_i trong sơ đồ thay thế tương đương của tranzistor ở hình 10.1b phụ thuộc vào tần số của nguồn tín hiệu và giá trị điện áp đặt trên các cực của tranzistor. Khi chọn nguồn điện áp một chiều đặt trên các cực có giá trị thích hợp, và giá trị của nguồn tín hiệu đưa tới tranzistor biến thiên trong phạm vi hẹp, thì các giá trị của các phần tử r_i , C_i có thể xem là các giá trị hằng số. Còn khi thay đổi giá trị điện áp một chiều trên các cực của tranzistor, hoặc giá trị của nguồn tín hiệu thay đổi trong phạm vi rộng, thì các giá trị của các phần tử r_i , C_i phụ thuộc vào giá trị của nguồn tín hiệu, nghĩa là tùy thuộc vào điểm làm việc của tranzistor và giá trị biến thiên của nguồn tín hiệu, mà mạch chứa tranzistor, IC, đèn điện tử có thể là mạch tuyến tính, hoặc phi tuyến.

Nếu trong mạch điện có chứa nguồn phụ thuộc, giả sử chỉ chứa một nguồn phụ thuộc; nguồn phụ thuộc được mắc giữa nút l và nút m , và nó được điều khiển bởi điện áp giữa nút p và nút q với tham số điều khiển a (xem hình 10.2), thì trong hệ phương trình điện thế điểm nút (10.1) chỉ có các phương trình đối với nút l và nút m , bên vế trái sẽ được bổ sung thêm thành phần nguồn dòng phụ thuộc, còn các phương trình đối với các nút khác của mạch là không thay đổi. Vì đối với nút l nguồn dòng phụ thuộc có chiều hướng tới nút, còn đối với nút m nguồn dòng phụ thuộc có chiều rời khỏi nút, nên trong phương trình đối với nút l thành phần nguồn dòng phụ thuộc được viết với dấu dương (+); còn trong phương trình đối với nút m , thành phần nguồn dòng phụ thuộc được viết với dấu (-). Do đó phương trình đối với nút l và nút m sẽ có dạng:

$$J_l + a(U_p - U_q) = \sum_{s=1}^N Y_{ls} U_s \quad (10.3)$$

$$J_m - a(U_p - U_q) = \sum_{s=1}^N Y_{ms} U_s \quad (10.4)$$



Hình 10.2

Triển khai hệ phương trình (10.1), kết hợp với điều kiện (10.3), (10.4) ta nhận được:

$$J_1 = Y_{11} U_1 + Y_{12} U_2 + \dots + Y_{1p} U_p + Y_{1q} U_q + \dots + Y_{1N} U_N,$$

$$J_2 = Y_{21} U_1 + Y_{22} U_2 + \dots + Y_{2p} U_p + Y_{2q} U_q + \dots + Y_{2N} U_N,$$

$$\dots$$

$$J_l + a(U_p - U_q) = Y_{l1} U_1 + Y_{l2} U_2 + \dots + Y_{lp} U_p + Y_{lq} U_q + \dots + Y_{lN} U_N,$$

$$J_m - a(U_p - U_q) = Y_{m1} U_1 + Y_{m2} U_2 + \dots + Y_{mp} U_p + Y_{mq} U_q + \dots + Y_{mN} U_N,$$

$$\dots$$

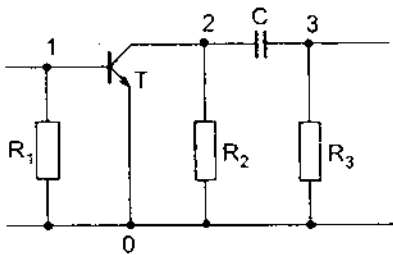
$$J_N = Y_{N1} U_1 + Y_{N2} U_2 + \dots + Y_{Np} U_p + Y_{Nq} U_q + \dots + Y_{NN} U_N$$

- Bổ sung các tham số điều khiển của các nguồn phụ thuộc vào ma trận tổng dẫn $[Y]$ của mạch vừa được thành lập theo kết luận đã nêu trên.

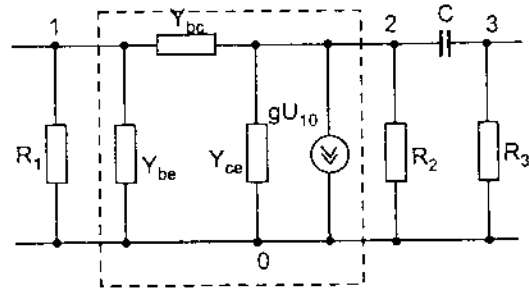
Dưới đây, ta xét một số ví dụ.

Ví dụ 1: Thành lập ma trận tổng dẫn $[Y]$ của mạch khuếch đại dùng tranzistor, có sơ đồ tương đương đối với thành phần tín hiệu vẽ ở hình 10.3.

Thay thế tranzistor bằng sơ đồ vật lý tương đương với giả thiết điện trở r_b của tranzistor nhỏ ($r_b \approx 0$), ta sẽ nhận được sơ đồ như ở hình 10.4.



Hình 10.3



Hình 10.4

Đánh số thứ tự các nút như hình vẽ, chọn nút 0 làm nút gốc, cho điện thế nút gốc bằng không, ta thành lập được ma trận tổng dẫn $[Y]$ của mạch (khi không tính đến nguồn phụ thuộc):

	1	2	3
1	$g_1 + Y_{be} + Y_{bc}$	$-Y_{bc}$	
2	$-Y_{bc}$	$Y_{bc} + Y_{ce} + g_2 + j\omega C$	$-j\omega C$
3		$-j\omega C$	$g_3 + j\omega C$

ở đây $g_k = \frac{1}{R_k}$.

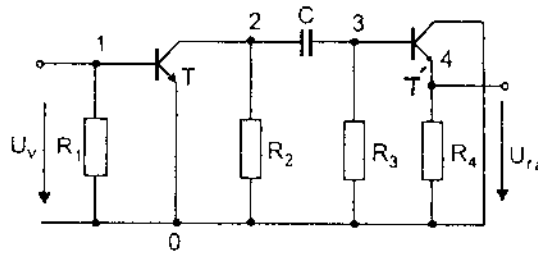
Mạch điện đã cho (hình 10.4) chứa một nguồn dòng phụ thuộc mắc giữa nút 2 và nút 0, nguồn phụ thuộc được điều khiển bởi điện áp giữa nút 1 và nút 0 với tham số điều khiển g . Bổ sung tham số điều khiển g của nguồn phụ thuộc vào ô cắt nhau của dòng 2, cột 1, ta nhận được ma trận tổng dẫn $[Y]$ của mạch. Tham số điều khiển g của nguồn phụ thuộc được viết trong ma trận (10.7) với dấu dương (+), vì rằng đối với nút 2 nguồn dòng phụ thuộc có chiều rời khỏi nút, và đối với nút 1 điện áp điều khiển cũng có chiều rời khỏi nút.

	1	2	3
1	$g_1 + Y_{be} + Y_{bc}$	$-Y_{bc}$	
2	$g - Y_{bc}$	$Y_{bc} + Y_{ce} + g_2 + j\omega C$	$-j\omega C$
3		$-j\omega C$	$g_3 + j\omega C$

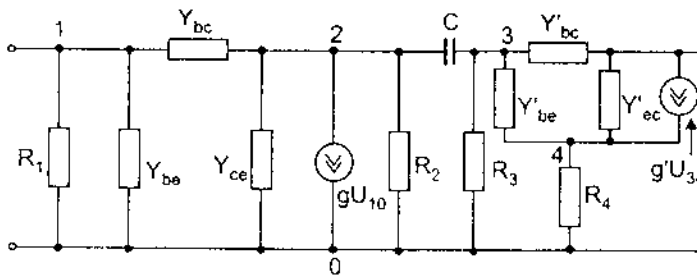
(10.7)

Ví dụ 2: Thành lập ma trận tổng dẫn $[Y]$ của mạch khuếch đại hai tầng dùng tranzistor có sơ đồ tương đương đối với thành phần tín hiệu như trên hình 10.5.

Thay thế các tranzistor T, T' bằng các sơ đồ vật lý tương đương, ta sẽ nhận được mạch điện như ở hình 10.6.



Hình 10.5



Hình 10.6

Mạch điện trên hình 10.6 chứa hai nguồn dòng phụ thuộc. Đánh số thứ tự các nút như hình vẽ, chọn nút 0 làm nút gốc, cho điện thế nút gốc bằng 0, ta thành lập được ma trận tổng dẫn $[Y]$ của mạch khi chưa tính đến nguồn phụ thuộc:

	1	2	3	4
1	$g_1 + Y_{be} + Y_{bc}$	$-Y_{bc}$		
2	$-Y_{bc}$	$Y_{bc} + Y_{ce} + g_2 + j\omega C$	$-j\omega C$	
3		$-j\omega C$	$g_3 + Y'_{be} + Y'_{bc} + j\omega C$	$-Y'_{be}$
4			$-Y'_{be}$	$Y'_{be} + Y'_{ce} + g_4$

Nguồn phụ thuộc thứ nhất mắc giữa nút 2 và nút 0, được điều khiển bởi điện áp giữa nút 1 và nút 0 với tham số điều khiển g . Nguồn phụ thuộc thứ hai mắc giữa nút 4 và nút 0, được điều khiển bởi điện áp giữa nút 3 và nút 4 với tham số điều khiển g' . Bổ sung các tham số điều khiển của các nguồn phụ thuộc vào các ma trận vừa thành lập, ta nhận được ma trận tổng dẫn $[Y]$ đầy đủ của mạch:

$$[Y] = \begin{bmatrix} g_1 + Y_{be} + Y_{bc} & -Y_{bc} & & \\ -Y_{bc} + g & Y_{bc} + Y_{ce} + g_2 + j\omega C & -j\omega C & \\ & -j\omega C & g_3 + Y'_{be} + Y'_{bc} + j\omega C & -Y'_{be} \\ & & -Y'_{be} - g' & Y'_{be} + Y'_{ce} + g_4 + g' \end{bmatrix} \quad (10.8)$$

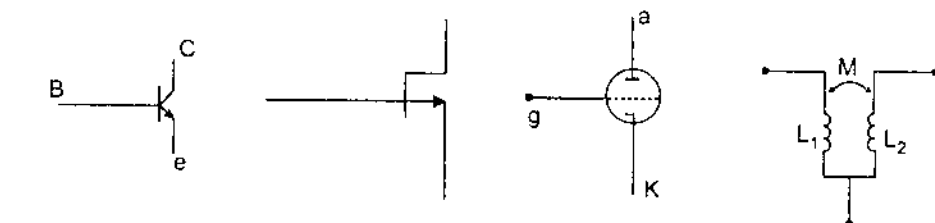
Trong ma trận tổng dẫn $[Y]$ của mạch (10.8), tham số điều khiển g của nguồn điều khiển thứ nhất được viết trong ô cắt nhau của dòng 2 cột 1 với dấu dương (+), vì đối với nút 2, nguồn phụ thuộc có chiều rời khỏi nút, đối với nút 1 điện áp điều khiển cũng có chiều rời khỏi nút. Còn tham số điều khiển g' của nguồn phụ thuộc thứ hai được viết trong ô cắt nhau của dòng 4 cột 3 với dấu âm (-), trong ô cắt nhau của dòng 4 cột 4 với dấu dương (+), vì đối với nút 4 nguồn phụ thuộc có chiều hướng tới nút, đối với nút 3 điện áp điều khiển có chiều rời khỏi nút; với nút 4 cả nguồn phụ thuộc và điện áp điều khiển đều có chiều hướng tới nút.

10.3. KHÁI NIỆM MẠNG NHIỀU CỰC, CÁC THAM SỐ RIÊNG CỦA MẠNG NHIỀU CỰC (MnC)

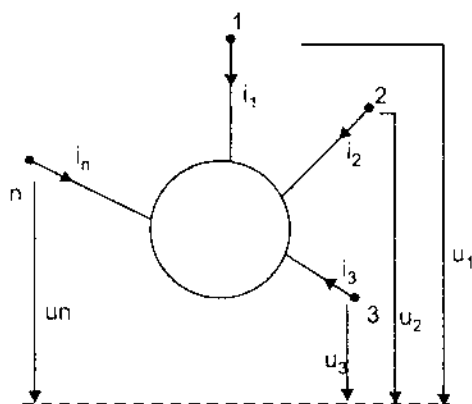
Như đã nói trên, tranzistor, IC, đèn điện tử... là các phần tử nhiều cực, hay các mạng nhiều cực. Một cách tổng quát, có thể coi phần mạch điện có kết cấu bất kỳ gồm n cực để nối với các điểm khác của mạch là một mạng nhiều cực. Khi $n = 2$ ta có mạng 2 cực; khi $n = 3$ ta có mạng 3 cực; khi $n = 4$ ta có mạng 4 cực; ...

Ví dụ, tranzistor, đèn điện tử, biến áp là các mạng 3 cực (xem hình 10.7).

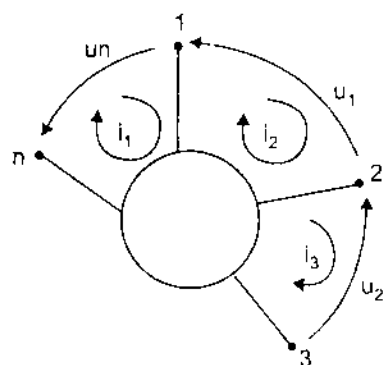
Một cách tổng quát, mạng n cực được ký hiệu như trên hình 10.8, các cực của mạng nhiều cực được đánh số thứ tự từ 1 đến n .



Hình 10.7



Hình 10.8



Hình 10.9

Dòng điện trên các cực của mạng nhiều cực được quy ước có chiều hướng vào phía trong mạng nhiều cực. Còn điện áp trên các cực của mạng nhiều cực được quy ước hoặc là điện áp giữa cực của mạng nhiều cực với một điểm chung nào đó của mạch như trên hình 10.8 (điểm chung cũng có thể là một cực bất kỳ của mạng nhiều cực), hoặc là điện áp giữa hai cực liên tiếp của mạng nhiều cực như trên hình 10.9.

Dòng điện trên cực k của mạng nhiều cực không chỉ phụ thuộc vào điện áp cực k mà còn phụ thuộc vào điện áp trên các cực còn lại của mạng nhiều cực. Trường hợp tổng quát có thể viết:

$$i_k = f(u_1, u_2, \dots, u_k, \dots, u_n) \quad (10.9)$$

Nếu mạng nhiều cực là tuyến tính và bên trong nó không chứa nguồn độc lập, và nếu chỉ quan tâm đến giá số của dòng điện và điện áp trên các cực của mạng nhiều cực, thì từ biểu thức (10.9) sẽ thiết lập được hệ phương trình thể hiện liên hệ giữa giá số của dòng điện và điện áp trên các cực của mạng nhiều cực:

$$\left. \begin{aligned} I_1 &= y_{11}U_1 + y_{12}U_2 + \dots + y_{1n}U_n, \\ I_2 &= y_{21}U_1 + y_{22}U_2 + \dots + y_{2n}U_n, \\ &\dots\dots\dots \\ I_n &= y_{n1}U_1 + y_{n2}U_2 + \dots + y_{nn}U_n \end{aligned} \right\} \quad (10.10)$$

Trong hệ phương trình (10.10), các đại lượng U_k , I_k là các giá số của điện áp và dòng điện trên các cực của mạng nhiều cực, có thể là các giá trị biên độ phức (hiệu dụng phức), hay các ảnh toán tử.

Hệ phương trình (10.10) có thể viết gọn dưới dạng ma trận:

$$[I] = [y_0] [U] \quad (10.11)$$

trong đó:

$[I] = [I_1 \ I_2 \ \dots \ I_n]^T$; $[U] = [U_1 \ U_2 \ \dots \ U_n]^T$ là các ma trận cột của các dòng điện và điện áp trên các cực của mạng nhiều cực; ma trận có ký hiệu chữ T phía trên biểu thị ma trận chuyển vị.

$$[y_0] = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} & \dots & y_{1n} \\ y_{21} & y_{22} & \dots & y_{2n} \\ \dots\dots\dots \\ y_{n1} & y_{n2} & \dots & y_{nn} \end{bmatrix} \quad (10.12)$$

là ma trận tổng dẫn toàn phần của mạng nhiều cực.

Mạng nhiều cực tuyến tính hoàn toàn được đặc trưng bởi các phần tử y_{ks} của ma trận tổng dẫn toàn phần $[y_0]$ của nó. Các phần tử y_{ks} là các tham số riêng của mạng nhiều cực, có thứ nguyên là tổng dẫn và được xác định bởi biểu thức:

$$y_{ks} = \frac{I_k}{U_s} \bigg|_{U_j (j \neq s) = 0} \quad (10.13)$$

Giá trị bằng số của y_{ks} đúng bằng giá trị của dòng điện trên cực k của mạng nhiều cực, khi đặt vào cực s một điện áp có giá trị bằng 1 vôn, còn điện áp trên các cực còn lại của mạng nhiều cực bằng không (các cực còn lại nối với điểm chung).

Các phần tử y_{ks} của mạng nhiều cực có thể được xác định qua tính toán, hoặc bằng thực nghiệm.

Vì tổng các dòng điện trên các cực của mạng nhiều cực bằng không, nên khi thực hiện cộng cả hai vế của hệ phương trình (10.10) ta sẽ nhận được:

$$0 = U_1 \sum_{s=1}^n y_{s1} + U_2 \sum_{s=1}^n y_{s2} + \dots + U_n \sum_{s=1}^n y_{sn} \quad (10.14)$$

Biểu thức (10.14) nghiệm đúng với các giá trị bất kỳ của U_k ($k = 1, 2, \dots, n$), và các U_k không thể đồng thời bằng không, nên từ (10.14) suy ra:

$$\sum_{s=1}^n y_{sk} = 0 \quad (10.15)$$

nghĩa là tổng các phần tử trong một cột của ma trận tổng dẫn toàn phần $[y_0]$ của mạng nhiều cực bằng không.

Mặt khác, các hệ số y_{jk} trong hệ phương trình (10.10) (các phần tử của ma trận tổng dẫn toàn phần $[y_0]$ ở (10.12)) hoàn toàn không phụ thuộc vào giá trị điện áp trên các cực của mạng nhiều cực, hay nói cách khác, hệ phương trình (10.10) nghiệm đúng với giá trị U_k bất kỳ. Trong trường hợp riêng:

$$U_1 = U_2 = \dots = 0 \quad (10.16)$$

Điều kiện (10.16) tương đương với việc nối các cực của mạng nhiều cực với một cực chung nào đó. Song khi các cực của mạng nhiều cực được nối vào một cực chung, theo định luật Kiếckhốp 1, tổng đại số các dòng điện tại một nút (cực chung) bằng không và phương trình đối với cực chung khi này sẽ là:

$$0 = U \sum_{s=1}^n y_{ks} = 0 \quad (10.17)$$

Phương trình (10.17) nghiệm đúng với giá trị bất kỳ của điện áp U. Từ đây suy ra:

$$\sum_{s=1}^n y_{ks} = 0 \quad (10.18)$$

Nghĩa là tổng các phần tử trong một hàng của ma trận tổng dẫn toàn phần $[y_0]$ của mạng nhiều cực bằng không.

Các biểu thức (10.15) và (10.18) chứng tỏ rằng ma trận tổng dẫn toàn phần $[y_0]$ của mạng nhiều cực là ma trận suy biến (định thức của ma trận $[y_0]$ bằng không).

Nếu trong ma trận toàn phần $[y_0]$ bỏ đi một hàng và một cột tương ứng, ta sẽ nhận được ma trận vuông cấp $(n-1)$ - ký hiệu là ma trận $[y]$, được gọi là ma trận tổng

dẫn rút gọn hay ma trận tổng dẫn của mạng nhiều cực. Việc bỏ đi một hàng và một cột tương ứng của ma trận tổng dẫn toàn phần, tương ứng với việc chọn một cực của mạng nhiều cực làm nút chung, hay nút gốc khi phân tích mạch bằng phương pháp điện thế điểm nút. Biết ma trận tổng dẫn rút gọn của mạng nhiều cực, dễ dàng suy ra ma trận tổng dẫn toàn phần của nó. Phần tử thuộc hàng m , cột k của ma trận tổng dẫn toàn phần $[y_0]$ của mạng nhiều cực được xác định theo công thức:

$$y_{mk} = - \sum_{s=1}^{n-1} y_{sk} \quad (10.19)$$

Còn phần tử thuộc hàng k cột m của ma trận tổng dẫn toàn phần $[y_0]$ của mạng nhiều cực được xác định theo công thức:

$$y_{km} = - \sum_{s=1}^{n-1} y_{ks} \quad (10.20)$$

Hay nói cách khác, ma trận tổng dẫn toàn phần $[y_0]$ của mạng nhiều cực nhận được từ ma trận tổng dẫn rút gọn bằng cách bổ sung thêm vào ma trận tổng dẫn rút gọn một hàng và một cột tương ứng, sao cho tổng các phần tử trong một hàng và trong một cột (sau khi được bổ sung) bằng không.

Tương tự, nếu quy định chiều điện áp và chiều các dòng điện mạch vòng khép vòng qua các cực của mạng nhiều cực như trên hình 10.9, ta sẽ thiết lập được hệ phương trình biểu thị mối liên quan giữa điện áp trên các cực của mạng nhiều cực và các dòng điện mạch vòng khép vòng qua các cực của nó:

$$\left. \begin{aligned} U_1 &= Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2 + \dots + Z_{1n}I_n, \\ U_2 &= Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2 + \dots + Z_{2n}I_n, \\ &\dots \dots \dots \\ U_n &= Z_{n1}I_1 + Z_{n2}I_2 + \dots + Z_{nn}I_n \end{aligned} \right\} \quad (10.21)$$

hay viết gọn dưới dạng ma trận:

$$[U] = [Z_0] [I] \quad (10.22)$$

trong đó: $[U] = [U_1 \ U_2 \ \dots \ U_n]^T$; $[I] = [I_1 \ I_2 \ \dots \ I_n]^T$ là các ma trận cột của các điện áp giữa các cực và các dòng điện mạch vòng khép vòng qua các cực của mạng nhiều cực;

$$[Z_0] = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \dots & Z_{1n} \\ Z_{21} & Z_{22} & \dots & Z_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ Z_{n1} & Z_{n2} & \dots & Z_{nn} \end{bmatrix} \quad (10.23)$$

là ma trận tổng trở toàn phần của mạng nhiều cực.

Các phần tử Z_{ks} của ma trận tổng trở toàn phần hoàn toàn đặc trưng cho mạng nhiều cực, và là các tham số riêng của mạng nhiều cực. Các phần tử Z_{ks} có thứ nguyên là tổng trở và được xác định bởi biểu thức:

$$Z_{ks} = \frac{U_k}{I_s} \Big|_{I_{j(j \neq s)} = 0} \quad (10.24)$$

Giống như ma trận tổng dẫn toàn phần, tổng các phần tử trong một hàng và trong một cột của ma trận tổng trở toàn phần của mạng nhiều cực bằng không:

$$\sum_{s=1}^n Z_{sk} = 0, \quad (10.25)$$

$$\sum_{s=1}^n Z_{ks} = 0, \quad (10.26)$$

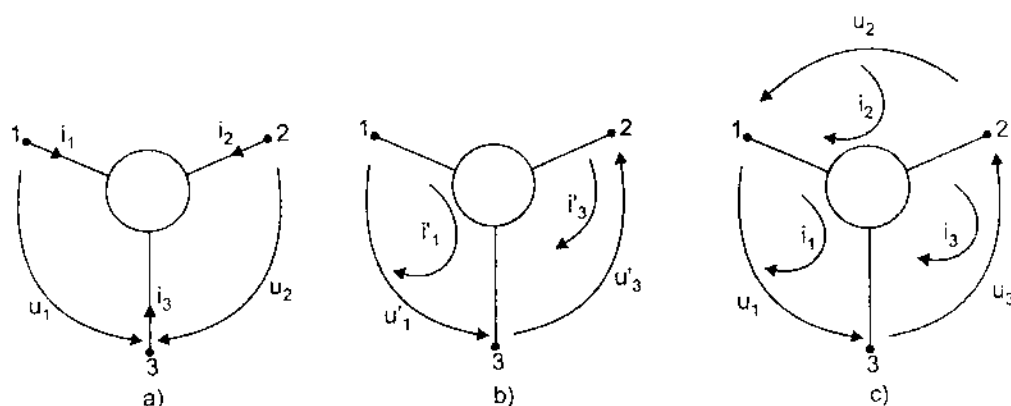
nghĩa là ma trận tổng trở toàn phần $[Z_0]$ của mạng nhiều cực cũng là ma trận suy biến. Và nếu trong ma trận tổng trở toàn phần $[Z_0]$, bỏ đi một hàng và một cột tương ứng ta sẽ nhận được ma trận tổng trở rút gọn $[Z]$ của mạng nhiều cực. Dễ dàng thấy rằng việc bỏ đi một hàng và một cột trong ma trận tổng trở toàn phần phù hợp với việc cho dòng điện mạch vòng khép vòng qua cực tương ứng của mạng nhiều cực bằng không.

Cần lưu ý rằng, khi thay đổi số thứ tự của cực (các mạch vòng) của mạng nhiều cực, kết cấu của ma trận tổng dẫn (tổng trở) của mạng nhiều cực cũng thay đổi. Còn khi thay đổi chiều điện áp trên các cực của mạng nhiều cực và chiều các dòng điện mạch vòng khép vòng qua các cực của mạng nhiều cực sẽ dẫn đến việc thay đổi dấu của các phần tử tương ứng trong ma trận tổng trở của mạng nhiều cực.

10.4. QUAN HỆ GIỮA CÁC PHẦN TỬ CỦA MA TRẬN TỔNG DẪN $[y]$ VÀ MA TRẬN TỔNG TRỞ $[Z]$ CỦA MẠNG NHIỀU CỰC

Hai phương pháp biểu diễn tham số của mạng nhiều cực - ma trận tổng dẫn $[y]$ và ma trận tổng trở $[Z]$ - tương ứng với hai phương pháp cơ bản phân tích mạch điện: Phương pháp điện thế điểm nút và phương pháp dòng điện mạch vòng. Biết một trong hai ma trận tham số, hoặc ma trận tham số $[y]$, hoặc ma trận tham số $[Z]$, dễ dàng suy ra ma trận tham số kia.

Xét mạng 3 cực trên hình 10.10.



Hình 10.10

Giả sử ma trận tổng dẫn toàn phần $[y_0]$ của mạng 3 cực đã biết:

$$[y_0] = \begin{array}{c|cc} & \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \end{array} & \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \end{array} \\ \hline \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \end{array} & \begin{array}{|c|c|c|} \hline y_{11} & y_{12} & y_{13} \\ \hline y_{21} & y_{22} & y_{23} \\ \hline y_{31} & y_{32} & y_{33} \\ \hline \end{array} & \end{array} \quad (10.27)$$

Nếu chọn cực thứ 3 của mạng 3 cực là nút gốc (xem hình 10.10a), khi đó ma trận tổng dẫn rút gọn $[y]$ của mạng 3 cực sẽ có dạng:

$$[y] = \begin{array}{c|cc} & \begin{array}{c} 1 \\ 2 \end{array} & \begin{array}{c} 1 \\ 2 \end{array} \\ \hline \begin{array}{c} 1 \\ 2 \end{array} & \begin{array}{|c|c|} \hline y_{11} & y_{12} \\ \hline y_{21} & y_{22} \\ \hline \end{array} & \end{array}$$

Để xác định ma trận tổng trở rút gọn của mạng 3 cực (khi mạch vòng 2 hở mạch, $i'_2 = 0$ (xem hình 10.10b), trong hệ phương trình điện thế điểm nút, nếu thay: $u_1 = u'_1$; $u_2 = -u'_3$; $i_1 = i'_1$; $i_2 = -i'_3$, ta sẽ nhận được:

$$\begin{aligned} i'_1 &= y_{11}u'_1 - y_{12}u'_3, \\ -i'_3 &= y_{21}u'_1 - y_{22}u'_3 \end{aligned}$$

Giải hệ phương trình trên với các biến là u'_1 và u'_3 , ta nhận được:

$$\begin{aligned} u'_1 &= \frac{y_{22}}{y_{11}y_{22} - y_{12}y_{21}} i'_1 + \frac{y_{12}}{y_{11}y_{22} - y_{12}y_{21}} i'_3, \\ u'_3 &= \frac{y_{21}}{y_{11}y_{22} - y_{12}y_{21}} i'_1 + \frac{y_{11}}{y_{11}y_{22} - y_{12}y_{21}} i'_3. \end{aligned}$$

Từ đây ta xác định được ma trận tổng trở rút gọn $[Z]$ của mạng 3 cực:

$$[Z] = \begin{array}{c|cc} & \begin{array}{c} 1 \\ 3 \end{array} & \begin{array}{c} 1 \\ 3 \end{array} \\ \hline \begin{array}{c} 1 \\ 3 \end{array} & \begin{array}{|c|c|} \hline \frac{y_{22}}{y_{11}y_{22} - y_{12}y_{21}} & \frac{y_{12}}{y_{11}y_{22} - y_{12}y_{21}} \\ \hline \frac{y_{21}}{y_{11}y_{22} - y_{12}y_{21}} & \frac{y_{11}}{y_{11}y_{22} - y_{12}y_{21}} \\ \hline \end{array} & \end{array}$$

Để nhận được ma trận tổng trở toàn phần $[Z_0]$ của mạng 3 cực (hình 10.10c), chỉ cần thêm vào ma trận tổng trở rút gọn hàng thứ 2 và cột thứ 2. Các phần tử nằm trong các ô của hàng và cột bổ sung được xác định từ điều kiện tổng các phần tử trong một hàng (trong một cột) của ma trận tổng trở toàn phần của mạng 3 cực bằng không. Nghĩa là ma trận tổng trở toàn phần của mạng 3 cực có dạng:

$$[Z_0] = \frac{1}{y_{11}y_{22} - y_{12}y_{21}} \begin{array}{c|cc} & \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \end{array} & \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \end{array} \\ \hline \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \end{array} & \begin{array}{|c|c|c|} \hline y_{22} & -(y_{12} + y_{22}) & y_{12} \\ \hline -(y_{21} + y_{22}) & y_{11} + y_{22} + y_{12} + y_{21} & -(y_{11} + y_{12}) \\ \hline y_{21} & -(y_{11} + y_{21}) & y_{11} \\ \hline \end{array} & \end{array}$$

Kết hợp với (10.19), (10.20) và (10.27), ta nhận được:

$$[Z_0] = \frac{1}{y_{11}y_{22} - y_{12}y_{21}} \quad (10.28)$$

	1	2	3
1	y_{22}	y_{32}	y_{12}
2	y_{23}	y_{33}	y_{13}
3	y_{21}	y_{31}	y_{11}

Bằng cách tính toán tương tự, ta sẽ xác định được ma trận tổng dẫn toàn phần của mạng 3 cực theo ma trận tổng trở toàn phần đã biết của nó:

$$[y_0] = \frac{1}{Z_{11}Z_{33} - Z_{13}Z_{31}} \quad (10.29)$$

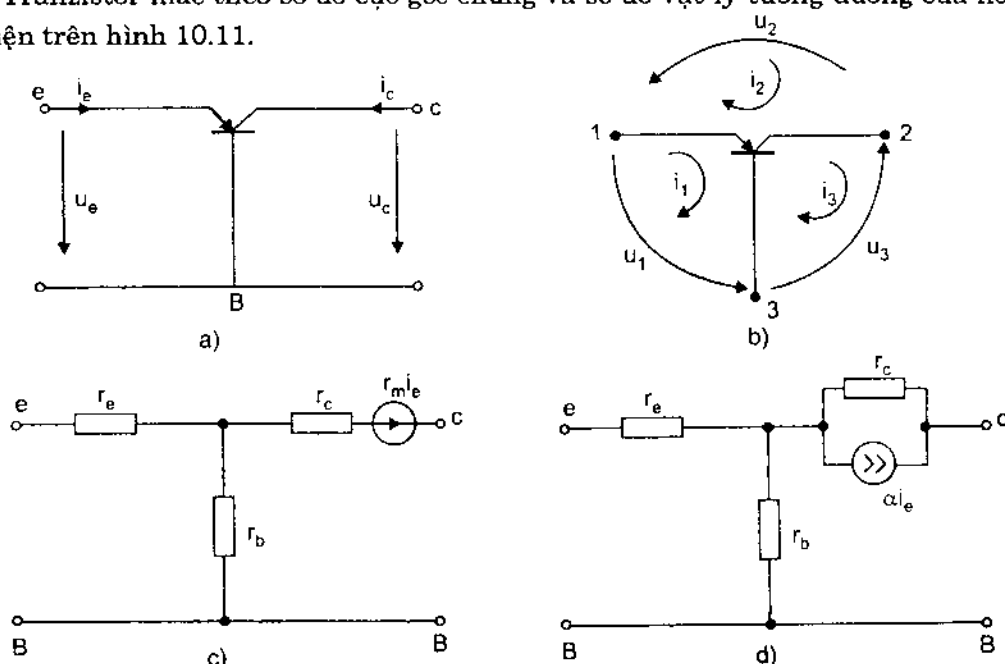
	1	2	3
1	Z_{33}	Z_{13}	Z_{23}
2	Z_{31}	Z_{11}	Z_{21}
3	Z_{32}	Z_{12}	Z_{22}

Các biểu thức (10.28) và (10.29) cho phép xác định trực tiếp ma trận tổng trở, hoặc ma trận tổng dẫn của mạng 3 cực khi biết một trong hai ma trận tham số của nó.

10.5. MỘT SỐ MẠNG NHIỀU CỰC THƯỜNG GẶP VÀ MA TRẬN CÁC THAM SỐ CỦA CHÚNG

10.5.1. Tranzistor

Tranzistor mắc theo sơ đồ cực gốc chung và sơ đồ vật lý tương đương của nó được thể hiện trên hình 10.11.



Hình 10.11. Tranzistor

- Ký hiệu điện áp và dòng điện trên các cực của tranzistor;
- Tranzistor như một mạng 3 cực không tương hỗ;
- Sơ đồ vật lý tương đương của tranzistor với nguồn điện áp phụ thuộc;
- Sơ đồ vật lý tương đương của tranzistor với nguồn dòng phụ thuộc.

Điện áp trên các cực của tranzistor u_e , u_c (hình 10.11a) phụ thuộc cả vào dòng điện i_e và i_c , nghĩa là :

$$\begin{cases} u_e = f_1(i_e, i_c) \\ u_c = f_2(i_e, i_c) \end{cases} \quad (10.30)$$

Gia số của điện áp trên các cực được xác định như là vi phân toàn phần của các biểu thức (10.30):

$$\begin{cases} du_e = \frac{\partial u_e}{\partial i_e} di_e + \frac{\partial u_e}{\partial i_c} di_c \\ du_c = \frac{\partial u_c}{\partial i_e} di_e + \frac{\partial u_c}{\partial i_c} di_c \end{cases} \quad (10.31)$$

Nếu chỉ quan tâm đến gia số của điện áp và dòng điện trên các cực của tranzistor, và giả thiết rằng tranzistor làm việc ở chế độ tuyến tính, khi đó hệ phương trình (10.31) có thể đưa về dạng:

$$\begin{cases} u_e = r_{11}i_e + r_{12}i_c \\ u_c = r_{21}i_e + r_{22}i_c \end{cases} \quad (10.32)$$

trong đó :

$$\begin{cases} r_{11} = \frac{\partial u_e}{\partial i_e}; \quad r_{12} = \frac{\partial u_e}{\partial i_c} \\ r_{21} = \frac{\partial u_c}{\partial i_e}; \quad r_{22} = \frac{\partial u_c}{\partial i_c} \end{cases} \quad (10.33)$$

Để xác định ma trận tổng trở của mạng 3 cực - tranzistor (hình 10.11b), trong các biểu thức (10.32) ta thay : $u_e = u_1$; $u_c = -u_3$; $u_2 = -(u_1 + u_3)$; $i_e = i_1 - i_2$; $i_c = i_2 - i_3$, và sau khi biến đổi ta sẽ nhận được:

$$\begin{cases} u_1 = r_{11}i_1 - (r_{11} - r_{12})i_2 - r_{12}i_3 \\ u_2 = -(r_{11} - r_{21})i_1 + (r_{11} - r_{12} - r_{21} + r_{22})i_2 + (r_{12} - r_{22})i_3 \\ u_3 = -r_{21}i_1 + (r_{21} - r_{22})i_2 + r_{22}i_3 \end{cases}$$

Từ đây ta nhận được ma trận tổng trở toàn phần của mạng 3 cực - tranzistor:

	1	2	3
1	r_{11}	$r_{12} - r_{11}$	$-r_{12}$
2	$-r_{11} + r_{21}$	$r_{11} - r_{12} - r_{21} + r_{22}$	$r_{12} - r_{22}$
3	$-r_{21}$	$r_{21} - r_{22}$	r_{22}

(10.34)

Các phần tử r_{11} , r_{12} , r_{21} , r_{22} là các tham số riêng của tranzistor, chúng có thể được xác định bằng thực nghiệm (đo đạc), hoặc tính toán theo các họ đặc tuyến của tranzistor hoặc xác định trên sơ đồ vật lý tương đương của tranzistor.

Ví dụ, sử dụng sơ đồ vật lý tương đương của tranzistor (hình 10.11c), ta xác định

$$r_{11} = r_e + r_b; r_{12} = r_b; r_{21} = r_b + r_m; r_{22} = r_b + r_c. \quad (10.35)$$

Lúc này ma trận tổng trở toàn phần của mạng 3 cực tranzistor (10.34), có dạng:

$$[Z_0] = \begin{array}{c|ccc} & 1 & 2 & 3 \\ \hline 1 & r_e + r_b & -r_e & -r_b \\ 2 & r_m - r_e & r_e + r_c - r_m & -r_c \\ 3 & -(r_b + r_m) & r_m - r_c & r_b + r_c \end{array} \quad (10.36)$$

Sử dụng mối liên hệ giữa ma trận tổng trở và ma trận tổng dẫn của mạng 3 cực (10.29), ta xác định được ma trận tổng dẫn toàn phần của mạng 3 cực - tranzistor:

$$[y_0] = \frac{1}{d_r} \begin{array}{c|ccc} & 1 & 2 & 3 \\ \hline 1 & r_c + r_b & -r_b & -r_c \\ 2 & -(r_b + r_m) & r_e + r_b & r_m - r_e \\ 3 & r_m - r_e & -r_e & r_e + r_c - r_m \end{array} \quad (10.37)$$

ở đây :

$$d_r = r_e(r_c + r_b) + r_b(r_c - r_m).$$

Nếu sử dụng sơ đồ vật lý tương đương của tranzistor (hình 10.11d), trong đó $\alpha = \frac{r_m}{r_c}$, thì hệ phương trình (10.32) có thể đưa về dạng:

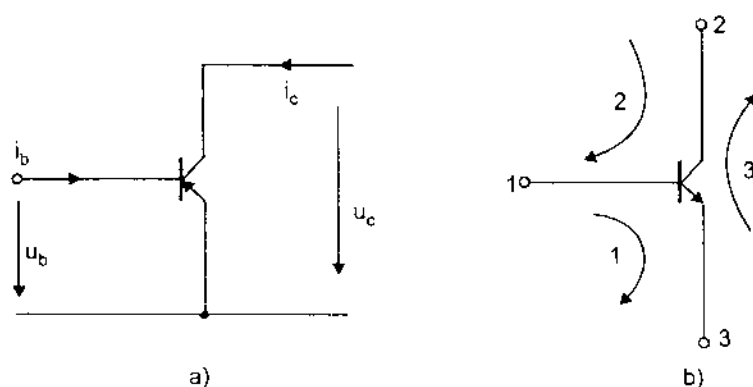
$$\begin{cases} u_e = h_{11}i_e + h_{12}u_c, \\ i_c = h_{21}i_e + h_{22}u_c. \end{cases} \quad (10.38)$$

Các đại lượng h_{11} , h_{12} , h_{21} , h_{22} trong hệ phương trình (10.38) gọi là các tham số h của tranzistor.

Các tham số h của tranzistor cũng có thể xác định được bằng thực nghiệm hoặc qua tính toán. Tuy nhiên, việc xác định các tham số h của tranzistor bằng thực nghiệm là đơn giản và có độ chính xác cao hơn so với việc xác định các tham số r_{11} , r_{12} , r_{21} , r_{22} bằng thực nghiệm.

Sơ đồ thay thế tương đương của tranzistor như ở hình 10.11c, d thường được sử dụng trong dải tần số thấp, và lúc này các tham số r , h là các số thực. Quan hệ giữa các tham số r và tham số h , cũng như quan hệ giữa các phần tử của ma trận tổng dẫn (tổng trở) của tranzistor và các tham số r , h xem ở bảng 10.1.

Trong dải tần số cao, các tham số của tranzistor phụ thuộc vào tần số và là số phức. Trong trường hợp này, để xác định ma trận tổng dẫn (tổng trở) của mạng 3 cực - tranzistor, thường sử dụng sơ đồ cực phát chung (xem hình 10.12).

**Hình 10.12**

a) Sơ đồ cực phát chung; b) Các cực của mạng 3 cực - tranzistor và các mạch vòng khép vòng qua các cực

Đối với sơ đồ ở hình 10.12a, ta có:

$$i_b = y_{11}u_b + y_{12}u_c,$$

$$i_c = y_{21}u_b + y_{22}u_c.$$

Từ đây, nếu coi tranzistor như một mạng 3 cực (xem hình 10.12b), ta xác định được ma trận tổng dẫn toàn phần của mạng 3 cực - tranzistor:

	1	2	3
1	y_{11}	y_{12}	$-(y_{11} + y_{12})$
2	y_{21}	y_{22}	$-(y_{21} + y_{22})$
3	$-(y_{11} + y_{21})$	$-(y_{12} + y_{22})$	$y_{11} + y_{12} + y_{21} + y_{22}$

$$[y_0] = \quad (10.39)$$

Sử dụng quan hệ giữa các phần tử của ma trận tổng trở và ma trận tổng dẫn của mạng 3 cực (10.28), ta xác định được ma trận tổng trở của mạng 3 cực - tranzistor:

	1	2	3
1	y_{22}	$-(y_{12} + y_{22})$	y_{12}
2	$-(y_{21} + y_{22})$	$y_{11} + y_{12} + y_{21} + y_{22}$	$-(y_{11} + y_{12})$
3	y_{21}	$-(y_{11} + y_{21})$	y_{11}

$$[Z_0] = \frac{1}{y_{11}y_{22} - y_{12}y_{21}} \quad (10.40)$$

Bảng 10.1. Mối liên hệ giữa các tham số của tranzistor

Tham số	$r_{11}, r_{12}, r_{21}, r_{22}$	r_b, r_c, r_e, r_m	$h_{11}, h_{12}, h_{21}, h_{22}$
r_{11}	r_{11}	$r_a + r_b$	$h_{11} - \frac{h_{12}h_{21}}{h_{22}}$
r_{12}	r_{12}	r_b	$\frac{h_{12}}{h_{22}}$
r_{21}	r_{21}	$r_b + r_m$	$-\frac{h_{21}}{h_{22}}$
r_{22}	r_{22}	$r_b + r_c$	$\frac{1}{h_{22}}$
r_b	r_{12}	r_b	$\frac{h_{12}}{h_{22}}$
r_c	$r_{22} - r_{12}$	r_c	$\frac{1 - h_{12}}{h_{22}}$
r_e	$r_{11} - r_{12}$	r_e	$h_{11} - \frac{h_{12}(1 + h_{21})}{h_{22}}$
r_m	$r_{21} - r_{12}$	r_m	$-\frac{h_{12} + h_{21}}{h_{22}}$
h_{11}	$r_{11} - \frac{r_{12}r_{21}}{r_{22}}$	$r_e + \frac{r_b(r_c - r_m)}{r_b + r_c}$	h_{11}
h_{12}	$\frac{r_{12}}{r_{22}}$	$\frac{r_b}{r_b + r_c}$	h_{12}
h_{21}	$-\frac{r_{21}}{r_{22}}$	$\frac{r_b + r_m}{r_b + r_c}$	h_{21}
h_{22}	$\frac{1}{r_{22}}$	$\frac{1}{r_b + r_c}$	h_{22}

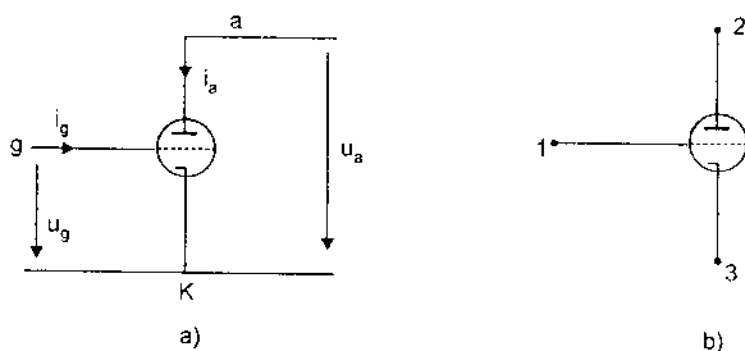
10.5.2. Đèn điện tử 3 cực

Đèn điện tử 3 cực (xem hình 10.13a), trong trường hợp lý tưởng làm việc ở chế độ không có dòng điện lưới và trong dải tần số thấp, do đó:

$$i_g = 0,$$

$$i_a = S U_g + G_i U_a,$$

trong đó: S là hồ dẫn ; G_i là điện dẫn trong của đèn: $G_i = \frac{1}{R_i}$.

**Hình 10.13. Đèn điện tử 3 cực**

a) Dòng điện và điện áp giữa các cực; b) Mạng 3 cực - đèn điện tử.

Từ đây ta nhận được ma trận tổng dẫn toàn phần của mạng 3 cực - đèn điện tử (hình 10.13b).

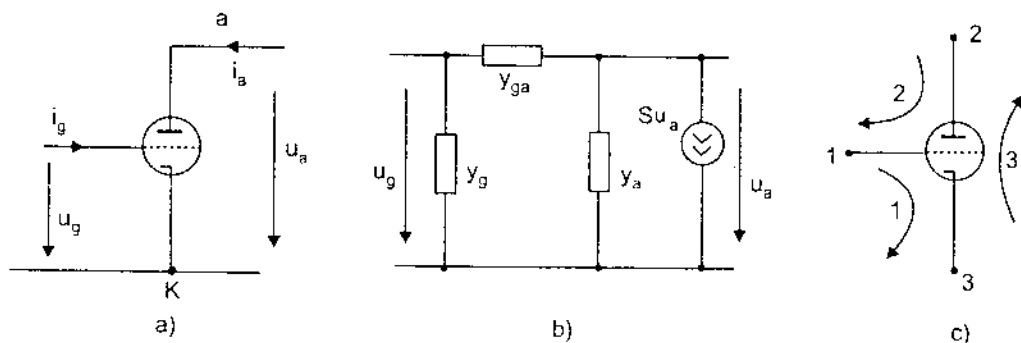
	1	2	3	
$[y_0] =$	1	0	0	0
	2	S	G_i	$-(S + G_i)$
	3	$-S$	$-G_i$	$S + G_i$

(10.41)

Trong dải tần số cao, các tham số của đèn điện tử 3 cực phụ thuộc vào tần số và là số phức.

Phương trình điện thế điểm nút đối với đèn điện tử 3 cực (hình 10.14a) trong dải tần số cao có thể viết dưới dạng:

$$\left. \begin{aligned} i_g &= y_{11}u_g + y_{12}u_a, \\ i_a &= y_{21}u_g + y_{22}u_a \end{aligned} \right\} \quad (10.42)$$

**Hình 10.14. Đèn điện tử 3 cực làm việc trong dải tần số cao**

a) Dòng điện và điện áp trên các cực; b) Sơ đồ thay thế tương đương; c) Mạng 3 cực - đèn điện tử.

Thay thế đèn điện tử 3 cực bằng sơ đồ vật lý tương đương (hình 10.14b), ta có:

$$\left. \begin{aligned} i_g &= (y_g + y_{ga})u_g - y_{ga}u_a, \\ i_a &= (S - y_{ga})u_g + (y_a + y_{ga})u_a. \end{aligned} \right\} \quad (10.43)$$

trong đó: y_g, y_{ga}, y_a là tổng dẫn đầu vào, tổng dẫn trực thông và tổng dẫn ra của đèn điện tử 3 cực;

S là hổ dẫn của đèn.

Từ phương trình (10.43) ta xác định được ma trận tổng dẫn rút gọn và ma trận tổng dẫn toàn phần của mạng 3 cực- đèn điện tử (xem hình 10.14c):

$$[y] = \begin{array}{c} \begin{array}{cc} & \begin{array}{c} 1 \qquad \qquad 2 \end{array} \\ \begin{array}{c} 1 \\ 2 \end{array} & \begin{array}{|cc|} \hline y_g + y_{ga} & -y_{ga} \\ \hline S - y_{ga} & y_a + y_{ga} \\ \hline \end{array} \end{array} \quad (10.44)$$

$$[y_0] = \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} & \begin{array}{c} 1 \qquad \qquad 2 \qquad \qquad 3 \end{array} \\ \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \end{array} & \begin{array}{|ccc|} \hline y_g + y_{ga} & -y_{ga} & -y_g \\ \hline S - y_{ga} & y_g + y_{ga} & -(S + y_a) \\ \hline -(S + y_g) & -y_a & S + y_g + y_a \\ \hline \end{array} \end{array} \quad (10.45)$$

Sử dụng quan hệ giữa các phần tử của ma trận tổng dẫn và ma trận tổng trở của mạng 3 cực (10.28), ta xác định được ma trận tổng trở toàn phần của mạng 3 cực- đèn điện tử (hình 10.14c).

$$[Z_0] = \frac{1}{dy} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} & \begin{array}{c} 1 \qquad \qquad 2 \qquad \qquad 3 \end{array} \\ \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \end{array} & \begin{array}{|ccc|} \hline y_a + y_{ga} & -y_a & -y_{ga} \\ \hline -(S + y_a) & S + y_g + y_a & -y_g \\ \hline S - y_{ga} & -(S + y_g) & y_g + y_{ga} \\ \hline \end{array} \end{array} \quad (10.46)$$

trong đó $dy = y_g (y_a + y_{ga})$.

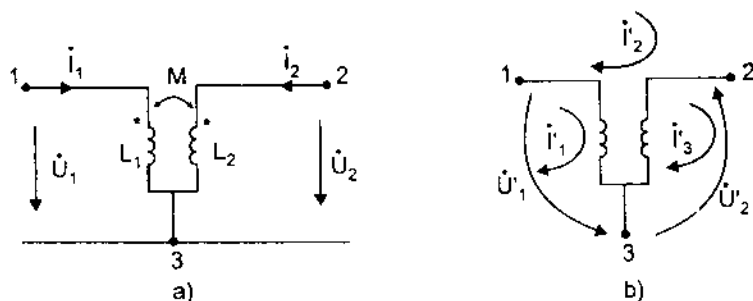
10.5.3. Biến áp

Đối với biến áp (hình 10.15a), ta có:

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_1 &= j\omega L_1 \dot{I}_1 + j\omega M \dot{I}_2, \\ \dot{U}_2 &= j\omega M \dot{I}_1 + j\omega L_2 \dot{I}_2. \end{aligned} \right\}$$

Để nhận được ma trận tổng trở rút gọn của mạng 3 cực - biến áp (xem hình 10.15b) trong phương trình trên, nếu thay: $\dot{U}_1 = \dot{U}'_1$; $\dot{U}_2 = -\dot{U}_3$; $\dot{I}_1 = \dot{I}'_1$; $\dot{I}_2 = -\dot{I}'_3$, ta sẽ nhận được:

$$\begin{aligned}\dot{U}_1 &= j\omega L_1 \dot{I}_1 - j\omega M \dot{I}_3 \\ -\dot{U}_3 &= j\omega M \dot{I}_1 - j\omega L_2 \dot{I}_3\end{aligned}$$



Hình 10.15

Từ đây ta xác định ma trận tổng trở rút gọn $[Z]$ của mạng 3 cực - biến áp (khi dòng mạch vòng $I_2 = 0$):

$$[Z] = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} Z_1 & -Z_{12} \\ -Z_{12} & Z_2 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (10.47)$$

ở đây: $Z_1 = j\omega L_1$; $Z_2 = j\omega L_2$; $Z_{12} = j\omega M$.

Để có được ma trận tổng trở toàn phần của mạng 3 cực - biến áp, chỉ cần bổ sung vào ma trận tổng trở rút gọn (10.47) dòng thứ 2 và cột thứ 2. Các phần tử nằm trong các ô của dòng và cột bổ sung được xác định từ điều kiện tổng các phần tử trong một hàng và trong một cột của ma trận tổng trở toàn phần của mạng nhiều cực bằng không.

$$[Z_0] = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} Z_1 & -Z_1 + Z_{12} & -Z_{12} \\ -Z_1 + Z_{12} & Z_1 + Z_2 - 2Z_{12} & -Z_2 + Z_{12} \\ -Z_{12} & -Z_2 + Z_{12} & Z_2 \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (10.48)$$

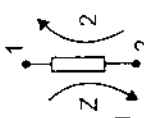
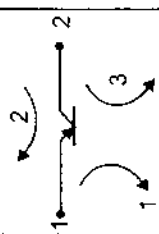
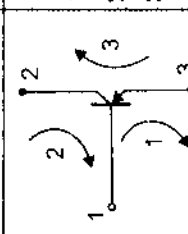
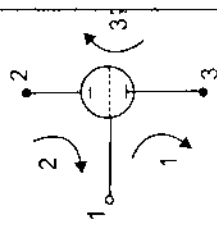
Sử dụng quan hệ giữa các phần tử của ma trận tổng dẫn và ma trận tổng trở của mạng 3 cực (10.29), ta xác định được ma trận tổng dẫn toàn phần của mạng 3 cực - biến áp (hình 10.15b).

$$[y_0] = \frac{1}{dZ} \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} Z_2 & -Z_{12} & -Z_2 + Z_{12} \\ -Z_{12} & Z_1 & -Z_1 + Z_{12} \\ -Z_2 + Z_{12} & -Z_1 + Z_{12} & Z_1 + Z_2 - 2Z_{12} \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (10.49)$$

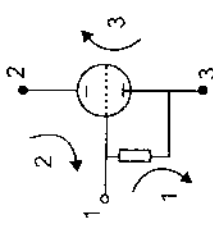
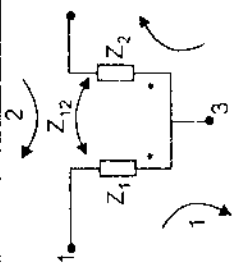
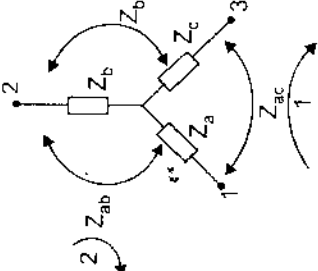
ở đây $dZ = Z_1 Z_2 - Z_{12}^2$.

Tương tự, ta xác định được ma trận tổng trở (tổng dẫn) của các mạng nhiều cực loại khác (xem bảng 10.2).

Bảng 10.2. Một số mạng nhiều cực thường gặp và các ma trận tham số tương ứng của chúng

TT	Loại MnC	Sơ đồ MnC	Ma trận tổng dẫn $[Y_0]$	Ma trận tổng trở $[Z_0]$	Ghi chú																								
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)																								
1	Mạng 2 cực thụ động		<table><tr><td>1</td><td>2</td></tr><tr><td>Y</td><td>-Y</td></tr><tr><td>-Y</td><td>Y</td></tr></table>	1	2	Y	-Y	-Y	Y	<table><tr><td>1</td><td>2</td></tr><tr><td>Z</td><td>-Z</td></tr><tr><td>-Z</td><td>Z</td></tr></table>	1	2	Z	-Z	-Z	Z	$Y = \frac{1}{Z}$												
1	2																												
Y	-Y																												
-Y	Y																												
1	2																												
Z	-Z																												
-Z	Z																												
2	Tranzistor làm việc trong dải tần số thấp		<table><tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr><tr><td>$r_e + r_b$</td><td>$-r_e$</td><td>$-r_b$</td></tr><tr><td>$-(r_b + r_m)$</td><td>$r_e + r_b$</td><td>$r_m - r_e$</td></tr><tr><td>$r_m - r_e$</td><td>$-r_e$</td><td>$r_e + r_b + r_m$</td></tr></table> $\frac{1}{dr}$	1	2	3	$r_e + r_b$	$-r_e$	$-r_b$	$-(r_b + r_m)$	$r_e + r_b$	$r_m - r_e$	$r_m - r_e$	$-r_e$	$r_e + r_b + r_m$	<table><tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr><tr><td>$r_e + r_b$</td><td>$-r_e$</td><td>$-r_b$</td></tr><tr><td>$r_m + r_e$</td><td>$r_e + r_b + r_m$</td><td>$-r_e$</td></tr><tr><td>$-(r_b + r_m)$</td><td>$r_m - r_e$</td><td>$r_e + r_b$</td></tr></table>	1	2	3	$r_e + r_b$	$-r_e$	$-r_b$	$r_m + r_e$	$r_e + r_b + r_m$	$-r_e$	$-(r_b + r_m)$	$r_m - r_e$	$r_e + r_b$	r_e, r_b, r_m các điện trở đặc trưng của tranzistor $dr \approx r_e(r_e + r_b) + r_b(r_e - r_m)$
1	2	3																											
$r_e + r_b$	$-r_e$	$-r_b$																											
$-(r_b + r_m)$	$r_e + r_b$	$r_m - r_e$																											
$r_m - r_e$	$-r_e$	$r_e + r_b + r_m$																											
1	2	3																											
$r_e + r_b$	$-r_e$	$-r_b$																											
$r_m + r_e$	$r_e + r_b + r_m$	$-r_e$																											
$-(r_b + r_m)$	$r_m - r_e$	$r_e + r_b$																											
3	Tranzistor làm việc trong dải tần số cao		<table><tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr><tr><td>y_{11}</td><td>y_{12}</td><td>$-(y_{11} + y_{12})$</td></tr><tr><td>y_{21}</td><td>y_{22}</td><td>$-(y_{21} + y_{22})$</td></tr><tr><td>$-(y_{11} + y_{21})$</td><td>$-(y_{12} + y_{22})$</td><td>$y_{11} + y_{12} + y_{21} + y_{22}$</td></tr></table> $\frac{1}{dy}$	1	2	3	y_{11}	y_{12}	$-(y_{11} + y_{12})$	y_{21}	y_{22}	$-(y_{21} + y_{22})$	$-(y_{11} + y_{21})$	$-(y_{12} + y_{22})$	$y_{11} + y_{12} + y_{21} + y_{22}$	<table><tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr><tr><td>y_{22}</td><td>$-(y_{12} + y_{22})$</td><td>y_{12}</td></tr><tr><td>$-(y_{11} + y_{21})$</td><td>$y_{11} + y_{12} + y_{21} + y_{22}$</td><td>$-(y_{11} + y_{12})$</td></tr><tr><td>$y_{21}$</td><td>$-(y_{11} + y_{21})$</td><td>$y_{11}$</td></tr></table>	1	2	3	y_{22}	$-(y_{12} + y_{22})$	y_{12}	$-(y_{11} + y_{21})$	$y_{11} + y_{12} + y_{21} + y_{22}$	$-(y_{11} + y_{12})$	y_{21}	$-(y_{11} + y_{21})$	y_{11}	$dy = y_{11}y_{22} - y_{12}y_{21}$
1	2	3																											
y_{11}	y_{12}	$-(y_{11} + y_{12})$																											
y_{21}	y_{22}	$-(y_{21} + y_{22})$																											
$-(y_{11} + y_{21})$	$-(y_{12} + y_{22})$	$y_{11} + y_{12} + y_{21} + y_{22}$																											
1	2	3																											
y_{22}	$-(y_{12} + y_{22})$	y_{12}																											
$-(y_{11} + y_{21})$	$y_{11} + y_{12} + y_{21} + y_{22}$	$-(y_{11} + y_{12})$																											
y_{21}	$-(y_{11} + y_{21})$	y_{11}																											
4	Đèn điện tử lý tưởng và làm việc không có dòng lưới		<table><tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>S</td><td>G_i</td><td>$-(S + G_i)$</td></tr><tr><td>$-S$</td><td>$-G_i$</td><td>$S + G_i$</td></tr></table>	1	2	3	0	0	0	S	G_i	$-(S + G_i)$	$-S$	$-G_i$	$S + G_i$		S - hồ cảm của đèn. $G_i = \frac{1}{R_i}$ điện dẫn trong của đèn												
1	2	3																											
0	0	0																											
S	G_i	$-(S + G_i)$																											
$-S$	$-G_i$	$S + G_i$																											

Bảng 10.2 (tiếp)

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)																																																								
5	Đèn điện từ lý tưởng và mạng 2 cực thu động ($i_g=0$)		<table><tr><td>1</td><td>Y</td><td>0</td><td>3</td><td>-Y</td></tr><tr><td>2</td><td>S</td><td>G_i</td><td></td><td>-(S + G_i)</td></tr><tr><td>3</td><td>-(S + G_i)</td><td>$-G_i$</td><td></td><td>S + G_i</td></tr></table>	1	Y	0	3	-Y	2	S	G_i		-(S + G_i)	3	-(S + G_i)	$-G_i$		S + G_i	<table><tr><td>1</td><td>Z</td><td></td><td>2</td><td>-Z</td><td>3</td><td>0</td></tr><tr><td>2</td><td>-Z(1 + μ)</td><td></td><td></td><td>Z(1 + μ) + R_i</td><td></td><td>R_i</td></tr><tr><td>3</td><td>$Z\mu$</td><td></td><td></td><td>-($Z\mu$ + R_i)</td><td></td><td>R_i</td></tr></table>	1	Z		2	-Z	3	0	2	-Z(1 + μ)			Z(1 + μ) + R_i		R_i	3	$Z\mu$			-($Z\mu$ + R_i)		R_i	$\mu = SR_i$ - hệ số khuếch đại tính của đèn.																				
1	Y	0	3	-Y																																																									
2	S	G_i		-(S + G_i)																																																									
3	-(S + G_i)	$-G_i$		S + G_i																																																									
1	Z		2	-Z	3	0																																																							
2	-Z(1 + μ)			Z(1 + μ) + R_i		R_i																																																							
3	$Z\mu$			-($Z\mu$ + R_i)		R_i																																																							
6	Biến áp		<table><tr><td>1</td><td>$+I_2$</td><td></td><td>2</td><td></td><td>3</td><td></td></tr><tr><td>1</td><td>$-I_{12}$</td><td></td><td></td><td>$-I_{12}$</td><td></td><td>$-I_{12}$</td></tr><tr><td>2</td><td>$-Z_{12}$</td><td></td><td></td><td>Z_1</td><td></td><td>$Z_{12}Z_1$</td></tr><tr><td>3</td><td>$I_{12}I_2$</td><td></td><td></td><td>$I_{12}I_1$</td><td></td><td>$Z_{12}Z_2$</td></tr></table> $\frac{1}{dz}$	1	$+I_2$		2		3		1	$-I_{12}$			$-I_{12}$		$-I_{12}$	2	$-Z_{12}$			Z_1		$Z_{12}Z_1$	3	$I_{12}I_2$			$I_{12}I_1$		$Z_{12}Z_2$	<table><tr><td>1</td><td>Z_1</td><td></td><td>2</td><td>$Z_{12}Z_1$</td><td>3</td><td>$-I_{12}$</td></tr><tr><td>2</td><td>$I_{12}Z_1$</td><td></td><td></td><td>$Z_1 + I_{12}Z_{12}$</td><td></td><td>$I_{12}Z_2$</td></tr><tr><td>3</td><td>I_{12}</td><td></td><td></td><td>$Z_{12}Z_2$</td><td></td><td>I_2</td></tr></table>	1	Z_1		2	$Z_{12}Z_1$	3	$-I_{12}$	2	$I_{12}Z_1$			$Z_1 + I_{12}Z_{12}$		$I_{12}Z_2$	3	I_{12}			$Z_{12}Z_2$		I_2	$dZ = Z_1 + Z_2 - 2I_{12}$							
1	$+I_2$		2		3																																																								
1	$-I_{12}$			$-I_{12}$		$-I_{12}$																																																							
2	$-Z_{12}$			Z_1		$Z_{12}Z_1$																																																							
3	$I_{12}I_2$			$I_{12}I_1$		$Z_{12}Z_2$																																																							
1	Z_1		2	$Z_{12}Z_1$	3	$-I_{12}$																																																							
2	$I_{12}Z_1$			$Z_1 + I_{12}Z_{12}$		$I_{12}Z_2$																																																							
3	I_{12}			$Z_{12}Z_2$		I_2																																																							
7	Ba tổng trở mắc hình sao có hồ cảm		<table><tr><td>1</td><td>$Z_b + Z_c + 2Z_{bc}$</td><td></td><td>2</td><td></td><td>3</td><td></td></tr><tr><td>1</td><td>$-Z_c + I_{ab} + I_{bc}$</td><td></td><td></td><td>$-I_a + I_{ab} + I_{bc}$</td><td></td><td>$-Z_c + Z_{ab} + I_{bc}I_{ca}$</td></tr><tr><td>2</td><td>$-Z_c + I_{ab} + I_{bc}$</td><td></td><td></td><td>$I_a + I_{ab} + I_{bc}$</td><td></td><td>$-Z_c + Z_{ab} + I_{bc}I_{ca}$</td></tr><tr><td>3</td><td>$-Z_b + I_{ab} + I_{ca}$</td><td></td><td></td><td>$I_a + I_{ab} + I_{ca}$</td><td></td><td>$-Z_b + Z_{ac} + I_{bc}I_{ca}$</td></tr></table> $\frac{1}{dz}$	1	$Z_b + Z_c + 2Z_{bc}$		2		3		1	$-Z_c + I_{ab} + I_{bc}$			$-I_a + I_{ab} + I_{bc}$		$-Z_c + Z_{ab} + I_{bc}I_{ca}$	2	$-Z_c + I_{ab} + I_{bc}$			$I_a + I_{ab} + I_{bc}$		$-Z_c + Z_{ab} + I_{bc}I_{ca}$	3	$-Z_b + I_{ab} + I_{ca}$			$I_a + I_{ab} + I_{ca}$		$-Z_b + Z_{ac} + I_{bc}I_{ca}$	<table><tr><td>1</td><td>$I_a + I_c + 2I_{ca}$</td><td></td><td>2</td><td></td><td>3</td><td></td></tr><tr><td>1</td><td>$I_a + I_{ab} + I_{bc}$</td><td></td><td></td><td>$-I_a + I_{ab} + I_{bc}$</td><td></td><td>$-Z_c + Z_{ab} + I_{bc}I_{ca}$</td></tr><tr><td>2</td><td>$I_a + I_{ab} + I_{bc}$</td><td></td><td></td><td>$I_a + I_{ab} + I_{bc}$</td><td></td><td>$-Z_c + Z_{ab} + I_{bc}I_{ca}$</td></tr><tr><td>3</td><td>$I_c + I_{ab} + I_{ca}$</td><td></td><td></td><td>$-I_a + I_{ab} + I_{ca}$</td><td></td><td>$-Z_b + Z_{ac} + I_{bc}I_{ca}$</td></tr></table>	1	$I_a + I_c + 2I_{ca}$		2		3		1	$I_a + I_{ab} + I_{bc}$			$-I_a + I_{ab} + I_{bc}$		$-Z_c + Z_{ab} + I_{bc}I_{ca}$	2	$I_a + I_{ab} + I_{bc}$			$I_a + I_{ab} + I_{bc}$		$-Z_c + Z_{ab} + I_{bc}I_{ca}$	3	$I_c + I_{ab} + I_{ca}$			$-I_a + I_{ab} + I_{ca}$		$-Z_b + Z_{ac} + I_{bc}I_{ca}$	$dZ = (I_a + I_c + I_{bc}) \cdot (I_a + I_c + 2I_{bc}) - (I_c + I_{ab} + I_{bc}) \cdot (I_c + I_{ab} + I_{bc})^2$
1	$Z_b + Z_c + 2Z_{bc}$		2		3																																																								
1	$-Z_c + I_{ab} + I_{bc}$			$-I_a + I_{ab} + I_{bc}$		$-Z_c + Z_{ab} + I_{bc}I_{ca}$																																																							
2	$-Z_c + I_{ab} + I_{bc}$			$I_a + I_{ab} + I_{bc}$		$-Z_c + Z_{ab} + I_{bc}I_{ca}$																																																							
3	$-Z_b + I_{ab} + I_{ca}$			$I_a + I_{ab} + I_{ca}$		$-Z_b + Z_{ac} + I_{bc}I_{ca}$																																																							
1	$I_a + I_c + 2I_{ca}$		2		3																																																								
1	$I_a + I_{ab} + I_{bc}$			$-I_a + I_{ab} + I_{bc}$		$-Z_c + Z_{ab} + I_{bc}I_{ca}$																																																							
2	$I_a + I_{ab} + I_{bc}$			$I_a + I_{ab} + I_{bc}$		$-Z_c + Z_{ab} + I_{bc}I_{ca}$																																																							
3	$I_c + I_{ab} + I_{ca}$			$-I_a + I_{ab} + I_{ca}$		$-Z_b + Z_{ac} + I_{bc}I_{ca}$																																																							

10.6. PHƯƠNG PHÁP ĐIỆN THẾ ĐIỂM NÚT

10.6.1. Ma trận tổng dẫn của mạch có chứa mạng nhiều cực

Hệ phương trình điện thế điểm nút của mạch điện dạng ma trận có thể viết gọn:

$$J_k = \sum_{s=1}^N Y_{ks} U_s \quad (10.50)$$

Trong hệ phương trình (10.50), J_k là tổng đại số các nguồn dòng đẳng trị nằm trong các nhánh nối với nút k ; U_s là điện thế nút s của mạch (so với điện thế nút gốc bằng không); Y_{ks} ($s = 1, 2, \dots, N$) là các phần tử nằm trong hàng k của ma trận tổng dẫn $[Y]$ của mạch.

Đối với mạch điện chỉ chứa các phần tử 2 cực tương hỗ (thuận nghịch), cũng như mạch có chứa nguồn phụ thuộc, việc xác định ma trận tổng dẫn $[Y]$ khá đơn giản (ta đã xét trong các chương trước). Dưới đây sẽ xem xét việc xác định ma trận tổng dẫn $[Y]$ của mạch điện có chứa các mạng nhiều cực.

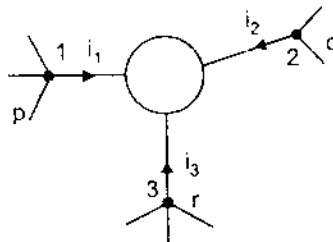
Giả sử trong mạch điện, ngoài các phần tử 2 cực thuận nghịch, chỉ chứa một mạng nhiều cực (mạng 3 cực), với ma trận tổng dẫn toàn phần $[y_0]$ của mạng 3 cực:

$$[y_0] = \begin{array}{c|ccc} & 1 & 2 & 3 \\ \hline 1 & y_{11} & y_{12} & y_{13} \\ 2 & y_{21} & y_{22} & y_{23} \\ 3 & y_{31} & y_{32} & y_{33} \end{array}$$

hay nói cách khác, biết hệ phương trình truyền của mạng 3 cực:

$$\left. \begin{aligned} i_1 &= y_{11}u_1 + y_{12}u_2 + y_{13}u_3 \\ i_2 &= y_{21}u_1 + y_{22}u_2 + y_{23}u_3 \\ i_3 &= y_{31}u_1 + y_{32}u_2 + y_{33}u_3 \end{aligned} \right\} \quad (10.51)$$

Giả thiết rằng cực thứ nhất (1) của mạng 3 cực nối với nút p , cực thứ hai (2) nối với nút q , cực thứ ba (3) nối với nút r của mạch (xem hình 10.16).



Hình 10.16

Trong trường hợp đã nêu, trong hệ phương trình điện thế điểm nút (10.50), chỉ có các phương trình đối với các nút p, q, r bên vế trái được bổ sung thêm các dòng điện i_1, i_2, i_3 tương ứng của mạng 3 cực, còn các phương trình đối với các nút khác của mạch không thay đổi. Hơn nữa, các dòng điện i_1, i_2, i_3 của mạng 3 cực được bổ sung vào các

phương trình tương ứng với dấu trừ (-) (vì các dòng i_1, i_2, i_3 đều có chiều ra khỏi nút). Do đó các phương trình đối với nút p, q, r sẽ có dạng:

$$\left. \begin{aligned} J_p - i_1 &= \sum_{s=1}^N Y_{ps} u_s, \\ J_q - i_2 &= \sum_{s=1}^N Y_{qs} u_s, \\ J_r - i_3 &= \sum_{s=1}^N Y_{rs} u_s, \end{aligned} \right\}$$

Sau khi chuyển các số hạng i_1, i_2, i_3 sang vế phải, và thay các số hạng i_1, i_2, i_3 từ các biểu thức (10.51) ta nhận được:

$$\left. \begin{aligned} J_p &= \sum_{s=1}^N Y_{ps} u_s + y_{11} u_1 + y_{12} u_2 + y_{13} u_3 \\ J_q &= \sum_{s=1}^N Y_{qs} u_s + y_{21} u_1 + y_{22} u_2 + y_{23} u_3, \\ J_r &= \sum_{s=1}^N Y_{rs} u_s + y_{31} u_1 + y_{32} u_2 + y_{33} u_3. \end{aligned} \right\} \quad (10.52)$$

Khai triển hệ phương trình điện thế điểm nút (10.50), lưu ý tới các phương trình (10.52) và thực hiện điều kiện $u_1 = u_p, u_2 = u_q, u_3 = u_r$, ta nhận được:

$$\left\{ \begin{aligned} J_1 &= Y_{11} u_1 + Y_{12} u_2 + \dots + Y_{1p} u_p + Y_{1q} u_q + Y_{1r} u_r + \dots, \\ J_2 &= Y_{21} u_1 + Y_{22} u_2 + \dots + Y_{2p} u_p + Y_{2q} u_q + Y_{2r} u_r + \dots, \\ &\dots \dots \dots \\ J_p &= Y_{p1} u_1 + Y_{p2} u_2 + \dots + (Y_{pp} + y_{11}) u_p + (Y_{pq} + y_{12}) u_q + (Y_{pr} + y_{13}) u_r + \dots, \\ J_q &= Y_{q1} u_1 + Y_{q2} u_2 + \dots + (Y_{qp} + y_{21}) u_p + (Y_{qq} + y_{22}) u_q + (Y_{qr} + y_{23}) u_r + \dots, \\ J_r &= Y_{r1} u_1 + Y_{r2} u_2 + \dots + (Y_{rp} + y_{31}) u_p + (Y_{rq} + y_{32}) u_q + (Y_{rr} + y_{33}) u_r + \dots, \\ &\dots \dots \dots \\ J_N &= Y_{N1} u_1 + Y_{N2} u_2 + \dots + Y_{Np} u_p + Y_{Nq} u_q + Y_{Nr} u_r + \dots \end{aligned} \right. \quad (10.53)$$

Hệ phương trình điện thế điểm nút (10.53) phù hợp với ma trận tổng dẫn $[Y]$ của mạch:

	1	...	p-1	p	q	r	...
1	Y_{11}	...	$Y_{1(p-1)}$	Y_{1p}	Y_{1q}	Y_{1r}	...
...	...	...	...	...	...	...	...
p-1	$Y_{(p-1)1}$	...	$Y_{(p-1)(p-1)}$	$Y_{(p-1)p}$	$Y_{(p-1)q}$	$Y_{(p-1)r}$	...
p	Y_{p1}	...	$Y_{p(p-1)}$	$Y_{pp} + y_{11}$	$Y_{pq} + y_{12}$	$Y_{pr} + y_{13}$	...
q	Y_{q1}	...	Y_{qp}	$Y_{qp} + y_{21}$	$Y_{qq} + y_{22}$	$Y_{qr} + y_{23}$	...
r	Y_{r1}	...	Y_{rp}	$Y_{rp} + y_{31}$	$Y_{rq} + y_{32}$	$Y_{rr} + y_{33}$	...
...	...	...	...	...	...	...	...

(10.54)

Từ kết quả nhận được, dễ dàng thấy rằng: Nếu trong sơ đồ mạch điện có chứa mạng 3 cực, các cực của mạng 3 cực được nối với nút p, q, r tương ứng trong sơ đồ, thì trong ma trận tổng dẫn của mạch chỉ có các phần tử nằm trong các ô cắt nhau của các dòng p, q, r với các cột p, q, r được bổ sung thêm các phần tử tương ứng của ma trận tổng dẫn toàn phần của mạng 3 cực, còn các phần tử trong các ô khác không thay đổi.

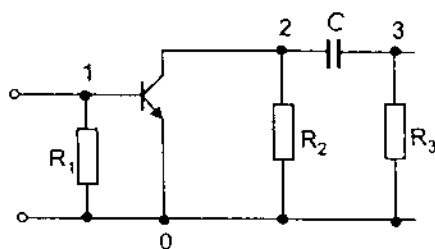
Kết luận trên cũng hoàn toàn đúng nếu trong sơ đồ mạch chứa mạng nhiều cực bất kỳ, hoặc chứa nhiều mạng nhiều cực. Trong trường hợp này, các tham số của ma trận tổng dẫn toàn phần của từng mạng nhiều cực lần lượt được bổ sung vào các ô tương ứng của ma trận tổng dẫn của mạch, tương tự như đối với trường hợp mạng 3 cực đã xét.

Nếu một trong các cực của mạng nhiều cực được nối với nút chung của sơ đồ, thì như đã chỉ ra ở trên, hàng và cột của ma trận toàn phần của mạng nhiều cực có số thứ tự ứng với cực nối với nút chung của sơ đồ sẽ bị loại bỏ. Điều này có nghĩa là các phần tử trong hàng và cột của ma trận tổng dẫn toàn phần của mạng nhiều cực có số thứ tự ứng với nút chung của sơ đồ, trong trường hợp này không được bổ sung vào ma trận tổng dẫn của mạch.

Dưới đây, ta xét một số ví dụ.

Ví dụ 1: Thành lập ma trận tổng dẫn của mạch điện có sơ đồ tương đương đối với thành phần điện áp tín hiệu đưa ra trên hình 10.17. Ma trận tổng dẫn toàn phần của mạng 3 cực - tranzistor cho trong bảng 10.2.

Sơ đồ mạch trên hình 10.17 chứa một mạng 3 cực - tranzistor. Cực 1, cực 2 của mạng 3 cực nối với nút 1, nút 2 tương ứng của sơ đồ, cực 3 của mạng 3 cực nối với nút 0 của sơ đồ (nút chung của sơ đồ).



Hình 10.17

Ma trận tổng dẫn của mạch, khi chưa tính đến mạng 3 cực - tranzistor có dạng:

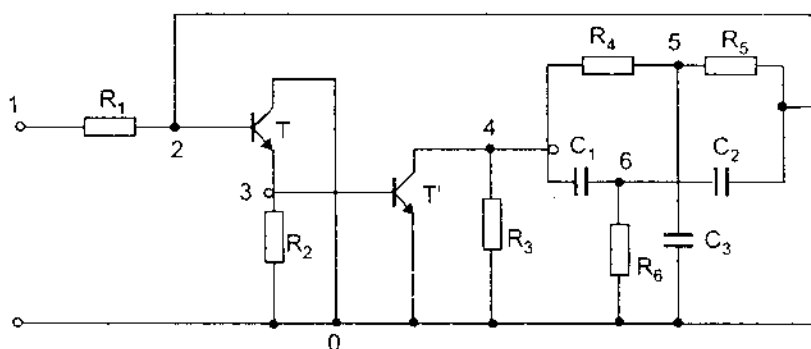
	1	2	3
1	g_1		
2		$g_2 + j\omega C$	$-j\omega C$
3		$-j\omega C$	$g_3 + j\omega C$

$$\text{ở đây } G_i = \frac{1}{R_i}$$

Bổ sung các phần tử của ma trận tổng dẫn $[y_0]$ của mạng 3 cực - tranzistor vào các ô tương ứng của ma trận vừa thành lập, ta nhận được ma trận tổng dẫn của sơ đồ ở hình 10.17 như sau:

$$[Y] = \begin{array}{c|ccc} & 1 & 2 & 3 \\ \hline 1 & g_1 + y_{11} & y_{12} & \\ 2 & y_{21} & g_2 + j\omega C + y_{22} & -j\omega C \\ 3 & & -j\omega C & g_3 + j\omega C \end{array} \quad (10.55)$$

Ví dụ 2: Thành lập ma trận tổng dẫn của mạch có sơ đồ tương đương đối với thành phần điện áp tín hiệu đưa ra trên hình (10.18). Ma trận tổng dẫn toàn phần của mạng 3 cực - tranzistor cho trong bảng 10.2.



Hình 10.18

Sơ đồ mạch ở hình 10.18 chứa hai mạng 3 cực - tranzistor T và T'. Mạng 3 cực - tranzistor T có cực 2, còn mạng 3 cực - tranzistor T' có cực 3 nối với nút chung của sơ đồ (nút 0).

Ma trận tổng dẫn của sơ đồ khi chưa tính đến các mạng 3 cực - tranzistor có dạng:

	1	2	3	4	5	6
1	g_1	$-g_1$				
2	$-g_1$	$g_1 + g_5 + j\omega C_2$			$-g_5$	$-j\omega C_2$
3			$-g_2$			
4				$g_3 + g_4 + j\omega C_1$	$-g_4$	$-j\omega C_1$
5		$-g_5$		$-g_4$	$g_4 + g_5 + j\omega C_3$	
6		$-j\omega C_2$		$-j\omega C_1$		$g_6 + j\omega C_1 + j\omega C_2$

Bổ sung các phần tử của các ma trận tổng dẫn của các mạng 3 cực - tranzistor vào các ô tương ứng của ma trận vừa thành lập, ta nhận được ma trận tổng dẫn của sơ đồ ở hình 10.18 như sau:

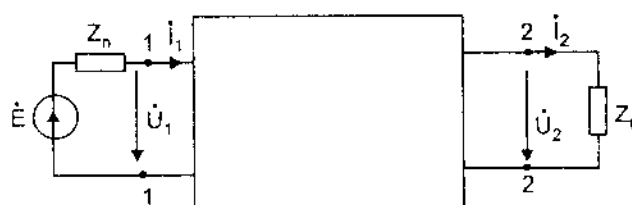
	1	2	3	4	5	6
1	g_1	$-g_1$				
2	$-g_1$	$g_1 + g_5 + j\omega C_2 + y_{11}$	$-y_{11} - y_{12}$		$-g_5$	$-j\omega C_2$
3		$-y_{11} - y_{21}$	$-g_2 + y_{11} + y_{12} + y_{21} + y_{22} + y'_{11}$	y'_{12}		
4			y'_{21}	$g_3 + g_4 + j\omega C_1 + y'_{22}$	$-g_4$	$-j\omega C_1$
5		$-g_5$		$-g_4$	$g_4 + g_5 + j\omega C_3$	
6		$-j\omega C_2$		$-j\omega C_1$		$g_6 + j\omega C_1 + j\omega C_2$

(10.56)

10.6.2. Xác định các tham số công tác của mạch

Để tìm dòng điện và điện áp trên các phần tử của mạch, cần giải hệ phương trình điện thế điểm nút (10.50). Song trong thực tế người ta thường không quan tâm đến giá trị tuyệt đối của điện áp và dòng điện qua các phần tử, mà chỉ quan tâm đến mối tương quan giữa giá số của điện áp và dòng điện trên phụ tải và giá số của điện áp, dòng điện của nguồn tín hiệu, cũng như ảnh hưởng của mạch điện trong hệ thống. Đại lượng đặc trưng cho tính chất trên của mạch thường là : hệ số truyền điện áp, hệ số truyền dòng điện; tổng trở đầu vào, đầu ra..., ta sẽ gọi chúng là tham số công tác của mạch.

Đa số các mạch điện tử sử dụng trong thực tế chỉ gồm một nguồn tín hiệu và một phụ tải. Lúc này, để thuận tiện cho việc xác định các tham số công tác của mạch, ta mô tả mạch điện bằng mô hình tổng quát - mạng 4 cực (xem hình 10.19). Nguồn tín hiệu tác động mắc trên đầu vào mạng 4 cực, còn phụ tải mắc trên đầu ra mạng 4 cực.

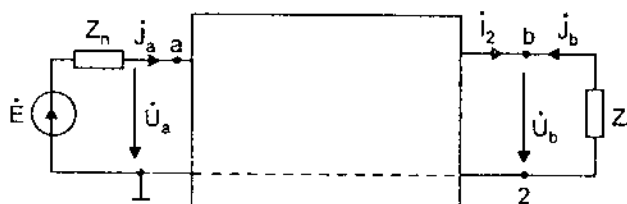


Hình 10.19

Trường hợp giữa đầu ra và đầu vào mạng 4 cực (hình 10.19) có điểm chung, ta giả thiết rằng nguồn tín hiệu tác động mắc giữa nút a và nút chung, còn phụ tải mắc giữa nút b và nút chung (nút chung giữa đầu ra và đầu vào của mạng 4 cực là nút gốc của sơ đồ). Lúc này sơ đồ ở hình 10.19 được biến đổi về dạng ở hình 10.20.

Quan hệ giữa điện áp và dòng điện trên đầu vào và đầu ra của mạng 4 cực với điện áp và dòng điện trong mạch được xác định bởi biểu thức:

$$\dot{U}_1 = \dot{U}_a; \dot{U}_2 = \dot{U}_b; \dot{I}_1 = \dot{J}_a; \dot{I}_2 = -\dot{J}_b.$$



Hình 10.20

Nghiệm của phương trình điện thế điểm nút (10.50) có thể viết dưới dạng:

$$\dot{U}_k = \frac{1}{\Delta} \sum_{s=1}^N \Delta_{sk} \dot{J}_s. \quad (10.57)$$

trong đó Δ là định thức của ma trận tổng dẫn $[Y]$ của mạch; Δ_{sk} là phần phụ đại số của ma trận tổng dẫn $[Y]$.

Vì bên trong mạng 4 cực (hình 10.21) không chứa nguồn độc lập, nên tất cả các phần tử của ma trận cột các nguồn dòng cho trước đều bằng không, trừ hai thành phần $\dot{J}_a = \dot{I}_1$ và $\dot{J}_b = -\dot{I}_2$. Do đó, đối với trường hợp xét, công thức (10.57) sẽ có dạng đơn giản:

$$\dot{U}_k = \frac{1}{\Delta} (\Delta_{ak} \dot{J}_a + \Delta_{bk} \dot{J}_b) = \frac{1}{\Delta} (\Delta_{ak} \dot{I}_1 - \Delta_{bk} \dot{I}_2) = \frac{\Delta_{ak}}{\Delta} \dot{I}_1 - \frac{\Delta_{bk}}{\Delta} \dot{I}_2. \quad (10.57a)$$

Từ đây ta xác định được điện áp nút a ($\dot{U}_a$) và điện áp nút b ($\dot{U}_b$) của mạch:

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_a &= \frac{\Delta_{aa}}{\Delta} \dot{I}_1 - \frac{\Delta_{ba}}{\Delta} \dot{I}_2, \\ \dot{U}_b &= \frac{\Delta_{ab}}{\Delta} \dot{I}_1 - \frac{\Delta_{bb}}{\Delta} \dot{I}_2, \\ \dot{U}_1 &= \frac{\Delta_{aa}}{\Delta} \dot{I}_1 - \frac{\Delta_{ba}}{\Delta} \dot{I}_2, \\ \dot{U}_2 &= \frac{\Delta_{ab}}{\Delta} \dot{I}_1 - \frac{\Delta_{bb}}{\Delta} \dot{I}_2 \end{aligned} \right\} \quad \text{hay:} \quad (10.58)$$

Các biểu thức (10.58) chính là hệ phương trình truyền dạng tham số Z của mạng 4 cực ở hình 10.20.

Trong hệ phương trình truyền (10.58), nếu thay $\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}_2}{Z_l}$, ta nhận được:

$$\dot{U}_1 = \frac{\Delta_{aa}}{\Delta} \dot{I}_1 - \frac{\Delta_{ba}}{Z_l \Delta} \dot{U}_2 \quad (10.59)$$

$$\dot{U}_2 = \frac{\Delta_{ab}}{\Delta} \dot{I}_1 - \frac{\Delta_{bb}}{Z_l \Delta} \dot{U}_2 \quad (10.60)$$

Từ phương trình (10.60) ta tìm được:

$$\dot{U}_2 = \frac{Z_l \Delta_{ab}}{Z_l \Delta + \Delta_{bb}} \dot{I}_1. \quad (10.61)$$

Thay giá trị $\dot{U}_2$ từ biểu thức (10.61) vào biểu thức (10.59), sau khi biến đổi ta nhận được:

$$\dot{U}_1 = \frac{\dot{I}_1}{\Delta} \cdot \frac{\Delta_{aa}\Delta_{bb} - \Delta_{ab}\Delta_{ba} + Z_t\Delta_{aa}}{Z_t\Delta + \Delta_{bb}}$$

vì $\Delta_{aa}\Delta_{bb} - \Delta_{ab}\Delta_{ba} = \Delta_{aa,bb}$, nên biểu thức trên được đưa về dạng đơn giản:

$$\dot{U}_1 = \frac{Z_t\Delta_{aa} + \Delta_{aa,bb}}{Z_t\Delta + \Delta_{bb}} \dot{I}_1 \quad (10.62)$$

trong đó $\Delta_{aa,bb}$ là phần phụ đại số kép của ma trận tăng dần [Y]. Nó là định thức nhận được từ ma trận [Y] sau khi bỏ đi dòng a cột a, dòng b cột b. (Chú ý: Định thức có số hàng và số cột bằng không có giá trị bằng 1).

Từ đây ta tìm được:

$$\frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} = \frac{Z_t\Delta_{aa} + \Delta_{aa,bb}}{Z_t\Delta + \Delta_{bb}} \quad (10.63)$$

Biểu thức (10.63) chính là tổng trở đầu vào của mạng 4 cực.

$$Z_v = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} = \frac{Z_t\Delta_{aa} + \Delta_{aa,bb}}{Z_t\Delta + \Delta_{bb}} \quad (10.64)$$

Khi đầu ra mạng 4 cực hở mạch ($Z_t = \infty$), ta có:

$$Z_{vh} = \left. \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} \right|_{Z_t = \infty} = \frac{\Delta_{aa}}{\Delta} \quad (10.64a)$$

Còn khi đầu ra mạng 4 cực ngắn mạch ($Z_t = 0$), ta có:

$$Z_{vng} = \left. \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} \right|_{Z_t = 0} = \frac{\Delta_{aa,bb}}{\Delta_{bb}} \quad (10.64b)$$

Hệ số truyền điện áp của mạch được xác định bằng tỉ số giữa điện áp đầu ra $\dot{U}_2$ và điện áp trên đầu vào $\dot{U}_1$. Chia cả hai vế của biểu thức (10.61) cho biểu thức (10.62), ta nhận được:

$$K_u = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} = \frac{Z_t\Delta_{ab}}{Z_t\Delta_{aa} + \Delta_{aa,bb}} \quad (10.65)$$

Khi đầu ra mạng 4 cực hở mạch ($Z_t = \infty$), ta có:

$$K_{uh} = \left. \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} \right|_{Z_t = \infty} = \frac{\Delta_{ab}}{\Delta_{aa}}$$

Nếu trong biểu thức (10.61), thay $\dot{U}_2 = \dot{I}_2 Z_t$, sau khi biến đổi ta nhận được hệ số truyền đạt theo dòng điện:

$$K_I = \frac{\dot{I}_2}{\dot{I}_1} = \frac{\Delta_{ab}}{Z_t \Delta + \Delta_{bb}}. \quad (10.66)$$

Khi đầu ra mạng 4 cực ngắn mạch ($Z_t = 0$), ta có:

$$K_{Ing} = \left. \frac{\dot{I}_2}{\dot{I}_1} \right|_{Z_t=0} = \frac{\Delta_{ab}}{\Delta_{bb}} \quad (10.66a)$$

Tổng trở truyền đạt giữa đầu ra và đầu vào của mạng 4 cực được xác định bằng tỉ số giữa điện áp đầu ra $\dot{U}_2$ và dòng điện đầu vào $\dot{I}_1$. Từ biểu thức (10.61) ta tìm được:

$$Z_{21} = \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_1} = \frac{Z_t \Delta_{ab}}{Z_t \Delta + \Delta_{bb}} \quad (10.67)$$

Tương tự, tổng dẫn truyền đạt giữa đầu vào và đầu ra của mạng 4 cực được xác định bằng tỉ số giữa dòng điện đầu ra $\dot{I}_2$ và điện áp đầu vào $\dot{U}_1$. Trong biểu thức (10.65), nếu thay $\dot{U}_2 = \dot{I}_2 Z_t$ và sau khi biến đổi, ta nhận được:

$$Y_{22} = \frac{\dot{I}_2}{\dot{U}_1} = \frac{\Delta_{ab}}{Z_t \Delta_{aa} + \Delta_{aa,bb}}. \quad (10.68)$$

Tổng trở đầu ra của mạng 4 cực là tỉ số giữa điện áp và dòng điện trên đầu ra, khi điện áp của nguồn tác động bằng không. Trong hệ phương trình (10.58), nếu thay $\dot{I}_1 = -\frac{\dot{U}_1}{Z_n}$ ta sẽ nhận được:

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_1 &= -\frac{\Delta_{aa}}{Z_n \Delta} \dot{U}_1 - \frac{\Delta_{ba}}{\Delta} \dot{I}_2, \\ \dot{U}_2 &= -\frac{\Delta_{ab}}{Z_n \Delta} \dot{U}_1 - \frac{\Delta_{bb}}{\Delta} \dot{I}_2 \end{aligned} \right\} \quad (10.69)$$

Từ phương trình thứ nhất của hệ phương trình (10.69), ta tìm được:

$$\dot{U}_1 \left(1 + \frac{\Delta_{aa}}{Z_n \Delta} \right) = -\frac{\Delta_{ba}}{\Delta} \dot{I}_2$$

$$\text{hay:} \quad \dot{U}_1 = -\frac{Z_n \Delta_{ab}}{Z_n \Delta + \Delta_{aa}} \dot{I}_2. \quad (10.70)$$

Thay giá trị của $\dot{U}_1$ từ biểu thức (10.70) vào phương trình thứ hai của hệ phương trình (10.69), sau khi biến đổi ta sẽ nhận được:

$$Z_{ra} = - \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_2} = \frac{Z_n \Delta_{bb} + \Delta_{aa,bb}}{Z_n \Delta + \Delta_{aa}}. \quad (10.71)$$

Khi phân tích các mạch điện tử phức tạp, để quá trình tính toán đơn giản, người ta thường áp dụng định lý Thevenin và Norton (định lý máy phát điện đẳng trị) để đưa mạch đã cho về mạch tương đương gồm nguồn điện áp có sức điện động bằng điện áp đầu ra của mạch (mạng 2 cực) khi hở mạch $\dot{E}_0$; nguồn điện áp ấy mắc nối tiếp với tổng trở đầu vào của mạng 2 cực khi cho các nguồn tác động bằng không. Dễ dàng nhận thấy rằng, tổng trở vào của mạng 2 cực chính là tổng trở đầu ra của mạng 4 cực (10.71), còn điện áp đầu ra của mạng 2 cực khi hở mạch $\dot{E}_0$ được xác định từ điều kiện khi đầu ra hở mạch ($Z_l = \infty$), dòng điện đầu ra của mạng 4 cực $\dot{I}_2 = 0$. Do đó, nếu trong hệ phương trình (10.58), khi $\dot{I}_2 = 0$ và thay $\dot{U}_1 = \dot{E} - \dot{I}_1 Z_n$, ta sẽ nhận được:

$$\begin{aligned} \dot{E} - \dot{I}_1 Z_n &= \frac{\Delta_{aa}}{\Delta} \dot{I}_1, \\ \dot{U}_{2\text{hở}} &= \frac{\Delta_{ab}}{\Delta} \dot{I}_1. \end{aligned}$$

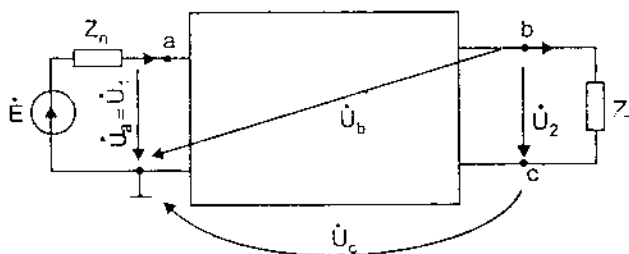
Từ đây ta tìm được:

$$\dot{E}_0 = \dot{U}_{2\text{hở}} = \frac{\Delta_{ab} \dot{E}}{Z_n \Delta + \Delta_{aa}}. \quad (10.72)$$

Từ các kết quả nhận được, ta thấy các tham số công tác của mạch hoàn toàn được xác định thông qua định thức và phần phụ đại số của ma trận tổng dẫn của mạch.

Bảng 10.3 đưa ra các công thức xác định tham số công tác của mạch điện tử trong trường hợp mạch chỉ có một nguồn tín hiệu tác động và giữa đầu vào và đầu ra của mạch có điểm chung. Các công thức trên được tính theo định thức của ma trận tổng dẫn của mạch và các phần phụ đại số của nó.

Đối với trường hợp giữa đầu vào và đầu ra của mạng 4 cực (hình 10.19) không có điểm chung, ta giả thiết nguồn tín hiệu được mắc giữa nút a và nút gốc của sơ đồ, còn phụ tải - giữa nút b và nút c của sơ đồ (xem hình 10.21).



Hình 10.21

Theo sơ đồ ở hình 10.21, ta có:

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_1 &= \dot{U}_a; \quad \dot{U}_2 = \dot{U}_b - \dot{U}_c; \\ \dot{J}_a &= \dot{I}_1; \quad \dot{J}_b = -\dot{I}_2; \quad \dot{J}_c = \dot{I}_2 \end{aligned} \right\} \quad (10.73)$$

Vì bên trong mạng 4 cực không chứa nguồn độc lập, nên theo công thức (10.57) ta xác định được:

$$\begin{aligned} \dot{U}_a &= \frac{1}{\Delta}(\Delta_{aa} \dot{J}_a + \Delta_{ba} \dot{J}_b + \Delta_{ca} \dot{J}_c) = \frac{1}{\Delta}(\Delta_{aa} \dot{I}_1 - \Delta_{ba} \dot{I}_2 + \Delta_{ca} \dot{I}_2) \\ \dot{U}_b &= \frac{1}{\Delta}(\Delta_{ab} \dot{J}_a + \Delta_{bb} \dot{J}_b + \Delta_{cb} \dot{J}_c) = \frac{1}{\Delta}(\Delta_{ab} \dot{I}_1 - \Delta_{bb} \dot{I}_2 + \Delta_{cb} \dot{I}_2); \\ \dot{U}_c &= \frac{1}{\Delta}(\Delta_{ac} \dot{J}_a + \Delta_{bc} \dot{J}_b + \Delta_{cc} \dot{J}_c) = \frac{1}{\Delta}(\Delta_{ac} \dot{I}_1 - \Delta_{bc} \dot{I}_2 + \Delta_{cc} \dot{I}_2). \end{aligned}$$

và do đó:

$$\begin{aligned} \dot{U}_1 &= \dot{U}_a = \frac{1}{\Delta}(\Delta_{aa} \dot{I}_1 - \Delta_{ba} \dot{I}_2 + \Delta_{ca} \dot{I}_2); \\ \dot{U}_2 &= \dot{U}_b - \dot{U}_c = \frac{1}{\Delta}[(\Delta_{ab} \dot{I}_1 - \Delta_{bb} \dot{I}_2 + \Delta_{cb} \dot{I}_2) - (\Delta_{ac} \dot{I}_1 - \Delta_{bc} \dot{I}_2 + \Delta_{cc} \dot{I}_2)] \end{aligned}$$

hay:

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_1 &= \frac{1}{\Delta}[\Delta_{aa} \dot{I}_1 - (\Delta_{ba} - \Delta_{ca}) \dot{I}_2], \\ \dot{U}_2 &= \frac{1}{\Delta}[(\Delta_{ab} - \Delta_{ac}) \dot{I}_1 - (\Delta_{bb} - \Delta_{cb} - \Delta_{bc} + \Delta_{cc}) \dot{I}_2] \end{aligned} \right\} \quad (10.74)$$

Vì

$$\begin{aligned} \Delta_{ba} - \Delta_{ca} &= \Delta_{(b+c)a}, \\ \Delta_{ab} - \Delta_{ac} &= \Delta_{a(b+c)} \end{aligned}$$

$$\Delta_{bb} - \Delta_{cb} - \Delta_{bc} + \Delta_{cc} = (\Delta_{bb} - \Delta_{bc}) - (\Delta_{cb} - \Delta_{cc}) = \Delta_{b(b+c)} - \Delta_{c(b+c)} = \Delta_{(b+c)(b+c)}$$

nên các biểu thức (10.74) được đưa về dạng:

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_1 &= \frac{\Delta_{aa}}{\Delta} \dot{I}_1 - \frac{\Delta_{(b+c)a}}{\Delta} \dot{I}_2, \\ \dot{U}_2 &= \frac{\Delta_{a(b+c)}}{\Delta} \dot{I}_1 - \frac{\Delta_{(b+c)(b+c)}}{\Delta} \dot{I}_2 \end{aligned} \right\} \quad (10.75)$$

Các biểu thức (10.75) về hình thức hoàn toàn giống các biểu thức (10.58), chỉ khác trong các phần phụ đại số, chỉ số b được thay bằng chỉ số (b + c). Do đó các biểu thức xác định tham số công tác của mạch trong trường hợp này được suy trực tiếp từ các biểu thức tương ứng đối với trường hợp đầu vào và đầu ra có điểm chung, chỉ khác tất cả các chỉ số b trong biểu thức được thay bằng chỉ số (b + c).

Đối với mạch đầu vào và đầu ra không có điểm chung ta có:

Hệ số truyền điện áp:

$$K_U = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} = \frac{Z_t \Delta_{a(b+c)}}{Z_t \Delta + \Delta_{aa,(b+c)(b+c)}} \quad (10.76)$$

Hệ số truyền dòng điện:

$$K_I = \frac{\dot{I}_2}{\dot{I}_1} = \frac{\Delta_{a(b+c)}}{Z_t \Delta + \Delta_{(b+c)(b+c)}} \quad (10.77)$$

Tổng trở đầu vào:

$$Z_v = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} = \frac{Z_t \Delta_{aa,(b+c)(b+c)}}{Z_t \Delta + \Delta_{(b+c)(b+c)}} \quad (10.78)$$

Trong các biểu thức trên:

$\Delta_{a(b+c)}$; $\Delta_{(b+c)(b+c)}$; $\Delta_{aa,(b+c)(b+c)}$ là các phần phụ đại số tổng của ma trận tổng dẫn [Y] của mạch.

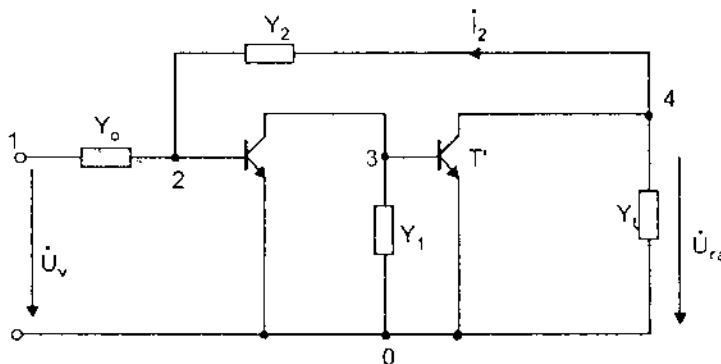
$\Delta_{a(b+c)}$ là định thức nhận được từ ma trận tổng dẫn [Y] của mạch sau khi bỏ đi dòng a, cột b cộng vào cột c (bỏ cột b) và nhân với thừa số $(-1)^{a+b}$;

$\Delta_{(b+c)(b+c)}$ là định thức nhận được từ ma trận tổng dẫn [Y] sau khi cộng dòng b vào dòng c, cột b vào cột c;

$\Delta_{aa,(b+c)(b+c)}$ là định thức nhận được từ ma trận tổng dẫn [Y] sau khi bỏ đi dòng a, cột a; dòng b cộng vào dòng c, cột b cộng vào cột c.

Dưới đây ta xét một số ví dụ.

Ví dụ 1: Xác định hệ số khuếch đại điện áp, hệ số khuếch đại dòng điện, tổng trở đầu vào của mạch khuếch đại transistor có sơ đồ tương đương đối với thành phần tín hiệu vẽ trên hình 10.22. Ma trận tham số y của transistor cho trong bảng 10.2.



Hình 10.22

Đánh số thứ tự các nút như hình vẽ, chọn nút 0 làm nút gốc của sơ đồ, ta xác định được ma trận tổng dẫn [Y] của mạch:

	1	2	3	4
1	Y_0	$-Y_0$		
2	$-Y_0$	$Y_0 + Y_2 + y_{11}$	y_{12}	$-Y_2$
3		y_{21}	$Y_1 + y_{22} + y'_{11}$	y'_{12}
4		$-Y_2$	y'_{21}	$Y_2 + y'_{22}$

Trong sơ đồ ở hình 10.22, giữa đầu vào và đầu ra có điểm chung, và $a = 1$, $b = 4$. Theo bảng 10.3 ta xác định được:

Tổng trở đầu vào:

$$Z_v = \frac{Z_t \Delta_{11} + \Delta_{11,44}}{Z_t \Delta + \Delta_{44}} = \frac{\Delta_{11} + Y_t \Delta_{11,44}}{\Delta + Y_t \Delta_{44}},$$

Hệ số khuếch đại điện áp:

$$K_U = \frac{Z_t \Delta_{14}}{Z_t \Delta_{11} + \Delta_{11,44}} = \frac{\Delta_{14}}{\Delta_{11} + Y_t \Delta_{11,44}}$$

Hệ số khuếch đại dòng điện:

$$K_I = \frac{\Delta_{14}}{Z_t \Delta + \Delta_{44}} = \frac{Y_t \Delta_{14}}{\Delta + Y_t \Delta_{44}}$$

Trong đó:

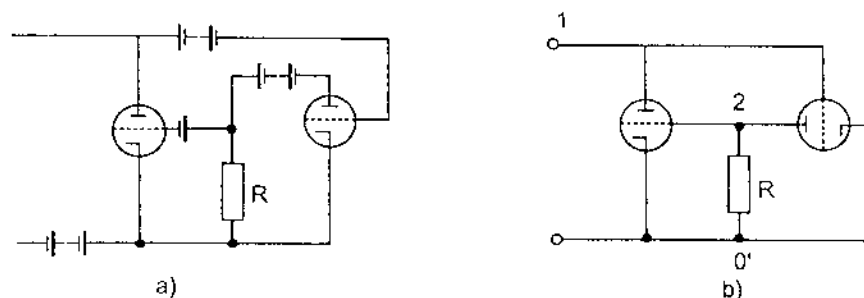
$$\Delta_{11} = \begin{vmatrix} Y_0 + Y_2 + y_{11} & y_{12} & -Y_2 \\ y_{21} & Y_1 + y_{22} + y'_{11} & y'_{12} \\ -Y_2 & y'_{21} & Y_2 + y'_{22} \end{vmatrix},$$

$$\Delta_{14} = - \begin{vmatrix} -Y_0 & Y_0 + Y_2 + y_{11} & y_{12} \\ 0 & y_{21} & Y_1 + y_{22} + y'_{11} \\ 0 & -Y_2 & y'_{21} \end{vmatrix},$$

$$\Delta_{44} = \begin{vmatrix} Y_0 & -Y_0 & 0 \\ -Y_0 & Y_0 + Y_2 + y_{11} & y_{12} \\ 0 & y_{21} & Y_1 + y_{22} + y'_{11} \end{vmatrix},$$

$$\Delta_{11,44} = \begin{vmatrix} Y_0 + Y_2 + y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & Y_1 + y_{22} + y'_{11} \end{vmatrix}$$

Ví dụ 2: Chứng minh rằng mạch điện như ở hình 10.23a có thể tạo ra đoạn điện trở âm. Cho hai đèn điện tử có tham số giống hệt nhau, và ma trận tham số $[Y]$ của nó có trong bảng 10.2.



Hình 10.23

Sơ đồ tương đương của mạch ở hình 10.23a (đối với thành phần điện áp tín hiệu) đưa ra trên hình 10.23b.

Đánh số thứ tự các nút như hình vẽ, chọn nút 0 làm nút gốc, ta xác định được ma trận tổng dẫn $[Y]$ của mạch:

$$[Y] = \begin{array}{c} \begin{array}{cc} & \begin{array}{c} 1 \\ 2 \end{array} \\ \begin{array}{c} 1 \\ 2 \end{array} & \begin{array}{|cc|} \hline G_1 & S \\ \hline S & G + G_1 \\ \hline \end{array} \end{array}$$

Sử dụng biểu thức tính Z_v cho trong bảng 10.3 ứng với trường hợp đầu ra, đầu vào có điểm chung, $Z_i = \infty$, $a = 1$, ta tìm được:

$$Z_v = R_v = \frac{\Delta_{11}}{\Delta} = \frac{G + G_1}{G_1(G + G_1) - S^2} = \frac{R_i}{1 - \frac{\mu^2}{1 + \frac{R_i}{R}}}$$

trong đó $\mu = SR_i$ là hệ số khuếch đại tĩnh của đèn.

Rõ ràng, khi $\frac{\mu^2}{1 + \frac{R_i}{R}} > 1$, điện trở đầu vào có giá trị âm.

Ví dụ 3: Xác định dòng điện qua Y_2 của mạch điện hình (10.22) cho trong ví dụ 1.

Coi Y_2 là phụ tải, ta xác định được ma trận tổng dẫn $[Y]$ của mạch:

$$[Y] = \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} & \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{array} \\ \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{array} & \begin{array}{|cccc|} \hline Y_0 & -Y_0 & & \\ -Y_0 & Y_0 + y_{11} & y_{12} & \\ & y_{21} & Y_1 + y_{22} + y'_{11} & y'_{12} \\ & & y'_{21} & Y_1 + y'_{22} \\ \hline \end{array} \end{array}$$

Đối với trường hợp xét, giữa đầu vào và đầu ra không có điểm chung, và $a = 1$, $b = 4$, $c = 2$.

Từ bảng 10.3 suy ra:

$$Y_{21} = \frac{\dot{I}_2}{\dot{U}_1} = \frac{\Delta_{a(b+c)}}{Z_t \Delta_{aa} + \Delta_{aa,(b+c)(b+c)}} = \frac{\Delta_{1(4+2)}}{Z_t \Delta_{11} + \Delta_{11,(4+2)(4+2)}} = \frac{Y_2 \Delta_{1(4+2)}}{\Delta_{11} + Y_2 \Delta_{11,(4+2)(4+2)}}$$

$$\dot{I}_2 = Y_{21} \dot{U}_1 = \frac{Y_2 \Delta_{1(4+2)}}{\Delta_{11} + Y_2 \Delta_{11,(4+2)(4+2)}} \dot{U}_1$$

trong đó:

$$\Delta_{1(4+2)} = - \begin{vmatrix} -Y_0 & Y_0 + y_{11} & y_{12} \\ 0 & y_{21} + y'_{12} & Y_1 + y_{22} + y'_{11} \\ 0 & Y_t + y'_{22} & y'_{21} \end{vmatrix},$$

$$\Delta_{11} = \begin{vmatrix} Y_0 + y_{11} & y_{12} & 0 \\ y_{21} & Y_1 + y_{22} + y'_{11} & y'_{12} \\ 0 & y'_{21} & Y_t + y'_{22} \end{vmatrix},$$

$$\Delta_{11,(4+2)(4+2)} = \begin{vmatrix} Y_0 + y_{11} + Y_t + y'_{22} & y_{12} + y'_{21} \\ y_{21} + y'_{12} & Y_1 + y'_{22} \end{vmatrix}$$

10.7. PHƯƠNG PHÁP DÒNG ĐIỆN MẠCH VÒNG

10.7.1. Ma trận tổng trở của mạch điện có chứa mạng nhiều cực

Khi phân tích mạch điện bằng phương pháp dòng điện mạch vòng, trước hết cần xác định ma trận cột của các nguồn điện áp tác động và ma trận tổng trở của mạch. Đối với mạch có chứa mạng nhiều cực mà bên trong mạng nhiều cực không chứa nguồn độc lập, ma trận cột của các nguồn điện áp tác động hoàn toàn giống như trường hợp mạch chỉ chứa các phần tử 2 cực. Để xác định ma trận tổng trở của mạch, ta giả thiết rằng các mạch vòng được chọn sao cho mỗi dòng điện khép vòng qua các cực của mạng nhiều cực trùng với dòng điện mạch vòng của một mạch vòng tương ứng. Khi đó, dễ dàng thấy số mạch vòng trong sơ đồ, cũng như vị trí của nó sẽ không thay đổi khi mỗi mạng nhiều cực được biến thành một điểm (các cực của mỗi mạng nhiều cực được nối chung về một cực). Nói cách khác, mạch điện biến thành mạch chỉ chứa các phần tử hai cực, và hệ phương trình dòng điện mạch tương ứng có thể viết dưới dạng:

$$\dot{E}_k = \sum_{s=1}^M Z_{ks} \dot{I}_s \quad (10.79)$$

Hệ phương trình (10.79) phù hợp với ma trận tổng trở của mạch có dạng:

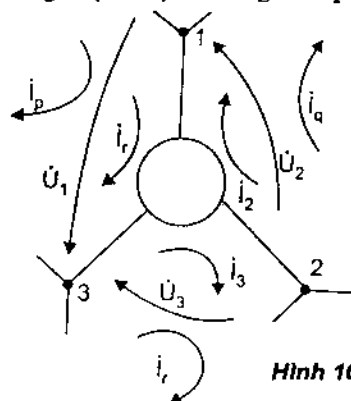
$$[Z] = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \dots & Z_{1M} \\ Z_{21} & Z_{22} & \dots & Z_{2M} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ Z_{M1} & Z_{M2} & \dots & Z_{MM} \end{bmatrix} \quad (10.80)$$

Giả sử trong sơ đồ mạch chỉ chứa một mạng nhiều cực, ví dụ mạng 3 cực, với ma trận tổng trở toàn phần $[Z_0]$, thiết lập mối liên hệ giữa dòng điện khép vòng qua các cực và điện áp trên các cực của mạng nhiều cực:

	1	2	3
1	z_{11}	z_{12}	z_{13}
2	z_{21}	z_{22}	z_{23}
3	z_{31}	z_{32}	z_{33}

$$[Z_0] = \left. \begin{aligned} \dot{U}_1 &= z_{11} \dot{I}_1 + z_{12} \dot{I}_2 + z_{13} \dot{I}_3, \\ \dot{U}_2 &= z_{21} \dot{I}_1 + z_{22} \dot{I}_2 + z_{23} \dot{I}_3, \\ \dot{U}_3 &= z_{31} \dot{I}_1 + z_{32} \dot{I}_2 + z_{33} \dot{I}_3. \end{aligned} \right\} \quad (10.81)$$

Ta lại giả thiết rằng, mạng 3 cực được mắc trong sơ đồ theo thứ tự các dòng điện khép vòng qua các cực của mạng 3 cực (các vòng ngoài của mạng 3 cực) $\dot{I}_1, \dot{I}_2, \dot{I}_3$ lần lượt trùng với các dòng điện mạch vòng thứ p, q, r của sơ đồ (xem hình 10.24).



Hình 10.24

Trong trường hợp này, trong hệ phương trình dòng điện mạch vòng (10.79) chỉ có các phương trình thứ p, thứ q, thứ r (phương trình ứng với mạch vòng p, q, r) bên vế phải được bổ sung thêm các điện áp tương ứng $\dot{U}_1, \dot{U}_2, \dot{U}_3$ với dấu dương (+), còn các phương trình khác của hệ là không thay đổi (coi các điện áp trên các cực của mạng 3 cực như các điện áp rơi và các điện áp rơi này trùng chiều với chiều dòng điện mạch vòng). Vì vậy phương trình đối với mạch vòng p, q, r tương ứng có dạng:

$$\begin{aligned} \dot{E}_p &= \sum_{s=1}^M Z_{ps} \dot{I}_s + \dot{U}_1, \\ \dot{E}_q &= \sum_{s=1}^M Z_{qs} \dot{I}_s + \dot{U}_2, \\ \dot{E}_r &= \sum_{s=1}^M Z_{rs} \dot{I}_s + \dot{U}_3 \end{aligned}$$

Thay các giá trị $\dot{U}_1, \dot{U}_2, \dot{U}_3$ từ các phương trình (10.81) vào các phương trình trên, lưu ý $\dot{I}_1 = \dot{I}_p; \dot{I}_2 = \dot{I}_q; \dot{I}_3 = \dot{I}_r$, ta nhận được:

$$\begin{aligned}\dot{E}_p &= \sum_{s=1}^M Z_{ps} \dot{I}_s + z_{11} \dot{I}_p + z_{12} \dot{I}_q + z_{13} \dot{I}_r, \\ \dot{E}_q &= \sum_{s=1}^M Z_{qs} \dot{I}_s + z_{21} \dot{I}_p + z_{22} \dot{I}_q + z_{23} \dot{I}_r, \\ \dot{E}_r &= \sum_{s=1}^M Z_{rs} \dot{I}_s + z_{31} \dot{I}_p + z_{32} \dot{I}_q + z_{33} \dot{I}_r.\end{aligned}$$

Khi đó hệ phương trình dòng điện mạch vòng của sơ đồ mạch có chứa mạng 3 cực như đã nêu ở trên có thể viết dưới dạng:

$$\dot{E}_k = \sum_{s=1}^M Z'_{ks} \dot{I}_s. \quad (10.82)$$

Hệ phương trình (10.82) khác hệ phương trình (10.79) chỉ bởi các hệ số của các biến $\dot{I}_p, \dot{I}_q, \dot{I}_r$ trong các phương trình ứng với các mạch vòng thứ p, q, r. Các hệ số này sẽ là tổng của các hệ số ứng với hệ phương trình (10.79) và các tham số tương ứng của ma trận tổng trở của mạng 3 cực. Điều này có nghĩa là, trong ma trận tổng trở $[Z]$ của mạch, trên các ô cắt nhau của hàng p, hàng q, hàng r với cột p, cột q, cột r sẽ được cộng bổ sung các tham số tương ứng của ma trận tổng trở của mạng 3 cực, còn các phần tử nằm trong các ô khác sẽ không thay đổi, do đó:

	p-1	p	q	r	r+1	
...	...	...	...	...	...	
p-1 ...	$Z_{(p-1)(p-1)}$	$Z_{(p-1)p}$	$Z_{(p-1)q}$	$Z_{(p-1)r}$	$Z_{(p-1)(r+1)}$	...
p ...	$Z_{p(p-1)}$	$Z_{pp} + z_{11}$	$Z_{pq} + z_{12}$	$Z_{pr} + z_{13}$	$Z_{p(r+1)}$	...
q ...	$Z_{q(p-1)}$	$Z_{qp} + z_{21}$	$Z_{qq} + z_{22}$	$Z_{qr} + z_{23}$	$Z_{q(r+1)}$	...
r ...	$Z_{r(p-1)}$	$Z_{rp} + z_{31}$	$Z_{rq} + z_{32}$	$Z_{rr} + z_{33}$	$Z_{r(r+1)}$	...
r+1 ...	$Z_{(r+1)(p-1)}$	$Z_{(r+1)p}$	$Z_{(r+1)q}$	$Z_{(r+1)r}$	$Z_{(r+1)(r+1)}$	...
	...	...	...	...	...	...

Nếu thay đổi số thứ tự các mạch vòng phía ngoài mạng 3 cực cho trùng với số thứ tự các mạch vòng tương ứng trong sơ đồ, thì trong trường hợp này ma trận tổng trở toàn phần của mạng 3 cực ở hình 10.25 có dạng:

	p	q	r
p	Z_{11}	Z_{12}	Z_{13}
q	Z_{21}	Z_{22}	Z_{23}
r	Z_{31}	Z_{32}	Z_{33}

$[Z_0] =$

Việc thay đổi số thứ tự các mạch vòng ngoài của mạng 3 cực như đã nêu, sẽ chỉ ra một cách rõ ràng trên các ô nào của ma trận tổng trở của mạch được bổ sung các tham số (phần tử) tương ứng của ma trận tổng trở của mạng 3 cực.

Nếu trong sơ đồ mạch có chứa mạng nhiều cực bất kỳ, hoặc nhiều mạng nhiều cực, bằng cách xét riêng từng mạng nhiều cực, ta lần lượt bổ sung được tất cả các phần tử của ma trận tổng trở của mỗi mạng nhiều cực vào các ô tương ứng của ma trận tổng trở của mạch. Hay nói cách khác, thành lập ma trận tổng trở của mạch có chứa mạng nhiều cực bất kỳ, hoặc nhiều mạng nhiều cực, tương tự như thành lập ma trận tổng trở của mạch chỉ chứa một mạng 3 cực đã xét ở trên.

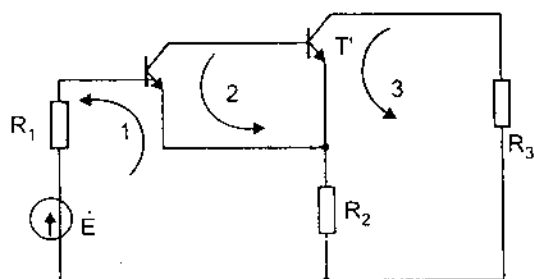
Nếu mạng nhiều cực nào đó trong sơ đồ có mạch vòng phía ngoài nằm bên ngoài sơ đồ mạch điện cần xét, thì các phần tử trong các hàng và các cột của ma trận tổng trở của mạng nhiều cực có số thứ tự tương ứng với mạch vòng ngoài sẽ không được bổ sung vào ma trận tổng trở của mạch. Điều này tương ứng với số thứ tự của mạch vòng ngoài của mạng nhiều cực nằm phía ngoài sơ đồ có số thứ tự 0. Các kết luận trên được minh họa qua ví dụ sau đây.

Ví dụ: Thành lập ma trận tổng trở của mạch khuếch đại tranzistor gồm hai tầng khuếch đại và có sơ đồ tương đương đối với thành phần tín hiệu trình bày trên hình 10.25.

Mạch điện trên hình 10.25 chứa hai mạng 3 cực: tranzistor T và T'. Chọn các mạch vòng và chiều các dòng điện mạch vòng của sơ đồ như trên hình vẽ, ta xác định được ma trận tổng trở của mạch khi chưa tính đến các mạng 3 cực:

	1	2	3
1	$R_1 + R_2$		$-R_2$
2			
	$-R_2$		$R_2 + R_3$

(10.83)



Hình 10.25

Nếu đánh số thứ tự các mạch vòng phía ngoài của các mạng 3 cực - tranzistor T và T' trùng với số thứ tự các mạch vòng tương ứng trên sơ đồ, theo bảng 10.2 ta có các ma trận tổng trở của các mạng 3 cực - tranzistor: Với mạng 3 cực - tranzistor T:

	1	2	0
1	$r_{\pi} + r_b$	$-r_{\pi}$	$-r_b$
2	$r_m - r_{\pi}$	$r_{\pi} + r_c - r_m$	$-r_c$
0	$-(r_b + r_m)$	$r_m - r_c$	$r_c + r_b$

Với mạng 3 cực transistor T' :

	2	3	0
2	$r'_{\pi} + r'_b$	$-r'_{\pi}$	$-r'_b$
3	$r'_m - r'_{\pi}$	$r'_{\pi} + r'_c - r'_m$	$-r'_c$
0	$-(r'_b + r'_m)$	$r'_m - r'_c$	$r'_c + r'_b$

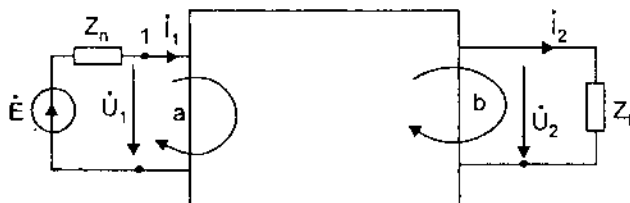
Bổ sung các phần tử của các ma trận $[Z]$, $[Z']$ của các mạng 3 cực - transistor T , T' và các ô tương ứng của ma trận (10.83), ta nhận được ma trận tổng trở $[Z]$ của mạch khuếch đại (10.25) như sau:

	1	2	3
1	$R_1 + R_2 + r_{\pi} + r_b$	$-r_{\pi}$	$-R_2$
2	$r_m - r_{\pi}$	$r_{\pi} + r_c - r_m + r'_{\pi} + r'_b$	$-r'_{\pi}$
3	$-R_2$	$r'_m - r'_{\pi}$	$R_2 + R_3 + r'_{\pi} + r'_c - r'_m$

10.7.2. Xác định tham số công tác của mạch điện tử theo ma trận tổng trở của mạch

Các tham số công tác của mạch điện tử cũng có thể được xác định thông qua ma trận tổng trở của mạch.

Giả sử trong mạch chỉ có một nguồn điện áp tác động, khi đó ta có thể thay thế mạch đã cho bằng mạng 4 cực (xem hình 10.26). Trong đó nguồn tác động nối với đầu vào mạng 4 cực, còn phụ tải mắc với đầu ra của mạng 4 cực.



Hình 10.26

Khi phân tích bằng phương pháp dòng điện mạch vòng, ta luôn có thể chọn các mạch vòng trên sơ đồ sao cho nguồn tác động nằm trong nhánh độc lập của một mạch vòng (giả sử mạch vòng thứ a), và phụ tải nằm trong nhánh độc lập của một mạch vòng (giả sử mạch vòng thứ b). Với cách chọn như thế và giả thiết trong mạng 4 cực ở hình 10.26 không chứa các nguồn độc lập, tất cả các phần tử của ma trận cột các nguồn điện

áp tác động đều bằng không, trừ hai phần tử $\dot{E}_{aa}$ và $\dot{E}_{bb}$. Mặt khác $\dot{E}_{aa} = \dot{U}_1$; $\dot{E}_{bb} = -\dot{U}_2$, còn dòng điện mạch vòng $\dot{I}_a = \dot{I}_1$; $\dot{I}_b = \dot{I}_2$.

Nghiệm của phương trình dòng điện mạch vòng:

$$\dot{I}_k = \frac{1}{\Delta} \sum_{a=1}^M \Delta_{ak} \dot{E}_{aa}.$$

Đối với trường hợp xét, ta có:

$$\dot{I}_k = \frac{1}{\Delta} (\Delta_{ak} \dot{E}_{aa} + \Delta_{bk} \dot{E}_{bb}) = \frac{\Delta_{ak}}{\Delta} \dot{U}_1 - \frac{\Delta_{bk}}{\Delta} \dot{U}_2 \quad (10.84)$$

Từ đây xác định được các dòng điện ở đầu vào $\dot{I}_1$ và ở đầu ra $\dot{I}_2$ của mạng 4 cực:

$$\begin{aligned} \dot{I}_a &= \frac{\Delta_{aa}}{\Delta} \dot{U}_1 - \frac{\Delta_{ba}}{\Delta} \dot{U}_2, \\ \dot{I}_b &= \frac{\Delta_{ab}}{\Delta} \dot{U}_1 - \frac{\Delta_{bb}}{\Delta} \dot{U}_2, \end{aligned}$$

hay:

$$\left. \begin{aligned} \dot{I}_1 &= \frac{\Delta_{aa}}{\Delta} \dot{U}_1 - \frac{\Delta_{ba}}{\Delta} \dot{U}_2, \\ \dot{I}_2 &= \frac{\Delta_{ab}}{\Delta} \dot{U}_1 - \frac{\Delta_{bb}}{\Delta} \dot{U}_2. \end{aligned} \right\} \quad (10.85)$$

Các biểu thức (10.85) tương tự các biểu thức (10.59), (10.60), chúng đều thiết lập quan hệ giữa điện áp và dòng điện ở đầu vào và đầu ra của mạng 4 cực.

Nếu trong các biểu thức (10.85), thay $\dot{U}_2 = \dot{I}_2 Z_t$ ta sẽ nhận được:

$$\dot{I}_1 = \frac{\Delta_{aa}}{\Delta} \dot{U}_1 - \frac{Z_t \Delta_{ba}}{\Delta} \dot{I}_2, \quad (10.86)$$

$$\dot{I}_2 = \frac{\Delta_{ab}}{\Delta} \dot{U}_1 - \frac{Z_t \Delta_{bb}}{\Delta} \dot{I}_2. \quad (10.87)$$

Từ phương trình (10.87) ta tìm được:

$$\dot{I}_2 = \frac{\Delta_{ab}}{\Delta + Z_t \Delta_{bb}} \dot{U}_1 \quad (10.88)$$

Thay giá trị $\dot{I}_2$ từ biểu thức (10.88) vào phương trình (10.86), sau khi biến đổi ta nhận được:

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_1}{\Delta} \frac{Z_t (\Delta_{aa} \Delta_{bb} - \Delta_{ab} \Delta_{ba}) + \Delta \Delta_{aa}}{Z_t \Delta_{bb} + \Delta}$$

Vì $\Delta_{aa} \Delta_{bb} - \Delta_{ab} \Delta_{ba} = \Delta \Delta_{aa,bb}$, nên cuối cùng ta nhận được:

$$\dot{I}_1 = \frac{Z_t \Delta_{aa,bb} + \Delta_{aa}}{Z_t \Delta_{bb} + \Delta} \dot{U}_1 \quad (10.89)$$

Từ đây ta xác định được tổng trở vào của mạch:

$$Z_v = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} = \frac{Z_t \Delta_{bb} + \Delta}{Z_t \Delta_{aa,bb} + \Delta_{aa}} \quad (10.90)$$

Khi đầu ra mạng 4 cực hở mạch ($Z_t = \infty$), ta có:

$$Z_{vh\acute{o}} = \left. \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} \right|_{Z_t = \infty} = \frac{\Delta_{bb}}{\Delta_{aa,bb}} \quad (10.90a)$$

Còn khi đầu ra mạng 4 cực ngắn mạch ($Z_t = 0$), ta có:

$$Z_{vng} = \left. \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} \right|_{Z_t = 0} = \frac{\Delta}{\Delta_{aa}}. \quad (10.90b)$$

Chia cả hai vế của biểu thức (10.88) cho hai vế của biểu thức (10.89), ta sẽ nhận được hệ số truyền đạt dòng điện:

$$K_I = \frac{\dot{I}_2}{\dot{I}_1} = \frac{\Delta_{ab}}{Z_t \Delta_{aa,bb} + \Delta_{aa}} \quad (10.91)$$

Khi đầu ra mạng 4 cực ngắn mạch ($Z_t = 0$), ta có:

$$K_{Ing} = \left. \frac{\dot{I}_2}{\dot{I}_1} \right|_{Z_t = 0} = \frac{\Delta_{ab}}{\Delta_{aa}}. \quad (10.91b)$$

Nếu trong biểu thức (10.88), thay $\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}_2}{Z_t}$ ta sẽ xác định được hệ số truyền đạt điện áp:

$$K_U = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} = \frac{Z_t \Delta_{ab}}{Z_t \Delta_{bb} + \Delta} \quad (10.92)$$

Khi đầu ra mạng 4 cực hở mạch ($Z_t = \infty$), ta có:

$$K_{vh\acute{o}} = \left. \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} \right|_{Z_t = \infty} = \frac{\Delta_{ab}}{\Delta_{bb}} \quad (10.93)$$

Cũng từ biểu thức (10.88), ta xác định được tổng dẫn tương hỗ giữa đầu vào và đầu ra:

$$Y_{21} = \frac{\dot{I}_2}{\dot{U}_1} = \frac{\Delta_{ab}}{Z_t \Delta_{bb} + \Delta} \quad (10.94)$$

Tổng trở tương hỗ giữa đầu ra và đầu vào được xác định trực tiếp từ biểu thức (10.91) bằng cách thay $\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}_2}{Z_t}$, khi đó ta có:

$$Z_{21} = \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_1} = \frac{Z_t \Delta_{ab}}{Z_t \Delta_{aa,bb} + \Delta_{aa}} \quad (10.95)$$

Để xác định tổng trở đầu ra của mạch, trong hệ phương trình (10.85), thay $\dot{U}_1 = -Z_n \dot{I}_1$, sau đó giải hệ phương trình ta sẽ nhận được:

$$Z_{ra} = -\frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_2} = \frac{Z_n \Delta_{aa} + \Delta}{Z_n \Delta_{aa,bb} + \Delta_{bb}} \quad (10.96)$$

Tổng trở đầu ra của mạch 10.96 cũng chính là tổng trở trong của nguồn điện áp đẳng trị tính theo định lý Thevenin Norton. Còn sức điện động của nguồn điện áp đẳng trị (điện áp đầu ra khi hở mạch) được xác định từ hệ phương trình (10.85), khi thay $\dot{U}_1 = \dot{E} - \dot{I}_1 Z_n$ và $\dot{I}_2 = 0$, hệ phương trình (10.85) có dạng:

$$\left. \begin{aligned} \dot{I}_1 &= \frac{\Delta_{aa}}{\Delta} (\dot{E} - \dot{I}_1 Z_n) - \frac{\Delta_{ba}}{\Delta} \dot{U}_2, \\ 0 &= \frac{\Delta_{ab}}{\Delta} (\dot{E} - \dot{I}_1 Z_n) - \frac{\Delta_{bb}}{\Delta} \dot{U}_2 \end{aligned} \right\} \quad (10.97)$$

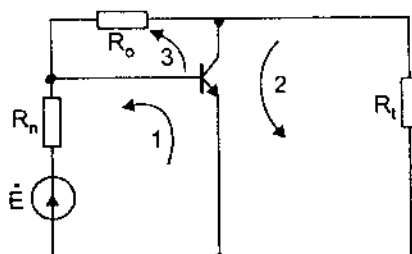
Từ đây ta tìm được:

$$\dot{U}_{2hd} = \frac{\dot{E} \Delta_{ab}}{Z_n \Delta_{aa,bb} + \Delta_{bb}} \quad (10.98)$$

Trong bảng (10.4) đưa ra các biểu thức xác định tham số công tác của mạch thông qua định thức của ma trận tổng trở của mạch và các phần phụ đại số của nó.

Dưới đây ta xét một thí dụ:

Xác định tham số công tác của mạch khuếch đại có phản hồi trên tranzistor lưỡng cực, có sơ đồ tương đương đối với thành phần tín hiệu thể hiện trên hình (10.27).



Hình 10.27

Chọn các mạch vòng độc lập và chiều các dòng điện mạch vòng như trên hình vẽ, ta xác định được ma trận tổng trở của mạch như sau:

	1	2	3
1	$r_e + r_b$	$-r_e$	$-r_b$
2	$r_m - r_e$	$r_e + r_c - r_m$	$-r_c$
3	$-(r_m + r_b)$	$r_m - r_c$	$r_b + r_c + R_o$

$[Z] =$

Theo bảng 10.4, với $a = 1$, $b = 2$, ta có:

Hệ số khuếch đại dòng điện:

$$K_I = \frac{\Delta_{12}}{R_t \Delta_{11,22} + \Delta_{11}};$$

Hệ số khuếch đại điện áp:

$$K_U = \frac{R_t \Delta_{12}}{R_t \Delta_{22} + \Delta};$$

Điện trở đầu vào:

$$R_v = \frac{R_t \Delta_{22} + \Delta}{R_t \Delta_{11,22} + \Delta_{11}};$$

Điện trở đầu ra :

$$R_{ra} = \frac{R_n \Delta_{11} + \Delta}{R_n \Delta_{11,22} + \Delta_{22}};$$

trong đó:

$$\Delta_{12} = - \begin{vmatrix} r_m - r_e & -r_c \\ -(r_m + r_b) & r_b + r_c + R_0 \end{vmatrix} = -(r_m - r_e)(r_b + R_0) + r_c(r_e + r_b);$$

$$\Delta_{22} = \begin{vmatrix} r_e + r_b & -r_b \\ -(r_m + r_b) & r_b + r_c + R_0 \end{vmatrix} = (r_e + r_b)(r_c + R_0) - r_b(r_m - r_e);$$

$$\Delta_{11} = \begin{vmatrix} r_e + r_c - r_m & -r_c \\ r_m - r_c & r_c + r_b + R_0 \end{vmatrix} = (r_e + r_c - r_m)(r_b + R_0) + r_e r_c;$$

$$\Delta_{11,22} = r_b + r_c + R_0$$

Thay giá trị của các phần phụ đại số vào các biểu thức tính tham số, ta nhận được:

$$K_U = \frac{-R_t[(r_m - r_e)(r_b + R_0) - r_c(r_e + r_b)]}{R_t[(r_e + r_b)(r_c + R_0) - r_b(r_m - r_e)] + \Delta};$$

$$K_I = \frac{(r_m - r_e)(r_b + R_0) + r_c(r_e + r_b)}{R_t(r_c + r_b + R_0) + (r_e + r_c - r_m)(r_b + R_0) + r_e r_c};$$

$$R_v = \frac{R_t[(r_e + r_b)(r_c + R_0) - r_b(r_m - r_e)]}{R_t(r_b + r_c + R_0) + (r_e + r_c - r_m)(r_b + R_0) + r_e r_c}$$

$$R_{ra} = \frac{R_n[(r_e + r_c - r_m)(r_b + R_0) + r_e r_c] + \Delta}{R_n(r_b + r_c + R_0) + (r_e + r_b)(r_c + R_0) - r_b(r_m - r_e)}.$$

Trong các biểu thức trên, Δ là định thức của ma trận tổng trở $[Z]$ của mạch.

Bảng 10.3. Các biểu thức xác định tham số công tác của mạch thông qua định thức của ma trận tổng dẫn của mạch và các phần phụ đại số của nó

Tham số công tác	Ký hiệu	Công thức tính
Hệ số truyền điện áp	$K_U = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1}$	$\frac{Z_1 \Delta_{ab}}{Z_1 \Delta_{aa} + \Delta_{aa,bb}}$
Hệ số truyền điện áp khi đầu ra hở mạch	$K_{Uhở} = \left. \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} \right _{Z_1 = \infty}$	$\frac{\Delta_{ab}}{\Delta_{aa}}$
Hệ số truyền dòng điện	$K_I = \frac{\dot{I}_2}{\dot{I}_1}$	$\frac{\Delta_{ab}}{Z_1 \Delta + \Delta_{bb}}$
Hệ số truyền dòng điện khi đầu ra ngắn mạch	$K_{Ing} = \left. \frac{\dot{I}_2}{\dot{I}_1} \right _{Z_1 = 0}$	$\frac{\Delta_{ab}}{\Delta_{bb}}$
Tổng trở đầu vào	$Z_v = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1}$	$\frac{Z_1 \Delta_{aa} + \Delta_{aa,bb}}{Z_1 \Delta + \Delta_{bb}}$
Tổng trở đầu vào khi đầu ra hở mạch	$Z_{vhở} = \left. \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} \right _{Z_1 = \infty}$	$\frac{\Delta_{aa}}{\Delta}$
Tổng trở đầu vào khi đầu ra ngắn mạch	$Z_{vngắn} = \left. \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} \right _{Z_1 = 0}$	$\frac{\Delta_{aa,bb}}{\Delta_{bb}}$
Tổng trở đầu ra	$Z_{ra} = \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_2}$	$\frac{Z_n \Delta_{bb} + \Delta_{aa,bb}}{Z_n \Delta + \Delta_{aa}}$
Sức điện động của nguồn đẳng trị	$E_0 = \dot{U}_2 \left _{Z_1 = \infty} \right.$	$\frac{\Delta_{ab} \dot{E}}{Z_n \Delta + \Delta_{aa}}$
Tổng trở truyền đạt	$Z_{21} = \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_2}$	$\frac{Z_1 \Delta_{ab}}{Z_1 \Delta + \Delta_{bb}}$
Tổng dẫn truyền đạt	$Y_{21} = \frac{\dot{I}_2}{\dot{U}_1}$	$\frac{\Delta_{ab}}{Z_1 \Delta_{aa} + \Delta_{aa,bb}}$

Bảng 10.4. Các biểu thức xác định tham số công tác của mạch thông qua định thức của ma trận tổng trở của mạch và các phần phụ đại số của chúng

Tham số công tác	Ký hiệu	Biểu thức tính
Hệ số truyền điện áp	$K_U = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1}$	$\frac{Z_t \Delta_{ab}}{Z_t \Delta_{bb} + \Delta}$
Hệ số truyền điện áp khi đầu ra hở mạch	$K_{U\text{hở}} = \left. \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} \right _{Z_t = \infty}$	$\frac{\Delta_{ab}}{\Delta_{bb}}$
Hệ số truyền dòng điện	$K_I = \frac{\dot{I}_2}{\dot{I}_1}$	$\frac{\Delta_{ab}}{Z_t \Delta_{aa,bb} + \Delta_{aa}}$
Hệ số truyền dòng điện khi đầu ra ngắn mạch	$K_{I\text{ng}} = \left. \frac{\dot{I}_2}{\dot{I}_1} \right _{Z_t = 0}$	$\frac{\Delta_{ab}}{\Delta_{aa}}$
Tổng trở đầu vào	$Z_v = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1}$	$\frac{Z_t \Delta_{bb} + \Delta}{Z_t \Delta_{aa,bb} + \Delta_{aa}}$
Tổng trở đầu vào khi đầu ra hở mạch	$Z_{v\text{hở}} = \left. \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} \right _{Z_t = \infty}$	$\frac{\Delta_{bb}}{\Delta_{aa,bb}}$
Tổng trở đầu vào khi đầu ra ngắn mạch	$Z_{v\text{ngắn}} = \left. \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} \right _{Z_t = 0}$	$\frac{\Delta}{\Delta_{aa}}$
Tổng trở đầu ra	$Z_{ra} = \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_2}$	$\frac{Z_n \Delta_{aa} + \Delta}{Z_n \Delta_{aa,bb} + \Delta_{bb}}$
Sức điện động của nguồn đẳng trị	$\dot{E}_{DT} = \dot{U}_2 \Big _{Z_t = \infty}$	$\frac{\dot{E} \Delta_{ab}}{Z_n \Delta_{aa,bb} + \Delta_{bb}}$
Tổng trở tương hỗ giữa đầu ra và đầu vào	$Z_{21} = \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_2}$	$\frac{Z_t \Delta_{ab}}{Z_t \Delta_{aa,bb} + \Delta_{aa}}$
Tổng dẫn tương hỗ giữa đầu vào và đầu ra	$Y_{21} = \frac{\dot{I}_2}{\dot{U}_2}$	$\frac{\Delta_{ab}}{Z_t \Delta_{bb} + \Delta}$

Chương 11

TÍN HIỆU VÀ PHỔ CỦA NÓ

11.1. PHÂN LOẠI TÍN HIỆU

Tín hiệu - hiểu theo nghĩa khái quát - đó là một quá trình vật lý có chứa đựng tin tức, hay một quá trình vật lý mang tin tức. Tin tức, có thể là một bản nhạc, một bản thông báo, một mệnh lệnh... Trong kỹ thuật viễn thông, hay trong hệ thống tự động điều khiển, tín hiệu thường là các dao động điện: dòng điện, điện áp... Trong quá trình truyền và thu nhận tin tức, trên kênh thông tin ngoài tín hiệu có ích, còn có can nhiễu. Can nhiễu bao gồm mọi quá trình vật lý khác nhau có tác dụng làm xấu, hay làm giảm chất lượng của quá trình truyền và thu nhận tin tức. Khi công suất truyền tin không đổi, nếu can nhiễu càng lớn, chất lượng truyền và thu tin càng giảm. Tín hiệu thường được phân chia thành hai loại: Tín hiệu tiến định (xác định) và tín hiệu ngẫu nhiên. Tín hiệu tiến định là các tín hiệu mà ta có thể biết trước được các tham số hoặc quy luật biến thiên của các tham số của nó. Còn tín hiệu ngẫu nhiên là các tín hiệu mà ta không thể biết trước được các tham số hoặc quy luật biến thiên của các tham số của nó, mà chỉ có thể đánh giá nó bằng lý thuyết xác suất. Tín hiệu là một hàm số của thời gian và nhiều tham số khác.

Tín hiệu tiến định có thể là tín hiệu tuần hoàn, hoặc không tuần hoàn. Xét trong miền thời gian t , tín hiệu $s(t)$ được gọi là tuần hoàn nếu nó thỏa mãn điều kiện:

$$s(t) = s(t + nT) \quad (11.1)$$

trong đó T có giá trị hữu hạn và được gọi là chu kỳ của tín hiệu tuần hoàn $s(t)$; n là số nguyên bất kỳ, $-\infty < n < \infty$.

Tín hiệu hình sin là tín hiệu tuần hoàn đơn giản nhất:

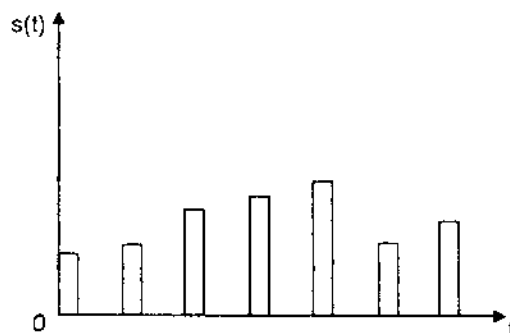
$$s(t) = A \cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right) = A \cos(\omega t + \varphi) \quad (11.2)$$

trong đó A , T , ω , φ là các hằng số, và là biên độ, chu kỳ, tần số góc và góc pha đầu tương ứng.

Tín hiệu (11.2) còn gọi là tín hiệu đơn âm. Khái niệm đơn âm ở đây được hiểu là nó chỉ có một tần số ω và phổ của nó chỉ có một vạch. Khái niệm phổ sẽ được xét kỹ ở phần dưới. Trong thực tế không tồn tại các tín hiệu tuần hoàn, song các tín hiệu có chu

kỳ lặp lại và tồn tại trong khoảng thời gian khá lớn có thể được xem như tín hiệu tuần hoàn. Tín hiệu $s(t)$ không thỏa mãn điều kiện (11.1) được gọi là tín hiệu không tuần hoàn, hay tín hiệu phi chu kỳ. Vậy tín hiệu phi chu kỳ chỉ tồn tại trong khoảng thời gian xác định.

Tín hiệu tiền định $s(t)$ có thể là tín hiệu liên tục hoặc tín hiệu xung. Tín hiệu $s(t)$ được gọi là tín hiệu liên tục nếu nó là một hàm số liên tục theo biến thời gian t ; còn tín hiệu $s(t)$ chỉ có giá trị khác không trong các khoảng thời gian khá bé trên trục thời gian, ngoài các khoảng thời gian đó $s(t) = 0$, thì nó được gọi là tín hiệu xung. Ví dụ, trên hình 11.1 biểu diễn tín hiệu xung vuông với các giá trị biên độ khác nhau từ $U_{\min}$ đến $U_{\max}$.



Hình 11.1

Nếu tín hiệu xung (hình 11.1) có các giá trị biên độ được lượng tử hoá theo các mức lượng tử thì nó được gọi là tín hiệu số. Thuật ngữ tín hiệu số liên quan đến kỹ thuật thông tin số, hay điều khiển số mà chúng ta sẽ nghiên cứu kỹ trong giáo trình, tài liệu về xử lý tín hiệu số hay các giáo trình, tài liệu khác.

Tín hiệu $s(t)$ được gọi là tín hiệu ngẫu nhiên, nếu ta không thể biết trước giá trị cũng như quy luật biến thiên các tham số của nó. Thí dụ điện áp tương ứng với tiếng nói của mỗi người là một tín hiệu ngẫu nhiên. Đối với tín hiệu ngẫu nhiên người ta phải đánh giá nó thông qua các tham số của lý thuyết xác suất như: Quy luật phân bố xác suất, sự phân bố phổ của công suất tín hiệu... Cần nhấn mạnh rằng, tín hiệu ngẫu nhiên cũng có thể là tín hiệu hữu ích hoặc can nhiễu. Ví dụ, tín hiệu do các đài radar phát đi, khi gặp mục tiêu cần phát hiện phản xạ trở lại mà máy thu radar thu được là tín hiệu ngẫu nhiên hữu ích, còn tín hiệu mà máy thu radar thu được không phải từ mục tiêu cần phát hiện trở lại, mà từ các nguồn khác là tín hiệu ngẫu nhiên của can nhiễu.

11.2. PHÂN TÍCH TÍN HIỆU BẤT KỲ THEO HỆ HÀM CHO TRƯỚC

Tín hiệu là một hàm số của nhiều biến số. Việc phân tích tín hiệu đã cho theo hệ hàm cho trước có ý nghĩa quan trọng khi giải bài toán truyền tín hiệu qua mạch điện cũng như khi giải bài toán gia công, xử lý tín hiệu.

Xét hệ hàm biến số thực:

$$\varphi_1(x), \varphi_2(x), \varphi_3(x), \dots, \varphi_n(x), \dots \quad (11.3)$$

Hệ hàm (11.3) được gọi là trực giao trên đoạn $[a, b]$ nếu nó thỏa mãn điều kiện:

$$\int_a^b \varphi_n(x) \varphi_m(x) dx = 0 \text{ khi } n \neq m \quad (11.4)$$

và:
$$\int_a^b \varphi_n^2(x) dx \neq 0 \quad (11.5)$$

Điều kiện (11.5) chứng tỏ rằng bất kỳ hàm $\varphi_n(x)$ nào trong hệ (11.3) không đồng nhất bằng không.

Đại lượng:
$$\|\varphi_n\| = \sqrt{\int_a^b \varphi_n^2(x) dx} \quad (11.6)$$

được gọi là mức của hàm $\varphi_n(x)$.

Hàm $\varphi_n(x)$ thỏa mãn điều kiện:

$$\|\varphi_n\|^2 = \int_a^b \varphi_n^2(x) dx = 1 \quad (11.7)$$

được gọi là hàm chuẩn hóa.

Còn hệ hàm $\varphi_1(x), \varphi_2(x), \dots$, mà trong đó một cặp hàm bất kỳ trong hệ trực giao nhau, thì nó được gọi là hệ trực giao chuẩn hoá.

Trong toán học người ta đã chứng minh được rằng, hàm $f(x)$ bất kỳ thỏa mãn điều kiện:

$$\int |f(x)| dx < \infty \quad (11.8)$$

đều có thể biểu diễn dưới dạng:

$$f(x) = C_0 \varphi_0(x) + C_1 \varphi_1(x) + \dots + C_n \varphi_n(x) + \dots \quad (11.9)$$

Tích phân (11.8) được tính trong miền xác định (trong các khoảng xác định) của hàm $f(x)$.

Cần nhấn mạnh rằng tất cả các phản ứng và tác động trong mạch điện thực đều là các hàm của biến số thời gian và đều thỏa mãn điều kiện (11.8).

Nếu các hệ số C_n của chuỗi (11.9) được xác định bởi biểu thức:

$$C_n = \frac{\int_a^b f(x) \varphi_n(x) dx}{\int_a^b \varphi_n^2(x) dx} = \frac{1}{\|\varphi_n\|^2} \int_a^b f(x) \varphi_n(x) dx \quad (11.10)$$

thì chuỗi (11.9) được gọi là chuỗi Fourier tổng quát của hàm $f(x)$. Với hệ hàm $\varphi_n(x)$ cho trước và số số hạng định trước, chuỗi Fourier tổng quát đảm bảo tiệm cận đến hàm $f(x)$ với sai số trung bình bình phương là nhỏ nhất, nghĩa là:

$$M = \int_a^b \left[f(x) - \sum_{n=0}^N a_n \varphi_n(x) \right]^2 dx$$

sẽ đạt giá trị nhỏ nhất khi $a_n = C_n$. Đây là một đặc tính quan trọng của chuỗi Fourier.

Có thể chứng minh được rằng:

$$M_{\min} = \int_a^b \left[f(x) - \sum_{n=0}^N C_n \varphi_n(x) \right]^2 dx = \int_a^b f^2(x) dx - \sum_{n=0}^N C_n^2 \|\varphi_n\|^2 \quad (11.11)$$

Vì:

$$\int_a^b f^2(x) dx = \|f\|^2$$

là bình phương mức của hàm $f(x)$, và $M \geq 0$ nên biểu thức (11.11) có thể viết lại dưới dạng:

$$\sum_{n=0}^{\infty} C_n^2 \|\varphi_n\|^2 \leq \|f\|^2 \quad (11.12)$$

Bất đẳng thức (11.12) là bất đẳng thức Beccen, nó nghiệm đúng với hệ hàm trực giao bất kỳ.

Khi tăng số thành phần của chuỗi, sai số trung bình bình phương $M_{\min}$ có thể nhỏ tùy ý, và khi này hệ trực giao được gọi là đầy đủ.

Điều kiện đầy đủ của hệ trực giao có thể viết dưới dạng:

$$\sum_{n=0}^{\infty} C_n^2 \|\varphi_n\|^2 = \|f\|^2 \quad (11.13)$$

Đối với hệ hàm $\varphi_n(x)$ có giá trị phức, điều kiện trực giao của hệ được xác định bởi biểu thức:

$$\int_a^b \varphi_n(x) \varphi_m^*(x) dx = 0 \quad \text{ khi } n \neq m \quad (11.14)$$

còn bình phương mức của hàm $\varphi_n(x)$:

$$\|\varphi_n\|^2 = \int_a^b \varphi_n(x) \varphi_n^*(x) dx = \int_a^b |\varphi_n(x)|^2 dx \quad (11.15)$$

và hệ số Fourier:

$$C_n = \frac{1}{\|\varphi_n\|^2} \int_a^b f(x) \varphi_n^*(x) dx \quad (11.16)$$

Trong các biểu thức trên, hàm $\varphi_n^*(x)$ là hàm liên hợp phức của hàm $\varphi_n(x)$.

Khi thực hiện khai triển tín hiệu $s(t)$ thành chuỗi hàm trực giao, biểu thức (11.9) sẽ có dạng:

$$s(t) = \sum_{n=0}^N C_n \varphi_n(t) \quad (11.17)$$

Trong trường hợp này biểu thức (11.13) có ý nghĩa là năng lượng của tín hiệu. Thật vậy, khi thay $f(x)$ bằng $s(t)$, ta có:

$$\|s\|^2 = \int_{t_1}^{t_2} s^2(t) dt = E \quad (11.18)$$

Nếu $s(t)$ là các dao động điện (dòng điện, điện áp), thì E chính là năng lượng của tín hiệu tiêu hao trên điện trở $R = 1 \Omega$ trong khoảng thời gian từ t_1 đến t_2 .

Do đó biểu thức (11.13) xác định năng lượng toàn phần của tín hiệu.

$$E = \sum_{n=0}^{\infty} C_n^2 \|\varphi_n\|^2 \quad (11.19)$$

Nếu hệ hàm trực giao $\varphi_n(t)$ là hệ hàm trực giao chuẩn hoá, thì năng lượng toàn phần của tín hiệu:

$$E = \sum_{n=0}^{\infty} C_n^2 \quad (11.19a)$$

Chọn hệ hàm trực giao phụ thuộc vào mục đích của việc phân tích tín hiệu thành chuỗi. Với mục đích thuận tiện cho việc giải bài toán lý thuyết mạch, cũng như bài toán truyền tín hiệu qua mạch và xử lý chúng, ta sẽ chọn hệ hàm trực giao đơn giản nhất. Còn với mục đích tiệm cận hoá hàm tín hiệu, hay một quá trình, một đặc trưng nào đó, ta sẽ chọn hệ hàm trực giao sao cho số thành phần của chuỗi là ít nhất, nhưng vẫn đảm bảo yêu cầu của sai số tiệm cận cho trước.

Với mục đích thứ nhất, người ta thường chọn hệ hàm trực giao là các hàm lượng giác: sin, cosin. So với các hệ hàm trực giao khác, các hàm lượng giác sin, cosin là các hàm đơn giản nhất xác định với mọi giá trị của thời gian t . Mặt khác các hàm lượng giác là các hàm thời gian duy nhất không bị thay đổi dạng khi truyền nó qua hệ thống tuyến tính bất kỳ (với tham số hằng số) mà chỉ thay đổi biên độ và pha. Hơn thế nữa, phân tích tín hiệu phức tạp thành các hàm hình sin cho phép sử dụng số phức để phân tích mạch, cũng như phân tích quá trình truyền tín hiệu qua mạch tuyến tính. Đây là phương pháp khá đơn giản và tiện ích. Còn với mục đích giải bài toán tiệm cận hóa, người ta thường chọn hệ hàm trực giao là đa thức Trêbusep, đa thức Hecmit, đa thức Lagrăng...

Với nội dung của cuốn sách, dưới đây chỉ đi sâu phân tích tín hiệu thành chuỗi hàm lượng giác.

11.3. PHÂN TÍCH TÍN HIỆU TUẦN HOÀN THÀNH CHUỖI FOURIER - KHÁI NIỆM VỀ PHỔ TẦN CỦA TÍN HIỆU

Để phân tích tín hiệu tuần hoàn phức tạp thành chuỗi Fourier, ta chọn hệ hàm trực giao là các hàm lượng giác:

$$1, \cos\omega_1 t, \sin\omega_1 t, \cos 2\omega_1 t, \sin 2\omega_1 t, \dots, \cos n\omega_1 t, \sin n\omega_1 t, \dots \quad (11.20)$$

hoặc: $\dots e^{-j2\omega_1 t}, e^{-j\omega_1 t}, 1, e^{j\omega_1 t}, e^{j2\omega_1 t} \dots \quad (11.21)$

Khi chọn hệ hàm trực giao (11.20), chuỗi Fourier của tín hiệu tuần hoàn $s(t)$ có dạng:

$$s(t) = A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos k\omega_1 t + b_k \sin k\omega_1 t) = A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} A_k \cos(k\omega_1 t + \varphi_k) \quad (11.22)$$

trong đó:

$$\left. \begin{aligned} A_0 &= \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s(t) dt, \\ a_k &= \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s(t) \cos k\omega_1 t dt, \\ b_k &= \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s(t) \sin k\omega_1 t dt, \\ A_k &= \sqrt{a_k^2 + b_k^2}, \\ \varphi_k &= -\arctg \frac{b_k}{a_k}, \\ \omega_1 &= \frac{2\pi}{T} \end{aligned} \right\} \quad (11.22')$$

T là chu kỳ của tín hiệu tuần hoàn $s(t)$.

Khi chọn hệ hàm trực giao (11.21), chuỗi Fourier của hàm tuần hoàn $s(t)$ sẽ có dạng:

$$s(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \dot{C}_k e^{jk\omega_1 t} \quad (11.23)$$

trong đó: $\dot{C}_k = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s(t) e^{-jk\omega_1 t} dt. \quad (11.24)$

Chuỗi (11.22) là chuỗi Fourier dạng thực (dạng lượng giác), còn chuỗi (11.23) là chuỗi Fourier dạng phức của hàm tuần hoàn $s(t)$. Chuỗi Fourier dạng thực có thể nhận được từ chuỗi Fourier dạng phức. Thật vậy, nếu trong biểu thức (11.24), thực hiện thay thừa số:

$$e^{-jk\omega_1 t} = \cos k\omega_1 t - j \sin k\omega_1 t$$

ta sẽ nhận được :

$$\dot{C}_k = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s(t) \cos k\omega_1 t dt - \frac{j}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s(t) \sin k\omega_1 t dt,$$

hay:

$$\dot{C}_k = C_{1k} - jC_{2k},$$

trong đó:

$$C_{1k} = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s(t) \cos k\omega_1 t dt$$

$$C_{2k} = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s(t) \sin k\omega_1 t dt$$

Số phức $\dot{C}_k$ có thể viết lại dưới dạng:

$$\dot{C}_k = C_k e^{j\varphi_k}$$

trong đó :

$$C_k = \sqrt{C_{1k}^2 + C_{2k}^2},$$

$$\varphi_k = -\arctg \frac{C_{2k}}{C_{1k}}.$$

Dễ dàng thấy rằng, phần thực C_{1k} và môđun C_k là hàm chẵn đối với biến k , còn phần ảo C_{2k} và argument φ_k là hàm lẻ đối với biến k .

Trong biểu thức (11.23), thực hiện thay $\dot{C}_k = C_k e^{j\varphi_k}$ ta sẽ nhận được:

$$s(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} C_k e^{j\varphi_k} e^{jk\omega_1 t} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} C_k e^{j(k\omega_1 t + \varphi_k)} \quad (11.25)$$

Nếu trong biểu thức (11.25), thực hiện tách ra một cặp số hạng ứng với chỉ số $k = n$, ta sẽ nhận được tổng của chúng:

$$|C_{-n}| e^{j(-n\omega_1 t + \varphi_{-n})} + |C_n| e^{j(n\omega_1 t + \varphi_n)}.$$

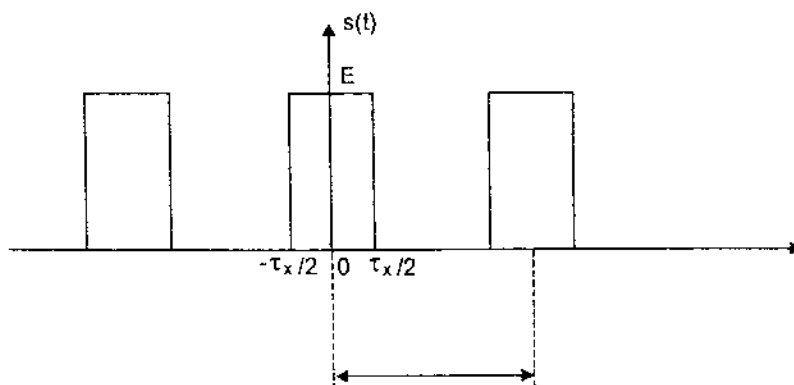
Vì C_k là hàm chẵn, còn φ_k là hàm lẻ của biến k , nên biểu thức trên có thể viết:

$$C_n e^{-j(n\omega_1 t + \varphi_n)} + C_n e^{j(n\omega_1 t + \varphi_n)} = 2C_n \cos(n\omega_1 t + \varphi_n)$$

Từ đây có thể suy ra rằng, khi chuyển chuỗi Fourier của hàm tuần hoàn $s(t)$ dạng phức về chuỗi Fourier dạng thực, nó sẽ có dạng:

$$s(t) = C_0 + \sum_{k=1}^{\infty} 2C_k \cos(k\omega_1 t + \varphi_k) \quad (11.22a)$$

Từ các biểu thức (11.22) có thể coi tín hiệu tuần hoàn $s(t)$ là tổng vô số của các hàm hình sin với tần số $k\omega_1$ ($k = 0, 1, 2, 3, \dots$) với biên độ A_k (C_k), góc pha đầu φ_k được xác định bởi các biểu thức (11.22'), hoặc (11.24). Thành phần hằng số (A_0) là thành phần một chiều hay giá trị trung bình của hàm tuần hoàn $s(t)$; các thành phần tần số $k\omega_1$ là



Hình 11.3

Vì tín hiệu $s(t)$ là hàm chẵn theo biến thời gian t , nên theo tính chất của phép biến đổi Fourier các hệ số $b_k = 0$. Áp dụng công thức (11.22) ta tìm được:

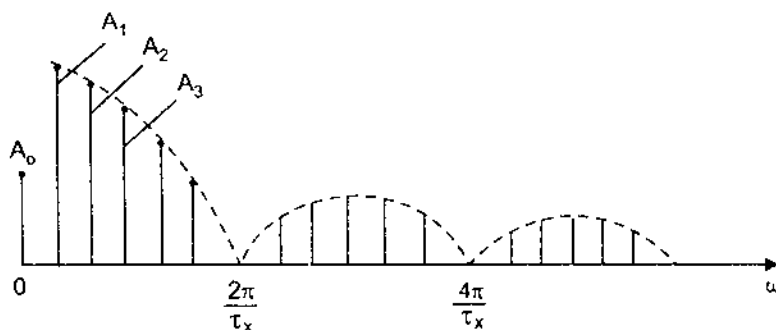
$$A_0 = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s(t) dt = \frac{1}{T} \int_{-\tau_x/2}^{\tau_x/2} E dt = \frac{E\tau_x}{T}$$

$$A_k = \frac{2}{T} \int_{-\tau_x/2}^{\tau_x/2} E \cos k\omega_1 t dt = \frac{2E}{Tk\omega_1} \sin k\omega_1 t \Big|_{-\tau_x/2}^{\tau_x/2} = \frac{2E}{k\pi} \sin k\pi \frac{\tau_x}{T}$$

Vậy chuỗi Fourier của tín hiệu tuần hoàn $s(t)$:

$$s(t) = E \left(\frac{\tau_x}{T} + \frac{2}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} \sin \frac{k\pi\tau_x}{T} \cos k\omega_1 t \right) \quad (11.26)$$

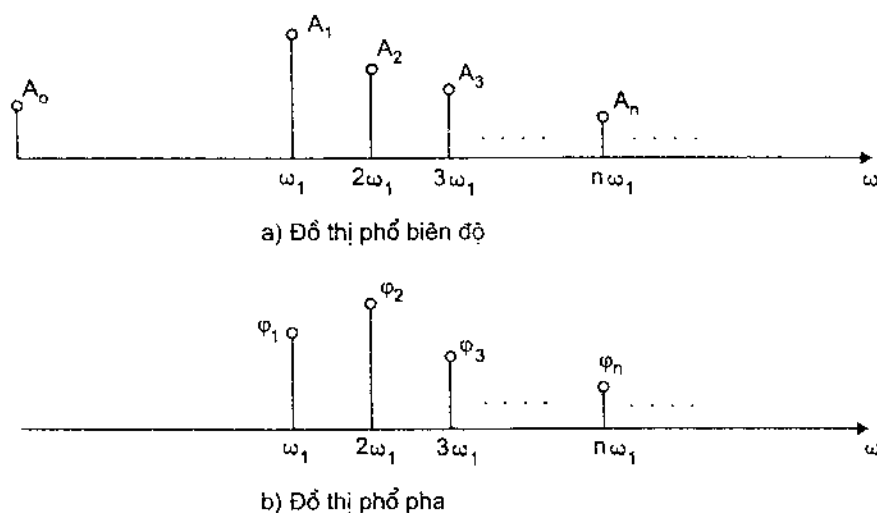
Gọi $N = T/\tau_x$ là độ thưa của dãy xung tuần hoàn, thì khi giá trị N lớn, số vạch phổ của tín hiệu càng lớn, khoảng cách giữa các vạch phổ càng nhỏ, và giá trị của hai vạch phổ kề liền nhau xấp xỉ bằng nhau. Hình 11.4 là đồ thị phổ của tín hiệu $s(t)$ ứng với $N = 6$.



Hình 11.4

các thành phần hài. Thành phần hài ứng với $k = 1$ gọi là thành phần hài cơ bản, còn các thành phần khác được gọi là các thành phần hài bậc cao.

Nếu trên trục tần số ω , ứng với mỗi thành phần của chuỗi (11.22) ta sẽ biểu thị bằng một vạch có độ lớn tỉ lệ với biên độ của nó, và một vạch có độ lớn tỉ lệ với góc pha đầu φ_k của dao động, ta sẽ nhận được đồ thị gọi là đồ thị phổ của dao động tuần hoàn $s(t)$ (xem hình 11.2).



Hình 11.2

Vì năng lượng của dao động hình sin tỉ lệ với bình phương biên độ của nó, do đó phổ biên độ của tín hiệu cho biết hình ảnh phân bố năng lượng của tín hiệu theo tần số, còn phổ pha - phân bố pha ban đầu của tín hiệu theo tần số. Phổ của tín hiệu tuần hoàn là rời rạc (phổ vạch), khoảng cách của các vạch phổ liên tiếp nhau trên thang tần số đúng bằng tần số của hài cơ bản ω_1 . Dải tần số mà năng lượng của tín hiệu phân bố trong đó được gọi là bề rộng phổ của tín hiệu. Về lý thuyết bề rộng phổ của tín hiệu lớn vô cùng, song từ lý thuyết của phép biến đổi Fourier, các hệ số A_k sẽ giảm nhanh khi k tăng, nên bề rộng phổ của tín hiệu là giới nội. Trong thực tế người ta định nghĩa bề rộng phổ của tín hiệu là dải tần số mà khoảng 90% năng lượng của tín hiệu tập trung trong dải đó.

11.4. PHỔ CỦA MỘT SỐ TÍN HIỆU TUẦN HOÀN ĐƠN GIẢN

11.4.1. Phổ của dãy xung vuông tuần hoàn cùng cực tính

$$s(t) = \begin{cases} 0 & \text{khi } t < -\tau_x/2 \\ E & \text{khi } -\tau_x/2 \leq t \leq \tau_x/2 \\ 0 & \text{khi } \tau_x/2 \leq t \leq T - \tau_x/2 \end{cases}$$

$$\dot{C}_k = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s(t) \cos k\omega_1 t dt - \frac{j}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s(t) \sin k\omega_1 t dt,$$

hay:

$$\dot{C}_k = C_{1k} - jC_{2k},$$

trong đó:

$$C_{1k} = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s(t) \cos k\omega_1 t dt$$

$$C_{2k} = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s(t) \sin k\omega_1 t dt$$

Số phức $\dot{C}_k$ có thể viết lại dưới dạng:

$$\dot{C}_k = C_k e^{j\varphi_k}$$

trong đó :

$$C_k = \sqrt{C_{1k}^2 + C_{2k}^2},$$

$$\varphi_k = -\arctg \frac{C_{2k}}{C_{1k}}.$$

Dễ dàng thấy rằng, phần thực C_{1k} và môđun C_k là hàm chẵn đối với biến k , còn phần ảo C_{2k} và argument φ_k là hàm lẻ đối với biến k .

Trong biểu thức (11.23), thực hiện thay $\dot{C}_k = C_k e^{j\varphi_k}$ ta sẽ nhận được:

$$s(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} C_k e^{j\varphi_k} e^{jk\omega_1 t} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} C_k e^{j(k\omega_1 t + \varphi_k)} \quad (11.25)$$

Nếu trong biểu thức (11.25), thực hiện tách ra một cặp số hạng ứng với chỉ số $k = n$, ta sẽ nhận được tổng của chúng:

$$|C_{-n}| e^{j(-n\omega_1 t + \varphi_{-n})} + |C_n| e^{j(n\omega_1 t + \varphi_n)}.$$

Vì C_k là hàm chẵn, còn φ_k là hàm lẻ của biến k , nên biểu thức trên có thể viết:

$$C_n e^{-j(n\omega_1 t + \varphi_n)} + C_n e^{j(n\omega_1 t + \varphi_n)} = 2C_n \cos(n\omega_1 t + \varphi_n)$$

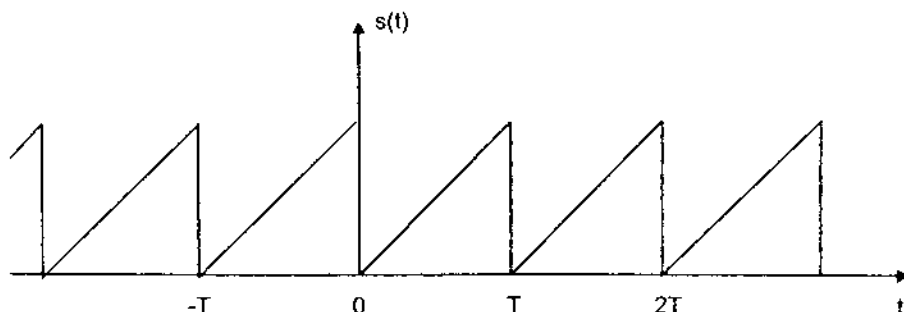
Từ đây có thể suy ra rằng, khi chuyển chuỗi Fourier của hàm tuần hoàn $s(t)$ dạng phức về chuỗi Fourier dạng thực, nó sẽ có dạng:

$$s(t) = C_0 + \sum_{k=1}^{\infty} 2C_k \cos(k\omega_1 t + \varphi_k) \quad (11.22a)$$

Từ các biểu thức (11.22) có thể coi tín hiệu tuần hoàn $s(t)$ là tổng vô số của các hàm hình sin với tần số $k\omega_1$ ($k = 0, 1, 2, 3, \dots$) với biên độ A_k (C_k), góc pha đầu φ_k được xác định bởi các biểu thức (11.22'), hoặc (11.24). Thành phần hằng số (A_0) là thành phần một chiều hay giá trị trung bình của hàm tuần hoàn $s(t)$; các thành phần tần số $k\omega_1$ là

11.4.3. Phổ của tín hiệu hình răng cưa

Tín hiệu hình răng cưa (hình 11.7) được sử dụng rộng rãi trong kỹ thuật đo lường, điều khiển tự động...



Hình 11.7

Tín hiệu $s(t)$ là hàm không chẵn, không lẻ, áp dụng biểu thức (11.24) ta có:

$$\dot{C}_k = \frac{1}{T} \int_0^T Ate^{-jk\omega_1 t} dt$$

Đặt: $u = At \quad du = A dt.$

$$dv = e^{-jk\omega_1 t} dt, \quad v = -\frac{1}{jk\omega_1} e^{-jk\omega_1 t}$$

ta sẽ nhận được:

$$\dot{C}_k = \frac{1}{T} \left(-\frac{At}{jk\omega_1} e^{-jk\omega_1 t} \Big|_0^T + \frac{A}{jk\omega_1} \int_0^T e^{-jk\omega_1 t} dt \right)$$

$$\text{Vì rằng } \int_0^T e^{-jk\omega_1 t} dt = 0, \text{ nên } \dot{C}_k = \frac{1}{T} \frac{At}{-jk\omega_1} e^{-jk\omega_1 t} \Big|_0^T = \frac{AT}{2k\pi} e^{j\frac{\pi}{2}}$$

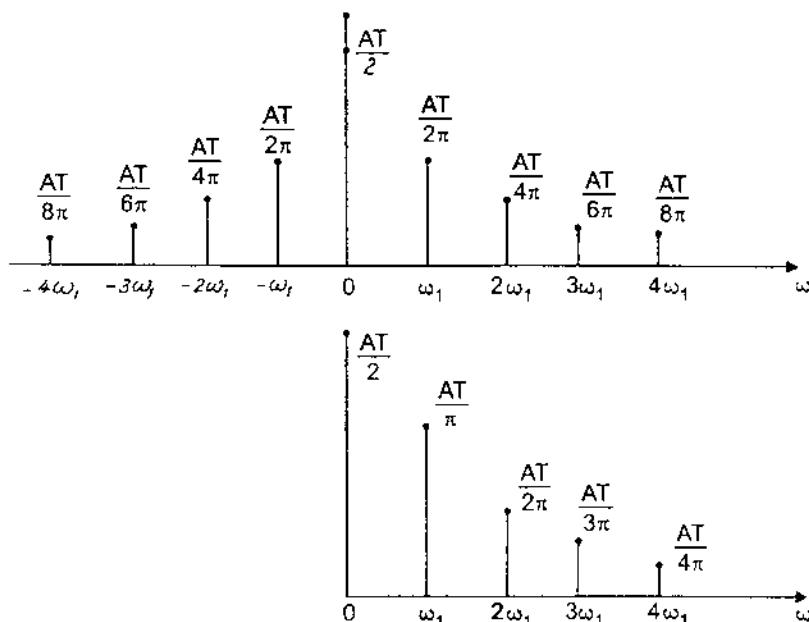
Vậy chuỗi Fourier dạng phức của tín hiệu tuần hoàn $s(t)$ sẽ có dạng:

$$s(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{AT}{2k\pi} e^{j(k\omega_1 t + \pi/2)} \quad (11.28)$$

còn chuỗi Fourier dạng thực sẽ là:

$$s(t) = \frac{AT}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{AT}{k\pi} \cos(k\omega_1 t + \pi/2) = AT \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{k\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} \cos(k\omega_1 t + \pi/2) \right] \quad (11.28a)$$

Phổ biên độ của chuỗi Fourier dạng phức và dạng thực của hàm $s(t)$ vẽ trên hình 11.8.

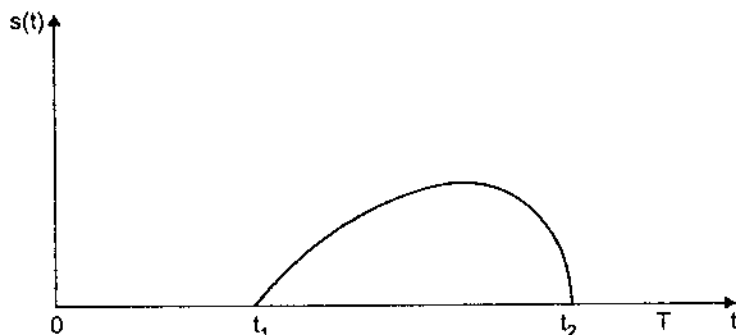


Hình 11.8

11.5. PHÂN TÍCH PHỔ CỦA TÍN HIỆU KHÔNG TUẦN HOÀN

Phân tích phổ của tín hiệu không tuần hoàn có thể dựa trên cơ sở của việc phân tích phổ của tín hiệu tuần hoàn.

Xét tín hiệu không tuần hoàn, tồn tại trong khoảng thời gian từ t_1 đến t_2 (xem hình 11.9).



Hình 11.9

Trong khoảng thời gian T có chứa đoạn từ t_1 đến t_2 , tín hiệu $s(t)$ có thể được biểu diễn dưới dạng chuỗi Fourier:

$$s(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \dot{C}_k e^{jk\omega_1 t}, \quad 0 < t < T \quad (11.29)$$

trong đó:

$$\dot{C}_k = \frac{1}{T} \int_{t_1}^{t_2} s(t) e^{-jk\omega_1 t} dt \quad (11.30)$$

Trong biểu thức (11.29), thay thừa số $\dot{C}_k$ từ biểu thức (11.30) ta sẽ nhận được:

$$s(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \left(\int_{t_1}^{t_2} s(t) e^{-jk\omega_1 t} dt \right) e^{jk\omega_1 t} \cdot \frac{1}{T}, \quad 0 < t < T \quad (11.31)$$

ở đây: $T = \frac{2\pi}{\omega_1}$.

Bên ngoài khoảng $[0, T]$, chuỗi (11.29) xác định hàm $s(t) = s(t \pm kT)$ (k là các số nguyên), nghĩa là hàm tuần hoàn nhận được bằng cách lặp lại tín hiệu $s(t)$ về cả hai phía bên phải và bên trái với chu kỳ T . Để ngoài khoảng $[0, T]$ hàm $s(t)$ bằng không cần tăng khoảng T lên vô cùng ($T \rightarrow \infty$). Song khi giá trị T càng lớn hệ số Fourier $\dot{C}_n$ càng nhỏ, và khi $T \rightarrow \infty$, biên độ của các thành phần hài trong chuỗi sẽ có giá trị vô cùng nhỏ, còn số thành phần hài trong chuỗi cũng sẽ lớn vô cùng, tần số hài cơ bản $\omega_1 = \frac{2\pi}{T} \rightarrow 0$.

Hay nói cách khác, khoảng cách giữa các vạch phổ - bằng tần số hài cơ bản - sẽ vô cùng nhỏ và phổ của tín hiệu không tuần hoàn sẽ là phổ đặc.

Trong trường hợp xét ($T \rightarrow \infty$), trong biểu thức (11.31) cần thay thừa số ω_1 bằng $d\omega$, $k\omega_1$ bằng tần số chạy ω , và toán tử tổng ($\sum$) phải thay bằng toán tử tích phân, nghĩa là:

$$s(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{j\omega t} \left[\int_{t_1}^{t_2} s(t) e^{-j\omega t} dt \right] d\omega \quad (11.32)$$

Tích phân bên trong là một hàm của biến ω :

$$\dot{S}(\omega) = \int_{t_1}^{t_2} s(t) e^{-j\omega t} dt \quad (11.33)$$

được gọi là mật độ phổ hay đặc trưng phổ của hàm không tuần hoàn $S(t)$.

Trong trường hợp chung, giới hạn t_1, t_2 có thể chưa biết, nên hàm mật độ phổ $s(\omega)$ có thể được viết dưới dạng tổng quát:

$$\dot{S}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) e^{-j\omega t} dt \quad (11.34)$$

Trong biểu thức (11.32), thay tích phân bên trong bằng $S(\omega)$ ở (11.33), ta sẽ nhận được:

$$s(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{S}(\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (11.35)$$

Cặp biểu thức (11.34) và (11.35) được gọi là cặp biến đổi Fourier của tín hiệu không tuần hoàn. Tích phân (11.34) là biến đổi thuận Fourier, còn tích phân (11.35) là biến đổi ngược Fourier.

Biểu thức (11.34) chỉ khác biểu thức (11.24) thừa số $1/T$. Do đó tính chất và ý nghĩa của mật độ phổ $\dot{S}(\omega)$ hoàn toàn giống như hệ số $\dot{C}_n$ của chuỗi Fourier dạng phức của tín hiệu tuần hoàn $s(t)$.

Hàm mật độ phổ $\dot{S}(\omega)$ có thể viết dưới dạng:

$$\dot{S}(\omega) = A(\omega) + jB(\omega) = S(\omega)e^{j\varphi(\omega)} \quad (11.36)$$

trong đó:

$$\left. \begin{aligned} A(\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} s(t) \cos \omega t dt, \\ B(\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} s(t) \sin \omega t dt \end{aligned} \right\} \quad (11.37)$$

$$S(\omega) = \sqrt{A^2(\omega) + B^2(\omega)} \quad (11.38)$$

$$\varphi(\omega) = -\arctg \frac{B(\omega)}{A(\omega)} \quad (11.39)$$

Hàm $S(\omega)$ có thể xem như đặc tính biên độ tần số, còn $\varphi(\omega)$ - đặc tính pha tần số của đặc trưng phổ của tín hiệu không tuần hoàn $s(t)$. Dễ dàng thấy rằng $S(\omega)$ là hàm chẵn, còn $\varphi(\omega)$ là hàm lẻ của biến tần số ω .

Biểu thức (11.35) khi kết hợp với (11.36) có thể viết lại dưới dạng:

$$\begin{aligned} s(t) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{S}(\omega) e^{j(\omega t + \varphi)} d\omega \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega) \cos(\omega t + \varphi) d\omega + \frac{j}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega) \sin(\omega t + \varphi) d\omega \end{aligned}$$

Vì $S(\omega)$ là hàm chẵn theo biến ω , còn $\varphi(\omega)$ là hàm lẻ theo biến ω , nên hàm dưới dấu tích phân của tích phân thứ nhất cũng là hàm chẵn theo biến ω , còn hàm dưới dấu tích phân của tích phân thứ hai là hàm lẻ theo biến ω , nên tích phân thứ hai bằng không. Do đó:

$$s(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{S}(\omega) \cos(\omega t + \varphi) d\omega = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} S(\omega) \cos(\omega t + \varphi) d\omega \quad (11.40)$$

So sánh các biểu thức (11.35) và (11.23) ta thấy, có thể xem đại lượng $\frac{1}{2\pi} \dot{S}(\omega) d\omega = \dot{S}(\omega) df$ như là hệ số $\dot{C}_k$ của chuỗi Fourier dưới dạng phức ứng với tần số $\omega = 2\pi f$.

Tương tự, so sánh các biểu thức (11.40) và (11.22a) có thể xem đại lượng $\frac{1}{\pi} S(\omega) d\omega = 2S(\omega) df$ như là biên độ của thành phần hài với tần số $\omega = 2\pi f$.

Từ đây dễ dàng suy ra ý nghĩa vật lý của hàm mật độ phổ của tín hiệu không tuần hoàn $s(t)$; còn $2S(\omega)$ là biên độ của tín hiệu phân bố trong một đơn vị tần số (Hz) trong dải tần số vô cùng hẹp có chứa tần số ω .

Cũng từ các kết quả nhận được, cho phép thiết lập quan hệ giữa phổ của xung đơn và phổ của dãy xung tuần hoàn. Giả sử $\dot{S}_1(\omega)$ là mật độ phổ của xung đơn $s_1(t)$. Như đã chỉ ra ở trên, mật độ phổ $\dot{S}_1(\omega)$ chỉ khác hệ số $\dot{C}_k$ của chuỗi Fourier của dãy xung tuần hoàn với chu kỳ T bởi thừa số $1/T$ [xem biểu thức (11.34) và (11.24)]. Do đó khi lặp lại xung đơn $s_1(t)$ để nhận được dãy xung tuần hoàn với chu kỳ T , hệ số $\dot{C}_k$ của chuỗi Fourier của dãy xung tuần hoàn sẽ là:

$$\dot{C}_k = \frac{\dot{S}_1(\omega)}{T} \quad (11.41)$$

với biến ω trong hàm mật phổ $\dot{S}_1(\omega)$ được thay bằng $k\omega_1$ của thành phần hài tương ứng. Do đó:

$$A_k = 2C_k = \frac{2S_1(k\omega_1)}{T} = \frac{\omega_1}{\pi} S_1(k\omega) \quad (11.42)$$

Từ biểu thức (11.42) dễ dàng suy ra rằng: Môđun của mật độ phổ của tín hiệu xung đơn và đường bao của các vạch phổ của dãy xung tuần hoàn nhận được bằng cách lặp lại xung đơn đã cho với chu kỳ T có dạng hoàn toàn giống nhau, chỉ khác nhau về tỉ lệ xích.

11.6. MỘT SỐ TÍNH CHẤT CỦA PHỔ TÍN HIỆU

Giữa tín hiệu $s(t)$ và phổ $\dot{S}(\omega)$ của nó được liên hệ với nhau bởi cặp tích phân Fourier. Dựa vào tính chất của phép tính tích phân dễ dàng suy ra các tính chất sau đây của phổ tín hiệu.

11.6.1. Tổng các tín hiệu

Giả sử tín hiệu :

$$s(t) = s_1(t) + s_2(t) + \dots + s_n(t),$$

khi đó phổ của tín hiệu $s(t)$:

$$\dot{S}(\omega) = \dot{S}_1(\omega) + \dot{S}_2(\omega) + \dots + \dot{S}_n(\omega) \quad (11.43)$$

trong đó $\dot{S}_k(\omega)$ là phổ của tín hiệu $s_k(t)$.

11.6.2. Tăng hoặc giảm độ lớn của tín hiệu

Giả sử tín hiệu $s(t)$ có phổ là $\dot{S}(\omega)$, khi đó tín hiệu $a.s(t)$ (a là hằng số) sẽ có phổ là $a.\dot{S}(\omega)$.

Tính chất thứ nhất và tính chất thứ hai còn được gọi là tính chất tuyến tính của phổ tín hiệu.

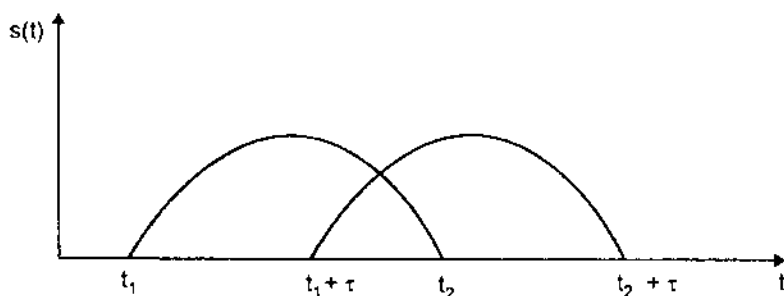
11.6.3. Giữ chậm tín hiệu

Giả sử tín hiệu $s_1(t)$ tồn tại trong khoảng thời gian từ t_1 đến t_2 và có phổ là $\dot{S}_1(\omega)$, thì khi giữ chậm tín hiệu $s_1(t)$ một khoảng thời gian τ (không thay đổi dạng của tín hiệu) ta sẽ nhận được tín hiệu mới:

$$s_2(t) = s_1(t - \tau).$$

tồn tại trong khoảng thời gian từ $t_1 + \tau$ đến $t_2 + \tau$ (xem hình 11.10). Tín hiệu $s_2(t)$ sẽ có phổ là :

$$\dot{S}_2(\omega) = e^{-j\omega\tau} \dot{S}_1(\omega) \quad (11.44)$$



Hình 11.10

Theo biểu thức (11.34) ta có:

$$\dot{S}_2(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} s_2(t) e^{-j\omega t} dt = \int_{t_1+\tau}^{t_2+\tau} s_1(t - \tau) e^{-j\omega t} dt$$

Trong tích phân trên thực hiện đổi biến

Đặt $x = t - \tau$ ta sẽ nhận được :

$$\dot{S}_2(\omega) = e^{-j\omega\tau} \int_{t_1}^{t_2} s_1(x) e^{-j\omega x} dx$$

Vì tích phân xác định không phụ thuộc vào biến lấy tích phân, nên có thể viết:

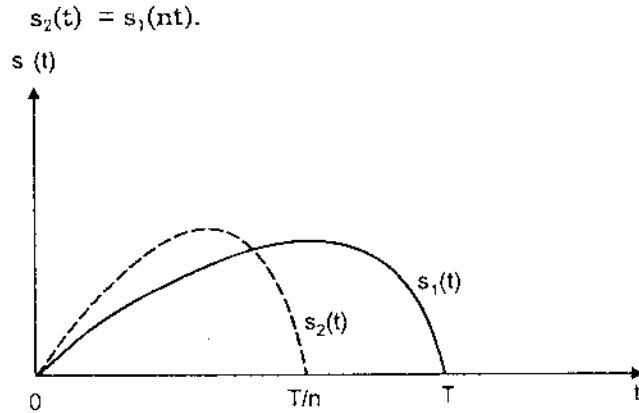
$$\dot{S}_2(\omega) = e^{-j\omega\tau} \int_{t_1}^{t_2} s_1(t) e^{-j\omega t} dt = e^{-j\omega\tau} \dot{S}_1(\omega) \quad (11.45)$$

Từ kết quả nhận được ta thấy, khi giữ chậm tín hiệu một khoảng thời gian τ , chỉ làm thay đổi phổ pha của tín hiệu một lượng $-\omega\tau$, còn phổ biên độ không thay đổi. Ngược lại có thể suy ra rằng, nếu tất cả các thành phần phổ của tín hiệu đều thực hiện

thay đổi pha một lượng tuyến tính bằng $-\omega\tau$, thì tín hiệu cũng sẽ bị giữ chậm một lượng τ theo thời gian.

11.6.4. Nén hoặc giãn tín hiệu theo thời gian

Giả sử tín hiệu $s_1(t)$ bị nén theo thời gian thành tín hiệu $s_2(t)$ (xem hình 11.11).



Hình 11.11

Độ rộng của tín hiệu $s_2(t)$ nhỏ hơn độ rộng của tín hiệu $s_1(t)$ n lần và bằng T/n ($n > 1$).

Phổ của tín hiệu $s_2(t)$ sẽ là:

$$\dot{S}_2(\omega) = \int_0^{T/n} s_2(t) e^{-j\omega t} dt = \int_0^{T/n} s_1(nt) e^{-j\omega t} dt$$

Trong tích phân trên, thực hiện đổi biến.

Đặt $x = nt$ ta sẽ nhận được:

$$\dot{S}_2(\omega) = \frac{1}{n} \int_0^T s_1(x) e^{-j\frac{\omega}{n}x} dx = \frac{1}{n} \int_0^T s_1(t) e^{-j\frac{\omega}{n}t} dt$$

Tích phân phần phải chính là hàm phổ của tín hiệu $s_1(t)$, nhưng với tần số bằng $\frac{\omega}{n}$, nghĩa là $\dot{S}_1\left(\frac{\omega}{n}\right)$. Do đó:

$$\dot{S}_2(\omega) = \frac{1}{n} \dot{S}_1\left(\frac{\omega}{n}\right) \quad (11.46)$$

Vậy khi nén tín hiệu lại n lần theo thời gian thì phổ của nó sẽ được mở rộng (giãn) n lần theo trục tần số và biên độ phổ sẽ giảm đi n lần.

Tương tự có thể suy ra rằng khi giãn tín hiệu n lần theo trục thời gian thì phổ của nó sẽ bị nén lại n lần theo trục tần số và biên độ phổ sẽ tăng lên n lần.

11.6.5. Vi phân và tích phân tín hiệu

Vi phân tín hiệu có thể được thực hiện bằng cách vi phân tất cả các thành phần hài chứa trong phổ của nó. Mặt khác, từ biểu thức (11.35), thành phần hài ứng với tần số ω của tín hiệu có thể viết dưới dạng:

$$\left[\frac{1}{2\pi} \dot{S}_1(\omega) d\omega \right] e^{j\omega t}$$

Biểu thức trong dấu ngoặc vuông có thể được xem như biên độ của dao động trong dải tần $d\omega$.

Thực hiện vi phân biểu thức trên ta nhận được:

$$j\omega \left[\frac{1}{2\pi} S_1(\omega) d\omega \right] e^{j\omega t}$$

Từ đây có thể suy ra hàm phổ của vi phân tín hiệu $s_2(t) = \frac{ds(t)}{dt}$ bằng :

$$\dot{S}_2(\omega) = j\omega \dot{S}_1(\omega) \quad (11.47)$$

Tương tự, có thể chứng minh được rằng hàm phổ của tích phân tín hiệu:

$$\dot{S}_2(\omega) = \frac{\dot{S}_1(\omega)}{j\omega} \quad (11.48)$$

Từ các biểu thức (11.47) và (11.48) ta thấy khi vi phân tín hiệu theo thời gian sẽ làm tăng phổ ở vùng tần số cao, còn khi thực hiện tích phân tín hiệu theo thời gian sẽ làm tăng phổ ở vùng tần số thấp.

11.6.6. Phổ của tích hai tín hiệu

Giả sử tín hiệu $s(t)$ là tích của hai tín hiệu $g(t)$ và $f(t)$:

$$s(t) = g(t) \cdot f(t)$$

Theo công thức (11.34) ta xác định được phổ của tín hiệu $s(t)$:

$$\dot{S}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) e^{-j\omega t} dt = \int_{-\infty}^{\infty} g(t) f(t) e^{-j\omega t} dt \quad (11.49)$$

Gọi $\dot{G}(\omega)$ là phổ của tín hiệu $g(t)$; $\dot{F}(\omega)$ là phổ của tín hiệu $f(t)$.

Theo công thức biến đổi ngược Fourier, ta có:

$$g(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{G}_1(\omega) e^{j\omega t} d\omega,$$

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{F}_2(\omega) e^{j\omega t} d\omega$$

Nếu trong tích phân (11.49), thực hiện thay hoặc $g(t)$, hoặc $f(t)$ từ các tích phân trên, ví dụ thay $g(t)$ ta sẽ nhận được:

$$\begin{aligned}\dot{S}(\omega) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt \int_{-\infty}^{\infty} \dot{G}(x) e^{jxt} dt \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{G}(x) \left[\int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j(\omega-x)t} dt \right] dx\end{aligned}$$

Biểu thức trong dấu ngoặc vuông của tích phân chính là mật độ phổ của hàm $f(t)$ ứng với tần số $\omega - x$, nghĩa là :

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j(\omega-x)t} dt = \dot{F}(\omega - x)$$

Do đó:

$$\dot{S}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{G}(x) \dot{F}(\omega - x) dx \quad (11.50)$$

Vậy phổ của tích hai tín hiệu bằng tích chập phổ của chúng nhân với thừa số $1/2\pi$.

Từ các biểu thức (11.49), (11.50) dễ dàng nhận thấy rằng, trong trường hợp riêng, khi $\omega = 0$:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t)g(t)dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{G}(x) \dot{F}(-x)dx$$

hay thay biến $x = \omega$, ta nhận được:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t)g(t)dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{G}(\omega) \dot{F}(-\omega)d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{G}(\omega) \dot{F}^*(\omega)d\omega \quad (11.51)$$

trong đó $\dot{F}^*(\omega) = \dot{F}(-\omega)$ là hàm phổ liên hợp phức của hàm phổ $\dot{F}(\omega)$.

Tương tự, có thể chứng minh được rằng, hàm phổ của tín hiệu $s(t)$ là tích chập của hai tín hiệu $f(t)$ và $g(t)$:

$$s(t) = f(t) \cdot g(t) = \int_{-\infty}^{\infty} g(\tau) f(t - \tau) d\tau$$

bằng tích của các hàm phổ tương ứng, nghĩa là:

$$\int_{-\infty}^{\infty} g(\tau) f(t - \tau) d\tau = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{F}(\omega) \dot{G}(\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (11.52)$$

Biểu thức (11.52) được sử dụng rộng rãi khi giải bài toán truyền tín hiệu qua mạch tuyến tính. Trong trường hợp này các hàm $f(t)$ và $g(t)$ là tín hiệu đầu vào và đặc tính xung của mạch, còn các hàm $\dot{F}(\omega)$ và $\dot{G}(\omega)$ là mật độ phổ (hàm phổ) của tín hiệu và hàm truyền đạt phức của mạch.

11.6.7. Mối liên hệ giữa hàm thời gian t và hàm tần số ω của tín hiệu

Cho hàm tín hiệu $s(t)$, khi đó phổ của nó được xác định theo công thức (11.34):

$$\dot{G}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) e^{-j\omega t} dt$$

Áp dụng công thức Ô -le

$$e^{-j\omega t} = \cos \omega t - j \sin \omega t,$$

biểu thức trên có thể viết dưới dạng:

$$\dot{G}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) \cos \omega t dt - j \int_{-\infty}^{\infty} s(t) \sin \omega t dt$$

Nếu $s(t)$ là một hàm chẵn theo biến số thời gian t , thì tích phân thứ hai bên vế phải sẽ bằng không, vì tích $s(t) \cdot \sin \omega t$ sẽ là hàm lẻ theo biến số thời gian t và giới hạn lấy tích phân là đối xứng.

Bởi vậy, nếu $s(t)$ là một hàm chẵn thì hàm phổ của nó:

$$\dot{G}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) \cos \omega t dt$$

Đây là một hàm thực và cũng là hàm chẵn theo biến tần số ω .

Nếu tín hiệu $s(t)$ là một hàm lẻ thì tích phân thứ nhất bên vế phải sẽ bằng không, và hàm phổ của nó:

$$\dot{G}(\omega) = -j \int_{-\infty}^{\infty} s(t) \sin \omega t dt$$

Đây là hàm ảo và cũng là hàm lẻ theo biến tần số ω .

Nếu $s(t)$ là một hàm không chẵn và cũng không lẻ, ta có thể phân tích hàm $s(t)$ thành tổng của hai hàm $s_1(t)$ và $s_2(t)$, trong đó $s_1(t)$ là một hàm chẵn, còn $s_2(t)$ là một hàm lẻ. Trong trường hợp này hàm phổ $\dot{G}(\omega)$ của tín hiệu $s(t)$ sẽ là một hàm biến số phức, và phần thực của nó sẽ là một hàm chẵn theo biến tần số ω , còn phần ảo của nó sẽ là một hàm lẻ theo biến tần số ω .

Từ kết quả của việc phân tích trên, dễ dàng suy ra rằng: Khi tín hiệu $s(t)$ là một hàm chẵn, thì trong tích phân ngược Fourier (công thức 11.33), ta có thể chọn dấu tùy ý trước biến thời gian t , nghĩa là:

$$s(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} G(\omega) e^{j\omega t} d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} G(\omega) e^{-j\omega t} d\omega$$

Nếu trong tích phân trên ta thực hiện thay biến lấy tích phân bằng t , và tham số t bằng ω , thì bên vế trái của biểu thức biến thời gian t cũng sẽ được thay bằng biến ω .

$$s(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} G(t)e^{-j\omega t} dt \quad (11.53)$$

Tích phân (11.53) có thể xem như mật độ phổ của hàm mới $G(t)$ nhận được khi thay ω bằng t trong hàm phổ của tín hiệu $s(t)$.

Nếu biểu thị mật độ phổ của hàm mới là $Y(\omega)$, khi đó ta có:

$$Y(\omega) = 2\pi s(\omega) \quad (11.54)$$

Vậy biến ω và biến t trong tích phân Fourier liên quan tương hỗ với nhau: nếu tín hiệu chuẩn $s(t)$ có phổ là $G(\omega)$, thì tín hiệu $G(t)$ sẽ có phổ là $2\pi.s(\omega)$.

11.7. NĂNG LƯỢNG CỦA TÍN HIỆU PHI CHU KỲ

Trong biểu thức (11.51), nếu $f(t) = g(t) = s(t)$ thì tích phân bên vế trái sẽ được đưa về dạng:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t).g(t)dt = \int_{-\infty}^{\infty} s^2(t)dt \quad (11.55)$$

Còn tích phân bên vế phải sẽ có dạng:

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{G}(\omega) \dot{F}^*(\omega) d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left| \dot{S}(\omega) \right|^2 d\omega \quad (11.56)$$

Tích phân bên vế phải của biểu thức (11.55) chính là năng lượng toàn phần của tín hiệu $s(t)$ (toả ra trên điện trở $R = 1 \Omega$). Do đó từ (11.55) và (11.56) suy ra:

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} s^2(t)dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left| \dot{S}(\omega) \right|^2 d\omega \quad (11.57)$$

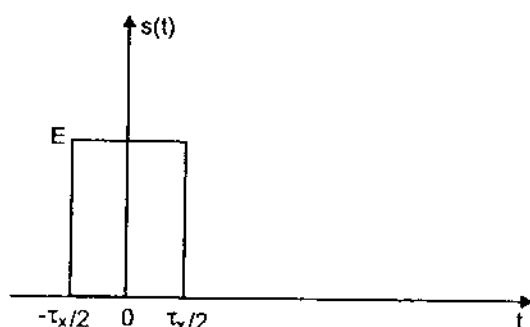
Như vậy năng lượng của tín hiệu có thể được tính theo hàm thời gian $s(t)$, hoặc hàm phổ $\dot{S}(\omega)$.

Đẳng thức (11.57) được gọi là đẳng thức Paxêvan. Năng lượng của tín hiệu phi chu kỳ (tồn tại trong khoảng thời gian từ t_1 đến t_2) là hữu hạn. Trong khi đó năng lượng của tín hiệu tuần hoàn lớn vô cùng (xem biểu thức 11.19). Về ý nghĩa vật lý điều này được giải thích: do tín hiệu tuần hoàn tồn tại trong khoảng thời gian từ $-\infty$ đến $+\infty$, nên nó phải có năng lượng vô cùng lớn.

Cũng từ biểu thức (11.57) dễ dàng suy ra rằng, đại lượng $\left| \dot{S}(\omega) \right|^2$ là năng lượng của tín hiệu phân bố trong một dải tần số khá hẹp và nó có thể được xem như mật độ phổ năng lượng của tín hiệu.

11.8. HÀM PHỔ CỦA MỘT SỐ TÍN HIỆU PHI CHU KỲ THƯỜNG GẶP

11.8.1. Tín hiệu xung vuông đơn



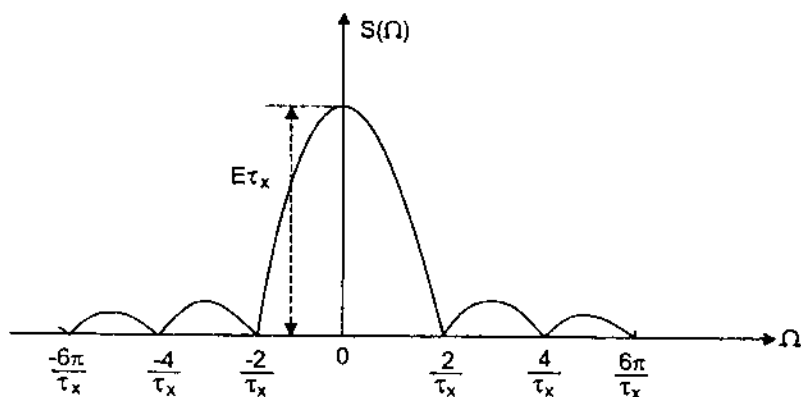
$$s(t) = \begin{cases} 0 & \text{khi } t < -\tau_x/2 \\ E & \text{khi } -\tau_x/2 \leq t \leq \tau_x/2 \\ 0 & \text{khi } t > \tau_x/2 \end{cases}$$

Hình 11.12. Tín hiệu xung vuông đơn

Theo công thức (11.33) ta tìm được:

$$\begin{aligned} \dot{S}(\omega) &= \int_{-\tau_x/2}^{\tau_x/2} E e^{-j\omega t} dt = \frac{E}{-j\omega} e^{-j\omega t} \Big|_{-\tau_x/2}^{\tau_x/2} = \frac{E}{-j\omega} (e^{-j\omega\tau_x/2} - e^{j\omega\tau_x/2}) \\ &= \frac{2E}{\omega} \sin \omega \frac{\tau_x}{2} = E\tau_x \frac{\sin \omega \frac{\tau_x}{2}}{\omega \frac{\tau_x}{2}} \end{aligned} \quad (11.58)$$

Đồ thị của biên độ phổ của tín hiệu xung vuông đơn xem ở hình 11.13.



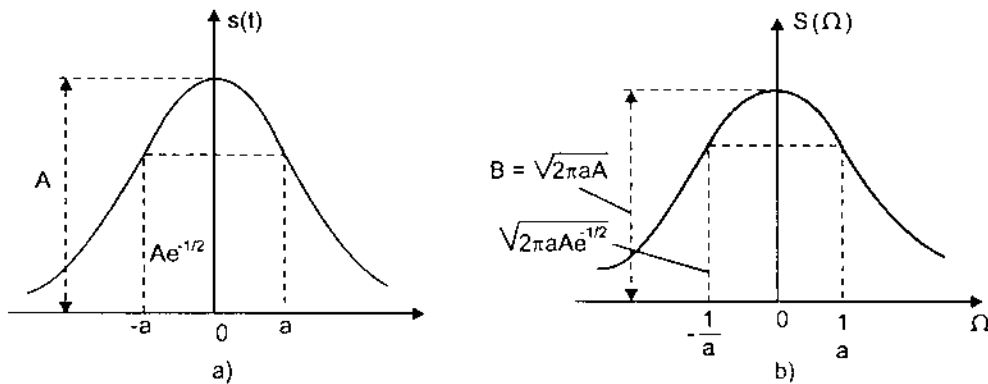
Hình 11.13. Biên độ phổ của tín hiệu xung vuông đơn

Tích của biên độ xung E và độ rộng xung τ_x ($E\tau_x$) chính là diện tích của xung đơn, nó xác định giá trị của mật độ phổ của tín hiệu xung đơn tại tần số $\omega = 0$, nghĩa là $S(0) = E\tau_x$. Khi độ rộng của xung càng lớn, khoảng cách giữa các không điểm của đồ thị phổ biên độ càng thu hẹp lại. Ngược lại, khi độ rộng xung τ_x càng hẹp, khoảng cách giữa các không điểm của đồ thị phổ biên độ càng giãn ra. Khi độ rộng xung $\tau_x \rightarrow 0$ (biên độ xung E không đổi), các không điểm đầu tiên ứng với giá trị $\omega_1 = \pm 2\pi/\tau_x$ được giãn ra tới

vô cùng, còn hàm mật độ phổ $\dot{S}(\omega)$ sẽ có giá trị vô cùng nhỏ trong dải tần số từ $-\infty$ đến $+\infty$.

11.8.2. Tín hiệu dạng xung chuông (xung Gauss)

Xung chuông về mặt hình dạng trùng với đồ thị của quy luật phân bố xác suất Gauss, nên nó được gọi là xung Gauss (hình 11.14a). Hằng số a có giá trị bằng một nửa độ rộng của xung được xác định $e^{-1/2} = 0,606$ biên độ của xung, và do đó độ rộng của xung Gauss $\tau_x = 2a$.



Hình 11.14. Tín hiệu dạng xung chuông

Theo công thức (11.33) ta có:

$$\dot{S}(\omega) = A \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{t^2}{2a^2}} e^{-j\omega t} dt = A \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\left(\frac{t^2}{2a^2} + j\omega t\right)} dt \quad (11.59)$$

Để tính tích phân trên, ta thực hiện biến đổi như sau:

$$-\left(\frac{t^2}{2a^2} + j\omega t\right) = -\left[\left(\frac{t^2}{2a^2} + j\omega t + d^2\right) - d^2\right] = -\left[\left(\frac{t}{\sqrt{2}a} + d\right)^2 - d^2\right] = -\left(\frac{t}{\sqrt{2}a} + d\right)^2 + d^2$$

trong đó d được xác định từ biểu thức:

$$j\omega t = 2 \frac{t}{\sqrt{2}a} d \quad \text{hay} \quad d = \frac{j\omega a}{\sqrt{2}}$$

Do đó (11.59) được biến đổi về dạng:

$$\dot{S}(\omega) = Ae^{d^2} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\left(\frac{t}{\sqrt{2}a} + d\right)^2} dt$$

Nếu đặt $x = \frac{t}{\sqrt{2}a} + d$, sau biến đổi ta sẽ có:

$$\dot{S}(\omega) = Ae^{a^2} \sqrt{2a} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx$$

Vì: $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx = \sqrt{\pi}$, nên ta nhận được:

$$\dot{S}(\omega) = \sqrt{2\pi} A.a e^{-\frac{\omega^2}{2a^2}} = B e^{-\frac{\omega^2}{2b^2}} \quad (11.60)$$

trong đó: $b = \frac{1}{a}$, $B = \sqrt{2\pi} . Aa$.

Đồ thị của hàm (11.60) như trên hình 11.14b.

Kết quả nhận được có ý nghĩa quan trọng trong lý thuyết tín hiệu, nghĩa là tín hiệu dạng xung Gauss và hàm mật phổ của nó cùng được biểu diễn bởi một hàm số và có tính đối xứng. Để nhận được hàm phổ từ hàm $s(t)$ (hoặc ngược lại) chỉ cần thay biến t bằng biến ω (hoặc ngược lại). Trong trường hợp này dải phổ được xác định ở mức $e^{-1/2}$ so với giá trị cực đại sẽ bằng $2b = 2 \cdot \frac{1}{a} = 2 \cdot \frac{2}{\tau_x} = \frac{4}{\tau_x}$, còn hệ số $B = \sqrt{2\pi} . aA$.

Tương tự, hàm phổ có dạng xung Gauss:

$$\dot{S}(\omega) = B.e^{-\frac{\omega^2}{2b^2}}$$

sẽ ứng với tín hiệu "Gauss":

$$s(t) = A . e^{-\frac{t^2}{2 \cdot \frac{1}{b^2}}} = \frac{B.b}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{b^2 t^2}{2}},$$

với độ rộng $\tau_x = 2 \cdot \frac{1}{b}$ và biên độ $A = \frac{B.b}{\sqrt{2\pi}}$.

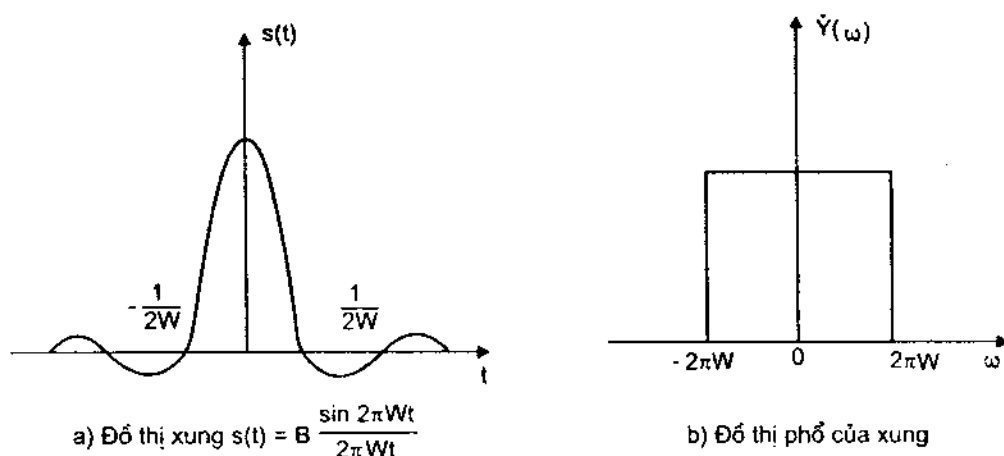
Rõ ràng rằng độ rộng xung τ_x càng hẹp, dải phổ $2b$ càng rộng.

11.8.3. Phổ của tín hiệu xung dạng $B\sin C(x)$

$$\text{Cho tín hiệu xung } s(t) = B \frac{\sin 2\pi Wt}{2\pi Wt} \quad (11.61)$$

trong đó $2\pi W$ có thứ nguyên là tần số góc, còn độ rộng xung bằng $1/W$ (được tính bằng độ rộng của búp chính).

Để tìm phổ của xung đã cho (hình 11.15a) có thể sử dụng công thức tổng quát (11.33). Song để đơn giản tính toán, ta sử dụng quan hệ tương hỗ giữa biến thời gian t và biến tần số ω của phép biến đổi Fourier và kết quả đã nhận được trong phần đầu của mục này.



Hình 11.15

Nếu trên hình 11.12 ta thay biến thời gian t bằng biến tần số ω và $\tau_x/2$ bằng ω_m , sau đó nhân với hệ số tỉ lệ 2π ta sẽ nhận được đồ thị hàm mật độ phổ:

$$2\pi s(\omega) = 2\pi A, \quad -\omega_m < \omega < \omega_m$$

của hàm thời gian:

$$G(t) = 2A \cdot \omega_m \frac{\sin \omega_m t}{\omega_m t}$$

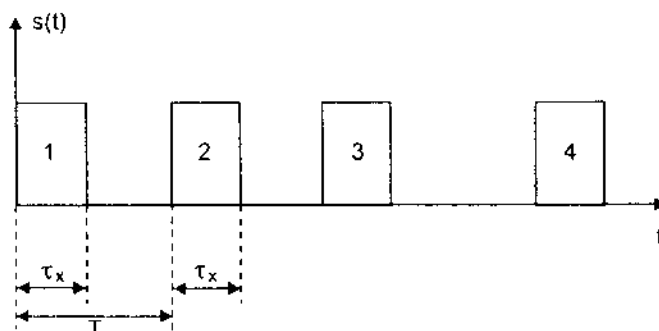
Biểu thức trên nhận được từ biểu thức (11.58) khi thay $\omega = t$ và $\tau_x = 2\omega_m$.

Nếu thay các hằng số $2A\omega = B$, và $\omega_m = 2\pi W$, ta tìm được hàm phổ của tín hiệu xung (11.61):

$$\dot{Y}(\omega) = 2\pi A = 2\pi \frac{B}{2\omega_m} = \frac{\pi B}{\omega_m} = B \cdot \frac{\omega_m}{2W} \quad \text{khi } -2\pi W < \omega < 2\pi W.$$

Đồ thị của hàm phổ $\dot{Y}(\omega)$ là hình 11.15b.

11.8.4. Phổ của chùm n xung vuông có biên độ A , độ rộng τ_x như nhau và cách đều nhau một đoạn T .



Hình 11.16

Nếu gọi mật độ phổ của xung thứ nhất là $\dot{G}_1(\omega)$ thì mật độ phổ của xung thứ hai là $\dot{G}_2(\omega) = e^{-j\omega T} \dot{G}_1(\omega)$, của xung thứ ba là $\dot{G}_3(\omega) = e^{-2j\omega T} \dot{G}_1(\omega)$... và xung thứ n là $\dot{G}_n(\omega) = e^{-j(n-1)\omega T} \dot{G}_1(\omega)$. Theo tính chất cộng phổ, ta tìm được mật độ phổ của chùm n xung:

$$\begin{aligned}\dot{G}(\omega) &= \dot{G}_1(\omega) + \dot{G}_2(\omega) + \dots + \dot{G}_n(\omega) \\ &= \dot{G}_1(\omega) + e^{-j\omega T} \dot{G}_1(\omega) + \dots + e^{-j(n-1)\omega T} \dot{G}_1(\omega) \\ &= \dot{G}_1(\omega) [1 + e^{-j\omega T} + e^{-2j\omega T} + \dots + e^{-j(n-1)\omega T}]\end{aligned}$$

Tại các tần số $\omega = \frac{2k\pi}{T}$ (k là các số nguyên) mỗi thành phần trong dấu ngoặc vuông đều bằng 1, do đó:

$$\dot{G}(\omega) = \dot{G}\left(\frac{2k\pi}{T}\right) = n \dot{G}_1\left(\frac{2k\pi}{T}\right) \quad (11.61)$$

Vậy tại các tần số $\omega = \frac{2k\pi}{T}$, môđun mật độ phổ của chùm n xung vuông lớn gấp n lần môđun của mật độ phổ của xung vuông đơn. Về ý nghĩa vật lý, điều này có thể giải thích như sau: Tại các tần số $\omega = \frac{2k\pi}{T}$, các thành phần phổ của mỗi xung trong chùm n xung đồng pha với nhau (sai khác nhau góc $2k\pi$).

Ở các tần số $\omega = \frac{2k\pi}{nT}$ và các tần số mà tại đó tổng các vectơ e^{jkT} bằng không thì mật độ phổ của chùm n xung vuông bằng không. Còn tại các tần số khác, môđun của mật độ phổ $|G(\omega)|$ được xác định bằng tổng hình học (tổng vectơ) của mật độ phổ của các xung thành phần.

Kết quả trên cũng có thể nhận được theo phương pháp khác, nếu thay tổng các số hạng trong dấu ngoặc vuông của biểu thức phổ bằng tổng của cấp số nhân công bội $q = e^{-j\omega T}$.

Áp dụng công thức tính tổng của cấp số nhân công bội q :

$$S_n = \frac{U_1(q^n - 1)}{q - 1}$$

ta sẽ tìm được hàm phổ $\dot{G}(\omega)$ của chùm n xung vuông:

$$\begin{aligned}\dot{G}(\omega) &= \dot{G}_1(\omega) \cdot \frac{e^{-jn\omega T} - 1}{e^{-j\omega T} - 1} = \dot{G}_1(\omega) \cdot \frac{e^{-jn\omega \frac{T}{2}} \left(e^{jn\omega \frac{T}{2}} - e^{-jn\omega \frac{T}{2}} \right)}{e^{-j\omega \frac{T}{2}} \left(e^{j\omega \frac{T}{2}} - e^{-j\omega \frac{T}{2}} \right)} \\ &= \dot{G}_1(\omega) e^{-j(n-1)\omega \frac{T}{2}} \cdot \frac{\sin n\omega \frac{T}{2}}{\sin \omega \frac{T}{2}}\end{aligned}$$

Tại các tần số $\omega = \frac{2k\pi}{T}$ biểu thức $\frac{\sin n\omega \frac{T}{2}}{\sin \frac{\omega T}{2}}$ có dạng $\frac{0}{0}$. Áp dụng quy tắc Lôpitan

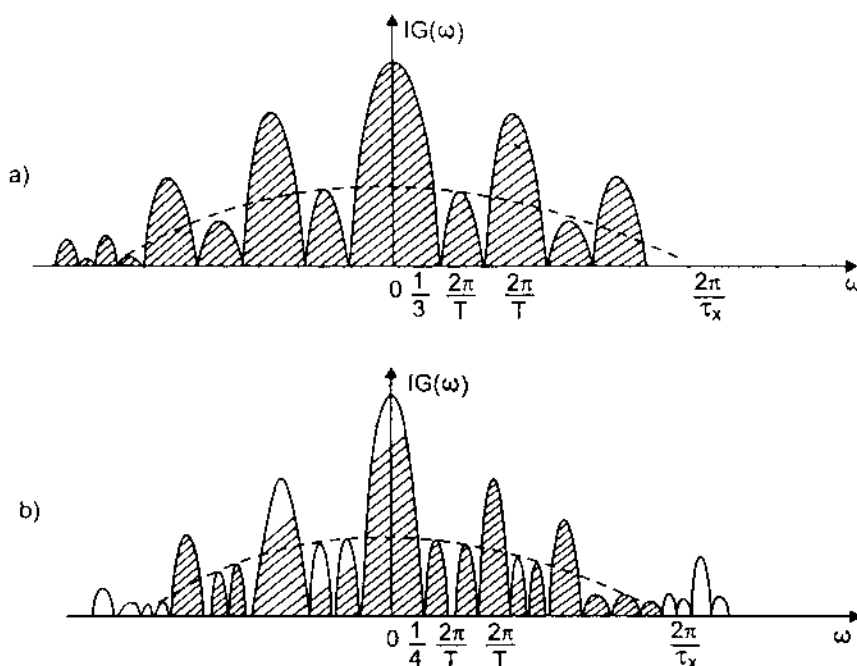
ta tìm được:

$$\lim_{\omega \rightarrow \frac{2k\pi}{T}} \left| \frac{\sin n\omega \frac{T}{2}}{\sin \frac{\omega T}{2}} \right| = \lim_{\omega \rightarrow \frac{2k\pi}{T}} \left| \frac{n \frac{T}{2} \cos \frac{\omega T}{2}}{\frac{T}{2} \cos \omega \frac{T}{2}} \right| = n$$

Vậy tại các tần số $\omega = \frac{2k\pi}{T}$, mật độ phổ $\dot{G}(\omega) = n \dot{G}_1(\omega) e^{j(n-1)\omega \frac{T}{2}}$ và môđun

$$|\dot{G}(\omega)| = n |\dot{G}_1(\omega)|.$$

Trên hình 11.17a vẽ môđun của mật độ phổ của chùm ba xung vuông, còn trên hình 11.17b vẽ môđun của mật độ phổ của chùm bốn xung vuông với khoảng cách giữa các xung $T = 3\tau_x$.



Hình 11.17

Đường nét đứt trên hình 11.17 biểu thị mật độ phổ của xung vuông đơn. Khi số xung n tăng lên, môđun của mật độ phổ bị tách nhỏ ra, và khi số xung $n \rightarrow \infty$, mật độ phổ sẽ gồm những vạch tuyến tính, đó chính là phổ của dãy xung vuông tuần hoàn.

11.8.5. Phổ của hàm xung đơn vị $\delta(t)$

Tín hiệu xung đơn vị là các tín hiệu xung có thời gian tồn tại (độ rộng) nhỏ vô cùng, độ cao (biên độ) lớn vô cùng và diện tích của xung với trục thời gian bằng một. Có

thể xem tín hiệu xung đơn vị $\delta(t)$ là giới hạn của xung vuông (hình 11.12) khi biên độ của xung $E = 1/\tau_x$ và độ rộng $\tau_x \rightarrow 0$.

$$\delta(t) = \begin{cases} \infty & \text{khi } t = 0 \\ 0 & \text{khi } t \neq 0 \end{cases}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1$$

Nếu tín hiệu xung đơn vị được dịch chuyển theo trục thời gian của đoạn t_0 để thành tín hiệu $\delta(t - t_0)$, khi đó ta sẽ có:

$$\delta(t - t_0) = \begin{cases} \infty & \text{khi } t = t_0 \\ 0 & \text{khi } t \neq t_0 \end{cases} \quad (11.63)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t - t_0) dt = 1 \quad (11.64)$$

Từ các biểu thức (11.63), (11.64) dễ dàng suy ra:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t - t_0) f(t) dt = f(t_0) \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t - t_0) dt = f(t_0) \quad (11.65)$$

Thật vậy, theo định nghĩa hàm $\delta(t - t_0)$ sẽ bằng không trên tất cả trục thời gian t , trừ điểm $t = t_0$, ở đây nó có giá trị vô cùng lớn, do đó miền lấy tích phân trên đó có thể thu hẹp vô cùng nhỏ chỉ cần nó có bao điểm t_0 . Trong khoảng thời gian hẹp vô cùng, hàm $f(t)$ có giá trị hằng số và bằng $f(t_0)$ và do đó có thể đưa ra ngoài dấu tích phân.

Vậy tích phân của tích hàm $f(t)$ bất kỳ với hàm $\delta(t - t_0)$ trong khoảng từ $-\infty$ đến $+\infty$ bằng giá trị của hàm $f(t)$ tại thời điểm $t = t_0$, tính chất này trong toán học được gọi là tính chất lọc của hàm delta (hàm xung đơn vị).

Để tìm mật độ phổ của hàm $\delta(t)$, có thể sử dụng công thức phổ của xung vuông đơn (11.12) khi thay $A = 1/\tau_x$ và $\tau_x \rightarrow 0$, khi đó ta có:

$$\dot{G}_\delta(\omega) = \lim_{\tau_x \rightarrow 0} \frac{1}{\tau_x} \cdot \tau_x \frac{\sin \frac{\omega \tau_x}{2}}{\frac{\omega \tau_x}{2}} = 1$$

Vậy mật độ phổ $\dot{G}_\delta(\omega)$ của hàm xung đơn vị $\delta(t)$ là một số thực và bằng 1 trên toàn bộ dải tần số. Trong lý thuyết phổ của tín hiệu, phổ của hàm $\delta(t)$ gọi là phổ trắng.

Cũng có thể xác định mật độ phổ của hàm $\delta(t)$ theo công thức tổng quát (11.33):

$$\dot{G}_\delta(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t - t_0) e^{-j\omega t} dt$$

Theo tính chất lọc của hàm delta (công thức 11.65) ta có:

$$\dot{G}_s(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t - t_0) e^{-j\omega t} dt = e^{-j\omega t_0} \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t - t_0) dt = e^{-j\omega t_0} \quad (11.66)$$

Trong trường hợp $t_0 = 0$, $\dot{G}_s(\omega) = 1$.

Hàm $\delta(t - t_0)$ có thể viết dưới dạng biến đổi ngược Fourier của hàm phổ $\dot{G}_s(\omega)$:

$$\delta(t - t_0) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{G}_s(\omega) e^{j\omega t} d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{j\omega(t-t_0)} d\omega \quad (11.67)$$

Năng lượng của tín hiệu xung đơn vị $\delta(t)$ lớn vô cùng. Điều này được giải thích bằng đẳng thức Parseval (11.57) khi hàm phổ $\dot{G}_s(\omega) = 1$, năng lượng của tín hiệu sẽ lớn vô cùng, hoặc năng lượng của tín hiệu $\delta(t)$ tỷ lệ với $1/\tau_x$, khi $\tau_x \rightarrow 0$, năng lượng của nó sẽ vô cùng lớn.

Sử dụng quan hệ tương hỗ giữa biến thời gian t và biến tần số ω của phép biến đổi Fourier, có thể xét đặc tính của hàm $\delta(\omega)$:

$$\delta(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{j\omega t} dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j\omega t} dt \quad (11.68a)$$

Để dàng thấy rằng, việc thay đổi dấu trên số mũ của biểu thức trong dấu tích phân không làm thay đổi giá trị của nó.

Tương tự ta có:

$$\delta(\omega - \omega_0) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{j(\omega - \omega_0)t} dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j(\omega - \omega_0)t} dt \quad (11.68b)$$

11.9. PHỔ CỦA MỘT SỐ HÀM KHÔNG TỒN TẠI TÍCH PHÂN FOURIER

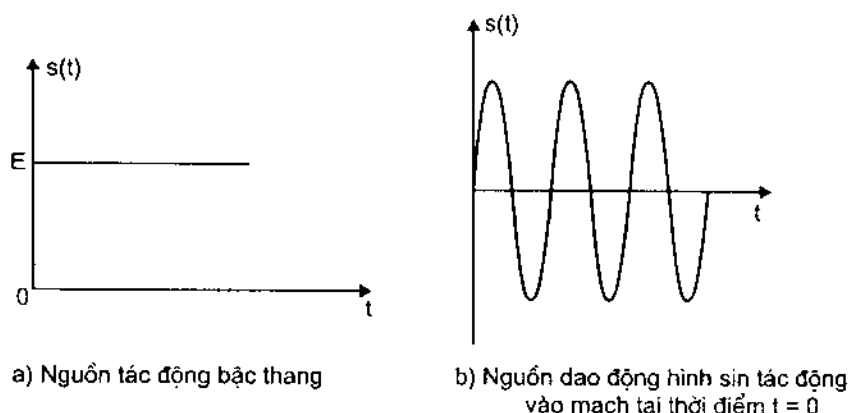
Ta đã biết, hàm $f(t)$ có biến đổi Fourier, nếu nó thỏa mãn điều kiện:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |f(t)| dt < \infty \quad (11.69)$$

Điều này có nghĩa là tích phân trên phải hội tụ tuyệt đối.

Trong thực tế tồn tại một số hàm tín hiệu không thỏa mãn điều kiện (11.69), nhưng tồn tại phổ Fourier. Thí dụ các nguồn tác động bậc thang, hoặc tại thời điểm $t = 0$ đóng mạch nối nguồn tác động hình sin (xem hình 11.18).

Để sử dụng công thức tổng quát (11.33) tìm phổ của các hàm không thỏa mãn điều kiện (11.69), người ta thường đưa vào lớp hàm phụ thỏa mãn điều kiện hội tụ tuyệt đối của tích phân mà trong toán học quen gọi là phương pháp "thừa số hội tụ".

**Hình 11.18**

Ví dụ, để tìm phổ của tác động bậc thang:

$$e(t) = \begin{cases} 0 & \text{khi } t < 0 \\ E & \text{khi } t > 0 \end{cases}$$

ta xét phổ của hàm:

$$e(t) = \begin{cases} 0 & \text{khi } t < 0 \\ Ee^{-Ct} & \text{khi } t > 0, \text{ với } C > 0 \end{cases}$$

Dễ dàng thấy rằng hàm $e(t)$ thỏa mãn điều kiện (11.69) và mật độ phổ của nó:

$$G(\omega) = E \int_0^{\infty} e^{-Ct} e^{-j\omega t} dt = \frac{E}{C + j\omega} e^{-(C+j\omega)t} \Big|_0^{\infty} = \frac{E}{C + j\omega} \quad (11.70)$$

hay:

$$\dot{G}(\omega) = \frac{E}{\sqrt{C^2 + \omega^2}} e^{-j \arctg \frac{\omega}{C}}, \quad -\infty < \omega < \infty \quad (11.70')$$

Với môđun:

$$G(\omega) = \frac{E}{\sqrt{C^2 + \omega^2}}$$

và argument:

$$\theta(\omega) = \arctg \frac{\omega}{C}$$

Đồ thị môđun và argument của hàm phổ $\dot{G}(\omega)$ vẽ trên hình 11.19 (đường nét đứt).

Trong biểu thức (11.70), nếu cho $C \rightarrow 0$ ta sẽ nhận được mật độ phổ của hàm bậc thang:

$$\dot{G}_E(\omega) = \lim_{C \rightarrow 0} \frac{E}{C + j\omega} = \frac{E}{j\omega}$$

hay:

$$\dot{G}_E(\omega) = \begin{cases} \frac{E}{\omega} e^{-j\pi/2}; & \theta(\omega) = \pi/2 \text{ khi } \omega > 0 \\ \frac{E}{|\omega|} e^{j\pi/2}; & \theta(\omega) = -\pi/2 \text{ khi } \omega < 0 \end{cases} \quad (11.71)$$

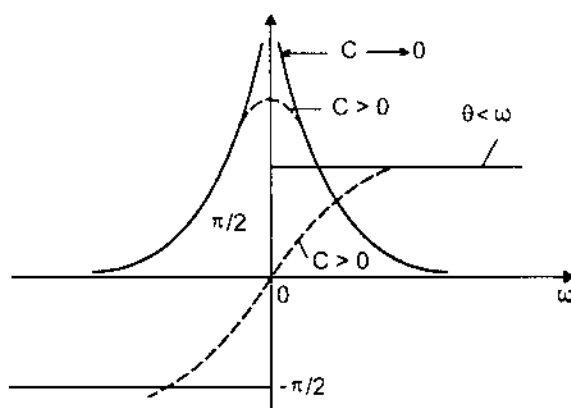
Dễ dàng thấy rằng:

$$\lim_{C \rightarrow 0} e(t) = \lim_{C \rightarrow 0} E e^{-ct} = E = e(t)$$

Đồ thị của môđun $G_E(\omega)$ và argument $\theta(\omega)$ của mật độ phổ $\dot{G}_E(\omega)$ tính theo công thức (11.71) vẽ trên hình 11.19 (đường nét liền).

Cần chú ý rằng khi sử dụng phương pháp thừa số hội tụ để tính phổ Fourier của các hàm không thỏa mãn điều kiện hội tụ tuyệt đối của tích phân, việc chuyển qua giới hạn chỉ được thực hiện đối với kết quả cuối cùng của tích phân.

Sử dụng đặc tính của hàm delta cho phép mở rộng khái niệm mật độ phổ của các dao động điều hòa, hay các dao động tuần hoàn bất kỳ. Thí dụ xác định mật độ phổ của dao động điều hòa $s(t) = A_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$. Hàm điều hòa $s(t)$ không thỏa mãn điều kiện hội tụ tuyệt đối của tích phân.



Hình 11.19

Theo công thức tổng quát (11.33), viết biểu thức của mật độ phổ của dao động điều hòa:

$$\dot{G}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) e^{-j\omega t} dt = A_0 \int_{-\infty}^{\infty} \cos(\omega_0 t + \varphi) e^{-j\omega t} dt$$

Sử dụng công thức Euler, tích phân trên có thể viết dưới dạng:

$$\dot{G}(\omega) = \frac{A_0}{2} e^{j\varphi_0} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j(\omega - \omega_0)t} dt + \frac{A_0}{2} e^{-j\varphi_0} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j(\omega + \omega_0)t} dt$$

theo công thức (11.68b) ta có:

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-j(\omega - \omega_0)t} dt = 2\pi\delta(\omega - \omega_0)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-j(\omega + \omega_0)t} dt = 2\pi\delta(\omega + \omega_0)$$

do đó:

$$\begin{aligned}\dot{G}(\omega) &= \frac{A_0}{2} \left[2\pi e^{j\varphi_0} \delta(\omega - \omega_0) + 2\pi e^{-j\varphi_0} \delta(\omega + \omega_0) \right] \\ &= A_0 \pi \left[e^{j\varphi_0} \delta(\omega - \omega_0) + e^{-j\varphi_0} \delta(\omega + \omega_0) \right]\end{aligned}\quad (11.72)$$

Hàm mật độ phổ $\dot{G}(\omega)$ (11.72) bằng 0 tại tất cả các tần số, trừ tần số $\omega = \omega_0$ và $\omega = -\omega_0$, tại đây nó có giá trị vô cùng lớn. Vậy dao động điều hòa tần số ω_0 biên độ hữu hạn có mật độ phổ bằng vô cùng tại các tần số ω_0 và $-\omega_0$, trong trường hợp riêng khi $\omega_0 = 0$, ta nhận được tín hiệu hằng số:

$$\dot{G}(\omega) = A_0 2\pi\delta(\omega) \quad (11.73)$$

Tương tự, có thể biểu diễn mật độ phổ của dao động tuần hoàn bất kỳ:

$$s(t) = A + \sum_{k=1}^{\infty} A_k \cos(k\omega_1 t + \varphi_k)$$

dưới dạng tổng của các hàm delta:

$$\begin{aligned}\dot{G}(\omega) &= 2\pi A_0 \delta(\omega) + A_1 \pi \left[e^{j\varphi_1} \delta(\omega - \omega_1) + e^{-j\varphi_1} \delta(\omega + \omega_1) \right] \\ &+ A_2 \pi \left[e^{j\varphi_2} \delta(\omega - 2\omega_1) + e^{-j\varphi_2} \delta(\omega + 2\omega_1) \right] + \\ &\dots \dots \dots \\ &+ A_n \pi \left[e^{j\varphi_n} \delta(\omega - n\omega_1) + e^{-j\varphi_n} \delta(\omega + n\omega_1) \right] + \\ &\dots \dots \dots\end{aligned}\quad (11.74)$$

11.10. PHÂN TÍCH TÍN HIỆU THÀNH CHUỖI KACHENNNHIKÔV

Xét tín hiệu không tuần hoàn:

$$s(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{G}(\omega) e^{-j\omega t} d\omega$$

trong đó $\dot{G}(\omega)$ là mật độ phổ của hàm $s(t)$. Giả sử hàm phổ $\dot{G}(\omega)$ là giới nội, nghĩa là nó sẽ bằng không khi $\omega > \omega_0$ và khi $\omega < -\omega_0$, khi đó tích phân trên sẽ biến thành:

$$s(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_0}^{\omega_0} \dot{G}(\omega) e^{-j\omega t} d\omega \quad (11.75)$$

Trong trường hợp này có thể coi hàm $\dot{G}(\omega)$ là hàm của đối số ω với chu kỳ bằng $2\omega_0$ và có thể phân tích thành chuỗi Fourier (11.23):

$$\dot{G}(\omega) = \frac{1}{2} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \dot{A}_k e^{jk \frac{2\pi}{2\omega_0} \omega} \quad (11.76)$$

Các biên độ phức $\dot{A}_k$ trong chuỗi (11.76) được xác định theo công thức tương ứng (11.24) nhưng biến thời gian t được thay bằng biến tần số ω :

$$\dot{A}_k = \frac{2}{2\omega_c} \int_{-\omega_c}^{\omega_c} \dot{G}(\omega) e^{-jk \frac{2\pi}{2\omega_c} \omega} d\omega$$

hay:

$$\dot{A}_k = \frac{1}{\omega_c} \int_{-\omega_c}^{\omega_c} \dot{G}(\omega) e^{-jk\Delta_t} d\omega \quad (11.77)$$

trong đó:

$$\Delta_t = \frac{\pi}{\omega_c} = \frac{1}{2f_c} \quad (11.78)$$

Nếu trong biểu thức (11.75), thực hiện thay đổi số $t = k\Delta_t$ và so sánh với biểu thức (11.77), ta sẽ nhận được:

$$2\pi s(-k\Delta_t) = \omega_c \dot{A}_k$$

hay:

$$\dot{A}_k = \frac{2\pi}{\omega_c} s(-k\Delta_t) = 2\Delta_t s(-k\Delta_t) \quad (11.79)$$

Thay giá trị của $\dot{A}_k$ từ biểu thức (11.79) vào biểu thức (11.76) ta có:

$$\begin{aligned} \dot{G}(\omega) &= \frac{1}{2} \sum_{k=-\infty}^{\infty} 2\Delta_t s(-k\Delta_t) e^{jk\Delta_t \omega} \\ &= \Delta_t \sum_{k=-\infty}^{\infty} s(k\Delta_t) e^{-jk\Delta_t \omega} \end{aligned} \quad (11.80)$$

Nếu trong biểu thức (11.75), thay hàm $\dot{G}(\omega)$ bằng biểu thức (11.80), ta nhận được:

$$\begin{aligned} s(t) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\omega_c}^{\omega_c} \Delta_t \sum_{k=-\infty}^{\infty} s(k\Delta_t) e^{-jk\Delta_t \omega} e^{j\omega t} d\omega \\ &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{\Delta_t}{2\pi} \int_{-\omega_c}^{\omega_c} s(k\Delta_t) e^{j\omega(t-k\Delta_t)} d\omega \\ &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} s(k\Delta_t) \frac{\Delta_t}{\pi} \frac{\sin \omega_c(t-k\Delta_t)}{t-k\Delta_t} \\ &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} s(k\Delta_t) \frac{\sin \omega_c(t-k\Delta_t)}{\omega_c(t-k\Delta_t)} \end{aligned} \quad (11.81)$$

Từ biểu thức (11.81) ta thấy, nếu tín hiệu $s(t)$ có phổ hữu hạn, thì có thể phân tích nó thành chuỗi (11.9) theo hệ hàm:

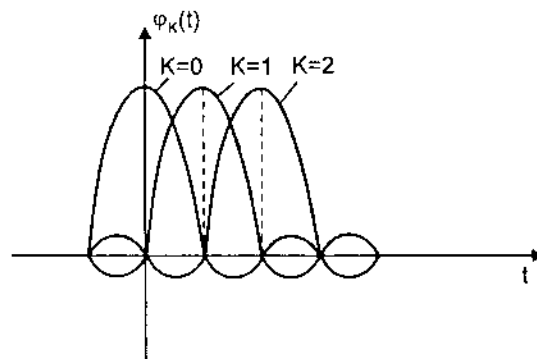
$$\varphi_k(t) = \frac{\sin \chi_k}{\chi_k} = \frac{\sin \omega_c(t - k\Delta_t)}{\omega_c(t - k\Delta_t)} \quad (11.82)$$

Chuỗi (11.81) được gọi là chuỗi Kachennhikov của tín hiệu $s(t)$.

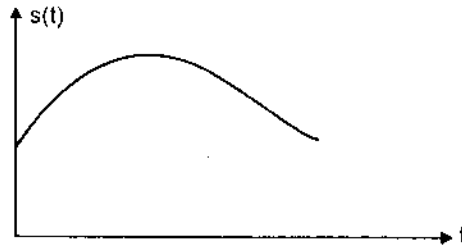
Trên hình 11.20 vẽ đồ thị thời gian của các hàm $\varphi_k(t)$ trong (11.82). Dễ dàng thấy rằng, hệ hàm (11.82) là hệ hàm trực giao chuẩn hóa. Tại các thời điểm $t = k \frac{2\pi}{\omega_c} = 2k\Delta_t = k \frac{1}{f_c}$ hàm $\varphi_k(t) = 0$, và tại các thời điểm $t = k \frac{1}{2f_c}$ hàm $\varphi_k(t) = 1$. Do đó tại các thời điểm $t_k = k \frac{1}{2f_c}$ chuỗi (11.81) chỉ tồn tại một thành phần có giá trị bằng giá trị tức thời của hàm $s(t)$ tại thời điểm đó.

Như vậy nếu tín hiệu $s(t)$ không chứa các thành phần tần số lớn hơn tần số $f_{\max}$, thì nó hoàn toàn được xác định bởi các giá trị tức thời rời rạc của nó tại các thời điểm cách nhau một khoảng Δ_t không lớn hơn $\frac{1}{2f_{\max}} \left(\Delta_t \leq \frac{1}{2f_{\max}} \right)$. Kết luận trên được gọi là định lý Kachennhikov, hay định lý về sự rời rạc hóa tín hiệu.

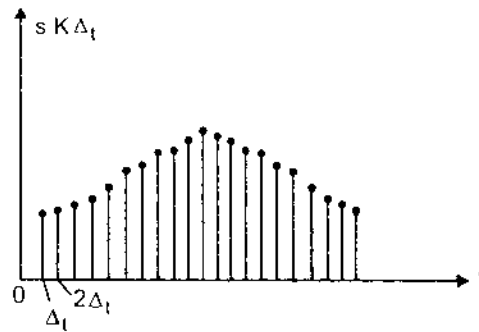
Định lý Kachennhikov do nhà bác học vĩ đại Kachennhikov người Nga - Viện sĩ viện hàn lâm khoa học Liên xô (trước đây) tìm ra có một ý nghĩa rất lớn trong kỹ thuật thông tin hiện đại. Nó mở ra khả năng phát triển thông tin số, cũng như khả năng truyền trên một đôi dây thông tin đồng thời nhiều kênh thông tin khác nhau. Vì theo định lý để truyền tín hiệu liên tục $s(t)$ (hình 11.21), ta không cần truyền tất cả các giá trị của nó tại mọi thời điểm, mà chỉ cần truyền đi các giá trị rời rạc của nó tại các thời điểm cách nhau một khoảng $\Delta_t \leq \frac{1}{2f_{\max}}$ (hình 11.22). Khi đó phía sau thu tin, từ các giá trị rời rạc nhận được, ta hoàn toàn có khả năng khôi phục được tín tức ban đầu cần chuyển đi.



Hình 11.20



Hình 11.21



Hình 11.22

11.11. PHÂN TÍCH TÍNH CHẤT TƯƠNG QUAN CỦA TÍN HIỆU

Đối với các tín hiệu xác định, ngoài đặc tính tần số (phổ Fourier), trong thực tế còn quan tâm đến đặc tính thời gian của nó. Hàm tương quan của tín hiệu đặc trưng cho tốc độ thay đổi theo thời gian của tín hiệu đó.

Hàm tương quan của tín hiệu xác định $s(t)$ độ rộng hữu hạn, ký hiệu là $\psi(\tau)$, được xác định bởi biểu thức:

$$\psi(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t)s(t-\tau)dt \quad (11.83)$$

trong đó τ là khoảng dịch chuyển của tín hiệu $s(t)$ theo trục thời gian.

Biểu thức (11.83) cho thấy hàm tương quan $\psi(\tau)$ đặc trưng cho mối tương quan (liên hệ) của tín hiệu $s(t)$ khi bị dịch chuyển đi một khoảng τ theo trục thời gian với chính tín hiệu $s(t)$ ban đầu.

Hàm tương quan $\psi(\tau)$ đạt giá trị cực đại khi $\tau = 0$, vì tín hiệu bất kỳ hoàn toàn tương quan với chính nó. Khi $\tau = 0$, ta có:

$$\psi(0) = \int_{-\infty}^{\infty} s^2(t)dt = W \quad (11.84)$$

Điều này nghĩa là giá trị cực đại của hàm tương quan bằng năng lượng của tín hiệu.

Khi khoảng dịch chuyển τ tăng lên, hàm tương quan $\psi(\tau)$ giảm và khi giá trị τ tăng lớn hơn độ rộng của tín hiệu, hàm tương quan $\psi(\tau) = 0$.

Trên hình 11.23 mô tả cách xây dựng hàm tương quan $\psi(t)$ của tín hiệu xung vuông với độ rộng $t_2 - t_1$; trên hình 11.23a vẽ đồ thị của xung vuông $s(t)$; trên hình 11.23b vẽ đồ thị của xung sau khi đã dịch chuyển đi một khoảng τ theo trục thời gian; trên hình 11.23c vẽ đồ thị tích của tín hiệu $s(t) \cdot s(t - \tau)$; còn trên hình 11.23d đồ thị của hàm tương quan $\psi(\tau)$.

Tương tự, trên hình 11.24 mô tả cách xây dựng hàm tương quan $\psi(\tau)$ của tín hiệu xung tam giác.

Việc chuyển dịch tín hiệu $s(t)$ một khoảng τ theo trục thời gian có thể thực hiện về phía bên phải, hoặc bên trái của tín hiệu đã cho. Do đó biểu thức (11.83) cũng có thể viết dưới dạng:

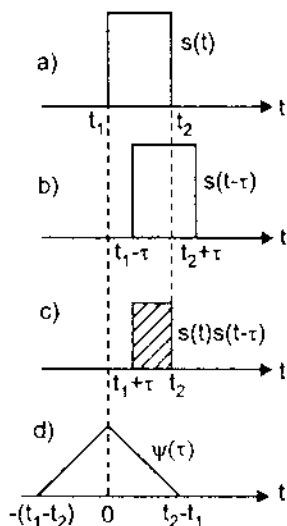
$$\psi(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t)s(t + \tau) dt \quad (11.85)$$

nghĩa là hàm tương quan $\psi(\tau)$ là một hàm chẵn của đối số τ .

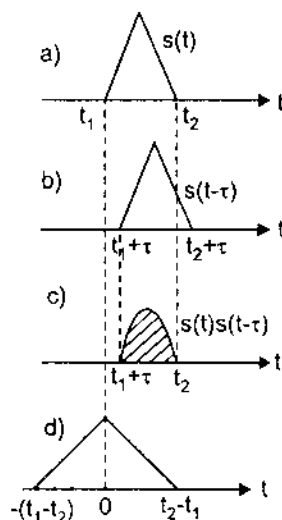
Trên hình 11.25a vẽ đồ thị thời gian của tín hiệu $s(t)$ là một chùm bốn xung vuông độ rộng τ_x , các xung cách đều nhau một đoạn T và trên hình 11.25b vẽ đồ thị hàm tương quan $\psi(\tau)$ của nó.

Vì năng lượng của tín hiệu tuần hoàn lớn vô cùng, nên đối với tín hiệu tuần hoàn không thể xác định hàm tương quan theo các biểu thức (11.83), hoặc (11.85). Trong trường hợp này hàm tương quan được xác định theo biểu thức:

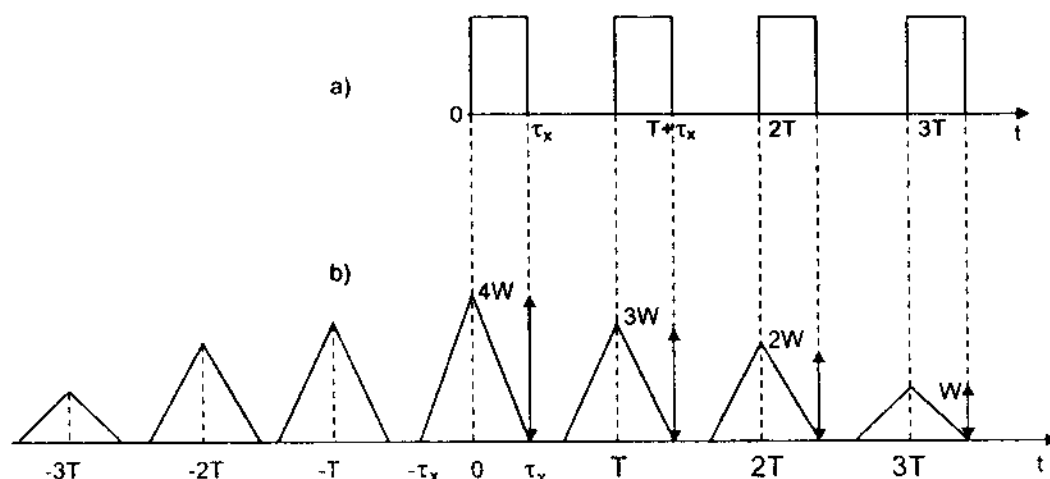
$$\begin{aligned} \psi_T(\tau) &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s(t)s(t - \tau) dt \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s(t)s(t + \tau) dt \end{aligned} \quad (11.86)$$



Hình 11.23



Hình 11.24



Hình 11.25

Hàm tương quan của tín hiệu tuần hoàn $\psi_T(\tau)$ có thứ nguyên là công suất, và $\psi_T(0)$ bằng công suất trung bình của tín hiệu tuần hoàn. Đối với tín hiệu tuần hoàn, giá trị trung bình của tích $s(t)s(t - \tau)$ trong khoảng thời gian vô cùng lớn T , bằng giá trị trung bình trong một chu kỳ T_0 , do đó biểu thức (11.86) có thể viết:

$$\psi_T(\tau) = \frac{1}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} s(t)s(t - \tau)dt = \frac{1}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} s(t)s(t + \tau)dt \quad (11.87)$$

Biểu thức tích phân (11.87) chính là hàm tương quan của tín hiệu trong khoảng T_0 .

$$\psi_{T_0}(\tau) = \int_{T_0/2}^{T_0/2} s(t)s(t - \tau)dt = \int_{-T_0/2}^{T_0/2} s(t)s(t + \tau)dt$$

do đó:

$$\psi_T(\tau) = \frac{\psi_{T_0}(\tau)}{T_0} \quad (11.88)$$

Từ biểu thức (11.88) dễ dàng thấy rằng, hàm tương quan của tín hiệu tuần hoàn cũng là một hàm tuần hoàn với chu kỳ bằng chu kỳ của tín hiệu. Thí dụ, đối với tín hiệu tuần hoàn:

$$s(t) = A \cos(\omega_0 t - \varphi).$$

ta có hàm tương quan:

$$\psi_T(\tau) = \frac{A^2}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} \cos(\omega_0 t - \varphi) \cos[\omega_0(t - \tau) - \varphi] dt = \frac{1}{2} A^2 \cos \omega_0 \tau; \quad \omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} \quad (11.89)$$

Khi $\tau = 0$, $\psi_T(0) = \frac{A^2}{2}$ là công suất trung bình của tín hiệu.

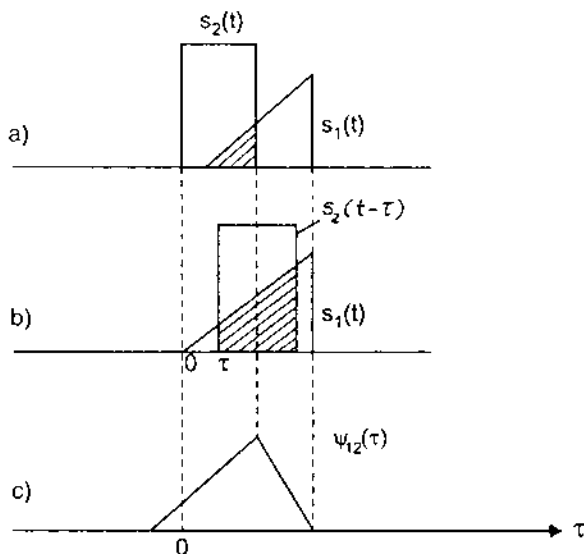
Cũng cần nhấn mạnh rằng hàm tương quan $\psi_T(\tau)$ không phụ thuộc vào góc pha đầu của tín hiệu $s(t)$.

Tương tự, để đánh giá mối liên hệ của hai tín hiệu khác nhau $s_1(t)$ và $s_2(t)$, người ta sử dụng hàm tương quan chéo. Hàm tương quan chéo của hai tín hiệu $s_1(t)$ và $s_2(t)$, ký hiệu là $\psi_{12}(\tau)$, được xác định bởi biểu thức:

$$\psi_{12}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} s_1(t) s_2(t - \tau) dt = \int_{-\infty}^{\infty} s_1(t + \tau) s_2(t) dt \quad (11.90)$$

Hàm tương quan $\psi(\tau)$ là trường hợp riêng của hàm tương quan chéo khi $s_1(t)$ và $s_2(t)$ là như nhau.

Trên hình 11.26 mô tả cách xây dựng hàm tương quan chéo của tín hiệu $s_2(t)$ là một xung vuông với tín hiệu $s_1(t)$ là một xung tam giác, trong đó hình 11.26a ứng với vị trí ban đầu ($\tau = 0$); hình 11.26b ứng với trường hợp tín hiệu $s_2(t)$ bị dịch chuyển một khoảng về phía bên phải thành tín hiệu $s_2(t - \tau)$; hình 11.26c là đồ thị của hàm tương quan chéo $\psi_{12}(\tau)$. Diện tích giới hạn bởi đường cong tích của hai tín hiệu s_1 và s_2 với trục thời gian tỉ lệ với phần gạch chéo. Đỉnh của đường cong $\psi_{12}(\tau)$ ứng với giá trị τ , khi đó diện tích giới hạn của đường cong tích của hai tín hiệu $s_1 s_2$ với trục thời gian đạt giá trị cực đại.



Hình 11.26

Cần lưu ý rằng, hàm tương quan chéo $\psi_{12}(\tau)$ không nhất thiết đạt giá trị cực đại tại $\tau = 0$, và cũng không nhất thiết là hàm chẵn hoặc hàm lẻ theo đối số τ .

Xét hàm tương quan chéo của hai tín hiệu điều hòa cùng tần số và góc pha đầu khác nhau:

$$s_1(t) = A_1 \cos(\omega t - \varphi_1)$$

$$s_2(t) = A_2 \cos(\omega t - \varphi_2)$$

Sau khi thay các hàm $s_1(t)$ và $s_2(t)$ vào biểu thức (11.90), lấy tích phân ta nhận được:

$$\psi_{12}(\tau) = \frac{A_1 A_2}{2} \cos[\omega \tau - (\varphi_1 - \varphi_2)] \quad (11.91)$$

Rõ ràng hàm tương quan chéo của hai tín hiệu điều hòa cùng tần số phụ thuộc vào hiệu hai góc pha đầu của chúng. Trong trường hợp tần số của một tín hiệu, thí dụ $s_2(t)$ là bội số của tần số của tín hiệu $s_1(t)$, $\omega_1 = \frac{2\pi}{T_1}$; $\omega_2 = n\omega_1 = n\frac{2\pi}{T_1}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) thì hai tín hiệu là trực giao nhau và tích phân (11.90) bằng 0, nghĩa là hàm tương quan chéo $\psi_{12}(\tau) = 0$.

11.12. QUAN HỆ GIỮA HÀM TƯƠNG QUAN VÀ ĐẶC TRƯNG PHỔ CỦA TÍN HIỆU

Trong biểu thức (11.51), nếu thay $f(t) = s(t)$, $g(t) = s(t - \tau)$, ta sẽ nhận được:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t)g(t)dt = \int_{-\infty}^{\infty} s(t)s(t - \tau)dt$$

Tích phân bên vế phải chính là hàm tương quan của tín hiệu $s(t)$, do đó:

$$\psi(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t)s(t - \tau)dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{G}(\omega)G_{\tau}^*(\omega)d\omega \quad (11.92)$$

trong đó $\dot{G}(\omega)$ là hàm phổ của tín hiệu $s(t)$; $G_{\tau}(\omega)$ là hàm phổ của tín hiệu $f(t)$ sau khi bị giữ chậm một khoảng thời gian τ : $\dot{G}_{\tau}(\omega) = \dot{G}(\omega)e^{-j\omega\tau}$; $G_{\tau}^*(\omega)$ là hàm liên hợp phức của hàm $\dot{G}_{\tau}(\omega)$; $(\dot{G}_{\tau}^*(\omega)) = \dot{G}^*(\omega)e^{j\omega\tau}$.

Nếu trong biểu thức (11.92), thay $G_{\tau}^*(\omega) = G^*(\omega)e^{j\omega\tau}$ và lưu ý rằng:

$$\dot{G}(\omega)G^*(\omega) = \left| \dot{G}(\omega) \right|^2, \text{ ta sẽ nhận được:}$$

$$\psi(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left| \dot{G}(\omega) \right|^2 e^{j\omega\tau} d\omega \quad (11.93)$$

Theo tính chất của phép biến đổi Fourier, suy ra:

$$\left| \dot{G}(\omega) \right|^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \psi(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \quad (11.94)$$

Vậy bình phương môđun hàm phổ của tín hiệu bằng biến đổi thuận Fourier hàm tương quan của nó; hàm tương quan của tín hiệu bằng biến đổi ngược Fourier của bình phương môđun hàm phổ của nó.

Từ các kết quả nhận được, dễ dàng suy ra rằng bề rộng phổ của tín hiệu càng lớn, thời gian tương quan của tín hiệu càng nhỏ.

11.13. KHÁI NIỆM VỀ DAO ĐỘNG CAO TẦN BỊ ĐIỀU CHẾ

Một trong những nhiệm vụ cơ bản của kỹ thuật vô tuyến điện là truyền tin tức đi xa qua không gian tự do. Như ta đã biết, các tín tức cần truyền đi thường có phổ nằm trong dải tần số thấp nên không thể truyền trực tiếp đi xa được do có độ suy giảm lớn trên đường truyền và do nhiều nguyên nhân kỹ thuật khác. Ví dụ đối với tiếng nói, âm nhạc, thường có phổ tần nằm trong dải tần $f_{\min} = (30 \div 50)$ Hz đến $f_{\max} = (3000 \div 10000)$ Hz.

Do đó, để truyền tin tức đi xa người ta phải cho hàm tin tức tác động (xâm nhập) vào các dao động điều hòa tần số cao, làm cho một hoặc một số tham số của dao động điều hòa (biên độ, tần số, góc pha) biến thiên theo quy luật của hàm tin tức.

Quá trình tác động của hàm tin tức vào dao động tần số cao làm cho một hoặc một số tham số của nó biến thiên theo quy luật hàm tin tức được gọi là quá trình điều chế. Dao động tần số cao có tham số biến thiên theo quy luật hàm tin tức gọi là dao động bị điều chế hay tín hiệu điều chế. Dao động tần số cao có tham số không đổi gọi là dao động tải tin, hay dao động tần số mang. Tần số mang ω_0 được chọn tùy thuộc vào cự ly truyền tin, điều kiện truyền lan sóng điện từ, và nhiều yếu tố khác. Song trong mọi trường hợp, tần số mang ω_0 cần chọn lớn hơn rất nhiều lần tần số cao nhất của phổ tín tức. Điều này sẽ đảm bảo cho việc truyền tín hiệu qua các mạch vô tuyến điện không bị méo dạng. Mặt khác, để loại trừ khả năng gây méo dạng tín hiệu trong quá trình truyền lan của sóng điện từ, cần chọn tần số mang ω_0 sao cho bề rộng phổ của tín tức nhỏ hơn tần số mang.

Trong trường hợp chung, dao động cao tần bị điều chế (tín hiệu điều chế) có thể viết dưới dạng:

$$u = U(t) \cos [\omega_0 t + \varphi(t)] = U(t) \cos \Phi(t) \quad (11.95)$$

trong đó biên độ $U(t)$ hoặc góc pha $\varphi(t)$ biến thiên theo quy luật hàm điều chế (hàm tin tức).

Nếu biên độ $U(t) = U$ và góc $\varphi(t) = \varphi$ là hằng số, thì dao động (11.95) là dao động điều hòa đơn giản (dao động tần số mang).

Nếu biên độ $U(t)$ biến thiên theo quy luật hàm điều chế góc pha $\varphi(t)$ là hằng số, thì dao động (11.95) được gọi là dao động bị điều biên hay tín hiệu điều biên (đôi khi cũng gọi là dao động điều biên).

Nếu gọi pha $\Phi(t)$ biến thiên theo quy luật hàm điều chế, biên độ $U(t)$ là hằng số, thì dao động (11.95) được gọi là dao động điều chế góc, hay tín hiệu điều chế góc. Dao động điều chế góc lại được phân thành dao động điều tần và dao động điều pha. Hai dạng dao động điều tần và điều pha liên quan chặt chẽ với nhau. Sự khác nhau giữa chúng chỉ bởi quy luật thay đổi của góc pha $\Phi(t)$ khi hàm điều chế là như nhau.

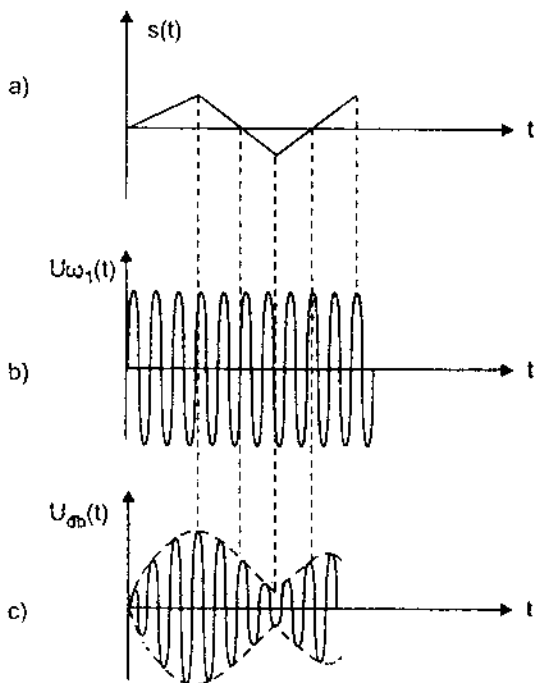
11.14. DAO ĐỘNG ĐIỀU BIÊN

Giả sử hàm điều chế là $s(t)$, dao động tần số mang $u = U_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$, khi đó dao động điều biên sẽ có dạng:

$$u_{db}(t) = [U_0 + a.s(t)] \cos(\omega_0 t + \varphi_0) \quad (11.96)$$

ở đây a là hệ số tỷ lệ; $U_0 + a.s(t)$ là quy luật biến thiên của đường bao của tín hiệu điều biên.

Trên hình 11.27c vẽ đồ thị thời gian của dao động điều biên ứng với hàm điều chế $s(t)$ vẽ trên hình 11.27a và dao động tần số mang vẽ trên hình 11.27b.



Hình 11.27

Xét trường hợp hàm điều chế $s(t)$ là một hàm điều hòa:

$$s(t) = u(t) = U_{\Omega} \cos(\Omega t + \theta).$$

trong trường hợp này dao động điều biên sẽ có dạng:

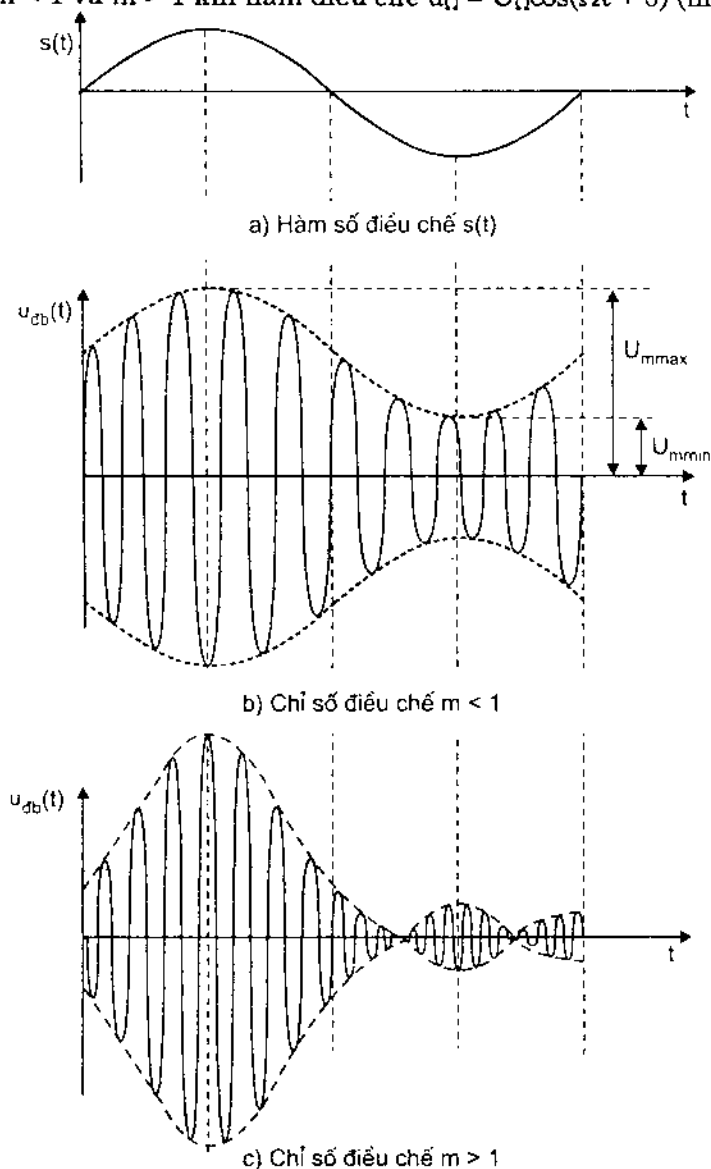
$$\begin{aligned} U_{db}(t) &= [U_0 + U_{\Omega} \cos(\Omega t + \theta)] \cos(\omega_0 t + \varphi_0) \\ &= [U_0 + \Delta U \cos(\Omega t + \theta)] \cos(\omega_0 t + \varphi_0) \\ &= U_0 [1 + m \cos(\Omega t + \theta)] \cos(\omega_0 t + \varphi_0), \end{aligned} \quad (11.97)$$

trong đó hệ số tỷ lệ a được chọn bằng 1; $m = \frac{U_{\Omega}}{U_0}$ là số gia cực đại của biên độ của dao động điều biên và được gọi là độ sâu điều biên hay chỉ số điều biên.

Độ sâu điều biên m đặc trưng cho mức độ thâm nhập của hàm điều chế vào biên độ của dao động tần số mang. Vì biên độ của dao động không âm, nên độ sâu điều biên nằm trong giới hạn: $0 \leq m \leq 1$.

Về ý nghĩa vật lý khi $0 \leq m \leq 1$ tín hiệu điều biên không bị méo (biên độ của dao động điều biên biến thiên theo quy luật hàm điều chế), còn khi $m > 1$, tín hiệu điều biên bị méo dạng (biên độ của dao động điều biên biến thiên không theo quy luật hàm điều chế).

Trên hình 11.28b và 11.28c vẽ đồ thị thời gian của dao động điều biên ứng với các độ sâu điều chế $m < 1$ và $m > 1$ khi hàm điều chế $u_{\Omega} = U_{\Omega} \cos(\Omega t + \theta)$ (hình 11.28a).



Hình 11.28

Từ hình 11.28b ta thấy:

$$\Delta U = U_{\max} - U_0 = U_0 - U_{\min}$$

$$U_0 = \frac{U_{\max} + U_{\min}}{2}$$

Do đó chỉ số điều chế:

$$m = \frac{AU}{U_0} = \frac{U_{\max} - U_0}{U_0} = \frac{U_{\max} - \frac{U_{\max} + U_{\min}}{2}}{\frac{U_{\max} + U_{\min}}{2}} = \frac{U_{\max} - U_{\min}}{U_{\max} + U_{\min}} \quad (11.98)$$

Trường hợp tổng quát, hàm điều chế $s(t)$ là một hàm đa âm:

$$s(t) = u = \sum_{k=1}^n U_k \cos(\Omega_k t + \theta_k)$$

dao động điều biên sẽ có dạng:

$$\begin{aligned} U_{db}(t) &= \left[U_0 + a \sum_{k=1}^n U_k \cos(\Omega_k t + \theta_k) \right] \cos(\omega_0 t + \varphi_0) \\ &= U_0 [1 + m_1 \cos(\Omega_1 t + \theta_1) + m_2 \cos(\Omega_2 t + \theta_2) + \dots + m_n \cos(\Omega_n t + \theta_n)] \cos(\omega_0 t + \varphi_0) \\ &= U_0 \left[1 + \sum_{k=1}^n m_k \cos(\Omega_k t + \theta_k) \right] \cos(\omega_0 t + \varphi_0) \end{aligned}$$

trong đó $m_k = \frac{aU_k}{U_0}$ gọi là chỉ số điều biên bộ phận thứ k .

Khi đó chỉ số điều biên toàn phần, hay độ sâu điều chế toàn phần được xác định theo biểu thức:

$$m = \frac{a\sqrt{U_1^2 + U_2^2 + \dots + U_n^2}}{U_0} \quad (11.99)$$

hay:

$$m = \sqrt{m_1^2 + m_2^2 + \dots + m_n^2} \quad (11.100)$$

Để dao động điều biên không bị méo dạng, độ sâu điều chế toàn bộ m cũng cần thỏa mãn điều kiện:

$$0 \leq m \leq 1.$$

11.15. PHỔ CỦA TÍN HIỆU ĐIỀU BIÊN

Khi hàm điều chế là đơn âm, biểu thức giải tích của tín hiệu điều biên sẽ có dạng (11.97):

$$U_{db}(+) = U_0 [1 + m \cos(\Omega t + \theta)] \cos(\omega_0 t + \varphi_0).$$

Sử dụng công thức biến đổi lượng giác:

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

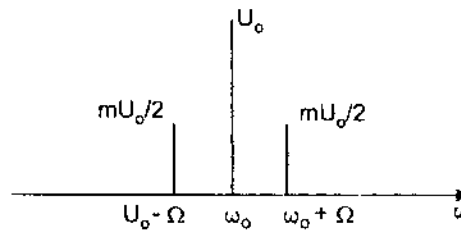
biểu thức trên được biến đổi về dạng:

$$U_{db}(t) = U_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0) + \frac{mU_0}{2} \cos[(\omega_0 + \Omega)t + \theta + \varphi_0] + \frac{mU_0}{2} \cos[(\omega_0 - \Omega)t + \varphi_0 + \theta] \quad (11.101)$$

Thành phần thứ nhất bên vế phải của biểu thức (11.101) là dao động không điều chế với tần số ω_0 được gọi là thành phần dao động tần số mang. Các thành phần thứ hai và thứ ba là các dao động tần số mới $(\omega_0 + \Omega)$ và $(\omega_0 - \Omega)$, xuất hiện trong quá trình điều biên, được gọi là các thành phần tần số biên (thành phần tần số biên trên $\omega_0 + \Omega$ và thành phần tần số biên dưới $\omega_0 - \Omega$). Biên độ của các thành phần tần số biên bằng nhau và bằng nửa tích của chỉ số điều biên m với biên độ U_0 $\left(= \frac{mU_0}{2} \right)$.

Vậy khi hàm điều chế là đơn âm, phổ của tín hiệu điều biên bao gồm ba thành phần: thành phần tần số mang ω_0 , biên độ U_0 và hai thành phần tần số biên $\omega_0 + \Omega$ và $\omega_0 - \Omega$, biên độ $\frac{mU_0}{2}$. Đồ thị phổ biên độ của tín hiệu điều biên trong trường hợp này vẽ trên hình 11.29. Độ rộng phổ bằng hai lần tần số của hàm điều chế:

$$\Delta\omega = 2\Omega \quad (11.102)$$



Hình 11.29. Đồ thị phổ biên độ của tín hiệu điều biên khi hàm điều chế là đơn âm

Tương tự, khi hàm điều chế là đa âm, ta biến đổi biểu thức (11.99) và nhận được:

$$U_0(t) = U_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0) + \sum_{k=1}^n \frac{m_k U_0}{2} \left\{ \cos[(\omega_0 + \Omega_k)t + \varphi_0 + \theta_k] + \cos[(\omega_0 - \Omega_k)t + (\varphi_0 - \theta_k)] \right\} \quad (11.103)$$

Từ biểu thức (11.103) ta thấy, khi hàm điều chế là đa âm, phổ của dao động điều biên sẽ gồm thành phần tần số mang ω_0 và hai dải thành phần tần số biên. Đồ thị phổ biên độ của dao động điều biên trong trường hợp này vẽ trên hình 11.30. Độ rộng phổ bằng hai lần tần số cực đại của phổ hàm điều chế:

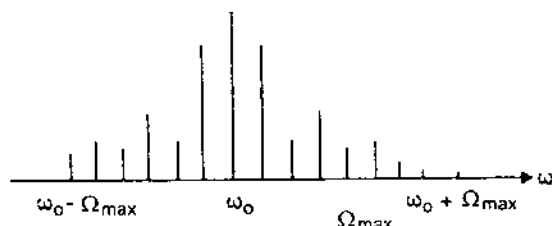
$$\Delta\omega = 2\Omega_{\max} \quad (11.104)$$

Từ đồ thị phổ ở hình 11.29 và hình 11.30 ta thấy, phổ biên độ của tín hiệu điều biên đối xứng nhau qua thành phần tần số mang và để hai dải vô tuyến điều biên đặt

gần nhau không bị nhiễu lẫn nhau, thì tần số mang của hai đài f_{0A} và f_{0B} phải chọn thỏa mãn điều kiện:

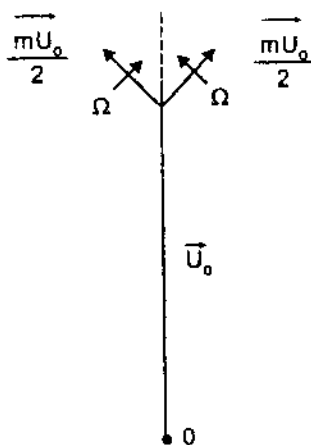
$$|f_{0A} - f_{0B}| \geq F_{Amax} + F_{Bmax} \quad (11.105)$$

ở đây F_{Amax} và F_{Bmax} là tần số cao nhất của phổ hàm điều chế của đài A và đài B tương ứng.



Hình 11.30. Đồ thị phổ của tín hiệu điều biên khi hàm điều chế là đa âm

Trên hình 11.31 vẽ đồ thị vectơ của dao động điều biên khi hàm điều chế là đơn âm.



Hình 11.31

Trên đồ thị vectơ, để đơn giản, ta coi vectơ biểu diễn dao động tần số mang ω_0 đứng yên, và cho trục tọa độ chuyển động quay với vận tốc góc bằng ω_0 theo chiều quay của kim đồng hồ. Khi đó, vectơ biểu diễn thành phần dao động tần số biên trên $(\omega_0 + \Omega)$ sẽ chuyển động quay quanh gốc của nó với vận tốc góc bằng Ω theo ngược chiều quay của kim đồng hồ; vectơ biểu diễn thành phần dao động tần số biên dưới $(\omega_0 - \Omega)$ sẽ chuyển động quay quanh gốc của nó với vận tốc góc bằng Ω theo chiều quay của kim đồng hồ. Vì hai vectơ biểu diễn các thành phần dao động tần số biên có độ dài như nhau, quay cùng một vận tốc góc Ω nhưng theo các chiều ngược nhau và có góc pha đối nhau so với vectơ thành phần tần số mang, nên phương của vectơ tổng luôn không đổi, chỉ có độ dài của nó thay đổi (đầu mút của vectơ tổng chuyển động trên đường thẳng chứa vectơ biểu diễn dao động tần số mang). Điều đó có nghĩa là, dao động điều biên có biên độ thay đổi, còn tần số và pha không thay đổi.

Khi truyền tín hiệu điều biên qua mạch cộng hưởng, biên độ của các thành phần tần số biên ở đầu ra sẽ khác nhau, nên đầu mút của vectơ tổng sẽ chuyển động bên ngoài đường thẳng chứa vectơ tần số mang, nghĩa là hướng của vectơ tổng sẽ thay đổi. Điều đó sẽ dẫn tới việc điều pha ký sinh khi điều biên.

Cuối cùng ta xét sự phân bố công suất của dao động điều biên. Công suất của dao động điều hòa tỷ lệ với bình phương biên độ của nó, do đó khi hàm điều chế là đơn âm, công suất của thành phần tần số mang có dạng: $P_0 \sim U_0^2$.

Còn công suất của thành phần tần số biên trên và biên dưới:

$$P_1 \sim \left(\frac{mU_0}{2} \right)^2 = \frac{m^2 U_0^2}{4}$$

$$P_d \sim \left(\frac{mU_0}{2} \right)^2 = \frac{m^2 U_0^2}{4}$$

Công suất của dao động điều biên:

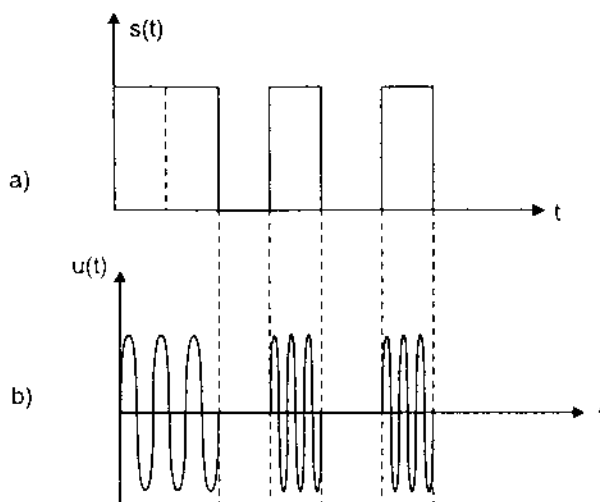
$$P_{ab} = P_0 + P_1 + P_d \sim U_0^2 + \frac{m^2 U_0^2}{4} + \frac{m^2 U_0^2}{4} = U_0^2 \left(1 + \frac{m^2}{2} \right)$$

Khi độ sâu điều chế $m = 100\%$, ta có:

$$P_{ab} \sim U_0^2 \left(1 + \frac{1}{2} \right)$$

Vậy khi độ sâu điều biên $m = 100\%$, công suất của mỗi biên tần chỉ bằng 1/4 công suất của thành phần tần số mang và bằng 1/6 công suất tổng của dao động điều biên.

Trong kỹ thuật điện báo, tín tức (hàm điều chế) được mã hóa dưới dạng các nhóm xung (xem hình 11.32a), dao động điều biên khi đó sẽ có dạng như vẽ trên hình 11.32b. Dao động điều biên trong trường hợp này được gọi là dao động điều biên maníp.



Hình 11.32

11.16. DAO ĐỘNG ĐIỀU CHẾ, GÓC PHA VÀ TẦN SỐ TỨC THỜI CỦA DAO ĐỘNG

Giả sử có dao động hình sin:

$$u = U_m \cos(\omega_0 t + \varphi_0) = U_m \cos \phi(t)$$

trong đó $\phi(t) = \omega_0 t + \varphi_0$ là pha tức thời của dao động.

Xét pha của dao động tại các thời điểm t_1 và t_2 :

Tại thời điểm t_1 :

$$\phi(t_1) = \omega_0 t_1 + \varphi_0,$$

Tại thời điểm t_2 :

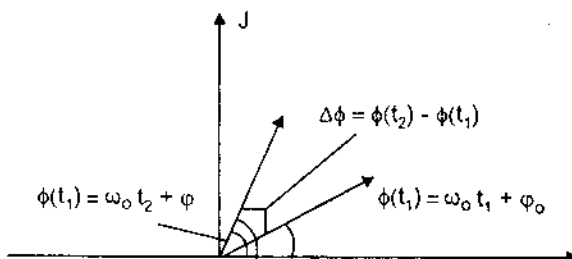
$$\phi(t_2) = \omega_0 t_2 + \varphi_0.$$

Véc tơ biểu diễn dao động tại các thời điểm t_1 và t_2 được thể hiện trên hình 11.33 (giả thiết rằng $t_2 > t_1$).

Biến thiên pha của dao động trong khoảng thời gian từ t_1 đến t_2 .

$$\Delta\phi = \phi(t_2) - \phi(t_1) = (\omega_0 t_2 + \varphi_0) - (\omega_0 t_1 + \varphi_0) = \omega_0(t_2 - t_1) = \omega_0 \Delta t \quad (11.106)$$

ở đây $\Delta t = t_2 - t_1$.



Hình 11.33

Từ biểu thức (11.106) ta thấy, trong trường hợp xét, tần số của dao động:

$$\omega_0 = \frac{\Delta\phi}{\Delta t} \quad (11.107)$$

Nếu tần số của dao động biến thiên theo thời gian, thì trong biểu thức (11.107) ta phải thay ký hiệu gia số Δ bằng đạo hàm, nghĩa là tần số tức thời của dao động:

$$\omega(t) = \frac{d\phi(t)}{dt} \quad (11.108)$$

Từ biểu thức (11.108) suy ra:

$$\phi(t) = \int \omega(t) dt \quad (11.109)$$

Vậy tần số của dao động bằng đạo hàm theo thời gian pha của nó, còn pha của dao động bằng tích phân tần số của nó.

Bởi vậy, nếu hàm điều chế là $s(t)$, khi thực hiện điều chế góc, biểu thức giải tích của dao động điều chế tương ứng với hai dạng điều chế sau:

Điều pha:

$$u_{dt}(t) = U_c \cos[\omega_0 t + b s(t) + \varphi_0]. \quad (11.110)$$

Điều tần:

$$u_{dt}(t) = U_0 \cos\left[\omega_0 t + b \int s(t) dt + \varphi_0\right] \quad (11.111)$$

trong đó b là hệ số tỷ lệ.

Tần số tức thời của dao động khi điều pha:

$$\omega(t) = \frac{d}{dt}[\omega_0 t + b s(t) + \varphi_0] = \omega_0 + b \frac{ds(t)}{dt} \quad (11.112)$$

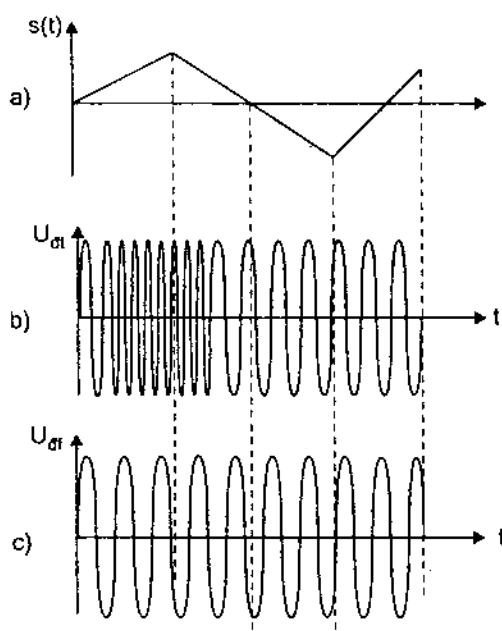
Tần số tức thời của dao động khi điều tần:

$$\omega(t) = \frac{d}{dt}\left[\omega_0 t + b \int s(t) dt + \varphi_0\right] = \omega_0 + b \cdot s(t) \quad (11.113)$$

Từ các biểu thức (11.110) + (11.113) ta thấy, khi điều pha, pha của dao động biến thiên theo quy luật hàm điều chế, còn tần số của dao động biến thiên theo đạo hàm hàm điều chế; khi điều tần, tần số của dao động biến thiên theo quy luật hàm điều chế, còn pha của dao động biến thiên theo tích phân hàm điều chế. Hay nói cách khác, nếu pha của dao động biến thiên theo quy luật hàm điều chế thì tần số của dao động sẽ biến thiên theo đạo hàm hàm điều chế; còn nếu pha của dao động biến thiên theo tích phân hàm điều chế, thì tần số sẽ biến thiên theo quy luật hàm điều chế.

Khi điều tần hoặc điều pha, cả tần số và pha của dao động đều thay đổi, nên điều tần và điều pha được gọi chung là điều chế góc.

Trên hình 11.34b và 11.34c vẽ đồ thị thời gian của các dao động điều tần và điều pha ứng với hàm điều chế vẽ trên hình 11.34a.



Hình 11.34

Xét trường hợp hàm điều chế là đơn âm:

$$s(t) = u(t) = U_0 \cos \Omega t$$

Khi điều pha:

$$u_{df}(t) = U_0 (\cos[\omega_0 t + b U_0 \cos \Omega t + \varphi_0] = U_0 \cos(\omega_0 t + m_f \cos \Omega t + \varphi_0) \quad (11.114)$$

Khi điều tần:

$$\begin{aligned} u_{dt}(t) &= U_0 \cos(\omega_0 t + b \int U_0 \cos \Omega t dt + \varphi_0) \\ &= U_0 \cos(\omega_0 t + \frac{b \cdot U_0}{\Omega} \sin \Omega t + \varphi_0) \\ &= U_0 \cos(\omega_0 t + m_t \sin \Omega t + \varphi_0) \end{aligned} \quad (11.115)$$

ở đây: $m_t = \frac{b \cdot U_0}{\Omega}$ là gia số pha cực đại khi điều chế góc, được gọi là chỉ số điều chế góc.

Khi điều pha, chỉ số điều chế góc tỷ lệ với biên độ hàm điều chế, còn khi điều tần chỉ số điều chế góc tỉ lệ thuận với biên độ hàm điều chế, tỷ lệ nghịch với tần số hàm điều chế.

Xét tần số tức thời khi điều chế góc:

Khi điều pha:

$$\omega(t) = \omega_0 - b \cdot U_0 \Omega \sin \Omega t = \omega_0 + \Delta \omega_{mf} \sin \Omega t \quad (11.116)$$

Khi điều tần:

$$\omega(t) = \omega_0 + b U_0 \cos \Omega t = \omega_0 + \Delta \omega_{mt} \cos \Omega t \quad (11.117)$$

ở đây: $\Delta \omega_{mf} = -b U_0 \Omega$; $\Delta \omega_{mt} = b U_0 \Omega$.

$\Delta \omega_{mf}$, $\Delta \omega_{mt}$ là độ lệch tần số cực đại khi điều chế góc, gọi là độ dịch tần.

Khi điều pha, độ dịch tần tỷ lệ với cả biên độ và tần số hàm điều chế; còn khi điều tần, độ dịch tần chỉ tỷ lệ với biên độ hàm điều chế.

Tương tự như trường hợp điều biên, khi hàm điều chế là đa âm ta cũng có chỉ số điều chế góc và độ dịch tần bộ phận.

11.17. PHỔ CỦA DAO ĐỘNG ĐIỀU CHẾ GÓC

Trong trường hợp tổng quát, khi hàm điều chế là đơn âm, dao động điều chế góc sẽ có dạng:

$$U_{dg}(t) = U_0 \cos(\omega_0 t + m \sin \Omega t) \quad (11.118)$$

Ở đây m là chỉ số điều chế góc, và để đơn giản tính toán ta giả thiết góc pha đầu của dao động tần số mang và góc pha đầu của hàm điều chế $\varphi_0 = \theta_0 = 0$.

Sử dụng công thức biến đổi lượng giác:

$$\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b.$$

để biến đổi biểu thức (11.118) về dạng :

$$u_{dg}(t) = U_0 \cos \omega_0 t \cos(m \sin \Omega t) - \sin \omega_0 t \sin(m \sin \Omega t) \quad (11.119)$$

Trong lý thuyết của hàm Bessel, ta đã biết:

$$\sin(m \sin \Omega t) = 2J_1(m) \sin \Omega t + 2J_3(m) \sin 3\Omega t + 2J_5(m) \sin 5\Omega t + \dots,$$

$$\cos(m \sin \Omega t) = J_0(m) + 2J_2(m) \cos 2\Omega t + 2J_4(m) \cos 4\Omega t + \dots,$$

$$\sin(m \cos \Omega t) = 2J_1(m) \cos \Omega t - 2J_3(m) \cos 3\Omega t + 2J_5(m) \cos 5\Omega t + \dots,$$

$$\cos(m \cos \Omega t) = J_0(m) - 2J_2(m) \cos 2\Omega t + 2J_4(m) \cos 4\Omega t - \cos 4\Omega t - 2J_6(m) \cos 6\Omega t + \dots$$

ở đây $J_n(m)$ là hàm Bessel loại một bậc n của đối số m .

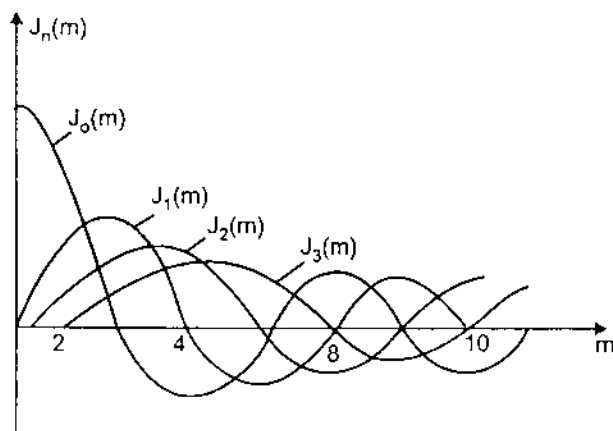
Do đó biểu thức (11.116) có thể viết dưới dạng:

$$\begin{aligned} u_{dg}(t) &= U_0 \cos \omega_0 t [J_0(m) + 2J_2(m) \cos 2\Omega t + 2J_4(m) \cos 4\Omega t + \dots] \\ &\quad - U_0 \sin \omega_0 t [2J_1(m) \sin \Omega t + 2J_3(m) \sin 3\Omega t + \dots] \\ &= U_0 J_0(m) \cos \omega_0 t + U_0 J_1(m) [\cos(\omega_0 + \Omega)t - \cos(\omega_0 - \Omega)t] \\ &\quad + U_0 J_2(m) [\cos(\omega_0 + 2\Omega)t + \cos(\omega_0 - 2\Omega)t] \\ &\quad + U_0 J_3(m) [\cos(\omega_0 + 3\Omega)t + \cos(\omega_0 - 3\Omega)t] \\ &\quad \dots \end{aligned} \quad (11.120)$$

Từ biểu thức (11.120) ta thấy, khi điều chế góc, mặc dù hàm điều chế là đơn âm, song phổ của nó vẫn bao gồm thành phần tần số mang ω_0 và vô số các thành phần tần số biên $\omega_0 \pm n\Omega$, ($n = 1, 2, 3, \dots$). Các thành phần tần số biên từng cặp một đối xứng với nhau qua thành phần tần số mang. Biên độ của các thành phần phổ được xác định bằng tích của biên độ dao động tần số mang và độ lớn hàm Bessel tương ứng, nghĩa là phụ thuộc vào biên độ của dao động tần số mang và giá trị của hàm Bessel. Các giá trị của hàm Bessel thường được cho theo bảng hoặc đồ thị như trên hình 11.35.

Thực tế, khi $n > m + 1$, giá trị của các hàm Bessel $J_n(m) \rightarrow 0$, do đó trong thực tế phổ của dao động điều chế góc cũng chỉ bao gồm một số hữu hạn $[2(m + 1) + 1]$ thành phần, và bề rộng phổ:

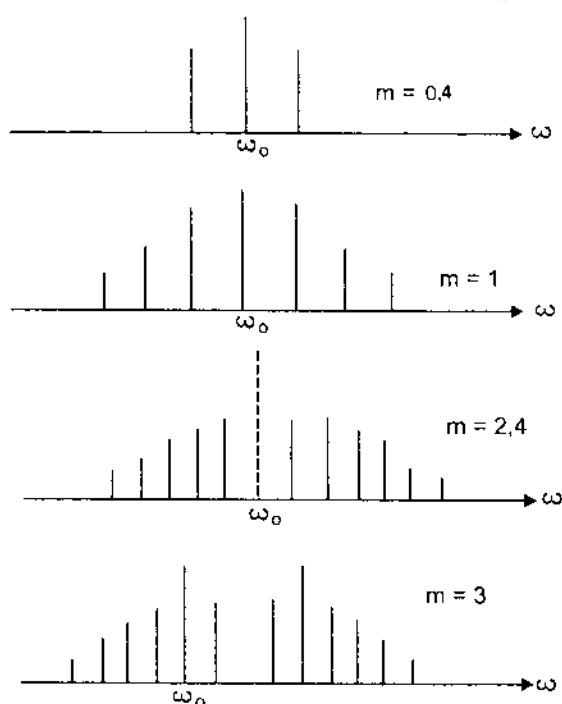
$$\Delta\omega = 2(m + 1)\Omega \quad (11.121)$$



Hình 11.35

Khi $m \gg 1$, có thể coi bề rộng phổ $\Delta\omega = 2m\Omega$.

Ngược lại khi $m \ll 1$, thì bề rộng phổ của dao động điều chế $\Delta\omega = 2\Omega$, giống bề rộng phổ của dao động điều biên.



Hình 11.36

Kết luận trên với điều kiện $m \ll 1$ cũng có thể suy trực tiếp từ biểu thức sau:

$$\sin(m\sin\Omega t) \approx m\sin\Omega t,$$

$$\cos(m\sin\Omega t) \approx 1$$

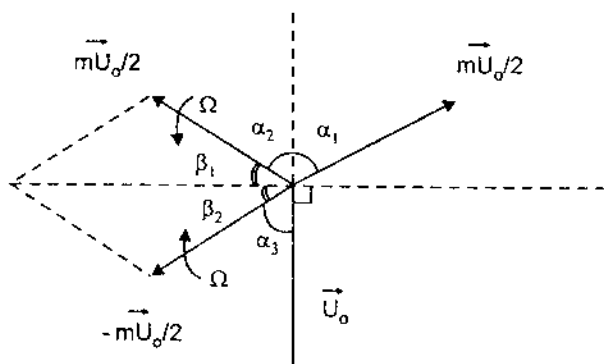
do đó:

$$\begin{aligned} u_{đg}(t) &= U_0 \cos\omega_0 t \cos(m\sin\Omega t) U_0 \sin\omega_0 t \sin(m\sin\Omega t) \\ &\approx U_0 \cos\omega_0 t m U_0 \sin\omega_0 t \sin\Omega t \\ &= U_0 \cos\omega_0 t + \frac{m \cdot U_0}{2} \cos(\omega_0 + \Omega)t - \frac{m \cdot U_0}{2} \cos(\omega_0 - \Omega)t \end{aligned} \quad (11.122)$$

Trên hình 11.36 vẽ đồ thị phổ biên độ của dao động điều chế góc ứng với các chỉ số điều chế m khác nhau.

Đồ thị vectơ của dao động điều chế góc khi hàm điều chế là đơn âm, với chỉ số điều chế $m \ll 1$ có thể suy ra trực tiếp từ đồ thị vectơ của dao động điều biên. So sánh biểu thức (11.122) với biểu thức (11.101) khi $\varphi_0 = \theta_0 = 0$ ta thấy, hai vectơ biểu diễn dao động tần số thành phần biên dưới khi điều góc và khi điều biên ngược dấu nhau.

Đồ thị vectơ của dao động điều chế góc khi hàm điều chế là đơn âm, với chỉ số điều chế $m \ll 1$ vẽ trên hình 11.37.



Hình 11.37

Từ hình vẽ ta thấy :

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3$$

Nên suy ra: $\beta_1 = \beta_2$

do đó, đầu mút của vectơ tổng của ba vectơ sẽ chuyển động trên đường thẳng vuông góc với đường thẳng chứa vectơ đứng yên $\vec{U}_0$. Điều đó có nghĩa là phương của vectơ tổng thay đổi theo thời gian, đó chính là hiệu ứng của điều chế góc. Khi chỉ số điều chế

$m \ll 1$, độ dài của các vectơ $\frac{m \cdot \vec{U}_0}{2}$ nhỏ hơn nhiều độ dài vectơ $\vec{U}_0$:

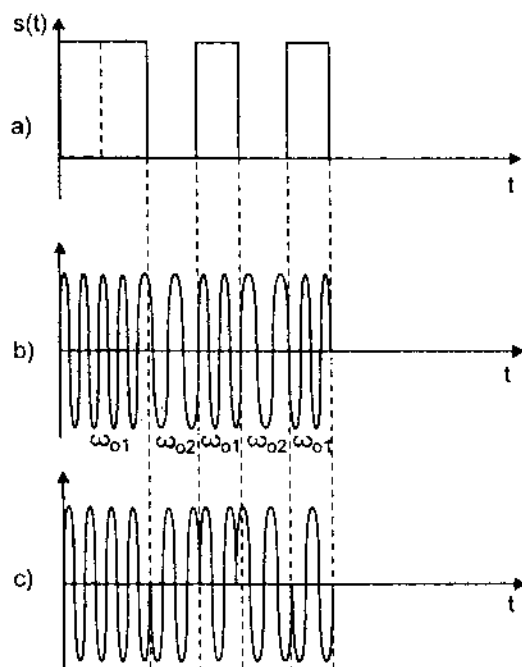
$$\left| \frac{m \vec{U}_0}{2} \right| \ll \left| \vec{U}_0 \right|$$

nên có thể coi như độ dài của vectơ tổng không thay đổi và bằng độ dài của vectơ $\vec{U}_0$, có nghĩa là biên độ của dao động điều chế góc không thay đổi. Trong thực tế vectơ tổng của dao động điều chế góc thay đổi cả về phương cũng như về độ dài, điều đó có nghĩa là trong dao động điều chế góc luôn tồn tại hiện tượng điều biên ký sinh.

Tương tự như dao động điều biên maníp, khi cần truyền tín hiệu điện báo đi xa, người ta cũng áp dụng điều chế góc maníp.

Trên hình 11.38b vẽ đồ thị thời gian của dao động điều tần maníp, còn trên hình 11.38c vẽ đồ thị thời gian của dao động điều pha maníp, với hàm điều chế là nhóm xung điện báo vẽ trên hình 11.38a.

Khi điều tần maníp, biên độ và pha ban đầu không thay đổi, chỉ có tần số thay đổi (ví dụ trong thời gian tồn tại xung, dao động với tần số ω_{01} và trong thời gian không có xung, dao động với tần số ω_{02}). Còn khi điều pha maníp tần số và biên độ của dao động không đổi còn pha thay đổi theo hàm điều chế.

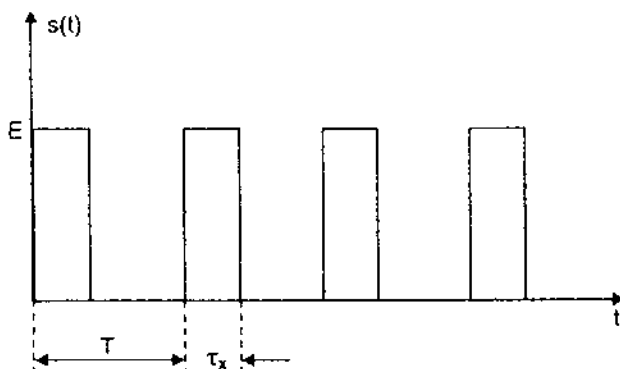


Hình 11.38

11.18. KHÁI NIỆM VỀ ĐIỀU CHẾ XUNG VÀ PHỔ CỦA DÂY XUNG BỊ ĐIỀU CHẾ

Trong kỹ thuật thông tin hiện đại (thông tin số), ngoài tải tin chính là các dao động cao tần, với ứng dụng định lý Kachennhikov người ta còn dùng tải tin phụ là dây xung tuần hoàn. Ban đầu đưa tín tức $s(t)$ cần truyền đi tác động vào dây xung, làm cho một hoặc một số tham số của dây xung biến thiên theo quy luật hàm điều chế. Quá trình này gọi là quá trình điều chế sơ cấp, hay quá trình điều chế xung. Dây xung sau khi bị điều chế thường có phổ nằm trong dải tần số thấp không thể bức xạ và truyền đi xa được, do đó người ta lại cho dây xung bị điều chế - đóng vai trò hàm điều chế - điều chế các dao động cao tần rồi mới bức xạ và truyền đi. Quá trình tác động của dây xung bị điều chế vào các tham số của dao động tần số cao gọi là quá trình điều chế thứ cấp, hay điều chế cao tần.

Để xét tín hiệu xung bị điều chế, trước hết ta xét dây xung vuông tuần hoàn (hình 11.39).



Hình 11.39. Dây xung vuông tuần hoàn

Dãy xung tuần hoàn trên hình 11.39 hoàn toàn được đặc trưng bởi các tham số sau:

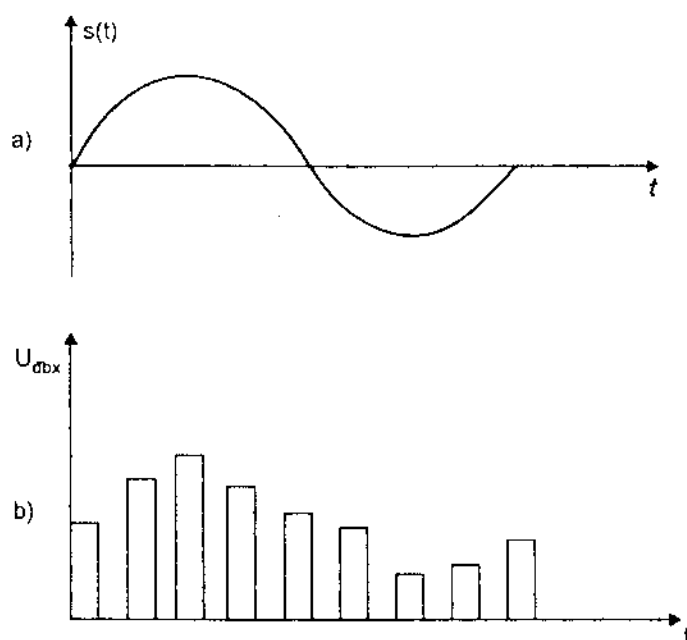
- Biên độ xung E ;
- Độ rộng xung τ_x ;
- Chu kỳ lặp lại của xung T (hay tần số xung f);
- Pha của xung (là độ dịch chuyển của xung trên thang thời gian so với điểm gốc xác định trước).

Nếu cho hàm tin tức tác động vào dãy xung, làm cho một trong bốn tham số của dãy xung biến thiên theo quy luật hàm tin tức, ta sẽ nhận được các dạng điều chế xung tương ứng:

- Điều biên xung;
- Điều độ rộng xung;
- Điều tần xung;
- Điều pha xung.

Cũng cần chú ý rằng, điều chế độ rộng xung có thể được thực hiện bằng cách mở rộng độ rộng xung về phía sườn trước, hoặc sườn sau, hoặc về cả hai phía của xung.

Trên hình 11.40b vẽ đồ thị thời gian của dãy xung bị điều biên ứng với hàm điều chế $s(t)$ vẽ trên hình 11.40a.



Hình 11.40

Dưới đây ta sẽ xét phổ của dãy xung vuông tuần hoàn bị điều chế biên độ.

Phổ của dãy xung vuông tuần hoàn, biên độ E , độ rộng xung τ_x với chu kỳ T ta đã xét trong mục 11.4.

$$s(t) = E \left(\frac{\tau_x}{T} + \frac{2}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} \operatorname{sinc} \pi \frac{\tau_x}{T} \cos k \omega_1 t \right) \quad (11.123)$$

Nếu cho hàm điều chế $u(t) = U_0 \cos \Omega t$ điều chế biên độ của xung, khi đó biên độ của dãy xung bị điều chế sẽ biến thiên theo quy luật:

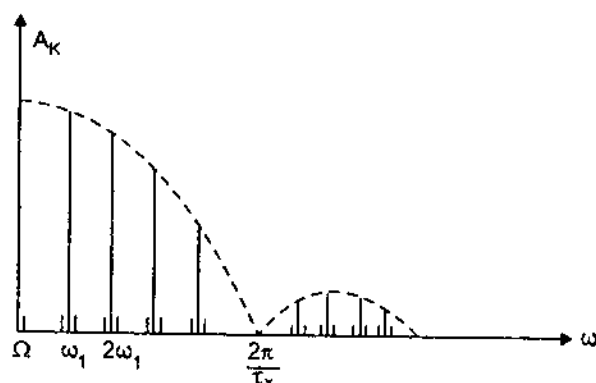
$$e = E(t) = E(1 + m \cos \Omega t) \quad (11.124)$$

Trong biểu thức (11.123), thay giá trị biên độ $E = E(1 + m \cos \Omega t)$ từ biểu thức (11.124), ta sẽ nhận được:

$$\begin{aligned} s(t) &= E(1 + m \cos \Omega t) \left(\frac{\tau_x}{T} + \frac{2}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} \operatorname{sinc} \pi \frac{\tau_x}{T} \cos k \omega_1 t \right) \\ &= E(1 + m \cos \Omega t) \left(\frac{\tau_x}{T} + \frac{2}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\operatorname{sinc} \omega_1 \tau_x / 2}{k} \cos k \omega_1 t \right) \\ &= \frac{E \tau_x}{T} (1 + m \cos \Omega t) \left(1 + 2 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\operatorname{sinc} \omega_1 \frac{\tau_x}{2}}{k \omega_1 \frac{\tau_x}{2}} \cos k \omega_1 t \right) \\ &= \frac{E \tau_x}{T} \left(1 + 2 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\operatorname{sinc} \omega_1 \tau_x / 2}{k \omega_1 \frac{\tau_x}{2}} \cos k \omega_1 t \right) \\ &\quad + \frac{E \tau_x}{T} m \cos \Omega t + \frac{2 E \tau_x m}{T} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\operatorname{sinc} \omega_1 \frac{\tau_x}{2}}{k \omega_1 \frac{\tau_x}{2}} \cos k \omega_1 \Omega t \\ &= \frac{E \tau_x}{T} \left(1 + 2 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\operatorname{sinc} \omega_1 \tau_x / 2}{k \omega_1 \frac{\tau_x}{2}} \cos k \omega_1 t \right) + \frac{E \tau_x}{T} \cos \Omega t \\ &\quad + \frac{m E \tau_x}{T} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\operatorname{sinc} \omega_1 \tau_x / 2}{k \omega_1 \frac{\tau_x}{2}} \cos(k \omega_1 + \Omega) t \\ &\quad + \frac{m E \tau_x}{T} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\operatorname{sinc} \omega_1 \tau_x / 2}{k \omega_1 \tau_x / 2} \cos(k \omega_1 - \Omega) t \end{aligned} \quad (11.125)$$

Từ biểu thức (11.125) ta thấy, phổ của dãy xung điều biên, khi hàm điều chế là đơn âm, ngoài các thành phần như đối với dãy xung không bị điều chế, còn các thành phần ứng với tần số hàm điều chế Ω , và các thành phần ứng với các tổ hợp tần số $k \omega_1 + \Omega$ và $k \omega_1 - \Omega$, nghĩa là bên cạnh các vạch phổ ứng với tần số $k \omega_1$ còn có hai vạch phổ đối xứng nhau ứng với các tần số $k \omega_1 + \Omega$ và $k \omega_1 - \Omega$ với độ lớn bằng độ lớn của vạch phổ ứng với tần số $k \omega_1$ nhân với $m/2$.

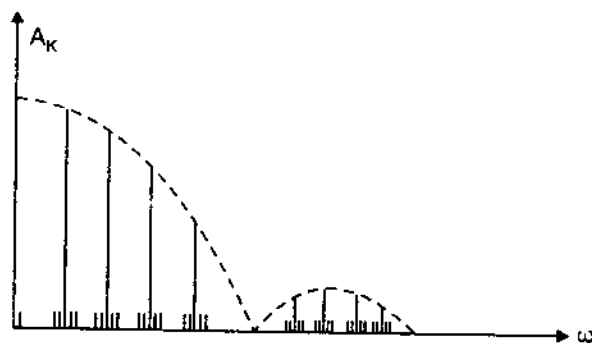
Đồ thị phổ biên độ của dãy xung bị điều biên trong trường hợp xét được thể hiện trên hình 11.41.



Hình 11.41

Tương tự, trong trường hợp hàm điều chế là đa âm, phổ của dãy xung vuông tuần hoàn bị điều biên, bên cạnh các vạch phổ ứng với các tần số $k\omega_1$ còn hai dải phổ đối xứng nhau ứng với các thành phần tần số $k\omega_1 \pm \Omega_1$ ($i = 1, 2, 3, \dots$).

Đồ thị phổ biên độ của dãy xung vuông bị điều biên trong trường hợp này được thể hiện trên hình 11.42.



Hình 11.42

Các dãy xung thị tần bị điều chế có phổ nằm trong vùng tần số thấp, không thể trực tiếp truyền đi xa được, để truyền đi xa người ta phải thực hiện điều chế cao tần lần thứ hai (điều chế thứ cấp). Điều chế thứ cấp có thể thực hiện bằng điều biên, điều tần, hoặc điều pha maníp. Do đó trong thông tin xung, ta có các dạng điều chế sau: điều biên - điều biên; điều biên - điều tần; điều biên - điều pha; điều tần - điều biên; điều tần - điều tần; điều tần - điều pha; điều pha - điều biên; điều pha - điều tần; điều pha - điều pha; điều độ rộng xung - điều biên; điều độ rộng xung - điều tần; điều độ rộng xung - điều pha.

Hình thức điều chế thứ nhất là điều chế sơ cấp, còn hình thức điều chế thứ hai là điều chế thứ cấp (điều chế maníp).

11.19. PHƯƠNG PHÁP TẦN SỐ PHÂN TÍCH MẠCH ĐIỆN

Xét mạch điện tuyến tính có hàm truyền đạt phức $T(j\omega)$. Giả sử $G_1(\omega)$ là hàm phổ của tín hiệu $u_1(t)$ tác động trên đầu vào của mạch, khi đó theo biến đổi ngược Fourier ta có:

$$u_1(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{G}_1(\omega) e^{j\omega t} d\omega$$

Xét một lượng vô cùng nhỏ của tác động trên đầu vào:

$$d[u_1(t)] = \frac{1}{2\pi} \dot{G}_1(\omega) e^{j\omega t} d\omega$$

và đặt:

$$d\dot{U}_1 = \frac{1}{2\pi} \dot{G}_1(\omega) d\omega, \quad (11.126)$$

$d\dot{U}_1$ gọi là biên độ phức của tác động vô cùng nhỏ $d[u_1(t)]$. Biểu thức (11.126) được biến đổi về dạng:

$$d[u_1(t)] = d\dot{U}_1 e^{j\omega t} \quad (11.127)$$

Biểu thức (11.127) biểu diễn một dao động điều hòa có biên độ phức $d\dot{U}_1$ và tần số của dao động ω .

Biên độ phức của phản ứng ở đầu ra của mạch ứng với thành phần tác động vô cùng nhỏ $d[u_1(t)]$ bằng tích của hàm truyền đạt phức $T(j\omega)$ của mạch với biên độ phức của thành phần tác động vô cùng nhỏ trên đầu vào:

$$d\dot{U}_2 = d\dot{U}_1 \cdot T(j\omega) \quad (11.128)$$

Thành phần dao động điều hòa của phản ứng ở đầu ra ứng với tác động điều hòa $d[u_1(t)]$ ở đầu vào:

$$d[u_2(t)] = d\dot{U}_2 e^{j\omega t} = d\dot{U}_1 T(j\omega) e^{j\omega t} \quad (11.129)$$

Thay giá trị $d\dot{U}_1$ từ biểu thức (11.126) vào biểu thức (11.129), ta nhận được:

$$d[u_2(t)] = \frac{1}{2\pi} T(j\omega) \dot{G}_1(\omega) e^{j\omega t} d\omega$$

Phản ứng trên đầu ra của mạch sẽ bằng tổng đại số của phản ứng thành phần do từng tác động riêng lẻ vô cùng nhỏ gây ra, do đó ta tìm được phản ứng ở đầu ra:

$$u_2(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} T(j\omega) \dot{G}_1(\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (11.130)$$

Mặt khác, theo biến đổi ngược Fourier ta có:

$$u_2(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{G}_2(\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (11.131)$$

ở đây $G_2(\omega)$ là hàm phổ của phản ứng trên đầu ra $u_2(t)$.

So sánh biểu thức (11.130) với biểu thức (11.131) ta nhận được:

$$\dot{G}_2(\omega) = \dot{G}_1(\omega)T(j\omega) \quad (11.132)$$

Vậy hàm phổ của phản ứng đầu ra của mạch điện tuyến tính bằng tích của hàm phổ của tác động đầu vào với hàm truyền đạt phức của nó.

Công thức (11.130) cho phép tính phản ứng ở đầu ra của mạch theo hàm phổ của tác động và hàm truyền đạt phức đã biết của nó. Còn công thức (11.132) cho phép tính hàm phổ của phản ứng theo hàm phổ của tác động và hàm truyền đạt phức đã biết của nó.

Phương pháp tìm phản ứng của mạch điện tuyến tính theo hàm phổ của tác động và hàm truyền đạt phức của mạch, còn được gọi là phương pháp tần số phân tích mạch điện.

11.20. QUAN HỆ GIỮA ĐẶC TÍNH THỜI GIAN VÀ ĐẶC TÍNH TẦN SỐ CỦA MẠCH

Xét mạch điện tuyến tính, giả sử đặc tính xung của mạch là $g(t)$. Theo biến đổi ngược Fourier, ta có:

$$g(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{G}_g(\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (11.133)$$

ở đây $\dot{G}_g(\omega)$ là hàm phổ của đặc tính xung của mạch.

Trong chương 6 (Tập 1) ta đã biết, đặc tính $g(t)$ của mạch chính là phản ứng ở đầu ra của mạch dưới tác động của hàm xung đơn vị $\delta(t)$, khi điều kiện ban đầu bằng không, do đó theo công thức (11.132) ta có thể viết:

$$\dot{G}_g(\omega) = T(j\omega) \dot{G}_\delta(\omega) \quad (11.134)$$

ở đây $\dot{G}_\delta(\omega)$ là mật độ phổ của hàm xung đơn vị $\delta(t)$, và $\dot{G}_\delta(\omega) = 1$, nên:

$$\dot{G}_g(\omega) = T(j\omega) \quad (11.135)$$

Thay giá trị của hàm phổ $\dot{G}_g(\omega)$ từ biểu thức (11.132) vào biểu thức (11.133), ta nhận được:

$$g(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} T(j\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (11.136)$$

Biểu thức (11.136) chính là biến đổi ngược Fourier của hàm $g(t)$, do đó:

$$T(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} g(t)e^{-j\omega t} dt \quad (11.137)$$

Các biểu thức (11.136) và (11.137) xác định quan hệ giữa đặc tính xung $g(t)$ và hàm truyền đạt phức $T(j\omega)$ của mạch điện tuyến tính, hay quan hệ giữa đặc tính thời gian và đặc tính tần số của mạch.

Vậy giữa hàm truyền đạt phức $T(j\omega)$ và đặc tính xung $g(t)$ của mạch điện tuyến tính được liên hệ với nhau bởi cặp tích phân Fourier (11.136) và (11.137).

Để tìm quan hệ giữa hàm truyền đạt phức $T(j\omega)$ và đặc tính quá độ $h(t)$ của mạch điện tuyến tính, có thể sử dụng quan hệ đã biết giữa đặc tính xung $g(t)$ và đặc tính quá độ $h(t)$ của mạch:

$$g(t) = h'(t).$$

Tuy nhiên, việc tìm quan hệ giữa đặc tính quá độ $h(t)$ và hàm truyền đạt phức $T(j\omega)$ của mạch điện thông qua đặc tính xung sẽ rất phức tạp, nên trong thực tế thường xác định quan hệ giữa chúng qua hàm truyền đạt toán tử của mạch.

Hàm truyền đạt toán tử của mạch điện tuyến tính là tỉ số giữa ảnh toán tử của phản ứng và ảnh toán tử của tác động khi điều kiện ban đầu của mạch bằng 0.

$$T(P) = \frac{F_2(P)}{F_1(P)} \quad (11.138)$$

ở đây $F_2(P)$ và $F_1(P)$ là ảnh của phản ứng và tác động của mạch.

Đặc tính quá độ $h(t)$ của mạch điện tuyến tính là phản ứng của mạch dưới tác động của nguồn bậc thang đơn vị $1(t)$ khi điều kiện ban đầu của mạch bằng 0, do đó nếu trong biểu thức (11.138) ta thực hiện thay $F_1(P) = 1/P$ (ảnh toán tử của tác động bậc thang đơn vị $1(t)$) và $F_2(P) = H(P)$ (ảnh toán tử của đặc tính quá độ $h(t)$ của mạch) thì ta sẽ nhận được :

$$T(P) = \frac{H(P)}{\frac{1}{P}} = P.H(P)$$

hay:
$$H(P) = \frac{T(P)}{P} \quad (11.139)$$

Vậy ảnh của đặc tính quá độ của mạch điện tuyến tính bằng hàm truyền đạt toán tử của mạch chia cho toán tử P .

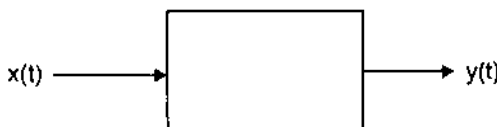
Cũng cần lưu ý rằng hàm truyền đạt toán tử $T(P)$ của mạch điện nhận được từ hàm truyền đạt phức khi thay ký hiệu $j\omega$ bằng ký hiệu P .

Chương 12

MẠCH ĐIỆN PHI TUYẾN, NGUYÊN LÝ BIẾN ĐỔI PHỔ CỦA TÍN HIỆU TRONG MẠCH PHI TUYẾN

12.1. KHÁI NIỆM VỀ MẠCH ĐIỆN PHI TUYẾN, PHẦN TỬ PHI TUYẾN

Trong chương 1, mục 1.3 (tập I) chúng ta đã nêu khái niệm về phần tử phi tuyến và mạch điện phi tuyến. Trường hợp tổng quát, mạch điện bất kỳ đều có thể mô tả như trên hình 12.1.



Hình 12.1. Mô hình tổng quát của mạch điện

trong đó $x(t)$ là tác động đầu vào, $y(t)$ là phản ứng ở đầu ra dưới tác động $x(t)$ ở đầu vào.

Quan hệ giữa tác động và phản ứng là quan hệ nhân quả được xác định bởi phương trình trạng thái của mạch, có thể viết dưới dạng tổng quát:

$$y(t) = f[x(t), a, b, c, \dots], \quad (12.1)$$

trong đó $a, b, c, \dots$ biểu thị các tham số của mạch.

Dạng và tính chất của phương trình trạng thái (12.1) phụ thuộc vào kết cấu của mạch và tính chất của mạch (tính chất các phần tử của mạch).

Mạch điện hình 12.1 được gọi là mạch điện tuyến tính nếu phương trình trạng thái (12.1) là phương trình tuyến tính. Còn nếu phương trình trạng thái (12.1) là phương trình phi tuyến thì mạch điện (hình 12.1) là mạch điện phi tuyến.

Phương trình (12.1) là phương trình tuyến tính nếu nó thỏa mãn các điều kiện sau đây:

$$f(x_1 + x_2) = f(x_1) + f(x_2)$$

$$f(ax) = a.f(x)$$

Còn đối với mạch điện, được gọi là mạch tuyến tính khi nó thỏa mãn nguyên lý xếp chồng.

Dễ dàng thấy rằng, phương trình (12.1) là tuyến tính nếu các tham số $a, b, c, \dots$ của mạch là các hằng số không phụ thuộc vào giá trị của tác động cũng như phản ứng. Còn nếu một, hoặc một số tham số $a, b, c, \dots$ của mạch phụ thuộc vào giá trị của tác động, hoặc phản ứng thì nó là phương trình phi tuyến.

Thí dụ: Xét mạch dao động đơn RLC mắc nối tiếp, phương trình trạng thái của mạch trong chế độ dao động tự do (nguồn tác động bằng không) có dạng:

$$R.i + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i dt = 0 \quad (12.2)$$

Rõ ràng, nếu các giá trị R, L, C là hằng số thì phương trình 12.2 là phương trình vi tích phân tuyến tính, còn nếu một trong các tham số, giả sử R phụ thuộc vào dòng điện i qua nó: $R = R(i)$, thì phương trình (12.2) khi này sẽ có dạng:

$$R(i).i + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i dt = 0 \quad (12.2a)$$

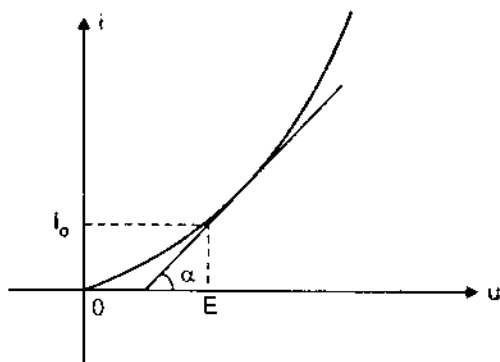
và nó là phương trình vi tích phân phi tuyến.

Đối với phần tử tuyến tính, tham số vật lý đặc trưng cho giá trị của nó là một hằng số, không phụ thuộc vào điện áp và dòng điện qua nó, nên nó được đặc trưng bởi một con số (giá trị của phần tử đó), thí dụ điện trở $R = 1000 \Omega$, điện dung $C = 0,1 \mu F$. Còn đối với phần tử phi tuyến, giá trị của nó phụ thuộc vào điện áp và dòng điện qua nó, nên nó được đặc trưng bởi một bảng số, hoặc một đường cong.

Thí dụ: Trong bảng 12.1 thiết lập quan hệ giữa điện áp và dòng điện qua một phần tử phi tuyến nào đó, còn trên hình 12.2 vẽ đặc tuyến vôn-ampe của một loại diốt bán dẫn.

Bảng 12.1

u	u_1	u_2	u_3	$\dots$	u_n
i	i_1	i_2	i_3	$\dots$	i_n



Hình 12.2. Đặc tuyến vôn-ampe của một loại diốt bán dẫn

Cần chú ý rằng các giá trị u_k, i_k trong bảng 12.1 cũng như đường cong trên hình 12.2 được xác định bằng thực nghiệm, hoặc được cho từ nơi chế tạo phần tử phi tuyến đó.

Đối với phần tử phi tuyến, đôi khi người ta cũng sử dụng khái niệm tham số tĩnh, hay tham số một chiều (tham số của phần tử phi tuyến tại điểm công tác) và tham số động hay tham số vi phân.

Thí dụ: đối với diốt bán dẫn có đặc tuyến vôn-ampe vẽ trên hình 12.2, điện trở tĩnh R_0 được xác định bởi biểu thức:

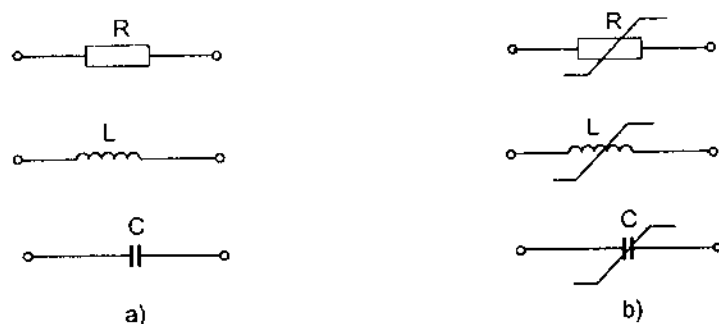
$$R_0 = \frac{E}{I_0} \quad (12.3)$$

còn điện trở động:

$$R_d = \frac{du}{di} = \operatorname{tg} \alpha \quad (12.4)$$

(xem hình 12.2).

Trên sơ đồ mạch, để phân biệt phần tử tuyến tính với phần tử phi tuyến người ta dùng ký hiệu như trên hình 12.3.



Hình 12.3. Các phần tử thụ động của mạch điện
a) các phần tử tuyến tính; b) các phần tử phi tuyến

12.2. TIỆM CẬN HÓA ĐẶC TUYẾN CỦA PHẦN TỬ PHI TUYẾN

Quá trình thiết lập biểu thức toán học gần đúng của một đường cong được gọi là quá trình tiệm cận hóa.

Quá trình tiệm cận hóa đặc tuyến của phần tử phi tuyến được thực hiện qua hai bước: Chọn hàm tiệm cận (chọn biểu thức toán học) và xác định các tham số tiệm cận sao cho đồ thị của hàm số chọn lặp lại gần đúng đặc tuyến của phần tử phi tuyến với sai số cho phép. Bài toán chọn hàm tiệm cận không có lời giải duy nhất. Nó phụ thuộc trước hết vào dạng đặc tuyến tiệm cận và vào phương pháp sẽ sử dụng để phân tích mạch phi tuyến tiếp theo. Song nói chung các hàm chọn cần thỏa mãn hai yêu cầu cơ bản sau đây:

1. Hàm tiệm cận phải có đồ thị lặp lại gần đúng đặc tuyến của phần tử phi tuyến với sai số cho phép.

2. Thuận tiện cho việc phân tích mạch theo phương pháp đã chọn.

Trong thực tế, khi phân tích mạch phi tuyến thường chọn các loại hàm tiệm cận sau:

a. Đa thức lũy thừa:

$$i = a_0 + a_1 u + a_2 u^2 + \dots + a_n u^n \quad (12.5)$$

trong đó thường sử dụng đa thức lũy thừa bậc 2:

$$i = a_0 + a_1 u + a_2 u^2 \quad (12.5a)$$

đa thức bậc 3 hay bậc 5 thiếu:

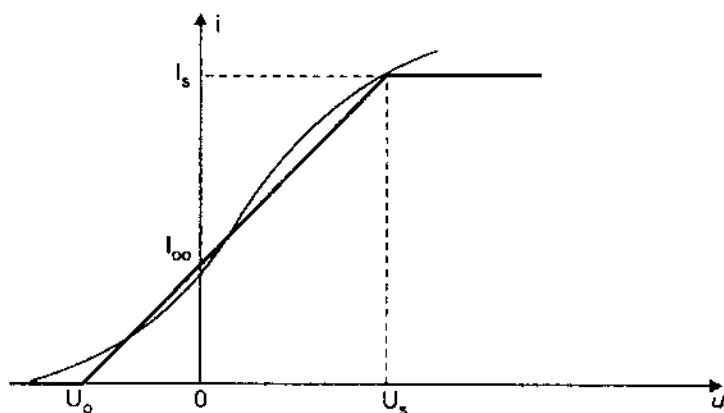
$$i = a_0 + a_1 u + a_3 u^3 \quad (12.5b)$$

$$i = a_0 + a_1 u + a_3 u^3 + a_5 u^5 \quad (12.5c)$$

b. Thay đường cong của đặc tuyến bằng các đoạn đường thẳng (đường gấp khúc).

Thí dụ: đặc tuyến vôn-ampe của diốt bán dẫn (hình 12.4) được thay bằng đường gấp khúc có phương trình:

$$i = \begin{cases} 0 & \text{khi } u < U_0 \\ I_{00} + SU & U_0 \leq u \leq U_s \\ I_s & u > U_s \end{cases} \quad (12.6)$$



Hình 12.4. Tiệm cận hóa đặc tuyến của phần tử phi tuyến bằng đường gãy khúc

c. Đa thức mũ :

$$i = I_1 e^{a_1 u} + I_2 e^{a_2 u} + I_3 e^{a_3 u} + \dots + I_n e^{a_n u} \quad (12.7)$$

Việc chọn hàm tiệm cận dạng đa thức mũ (12.7), có thể tiệm cận đặc tuyến phần tử phi tuyến bất kỳ, song việc xác định các tham số tiệm cận rất phức tạp, nên thực tế chỉ sử dụng đa thức mũ dạng đơn giản:

$$i = I_{00} e^{au} \quad (12.7a)$$

hoặc: $i = I_1 e^{a_1 u} + I_2 e^{a_2 u}$ (12.7b)

d. Hàm siêu việt:

$$i = \frac{I_a}{2} (1 + \text{thqu}) \quad (12.8)$$

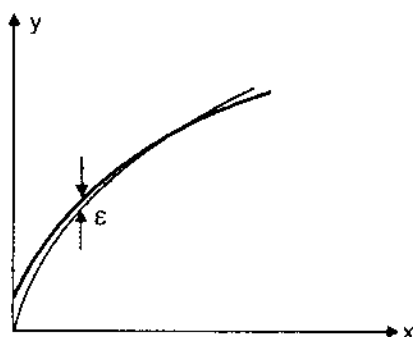
Hàm siêu việt (12.8) thường được sử dụng khi tiệm cận hóa đặc tuyến gốc - góp của tranzistor.

Việc xác định các tham số tiệm cận phụ thuộc vào tiêu chuẩn gần đúng chọn khi tiệm cận. Các tiêu chuẩn gần đúng thường sử dụng có thể là :

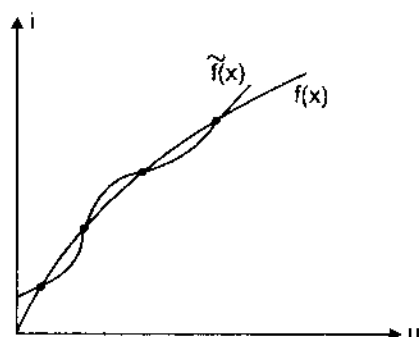
- Sai số giữa hàm tiệm cận và hàm được tiệm cận trong khoảng đã cho là nhỏ nhất, nghĩa là:

$$|\tilde{f}(x) - f(x)| \leq \epsilon \quad (12.9)$$

trong đó $\tilde{f}(x)$ là hàm tiệm cận; $f(x)$ là hàm được tiệm cận (xem hình 12.5).



Hình 12.5



Hình 12.6

- Trung bình bình phương của sai số giữa hàm tiệm cận và hàm được tiệm cận trong khoảng đã cho là nhỏ nhất, nghĩa là :

$$\left(\frac{1}{x} \int_0^x [\tilde{f}(x) - f(x)]^2 dx \right)^{1/2} \leq \delta \quad (12.10)$$

trong đó x là khoảng tiệm cận.

- Hàm tiệm cận $\tilde{f}(x)$ hoàn toàn trùng với hàm được tiệm cận tại một số điểm trong khoảng tiệm cận (phương pháp nội suy) (xem hình 12.6).

Phương pháp xác định các tham số tiệm cận (các hệ số tiệm cận) theo các tiêu chuẩn gần đúng được chọn, bạn đọc có thể tìm hiểu trong các tài liệu toán học phân về "Lý thuyết kết cấu hàm số". Khi thực hiện tiệm cận đặc tuyến của phần tử phi tuyến, người ta thường sử dụng phương pháp đơn giản nhất, đó là phương pháp các điểm chọn. Sau đây ta minh chứng bằng một số thí dụ.

Thí dụ 1: Đặc tuyến của phần tử phi tuyến được tiệm cận hóa bởi đa thức lũy thừa bậc 2:

$$i = a_0 + a_1 u + a_2 u^2 \quad (12.11)$$

Trên đặc tuyến của phần tử phi tuyến ta chọn ba điểm với các tọa độ tương ứng $u_1 i_1$, $u_2 i_2$, $u_3 i_3$ (xem hình 12.7a).

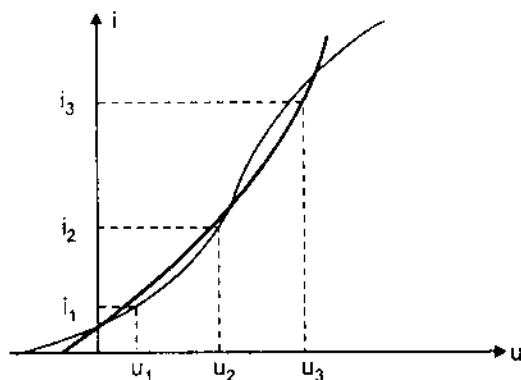
Thiết lập các giá trị tương ứng của điện áp và dòng điện vào đa thức (12.11), ta sẽ nhận được hệ phương trình:

$$\begin{cases} i_1 = a_0 + a_1 u_1 + a_2 u_1^2, \\ i_2 = a_0 + a_1 u_2 + a_2 u_2^2, \\ i_3 = a_0 + a_1 u_3 + a_2 u_3^2. \end{cases} \quad (12.12)$$

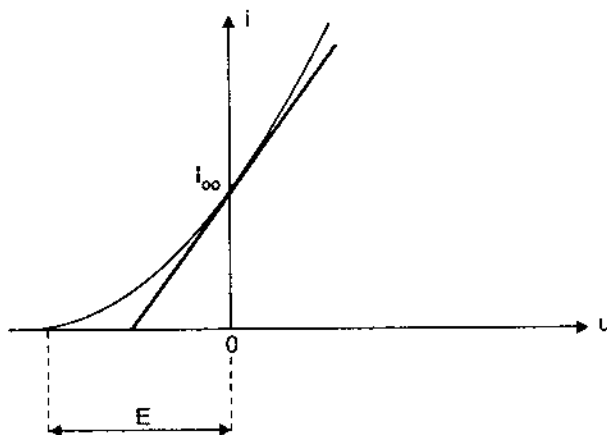
Giải hệ phương trình (12.12) ta xác định được các tham số tiệm cận.

Thí dụ 2: Đặc tuyến của phần tử phi tuyến cũng được tiệm cận hóa bởi đa thức lũy thừa bậc 2 như (12.11).

Ở đây ta thực hiện làm trùng hàm tiệm cận và giá trị đạo hàm của nó với hàm được tiệm cận tại một số điểm (xem hình 12.7b).



Hình 12.7a



Hình 12.7b. Mô tả xác định tham số tiệm cận bằng cách làm trùng giá trị của hàm và đạo hàm của nó tại một số điểm

Tại điểm $u = 0$, ta có $i = I_{00}$, do đó $a_0 = I_{00}$. Cũng tại điểm $u = 0$, ta gọi S_0 là tang của góc nghiêng của tiếp tuyến của đặc tuyến phần tử phi tuyến, ta sẽ có:

$$\left. \frac{di}{du} \right|_{u=0} = S_0$$

nghĩa là $a_1 = S_0$.

Tham số tiệm cận a_2 có thể xác định từ phương trình đối với điểm b (tại điểm b có $i = 0$):

$$0 = I_{00} + S_0 (-E) + a_2 (-E)^2,$$

từ đây, ta tìm được :

$$a_2 = \frac{S_0 E - I_{00}}{E^2}$$

12.3. BIẾN ĐỔI PHỔ CỦA TÍN HIỆU TRONG MẠCH PHI TUYẾN

12.3.1. Tác động một dao động điều hòa vào phần tử phi tuyến

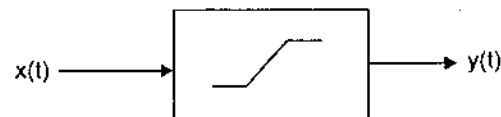
Xét phần tử phi tuyến không có quán tính, đặc tuyến của nó được tiệm cận hóa bởi đa thức lũy thừa:

$$y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_n x^n \quad (12.13)$$

Giả sử trên đầu vào của phần tử phi tuyến tác động một dao động điều hòa:

$$x(t) = X \cos(\omega t + \varphi)$$

(xem hình 12.8).



Hình 12.8. Tác động một dao động điều hòa vào phần tử phi tuyến

Khi đó phản ứng ở đầu ra:

$$y(t) = a_0 + a_1 X \cos(\omega t + \varphi) + a_2 X^2 \cos^2(\omega t + \varphi) + a_3 X^3 \cos^3(\omega t + \varphi) + \dots + a_n X^n \cos^n(\omega t + \varphi).$$

Thực hiện các phép biến đổi lượng giác đã biết, sau đó nhóm các thừa số chung, ta sẽ nhận được:

$$\begin{aligned} y(t) = & \left[a_0 + \frac{1}{2} a_2 X^2 + \frac{3}{8} a_4 X^4 + \dots \right] + \left[a_1 X + \frac{3}{4} X^3 + \frac{5}{8} X^5 + \dots \right] \cos(\omega t + \varphi) + \\ & + \left[\frac{1}{2} a_2 X^2 + \frac{1}{2} a_4 X^4 + \dots \right] \cos 2(\omega t + \varphi) + \\ & + \left[\frac{1}{4} a_3 X^3 + \frac{5}{16} a_5 X^5 + \dots \right] \cos 3(\omega t + \varphi) + \end{aligned} \quad (12.14)$$

$$\begin{aligned}
 y(t) = & \left[a_0 + a_2 \left(\frac{1}{2} X_1^2 + \frac{1}{2} X_2^2 \right) + \dots \right] + \\
 & + \left[a_1 X_1 + a_3 \left(\frac{3}{4} X_1^3 + \frac{3}{2} X_1 X_2^2 \right) + \dots \right] \cos(\omega_1 t + \varphi_1) + \\
 & + \left[a_1 X_2 + a_3 \left(\frac{3}{4} X_2^3 + \frac{3}{2} X_1^2 X_2 \right) + \dots \right] \cos(\omega_2 t + \varphi_2) + \\
 & + \left[\frac{a_2}{2} X_1^2 + a_4 \left(\frac{1}{2} X_1^4 + \frac{3}{2} X_1^2 X_2^2 \right) + \dots \right] \cos 2(\omega_1 t + \varphi_1) + \\
 & + \left[\frac{a_2}{2} X_2^2 + a_4 \left(\frac{1}{2} X_2^4 + \frac{3}{2} X_1^2 X_2^2 \right) + \dots \right] \cos 2(\omega_2 t + \varphi_2) + \\
 & + \left[a_2 X_1 X_2 + a_4 \left(\frac{3}{2} X_1^3 X_2 + \frac{3}{2} X_1 X_2^3 \right) + \dots \right] \cos[(\omega_1 - \omega_2)t + \varphi_1 - \varphi_2] + \\
 & + \left[a_2 X_1 X_2 + a_4 \left(\frac{3}{2} X_1^3 X_2 + \frac{3}{2} X_1 X_2^3 \right) + \dots \right] \cos[(\omega_1 + \omega_2)t + \varphi_1 + \varphi_2] + \\
 & + \left[\frac{1}{4} a_3 X_1^3 + a_5 \left(\frac{5}{16} X_1^5 + \frac{5}{4} X_1^3 X_2^2 \right) + \dots \right] \cos 3(\omega_1 t + \varphi_1) + \\
 & + \left[\frac{1}{4} a_3 X_2^3 + a_5 \left(\frac{5}{16} X_2^5 + \frac{5}{4} X_1^2 X_2^3 \right) + \dots \right] \cos 3(\omega_2 t + \varphi_2) + \\
 & + \left[\frac{3}{4} a_3 X_1^2 X_2 + a_5 \left(\frac{5}{4} X_1^4 X_2 + \frac{15}{8} X_1^2 X_2^3 \right) + \dots \right] \cos 3[(2\omega_1 - \omega_2)t + 2\varphi_1 - \varphi_2] + \\
 & + \left[\frac{3}{4} a_3 X_1 X_2^2 + a_5 \left(\frac{5}{4} X_1 X_2^4 + \frac{15}{8} X_1^3 X_2^2 \right) + \dots \right] \cos[(\omega_1 - 2\omega_2)t + \varphi_1 - 2\varphi_2] + \\
 & + \left[\frac{3}{4} a_3 X_1 X_2^2 + a_5 \left(\frac{5}{4} X_1 X_2^4 + \frac{15}{8} X_1^3 X_2^2 \right) + \dots \right] \cos[(\omega_1 + 2\omega_2)t + \varphi_1 + 2\varphi_2] +
 \end{aligned} \tag{12.15}$$

Biểu thức nhận được (12.15) chứng tỏ rằng, trong trường hợp xét phản ứng ở đầu ra, ngoài các thành phần tần số $n\omega_1$, $m\omega_2$ (n, m là các số nguyên), còn các thành phần tần số $n\omega_1 \pm m\omega_2$. Dao động ứng với các tần số này gọi là thành phần dao động tần số tổ hợp và số $p = |m| + |n|$ cũng được gọi là bậc của dao động thành phần tần số tổ hợp.

Thí dụ, thành phần dao động tổ hợp với tần số $3\omega_1 + 2\omega_2$ là thành phần bậc 5, còn thành phần dao động tổ hợp với tần số $3\omega_1 - \omega_2$ là thành phần bậc 4. Để thuận tiện cho việc biểu diễn sau này, ta sẽ biểu diễn biên độ của các thành phần tần số tổ hợp bằng chỉ số kép.

Thí dụ: I_{nm} hay U_{nm} . Dễ dàng thấy rằng các thành phần dao động $n\omega_1$, $m\omega_2$ là trường hợp đặc biệt của thành phần tần số tổ hợp ứng với hoặc $n = 0$, hoặc $m = 0$; còn thành phần một chiều ứng với trường hợp $n = m = 0$. Các thành phần dao động bậc chẵn (n, m, p chẵn) chỉ phụ thuộc vào hệ số với chỉ số chẵn của đa thức tiệm cận. Thành phần dao động bậc chẵn $2k$ chỉ phụ thuộc vào các hệ số của đa thức tiệm cận với chỉ số chẵn lớn hơn và bằng $2k$. Các thành phần dao động bậc lẻ (n, m, p lẻ) chỉ phụ thuộc vào các hệ số với chỉ số lẻ của đa thức tiệm cận. Thành phần dao động bậc lẻ $2k + 1$ chỉ phụ thuộc vào các hệ số của đa thức tiệm cận với chỉ số lẻ lớn hơn và bằng $2k + 1$.

Dễ dàng chứng minh được rằng, các kết luận trên hoàn toàn đúng đối với trường hợp khi tác động vào phần tử phi tuyến đồng thời nhiều dao động điều hòa.

12.4. PHÂN TÍCH MẠCH ĐIỆN PHI TUYẾN

Phương trình trạng thái của mạch điện phi tuyến là phương trình vi phân phi tuyến không thuần nhất. Do đó, đối với mạch điện phi tuyến chỉ có thể phân tích một cách gần đúng. Dưới đây chỉ hạn chế việc phân tích mạch điện phi tuyến ở chế độ xác lập. Trong thực tế các mạch điện phi tuyến có thể được phân chia thành các phần tuyến tính và các phần phi tuyến độc lập nhau. Hơn nữa các phần tử phi tuyến có thể được coi như các phần tử không quán tính. Tồn tại hai phương pháp cơ bản phân tích mạch điện phi tuyến: Phương pháp giải gần đúng phương trình vi phân phi tuyến và nhóm phương pháp phân tích phổ. Phương pháp giải gần đúng phương trình vi phân phi tuyến chỉ áp dụng cho một số bài toán cụ thể (mạch cụ thể). Nhóm phương pháp phân tích phổ dựa trên nguyên lý biến đổi phổ của tín hiệu trong mạch điện phi tuyến tính. Trong nhóm phương pháp phân tích phổ, chọn phương pháp nào đó phụ thuộc vào dạng của tín hiệu đầu vào và hàm tiệm cận đặc tuyến của phần tử phi tuyến.

12.4.1. Phương pháp cung bội

Phương pháp cung bội được sử dụng khi đặc tuyến của phần tử phi tuyến được tiệm cận hóa bởi đa thức lũy thừa. Với mục đích tìm các thành phần phổ của tín hiệu đầu ra, ta sử dụng các công thức biến đổi lượng giác sau đây:

$$\sin^2 \alpha = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 2\alpha,$$

$$\cos^2 \alpha = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2\alpha,$$

$$\sin^3 \alpha = \frac{3}{4} \sin \alpha - \frac{1}{4} \sin 3\alpha$$

$$\cos^3 \alpha = \frac{3}{4} \cos \alpha + \frac{1}{4} \cos 3\alpha,$$

$$\sin^4 \alpha = \frac{3}{8} - \frac{1}{2} \cos 2\alpha + \frac{1}{8} \cos 4\alpha,$$

$$\cos^4 \alpha = \frac{3}{8} + \frac{1}{2} \cos 2\alpha + \frac{1}{8} \cos 4\alpha,$$

$$\sin^5 \alpha = \frac{1}{16} \sin 5\alpha - \frac{5}{16} \sin 3\alpha + \frac{5}{8} \sin \alpha$$

$$\cos^5 \alpha = \frac{1}{16} \cos 5\alpha + \frac{5}{16} \cos 3\alpha + \frac{5}{8} \cos \alpha,$$

$$\sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} \cos(\alpha - \beta) - \frac{1}{2} \cos(\alpha + \beta),$$

$$\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} \sin(\alpha - \beta) + \frac{1}{2} \sin(\alpha + \beta),$$

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} \cos(\alpha - \beta) + \frac{1}{2} \cos(\alpha + \beta),$$

$$\sin \alpha \sin^2 \beta = \frac{1}{2} \sin \alpha - \frac{1}{4} \sin(\alpha - 2\beta) - \frac{1}{4} \sin(\alpha + 2\beta),$$

$$\sin \alpha \cos^2 \beta = \frac{1}{2} \sin \alpha + \frac{1}{4} \sin(\alpha - 2\beta) + \frac{1}{4} \sin(\alpha + 2\beta),$$

$$\cos \alpha \cos^2 \beta = \frac{1}{2} \cos \alpha + \frac{1}{4} \cos(\alpha - 2\beta) + \frac{1}{4} \cos(\alpha + 2\beta),$$

$$\cos \alpha \sin^2 \beta = \frac{1}{2} \cos \alpha - \frac{1}{4} \cos(\alpha - 2\beta) - \frac{1}{4} \cos(\alpha + 2\beta),$$

$$\sin \alpha \cos^2 \alpha = \frac{1}{4} \sin \alpha + \frac{1}{4} \sin 3\alpha,$$

$$\cos \alpha \sin^2 \alpha = \frac{1}{4} \cos \alpha - \frac{1}{4} \cos 3\alpha.$$

Dưới đây ta xét một số thí dụ đơn giản ứng dụng các công thức trên để tìm phổ của tín hiệu đầu ra phần tử phi tuyến.

Giả sử đặc tuyến của phần tử phi tuyến được tiệm cận hóa bởi đa thức lũy thừa bậc 3:

$$y(t) = a_0 + a_1 x(t) + a_2 x^2(t) + a_3 x^3(t),$$

tác động vào phần tử phi tuyến dao động điều hòa:

$$x(t) = X \cos \omega t.$$

Thiết lập $x(t)$ vào biểu thức đối với $y(t)$ trên:

$$y(t) = a_0 + a_1 X \cos \omega t + a_2 X^2 \cos^2 \omega t + a_3 X^3 \cos^3 \omega t.$$

Sử dụng các công thức biến đổi lượng giác trên và sau khi biến đổi ta sẽ nhận được:

$$y(t) = a_0 + \frac{a_2 X^2}{2} + \left(a_1 X + \frac{3}{4} a_3 X^3 \right) \cos \omega t + \\ + \frac{a_2 X^2}{2} \cos 2\omega t + \frac{1}{4} a_3 X^3 \cos 3\omega t.$$

Từ đây ta nhận được giá trị của thành phần một chiều và biên độ của các thành phần hài:

$$Y_0 = a_0 + \frac{a_2 X^2}{2}, \quad Y_1 = a_1 X + \frac{3}{4} a_3 X^3,$$

$$Y_2 = \frac{a_2 X^2}{2}, \quad Y_3 = \frac{1}{4} a_3 X^3$$

Vì đặc tuyến của phần tử phi tuyến được tiệm cận hóa bằng đa thức lũy thừa bậc 3, nên tín hiệu đầu ra không chứa các thành phần hài có bậc lớn hơn 3.

Bây giờ xét trường hợp tác động vào phần tử phi tuyến hai dao động điều hòa đồng thời:

$$x(t) = X_1 \cos \omega_1 t + X_2 \cos \omega_2 t$$

Trong trường hợp này:

$$y(t) = a_0 + a_1 (X_1 \cos \omega_1 t + X_2 \cos \omega_2 t) + \\ + a_2 (X_1 \cos \omega_1 t + X_2 \cos \omega_2 t)^2 + a_3 (X_1 \cos \omega_1 t + X_2 \cos \omega_2 t)^3.$$

Sử dụng các công thức biến đổi lượng giác trên, sau khi biến đổi ta nhận được:

$$\begin{aligned}
 y(t) = & a_0 + \frac{a_2 X_1^2}{2} + \frac{a_2 X_2^2}{2} + \left(a_1 X_1 + \frac{3a_3 X_1^3}{4} + \frac{3a_3 X_1 X_2^2}{2} \right) \cos \omega_1 t \\
 & + \left(a_1 X_2 + \frac{3a_3 X_2^3}{4} + \frac{3a_3 X_1^2 X_2}{2} \right) \cos \omega_2 t + \\
 & + \frac{a_2 X_1^2}{2} \cos 2\omega_1 t + \frac{a_2 X_2^2}{2} \cos 2\omega_2 t + \frac{a_3 X_1^3}{4} \cos 3\omega_1 t + \\
 & + \frac{a_3 X_2^3}{4} \cos 3\omega_2 t + a_2 X_1 X_2 \cos(\omega_1 + \omega_2)t + a_2 X_1 X_2 \cos(\omega_1 - \omega_2)t \\
 & + 3a_3 X_1 X_2^2 \cos(\omega_1 + 2\omega_2)t + 3a_3 X_1 X_2^2 \cos(\omega_1 - 2\omega_2)t + \\
 & + 3a_3 X_1^2 X_2 \cos(2\omega_1 + \omega_2)t + 3a_3 X_1^2 X_2 \cos(2\omega_1 - \omega_2)t
 \end{aligned}$$

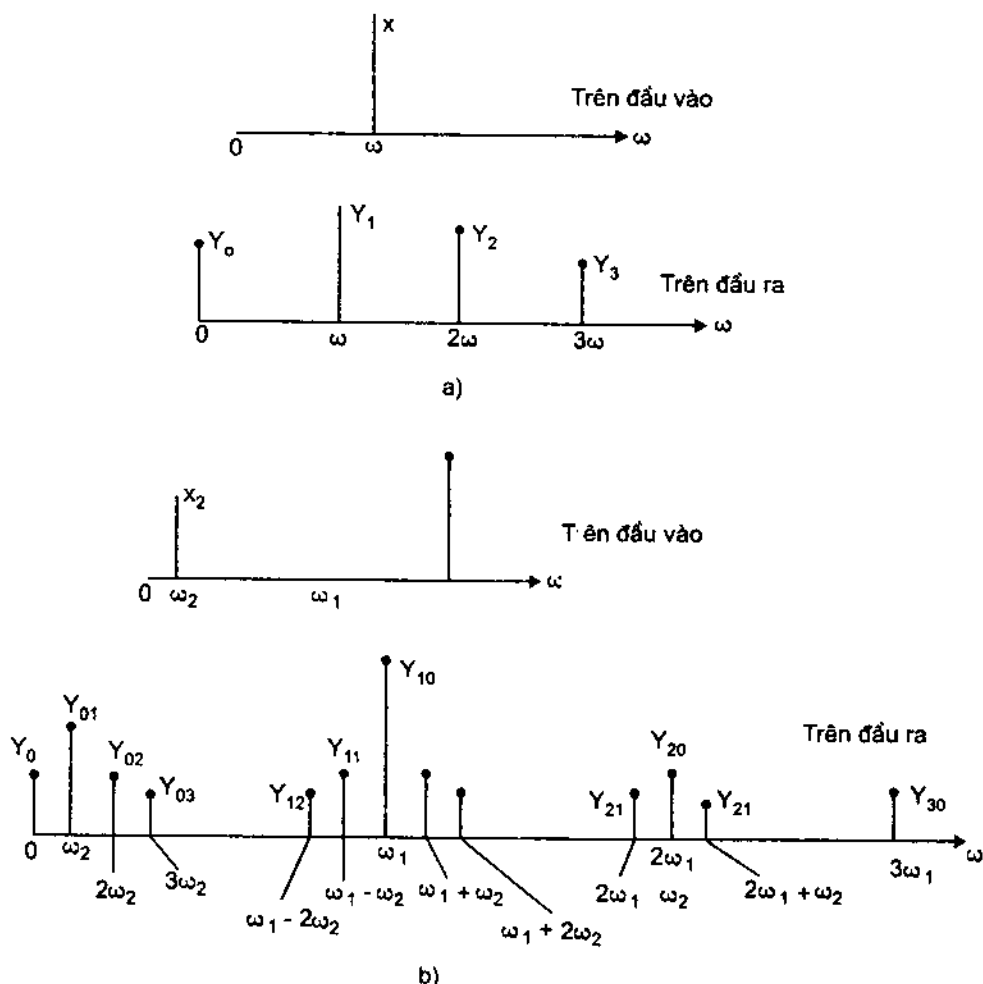
Từ đây ta xác định được biên độ của các thành phần dao động tương ứng ở đầu ra:

$$\begin{aligned}
 Y_0 &= a_0 + \frac{a_2}{2} (X_1^2 + X_2^2), \\
 Y_{10} &= a_1 X_1 + \frac{3}{4} a_3 X_1^3 + \frac{3}{2} a_3 X_1 X_2^2, \\
 Y_{01} &= a_1 X_2 + \frac{3}{4} a_3 X_2^3 + \frac{3}{2} a_3 X_1^2 X_2, \\
 Y_{20} &= \frac{a_2 X_1^2}{2}, \quad Y_{02} = \frac{a_2 X_2^2}{2}, \\
 Y_{30} &= \frac{a_3 X_1^3}{4}, \quad Y_{03} = \frac{a_3 X_2^3}{4}, \\
 Y_{11} &= a_2 X_1 X_2, \quad Y_{12} = 3a_3 X_1 X_2^2, \\
 Y_{21} &= 3a_3 X_1^2 X_2
 \end{aligned}$$

Trong trường hợp này dao động ở đầu ra cũng không chứa các thành phần hài có bậc lớn hơn 3.

Đồ thị phổ của tín hiệu đầu vào và đầu ra tương ứng vẽ trên hình (12.10).

Chú ý rằng trên hình 12.10 không chỉ ra mối tương quan biên độ giữa các thành phần dao động.



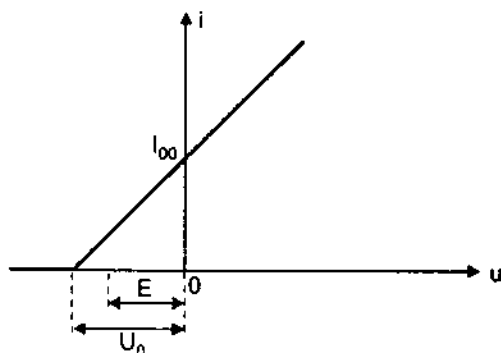
Hình 12.10. Phổ của tín hiệu ở đầu vào và đầu ra bộ biến đổi phi tuyến

a) khi tác động ở đầu vào một dao động điều hòa;

b) khi tác động ở đầu vào hai dao động điều hòa đồng thời

12.4.2. Phương pháp góc cắt điện

Phương pháp góc cắt điện được sử dụng để phân tích phổ khi đặc tuyến của phần tử phi tuyến được tiệm cận hóa bằng đường gãy khúc (hình 12.11).



Hình 12.11. Tiệm cận hóa đặc tuyến của phần tử phi tuyến bằng đường gãy khúc

$$i = \begin{cases} 0 & \text{khi } u \leq U_0 \\ I_{00} + SU & \text{khi } u > U_0 \end{cases} \quad (12.16)$$

Giả sử đặc tuyến của phần tử phi tuyến được tiệm cận hóa bằng đường gãy khúc (hình 12.11) được xác định bởi biểu thức (12.16), trong đó U_0 là điện áp cắt, I_{00} là dòng điện tĩnh:

$$i = I_{00} + SU_0 \quad (12.17)$$

Giả sử ở đầu vào phần tử phi tuyến tác động điện áp :

$$u = E + U_0 \cos \omega t \quad (12.18)$$

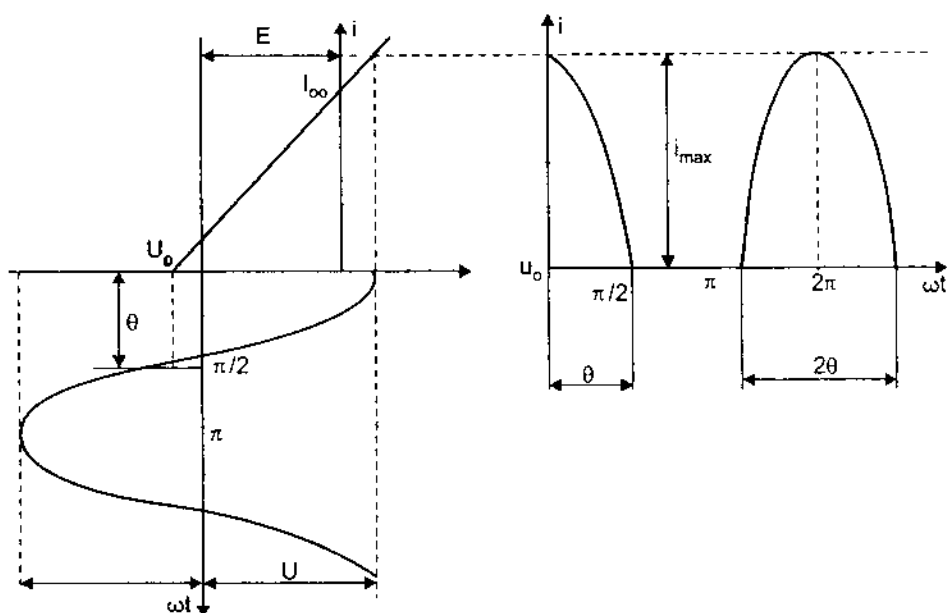
trong đó E là điện áp thiên áp, xác định điểm làm việc của phần tử phi tuyến (xem hình 12.12).

Điểm làm việc trên đặc tuyến của phần tử phi tuyến được chọn sao cho tồn tại phép biến đổi phi tuyến khi biên độ U của dao động điều hòa đủ lớn, nghĩa là khi thỏa mãn điều kiện:

$$U > |U_0 - E| \quad (12.19)$$

Bằng phương pháp ba mặt phẳng tọa độ, ta xác định được đồ thị thời gian của dòng điện chạy qua phần tử phi tuyến (xem hình 12.12).

Từ đồ thị (hình 12.12) ta thấy, dòng điện qua phần tử phi tuyến chỉ trong một phần chu kỳ của tín hiệu vào, một nửa phần này (biểu thị theo đơn vị radian hoặc độ) được gọi là góc cắt điện θ .



Hình 12.12 Đồ thị giải thích quá trình xuất hiện dòng điện qua phần tử phi tuyến

Thiết lập biểu thức của dòng điện trong một chu kỳ của tín hiệu vào:

$$i = \begin{cases} I_{00} + SU & \text{khi } 0 < \omega t < \theta \\ 0 & \text{khi } \theta < \omega t < 2\pi - \theta \\ I_{00} + SU & \text{khi } 2\pi - \theta < \omega t < 2\pi \end{cases} \quad (12.20)$$

Góc cắt điện θ có thể biểu diễn qua điện áp thiên áp E , điện áp cắt U_0 và biên độ của điện áp vào U .

Từ biểu thức của dòng điện (12.20), sử dụng công thức biến đổi Fourier ta sẽ tính được các thành phần hài của tín hiệu đầu ra. Các thành phần hài này phụ thuộc vào các tham số điện áp E , U_0 , U và hồ dẫn S . Tuy nhiên tính toán tích phân Fourier trong trường hợp này khá phức tạp. Do đó, ta sẽ viết biểu thức của dòng điện i dưới dạng khác. Trong biểu thức (12.20), thay u từ biểu thức (12.18), ta sẽ nhận được biểu thức biểu thị sự thay đổi của dòng điện theo thời gian t (trong các khoảng thời gian $i \neq 0$):

$$i = I_{00} + SE + SU \cos \omega t \quad (12.21)$$

Quy luật thay đổi dòng điện theo thời gian có thể biểu thị qua góc cắt điện θ . Vì khi $\omega t = \theta$, dòng điện $i = 0$, nên ta nhận được:

$$0 = I_{00} + SE + SU \cos \theta \quad (12.22)$$

Lấy hai vế của biểu thức (12.21) trừ đi hai vế của biểu thức (12.22), ta sẽ nhận được:

$$i = SU (\cos \omega t - \cos \theta) \quad (12.23)$$

Biểu thức (12.22) cho phép đưa ra biểu thức xác định góc cắt điện θ :

$$\cos \theta = -\frac{SE + I_{00}}{SU} = -\frac{E - U_0}{U} \quad (12.24)$$

Công thức (12.24) có nghĩa khi $|E - U_0| < U$ [xem biểu thức (12.19)]. Trong trường hợp ngược lại không tồn tại phép biến đổi phi tuyến.

Khi $\omega t = 0$, dòng điện đầu ra đạt giá trị cực đại $i_{\max}$, nên từ biểu thức (12.23) ta nhận được:

$$i_{\max} = SU (1 - \cos \theta) \quad (12.25)$$

Biên độ của các thành phần hài của dòng điện đầu ra được xác định theo công thức tích phân Fourier dạng tổng quát:

$$\begin{cases} A_n \\ B_n \end{cases} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(\omega t) \cos n\omega t d\omega t$$

Ở đây hàm $f(\omega t)$ là sự thay đổi của dòng điện theo thời gian t . Trong trường hợp xét hàm $i(\omega t)$ là hàm chẵn (xem hình 12.12), nên trong khai triển Fourier, các hệ số $B_n = 0$, và chỉ tồn tại các hệ số A_n (thành phần một chiều và các thành phần ứng với hàm cosin) và ta sẽ biểu diễn qua I_n .

Thành phần hài bậc 1 (thành phần hài cơ bản):

$$I_1 = \frac{1}{\pi} \int_{-\theta}^{\theta} i(\omega t) \cos \omega t d\omega t$$

Thay $i(\omega t)$ từ biểu thức (12.23) vào biểu thức trên, ta nhận được:

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{1}{\pi} \int_{-\theta}^{\theta} SU(\cos \omega t - \cos \theta) \cos \omega t d\omega t \\ &= \frac{SU}{\pi} \left(\frac{1}{2} \int_{-\theta}^{\theta} d\omega t + \frac{1}{2} \int_{-\theta}^{\theta} \cos 2\omega t d\omega t - \cos \theta \int_{-\theta}^{\theta} \cos \omega t d\omega t \right) \end{aligned}$$

Sau khi thực hiện tích phân và biến đổi, ta nhận được:

$$I_1 = \frac{SU}{\pi} (\theta - \sin \theta \cos \theta) \quad (12.26)$$

Thực hiện chuẩn hóa theo giá trị cực đại của dòng điện:

$$\frac{I_1}{i_{\max}} = \frac{\theta - \sin \theta \cos \theta}{\pi(1 - \cos \theta)}$$

Biểu thức nhận được chứng tỏ rằng tỉ số $I_1/i_{\max}$ chỉ phụ thuộc vào góc cắt điện θ .

Tính toán tương tự sẽ xác định được tương quan của các thành phần hài khác của dòng điện:

$$\begin{aligned} \frac{I_0}{i_{\max}} &= \varphi_0(\theta) = \alpha_0, \\ \frac{I_1}{i_{\max}} &= \varphi_1(\theta) = \alpha_1, \\ \frac{I_2}{i_{\max}} &= \varphi_2(\theta) = \alpha_2, \\ &\dots\dots\dots \\ \frac{I_n}{i_{\max}} &= \varphi_n(\theta) = \alpha_n \end{aligned}$$

Các hệ số α_i gọi là hệ số phân giải:

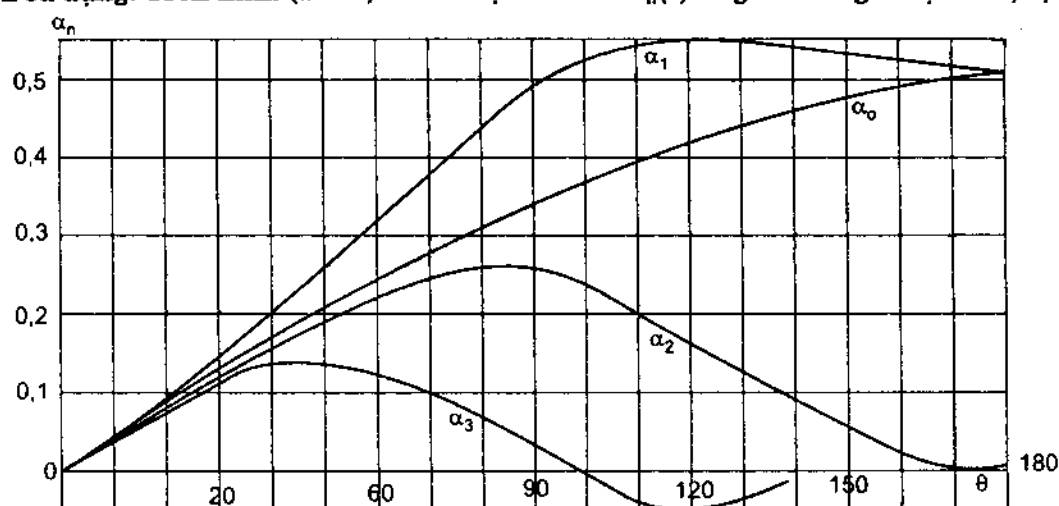
$$\alpha_0 = \frac{\sin \theta - \theta \cos \theta}{\pi(1 - \cos \theta)} \quad (12.27)$$

$$\alpha_1 = \frac{\theta - \sin \theta \cos \theta}{\pi(1 - \cos \theta)} \quad (12.28)$$

Khi $n \geq 2$, hệ số phân giải:

$$\alpha_n = \frac{2(\sin n\theta \cos \theta - n \cos n\theta \sin \theta)}{\pi n(n^2 - 1)(1 - \cos \theta)}$$

Các hệ số phân giải α_n là hàm số chỉ phụ thuộc vào góc cắt điện θ . Giá trị của chúng có thể được tính trước với các giá trị khác nhau của góc cắt điện θ và lập thành bảng để tiện sử dụng. Trên hình (12.13) vẽ đồ thị của hàm $\alpha_n(\theta)$ ứng với các giá trị $n = 0, 1, 2, 3$.



Hình 12.13. Đồ thị hàm $\alpha_n(\theta)$

Phương pháp phân tích phổ theo góc cắt điện θ được thực hiện theo các bước sau: Theo các giá trị E, U, S, I_{00} đã biết (trong đó các giá trị I_{00}, S được xác định trực tiếp trên đặc tuyến của phần tử phi tuyến), dựa vào công thức (12.24) xác định góc cắt điện θ ; Từ góc cắt điện θ đã biết, theo công thức (12.25), xác định giá trị cực đại của dòng điện $i_{\max}$, sau đó theo đồ thị hình 12.13, hoặc tra bảng, hoặc tính toán sẽ xác định được các hệ số phân giải α_n . Biên độ của thành phần hài bậc n được xác định bằng tích của hệ số phân giải và giá trị cực đại của dòng điện:

$$I_n = \alpha_n i_{\max} \quad (12.29)$$

Phân tích sự phụ thuộc của hệ số phân giải $\alpha_n(\theta)$ cho phép rút ra các kết luận sau đây:

- Biên độ của mỗi thành phần hài đạt giá trị cực đại ứng với giá trị xác định của góc cắt điện θ (giá trị tối ưu). Thí dụ, biên độ thành phần hài bậc 2 đạt giá trị cực đại ứng với giá trị góc cắt điện $\theta = 60^\circ$, biên độ thành phần hài bậc 3 ứng với giá trị $\theta = 40^\circ, \dots$, biên độ thành phần hài bậc n ứng với giá trị $\theta = \frac{120^\circ}{n}$. Sử dụng tính chất này cho phép chọn điểm làm việc của phần tử phi tuyến sao cho thành phần hài mong muốn (hữu ích) ở đầu ra đạt giá trị lớn nhất.

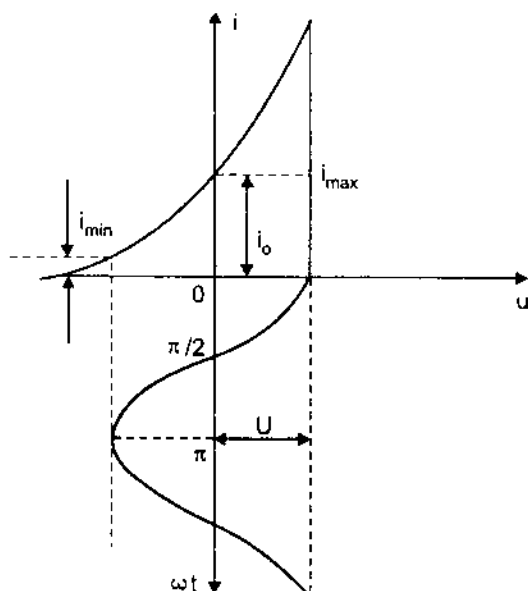
- Biên độ các thành phần hài bậc lẻ (trừ thành phần hài cơ bản - hài bậc 1) bằng không ứng với giá trị góc cắt $\theta = 90^\circ$. Điều này cho phép loại bỏ các thành phần không mong muốn ở đầu ra.

12.4.3. Phương pháp ba, năm điểm tọa độ

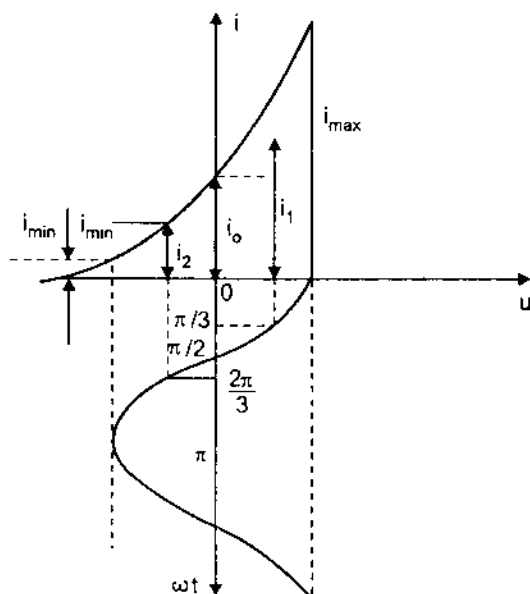
Phương pháp ba, năm điểm tọa độ được sử dụng khi thực hiện phân tích mạch bằng đồ thị và khi áp dụng phương pháp giải tích sẽ phức tạp do khó khăn trong việc giải bài toán tiệm cận.

Phương pháp ba điểm tọa độ cho phép xác định một cách gần đúng thành phần một chiều và biên độ của thành phần hài cơ bản và thành phần hài bậc hai của tín hiệu đầu ra.

Giả sử trên đầu vào phần tử phi tuyến có đặc tuyến vôn-ampe vẽ trên hình (12.14) tác động một điện áp điều hòa.



Hình 12.14. Mô tả phương pháp ba điểm tọa độ



Hình 12.15. Mô tả phương pháp năm điểm tọa độ

Dòng điện ở đầu ra i là tổng của thành phần một chiều và các thành phần hài, trong trường hợp chung có thể viết dưới dạng:

$$i = I_0 + I_1 \cos \omega t + I_2 \cos 2\omega t + \dots \quad (12.30)$$

Giả sử rằng các thành phần hài bậc cao $n \geq 3$ có giá trị nhỏ có thể bỏ qua, ta chọn trên đồ thị ba điểm:

$$i = i_{\max} \text{ khi } \omega t = 0, \quad u = U,$$

$$i = i_0 \text{ khi } \omega t = \pi/2, \quad u = 0,$$

$$i = i_{\min} \text{ khi } \omega t = \pi, \quad u = -U$$

Áp dụng các giá trị này vào biểu thức (12.30) ta nhận được:

$$i_{\max} = I_0 + I_1 + I_2,$$

$$i_0 = I_0 - I_2,$$

$$i_{\min} = I_0 - I_1 + I_2.$$

Giải hệ phương trình trên theo các biến I_0, I_1, I_2 , ta nhận được:

$$\left. \begin{aligned} I_0 &= \frac{i_{\max} + i_{\min} + 2i_0}{4} \\ I_1 &= \frac{i_{\max} - i_{\min}}{2} \\ I_2 &= \frac{i_{\max} + i_{\min} - 2i_0}{4} \end{aligned} \right\} \quad (12.31)$$

Khi cần tính đến các thành phần hài bậc cao hơn ($n > 2$), ta sẽ chọn thêm một số điểm trên đồ thị. Thí dụ khi cần tính đến thành phần hài bậc bốn, trên đồ thị ta chọn thêm hai điểm $\omega t = \frac{\pi}{3}$ và $\omega t = \frac{2\pi}{3}$ (xem hình 12.15).

Trong trường hợp này dòng điện đầu ra sẽ là tổng của năm thành phần:

$$i = I_0 + I_1 \cos \omega t + I_2 \cos 2\omega t + I_3 \cos 3\omega t + I_4 \cos 4\omega t.$$

Từ đồ thị ở hình 12.15, phù hợp với các điểm chọn trên đồ thị, ta thiết lập được hệ phương trình :

$$i_{\max} = I_0 + I_1 + I_2 + I_3 + I_4,$$

$$i_1 = I_0 + 0,5 I_1 - 0,5 I_2 - I_3 + 0,5 I_4,$$

$$i_0 = I_0 - I_2 + I_4,$$

$$i_2 = I_0 - 0,5 I_1 + 0,5 I_2 + I_3 - 0,5 I_4,$$

$$i_{\min} = I_0 - I_1 + I_2 - I_3 + I_4.$$

Giải hệ phương trình trên ta tìm được:

$$\left. \begin{aligned} I_0 &= \frac{1}{6}[(i_{\max} + i_{\min}) + 2(i_1 + i_2)], \\ I_1 &= \frac{1}{3}[(i_{\max} - i_{\min}) + (i_1 - i_2)], \\ I_2 &= \frac{1}{4}[(i_{\max} + i_{\min}) + 2i_0], \\ I_3 &= \frac{1}{6}[(i_{\max} - i_{\min}) - 2(i_1 - i_2)], \\ I_4 &= \frac{1}{12}[(i_{\max} + i_{\min}) - 4(i_1 + i_2) + 6i_0] \end{aligned} \right\} \quad (12.32)$$

Cần chú ý rằng phương pháp ba, năm điểm tọa độ có sai số lớn và khi biên độ điện áp vào tăng, sai số cũng tăng.

12.4.4. Phương pháp ứng dụng lý thuyết hàm Bessel

Phương pháp phân tích phổ trên cơ sở lý thuyết hàm Bessel được sử dụng khi đặc tuyến của phần tử phi tuyến được tiệm cận hóa bởi hàm số mũ hay đa thức mũ.

Từ lý thuyết hàm Bessel ta đã biết:

$$e^{a \cos x} = J_0(a) + 2J_1(a) \cos x + 2J_2(a) \cos 2x + \dots \quad (12.33)$$

$$\begin{aligned} e^{a \sin x} &= J_0(a) + 2J_2(a) \cos 2x + 2J_4(a) \cos 4x + \dots \\ &\quad + 2J_1(a) \sin x + 2J_3(a) \sin 3x + \dots \end{aligned} \quad (12.34)$$

trong đó $J_0(a)$ là hàm Bessel loại 1 bậc 0 chỉ số a ;

$J_k(a)$ là hàm Bessel loại 1 bậc k chỉ số a .

Các hàm Bessel bậc 0, hoặc bậc k thường được cho bằng đồ thị.

Giả sử tác động vào phần tử phi tuyến, đặc tuyến của nó được tiệm cận hóa bằng hàm mũ $i = I_{00}e^{au}$, một dao động điều hòa $u = U \cos \omega t$. Khi đó:

$$i = I_{00} e^{aU \cos \omega t}$$

Sử dụng công thức (12.33) ta nhận được:

$$i = I_{00} [J_0(aU) + 2J_1(aU) \cos \omega t + 2J_2(aU) \cos 2\omega t + \dots]$$

Từ đây ta xác định được các thành phần phổ của tín hiệu đầu ra:

Thành phần một chiều $I_0 = I_{00}J_0(aU)$,

Biên độ thành phần hài bậc một $I_1 = 2I_{00}J_1(aU)$,

Biên độ thành phần hài bậc n $I_n = 2I_{00}J_n(aU)$.

Nếu đặc tuyến của phần tử phi tuyến được tiệm cận hóa bằng đa thức mũ:

$$i = A_1 e^{a_1 u} + A_2 e^{a_2 u}$$

khi đó ta có :

$$i = A_1 e^{a_1 U \cos \omega_1 t} + A_2 e^{a_2 U \cos \omega_2 t}$$

Thực hiện biến đổi tương tự như trên, ta sẽ nhận được :

$$I_0 = A_1 J_0(a_1 U) + A_2 J_0(a_2 U),$$

$$I_1 = 2A_1 J_1(a_1 U) + 2A_2 J_1(a_2 U),$$

$$\dots\dots\dots$$

$$I_n = 2A_1 J_n(a_1 U) + 2A_2 J_n(a_2 U).$$

Trường hợp tác động vào phần tử phi tuyến hai dao động điều hòa đồng thời.

$$u = u_1 + u_2 = U_1 \cos \omega_1 t + U_2 \cos \omega_2 t$$

và đặc tuyến của phần tử phi tuyến được tiệm cận hóa bằng hàm mũ:

$$i = I_{00} e^{au}$$

ta sẽ có :

$$\begin{aligned} i &= I_{00} e^{a[U_1 \cos \omega_1 t + U_2 \cos \omega_2 t]} \\ &= I_{00} e^{aU_1 \cos \omega_1 t} \cdot e^{aU_2 \cos \omega_2 t} \end{aligned}$$

Thực hiện phân tích các thừa số mũ theo chuỗi (12.33), ta nhận được:

$$\begin{aligned} i &= I_{00} [J_0(aU_1) + 2J_1(aU_1) \cos \omega_1 t + 2J_2(aU_1) \cos 2\omega_1 t + \dots] \times \\ &\quad \times [J_0(aU_2) + 2J_1(aU_2) \cos \omega_2 t + 2J_2(aU_2) \cos 2\omega_2 t + \dots] \\ &= I_{00} [J_0(aU_1)J_0(aU_2) + 2J_0(aU_2)J_1(aU_1) \cos \omega_1 t + 2J_0(aU_2)J_2(aU_1) \cos 2\omega_1 t \\ &\quad + \dots + 2J_0(aU_1)J_1(aU_2) \cos \omega_2 t + 4J_1(aU_1) \cos \omega_1 t + \\ &\quad + J_1(aU_2) \cos \omega_2 t + 4J_1(aU_1) \cos \omega_1 t \cdot J_2(aU_2) \cos 2\omega_2 t + \\ &\quad + 4J_2(aU_1) \cos 2\omega_1 t \cdot J_2(aU_2) \cos 2\omega_2 t + \dots] \\ &= I_{00} [J_0(aU_1) \cdot J_0(aU_2) + 2J_0(aU_2)J_1(aU_1) \cos \omega_1 t + \\ &\quad + 2J_0(aU_2)J_2(aU_1) \cos 2\omega_1 t + \dots + \\ &\quad + 2J_0(aU_1)J_1(aU_2) \cos \omega_2 t + 2J_1(aU_1)J_1(aU_2) \cos(\omega_1 + \omega_2)t + \\ &\quad + 2J_1(aU_1)J_1(aU_2) \cos(\omega_1 - \omega_2)t + 2J_2(aU_1)J_1(aU_2) \cos(2\omega_1 + \omega_2)t + \\ &\quad + 2J_2(aU_1)J_1(aU_2) \cos(2\omega_1 - \omega_2)t + \dots + \\ &\quad + 2J_0(aU_1)J_2(aU_2) \cos 2\omega_2 t + 2J_1(aU_1)J_2(aU_2) \cos(\omega_1 - 2\omega_2)t + \\ &\quad + 2J_1(aU_1)J_2(aU_2) \cos(\omega_2 + 2\omega_2)t + 2J_2(aU_1)J_2(aU_2) \cos(2\omega_1 + 2\omega_2)t + \\ &\quad + 2J_2(aU_2)J_2(aU_2) \cos(2\omega_1 - 2\omega_2)t + \dots] \end{aligned}$$

Từ đây ta tìm được :

$$I_0 = I_{00} J_0(aU_1) J_0(aU_2),$$

$$I_{nm} = I_{00} [2J_n(aU_1) J_m(aU_2)]$$

Từ những kết quả đã nhận được có thể rút ra một số nhận xét sau đây:

- Điểm đặc trưng nhất của mạch điện phi tuyến là làm thay đổi phổ của tín hiệu khi truyền qua nó. Sự thay đổi này bao gồm cả việc sinh ra các tần số mới, cũng như chuyển đổi phổ của tín hiệu theo thang tần số. Nhờ đặc tính quan trọng này mà các mạch phi tuyến được ứng dụng rộng rãi trong kỹ thuật điện tử nói chung hay kỹ thuật viễn thông nói riêng. Vấn đề này sẽ được xem xét kỹ trong chương tiếp theo.

- Khác với mạch điện tuyến tính, đối với các mạch điện phi tuyến không có phương pháp phân tích tổng quát mà chỉ có thể phân tích một cách gần đúng. Việc chọn phương pháp phân tích mạch phi tuyến không chỉ phụ thuộc vào đặc trưng của phần tử phi tuyến mà còn phụ thuộc vào dạng và độ lớn của tín hiệu vào, cũng như điểm công tác tĩnh của phần tử phi tuyến.

Chương 13

CÁC MẠCH BIẾN ĐỔI PHI TUYẾN CƠ BẢN

13.1. KHÁI NIỆM VỀ PHÉP BIẾN ĐỔI PHI TUYẾN

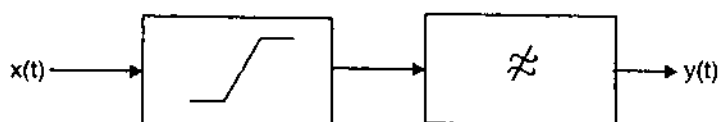
Ta gọi phép biến đổi tín hiệu mà kết quả làm thay đổi phổ của nó (thay đổi cấu trúc của phổ, hoặc chuyển từ vùng tần số này sang vùng tần số khác) là phép biến đổi phi tuyến. Mạch điện thực hiện phép biến đổi phi tuyến gọi là mạch phi tuyến.

Các phép biến đổi phi tuyến được sử dụng rộng rãi trong kỹ thuật điện tử, đặc biệt trong kỹ thuật viễn thông và kỹ thuật điều khiển từ xa. Trong kỹ thuật viễn thông và kỹ thuật điều khiển từ xa, sử dụng các phép biến đổi phi tuyến vừa cho phép tăng cự ly, vừa cho phép tăng khả năng chống nhiễu và khả năng bảo mật trong quá trình truyền tin.

Biến đổi phi tuyến tín hiệu có thể được thực hiện bằng mạch điện phi tuyến, hoặc mạch điện tham số. Trong phạm vi cuốn sách này chỉ hạn chế xem xét các phép biến đổi phi tuyến bằng mạch điện phi tuyến. Cũng chỉ hạn chế xem xét các phép biến đổi phi tuyến cơ bản nhất đang được sử dụng rộng rãi trong kỹ thuật viễn thông. Tuy nhiên, trên cơ sở các phép biến đổi phi tuyến cơ bản đã xét, có thể dễ dàng nghiên cứu các phép biến đổi phi tuyến khác được ứng dụng trong kỹ thuật hiện đại: kỹ thuật thông tin số, điều khiển số ...

Các mạch điện phi tuyến sử dụng trong thực tế bao gồm phần phi tuyến và các phần tuyến tính, các phần này độc lập nhau. Điều này cho phép khi phân tích mạch điện phi tuyến chỉ đi sâu phân tích phần phi tuyến của mạch (phần tuyến tính đã phân tích kỹ trong Tập 1) và có thể xem phần phi tuyến như mạch điện phi tuyến.

Khi tác động vào phần tử phi tuyến tín hiệu $x(t)$ có phổ $X(\omega)$, phổ của tín hiệu đầu ra ngoài các thành phần phổ của tín hiệu đầu vào còn có các thành phần phổ khác. Trong các thành phần phổ của tín hiệu đầu ra bao gồm cả các thành phần hữu ích và các thành phần phụ xuất hiện trong quá trình biến đổi (việc chọn thành phần hữu ích của phổ của tín hiệu đầu ra phụ thuộc vào mục đích sử dụng tín hiệu đầu ra bộ biến đổi). Các thành phần phụ sẽ làm méo tín hiệu đầu ra, cần phải loại bỏ chúng. Việc khử bỏ các thành phần phụ có thể được thực hiện nhờ bộ lọc tuyến tính, hoặc sử dụng các sơ đồ đặc biệt của bộ biến đổi. Do đó trong trường hợp chung, các bộ biến đổi phi tuyến đều có thể mô tả bằng mô hình tổng quát như trên hình (13.1).



Hình 13.1. Sơ đồ khối tổng quát của bộ biến đổi phi tuyến

Trong sơ đồ ở hình 13.1, khối mắc trên đầu ra phần tử phi tuyến là mạch lọc tuyến tính. Các mạch lọc tuyến tính sử dụng trong thực tế thường là các mạch cộng hưởng đơn, hoặc các mạch cộng hưởng ghép.

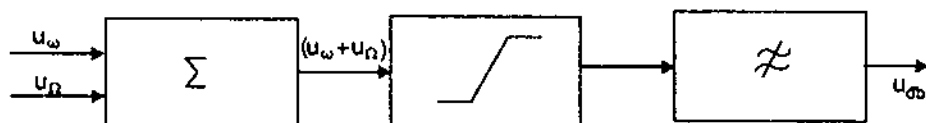
13.2. ĐIỀU CHẾ BIÊN ĐỘ

Về ý nghĩa của việc điều chế tín hiệu, cũng như phân tích các loại tín hiệu điều chế, đã được xem xét kỹ trong chương 11. Ở đây chỉ xét nguyên lý mạch tạo tín hiệu điều biên.

Trong trường hợp đơn giản nhất khi hàm điều chế là đơn âm $u(t) = U_{\Omega} \cos \Omega t$, tín hiệu điều biên gồm ba thành phần tần số: thành phần tần số mang và hai thành phần tần số biên (xem biểu thức 11.101):

$$u_{db}(t) = U \cos \omega_0 t + \frac{mU_0}{2} \cos(\omega_0 + \Omega)t + \frac{mU_0}{2} \cos(\omega_0 - \Omega)t$$

Do vậy có thể tạo tín hiệu điều biên theo sơ đồ khối vẽ trên hình 13.2.



Hình 13.2. Sơ đồ khối mạch tạo tín hiệu điều biên

Giả sử $u_{\omega} = U_0 \cos \omega_0 t$, $u_{\Omega} = U_{\Omega} \cos \Omega t$

và đặc tuyến phần tử phi tuyến được tiệm cận hóa bằng đa thức lũy thừa bậc 2:

$$i = a_1 u + a_2 u^2,$$

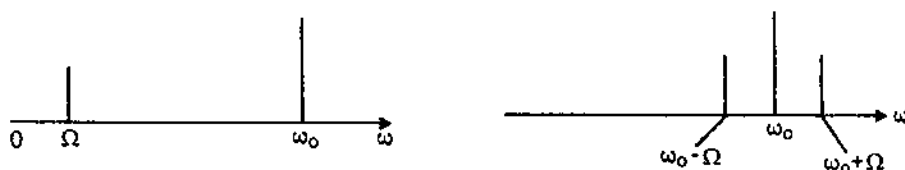
khi đó ta có:

$$\begin{aligned} i &= a_1 (U_0 \cos \omega_0 t + U_{\Omega} \cos \Omega t) + a_2 (U_0 \cos \omega_0 t + U_{\Omega} \cos \Omega t)^2 \\ &= a_1 U_0 \cos \omega_0 t + a_1 U_{\Omega} \cos \Omega t + a_2 U_0^2 \cos^2 \omega_0 t + a_2 U_{\Omega}^2 \cos^2 \Omega t + 2a_2 U_0 U_{\Omega} \cos \omega_0 t \cos \Omega t \\ &= a_1 U_0 \cos \omega_0 t + a_1 U_{\Omega} \cos \Omega t + \frac{a_2 U_0^2}{2} + \frac{a_2 U_0^2}{2} \cos 2\omega_0 t + \\ &\quad + \frac{a_2 U_{\Omega}^2}{2} + \frac{a_2 U_{\Omega}^2}{2} \cos 2\Omega t + a_2 U_0 U_{\Omega} \cos(\omega_0 + \Omega)t \\ &\quad + a_2 U_0 U_{\Omega} \cos(\omega_0 - \Omega)t \\ &= \frac{a_2 U_{\Omega}^2}{2} + \frac{a_2 U_0^2}{2} + a_1 U_{\Omega} \cos \Omega t + \frac{a_2 U_{\Omega}^2}{2} \cos 2\Omega t + \\ &\quad + a_2 U_0 U_{\Omega} \cos(\omega_0 - \Omega)t + a_1 U_0 \cos \omega_0 t + a_2 U_0 U_{\Omega} \cos(\omega_0 + \Omega)t + \frac{a_2 U_0^2}{2} \cos 2\omega_0 t \end{aligned}$$

Thực hiện lọc bỏ các thành phần một chiều $\frac{a_2 U_0^2}{2}$, $\frac{a_2 U_\Omega^2}{2}$, các thành phần tần số thấp $a_1 U_0 \cos \Omega t$, $\frac{a_2 U_\Omega^2}{2} \cos 2\Omega t$ và thành phần tần số $2\omega_0$: $\frac{a_2 U_0^2}{2} \cos 2\omega_0 t$, ở đầu ra ta thu được tín hiệu điều biên:

$$u_{ab}(t) = a_1 U_0 \cos \omega_0 t + a_2 U_0 U_\Omega \cos (\omega_0 + \Omega)t + a_2 U_0 U_\Omega \cos (\omega_0 - \Omega)t.$$

Trên hình (13.3) vẽ đồ thị phổ của tín hiệu đầu vào và tín hiệu đầu ra mạch điều chế biên độ trong trường hợp hàm điều chế là đơn âm. Rõ ràng quá trình điều biên là quá trình chuyển phổ của tín tức ở vùng tần số thấp lên vùng tần số cao.



Hình 13.3. Phổ của tín hiệu ở đầu vào a) và ở đầu ra b) mạch tạo tín hiệu điều biên

Trường hợp đặc tuyến của phần tử phi tuyến được tiệm cận hóa bởi đa thức lũy thừa bậc lớn hơn 2:

$$i = a_0 + a_1 u + a_2 u^2 + a_3 u^3$$

khi đó tín hiệu ở đầu ra phần tử phi tuyến:

$$\begin{aligned} i = & a_0 + a_1 U_0 \cos \omega_0 t + a_1 U_\Omega \cos \Omega t + a_2 U_0^2 \cos^2 \omega_0 t + \\ & + a_2 U_\Omega^2 \cos^2 \Omega t + 2a_2 U_0 U_\Omega \cos \omega_0 t \cos \Omega t + \\ & + a_3 U_0^3 \cos^3 \omega_0 t + a_3 U_\Omega^3 \cos^3 \Omega t + 3a_3 U_0^2 U_\Omega \cos^2 \omega_0 t \cos \Omega t \\ & + 3a_3 U_0 U_\Omega^2 \cos \omega_0 t \cos^2 \Omega t \end{aligned}$$

Thực hiện biến đổi lượng giác biểu thức trên, sau đó sắp xếp lại thứ tự các số hạng và nhóm các thừa số chung, ta nhận được:

$$\begin{aligned} i = & a_0 + \frac{a_2 U_\Omega^2}{2} + \frac{a_2 U_0^2}{2} + \left(a_1 U_\Omega + \frac{3}{4} a_3 U_\Omega^2 + \frac{3}{2} a_3 U_\Omega U_0^2 \right) \cos \Omega t \\ & + \frac{1}{2} a_2 U_\Omega^2 \cos 2\Omega t + \frac{1}{4} a_3 U_\Omega^3 \sin 3\Omega t + \\ & + \left(a_1 U_0 + \frac{3}{4} a_3 U_0^3 + \frac{3}{2} a_3 U_\Omega^2 U_0 \right) \cos \omega_0 t + \\ & + a_2 U_0 U_\Omega \cos (\omega_0 - \Omega)t + a_2 U_0 U_\Omega \cos (\omega_0 + \Omega)t + \\ & + \frac{3}{4} a_3 U_\Omega^2 U_0 \cos (\omega_0 - 2\Omega)t + \frac{3}{4} a_3 U_\Omega^2 U_0 \cos (\omega_0 + 2\Omega)t \\ & + \frac{1}{2} a_2 U_0^2 \cos 2\omega_0 t + \frac{3}{4} a_3 U_\Omega U_0^2 \cos (2\omega_0 - \Omega)t + \\ & + \frac{3}{4} a_3 U_\Omega U_0^2 \cos (2\omega_0 + \Omega)t + \frac{1}{4} a_3 U_0^3 \cos 3\omega_0 t \\ & + \dots \end{aligned}$$

Bộ lọc tuyến tính mắc trên đầu ra phần tử phi tuyến (thường là mạch cộng hưởng đơn - mạch RLC mắc song song) sẽ cho qua các thành phần tần số lân cận tần số cộng hưởng ω_0 , các thành phần này được viết trong các hàng thứ 3, thứ 4 và thứ 5 của biểu thức trên. Trong đó các thành phần viết trong hàng thứ 5 :

$$\frac{3}{4} a_3 U_{\Omega}^2 U_0 \cos(\omega_0 - 2\Omega)t \text{ và } \frac{3}{4} a_3 U_{\Omega}^2 U_0 \cos(\omega_0 + 2\Omega)t$$

là các thành phần ký sinh (các thành phần này không có trong biểu thức của tín hiệu điều biên) sẽ gây ra méo tín hiệu khi điều biên.

Để xét hiện tượng méo tín hiệu do mạch điều chế gây ra, ta viết lại các thành phần tín hiệu ở đầu ra bộ lọc tuyến tính dưới dạng:

$$u_k = k \left[\left(a_1 U_0 + \frac{3}{4} a_3 U_0^3 + \frac{3}{2} a_3 U_{\Omega}^2 U_0 \right) \cos \omega_0 t + \right. \\ \left. + a_2 U_{\Omega} U_0 \cos(\omega_0 - \Omega)t + a_2 U_{\Omega} U_0 \cos(\omega_0 + \Omega)t + \right. \\ \left. + \frac{3}{4} a_3 U_{\Omega}^2 U_0 \cos(\omega_0 - 2\Omega)t + \frac{3}{4} a_3 U_{\Omega}^2 U_0 \cos(\omega_0 + 2\Omega)t \right]$$

trong đó k là hệ số truyền của mạch lọc tuyến tính trong dải thông.

Biểu thức trên có thể viết lại dưới dạng:

$$u_k = k \left[\left(a_1 U_0 + \frac{3}{4} a_3 U_0^3 + \frac{3}{2} a_3 U_{\Omega}^2 U_0 \right) \cos \omega_0 t + \right. \\ \left. + 2a_2 U_{\Omega} U_0 \cos \Omega t \cos \omega_0 t + \frac{3}{2} a_3 U_{\Omega}^2 U_0 \cos 2\Omega t \cos \omega_0 t \right]$$

Ký hiệu:

$$a_1 U_0 + \frac{3}{4} a_3 U_0^3 + \frac{3}{2} a_3 U_{\Omega}^2 U_0 = a_1 U_0 \left(1 + \frac{3}{4} \frac{a_3}{a_1} U_0^2 + \frac{3}{2} \frac{a_3}{a_1} U_{\Omega}^2 \right) = a_1 U_0 (1 + \alpha_3)$$

và viết lại biểu thức u_k trên dưới dạng:

$$u_k + k \left[a_1 U_0 (1 + \alpha_3) + 2a_2 U_{\Omega} U_0 \cos \Omega t + \frac{3}{2} a_3 U_{\Omega}^2 U_0 \cos 2\Omega t \right] \cos \omega_0 t \quad (13.1) \\ = k I_0 [1 + m_1 \cos \Omega t + m_2 \cos 2\Omega t] \cos \omega_0 t$$

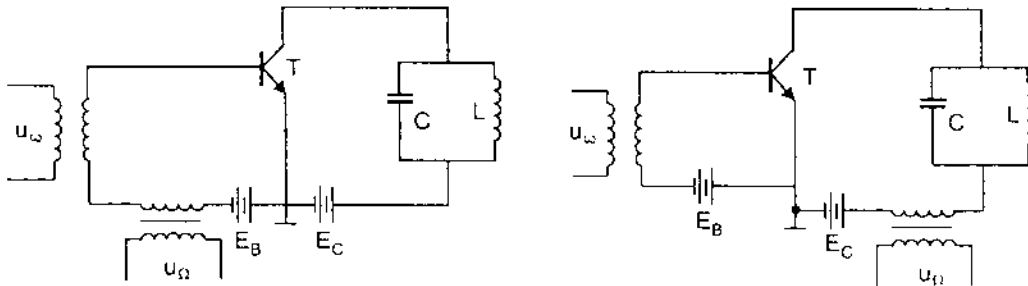
trong đó:
$$I_0 = a_1 U_0 (1 + \alpha_3) = a_1 U_0 \left(1 + \frac{3}{4} \frac{a_3}{a_1} U_0^2 + \frac{3}{2} \frac{a_3}{a_1} U_{\Omega}^2 \right),$$

$$m_1 = \frac{2a_2 U_{\Omega}}{a_1 (1 + \alpha_3)}, \quad m_2 = \frac{3a_3 U_{\Omega}^2}{2a_1 (1 + \alpha_3)}$$

Tương tự có thể tính các chỉ số điều chế bộ phận $m_3, m_4, \dots$

Biểu thức (13.1) cho phép dễ dàng đánh giá độ méo tín hiệu do mạch điều chế gây ra thông qua hệ số điều chế m_2 . Rõ ràng khi hệ số của đa thức tiệm cận $a_3 = 0$ thì mạch điều biên không gây méo tín hiệu.

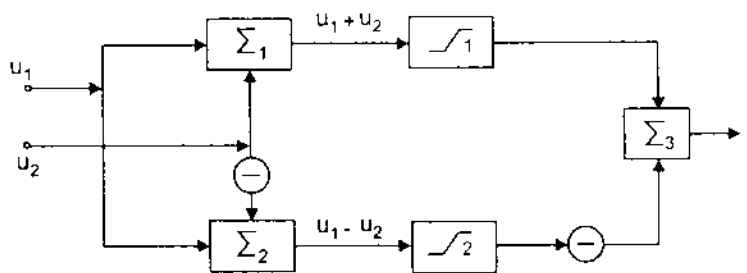
Mạch điện tạo tín hiệu điều biên có thể thực hiện trên diốt bán dẫn, transistor, đèn điện tử... Trên hình 13.4 vẽ sơ đồ nguyên lý các mạch tạo tín hiệu điều biên dùng transistor. Mạch tạo tín hiệu điều biên ở hình 13.4a sử dụng đặc tuyến $i_c(u_b)$ của transistor, còn mạch ở hình 13.4b sử dụng đặc tuyến $i(u_c)$.



Hình 13.4. Sơ đồ mạch tạo tín hiệu điều biên dùng transistor

Trong các sơ đồ điều biên ở hình 13.4, nguồn điện áp E_b xác định điểm làm việc tĩnh của transistor (làm việc ở chế độ phi tuyến tương ứng), còn bộ lọc tuyến tính sử dụng mạch cộng hưởng LC mắc song song.

Tạo tín hiệu điều biên cân bằng (tín hiệu điều biên không chứa thành phần tần số mang) có thể thực hiện theo sơ đồ khối vẽ trên hình 13.5.



Hình 13.5. Sơ đồ khối mạch tạo tín hiệu điều biên cân bằng

Trong sơ đồ ở hình 13.5, tín hiệu tần số mang $u_1 = U_0 \cos \omega_0 t$ đưa tới hai đầu vào bộ cộng một và bộ cộng hai là đồng pha nhau, còn tín hiệu điều chế $u_2 = U_\Omega \cos \Omega t$ đưa tới hai đầu vào bộ cộng là ngược pha nhau. Tín hiệu từ đầu ra phân tử phi tuyến thứ hai được đưa qua bộ trừ (đảo pha) trước khi đưa tới bộ cộng ba.

Giả sử hai phân tử phi tuyến là hoàn toàn giống nhau và đặc tuyến của nó được tiệm cận hóa bởi đa thức lũy thừa bậc 2:

$$i = a_0 + a_1 u + a_2 u^2 \quad (13.2)$$

Tín hiệu đưa tới đầu vào phân tử phi tuyến thứ nhất:

$$u' = u_1 + u_2,$$

còn tín hiệu đưa tới đầu vào phân tử phi tuyến thứ hai:

$$u'' = u_1 - u_2$$

Tín hiệu trên đầu ra phân tử phi tuyến thứ nhất i' và trên đầu ra phân tử phi tuyến thứ hai i'' :

$$i' = a_0 + a_1 u_1 + a_1 u_2 + a_2 u_1^2 + a_2 u_2^2 + 2a_2 u_1 u_2,$$

$$i'' = a_0 + a_1 u_1 - a_1 u_2 + a_2 u_1^2 + a_2 u_2^2 - 2a_2 u_1 u_2.$$

Tín hiệu trên đầu ra bộ cộng ba:

$$i = i' - i'' = 2a_1 u_2 + 4a_2 u_1 u_2$$

Thay $u_1 = U_0 \cos \omega_0 t$, $u_2 = U_\Omega \cos \Omega t$ vào biểu thức trên, ta sẽ nhận được:

$$i = 2a_1 U_\Omega \cos \Omega t + 4a_2 U_0 \cos \omega_0 t \cdot U_\Omega \cos \Omega t,$$

hay:

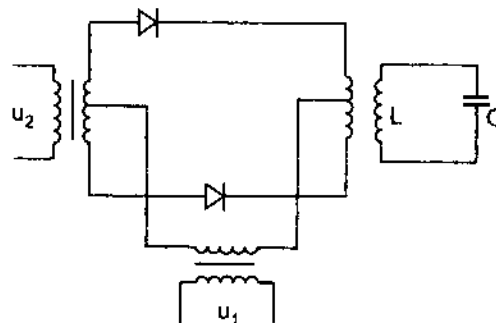
$$i = 2a_1 U_\Omega \cos \Omega t + 2a_2 U_0 U_\Omega \cos(\omega_0 t + \Omega)t + 2a_2 U_0 U_\Omega \cos(\omega_0 - \Omega)t.$$

Thành phần thứ nhất $2a_1 U_\Omega \cos \Omega t$ dễ dàng lọc bỏ nhờ bộ lọc đơn giản, khi đó tín hiệu còn lại:

$$i = 2a_2 U_0 U_\Omega \cos(\omega_0 + \Omega)t + 2a_2 U_0 U_\Omega \cos(\omega_0 - \Omega)t$$

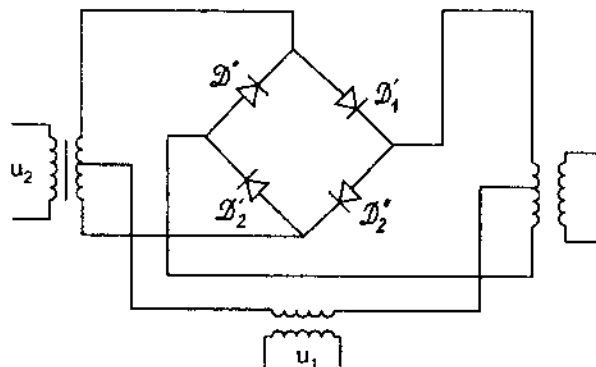
là tín hiệu điều biên cân bằng.

Sơ đồ nguyên lý mạch tạo tín hiệu điều biên cân bằng dùng điốt bán dẫn ở hình (13.6).



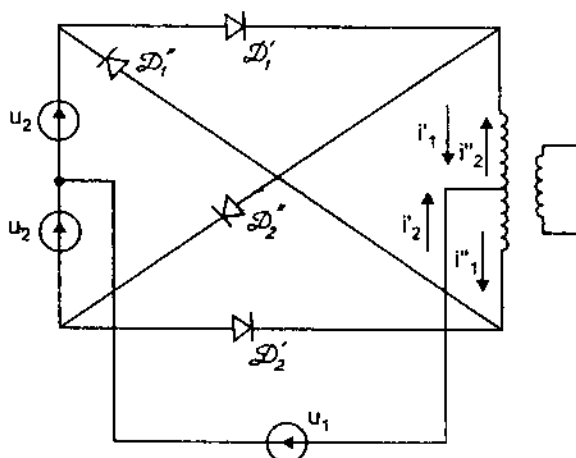
Hình 13.6. Sơ đồ nguyên lý mạch tạo tín hiệu điều biên cân bằng dùng điốt bán dẫn

Có thể tạo tín hiệu điều biên cân bằng không cần sử dụng bộ lọc nhờ mạch điều biên vòng có sơ đồ nguyên lý vẽ trên hình (13.7).



Hình 13.7. Sơ đồ nguyên lý mạch điều biên vòng

Để giải thích nguyên lý làm việc của mạch điều biên vòng, ta sử dụng sơ đồ ở hình 13.8.



Hình 13.8. Sơ đồ giải thích nguyên lý làm việc của mạch điều biên vòng

Sơ đồ ở hình (13.8) khác sơ đồ ở hình (13.6) do được bổ sung cặp diốt D_1'', D_2''

Điện áp đặt trên diốt D_1' :

$$u_1' = u_1 + u_2.$$

Điện áp đặt trên diốt D_2' :

$$u_2' = u_1 - u_2.$$

Điện áp đặt trên diốt D_1'' :

$$u_1'' = -u_1 - u_2$$

Điện áp đặt trên diốt D_2'' :

$$u_2'' = -u_1 + u_2$$

Dòng điện trên đầu ra:

$$i = (i_1' - i_2') + (i_1'' - i_2'')$$

Giả sử đặc tuyến của diốt được tiệm cận hóa bởi đa thức lũy thừa bậc 2 như biểu thức (13.2), khi đó:

$$i_1' = a_0 + a_1 u_1 + a_1 u_2 + a_2 u_1^2 + a_2 u_2^2 + 2a_2 u_1 u_2,$$

$$i_2' = a_0 + a_1 u_1 - a_1 u_2 + a_2 u_1^2 + a_2 u_2^2 - 2a_2 u_1 u_2,$$

$$(i_1' - i_2') = 2a_1 u_2 + 4a_2 u_1 u_2,$$

$$i_1'' = a_0 - a_1 u_1 - a_1 u_2 + a_2 u_1^2 + a_2 u_2^2 + 2a_2 u_1 u_2,$$

$$i_2'' = a_0 - a_1 u_1 + a_1 u_2 + a_2 u_1^2 + a_2 u_2^2 - 2a_2 u_1 u_2,$$

$$(i_1'' - i_2'') = -2a_1 u_2 + 4a_2 u_1 u_2$$

Dòng điện đầu ra :

$$i = (i'_1 - i'_2) + (i''_1 - i''_2) = 8a_2 u_1 u_2$$

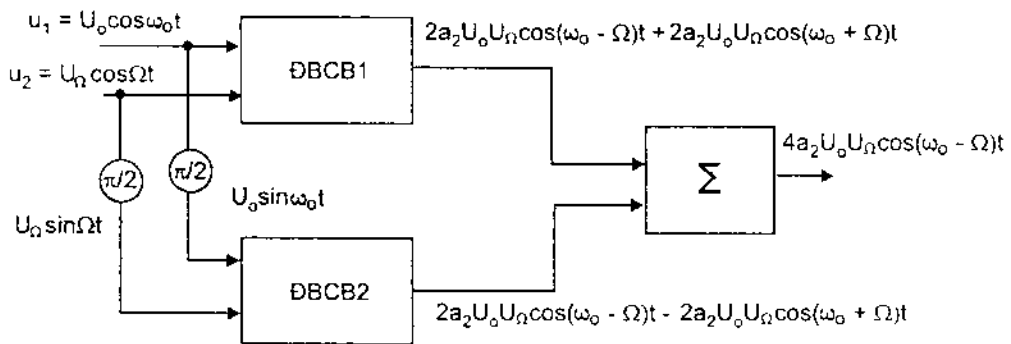
Thay $u_1 = U_0 \cos \omega_0 t$, $u_2 = U_\Omega \cos \Omega t$, ta nhận được :

$$i = 8a_2 U_0 \cos \omega_0 t U_\Omega \cos \Omega t = 4a_2 U_0 U_\Omega \cos(\omega_0 + \Omega)t + 4a_2 U_0 U_\Omega \cos(\omega_0 - \Omega)t$$

nó chính là tín hiệu điều biên cân bằng.

Mạch điều biên vòng ngoài việc không cần sử dụng bộ lọc, còn cho phép khử bỏ các thành phần tần số lân cận tần số hữu ích, các thành phần rất khó lọc bỏ nhờ các bộ lọc.

Để tạo tín hiệu điều biên đơn biên (tín hiệu điều biên một dải biên), có thể sử dụng mạch tạo tín hiệu điều biên, hoặc điều biên cân bằng, trên đầu ra của nó mắc thêm các bộ lọc để nhận tín hiệu một dải biên. Song tính toán thiết kế các bộ lọc như thế rất khó khăn. Nên tạo tín hiệu điều chế đơn biên có thể thực hiện bởi mạch có sơ đồ khối vẽ trên hình (13.9).



Hình 13.9. Sơ đồ khối mạch tạo tín hiệu điều biên đơn biên

Tín hiệu tần số mang $u_1 = U_0 \cos \omega_0 t$ và tín hiệu điều chế $u_2 = U_\Omega \cos \Omega t$ được đưa trực tiếp tới đầu vào bộ điều biên cân bằng 1 (ĐBCB1). Các tín hiệu này được đưa qua bộ xoay pha, thực hiện quay pha đi góc $\pi/2$ trở thành tín hiệu $U_0 \sin \omega_0 t$ và $U_\Omega \sin \Omega t$ trước khi đưa tới đầu vào bộ điều biên cân bằng 2 (ĐBCB2). Trên đầu ra bộ lọc ĐBCB1 ta thu được tín hiệu :

$$2a_2 U_0 U_\Omega \cos(\omega_0 - \Omega)t + 2a_2 U_0 U_\Omega \cos(\omega_0 + \Omega)t$$

còn trên đầu ra bộ ĐBCB2 ta thu được tín hiệu:

$$2a_2 U_0 U_\Omega \cos(\omega_0 - \Omega)t - 2a_2 U_0 U_\Omega \cos(\omega_0 + \Omega)t$$

Ở đầu ra bộ cộng ta nhận được tín hiệu điều biên đơn biên:

$$u_{\text{dbdb}}(t) = 4a_2 U_0 U_\Omega \cos(\omega_0 - \Omega)t$$

13.3. BIẾN ĐỔI TẦN SỐ TÍN HIỆU

Trong kỹ thuật viễn thông, để truyền tin đi xa, người ta phải thực hiện chuyển phổ của tín hiệu ở vùng tần số thấp lên vùng tần số cao (điều chế tín hiệu) rồi mới thực hiện truyền tin. Trong quá trình truyền lan, do có sự suy giảm trên đường truyền, nên tín hiệu thu nhận được bên phía máy thu thường có năng lượng rất nhỏ. Để đảm bảo quá trình xử lý tín hiệu trong máy thu cũng như đảm bảo cho các thiết bị đầu cuối làm việc bình thường, cần phải khuếch đại tín hiệu nhận được. Việc khuếch đại các tín hiệu ở vùng tần số cao với dải tần công tác rộng (đặc biệt trong dải sóng siêu cao tần) rất phức tạp và khó khăn do hạn chế dải tần công tác của transistor, của đèn điện tử ... do ảnh hưởng của các phần tử ký sinh và nhiều yếu tố khác. Để khắc phục những khó khăn trên, người ta thực hiện chuyển phổ của tín hiệu nhận được từ vùng tần số cao về vùng tần số thấp hơn (vùng tần số trung tần) nhưng không làm thay đổi cấu trúc phổ của tín hiệu (không làm méo dạng tín hiệu).

Quá trình chuyển phổ của tín hiệu từ vùng tần số này sang vùng tần số khác (thường từ vùng tần số cao về vùng tần số thấp hơn) mà không làm thay đổi cấu trúc cũng như mối tương quan giữa các thành phần của phổ được gọi là biến tần.

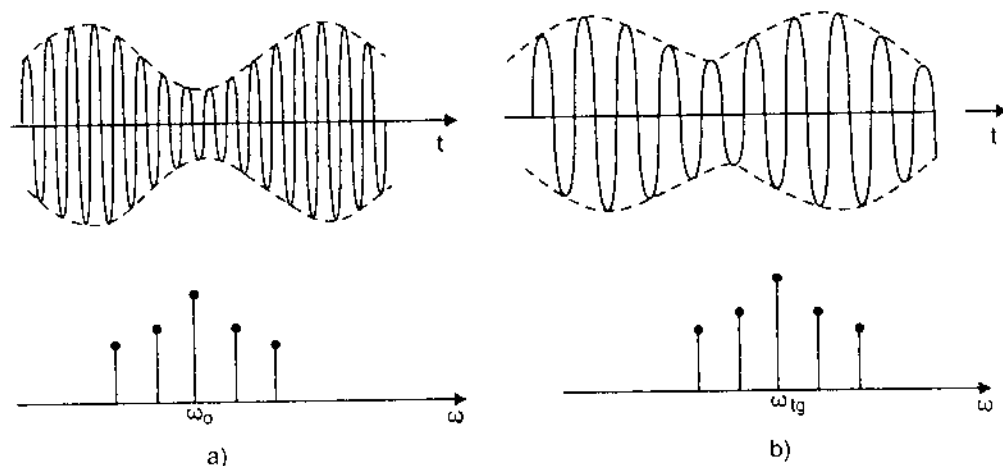
Dễ dàng thấy rằng, điều kiện không thay đổi cấu trúc cũng như mối tương quan giữa các thành phần của phổ được thực hiện khi quy luật biến thiên của đường bao và pha của tín hiệu đầu ra lặp lại quy luật biến thiên của đường bao và pha của tín hiệu đầu vào. Nghĩa là, nếu tín hiệu trên đầu vào:

$$s_1(t) = a(t) \cos[\omega_0 t + \theta(t)],$$

thì tín hiệu trên đầu ra :

$$s_2(t) = a(t) \cos[\omega_{tg} t + \theta(t)].$$

Trên hình (13.10) mô tả đồ thị thời gian và đồ thị phổ của tín hiệu ở đầu vào và ở đầu ra bộ biến tần (với tín hiệu điều biên).



Hình 13.10. Mô tả đồ thị thời gian và đồ thị phổ của quá trình biến tần
a) ở đầu vào, b) ở đầu ra.

Để xét các tham số của mạch biến tần, cũng như ảnh hưởng của nó đến tín hiệu trong hệ thống, ta xét sơ đồ khối tổng quát của mạch biến tần trên hình 13.11.

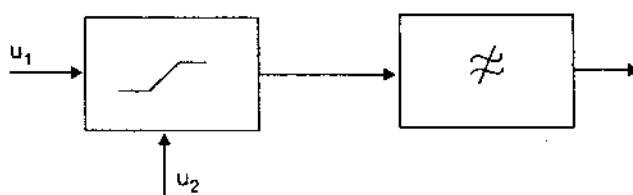
trong đó u_1 là tín hiệu được phát đi từ phía phát tin và thu được từ anten thu, giả sử:

$$u_1 = U(t) \cos(\omega_0 t + \theta),$$

u_2 là dao động được lấy từ đầu ra bộ tạo dao động tại chỗ, trong máy thu, bộ tạo dao động tại chỗ gọi là bộ tạo dao động ngoại sai, còn u_2 gọi là dao động ngoại sai. Giả sử dao động ngoại sai:

$$u_2 = U_{ns} \cos \omega_{ns} t,$$

(biên độ U_{ns} và tần số dao động ngoại sai ω_{ns} là hằng số).



Hình 13.11. Sơ đồ khối tổng quát của mạch biến tần

Giả sử đặc tuyến của phần tử phi tuyến được tiệm cận hóa bằng đa thức lũy thừa bậc 2:

$$i = a_0 + a_1 u + a_2 u^2$$

khi đó ta có:

$$i = a_0 + a_1 u_1 + a_1 u_2 + a_2 u_1^2 + a_2 u_2^2 + 2a_2 u_1 u_2$$

Năm thành phần đầu là các thành phần một chiều, thành phần hài bậc một và hài bậc hai của tần số ω và ω_{ns} ; các thành phần này không phải là thành phần hữu ích khi biến tần. Thành phần thứ sáu:

$$\begin{aligned} 2a_2 u_1 u_2 &= 2a_2 U(t) \cos(\omega_0 t + \theta) \cdot U_{ns} \cos \omega_{ns} t \\ &= a_2 U(t) U_{ns} \cos[(\omega_0 - \omega_{ns})t + \theta] + a_2 U(t) U_{ns} \cos[(\omega_0 + \omega_{ns})t + \theta], \end{aligned}$$

trong đó thành phần tần số hiệu $\omega_0 - \omega_{ns} = \omega_{tg}$ là thành phần hữu ích.

Nhờ bộ lọc tuyến tính mà ở đầu ra mạch biến tần chỉ có thành phần hữu ích:

$$u_{rabi} = a_2 U_{ns} U(t) \cos[(\omega_0 - \omega_{ns})t + \theta].$$

Rõ ràng trong trường hợp xét, tín hiệu ở đầu ra mạch biến tần có quy luật biến thiên của biên độ và pha lặp lại quy luật biến thiên của biên độ và pha của tín hiệu đầu vào, nghĩa là khi này mạch biến tần không gây méo tín hiệu.

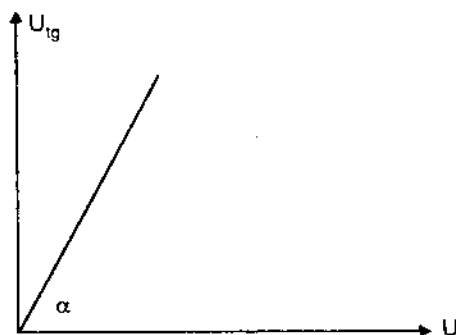
Tham số quan trọng nhất của mạch biến tần là đặc tuyến biến tần, đó là sự phụ thuộc của biên độ thành phần tín hiệu tần số trung gian ω_{tg} vào biên độ của tín hiệu ở đầu vào mạch biến tần:

$$U_{tg} = f(U_{th}).$$

Trong trường hợp xét :

$$U_{tg}(t) = a_2 U_{ns} U(t).$$

Vậy khi đặc tuyến của phần tử phi tuyến dùng trong mạch biến tần được tiệm cận hóa bằng đa thức lũy thừa bậc 2, đặc tuyến biến tần là đường thẳng đi qua gốc tọa độ (xem hình 13.12).



Hình 13.12 Đặc tuyến biến tần khi đặc tuyến của phần tử phi tuyến được tiệm cận bởi đa thức lũy thừa bậc 2

Tang của góc nghiêng α của đặc tuyến biến tần xác định hồ dẫn biến tần:

$$S_{bt} = a_2 U_{ns}.$$

Khi biên độ của dao động ngoại sai càng lớn, hồ dẫn biến tần càng lớn. Tuy nhiên, khi thiết kế, tính toán mạch biến tần, chọn biên độ của dao động ngoại sai U_{ns} không chỉ phụ thuộc vào tham số hồ dẫn biến tần, mà cần phải tính khả năng tăng các thành phần dao động phụ trong mạch biến tần sẽ làm cho kết cấu bộ lọc trở nên phức tạp.

Trong trường hợp đặc tuyến của phần tử phi tuyến dùng trong mạch biến tần được tiệm cận bởi đa thức lũy thừa bậc lớn hơn 2, thí dụ bậc 4:

$$i = a_0 + a_1 u + a_2 u^2 + a_3 u^3 + a_4 u^4,$$

khi đó biên độ thành phần tần số trung gian:

$$\begin{aligned} U_{tg} &= a_2 U(t) \cdot U_{ns} + a_4 \left(\frac{3}{2} U^3(t) U_{ns} + \frac{3}{2} U(t) \cdot U_{ns}^3 \right) \\ &= U(t) U_{ns} \left(a_2 + \frac{3}{2} a_4 U_{ns}^2 \right) + \frac{3}{2} a_4 U^3(t) U_{ns} \end{aligned}$$

tỉ lệ không chỉ với biên độ của điện áp tín hiệu mà còn tỉ lệ với lập phương biên độ của điện áp tín hiệu ($U^3(t)$), nghĩa là trong trường hợp này tín hiệu ở đầu ra mạch biến tần sẽ bị méo so với tín hiệu ở đầu vào.

Độ méo trong mạch biến tần được đánh giá bằng tỉ số giữa biên độ của thành phần tần số trung gian tỉ lệ với lập phương biên độ điện áp tín hiệu và biên độ thành phần điện áp trung gian tỉ lệ bậc nhất với biên độ điện áp tín hiệu.

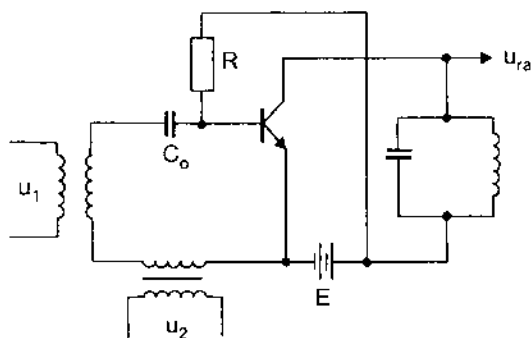
$$\gamma = \frac{\frac{3}{2} a_4 U^3(t) U_{ns}}{U(t) U_{ns} \left(a_2 + \frac{3}{2} a_4 U_{ns}^2 \right)} = \frac{U^2(t)}{U_{ns}^2 + \frac{2}{3} \frac{a_2}{a_4}} \quad (13.3)$$

Để giảm méo trong mạch biến tần đòi hỏi phải chọn biên độ của dao động ngoại sai lớn hơn nhiều biên độ của điện áp tín hiệu $U_{ns} \gg U(t)$.

Trong thực tế, dao động ngoại sai được lấy từ bộ dao động tại chỗ, nên biên độ của dao động ngoại sai U_{ns} thường trong khoảng từ 2 đến 4 vôn, còn biên độ của dao động tín hiệu thường trong dải μV đến vài mV.

Cũng từ biểu thức (13.3) ta thấy, khi hệ số tiệm cận $a_4 = 0$, độ méo trong mạch biến tần $\gamma = 0$.

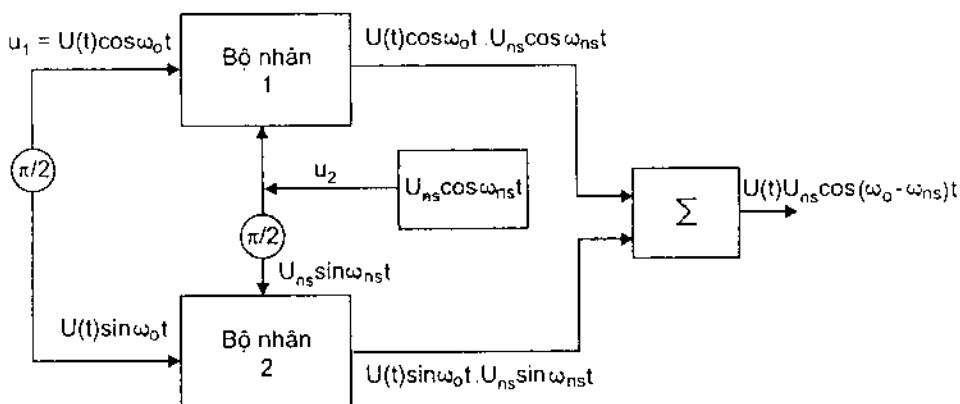
Mạch biến tần có thể được thực hiện trên diốt bán dẫn, transistor, đèn điện tử... Trên hình 13.13 vẽ sơ đồ nguyên lý mạch biến tần dùng transistor lưỡng cực.



Hình 13.13. Sơ đồ mạch biến tần dùng transistor lưỡng cực

Trong sơ đồ ở hình 13.13, điện trở R cùng với điện trở mặt ghép phát R_{be} của transistor làm thành mạch phân áp tạo điện áp thiên áp cho transistor (xác định điểm làm việc của transistor), điện dung C_0 chống ngắn mạch thành phần điện áp một chiều.

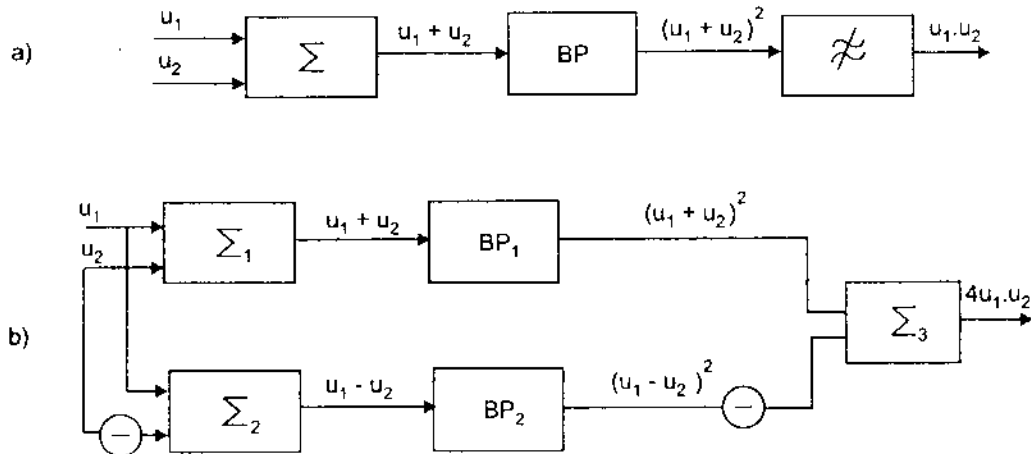
Có thể xây dựng các mạch biến tần mà không cần sử dụng bộ lọc. Mạch biến tần không sử dụng bộ lọc được gọi là mạch biến tần tối ưu. Sơ đồ khối của mạch biến tần tối ưu vẽ ở hình 13.14.



Hình 13.14. Sơ đồ khối mạch biến tần tối ưu

Điện áp tín hiệu $u_1 = U(t)\cos\omega_0 t$ và điện áp ngoại sai $u_2 = U_{ns}\cos\omega_{ns}t$ đưa trực tiếp vào bộ nhân 1. Còn trước khi đưa tới đầu vào bộ nhân 2, nó được đưa qua bộ quay pha thực hiện quay pha đi một góc 90° . Tín hiệu từ đầu ra của hai bộ nhân đưa tới bộ cộng. Ở đầu ra bộ cộng ta thu được tín hiệu tần số trung gian có quy luật biến thiên của biên độ và pha lặp lại quy luật biến thiên của biên độ và pha của tín hiệu đầu vào.

Bộ nhân là mạch phi tuyến có tín hiệu đầu ra bằng tích của tín hiệu đầu vào. Sơ đồ khối của bộ nhân vẽ trên hình 13.15.



Hình 13.15. Sơ đồ khối bộ nhân hai tín hiệu
a) có sử dụng bộ lọc, b) không sử dụng bộ lọc

13.4. TÁCH SÓNG DAO ĐỘNG ĐIỀU BIẾN

Tín tức có phổ nằm trong vùng tần số thấp, trước khi truyền đi xa phải thực hiện quá trình điều chế. Bên phía máy thu, các dao động cao tần bị điều chế được thu nhận qua anten thu, sau khi được tách ra từ các dao động khác và được khuếch đại đến giá trị cần thiết, cần biến đổi lại về dạng hàm tín tức ban đầu. Quá trình biến đổi dao động cao tần bị điều chế về dạng tín tức ban đầu gọi là quá trình tách sóng. Vậy có thể xem quá trình tách sóng là quá trình ngược lại của quá trình điều chế - quá trình giải điều chế. Do vậy người ta cũng gọi quá trình tách sóng là quá trình giải điều chế.

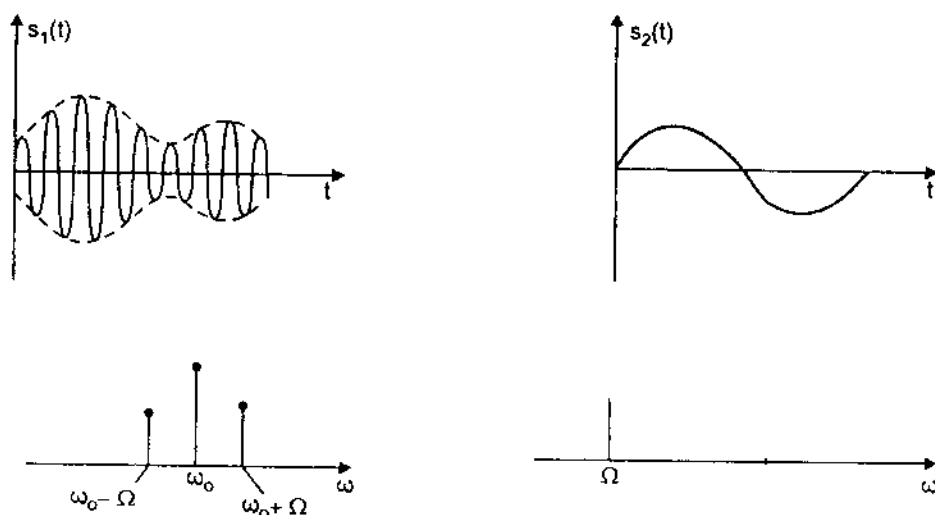
Về mặt toán học, bài toán tách sóng dao động điều biến được phát biểu như sau: Dao động cao tần bị điều chế biên độ ở đầu vào được biến thành dao động tần số thấp ở đầu ra có quy luật biến thiên lặp lại quy luật biến thiên của đường bao của dao động trên đầu vào. Nghĩa là, nếu dao động cao tần ở đầu vào:

$$s_1(t) = a(t)\cos\omega_0 t,$$

thì dao động ở đầu ra:

$$s_2(t) = a(t).$$

Trên hình 13.16 vẽ đồ thị thời gian và đồ thị phổ của dao động ở đầu vào và ở đầu ra mạch tách sóng dao động điều biến khi hàm điều chế là đơn âm.



Hình 13.16. Đồ thị thời gian và đồ thị phổ của dao động ở đầu vào a) và ở đầu ra b) của mạch tách sóng dao động điều biên

Quá trình tách sóng là quá trình chuyển phổ của tín hiệu từ vùng tần số cao về vùng tần số thấp, nên mạch tách sóng phải là mạch phi tuyến, hoặc mạch tham số.

Xét quá trình tách sóng dao động điều biên trên cơ sở sử dụng mạch điện phi tuyến (phần tử phi tuyến) có sơ đồ tổng quát vẽ trên hình 13.17.



Hình 13.17. Sơ đồ tổng quát mạch tách sóng dao động điều biên

Giả sử hàm điều chế là đơn âm, khi đó dao động điều biên ở đầu vào mạch tách sóng sẽ bao gồm ba thành phần tần số: thành phần tần số mang ω và hai thành phần tần số biên $\omega_0 + \Omega$ và $\omega_0 - \Omega$. Theo kết quả phân tích đã nhận được trong mục 12.3.2, khi đó dao động ở đầu ra ngoài các thành phần hài của các thành phần tần số đầu vào, còn các thành phần hài là tổ hợp của các thành phần đầu vào. Từ các thành phần dao động tổ hợp tần số thấp ở đầu ra, có thể tách ra thành phần dao động hữu ích tần số Ω . Tần số này được xem như hiệu giữa tần số mang ω với một trong hai thành phần tần số biên:

$$\Omega = \omega_0 - (\omega_0 - \Omega) = (\omega_0 + \Omega) - \omega_0.$$

Thành phần dao động tần số Ω dễ dàng nhận được nhờ bộ lọc tần số thấp RC (xem hình 13.17) nếu các giá trị R, C được chọn thỏa mãn điều kiện:

$$\frac{1}{\omega_0 C} \ll R \ll \frac{1}{\Omega C},$$

nghĩa là dung kháng của điện dung C đối với thành phần tần số cao nhỏ hơn nhiều so với điện trở R , còn đối với thành phần tần số thấp (thành phần tần số tin tức) lớn hơn nhiều so với R .

Ở đầu ra phần tử phi tuyến, ngoài thành phần tần số Ω , còn các thành phần tần số tổ hợp bậc cao, thí dụ thành phần tần số:

$$2\Omega = 2\omega_0 - 2(\omega_0 - \Omega),$$

$$3\Omega = 3\omega_0 - 3(\omega_0 - \Omega)...$$

Các thành phần này cũng nằm trong dải tần số thấp nên không thể lọc bỏ nhờ mạch lọc tần số thấp do tần số của hàm tin tức Ω biến thiên trong phạm vi khá rộng. Sự tồn tại các thành phần tần số $2\Omega, 3\Omega, \dots$ sẽ gây nên méo tín hiệu ở đầu ra mạch tách sóng dao động điều biên. Việc giảm độ méo do mạch tách sóng gây ra có thể được thực hiện bằng việc chọn phần tử phi tuyến có đặc tuyến cần thiết. Vấn đề này sẽ được xem xét dưới đây.

Giả sử phần tử phi tuyến có đặc tuyến được tiệm cận bằng đa thức lũy thừa bậc 2:

$$i = a_0 + a_1 u + a_2 u^2,$$

và u là dao động điều biên:

$$u = U(t) \cos \omega_0 t.$$

Khi đó ta có:

$$\begin{aligned} i &= a_0 + a_1 U(t) \cos \omega_0 t + a_2 U^2(t) \cos^2 \omega_0 t \\ &= a_0 + a_1 U(t) \cos \omega_0 t + \frac{a_2}{2} U^2(t) \cos 2\omega_0 t + \frac{a_2}{2} U^2(t) \end{aligned}$$

Bỏ qua các thành phần tần số cao đã được lọc bỏ bởi mạch lọc tần số thấp RC, chỉ xét các thành phần tần số thấp:

$$i_{ra} = a_0 + \frac{a_2}{2} U^2(t).$$

Giả sử hàm điều chế là đơn âm, khi đó:

$$U(t) = U_0(1 + m \cos \Omega t).$$

Trong trường hợp xét:

$$\begin{aligned} i_{ra} &= a_0 + \frac{a_2}{2} U_0^2 (1 + m \cos \Omega t)^2 \\ &= a_0 + \frac{a_2}{2} U_0^2 + \frac{a_2}{2} U_0^2 m^2 \cos^2 \Omega t + a_2 U_0^2 m \cos \Omega t \\ &= a_0 + \frac{a_2}{2} U_0^2 + \frac{a_2}{4} m^2 U_0^2 + a_2 U_0^2 m \cos \Omega t + \frac{a_2}{4} m^2 U_0^2 \cos 2\Omega t \end{aligned}$$

Thành phần một chiều $a_0 + \frac{a_2}{2} U_0^2 + \frac{a_2}{4} m^2 U_0^2$ dễ dàng loại bỏ nhờ tụ phân cách,

hoặc biến áp, nên:

$$i_{ra} = a_2 m U_0^2 \cos \Omega t + \frac{a_2}{4} m^2 U_0^2 \cos 2\Omega t$$

Rõ ràng tín hiệu ở đầu ra có chứa thành phần hữu ích:

$$a_2 m U_0^2 \cos \Omega t$$

lập lại quy luật của hàm tín tức cần truyền đi. Song bên cạnh thành phần hữu ích, tín hiệu ở đầu ra còn chứa thành phần với tần số bằng 2 lần tần số hàm tín tức:

$$\frac{a_2}{4} m^2 U_0^2 \cos 2\Omega t,$$

nghĩa là tín hiệu đầu ra sẽ bị méo, sự méo này do thành phần bình phương của đặc tuyến của phần tử phi tuyến gây ra.

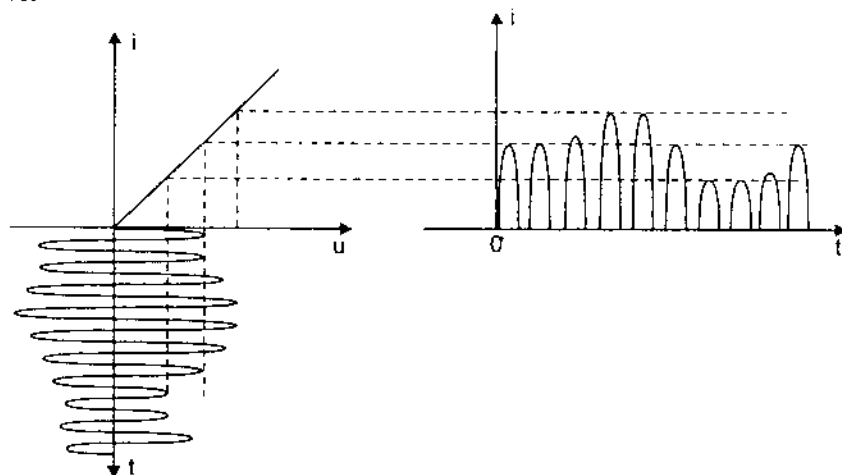
Để đánh giá độ méo do mạch tách sóng gây ra, người ta đưa vào đại lượng gọi là hệ số méo k .

Hệ số méo của mạch tách sóng là tỉ số giữa biên độ của thành phần với tần số bằng 2 lần tần số tín tức và biên độ của thành phần tần số tín tức ở đầu ra mạch tách sóng:

$$k_{\Gamma} = \frac{U_{2\Omega}}{U_{\Omega}} = \frac{\frac{a_2}{4} m^2 U_0^2}{a_2 m U_0^2} = \frac{m}{4} \quad (13.4)$$

Giảm méo do mạch tách sóng gây ra bằng cách giảm độ sâu điều chế m . Tuy nhiên giảm độ sâu điều chế sẽ làm giảm thành phần công suất hữu ích của dao động điều biên, làm giảm cự ly và chất lượng thông tin. Mạch tách sóng dao động điều biên với đặc tuyến của phần tử phi tuyến được tiệm cận bởi đa thức bậc 2 được gọi là mạch tách sóng bình phương, hay tách sóng tín hiệu yếu. Mạch tách sóng tín hiệu yếu có độ méo phi tuyến lớn.

Khi tín hiệu vào lớn, đặc tuyến của phần tử phi tuyến được tiệm cận hóa bằng đường gãy khúc (xem hình 13.18), dòng điện qua phần tử phi tuyến có dạng là dãy xung, độ cao của các xung thay đổi theo quy luật thay đổi đường bao của dao động cao tần tác động trên đầu vào.



Hình 13.18. Điện áp và dòng điện qua phần tử phi tuyến khi đặc tuyến của phần tử phi tuyến được tiệm cận bằng đường gãy khúc

Thành phần một chiều (thành phần tín hiệu hữu ích ở đầu ra bộ lọc) của dãy xung này được xác định bởi biểu thức (xem mục 12.3.2):

$$I_0 = \alpha_0 i_{\max}.$$

Chọn điểm làm việc của phần tử phi tuyến ứng với góc cắt điện $\theta = \pi/2$, khi đó góc cắt điện θ hoàn toàn không phụ thuộc vào biên độ điện áp tác động vào phần tử phi tuyến và hệ số phân giải dòng điện $\alpha_0(\theta) = \alpha_0\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{\pi}$.

Bởi vậy trong trường hợp này :

$$i_{\max} = SU(t),$$

trong đó $U(t)$ là biên độ của điện áp tần số cao, và:

$$I_0(t) = \frac{S}{\pi} U(t) \quad (13.5)$$

nghĩa là tín hiệu đầu ra không bị méo dạng và hoàn toàn lặp lại quy luật biến thiên của biên độ điện áp đầu vào.

Biểu thức (13.5) cũng có thể nhận được bằng phương pháp khác. Khi đặc tuyến của phần tử phi tuyến được tiệm cận bằng đường gãy khúc (hình 13.18), dòng điện qua phần tử phi tuyến sẽ được xác định bởi biểu thức:

$$i = \frac{S}{2} (|u| + u), \text{ (xem mục 12-3-2)}$$

Nếu $u = U(t)\cos\omega t$ thì:

$$i = \frac{SU(t)}{2} (|\cos\omega t| + \cos\omega t)$$

Theo công thức biến đổi Fourier, tính thành phần một chiều:

$$I_0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} i(t) d\omega t = \int_0^{2\pi} \frac{SU(t)}{2} (|\cos\omega t| + \cos\omega t) d\omega t$$

Sau khi tích phân ta tìm được :

$$I_0 = \frac{SU(t)}{\pi}$$

Các mạch tách sóng không gây méo tín hiệu được gọi là mạch tách sóng lý tưởng. Khi chọn các phần tử phi tuyến dùng trong mạch tách sóng phải chọn sao cho mạch tách sóng là gần lý tưởng. Thực tế điều này chỉ có thể thực hiện khi tín hiệu đầu vào bộ tách sóng có giá trị lớn.

Tham số quan trọng nhất của mạch tách sóng là đặc tuyến tách sóng, nó là hàm số biểu thị mối liên hệ giữa giá trị của thành phần tín hiệu hữu ích ở đầu ra và biên độ của tín hiệu ở đầu vào :

$$I_{ts} = f(U_v),$$

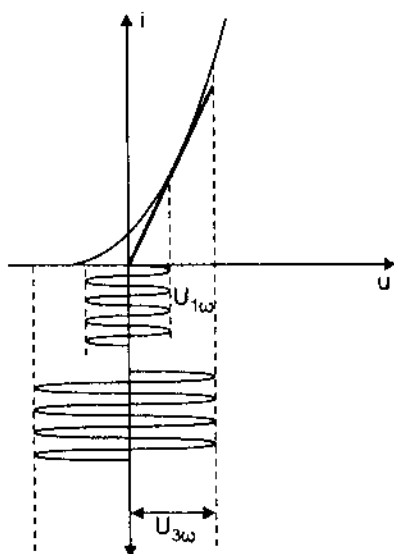
trong đó U_0 là biên độ của dao động cao tần ở đầu vào, còn $I_{1\omega}$ thành phần một chiều phụ thuộc vào biên độ của điện áp vào và được gọi là dòng điện tách sóng. Dòng điện tách sóng $I_{1\omega}$ là hiệu của thành phần một chiều I_0 và dòng điện tĩnh I_{00} .

$$I_{1\omega} = I_0 - I_{00},$$

trong đó dòng điện tĩnh I_{00} là dòng điện qua phần tử phi tuyến khi tín hiệu ở đầu vào bằng không.

Chất lượng của mạch tách sóng dễ dàng được đánh giá qua đặc tuyến tách sóng của nó. Nếu đặc tuyến tách sóng là đường thẳng: $I_{1\omega} = S_{1\omega} U_0$, ở đây $S_{1\omega}$ là hệ dẫn tách sóng, thì mạch tách sóng là mạch tách sóng lý tưởng. Trong trường hợp này dòng điện tách sóng có quy luật biến thiên lặp lại quy luật biến thiên của đường bao của dao động trên đầu vào $U(t)$. Còn trong trường hợp đặc tuyến tách sóng không là đường thẳng, mạch tách sóng sẽ gây méo.

Xét mạch tách sóng dao động điều biên với phần tử phi tuyến có đặc tuyến vôn-ampe vẽ trên hình 13.19, trong hai trường hợp, tín hiệu vào bé và tín hiệu vào lớn.



Hình 13.19. Đặc tuyến Vôn-ampe của phần tử phi tuyến với biên độ của tín hiệu vào khác nhau

Từ hình vẽ dễ dàng thấy rằng, khi tín hiệu vào bé $U_{1\omega}$ (tín hiệu yếu) phần tử phi tuyến chỉ làm việc trong đoạn đầu của đặc tuyến và nó được tiệm cận hóa bởi đa thức lũy thừa. Còn trong trường hợp tín hiệu vào lớn $U_{2\omega}$, đặc tuyến của phần tử phi tuyến được tiệm cận bằng hai đoạn đường thẳng (đường gãy khúc). Do đó để nhận được đặc tuyến tách sóng, phải xem xét mạch tách sóng trong hai trường hợp riêng biệt: khi tín hiệu vào bé và khi tín hiệu vào lớn.

1. *Tách sóng tín hiệu yếu:* Khi này đặc tuyến của phần tử phi tuyến được tiệm cận hóa bằng đa thức lũy thừa (giả thiết đa thức lũy thừa bậc 2):

$$i = a_0 + a_1 u + a_2 u^2.$$

Giả sử $u = U_{1\omega} \cos \omega t$, khi đó :

$$\begin{aligned} i &= a_0 + a_1 U_{1\omega} \cos \omega t + a_2 U_{1\omega}^2 \cos^2 \omega t \\ &= a_0 + a_1 U_{1\omega} \cos \omega t + \frac{a_2 U_{1\omega}^2}{2} + \frac{a_2}{2} U_{1\omega}^2 \cos 2\omega t \end{aligned}$$

Thành phần một chiều của dòng điện đầu ra :

$$I_0 = a_0 + \frac{a_2 U_{1\omega}^2}{2},$$

và tính rằng dòng điện tĩnh $I_{00} = a_0$, từ đây ta tìm được đặc tuyến tách sóng trong chế độ tín hiệu vào yếu (tách sóng tín hiệu yếu):

$$I_{ts} = \frac{a_2}{2} U_{1\omega}^2$$

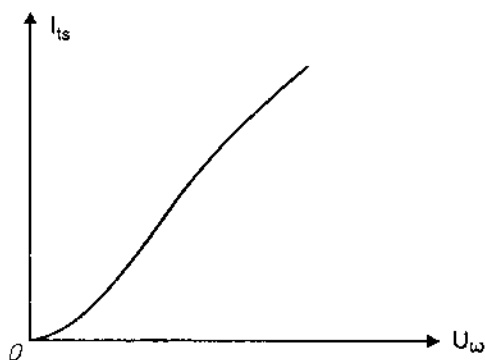
Đặc tuyến tách sóng trong trường hợp này là đường parabol, quan hệ giữa dòng điện tách sóng và biên độ của dao động cao tần không tuyến tính, mạch tách sóng gây méo tín hiệu.

2. *Tách sóng tín hiệu mạnh*: Khi tín hiệu vào lớn, đặc tuyến của phần tử phi tuyến được tiệm cận bởi đường gãy khúc, trong trường hợp này, theo biểu thức (13.5), dòng điện tách sóng:

$$I_{ts} = \frac{S}{\pi} U_{2\omega}$$

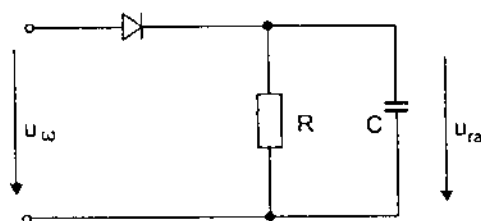
phụ thuộc tuyến tính vào biên độ của điện áp vào và đặc tuyến tách sóng là đường thẳng.

Từ các kết quả phân tích trên ta nhận được đặc tuyến tách sóng của mạch tách sóng điều biên có dạng vẽ trên hình (13.20).



Hình 13.20. Đặc tuyến tách sóng của mạch tách sóng dao động điều biên

Phần tử phi tuyến dùng trong mạch tách sóng dao động điều biên có thể là điôt bán dẫn, transistor, hoặc phần tử phi tuyến khác. Trên hình 13.21 vẽ sơ đồ nguyên lý mạch tách sóng dao động điều biên dùng điôt bán dẫn.

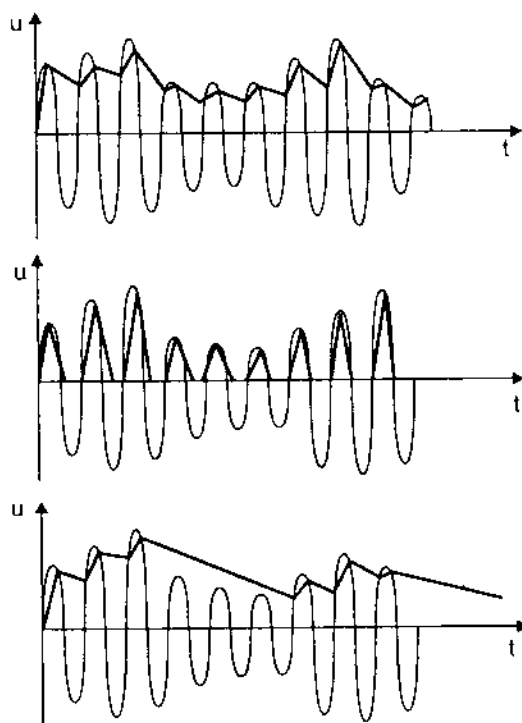


Hình 13.21. Sơ đồ mạch tách sóng dao động điều biên dùng diôt

Đối với mạch tách sóng dao động điều biên, chọn giá trị R , C của bộ lọc không thích hợp cũng sẽ gây ra hiện tượng méo tín hiệu sau tách sóng. Điều này có thể giải thích như sau: Khi diôt thông, tụ C sẽ được nạp điện với hằng số thời gian nạp $\tau_n > R_{td}C$, ở đây R_{td} là điện trở tương đương của diôt khi thông khá nhỏ, nên τ_n nhỏ và tụ điện C sẽ được nạp nhanh đến giá trị bằng giá trị cực đại của điện áp đầu vào. Khi diôt tắt, tụ điện C sẽ phóng điện qua điện trở R với hằng số thời gian phóng $\tau_f = RC$. Vì $R \gg R_{td}$, nên $\tau_f \gg \tau_n$ và tụ C sẽ phóng chậm qua R . Nếu chọn các giá trị R , C thích hợp, thì điện áp trên tụ điện C sẽ có quy luật lặp lại quy luật biến thiên biên độ của điện áp vào (xem hình 13.22a), tín hiệu ra không bị méo.

Nếu điện trở R chọn quá bé, thì khi diôt tắt, tụ điện C cũng sẽ phóng nhanh qua điện trở R . Kết quả điện áp trên tụ điện C sẽ có dạng như ở hình 13.22b và tín hiệu ra sẽ bị méo.

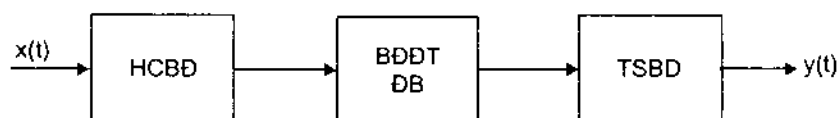
Ngược lại, nếu điện trở R chọn quá lớn, thì khi diôt tắt, tụ điện C sẽ phóng rất chậm qua điện trở R . Kết quả điện áp trên tụ điện C sẽ có dạng như hình 13.22c và tín hiệu đầu ra bị méo.



Hình 13.22. Đồ thị điện áp trên đầu ra mạch tách sóng phụ thuộc vào tích $R.C$

13.5. TÁCH SÓNG DAO ĐỘNG ĐIỀU TẦN

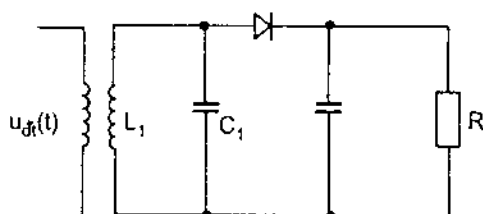
Mạch tách sóng dao động điều tần cần có tín hiệu trên đầu ra có quy luật biến thiên lặp lại quy luật biến thiên của tần số tức thời của tín hiệu trên đầu vào. Hơn nữa, quá trình tách sóng là quá trình chuyển phổ của tín hiệu từ vùng tần số cao về vùng tần số thấp. Do đó mạch điện tách sóng phải là mạch điện phi tuyến, hoặc mạch điện tham số. Song, các phần tử phi tuyến như diôt bán dẫn, transistor, đèn điện tử... hoàn toàn không có phản ứng đối với sự thay đổi tần số của tín hiệu vào, mà tính chất phi tuyến của nó chỉ biểu thị qua sự thay đổi biên độ của tín hiệu vào. Bởi vậy, để tách sóng dao động điều tần, trước hết cần biến đổi dao động điều tần thành dao động điều biên (thực chất thành dao động vừa điều tần vừa điều biên), sau đó thực hiện tách sóng dao động điều biên; hoặc biến đổi dao động điều tần thành dao động điều pha, sau đó thực hiện tách sóng dao động điều pha; hoặc biến đổi dao động điều tần thành dao động điều chế xung, sau đó thực hiện tách sóng dao động điều chế xung. Đối với mạch tách sóng dao động điều tần thông qua tách sóng dao động điều biên, đòi hỏi sự thay đổi biên độ của tín hiệu vào không được gây ảnh hưởng đến giá trị của tín hiệu ra, nên tín hiệu trước khi đưa tới mạch tách sóng cần được hạn chế biên độ. Sơ đồ khối của mạch tách sóng dao động điều tần thông qua tách sóng dao động điều biên vẽ trên hình 13.23.



Hình 13.23. Sơ đồ khối mạch tách sóng dao động điều tần thông qua tách sóng dao động điều biên

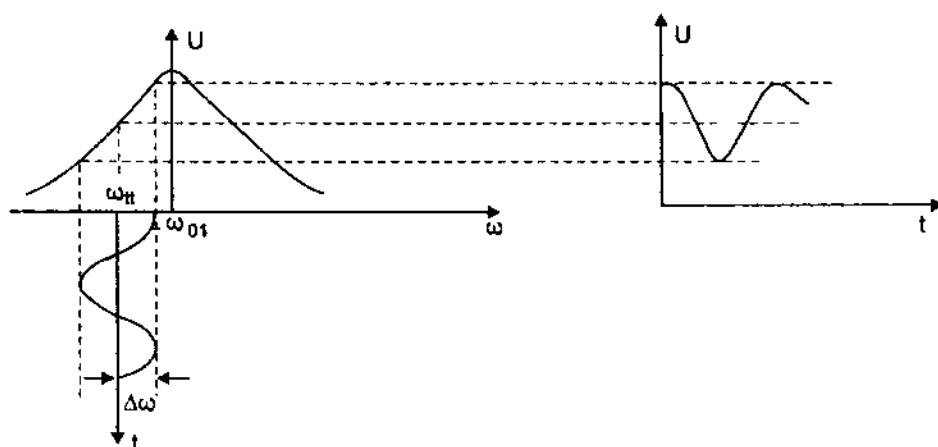
Mạch biến đổi dao động điều tần thành dao động điều biên là mạch điện tuyến tính có đặc tính tần số. Nó có thể là mạch RC, LC, RL, hay mạch lọc điện. Tuy nhiên trong thực tế ở dải tần số cao người ta thường sử dụng mạch cộng hưởng đơn LC.

Trên hình 13.24 vẽ sơ đồ nguyên lý mạch tách sóng dao động điều tần thông qua tách sóng dao động điều biên. Ở đây mạch biến đổi dao động điều tần thành dao động điều biên dùng mạch cộng hưởng song song L_1 , C_1 , mạch tách sóng dao động điều biên là mạch tách sóng dùng diôt, gồm diôt $\mathcal{D}$, điện trở R , điện dung C .



Hình 13.24. Sơ đồ nguyên lý mạch tách sóng dao động điều tần

Mạch cộng hưởng L_1, C_1 điều chỉnh cộng hưởng ở tần số ω_{01} khác tần số trung tâm ω_u của dao động điều tần, thí dụ $\omega_{01} < \omega_u$ (xem hình 13.25).



Hình 13.25. Sự phụ thuộc của biên độ điện áp trên mạch cộng hưởng vào tần số của dao động ở đầu vào

Biên độ điện áp trên mạch cộng hưởng phụ thuộc vào tần số của tín hiệu vào. Trong dải tần số lân cận tần số trung tâm của dao động điều tần ω_u , đoạn đặc tuyến cộng hưởng của mạch cộng hưởng đơn có thể xem như tuyến tính (xem hình 13.24). Thực hiện tiệm cận đoạn đặc tuyến cộng hưởng trên bằng biểu thức:

$$U = U_0 + k\omega$$

Trường hợp đơn giản nhất khi hàm điều chế (hàm tin tức) là đơn âm:

$$u_\Omega = U_\Omega \cos \Omega t,$$

khi đó tần số tức thời của dao động điều tần:

$$\omega(t) = \omega_u + \Delta\omega \cos \Omega t,$$

biên độ điện áp trên mạch cộng hưởng :

$$\begin{aligned} U(t) &= U_0 + k\omega_u + k\Delta\omega \cos \Omega t \\ &= (U_0 + k\omega_u) \left(1 + \frac{k\Delta\omega}{U_0 + k\omega_u} \cos \Omega t \right) \end{aligned}$$

Rõ ràng, biên độ điện áp trên mạch cộng hưởng có quy luật biến thiên lặp lại quy luật biến thiên của tần số tức thời của dao động điều tần, nghĩa là theo quy luật biến thiên của hàm điều chế. Hay nói cách khác, điện áp trên mạch cộng hưởng là dao động điều biên với độ sâu điều chế :

$$m = \frac{k\Delta\omega}{U_0 + k\omega_u}$$

Giả sử điện áp trên mạch cộng hưởng đủ lớn, khi đó mạch tách sóng dao động điều biến làm việc ở chế độ tách sóng tuyến tính (tách sóng tín hiệu mạch), dao động trên đầu ra:

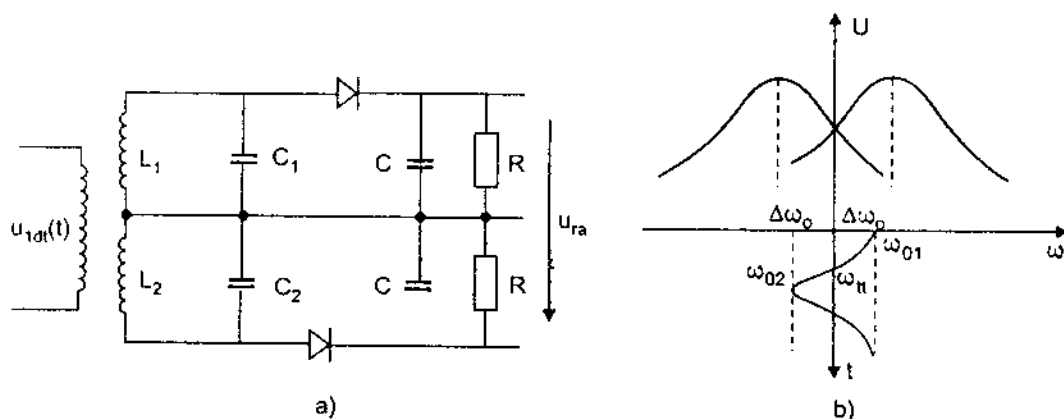
$$I_a(t) = SU(t) = S(U_0 + k\omega_{tt}) + Sk\Delta\omega\cos\Omega t,$$

trong đó S là hệ dẫn tách sóng của mạch tách sóng dao động điều biến.

Bỏ qua thành phần một chiều $S(U_0 + k\omega_{tt})$, ta có :

$$i_{ra}(t) = Sk\Delta\omega\cos\Omega t \quad (13.6)$$

Để tín hiệu trên đầu ra mạch tách sóng có giá trị lớn, đòi hỏi độ dốc của đoạn đặc tuyến cộng hưởng của mạch cộng hưởng trong vùng tần số lân cận tần số ω_{tt} phải lớn (k có giá trị lớn). Điều này phù hợp với mạch cộng hưởng có hệ số phẩm chất Q lớn. Song với mạch cộng hưởng có hệ số phẩm chất Q lớn, đoạn tuyến tính của đường cong cộng hưởng bé (chỉ trong dải tần $\Delta\omega$ hẹp). Để mở rộng đoạn tuyến tính, cần chọn mạch cộng hưởng có hệ số phẩm chất Q nhỏ, khi đó độ dốc của đặc tuyến cộng hưởng k nhỏ. Để khắc phục nhược điểm trên, người ta sử dụng mạch tách sóng tần số hai mạch cộng hưởng có sơ đồ vẽ trên hình 13.26a.



Hình 13.26

- a) Sơ đồ nguyên lý mạch tách sóng tần số dùng hai mạch cộng hưởng;
b) Đường cong cộng hưởng của các mạch cộng hưởng

Trong sơ đồ tách sóng, hình 13.26, mạch cộng hưởng thứ nhất được điều chỉnh cộng hưởng ở tần số cộng hưởng:

$$\omega_{01} > \omega_{tt}, \quad (\omega_{01} = \omega_{tt} + \Delta\omega)$$

còn mạch cộng hưởng thứ hai được điều chỉnh cộng hưởng ở tần số cộng hưởng $\omega_{02} < \omega_{tt}$, ($\omega_{02} = \omega_{tt} - \Delta\omega$) (xem hình 13.26b).

Khi hàm điều chế là đơn âm, biên độ điện áp trên mạch cộng hưởng thứ nhất:

$$U_1(t) = U_0 + k\omega_{tt} + k\Delta\omega\cos\Omega t,$$

biên độ điện áp trên mạch cộng hưởng thứ hai:

$$U_2(t) = U_0 + k\omega_{tt} - k\Delta\omega\cos\Omega t$$

Trong chế độ tách sóng tuyến tính, dao động ở đầu ra mạch tách sóng điều biên thứ nhất:

$$I_{01}(t) = SU_1(t) = S(U_0 + k\omega_{tt}) + Sk\Delta\omega\cos\Omega t$$

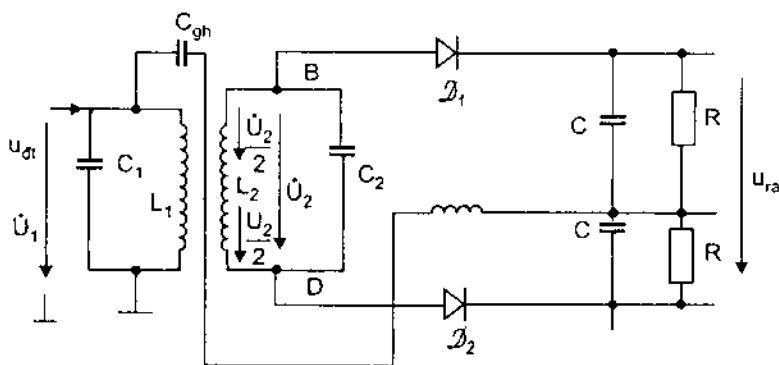
còn dao động ở đầu ra mạch tách sóng điều biên thứ hai:

$$I_{02}(t) = SU_2(t) = S(U_0 + k\omega_{tt}) - Sk\Delta\omega\cos\Omega t$$

Dao động ở đầu ra mạch tách sóng dao động điều tần:

$$i_{ra}(t) = I_{01}(t) - I_{02}(t) = 2Sk\Delta\omega\cos\Omega t \quad (13.7)$$

So sánh các biểu thức (13.6) và (13.7) ta thấy: Trong trường hợp độ dốc của đoạn đặc tuyến cộng hưởng của các mạch cộng hưởng là như nhau, tín hiệu ở đầu ra mạch tách sóng dao động điều tần dùng hai mạch cộng hưởng lớn gấp 2 lần mạch tách sóng tần số thông thường. Nếu đòi hỏi tín hiệu đầu ra không đổi, đối với mạch tách sóng dao động điều tần dùng hai mạch cộng hưởng cho phép chọn mạch cộng hưởng có hệ số phẩm chất Q nhỏ hơn, và do đó sẽ giảm được độ méo do mạch tách sóng gây ra. Sử dụng mạch tách sóng dao động điều tần với hai mạch cộng hưởng có nhược điểm là hai mạch cộng hưởng được điều chỉnh cộng hưởng ở hai tần số khác nhau, nên việc điều chỉnh khá phức tạp. Để khắc phục nhược điểm trên, người ta sử dụng mạch tách sóng tần số với mạch cộng hưởng ghép có sơ đồ vẽ trên hình 13.27.



Hình 13.27. Mạch tách sóng tần số dùng mạch cộng hưởng ghép

Trong mạch tách sóng dao động điều tần ở hình 13.27, các mạch dao động sơ cấp L_1 , C_1 và thứ cấp L_2 , C_2 đều được điều chỉnh cộng hưởng tại tần số bằng tần số trung tâm ω_{tt} của dao động điều tần: $\omega_{01} = \omega_{02} = \omega_{tt}$.

Có thể giải thích nguyên lý làm việc của mạch tách sóng dao động điều tần ở hình 13.27 bằng đồ thị vectơ.

Gọi giá trị biên độ phức của điện áp trên mạch dao động sơ cấp là $\dot{U}_1$, trên mạch dao động thứ cấp là $\dot{U}_2$, trên anốt của các diốt $\mathcal{D}_1$, $\mathcal{D}_2$ tương ứng là $\dot{U}_3$ và $\dot{U}_4$ (so với điểm "dặt" chung). Sức điện động cảm ứng từ mạch sơ cấp sang mạch thứ cấp:

$$\dot{E}_M = j\omega M \dot{I}_1$$

trong đó $\dot{I}_1$ là giá trị biên độ phức của dòng điện qua điện cảm L_1 .

Giả sử hệ số hỗ cảm $M > 0$, khi đó sức điện động cảm ứng sẽ đồng pha với điện áp $\dot{U}_1$.

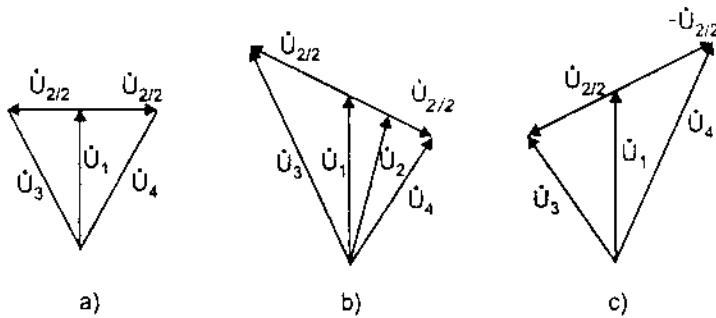
• Khi tần số của tín hiệu vào bằng tần số trung tâm $\omega = \omega_{tt}$, mạch thứ cấp cộng hưởng, dòng điện qua mạch thứ cấp $\dot{I}_2$ trùng pha với sức điện động cảm ứng $\dot{E}_M$. Dòng điện $\dot{I}_2$ gây ra điện áp $\dot{U}_2$ trên điện cảm L_2 vượt pha dòng điện $\dot{I}_2$ góc bằng $\pi/2$. Điện áp trên a nốt của điôt $\mathcal{D}_1$:

$$\dot{U}_3 = \dot{U}_1 + \frac{\dot{U}_2}{2},$$

còn điện áp trên anốt của điôt $\mathcal{D}_2$:

$$\dot{U}_4 = \dot{U}_1 - \frac{\dot{U}_2}{2}$$

(xem đồ thị vectơ ở hình 13.28a).



Hình 13.28. Đồ thị vectơ giải thích nguyên lý làm việc mạch tách sóng tần số dùng mạch cộng hưởng ghép

Vì điện áp ở đầu ra các mạch tách sóng dao động điều biến lấy trên các điện trở R , điện áp U_{01} , U_{02} tỉ lệ với biên độ của điện áp đầu vào U_3 , U_4 , còn điện áp đầu ra bằng hiệu của hai điện áp U_{01} và U_{02} . Trong trường hợp xét có biên độ điện áp $U_3 = U_4$ nên điện áp ở đầu ra mạch tách sóng tần số bằng không.

• Trường hợp tần số của tín hiệu vào lớn hơn tần số trung tâm của dao động điều tần ($\omega > \omega_{tt}$) khi này mạch thứ cấp sẽ lệch cộng hưởng và dòng điện I_2 sẽ chậm pha so với sức điện động cảm ứng E_M góc $\varphi < \pi/2$, còn điện áp $\dot{U}_2$ sẽ vượt pha điện áp $\dot{U}_1$ góc nhỏ hơn $\pi/2$ (xem hình 13.28b). Kết quả biên độ điện áp $U_3 > U_4$ và điện áp đầu ra mạch tách sóng:

$$U_{ra}(t) = k_{ls}(U_3 - U_4) \neq 0$$

- Trường hợp tần số của tín hiệu vào nhỏ hơn tần số trung tâm của dao động điều tần ($\omega < \omega_{tt}$) khi đó mạch thứ cấp cũng lệch cộng hưởng nhưng dòng điện $\dot{I}_2$ sẽ vượt pha so với sức điện động cảm ứng $\dot{E}_M$ góc $\varphi < \pi/2$, còn điện áp $\dot{U}_2$ sẽ vượt pha điện áp $\dot{U}_1$, góc $\varphi > \pi/2$ (xem hình 13.28c). Kết quả biên độ điện áp $U_3 < U_4$ và điện áp ra mạch tách sóng:

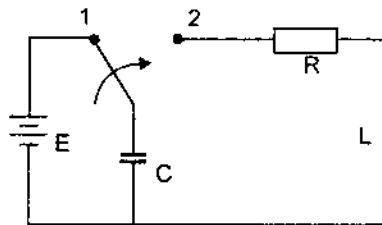
$$U_{ra}(t) = k_{ls}(U_3 - U_4) \neq 0$$

nhưng đổi chiều.

13.6. TẠO DAO ĐỘNG HÌNH SIN

Quá trình biến đổi năng lượng của nguồn điện một chiều thành năng lượng của nguồn điện hình sin được gọi là quá trình tạo dao động hình sin. Mạch điện thực hiện chức năng tạo dao động hình sin gọi là mạch tạo dao động hình sin. Tạo dao động hình sin liên quan với việc biến đổi phổ tần số, do đó mạch điện tạo dao động hình sin phải là mạch điện phi tuyến, hay mạch điện tham số.

Để xét quá trình vật lý xảy ra trong mạch tạo dao động hình sin, ta xét mạch dao động đơn (hình 13.29).



Hình 13.29. Mạch dao động đơn RLC mắc nối tiếp

Giả sử khóa K được chuyển từ vị trí 1 về vị trí 2 tại thời điểm $t = 0$.

Phương trình trạng thái của mạch (sau khi khóa K ở vị trí 2) có dạng:

$$\frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{di}{dt} + \frac{1}{LC} i = 0 \quad (13.8)$$

Giả sử hệ số phẩm chất của mạch $Q \gg 1$, khi đó dòng điện chạy trong mạch sẽ có dạng:

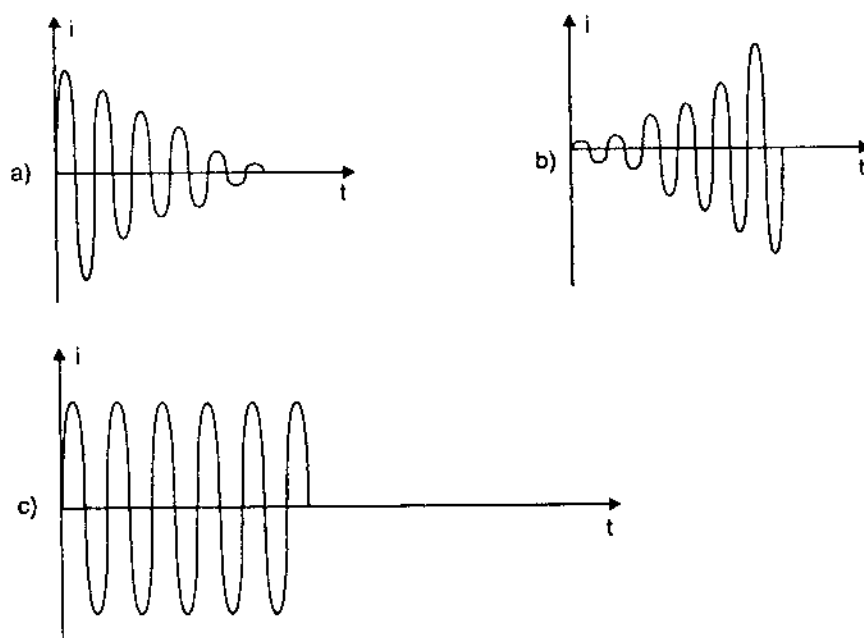
$$i = I_0 e^{-\alpha t} \sin \omega_1 t \quad (13.9)$$

trong đó: I_0 là biên độ ban đầu của dòng điện trong mạch vòng, nó phụ thuộc vào năng lượng có chứa trong mạch tại thời điểm $t = 0$; $\alpha = \frac{R}{2L}$ là hệ số suy giảm của mạch vòng.

$$\omega_1 = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2} \quad (13.10)$$

$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ là tần số cộng hưởng của mạch.

Tùy thuộc vào giá trị của tham số α , dao động tự do trong mạch có thể có ba dạng khác nhau. Khi $\alpha > 0$ ($R > 0$) dao động tự do trong mạch là dao động hình sin với biên độ tắt dần theo thời gian (xem hình 13.30a). Khi $\alpha < 0$ ($R < 0$) dao động tự do trong mạch là dao động hình sin với biên độ tăng trưởng theo thời gian (xem hình 13.30b). Còn khi $\alpha = 0$ ($R = 0$), dao động tự do trong mạch là dao động hình sin với biên độ không đổi $I_m = I_0$ (xem hình 13.30c).



Hình 13.30. Các dạng dao động tự do trong mạch vòng
 a) khi $R > 0$; b) khi $R < 0$; c) khi $R = 0$

Trong thực tế, các mạch dao động luôn có tổn hao ($R > 0$), nên dao động tự do trong mạch luôn là dao động tắt dần theo thời gian. Do đó để duy trì từ dao động hình sin trong mạch cần thực hiện bù lại năng lượng đã bị tổn hao sau mỗi chu kỳ dao động.

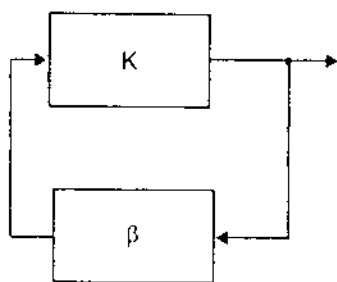
Việc bù năng lượng tổn hao trong mạch dao động có thể thực hiện bằng hai phương pháp:

- **Phương pháp bù ngoài:** Nguồn năng lượng bù cho mạch dao động được lấy từ nguồn dao động bên ngoài. Mạch tạo dao động hình sin theo phương pháp này được gọi là mạch tạo dao động ngoại kích, hay mạch phát sóng ngoại kích.

- **Phương pháp bù trong:** Nguồn năng lượng bù cho mạch dao động được lấy từ đầu ra của mạch (sau khi đã được khuếch đại) để đưa trở lại đầu vào của nó. Mạch tạo dao động hình sin theo phương pháp này được gọi là mạch tạo dao động tự kích, mạch tự tạo dao động, hay mạch phát sóng tự kích.

Thực chất mạch tạo dao động ngoại kích là mạch khuếch đại dao động hình sin. Ở đây chỉ nghiên cứu nguyên lý làm việc của các mạch tự tạo dao động hình sin, hay mạch tạo dao động hình sin tự kích. Sơ đồ khối tổng quát của mạch tự tạo dao động hình sin

là hình 13.31, trong đó mạch khuếch đại K là mạch phi tuyến, còn mạch phản hồi β thường là mạch tuyến tính.

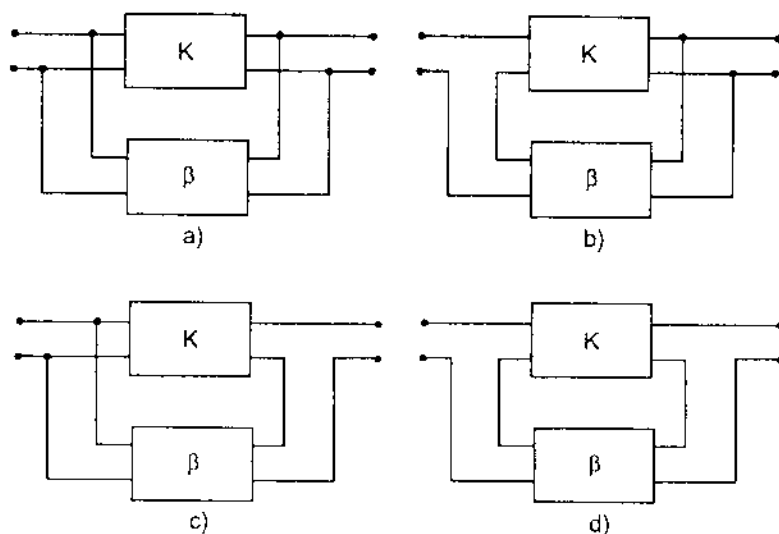


Hình 13.31. Sơ đồ khối tổng quát của mạch tự tạo dao động hình sin

13.7. KHÁI NIỆM VỀ PHẢN HỒI TRONG MẠCH ĐIỆN

Lý thuyết về phản hồi cũng như ảnh hưởng của phản hồi đến các tham số và đặc tính của hệ thống nói chung, hay mạch điện nói riêng, bạn đọc có thể tìm hiểu kỹ trong các tài liệu về lý thuyết điều chỉnh tự động, kỹ thuật mạch điện tử và nhiều tài liệu khác. Ở đây chỉ trình bày một vài khái niệm chung nhất về phản hồi và ứng dụng nó trong các mạch tự tạo dao động hình sin.

Hiện tượng tín hiệu từ đầu ra của mạch điện quay ngược trở lại đầu vào của nó gọi là hiện tượng phản hồi. Mạch điện có tồn tại hiện tượng phản hồi gọi là mạch điện có phản hồi. Sơ đồ khối của mạch điện có phản hồi vẽ trên hình 13.31. Tùy thuộc vào đại lượng phản hồi và cách mắc mạch phản hồi với đầu vào của mạch, người ta phân chia: phản hồi theo điện áp, phản hồi theo dòng điện, phản hồi song song, phản hồi nối tiếp... (xem hình 13.32).



Hình 13.32. Sơ đồ các mạch điện có phản hồi

- a) Phản hồi song song theo điện áp; b) Phản hồi nối tiếp theo điện áp;
c) Phản hồi song song theo dòng điện; d) Phản hồi nối tiếp theo dòng điện

Để xác định phản hồi trong mạch điện là phản hồi theo điện áp hay theo dòng điện, chỉ cần ngắn, hoặc hở mạch đầu ra. Khi ngắn mạch đầu ra mà hiện tượng phản

hồi trong mạch không tồn tại, thì phản hồi trong mạch là phản hồi theo điện áp; còn khi hở mạch đầu ra mà phản hồi trong mạch không tồn tại thì đó là phản hồi theo điện áp.

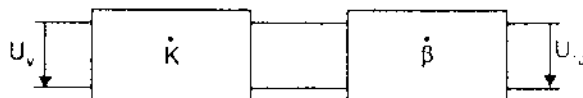
Phản hồi trong mạch điện cũng được phân chia thành phản hồi dương và phản hồi âm. Việc phân chia phản hồi trong mạch điện thành phản hồi dương và phản hồi âm dựa trên trên cơ sở so sánh pha của tín hiệu phản hồi với pha của tín hiệu vào. Nếu tín hiệu phản hồi đồng pha với tín hiệu vào, thì phản hồi đó là phản hồi dương. Còn nếu tín hiệu phản hồi ngược pha với tín hiệu vào thì đó là phản hồi âm. Dễ dàng thấy rằng, phản hồi dương làm cho tín hiệu tổng ở đầu vào tăng lên, còn phản hồi âm làm cho tín hiệu tổng ở đầu vào giảm đi.

Xét các mạch điện có phản hồi (hình 13.32), gọi $\dot{K}$ là hệ số truyền của khâu truyền thẳng, $\dot{\beta}$ là hệ số truyền của khâu phản hồi, khi đó tích $\dot{K}\dot{\beta}$ sẽ là hệ số truyền của mạch phản hồi hở (xem hình 13.33).

Trong chế độ xác lập điều hòa, các hệ số truyền K, β nói chung là số phức, và hệ số truyền của mạch phản hồi hở có thể viết dưới dạng:

$$\dot{K}\dot{\beta} = K \cdot e^{j\varphi_K} \cdot \beta \cdot e^{j\varphi_\beta} = K \cdot \beta \cdot e^{j(\varphi_K + \varphi_\beta)}$$

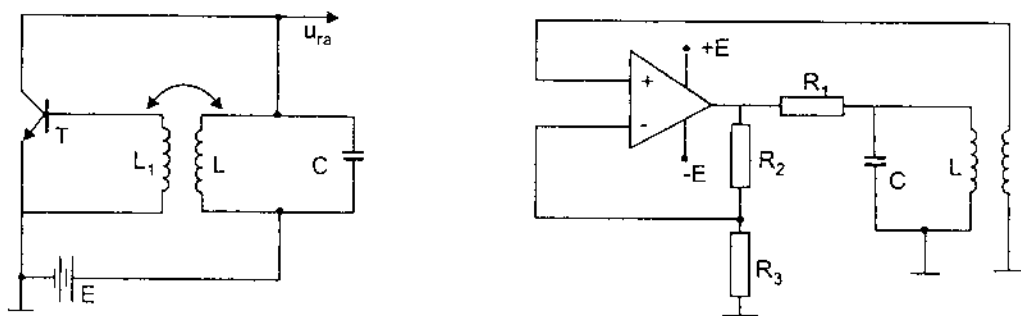
trong đó K, β là môđun; còn φ_K, φ_β là argument của các hệ số phức tương ứng.



Hình 13.33. Sơ đồ mạch có phản hồi hở

Từ đây dễ dàng suy ra rằng, khi phản hồi trong mạch là phản hồi dương thì $\varphi_K + \varphi_\beta = 0 (2K\pi)$, còn khi phản hồi âm: $\varphi_K + \varphi_\beta = \pm \pi (2K + 1)\pi$.

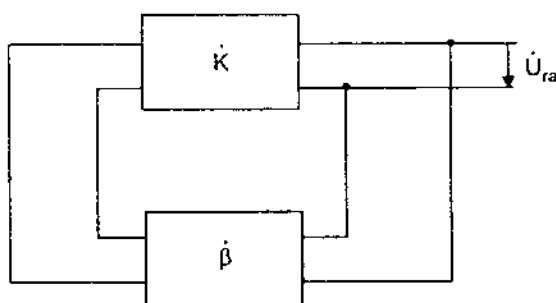
Ở các mạch tự tạo dao động hình sin, thì việc đưa tín hiệu phản hồi trở lại đầu vào thường được thực hiện qua ghép hồ cảm, hoặc qua các phần tử trong mạch phản hồi, còn mạch khuếch đại có thể dùng transistor, đèn điện tử, phần tử khuếch đại thuật toán. Trên hình 13.34 vẽ sơ đồ nguyên lý các mạch tự tạo dao động hình sin ghép hồ cảm dùng transistor và dùng phần tử khuếch đại thuật toán.



Hình 13.34. Các mạch tự tạo dao động hình sin ghép hồ cảm

13.8. ĐIỀU KIỆN DAO ĐỘNG CỦA MẠCH TỰ TẠO DAO ĐỘNG HÌNH SIN

Để xét điều kiện dao động của mạch tự tạo dao động hình sin, ta xét mạch tự tạo dao động tổng quát trên hình 13.35, trong đó khâu khuếch đại với hệ số khuếch đại $\dot{K}$, khâu phản hồi với hệ số phản hồi $\dot{\beta}$.



Hình 13.35. Sơ đồ giải thích điều kiện dao động của mạch tự tạo dao động hình sin

Giả sử tại thời điểm $t = 0$ mạch được cấp nguồn, trong mạch sẽ xuất hiện dao động tự do. Dao động tự do sẽ được khuếch đại bởi mạch khuếch đại K và đưa tới đầu ra. Tín hiệu từ đầu ra, qua mạch phản hồi β quay trở lại đầu vào của mạch khuếch đại và lại diễn ra chu trình tiếp theo. Dao động tự do trong mạch có thể gồm nhiều thành phần tần số, song nếu tải của mạch khuếch đại có đặc tính tần số, thí dụ mạch cộng hưởng, thì chỉ thành phần tần số bằng tần số cộng hưởng của mạch cộng hưởng mới có giá trị lớn ở đầu ra và qua mạch phản hồi sẽ có giá trị lớn hơn giá trị cùng của thành phần tần số đó tại thời điểm trước. Kết quả sau mỗi chu trình, thành phần tần số bằng tần số cộng hưởng sẽ được tăng dần. Trong khi đó các thành phần tần số khác của dao động tự do sẽ bị giảm dần sau mỗi chu trình. Giai đoạn này gọi là giai đoạn tự kích của mạch tự tạo dao động hình sin. Nếu trong suốt cả quá trình hệ số khuếch đại của mạch khuếch đại $\dot{K}$ và hệ số truyền của khâu phản hồi $\dot{\beta}$ không thay đổi thì dao động ở đầu ra sẽ tăng trưởng mãi, mạch không ổn định. Bởi vậy khi biên độ của dao động tăng đến giá trị nhất định - giá trị xác lập đòi hỏi biên độ của dao động ở đầu ra phải không thay đổi và bằng giá trị xác lập. Chế độ làm việc của mạch tự tạo dao động hình sin khi biên độ và tần số của dao động ở đầu ra không đổi được gọi là chế độ xác lập. Từ sơ đồ ở hình 13.35 dễ dàng thấy rằng, trong chế độ xác lập, tích của hệ số khuếch đại $\dot{K}$ và hệ số truyền $\dot{\beta}$ (hệ số truyền của mạch phản hồi hở) phải bằng 1:

$$\dot{K} \cdot \dot{\beta} = 1 \quad (13.11)$$

Điều kiện (13.11) là điều kiện cân bằng biên độ và cân bằng pha của mạch dao động.

Vì $\dot{K} = K \cdot e^{j\varphi_K}$, $\dot{\beta} = \beta \cdot e^{j\varphi_\beta}$, nên biểu thức (13.11) có thể viết lại dưới dạng:

$$K \cdot \beta \cdot e^{j(\varphi_K + \varphi_\beta)} = 1$$

Từ đây suy ra :

$$K.\beta = 1 \quad (13.12)$$

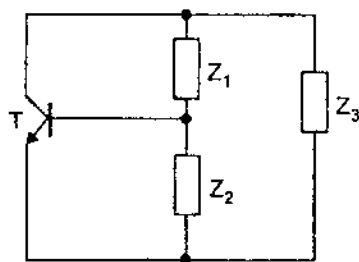
$$\varphi_K + \varphi_\beta = 0 \quad (2K\pi) \quad (13.13)$$

Điều kiện (13.12) là điều kiện cân bằng biên độ, còn điều kiện (13.13) là điều kiện cân bằng pha của mạch tự tạo dao động hình sin.

Từ các kết quả phân tích trên ta thấy, trong các mạch tự tạo dao động hình sin hoặc là hệ số khuếch đại $\dot{K}$ của khâu khuếch đại, hoặc là hệ số truyền của khâu phản hồi $\dot{\beta}$ (hoặc hệ số truyền của cả hai khâu) phải thay đổi trong quá trình tạo dao động. Điều đó có nghĩa là mạch tự tạo dao động hình sin là mạch phi tuyến. Trong thực tế, đối với các mạch tự tạo dao động hình sin người ta sử dụng phần tử khuếch đại $\dot{K}$ là phần tử phi tuyến, còn mạch phản hồi $\dot{\beta}$ là tuyến tính.

13.9. MẠCH TẠO DAO ĐỘNG HÌNH SIN BA ĐIỂM

Sơ đồ tổng quát rút gọn của mạch tạo dao động hình sin ba điểm vẽ trên hình 13.36.



Hình 13.36. Sơ đồ mạch tạo dao động hình sin ba điểm

Trong mạch tạo dao động hình sin (hình 13.36), mạch khuếch đại dùng transistor mắc theo sơ đồ emitter chung, hệ số khuếch đại $\dot{K}$ của mạch khuếch đại được xác định bởi biểu thức :

$$\dot{K} = -Y_{21}Z_{ce} \quad (13.14)$$

trong đó:

$$Z_{ce} = \frac{(Z_1 + Z_2)Z_3}{Z_1 + Z_2 + Z_3}$$

Y_{21} là tham số của transistor, phụ thuộc vào loại transistor và điểm công tác của transistor. Thường transistor làm việc ở dải tần nhỏ hơn tần số cắt của transistor (tần số giới hạn làm việc), nên $Y_{21} = g_{21}$ và là số thực.

Dấu trừ (-) trong biểu thức 13.14 biểu thị điện áp đầu ra ngược pha so với điện áp đầu vào.

Hệ số truyền của khâu phản hồi:

$$\dot{\beta} = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} \quad (13.15)$$

Hệ số truyền của mạch phản hồi hở :

$$\begin{aligned} \dot{K} \cdot \dot{\beta} &= - \frac{g_{21}(Z_1 + Z_2)Z_3}{Z_1 + Z_2 + Z_3} \cdot \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} \\ &= - g_{21} \frac{Z_2 Z_3}{Z_1 + Z_2 + Z_3} \end{aligned} \quad (13.16)$$

$$\text{vì : } Z_1 = r_1 + jX_1 ; Z_2 = r_2 + jX_2 ; Z_3 = r_3 + jX_3,$$

nên biểu thức (13.16) có thể viết lại dưới dạng:

$$\dot{K} \cdot \dot{\beta} = - g_{21} \frac{(r_2 + jX_2)(r_3 + jX_3)}{(r_1 + r_2 + r_3) + j(X_1 + X_2 + X_3)}$$

Các mạch dao động sử dụng trong thực tế luôn có :

$$r_1 \ll X_1 ; \quad r_2 \ll X_2 ; \quad r_3 \ll X_3$$

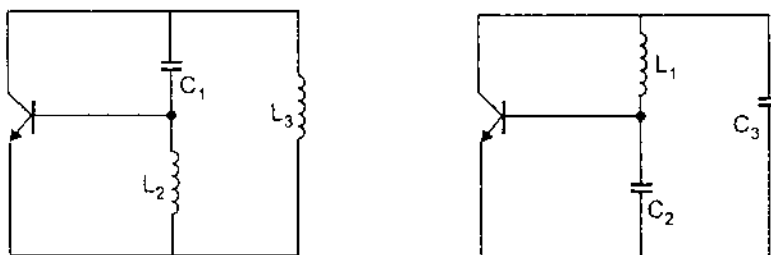
nên biểu thức trên lại có thể viết :

$$\dot{K} \cdot \dot{\beta} = g_{21} \frac{X_2 X_3}{(r_1 + r_2 + r_3) + j(X_1 + X_2 + X_3)} \quad (13.17)$$

Từ điều kiện cân bằng biên độ và cân bằng pha $\dot{K} \cdot \dot{\beta} = 1$, suy ra :

$$\left. \begin{aligned} X_1 + X_2 + X_3 &= 0 \\ X_2, X_3 &\text{ cùng tính} \end{aligned} \right\} \quad (13.18)$$

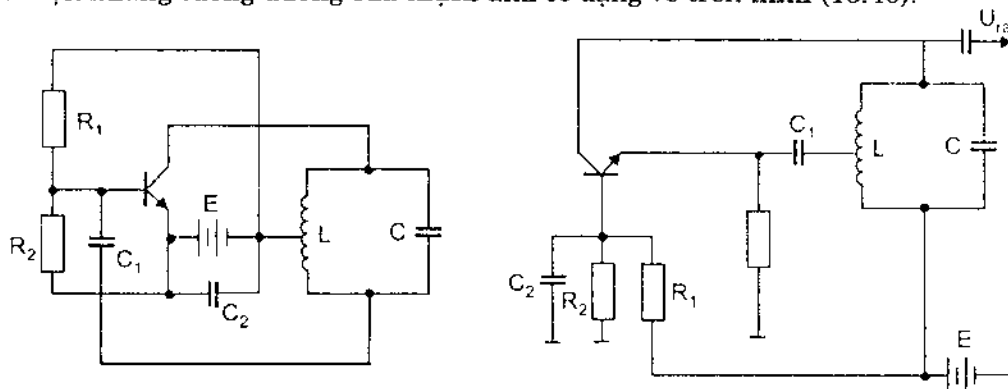
Từ các biểu thức (13.18) suy ra điều kiện dao động của mạch tạo dao động ba điểm là X_2, X_3 cùng tính, còn X_1 khác tính với X_2 và X_3 . Sơ đồ tương đương của các mạch tạo dao động trên hình 13.37.



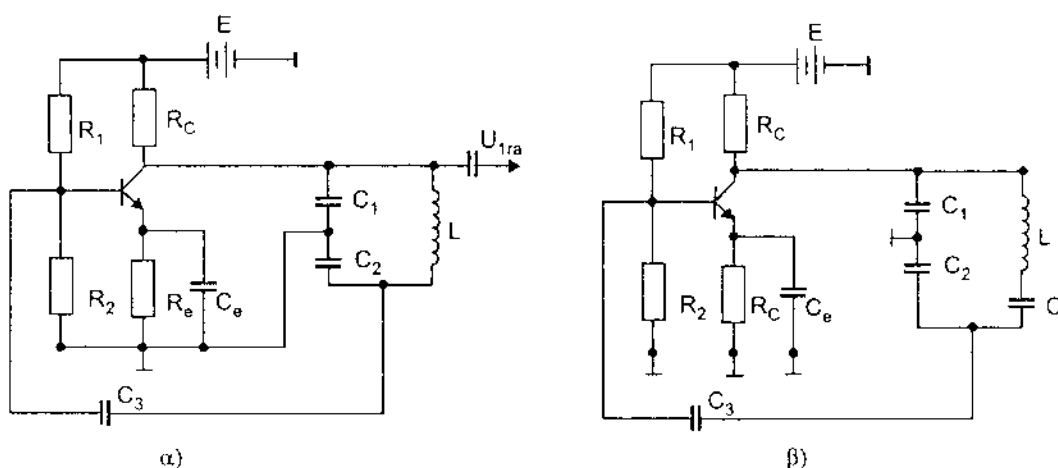
Hình 13.37. Sơ đồ tương đương của các mạch dao động ba điểm

Mạch tạo dao động hình sin có sơ đồ tương đương vẽ trên hình 13.37a là mạch dao động ba điểm điện cảm hay mạch dao động Hacleý (Hartley), còn mạch tạo dao động hình sin có sơ đồ tương đương vẽ trên hình 13.37b là mạch tạo dao động ba điểm điện dung, hay mạch dao động Konpit (Colpits). Trên hình 13.38 vẽ sơ đồ nguyên lý của một số mạch tạo dao động hình sin kiểu ba điểm trong thực tế.

Trong các mạch dao động dùng thạch anh (hình 13.38c), thạch anh được sử dụng như một điện cảm tương đương. Sơ đồ thay thế tương đương của thạch anh có dạng vẽ trên hình (13.39), trong đó L_q , C_q , R_q phụ thuộc vào kích thước và độ mỏng của thạch anh, còn C_p là điện dung tương đương của giá đỡ, thường R_q khá bé có thể bỏ qua, do đó điện kháng tương đương của thạch anh có dạng vẽ trên hình (13.40).



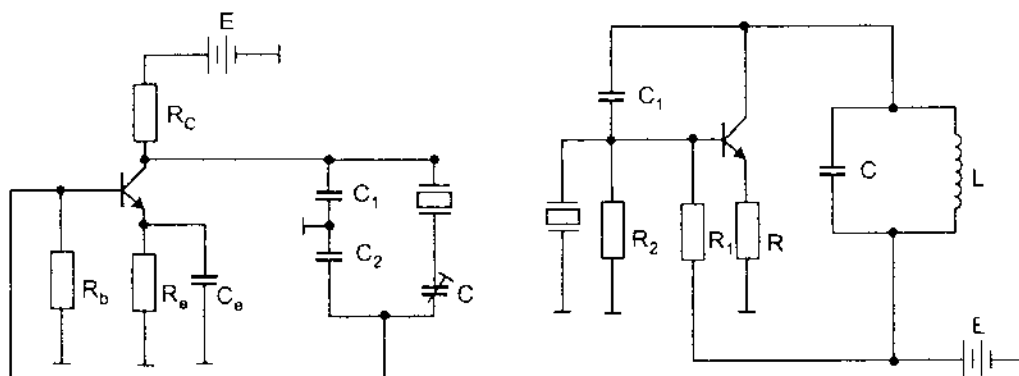
a) Các mạch dao động ba điểm điện cảm



a)

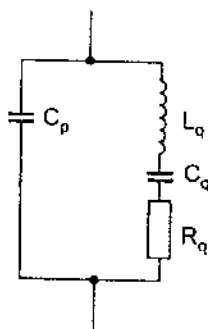
β)

b) Các mạch tạo dao động ba điểm điện dung : α - mạch thông thường
β - mạch dao động ba điểm điện dung mắc theo sơ đồ Clapp.

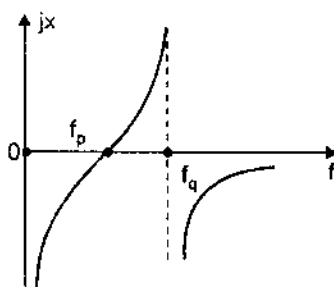


c) Các mạch tạo dao động ba điểm dùng thạch anh để ổn định tần số dao động

Hình 13.38. Các mạch tạo dao động ba điểm



Hình 13.39. Sơ đồ thay thế tương đương của thạch anh



Hình 13.40. Điện kháng tương đương của thạch anh

Trong sơ đồ ở hình (13.40), f_q là tần số cộng hưởng nhánh nối tiếp: $f_q = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_q C_q}}$;

còn f_p là tần số cộng hưởng song song: $f_p = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_q \frac{C_q C_p}{C_p + C_q}}}$.

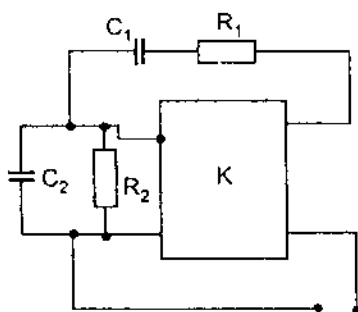
Vì tần số cộng hưởng nối tiếp f_q và tần số cộng hưởng song song f_p rất gần nhau, nên độ ổn định tần số dao động đối với các mạch tạo dao động dùng thạch anh rất cao. Các mạch dao động dùng thạch anh trong thực tế độ ổn định tần số tương đối của dao động có thể đạt tới 10^{-6} .

13.10. CÁC MẠCH TẠO DAO ĐỘNG HÌNH SIN RC

Trong dải tần số thấp, sử dụng các mạch tạo dao động hình sin LC (kiểu ba điểm, hoặc ghép hồ cảm), đòi hỏi điện cảm có giá trị lớn, nên kích thước của mạch dao động lớn (do kích thước của cuộn cảm L lớn). Mặt khác khi cuộn cảm có giá trị lớn, tổn hao trong mạch dao động lớn, độ ổn định tần số của dao động kém. Do đó để tạo dao động hình sin trong dải tần số thấp người ta thường sử dụng mạch dao động RC. Đối với mạch tạo dao động hình sin RC, khâu phản hồi dùng mạch RC. Trong các mạch tạo dao động RC, trong mạch không có phần tử điện cảm L , nên ngoài việc kích thước của mạch dao động nhỏ, nó còn dễ dàng chế tạo dưới dạng môđun hóa trên vi mạch.

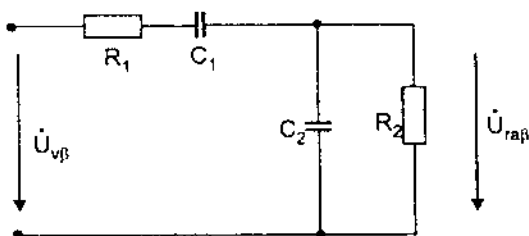
13.10.1. Mạch dao động RC kiểu cầu Viên

Sơ đồ khối của mạch tạo dao động hình sin RC kiểu cầu Viên vẽ trên hình 13.41.



Hình 13.41. Sơ đồ khối mạch dao động RC kiểu cầu Viên

Trong mạch tạo dao động RC kiểu cầu Viên, khâu khuếch đại K được chọn sao cho hệ số pha $\varphi_K = 0$. Khâu phản hồi β là mạch RC có dạng:



Để đảm bảo điều kiện dao động (điều kiện cân bằng biên độ và cân bằng pha), đòi hỏi hệ số pha của khâu phản hồi φ_β cũng phải bằng không ($\varphi_\beta = 0$).

Từ hình vẽ, sau khi tính toán ta sẽ nhận được hệ số truyền của khâu phản hồi:

$$\dot{\beta} = \frac{\dot{U}_{ra\beta}}{\dot{U}_{v\beta}} = \frac{1}{1 + \frac{R_1}{R_2} + \frac{C_2}{C_1} + j\left(\omega R_1 C_2 - \frac{1}{\omega R_2 C_1}\right)} \quad (13.19)$$

Để hệ số pha của khâu phản hồi $\varphi_\beta = 0$, đòi hỏi hệ số truyền của khâu phản hồi phải là số thực dương, nên từ biểu thức (13.19) ta sẽ nhận được tần số dao động của mạch dao động RC kiểu cầu Viên:

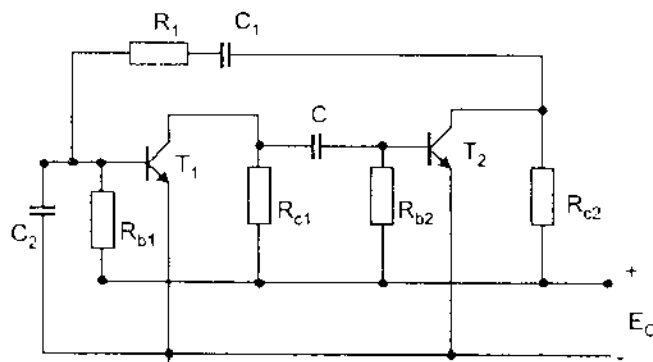
$$\omega = \frac{1}{\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}} \quad (13.20)$$

Trong thực tế người ta thường chọn $R_1 = R_2 = R$, $C_1 = C_2 = C$, nên tần số dao động của mạch dao động RC được xác định bởi biểu thức:

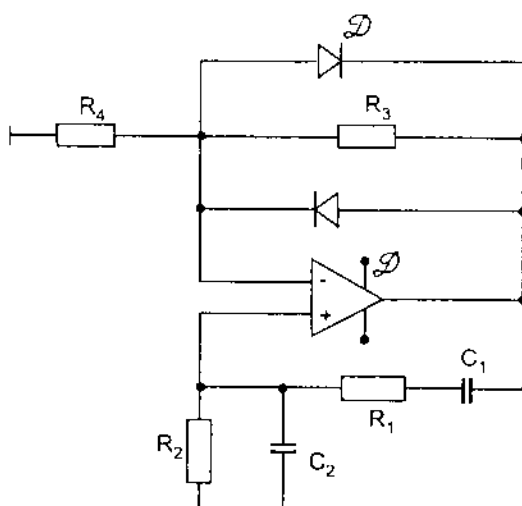
$$\omega = \frac{1}{RC} \quad (13.21)$$

Khi này hệ số truyền của khâu phản hồi $\dot{\beta} = 1/3$, và do đó hệ số khuếch đại của khâu khuếch đại $\dot{K} = 3$. Phần tử khuếch đại có thể dùng đèn điện tử, transistor, IC ...

Trên hình 13.42 vẽ các mạch tạo dao động RC kiểu cầu Viên dùng transistor và IC.



a)



b)

Hình 13.42 Các mạch tạo dao động RC kiểu cầu Viên

Đối với mạch tạo dao động dùng transistor (hình 13.42a), khâu khuếch đại là hai tầng khuếch đại mắc theo sơ đồ emitter chung. Với một tầng khuếch đại emitter chung điện áp đầu ra ngược pha với điện áp đầu vào, nên khi dùng hai tầng khuếch đại, hệ số pha của khâu khuếch đại $\varphi_K = 0$. Khâu phản hồi gồm các điện dung C_1 , C_2 , R_1 và điện trở vào R_{v1} của tầng khuếch đại thứ nhất (R_{v1} đóng vai trò của điện trở R_2 . Mặt khác do $R_{b1} \gg R_{v1}$ nên R_{b1} có thể xem như không ảnh hưởng đến quá trình làm việc của mạch).

Tần số dao động của mạch tạo dao động:

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{C_1 C_2 R_1 R_{v1}}}$$

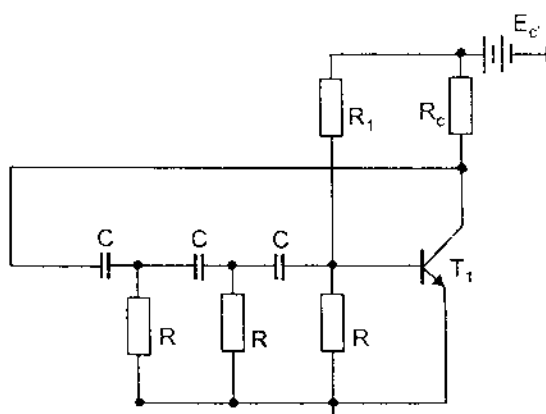
Còn hệ số khuếch đại của hai tầng khuếch đại (khi dao động xác lập):

$$K = 1 + \frac{R_1}{R_{v1}} + \frac{C_2}{C_1}$$

Đối với mạch tạo dao động dùng phần tử khuếch đại thuật toán (IC) (hình 13.43b), sử dụng mạch phản hồi âm R_3 , R_4 và các diôt để ổn định tần số và biên độ dao động.

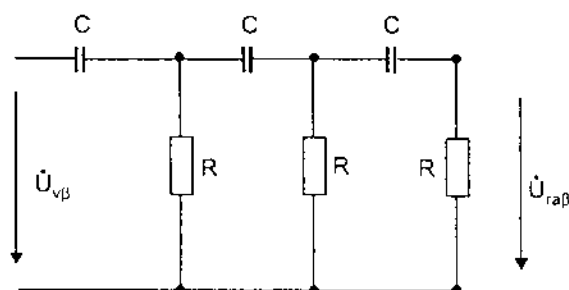
13.10.2. Mạch dao động RC với khâu phản hồi là mạch di pha

Sơ đồ nguyên lý của mạch dao động RC với khâu phản hồi là mạch di pha vẽ trên hình 13.43.



Hình 13.43

Ở mạch dao động RC (hình 13.43), khâu khuếch đại dùng một tầng khuếch đại mắc theo sơ đồ emítơ chung, còn khâu phản hồi gồm ba mắt lọc RC (hình 13.44).



Hình 13.44

Vì thừa số pha của khâu khuếch đại $\varphi_K = 180^\circ$, nên để đảm bảo điều kiện cân bằng pha, thừa số pha của khâu phản hồi φ_β cũng phải bằng 180° ($\varphi_\beta = 180^\circ$) với mỗi mắt lọc RC, độ di pha của điện áp đầu ra so với điện áp đầu vào $\varphi < 90^\circ$, do đó trong khâu phản hồi cần dùng ba mắt lọc RC.

Từ hình (13.44) ta xác định được hệ số truyền của khâu phản hồi:

$$\dot{\beta} = \frac{\dot{U}_{ra\beta}}{\dot{U}_{v\beta}} = \frac{1}{1 - 5\alpha^2 - j\alpha(6 - x^2)} \quad (13.22)$$

trong đó:

$$\alpha = \frac{1}{\omega RC}$$

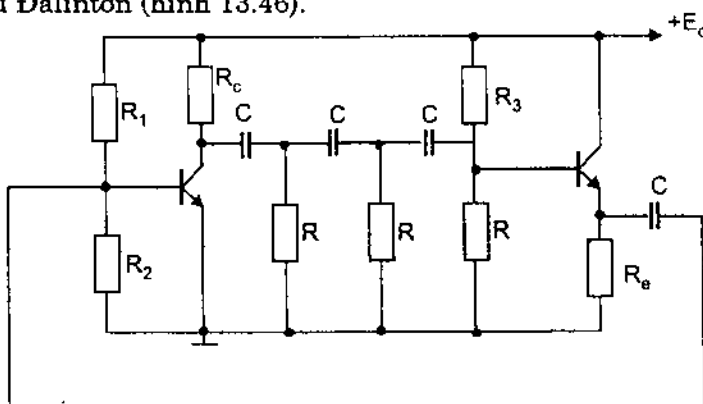
Từ điều kiện $\varphi_{\beta} = 180^\circ$, đòi hỏi β phải là số thực âm, nên từ biểu thức (13.22) ta nhận được tần số dao động của mạch dao động:

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{6}RC} \quad (13.23)$$

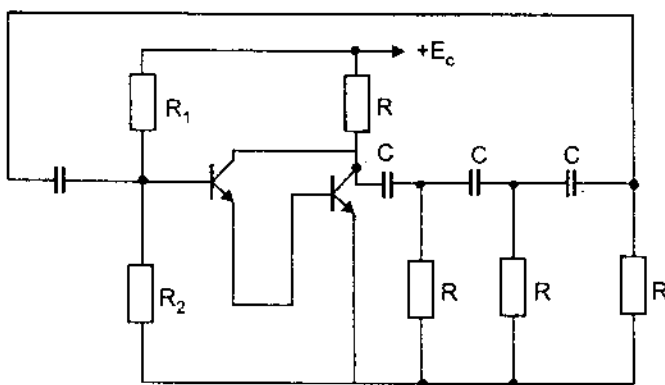
và hệ số khuếch đại của khâu khuếch đại (khi dao động xác lập):

$$K = 29.$$

Vì điện trở vào của mạch khuếch đại emítơ chung nhỏ và thay đổi phụ thuộc vào sự thay đổi của nhiệt độ môi trường cũng như sự thay đổi của điện áp nguồn cung cấp cho bộ khuếch đại, do đó để giảm ảnh hưởng của điện trở vào của mạch khuếch đại đến mạch phản hồi, tín hiệu từ đầu ra mạch phản hồi được đưa tới đầu vào mạch khuếch đại qua tầng khuếch đại lặp lại (hình 13.45) hoặc mạch khuếch đại dùng hai transistor mắc theo kiểu Dalinton (hình 13.46).



Hình 13.45. Mạch dao động RC dùng tầng khuếch đại lặp lại ở đầu ra khâu phản hồi

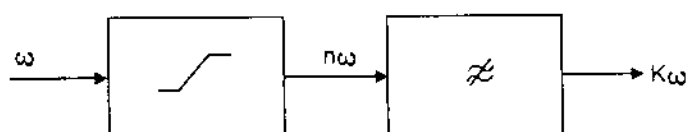


Hình 13.46. Mạch dao động RC với tầng khuếch đại mắc theo sơ đồ Dalinton

13.10. NHÂN TẦN SỐ

Các mạch nhân tần số được sử dụng nhiều trong các thiết bị điện tử, thí dụ trong các thiết bị phát, thiết bị đo lường. Đối với các thiết bị phát, độ ổn định tần số mang đòi hỏi rất cao. Để ổn định tần số của máy phát (tần số mang), trong các thiết bị phát người ta sử dụng các bộ tạo dao động dùng thạch anh, song tần số dao động của thạch anh phụ thuộc vào phương pháp cắt và độ mỏng của thạch anh. Thí dụ, khi tần số dao động của thạch anh lớn hơn 20 MHz, độ mỏng của thạch anh đòi hỏi khoảng vài phần trăm milimét. Việc cắt các thạch anh có độ mỏng như thế rất khó khăn. Do đó để tạo các dao động cao tần có độ ổn định cao, người ta sử dụng các mạch tạo dao động thạch anh dao động ở tần số tương đối thấp, sau đó thực hiện nhân tần số để nhận được các dao động ở tần số cao.

Sơ đồ khối tổng quát của mạch nhân tần số vẽ trên hình 13.47.

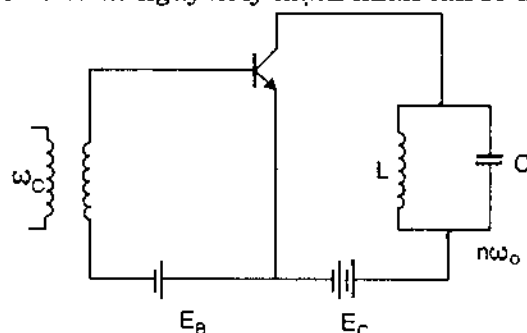


Hình 13.47. Sơ đồ khối tổng quát của mạch nhân tần số

Khi tác động vào mạch nhân tần số tín hiệu với tần số ω , trên đầu ra phần tử phi tuyến ngoài thành phần tần số của tín hiệu vào còn bao gồm các thành phần hài bậc cao $n\omega$ ($n = 2, 3, 4 \dots$). Nếu trên đầu ra phần tử phi tuyến được mắc bộ lọc tuyến tính, thì trên đầu ra bộ lọc (đầu ra mạch nhân tần) chỉ có một thành phần tần số mong muốn là một trong các hài bậc cao của tần số tín hiệu đầu ra ($K\omega$). Độ lớn của các thành phần hài trên đầu ra của phần tử phi tuyến, như đã chỉ ra ở chương 12, phụ thuộc vào tính chất cũng như đặc tuyến của phần tử phi tuyến. Thí dụ khi phần tử phi tuyến được tiệm cận hóa bằng đường gãy khúc, thì thành phần hài bậc n ở đầu ra có giá trị lớn, khi góc cắt điện θ được chọn bằng $\frac{120^\circ}{n}$ ($0 = \frac{120^\circ}{n}$). Do vậy khi tính toán các mạch nhân tần

số, vấn đề cơ bản là chọn phần tử phi tuyến cũng như chọn điểm làm việc của phần tử phi tuyến sao cho hiệu quả nhân tần là lớn nhất. Phần tử phi tuyến trong các mạch nhân tần có thể dùng transistor, IC, đèn điện tử.

Trên hình 13.48 vẽ sơ đồ nguyên lý mạch nhân tần số dùng transistor.



Hình 13.48. Mạch nhân tần số dùng transistor

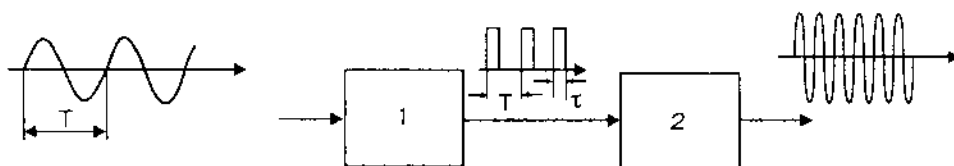
Trong mạch nhân tần ở hình 13.48, nguồn điện áp E_0 xác định điểm làm việc của transistor (phần tử phi tuyến); còn mạch cộng hưởng được điều chỉnh cộng hưởng ở tần số $n\omega_0$.

Khi cần nhân tần số với hệ số nhân n lớn, để hiệu quả nhân tần lớn, người ta sử dụng phương pháp khác. Trước hết dao động liên tục của tín hiệu vào được biến đổi thành dãy xung tuần hoàn có tần số lặp lại tần số của tín hiệu vào (xem hình 13.49). Phổ của dãy xung có dạng:

$$s(t) = A \left[\frac{\tau}{T} + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n\pi \frac{\tau}{T}}{n} \cos n\omega_0 t \right]$$

trong đó T là chu kỳ; τ là độ rộng của mỗi xung.

Trên đầu ra của bộ lọc dải hẹp số (2) ta sẽ nhận được dao động với thành phần hài mong muốn.



Hình 13.49. Sơ đồ khối mạch nhân tần với hệ số nhân lớn

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. *Белцкий А. Ф.* Основы теории линейных электрических цепей. М. "Связь" 1967.
2. *Атабеков Г. И.* Теория линейных электрических цепей. М. Сов "Радио", 1960.
3. *Зернов Н. В., Карнов В. Г.* Теории линейных электрических цепей. М. "Связь" 1967.
4. *С. Мзон И. Г.* Уиммеан Электронные цепи, сигналы и системы. (Перевод с английского) Москва 1963.
5. *И. С. Гоноровский* Радиотехнические цепи и сигналы "Советское радио" 1971.
6. *Сигорский В. П.* Методы анализа электрических схем с многополюсными элементами "Ан Уссс" 1985.
7. *Сигорский В. П.* Матрицы и графы в электронике "Энергия" 1988.
8. *Злездный А. М.* Теория нелинейных электрических цепей М. "СВЯЗЬ" 1969.
9. *А. Л. Фельдштейн, Л. Р. Явич.* Синтез четырехполюсников и восьмиполюсников на СВЧ М. "СВЯЗЬ" 1971.
10. *У. М. Сиберт.* Цепи, сигналы, системы (Перевод с английского) М. "Мир" 1988.
11. *Đỗ Huy Giác.* Lý thuyết mạch vô tuyến điện. "Học viện Kỹ thuật quân sự", T1 - 1990, T2 - 1992.

MỤC LỤC

	<i>Trang</i>
LỜI NÓI ĐẦU	3
Chương 8. MẠNG 4 CỰC	5
8.1. Khái niệm về mạng 4 cực	5
8.2. Các hệ phương trình truyền của mạng 4 cực	6
8.3. Các tham số riêng của mạng 4 cực	9
8.4. Các tham số hở mạch và ngắn mạch của mạng 4 cực	11
8.5. Ghép nối các mạng 4 cực	13
8.5.1. Các mạng 4 cực ghép liên thông	13
8.5.2. Các mạng 4 cực mắc nối tiếp - nối tiếp	14
8.5.3. Các mạng 4 cực mắc song song - song song	14
8.6. Các hệ phương trình truyền và các tham số riêng của mạng 4 cực trong dải sóng siêu cao tần	16
8.7. Chuẩn hóa các hệ phương trình truyền của mạng 4 cực	19
8.8. Quan hệ giữa các tham số chuẩn hóa và không chuẩn hóa của mạng 4 cực	21
8.9. Quan hệ giữa các tham số sóng và các tham số a, z, y dạng chuẩn hóa của mạng 4 cực	22
8.10. Các tham số của mạng 4 cực khi có tải	23
8.10.1. Tổng trở vào của mạng 4 cực	24
8.10.2. Hệ số phản xạ của mạng 4 cực	25
8.11. Trở kháng đặc tính của mạng 4 cực	26
8.12. Hàm truyền đạt phức của mạng 4 cực	27
8.13. Hàm truyền công suất và hệ số truyền đặc tính của mạng 4 cực	29

8.13.1. Hàm truyền công suất của mạng 4 cực	29
8.13.2. Hệ số truyền đặc tính của mạng 4 cực	31
8.14. Một số mạng 4 cực đơn giản và các tham số của chúng	35
8.14.1. Các mạng 4 cực một phần tử.....	35
8.14.2. Các mạng 4 cực hình Γ (mạng 4 cực hai phần tử)	35
8.14.3. Các mạng 4 cực hình T, hình Π	36
8.14.4. Mạng 4 cực hình cầu đối xứng	37
Chương 9. MẠCH LỌC ĐIỆN	39
9.1. Khái niệm và phân loại mạch lọc điện	39
9.2. Điều kiện hình thành mạch lọc thuần kháng	40
9.3. Phương trình dải thông của mạch lọc thuần kháng	42
9.4. Mạch lọc loại k.....	44
9.5. Mạch lọc loại k tần số thấp.....	46
9.6. Mạch lọc loại k tần số cao.....	49
9.7. Mạch lọc loại k dải thông.....	50
9.8. Mạch lọc loại k dải chắn	54
9.9. Mạch lọc loại m.....	56
9.9.1. Mạch lọc m nối tiếp.....	57
9.9.2. Mạch lọc m song song	58
9.9.3. Các tham số của mạch lọc loại m.....	58
9.10. Mạch lọc hình cầu	66
9.11. Mạch lọc RC.....	70
Chương 10. PHÂN TÍCH MẠCH ĐIỆN TỬ	77
10.1. Khái niệm về mạch điện tử	77
10.2. Phân tích mạch điện có chứa nguồn phụ thuộc	78
10.3. Khái niệm mạng nhiều cực, các tham số riêng của mạng nhiều cực (MnC).....	83
10.4. Quan hệ giữa các phần tử của ma trận tổng dẫn $[y]$ và ma trận tổng trở $[Z]$ của mạng nhiều cực	87
10.5. Một số mạng nhiều cực thường gặp và ma trận các tham số của chúng	89
10.5.1. Tranzistor	89

10.5.2. Đèn điện tử 3 cực	93
10.5.3. Biến áp.....	95
10.6. Phương pháp điện thế điểm nút.....	99
10.6.1. Ma trận tổng dẫn của mạch có chứa mạng nhiều cực.....	99
10.6.2. Xác định các tham số công tác của mạch	103
10.7. Phương pháp dòng điện mạch vòng.....	112
10.7.1. Ma trận tổng trở của mạch điện có chứa mạng nhiều cực.....	112
10.7.2. Xác định tham số công tác của mạch điện tử theo ma trận tổng trở của mạch	116
Chương 11. TÍN HIỆU VÀ PHỔ CỦA NÓ	123
11.1. Phân loại tín hiệu.....	123
11.2. Phân tích tín hiệu bất kỳ theo hệ hàm cho trước	124
11.3. Phân tích tín hiệu tuần hoàn thành chuỗi Fourier - Khái niệm về phổ tần của tín hiệu	128
11.4. Phổ của một số tín hiệu tuần hoàn đơn giản	130
11.4.1. Phổ của dãy xung vuông tuần hoàn cùng cực tính.....	130
11.4.2. Phổ của dãy xung vuông tuần hoàn hai cực tính	132
11.4.3. Phổ của tín hiệu hình răng cưa	133
11.5. Phân tích phổ của tín hiệu không tuần hoàn.....	134
11.6. Một số tính chất của phổ tín hiệu	137
11.6.1. Tổng các tín hiệu.....	137
11.6.2. Tăng hoặc giảm độ lớn của tín hiệu.....	137
11.6.3. Giữ chậm tín hiệu.....	138
11.6.4. Nén hoặc giãn tín hiệu theo thời gian.....	139
11.6.5. Vi phân và tích phân tín hiệu	140
11.6.6. Phổ của tích hai tín hiệu	140
11.6.7. Quan hệ giữa hàm thời gian t và hàm tần số ω của tín hiệu.....	142
11.7. Năng lượng của tín hiệu phi chu kỳ	143
11.8. Hàm phổ của một số tín hiệu phi chu kỳ thường gặp.....	144
11.8.1. Tín hiệu xung vuông đơn.....	144
11.8.2. Tín hiệu dạng xung chuông (xung Gauss)	145
11.8.3. Phổ của tín hiệu xung dạng $B\sin C(x)$	146

11.8.4. Phổ của chùm n xung vuông có biên độ A , độ rộng τ , như nhau và cách đều nhau một đoạn T_0	147
11.8.5. Phổ của hàm xung đơn vị $\delta(t)$	149
11.9. Phổ của một số hàm không tồn tại tích phân Fourier.....	151
11.10. Phân tích tín hiệu thành chuỗi Kachennhikôv.....	154
11.11. Phân tích tính chất tương quan của tín hiệu.....	157
11.12. Quan hệ giữa hàm tương quan và đặc trưng phổ của tín hiệu.....	161
11.13. Khái niệm về dao động cao tần bị điều chế.....	162
11.14. Dao động điều biên.....	163
11.15. Phổ của tín hiệu điều biên.....	165
11.16. Dao động điều chế - góc pha và tần số tức thời của dao động.....	169
11.17. Phổ của dao động điều chế góc.....	171
11.18. Khái niệm về điều chế xung và phổ của dãy xung bị điều chế.....	175
11.19. Phương pháp tần số phân tích mạch điện.....	179
11.20. Quan hệ giữa đặc tính thời gian và đặc tính tần số của mạch	180
Chương 12. MẠCH ĐIỆN PHI TUYẾN, NGUYÊN LÝ BIẾN ĐỔI PHỔ CỦA TÍN HIỆU TRONG MẠCH PHI TUYẾN	183
12.1. Khái niệm về mạch điện phi tuyến, phần tử phi tuyến	183
12.2. Tiệm cận hóa đặc tuyến của phần tử phi tuyến.....	187
12.3. Biến đổi phổ của tín hiệu trong mạch phi tuyến	189
12.3.1. Tác động một dao động điều hòa vào phần tử phi tuyến	189
12.3.2. Tác động vào phần tử phi tuyến đồng thời hai dao động điều hòa.....	190
12.4. Phân tích mạch điện phi tuyến.....	192
12.4.1. Phương pháp cung bội.....	192
12.4.2. Phương pháp góc cắt điện	195
12.4.3. Phương pháp ba, năm điểm tọa độ.....	200
12.4.4. Phương pháp ứng dụng lý thuyết hàm Bessel.....	202
Chương 13. CÁC MẠCH BIẾN ĐỔI PHI TUYẾN CƠ BẢN.....	205
13.1. Khái niệm về phép biến đổi phi tuyến.....	205
13.2. Điều chế biên độ.....	206

13.3. Biến đổi tần số tín hiệu.....	213
13.4. Tách sóng dao động điều biên.....	217
13.5. Tách sóng dao động điều tần.....	225
13.6. Tạo dao động hình sin.....	230
13.7. Khái niệm về phản hồi trong mạch điện.....	232
13.8. Điều kiện dao động của mạch tự tạo dao động hình sin	234
13.9. Mạch tạo dao động hình sin ba điểm.....	235
13.10. Các mạch tạo dao động hình sin RC.....	238
13.10.1. Mạch dao động RC kiểu cầu Viên.....	239
13.10.2. Mạch dao động RC với khâu phản hồi là mạch di pha.....	241
13.10. Nhân tần số.....	243
TÀI LIỆU THAM KHẢO	245

PGS. TS. ĐỖ HUY GIÁC
TS. NGUYỄN VĂN TÁCH

LÝ THUYẾT MẠCH – TÍN HIỆU

(Tập II)

Chịu trách nhiệm xuất bản: TS. PHẠM VĂN DIỄN
Biên tập : MINH LUẬN, MINH DŨNG
Trình bày bìa: THÙY DƯƠNG

NHÀ XUẤT BẢN KHOA HỌC VÀ KỸ THUẬT
70 Trần Hưng Đạo, Hà Nội

In 1000 cuốn khổ 19 x 27cm, tại CTy in Sông Lam
Số đăng ký kế hoạch XB: 352 – 2009/CXB/50 – 40/KHKT, ngày 27/4/2009.
Quyết định XB số: 205/QĐXB – NXBKHKT, ký ngày 29/6/2009.
In xong và nộp lưu chiểu Quý III năm 2009.

209189M02

Lý thuyết mạch, tín hiệu 12 ~



21080900000634

67,000

Giá: 67 000đ