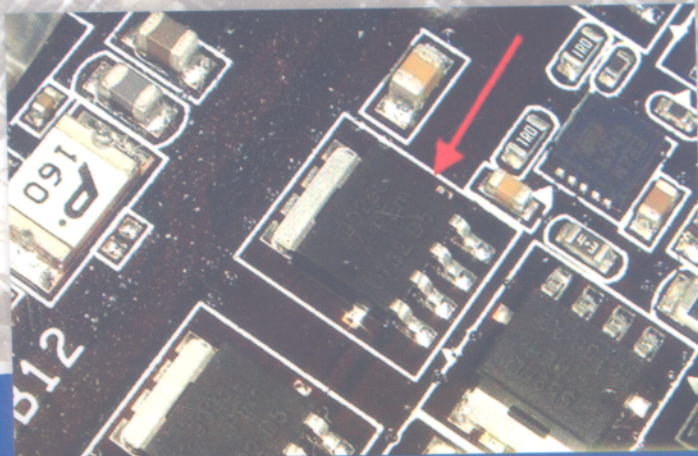


PGS. TS. ĐỖ HUY GIÁC - TS. NGUYỄN VĂN TÁCH

Lý thuyết Mạch Tín hiệu

TẬP 1



NHÀ XUẤT BẢN KHOA HỌC VÀ KỸ THUẬT

Pgs. Ts. ĐỒ HUY GIÁC
Ts. NGUYỄN VĂN TÁCH

LÝ THUYẾT
MẠCH - TÍN HIỆU
TẬP I



NHÀ XUẤT BẢN KHOA HỌC VÀ KỸ THUẬT
HÀ NỘI - 2009

LỜI NÓI ĐẦU

Trong những năm gần đây, khoa học kỹ thuật điện tử và vô tuyến điện phát triển với tốc độ như vũ bão. Kỹ thuật điện tử và vô tuyến điện hiện đại đã thâm nhập vào tất cả các ngành khoa học kỹ thuật, kinh tế quốc dân, văn hóa và đời sống hàng ngày, là công cụ đắc lực thúc đẩy sự tiến bộ của khoa học kỹ thuật.

Nếu như trong những năm 1960, phương hướng phát triển chủ yếu của ngành kỹ thuật điện tử là việc bán dẫn hóa các thiết bị điện tử, và chế tạo các máy tính điện tử với dung lượng lớn, tốc độ tính toán nhanh, thì đến khoảng giữa những năm 1980, khoa học kỹ thuật điện tử nói chung và kỹ thuật vô tuyến điện nói riêng đã chuyển sang giai đoạn phát triển mới: giai đoạn phát triển nhanh chóng và thịnh hành của kỹ thuật vi xử lý, kỹ thuật máy vi tính, kỹ thuật thông tin số, thông tin vệ tinh và kỹ thuật tự động hóa ở mức độ cao. Tuy nhiên, những tiến bộ nhảy vọt của kỹ thuật điện tử, chủ yếu trong lĩnh vực công nghệ chế tạo. Khái niệm linh kiện điện tử không chỉ giới hạn cho các phần tử rời rạc, đơn năng, mà ngày nay người ta đã chế tạo các loại phần tử tổ hợp - vi mạch - làm nhiệm vụ của một, hoặc một số mạch chức năng trong các thiết bị điện tử nói chung, hay thiết bị vô tuyến nói riêng với chất lượng cao. Song về cơ bản, kỹ thuật các mạch điện tử đều được xây dựng trên cơ sở nguyên lý của các mạch kinh điển được xây dựng từ các phần tử đơn lẻ, đã được hình thành và dần hoàn thiện từ khi ngành kỹ thuật điện tử và vô tuyến điện ra đời.

Do vậy môn học "**Lý thuyết mạch - tín hiệu**" vẫn giữ một vai trò quan trọng, là môn học cơ sở của ngành điện tử nói chung và vô tuyến điện nói riêng.

Giáo trình "**Lý thuyết mạch - tín hiệu**" trình bày những khái niệm và các định luật cơ bản của mạch điện; các phương pháp cơ bản phân tích mạch điện tuyến tính và không tuyến tính; phân tích các đặc tính cơ bản và các quá trình vật lý xảy ra trong mạch điện, cũng như tác động của các mạch điện khác nhau lên tín hiệu khi truyền qua nó.

Toàn bộ nội dung trên được trình bày trong hai tập bao gồm:

Tập một từ chương 1 đến chương 7. Hai chương đầu trình bày các khái niệm và định luật cơ bản của mạch điện và xây dựng mô hình toán học tổng quát - phương trình trạng thái - của mạch điện có tham số tập trung. Bốn chương tiếp theo trình bày các phương pháp cơ bản phân tích mạch điện tuyến tính với tham số tập trung, và đi sâu phân tích một số đặc tính cơ bản của mạch điện tuyến tính. Chương 7 được dành riêng cho việc xem xét và phân tích mạch điện có tham số phân bố.

Tập hai từ chương 8 đến chương 13.

Nếu trong toàn bộ tập một, việc mô hình hóa mạch điện được dựa trên mô hình phân tử mạch - phân tử hai cực - thì trong hai chương đầu của tập hai - chương 8 và chương 9, việc xem xét và phân tích mạch điện được thực hiện trên mô hình tổng quát- mạng 4 cực - có nghĩa là xem mạch điện là một hệ thống truyền và biến đổi tín hiệu. Chương 10 trình bày phương pháp phân tích mạch điện khi sử dụng mô hình mạng nhiều cực. Chương 11 dành trọn vẹn cho việc trình bày các khái niệm và một số tính chất cơ bản của các tín hiệu vô tuyến điện. Nếu chỉ đọc lướt qua, có thể có ý nghĩ rằng việc bố trí chương 11 ở cuối tập hai sẽ làm mất tính logic của giáo trình. Song nếu xem mạch điện như là một hệ thống truyền và biến đổi tín hiệu, thì việc đưa nội dung của chương 11 vào giáo trình sẽ phù hợp và thuận tiện cho việc phân tích các mạch điện phi tuyến tiếp theo. Chương 12 và 13 dành cho việc phân tích các mạch điện không tuyến tính (mạch điện phi tuyến); trong chương 12 đi sâu xem xét các phương pháp phân tích mạch phi tuyến và nguyên lý biến đổi phổ của tín hiệu trong mạch phi tuyến; còn chương 13 xem xét các phép biến đổi phổ của tín hiệu dùng mạch phi tuyến được sử dụng rộng rãi trong kỹ thuật điện tử nói chung, hay kỹ thuật viễn thông nói riêng như các mạch điều chế tín hiệu, nhân tần số, tách sóng tín hiệu, tạo dao động hình sin...

Cùng với nội dung của hai tập lý thuyết đã nêu ở trên, bộ sách còn kèm theo cuốn "Bài tập lý thuyết mạch". Trong cuốn "Bài tập lý thuyết mạch" sẽ giới thiệu khoảng 300 bài tập điển hình từ giản đơn đến phức tạp cùng với các lời giải và chỉ dẫn phương pháp.

Cuối cùng, các tác giả chân thành cảm ơn phó Giáo sư - Tiến sĩ Vũ Như Giao đã đọc và hiệu đính tài liệu này. Cảm ơn các bạn đồng nghiệp trong bộ môn "Lý thuyết mạch - đo lường" của Học viện Kỹ thuật quân sự đã đóng góp cho nhiều ý kiến quý báu cho chúng tôi trong quá trình biên soạn.

Chúng tôi mong nhận được ý kiến đóng góp phê bình của các bạn đồng nghiệp và bạn đọc gần xa.

Các tác giả

CHƯƠNG I

CÁC KHÁI NIỆM VÀ ĐỊNH LUẬT CƠ BẢN CỦA MẠCH ĐIỆN

§1-1. MẠCH ĐIỆN, SƠ ĐỒ MẠCH ĐIỆN

Mạch điện là một tổ hợp các phần tử kỹ thuật điện, điện tử, được ghép nối với nhau bằng dây dẫn hoặc thông qua từ trường.

Cần phân biệt khái niệm mạch điện và sơ đồ mạch điện. Mạch điện là mô hình vật lý thực. Thí dụ, mạch điện được lắp ráp trong phòng thí nghiệm gồm các điện trở, tụ điện, cuộn dây, tranzistor... và chúng được ghép nối với nhau bằng các đoạn dây dẫn, hoặc được lắp ráp trên các tấm mạch in. Còn sơ đồ mạch điện là mô hình lý tưởng, trong đó mỗi phần tử thực được thay thế tương đương bằng các phần tử lý tưởng, gọi là các phần tử của mạch điện, hay một cách ngắn gọn là các phần tử mạch.

Trong thực tế, việc phân tích và tổng hợp các mạch điện đều được thực hiện trên mô hình lý tưởng là sơ đồ mạch. Tuy nhiên, cũng cần nhấn mạnh rằng, các kết quả nhận được khi thực hiện phân tích mạch trên sơ đồ cũng đúng như các quá trình vật lý xảy ra trong mạch điện thực, với sai số khá bé có thể bỏ qua được. Chính vì vậy mà người ta cũng quen gọi sơ đồ mạch điện là mạch điện.

Dòng điện và điện áp là các đại lượng vật lý đặc trưng cho trạng thái năng lượng của mạch điện. Dòng điện được ký hiệu bằng chữ i , còn điện áp được ký hiệu bằng chữ u . Đôi khi để chỉ rõ sự phụ thuộc của dòng điện và điện áp vào thời gian, người ta viết thêm vào biến thời gian t như: $i(t)$, $u(t)$. Giá trị của dòng điện và điện áp tại một thời điểm được gọi là giá trị tức thời. Các dòng điện và điện áp có giá trị không đổi, không phụ thuộc vào thời gian được gọi là dòng điện và điện áp một chiều.

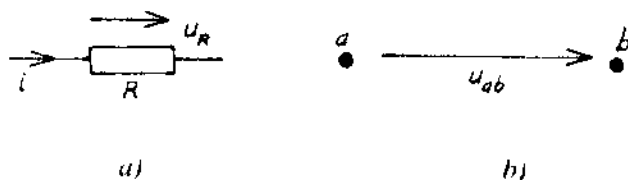
Chiều của dòng điện là chiều chuyển dời của các điện tích dương. Khi phân tích mạch điện, khi chưa biết chiều thực của dòng điện, người ta tạm thời quy định chiều của dòng điện và dùng ký hiệu mũi tên ($\rightarrow$) để chỉ chiều dòng điện chọn (xem hình 1-1a). Sau khi phân tích mạch, dòng điện nào có giá trị dương (+) thì chiều thực của dòng điện đó trùng với chiều dòng điện đã chọn; còn dòng điện nào có giá trị âm (–) thì chiều thực của dòng điện đó ngược với chiều dòng điện đã chọn.

Điện áp giữa hai điểm a và b của mạch điện, ký hiệu là u_{ab} , là hiệu điện thế giữa hai điểm đó:

$$u_{ab} = \varphi_a - \varphi_b, \quad (1-1)$$

trong đó φ_a là điện thế tại điểm a ; φ_b là điện thế tại điểm b .

Người ta quy ước chiều của điện áp đi từ nơi có điện thế cao đến nơi có điện thế thấp. Khi phân tích mạch điện, nếu chưa biết trước chiều thực của điện áp, người ta cũng tạm thời quy định chiều điện áp và dùng ký hiệu mũi tên ($\rightarrow$) để chỉ chiều điện áp chọn như đối với chiều dòng điện (xem hình 1-1b). Sau khi tính toán, điện áp nào có giá trị dương (+) thì chiều thực của điện áp đó trùng với chiều điện áp chọn; còn điện áp nào có giá trị âm (-) thì chiều thực của điện áp đó ngược với chiều điện áp chọn.



Hình 1-1

Sức điện động (s.d.đ) của nguồn điện là đại lượng đặc trưng cho khả năng sinh công của nguồn điện. Về trị số nó có giá trị đúng bằng giá trị của điện áp trên hai cực của nguồn khi mạch ngoài hở mạch. Sức điện động của nguồn điện được ký hiệu bằng chữ e , đôi khi để chỉ rõ sự phụ thuộc vào thời gian của sức điện động, người ta viết thêm vào biến số t : $e(t)$. Các nguồn điện có sức điện động không thay đổi theo thời gian được gọi là các nguồn điện một chiều. Dòng điện, điện áp và nguồn điện một chiều được ký hiệu tương ứng bằng các chữ in hoa: I , U , E .

Điện áp rơi trên một phần tử do dòng điện chạy qua phần tử đó gây nên. Điện áp rơi cũng được ký hiệu bằng chữ u và có chiều trùng với chiều dòng điện sinh ra nó (xem hình 1-1a).

§1-2. CÁC PHẦN TỬ CỦA MẠCH ĐIỆN

Các phần tử của mạch điện là mô hình lý tưởng hóa, mỗi phần tử của mạch chỉ có một tính chất, đặc trưng cho một quá trình (trạng thái) năng lượng của mạch.

1-2.1. Phần tử điện trở

Phần tử điện trở là phần tử tiêu hao năng lượng của mạch. Quan hệ giữa điện áp và dòng điện chạy qua phần tử điện trở được xác định bởi biểu thức:

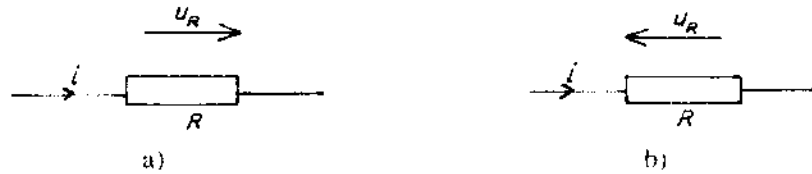
$$i = \frac{u}{R} \quad (1-2)$$

Đại lượng R trong biểu thức (1-2) đặc trưng cho phần tử điện trở và được gọi là điện trở. Nghịch đảo của phần tử điện trở, ký hiệu là g ($g = \frac{1}{R}$) được gọi là điện dẫn. Đơn vị đo điện trở là ôm (Ω), còn đơn vị đo điện dẫn là Ω^{-1} (đọc là simen).

Biểu thức (1-2) là biểu thức của định luật Ohm mà chúng ta đã biết từ chương trình vật lý đại cương.

Biểu thức (1-2) đúng khi chiều điện áp trên phần tử điện trở được chọn trùng với chiều dòng điện chạy qua nó (xem hình 1-2a). Còn nếu chiều điện áp trên điện trở chọn ngược chiều với chiều dòng điện chạy qua nó (hình 1-2b) thì biểu thức định luật Ohm sẽ có dạng:

$$i = - \frac{u}{R} \quad (1-2a)$$



Hình 1-2

Công suất tức thời của các dao động điện trên phần tử điện trở được xác định bằng tích của điện áp và dòng điện qua nó:

$$p = u \cdot i \quad (1-3)$$

Biểu thức công suất (1-3) với chú ý (1-2) có thể viết dưới dạng:

$$p = i^2 R = \frac{u^2}{R} \quad (1-3a)$$

Biểu thức (1-3a) chứng tỏ rằng công suất tức thời trên phần tử điện trở không âm ($p \geq 0$).

Năng lượng tiêu hao trên phần tử điện trở dưới dạng nhiệt trong khoảng thời gian $\Delta t = t_2 - t_1$ được xác định bởi biểu thức :

$$W = \int_{t_1}^{t_2} p dt = R \int_{t_1}^{t_2} i^2 dt \quad (1-4)$$

Trên sơ đồ mạch, phần tử điện trở được ký hiệu như ở hình 1-3a.

1-2.2. Phần tử điện dung

Phần tử điện dung là phần tử tích trữ năng lượng của mạch dưới dạng điện trường. Quan hệ giữa điện áp và dòng điện qua phần tử điện dung được xác định bởi biểu thức :

$$i = C \frac{du}{dt} \quad (1-5)$$

Biểu thức (1-5) đúng khi chiều điện áp trên phần tử điện dung chọn trùng với chiều dòng điện đi qua nó.

Trên sơ đồ mạch, phần tử điện dung được ký hiệu như ở hình 1-3b.

Từ biểu thức (1-5) chúng ta có thể viết:

$$u = \frac{1}{C} \int i dt \quad (1-6)$$

Tích phân bất định (1-6) lại có thể viết:

$$u = \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i dt + u(t_0) \quad (1-6a)$$

trong đó $u(t_0)$ là điện áp trên điện dung tại thời điểm $t = t_0$.

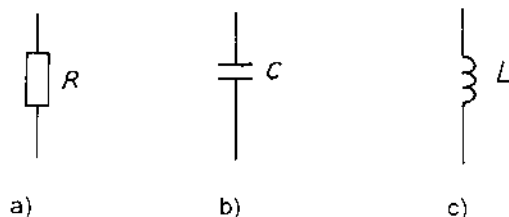
Vì rằng tích phân xác định có cận trên biến thiên là một hàm liên tục ngay cả khi hàm dưới dấu tích phân có bước nhảy loại một. Do đó có thể suy ra rằng điện áp trên phần tử điện dung không thể biến thiên nhảy bậc ngay cả khi dòng điện qua nó có biến thiên nhảy bậc.

Công suất tức thời của các dao động điện trên phần tử điện dung được xác định bởi biểu thức:

$$p = u \cdot i = C \cdot u \frac{du}{dt} \quad (1-7)$$

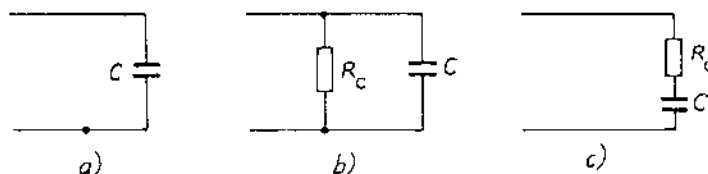
Biểu thức (1-7) chứng tỏ rằng công suất tức thời của các dao động điện trên phần tử điện dung có thể lớn hơn, nhỏ hơn hoặc bằng không ($p \geq 0$; $p \leq 0$). Về ý nghĩa vật lý, điều này có thể giải thích như sau: Tại thời điểm công suất tức thời dương ($p > 0$), điện dung nhận năng lượng của mạch và tích trữ trong nó dưới dạng điện trường; tại thời điểm công suất tức thời âm ($p < 0$), điện dung trả lại năng lượng đã tích trữ được cho mạch.

Mô hình vật lý thực của phần tử điện dung là các tụ điện. Tuy nhiên các tụ điện ngoài việc tích trữ năng lượng của mạch dưới dạng điện trường, bản thân tụ điện cũng tiêu hao năng lượng của mạch dưới dạng nhiệt trong lớp điện môi giữa hai má của tụ điện. Để đặc trưng cho sự tiêu hao đó, người ta thay thế tương đương bằng một điện trở R mắc song song, hoặc nối tiếp với điện dung. Do đó sơ đồ thay thế tương đương của tụ điện sẽ có dạng như trên hình 1-4. Cũng cần lưu ý rằng, trong thực tế tổn hao năng lượng dưới dạng nhiệt trong các tụ điện thường rất nhỏ so với các tổn hao khác của mạch. Bởi vậy, trong quá trình tính toán, nếu không đòi hỏi độ chính xác cao, ta có thể bỏ qua tổn hao trong các tụ điện.



Hình 1-3. Ký hiệu các phần tử trên sơ đồ mạch

a) Phần tử điện trở; b) Phần tử điện dung; c) Phần tử điện cảm.



Hình 1-4. Sơ đồ thay thế tương đương của tụ điện

- a) Khi bỏ qua tổn hao nhỏ trong tụ điện;
 b) Khi tính đến tổn hao của cả dòng xoay chiều và dòng một chiều
 c) Khi chỉ tính đến tổn hao dòng xoay chiều.

1-2.3. Phần tử điện cảm

Phần tử điện cảm là phần tử tích trữ năng lượng của mạch dưới dạng từ trường. Quan hệ giữa điện áp và dòng điện qua phần tử điện cảm được xác định bởi biểu thức:

$$u = L \frac{di}{dt} \quad (1-8)$$

Biểu thức (1-8) đúng khi chiều điện áp u chọn trùng với chiều dòng điện qua nó.

Đại lượng L trong biểu thức (1-8) đặc trưng cho phần tử điện cảm và được gọi là điện cảm. Trên sơ đồ mạch phần tử điện cảm được ký hiệu như ở hình 1-3c.

Từ biểu thức (1-8) chúng ta cũng có thể viết:

$$i = \frac{1}{L} \int u dt = \frac{1}{L} \int_{t_0}^t u dt + i(t_0) \quad (1-9)$$

trong đó $i(t_0)$ là dòng điện qua điện cảm tại thời điểm $t = t_0$.

Tương tự như điện áp trên phần tử điện dung, dòng điện qua phần tử điện cảm cũng không biến thiên nhảy bậc. Vấn đề này chúng ta sẽ xét kỹ ở chương sau.

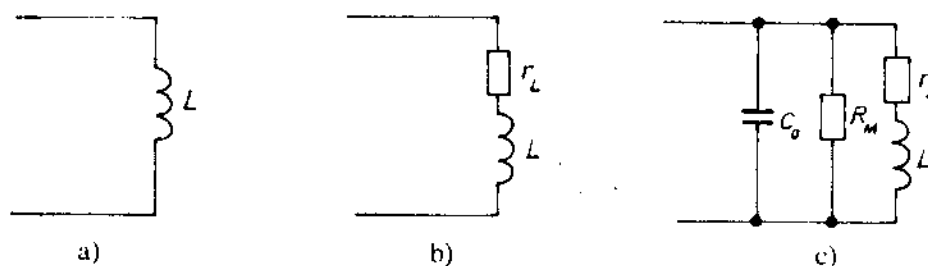
Công suất tức thời của các dao động điện trong phần tử điện cảm được xác định bởi biểu thức:

$$p = u \cdot i = L \cdot i \cdot \frac{di}{dt} \quad (1-10)$$

Công suất tức thời của các dao động điện trên phần tử điện cảm cũng có thể lớn hơn, nhỏ hơn, hoặc bằng không ($p \geq 0$; $p \leq 0$). Tại thời điểm công suất tức thời lớn hơn không ($p > 0$), điện cảm nhận năng lượng của mạch và tích trữ trong nó dưới dạng từ trường. Tại thời điểm công suất tức thời âm ($p < 0$), điện cảm trả lại năng lượng đã nhận được cho mạch.

Mô hình vật lý thực của phần tử điện cảm là các cuộn cảm (cuộn dây) trong mạch điện. Song các cuộn cảm ngoài đặc trưng cơ bản là tích trữ năng lượng của mạch dưới dạng từ trường, bản thân cuộn cảm cũng tiêu hao năng lượng của mạch. Tiêu hao năng lượng trong cuộn cảm bao gồm tiêu hao trong điện trở thuần của cuộn dây, được đặc trưng bởi điện trở R_L và tiêu hao do từ thông tản trong vùng không gian quanh cuộn dây, được đặc trưng bởi điện trở R_M . Ngoài ra, giữa

các vòng dây của cuộn cảm sẽ tạo thành các điện dung với giá trị khá bé, được gọi là các điện dung ký sinh. Ở dải tần số thấp, ảnh hưởng của các điện dung ký sinh đến quá trình năng lượng của mạch không đáng kể và có thể bỏ qua. Nhưng trong dải tần số cao, đặc biệt là trong dải sóng siêu cao tần, các điện dung ký sinh có ảnh hưởng khá lớn đến quá trình năng lượng cũng như tính chất của mạch, nên chúng không thể bỏ qua được. Bởi vậy, tùy thuộc vào dải tần số công tác và yêu cầu độ chính xác của quá trình tính toán mà cuộn cảm có thể có nhiều sơ đồ thay thế tương đương khác nhau (xem hình 1-5). Cũng cần nhấn mạnh rằng, trong thực tế tổn hao do từ thông tản của cuộn cảm là rất nhỏ so với tổn hao trong điện trở thuần của cuộn dây, nên khi tính toán có thể bỏ qua tổn hao R_M , hoặc ghép chung tổn hao từ với tổn hao nhiệt của cuộn dây.



Hình 1-5. Sơ đồ thay thế tương đương của cuộn cảm

- a) Sơ đồ thay thế tương đương đơn giản;
- b) Sơ đồ khi tính đến tổn hao trong điện trở thuần của cuộn dây;
- c) Sơ đồ thay thế tương đương đầy đủ.

1-2.4. Phần tử nguồn

Nguồn là phần tử biến đổi các dạng năng lượng khác thành năng lượng điện để cung cấp cho mạch. Thí dụ, các nguồn pin, acquy biến đổi hóa năng thành điện năng, máy phát điện biến đổi cơ năng thành điện năng... Trong kỹ thuật thông tin liên lạc, kỹ thuật điều khiển, khái niệm nguồn được hiểu một cách khái quát hơn. Thí dụ, có thể xem anten là một nguồn điện (nguồn tín hiệu), nó thu nhận và biến đổi năng lượng sóng điện từ thành năng lượng điện để cung cấp cho mạch.

Các nguồn điện chỉ cung cấp năng lượng cho mạch mà không tiêu hao năng lượng được gọi là các nguồn lý tưởng.

a) Nguồn điện áp

Nguồn điện áp là nguồn điện lý tưởng luôn duy trì một điện áp không đổi, không phụ thuộc vào dòng điện mạch ngoài (dòng điện chạy qua phụ tải nối giữa hai cực của nó).

b) Nguồn dòng điện

Nguồn dòng điện là nguồn điện lý tưởng, luôn duy trì một dòng điện không đổi (khép vòng qua hai cực của nguồn) không phụ thuộc vào điện áp mạch ngoài.

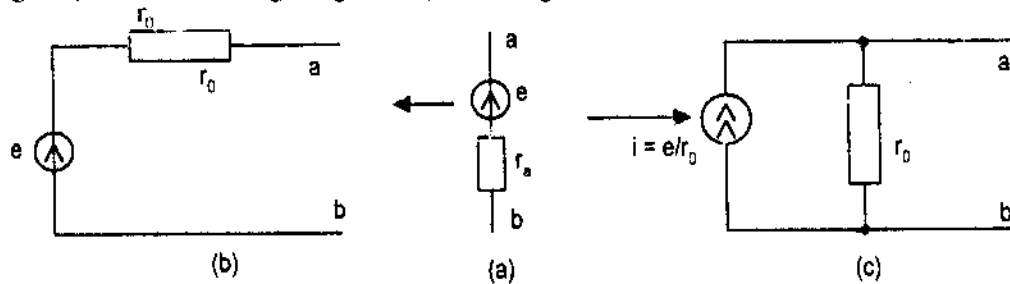
Tren sơ đồ mạch, nguồn điện áp được ký hiệu như ở hình 1-6a, còn nguồn dòng điện như hình 1-6b.



Hình 1-6

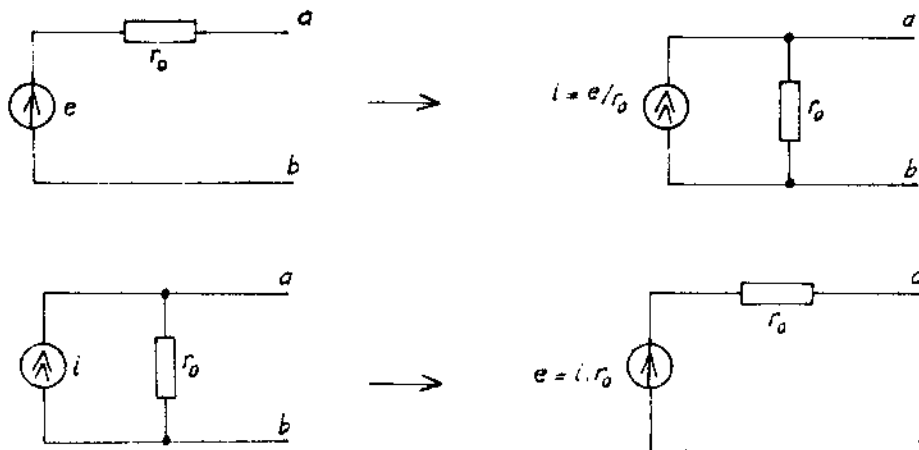
a) Nguồn điện áp; b) Nguồn dòng điện

Các nguồn điện trong thực tế khác nguồn điện lý tưởng ngoài việc cung cấp năng lượng cho mạch, nó cũng tiêu hao năng lượng trên điện trở trong của nguồn. Nguồn điện thực với sức điện động e , điện trở trong r_0 , có thể thay thế tương đương bằng nguồn điện áp với sức điện động e mắc nối tiếp với điện trở bằng điện trở trong r_0 của nguồn, hoặc thay thế tương đương bằng nguồn dòng điện có giá trị $i = \frac{e}{r_0}$ mắc song song với điện trở bằng r_0 (xem hình 1-7).



Hình 1-7. Thay thế tương đương nguồn điện thực (a) bằng nguồn điện áp (b) và nguồn dòng điện (c)

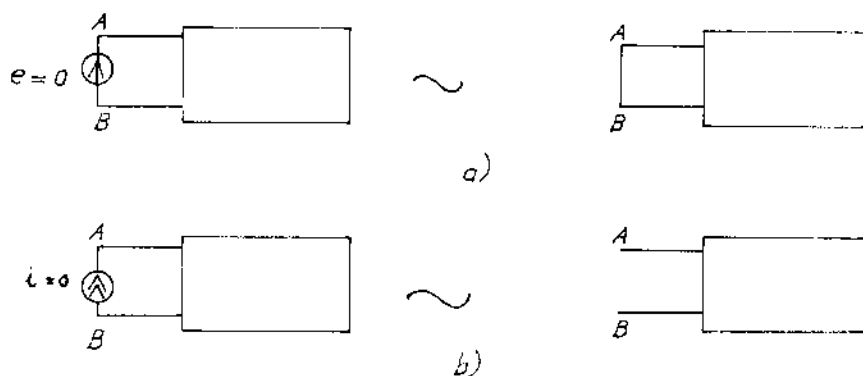
Dễ dàng suy ra rằng, nguồn điện áp với sức điện động e mắc nối tiếp với điện trở r_0 , có thể thay thế tương đương bằng nguồn dòng điện có giá trị $i = \frac{e}{r_0}$ mắc song song với điện trở $R = r_0$, hoặc ngược lại, nguồn dòng điện i mắc song song với điện trở r_0 , có thể thay thế tương đương bằng nguồn điện áp có sức điện động $e = i \cdot r_0$ mắc nối tiếp với điện trở $R = r_0$ (xem hình 1-8).



Hình 1-8. Thay thế nguồn điện áp bằng nguồn dòng điện và ngược lại

Từ các khái niệm nguồn điện áp, nguồn dòng điện, có thể suy ra một số kết luận sau đây:

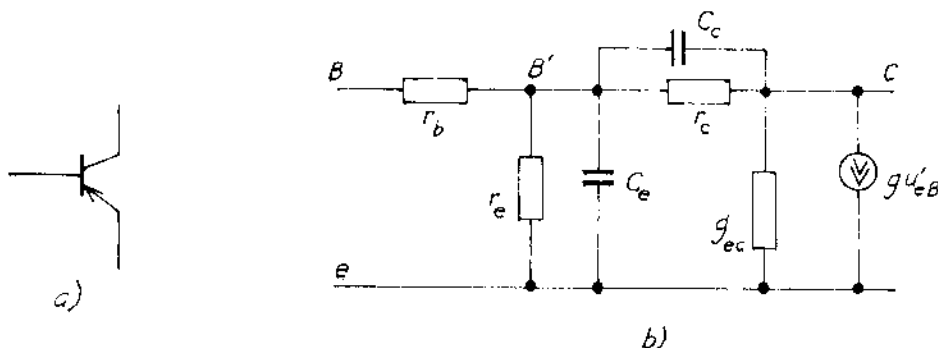
- Nếu giữa hai điểm A và B của mạch điện được mắc vào nguồn điện áp có sức điện động $e = 0$, điều đó tương đương với việc nối ngắn mạch giữa hai điểm A và B (xem hình 1-9a).
- Nếu giữa hai điểm A và B của mạch điện được mắc với nguồn dòng điện có giá trị $i = 0$, điều đó tương đương với việc để hở mạch giữa hai điểm A và B (xem hình 1-9b).
- Nguồn điện áp có điện trở trong $r_0 = 0$, còn điện trở trong của nguồn dòng điện lớn vô cùng ($r_0 = \infty$).



Hình 1-9

Các nguồn điện vừa xét ở trên (nguồn điện áp, nguồn dòng điện) là các nguồn độc lập, giá trị của các nguồn này hoàn toàn không phụ thuộc vào điện áp hoặc dòng điện tại bất kỳ điểm nào của mạch. Trong sơ đồ mạch điện, ngoài các nguồn độc lập còn có các nguồn điện mà giá trị của nó lại phụ thuộc vào điện áp giữa hai điểm nào đó của mạch, hoặc phụ thuộc vào dòng điện qua một phần tử nào đó. Các nguồn điện như thế gọi là các nguồn phụ thuộc, hay nguồn bị điều khiển. Các nguồn phụ thuộc xuất hiện trong các mạch điện có chứa các phần tử tích cực (đèn điện tử, tranzistor, ...)

khí chúng ta thực hiện thay thế chúng bằng mô hình (sơ đồ) vật lý tương đương. Thí dụ, sơ đồ vật lý tương đương của tranzistor (hình 1-10a) vẽ trên hình 1-10b.



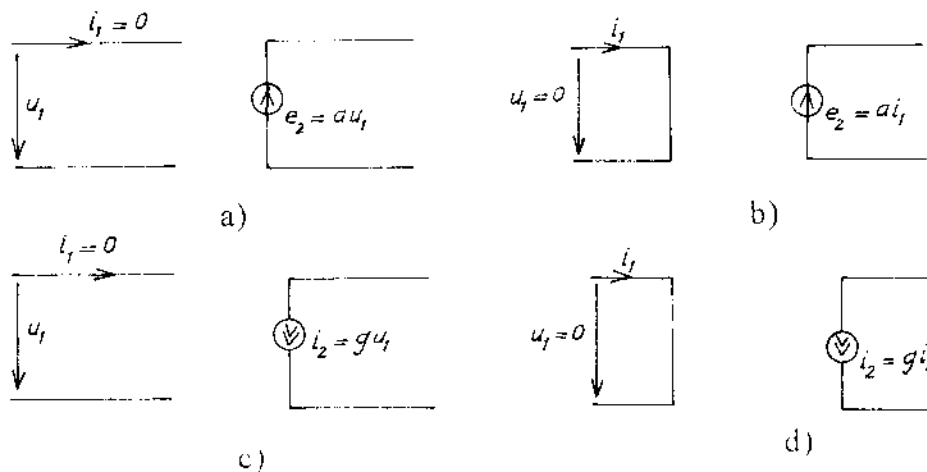
Hình 1-10

a) Tranzistor; b) Sơ đồ vật lý tương đương của tranzistor

Trong sơ đồ ở hình 1-10b, nguồn dòng $g u_1$ là nguồn phụ thuộc, giá trị của nó phụ thuộc vào điện áp giữa hai điểm u_1 và tham số điều khiển g . Nguồn $g u_1$ là nguồn dòng điện được điều khiển bằng điện áp.

Tồn tại bốn loại nguồn bị điều khiển: nguồn điện áp được điều khiển bằng điện áp; nguồn điện áp được điều khiển bằng dòng điện; nguồn dòng điện được điều khiển bằng điện áp và nguồn dòng điện được điều khiển bằng dòng điện.

Trên hình 1-11 mô tả các nguồn phụ thuộc tương ứng.



Hình 1-11

- a) Nguồn điện áp được điều khiển bằng điện áp; b) Nguồn điện áp được điều khiển bằng dòng điện;
c) Nguồn dòng điện được điều khiển bằng điện áp; d) Nguồn dòng điện được điều khiển bằng dòng điện.

§1-3. MỘT SỐ ĐỊNH NGHĨA VÀ PHÂN LOẠI MẠCH ĐIỆN

1-3.1. Một số định nghĩa

Trên sơ đồ mạch điện, người ta đưa ra một số định nghĩa sau đây:

1- Nhánh: Nhánh của mạch điện gồm một, hoặc một số phần tử mắc nối tiếp với nhau.

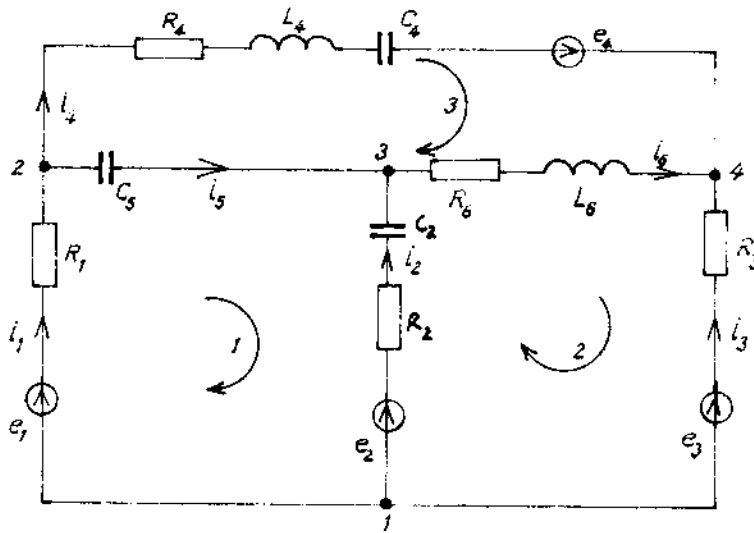
Thí dụ, mạch điện (hình 1-12) gồm 6 nhánh (đánh số thứ tự từ 1 đến 6), trong đó nhánh 5 chỉ gồm một phần tử C_5 ; nhánh 4 gồm 4 phần tử: điện trở R_4 , điện cảm L_4 , điện dung C_4 và nguồn điện áp e_4 .

2- Nút: Nút của mạch điện là điểm nối chung của một số nhánh.

Thí dụ, mạch điện (hình 1-12) gồm 4 nút được đánh số thứ tự từ 1 đến 4.

3- Mạch vòng: Mạch vòng là một đường khép kín bởi các nhánh của mạch, mà đi dọc theo mạch vòng mỗi nút của mạch gặp không quá một lần.

Thí dụ, mạch điện (hình 1-12), mạch vòng thứ nhất gồm các nhánh 1, 2, 5; mạch vòng thứ hai gồm các nhánh 2, 3, 6; mạch vòng thứ ba gồm các nhánh 4, 5, 6; mạch vòng thứ tư gồm các nhánh 1, 3, 4 ...



Hình 1-12

1-3.2. Phân loại mạch điện

Người ta phân loại các mạch điện dựa theo tính chất các phần tử của mạch, theo cấu trúc của mạch, và theo nhiều dấu hiệu khác.

1- Mạch điện tuyến tính và không tuyến tính

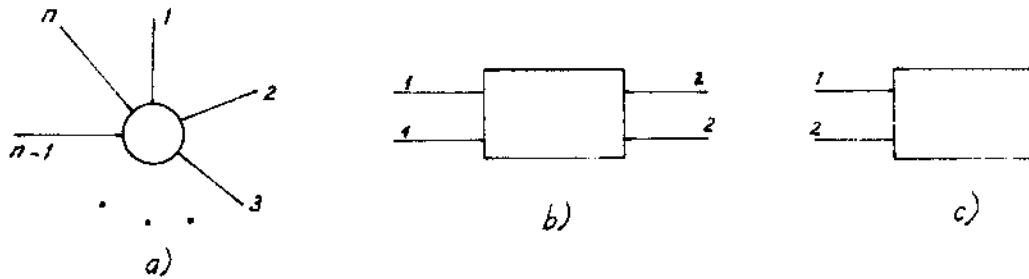
Mạch điện được gọi là tuyến tính nếu nó chỉ gồm các phần tử tuyến tính. Phần tử R , L , C được gọi là tuyến tính, nếu giá trị của chúng là một hằng số, không phụ thuộc vào dòng điện và điện áp, cũng như không thay đổi theo thời gian. Nếu giá trị của các phần tử R , L , C phụ thuộc vào điện áp và dòng điện qua chúng (không thay đổi theo thời gian), thì chúng được gọi là các phần tử phi tuyến. Nếu giá trị của các phần tử R , L , C phụ thuộc vào thời gian: $R = R(t)$; $L = L(t)$; $C = C(t)$ (không phụ thuộc vào điện áp và dòng điện qua chúng) thì chúng được gọi là các phần tử tham số. Nếu giá trị của các phần tử R , L , C vừa phụ thuộc vào điện áp và dòng điện qua chúng, vừa phụ thuộc vào thời gian, thì chúng được gọi là các phần tử phi tuyến tham số. Mạch điện có chứa phần tử phi tuyến (tham số, phi tuyến tham số) được gọi là mạch phi tuyến (tham số, phi tuyến tham số).

2- Mạch có tham số tập trung và mạch có tham số phân bố

Mạch điện được gọi là mạch có tham số tập trung, nếu có thể xem các giá trị điện trở R , điện cảm L , điện dung C chỉ tập trung tại những điểm của mạch. Còn nếu các giá trị R , L , C được phân bố tại mọi điểm của mạch thì mạch điện đó được gọi là mạch có tham số phân bố. Đường dây dài truyền tín hiệu là mạch điện có tham số phân bố điển hình.

3- Các mạng nhiều cực

Ta gọi mạch điện (phần mạch điện) có kết cấu bất kỳ có n điểm (cực) để nối với mạch ngoài, hoặc phần khác của mạch là mạng nhiều cực (Mnc). Khi $n = 2$ ta có mạng 2 cực (M2C); khi $n = 4$ ta có mạng 4 cực (M4C). Trên sơ đồ mạch các Mnc, M4C, M2C được biểu thị như ở hình 1-13.



Hình 1-13

a) Mạng nhiều cực; b) Mạng 4 cực; c) Mạng 2 cực.

§1-4. CÁC ĐỊNH LUẬT KIÊCKHÔP CỦA MẠCH ĐIỆN

1-4.1. Định luật Kiêckhốp 1

Tổng đại số các dòng điện tại một nút của mạch điện bằng không:

$$\sum_{k=1}^s i_k = 0 \quad (1-11)$$

Trong biểu thức của định luật Kiêckhốp 1 (1-11), dòng điện nào có chiều hướng tới nút sẽ mang dấu dương (+), dòng điện nào có chiều rời khỏi nút sẽ mang dấu âm (-), hoặc ngược lại.

Thí dụ, nếu quy định chiều dòng điện trong các nhánh của mạch điện (hình 1-12) như trên, hình vẽ, khi đó định luật Kiêckhốp 1 viết đối với nút 2 sẽ có dạng:

$$i_1 - i_4 - i_5 = 0 \quad (1-12)$$

Biểu thức của định luật Kiêckhốp 1 của một mạch điện có thể viết gọn dưới dạng ma trận:

$$[N_0] [i] = 0 \quad (1-13)$$

trong đó $[i]$ là vectơ ma trận cột, mỗi phần tử của nó là dòng trong các nhánh của mạch;

$[N_0]$ là ma trận cấp $n \times m$ (n là số nút, m là số nhánh của mạch) và được gọi là ma trận nút đầy đủ của mạch.

Ma trận nút đầy đủ $[N_0]$ của mạch được thành lập theo quy tắc đơn giản: Nếu nhánh k của mạch nối vào nút r , thì trên ô cắt nhau của dòng r cột k của ma trận được viết số 1 khi chiều dòng điện trong nhánh k hướng vào nút r , hoặc số (-1) khi dòng điện trong nhánh k có chiều rời khỏi nút r . Còn nếu nhánh k không được nối vào nút r , thì trên ô cắt nhau của dòng r , cột k của ma trận được viết số 0. Thí dụ, ma trận nút đầy đủ $[N_0]$ của mạch điện (hình 1-12) có cấu trúc:

$[N_0] =$	nhánh nút	1	2	3	4	5	6
	1	-1	-1	-1	0	0	0
	2	1	0	0	-1	-1	0
	3	0	1	0	0	1	-1
	4	0	0	1	1	0	1

Để dàng nhận thấy rằng, tổng các phần tử trong mỗi cột của ma trận nút đầy đủ $[N_0]$ của mạch điện bằng không. Thật vậy, vì mỗi nhánh của mạch điện được nối vào hai nút, nên trong mỗi cột của ma trận $[N_0]$ chỉ có hai phần tử khác không. Mặt khác, nếu đối với một nút, dòng điện có chiều hướng tới nút, thì đối với nút còn lại, dòng điện sẽ có chiều rời khỏi nút, nghĩa là hai phần tử khác không trong mỗi cột của ma trận nút đầy đủ $[N_0]$ của mạch điện là đối nhau. Về mặt toán học, điều này có nghĩa là, nếu mạch điện gồm n nút, thì hệ phương trình gồm n phương trình viết theo định luật Kiêckhốp 1 cho n nút của mạch là phụ thuộc tuyến tính. Nếu trong ma trận nút đầy đủ $[N_0]$ của mạch, ta loại bỏ đi 1 hàng bất kỳ thì sẽ nhận được ma trận cấp $(n - 1) \times m$, ký hiệu là $[N]$. Ma trận $[N]$ được gọi là ma trận nút rút gọn hay đơn giản là ma trận nút của mạch. Khi này hệ phương trình:

$$[N][i] = 0 \quad (1-14)$$

sẽ là hệ độc lập tuyến tính.

Vậy, mạch điện gồm n nút chỉ có thể thành lập được hệ phương trình gồm $n - 1$ phương trình viết theo định luật Kiêckhốp 1 cho $n - 1$ nút của mạch là độc lập tuyến tính.

1-4.2. Định luật Kiêckhốp 2

Tổng đại số các điện áp rơi trên các phần tử nằm trong các nhánh thuộc mạch vòng bằng tổng đại số các nguồn điện áp tác động chứa trong mạch vòng đó:

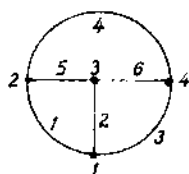
$$\sum_k u_k = \sum_k e_k \quad (1-15)$$

Trong biểu thức của định luật Kiêckhốp 2 (1-15), u_k là điện áp rơi trên phần tử thứ k thuộc mạch vòng, e_k là nguồn điện áp thứ k thuộc mạch vòng.

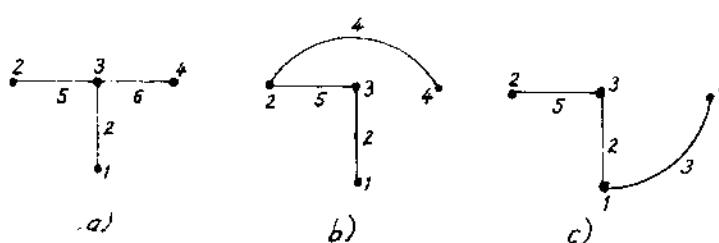
Để viết biểu thức định luật Kiêckhốp 2 của mạch điện, người ta tự ý quy định chiều mạch vòng, điện áp và sức điện động nào có chiều trùng với chiều mạch vòng mang dấu dương (+), điện áp và sức điện động nào có chiều ngược với chiều mạch vòng mang dấu âm (-), hoặc ngược lại. Thí dụ, khi chọn chiều mạch vòng I của mạch điện (hình 1-12) như trên hình vẽ, biểu thức của định luật Kiêckhốp 2 (viết cho mạch vòng I) sẽ có dạng:

$$u_{R1} + u_{C5} - u_{C2} - u_{R2} = e_1 - e_2 \quad (1-16)$$

Để xác định hệ phương trình viết theo định luật Kiêckhốp 2 cho một mạch điện là độc lập tuyến tính, trước hết ta xét khái niệm "graph" và "cây" của mạch điện. Nếu trong sơ đồ mạch điện ta giữ nguyên các nút của mạch, còn các nhánh chỉ thay bằng đường nối giữa các nút (bỏ qua các phần tử), thì chúng ta sẽ nhận được mô hình gọi là "graph" của mạch. Thí dụ graph của mạch điện (hình 1-12) vẽ trên hình 1-14.



Hình 1-14



Hình 1-15

Nếu trong graph của mạch, ta thực hiện ngắt bỏ đi một số nhánh sao cho trong graph không còn một mạch vòng nào, nhưng các nút của graph vẫn được liên hệ với nhau qua các nhánh còn lại. Phần còn lại của graph sau khi ngắt bỏ đi một số nhánh như trên gọi là "cây" của mạch, còn các nhánh bị ngắt bỏ khỏi graph gọi là các nhánh "bù cây". Thí dụ một số cây của graph (hình 1-14) vẽ trên hình 1-15. Cây (hình 1-15a) gồm các nhánh 2, 5, 6, còn nhánh bù cây tương ứng gồm các nhánh 1, 3, 4; cây (hình 1-15b) gồm các nhánh 2, 5, 4, nhánh bù cây tương ứng gồm các nhánh 1, 3, 6; cây (hình 1-15c) gồm các nhánh 2, 5, 3, nhánh bù cây tương ứng gồm các nhánh 1, 4, 6. Dễ dàng nhận thấy rằng, mạch gồm m nhánh, n nút, số nhánh bù cây sẽ là:

$$m - (n - 1) \quad (1-17)$$

Nếu cứ thêm một nhánh bù cây vào cây, trong nó sẽ hình thành một mạch vòng, và hệ phương trình viết theo định luật Kiêckhốp 2 cho các mạch vòng vừa được tạo ra bởi các nhánh bù cây sẽ là hệ phương trình độc lập tuyến tính (vì các điện áp rơi trên các phần tử và các nguồn tác động nằm trong nhánh bù cây chỉ có mặt trong một phương trình tương ứng của hệ).

Vậy với mạch điện gồm m nhánh, n nút chúng ta sẽ thành lập được hệ phương trình gồm $m - (n - 1)$ phương trình theo định luật Kiêckhốp 2 là độc lập tuyến tính.

Người ta cũng gọi các mạch vòng tương ứng với các phương trình trong hệ phương trình độc lập tuyến tính viết theo định luật Kiêckhốp 2 là các mạch vòng độc lập. Hay nói cách khác, hệ mạch vòng được gọi là độc lập, nếu mỗi mạch vòng có một nhánh không tham gia vào một mạch vòng nào khác.

Nếu chọn chiều điện áp rơi trên phần tử ngược với chiều dòng điện sinh ra nó, biểu thức của định luật Kiêckhốp 2 sẽ có dạng giống biểu thức của định luật Kiêckhốp 1 (1-11):

$$\sum_k u_k = 0 \quad (1-18)$$

nghĩa là tổng đại số các điện áp trên một mạch vòng bằng không, trong đó điện áp trên mạch vòng bao gồm cả điện áp rơi trên các phần tử và điện áp của các nguồn tác động.

Biểu diễn điện áp rơi trên mạch vòng qua điện áp rơi trên các nhánh thuộc mạch vòng, và điện áp rơi trên nhánh k :

$$u_k = R_k i_k + L_k \frac{di_k}{dt} + \frac{1}{C_k} \int i_k dt = \mathcal{Z}_k i_k \quad (1-19)$$

trong đó:

$$\mathcal{Z}_k = R_k + L_k \frac{d}{dt} + \frac{1}{C_k} \int dt \quad (1-20)$$

gọi là toán tử hình thức, hay toán tử nhánh. Khi đó biểu thức của định luật Kiêckhốp 2 sẽ được viết dưới dạng:

$$\sum_k \mathcal{Z}_k i_k = \sum_k e_k \quad (1-21)$$

nó biểu diễn mối liên hệ trực tiếp giữa dòng điện trong các nhánh, toán tử nhánh và các nguồn điện áp trong các nhánh thuộc mạch vòng.

Hệ phương trình độc lập viết theo định luật Kiêckhốp 2 của mạch điện cũng có thể viết dưới dạng ma trận sau:

$$[M] [i] = [e] \quad (1-22)$$

trong đó:

$[i]$ là vectơ ma trận cột, mỗi phần tử của nó là dòng điện trong các nhánh thuộc mạch vòng.

$[e]$ là vectơ ma trận cột, mỗi phần tử của nó là tổng đại số các nguồn điện áp tác động nằm trong các nhánh thuộc mạch vòng tương ứng.

$[M]$ là ma trận toán tử nhánh, là ma trận cấp $M \times m$ (M là số mạch vòng độc lập, m là số nhánh của mạch).

Ma trận toán tử nhánh $[M]$ của mạch được thành lập theo quy tắc đơn giản sau: Nếu nhánh k của mạch thuộc mạch vòng thứ l , thì trên ô cắt nhau của dòng l cột k của ma trận sẽ được viết toán tử của nhánh k là $\mathcal{Z}_k$ với dấu dương (+) khi chiều dòng điện trong nhánh k trùng với chiều mạch vòng đã chọn, hoặc viết toán tử nhánh k là $\mathcal{Z}_k$ với dấu âm (−) khi chiều dòng điện trong nhánh k ngược với chiều mạch vòng đã chọn. Còn nếu nhánh k không thuộc mạch vòng l , thì trên ô cắt nhau của dòng l cột k của ma trận được viết số 0.

Thí dụ, nếu chọn các mạch vòng độc lập, chiều mạch vòng và chiều dòng điện trong các nhánh của mạch điện hình 1-12 như trên hình vẽ, ma trận toán tử nhánh $[M]$ của mạch sẽ có kết cấu sau:

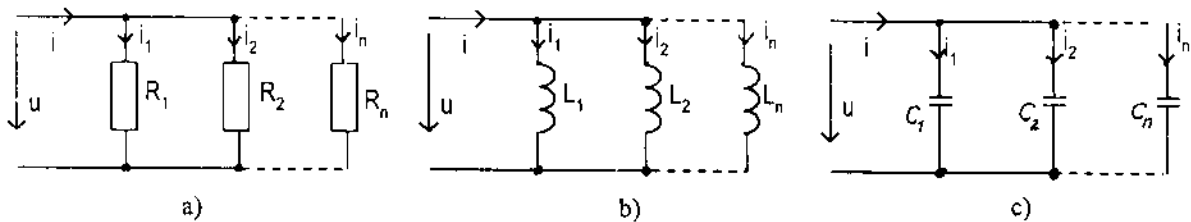
Mạch vòng \ Nhánh						
	1	2	3	4	5	6
1	$\mathcal{L}_1$	$-\mathcal{L}_2$	0	0	$\mathcal{L}_5$	0
2	0	$\mathcal{L}_2$	$-\mathcal{L}_3$	0	0	$\mathcal{L}_6$
3	0	0	0	$\mathcal{L}_4$	$-\mathcal{L}_5$	$-\mathcal{L}_6$

và hệ phương trình độc lập theo định luật Kiêckhốp 2 sẽ có dạng:

$$\begin{bmatrix} \mathcal{L}_1 & \mathcal{L}_2 & 0 & 0 & \mathcal{L}_5 & 0 \\ 0 & \mathcal{L}_2 & -\mathcal{L}_3 & 0 & 0 & \mathcal{L}_6 \\ 0 & 0 & 0 & \mathcal{L}_4 & -\mathcal{L}_5 & -\mathcal{L}_6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ i_4 \\ i_5 \\ i_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_1 - e_2 \\ e_2 - e_3 \\ e_4 \end{bmatrix}$$

Các định luật Kiêckhốp 1 và Kiêckhốp 2 là các định luật được tìm ra trên cơ sở thực nghiệm. Tuy nhiên tính đúng đắn của nó có thể được giải thích trên cơ sở của lý thuyết điện trường và từ trường. Dưới đây chúng ta xét một số thí dụ về ứng dụng của các định luật Kiêckhốp.

Thí dụ 1: Xét n phần tử cùng loại mắc song song (hình 1-16).



Hình 1-16

Đối với các mạch điện ở hình 1-16, theo định luật Kiêckhốp 1, chúng ta có:

$$i = i_1 + i_2 + \dots + i_n \quad (1-23)$$

Dòng điện qua phần tử điện trở (hình 1-16a):

$$i_k = \frac{u}{R_k};$$

dòng điện qua phần tử điện cảm (hình 1-16b):

$$i_k = \frac{1}{L_k} \int u dt$$

còn dòng điện qua phần tử điện dung (hình 1-16c):

$$i_k = C_k \frac{du}{dt}$$

Thay các dòng điện i_k tương ứng vào biểu thức (1-23), thí dụ đối với mạch điện ở hình 1-16a, ta sẽ nhận được:

$$i = \frac{u}{R_1} + \frac{u}{R_2} + \dots + \frac{u}{R_n} = u \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n} \right) = \frac{u}{R_{td}}$$

ở đây:
$$\frac{1}{R_{td}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{R_k} \quad (1-23a)$$

Vậy n điện trở mắc song song có thể thay thế bằng một điện trở tương đương R_{td} . Giá trị của điện trở tương đương được xác định bởi biểu thức (1-23a), nghĩa là nghịch đảo của điện trở tương đương bằng tổng các nghịch đảo của các điện trở thành phần.

Chứng minh tương tự ta có:

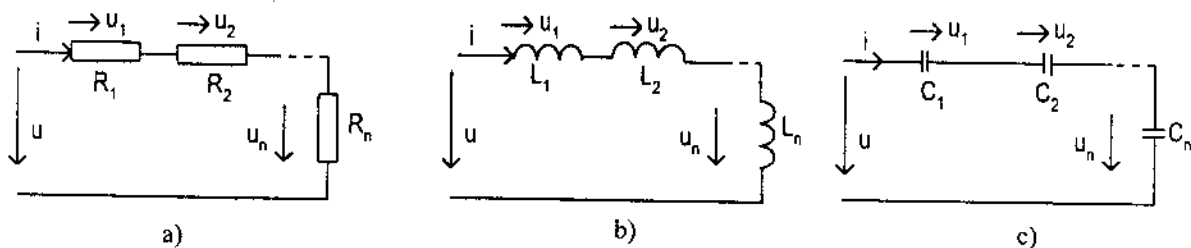
- n điện cảm mắc song song có thể thay thế bằng một điện cảm tương đương L_{td} , giá trị của điện cảm tương đương L_{td} được xác định bởi biểu thức (1-23b):

$$\frac{1}{L_{td}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \dots + \frac{1}{L_n} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{L_k} \quad (1-23b)$$

- n điện dung mắc song song, có thể thay thế bằng một điện dung tương đương C_{td} , giá trị của điện dung tương đương C_{td} được xác định bởi biểu thức (1-23c):

$$C_{td} = C_1 + C_2 + \dots + C_n = \sum_{k=1}^n C_k \quad (1-23c)$$

Thí dụ 2: Xét n phần tử cùng loại mắc nối tiếp (hình 1-17).



Hình 1-17

Đối với mạch điện ở hình 1-17, theo định luật Kiêckhốp 2 ta có:

$$u = u_1 + u_2 + \dots + u_n \quad (1-24)$$

Điện áp trên phần tử điện trở (hình 1-17a):

$$u_k = R_k i ;$$

điện áp trên phần tử điện cảm (hình 1-17b):

$$u_k = L_k \frac{di}{dt}$$

còn điện áp trên phần tử điện dung (hình 1-17c):

$$u_k = \frac{1}{C_k} \int i dt$$

Thay các điện áp u_k tương ứng vào biểu thức (1-24), thí dụ đối với mạch điện ở hình 1-17a, ta sẽ nhận được:

$$u = R_1 i + R_2 i + \dots + R_n i = (R_1 + R_2 + \dots + R_n) i = R_{td} i,$$

trong đó:
$$R_{td} = R_1 + R_2 + \dots + R_n = \sum_{k=1}^n R_k \quad (1-25a)$$

Vậy, n điện trở mắc nối tiếp có thể thay thế bằng một điện trở tương đương R_{td} , giá trị của điện trở tương đương R_{td} được xác định bằng tổng các điện trở thành phần (biểu thức 1-25a).

Chúng minh tương tự ta có:

- n điện cảm mắc nối tiếp có thể thay thế bằng một điện cảm tương đương L_{td} , giá trị của điện cảm tương đương được xác định bởi biểu thức (1-25b):

$$L_{td} = L_1 + L_2 + \dots + L_n = \sum_{k=1}^n L_k \quad (1-25b)$$

- n điện dung mắc nối tiếp có thể thay thế bằng một điện dung tương đương C_{td} , giá trị của điện dung tương đương C_{td} được xác định bởi biểu thức (1-25c):

$$\frac{1}{C_{td}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{C_k} \quad (1-25c)$$

§1-5. HAI DẠNG BÀI TOÁN LÝ THUYẾT MẠCH CƠ BẢN

Trong kỹ thuật điện tử, chúng ta thường gặp hai dạng bài toán lý thuyết mạch cơ bản: bài toán phân tích và bài toán tổng hợp.

Nội dung của bài toán phân tích mạch là cho trước mạch điện (sơ đồ mạch điện), cho trước giá trị các phần tử của mạch, cũng như giá trị và quy luật biến thiên của các nguồn điện có trong mạch, mà chúng ta sẽ gọi chung là các nguồn tác động, hoặc nguồn tín hiệu vào, yêu cầu xác định dòng điện, hoặc điện áp trên các phần tử hoặc trên một bộ phận nào đó của mạch, mà chúng ta sẽ gọi chung là phản ứng của mạch, hay tín hiệu đầu ra của mạch. Rõ ràng là quan hệ giữa tác động và phản ứng trong mạch là quan hệ nhân quả, và do đó phản ứng trong mạch điện không thể xuất hiện trước tác động.

Nội dung cơ bản của bài toán tổng hợp mạch, là đòi hỏi xây dựng một mạch điện sao cho phản ứng của mạch, hay tín hiệu trên đầu ra của mạch thỏa mãn một yêu cầu cho trước khi nguồn tác động vào mạch cho trước. Yêu cầu cho trước ở đây thường được cho dưới dạng một biểu thức toán học dạng tường minh, hoặc dạng toán tử. Hay nói cách khác, nội dung của bài toán tổng hợp là xây dựng một mạch điện có một, hoặc một số đặc trưng (tham số) biến thiên theo một quy luật cho trước. Khác với bài toán phân tích là bài toán đơn trị, bài toán tổng hợp bao giờ cũng là bài toán đa trị, nên bài toán tổng hợp ngoài yêu cầu chung là thỏa mãn điều kiện đặt ra, còn phải được tối ưu hóa theo một tiêu chuẩn nào đó.

Cần phân biệt bài toán tổng hợp mạch và bài toán thiết kế mạch. Bài toán thiết kế mạch cũng đòi hỏi xây dựng một mạch điện, song mạch điện xây dựng ở đây chỉ đòi hỏi thực hiện một chức năng cụ thể trong một thiết bị cụ thể đối với nguồn tác động cho trước.

CHƯƠNG 2

PHƯƠNG TRÌNH TRẠNG THÁI CỦA MẠCH ĐIỆN

Ta gọi phương trình hay hệ phương trình xác lập quan hệ giữa phản ứng và tác động trong mạch điện, giải phương trình, hệ phương trình đó ta sẽ xác định được phản ứng trong mạch (điện áp qua các nhánh, điện áp trên các phần tử) là phương trình hay hệ phương trình trạng thái của mạch. Tùy thuộc vào việc chọn biến trạng thái, ta sẽ nhận được các phương trình hay hệ phương trình trạng thái khác nhau của mạch điện.

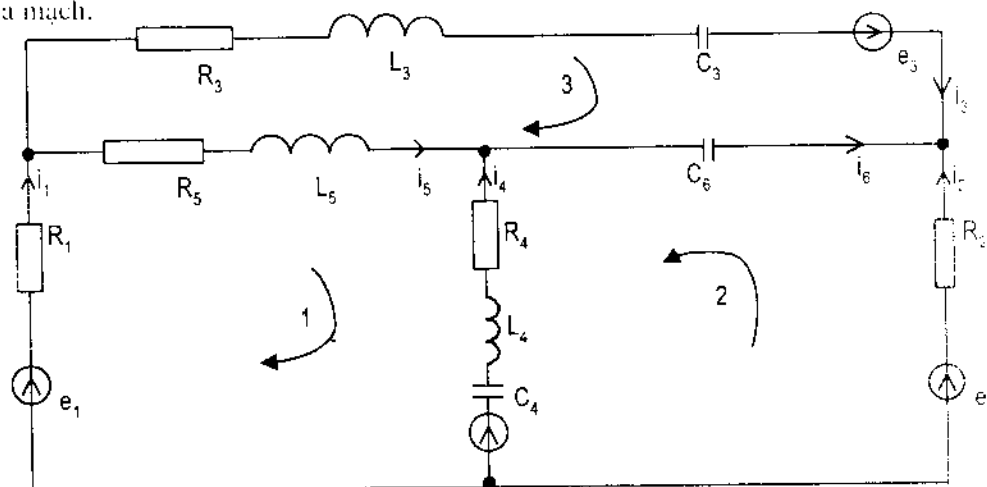
52-1. PHƯƠNG TRÌNH DÒNG ĐIỆN NHÁNH

Nếu ta chọn biến trạng thái (ẩn số của phương trình) là dòng điện trong các nhánh của mạch điện, ta sẽ nhận được phương trình hay hệ phương trình trạng thái của mạch dưới dạng dòng điện nhánh, hay gọi tắt là phương trình hay hệ phương trình dòng điện nhánh. Phương trình hay hệ phương trình dòng điện nhánh được thành lập trên cơ sở kết hợp hệ phương trình độc lập tuyến tính viết theo định luật Kiêckhốp 1, biểu thức (1-14) và hệ phương trình độc lập tuyến tính viết theo định luật Kiêckhốp 2, biểu thức (1-21) của mạch. Nó có dạng:

$$\begin{cases} [N][i] = 0 \\ [M][i] = [U] \end{cases} \quad (2-1)$$

Dễ dàng thấy rằng hệ phương trình (2-1) gồm m phương trình (m là số nhánh của mạch) và là hệ phương trình độc lập tuyến tính.

Thí dụ, đối với mạch điện ở hình (2-1), chọn chiều dòng điện trong các nhánh các mạch vòng độc lập và chiều các mạch vòng như hình vẽ, ta sẽ thiết lập được hệ phương trình (2-1) nhánh của mạch.



Hình 2-1

$$i_1 - i_3 - i_5 = 0$$

$$i_4 + i_5 - i_6 = 0$$

$$i_2 + i_5 + i_6 = 0$$

$$\begin{aligned} L_1 \frac{di_1}{dt} + R_5 i_5 + L_5 \frac{di_5}{dt} - R_4 i_4 - L_4 \frac{di_4}{dt} - \frac{1}{C_4} \int i_4 dt &= e_1 - e_4, \\ R_2 i_2 - \frac{1}{C_6} \int i_7 dt - R_4 i_4 - L_4 \frac{di_4}{dt} - \frac{1}{C_4} \int i_4 dt &= e_2 - e_4, \\ R_3 i_3 + L_1 \frac{di_3}{dt} + \frac{1}{C_3} \int i_1 dt - \frac{1}{C_6} \int i_6 dt - R_5 i_5 - L_5 \frac{di_5}{dt} &= e_3 \end{aligned} \quad (2-2)$$

Hay dưới dạng viết gọn:

$$\begin{cases} i_1 - i_3 - i_5 = 0, \\ i_4 + i_5 - i_6 = 0, \\ \mathcal{L}_1 i_1 + \mathcal{R}_5 i_5 - \mathcal{R}_4 i_4 = e_1 - e_4, \\ \mathcal{R}_2 i_2 - \mathcal{L}_6 i_6 - \mathcal{R}_4 i_4 = e_2 - e_4, \\ \mathcal{R}_3 i_3 - \mathcal{L}_6 i_6 - \mathcal{R}_5 i_5 = e_3 \end{cases} \quad (2-3)$$

Phương pháp phân tích mạch điện bằng cách thành lập và giải hệ phương trình dòng điện nhánh gọi tắt là phương pháp dòng điện nhánh. Phương pháp dòng điện nhánh phân tích mạch còn gọi là phương pháp các định luật Kiêckhốp.

Hệ phương trình dòng điện nhánh có số phương trình bằng số nhánh m của mạch. Do đó đối với mạch điện phức tạp (có số nhánh m lớn) việc giải phương trình dòng điện nhánh sẽ rất phức tạp, nên trong thực tế phương pháp này ít được ứng dụng.

§2-2. PHƯƠNG TRÌNH DÒNG ĐIỆN MẠCH VÒNG

Trong graph của mạch, các nhánh bù cây chỉ tham gia vào một mạch vòng, và là nhánh độc lập của mạch vòng, còn các nhánh cây là nhánh chung của các mạch vòng. Có thể biểu diễn dòng điện trong các nhánh chung qua dòng điện của các nhánh độc lập của mỗi mạch vòng.

Thí dụ, đối với mạch điện ở hình 2-1, nếu chọn các mạch vòng như trên hình vẽ, các nhánh 1, 2, 3 sẽ là các nhánh độc lập của mỗi mạch vòng, và các dòng điện i_1, i_2, i_3 sẽ là dòng điện của các nhánh độc lập của mỗi mạch vòng tương ứng, còn các dòng điện i_4, i_5, i_6 là dòng điện trong nhánh chung của các mạch vòng.

Theo định luật Kiêckhốp 1, ta có:

$$\left. \begin{aligned} i_5 &= i_1 - i_3, \\ i_6 &= -(i_2 + i_3) \\ i_4 &= i_6 - i_5 = -(i_1 + i_2) \end{aligned} \right\} \quad (2-4)$$

nghĩa là dòng điện trong các nhánh chung i_4, i_5, i_6 đã được biểu diễn qua dòng điện của các nhánh độc lập i_1, i_2, i_3 của mỗi mạch vòng.

Trong mạch điện ở hình 2-1, chọn các mạch vòng độc lập và chiều các mạch vòng như hình vẽ, ta thiết lập được hệ phương trình độc lập tuyến tính theo định luật Kiêckhốp 2:

$$\left\{ \begin{aligned} \mathcal{L}_1 i_1 + \mathcal{L}_5 i_5 - \mathcal{L}_4 i_4 &= e_1 - e_4, \\ \mathcal{L}_2 i_2 - \mathcal{L}_6 i_6 - \mathcal{L}_4 i_4 &= e_2 - e_4, \\ \mathcal{L}_3 i_3 - \mathcal{L}_6 i_6 - \mathcal{L}_5 i_5 &= e_3 \end{aligned} \right. \quad (2-5)$$

Trong hệ phương trình (2-5) vừa thiết lập, thực hiện thay các dòng điện trong các nhánh chung (i_4, i_5, i_6) bằng dòng điện trong các nhánh độc lập (i_1, i_2, i_3), từ biểu thức (2-4) và sau khi biến đổi ta sẽ nhận được:

$$\left\{ \begin{aligned} \mathcal{L}_1 i_1 + \mathcal{L}_5 i_1 + \mathcal{L}_4 i_1 - \mathcal{L}_5 i_3 + \mathcal{L}_4 i_2 &= e_1 - e_4, \\ \mathcal{L}_2 i_2 + \mathcal{L}_6 i_2 + \mathcal{L}_4 i_2 + \mathcal{L}_6 i_3 + \mathcal{L}_4 i_1 &= e_2 - e_4, \\ \mathcal{L}_3 i_3 + \mathcal{L}_6 i_3 + \mathcal{L}_5 i_3 + \mathcal{L}_6 i_2 - \mathcal{L}_5 i_1 &= e_3 \end{aligned} \right. \quad (2-6)$$

Vì rằng toán tử nhánh $\mathcal{L}_k$ với dòng điện là điện áp rơi trên nhánh k do dòng điện qua nhánh gây nên, do đó từ hệ phương trình (2-6), một cách hình thức có thể xem dòng điện trong các nhánh độc lập của mỗi mạch vòng chỉ chạy khép kín vòng trong mạch vòng chứa nó, và ta sẽ gọi là các dòng điện mạch vòng, ký hiệu là i_I, i_{II}, i_{III} .

Hệ phương trình (2-6), có thể viết lại dưới dạng:

$$\begin{aligned} (\mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_5 + \mathcal{L}_4) i_I + \mathcal{L}_4 i_{II} - \mathcal{L}_5 i_{III} &= e_1 - e_4, \\ \mathcal{L}_4 i_I + (\mathcal{L}_2 + \mathcal{L}_6 + \mathcal{L}_4) i_{II} + \mathcal{L}_6 i_{III} &= e_2 - e_4, \\ -\mathcal{L}_5 i_I + \mathcal{L}_6 i_{II} + (\mathcal{L}_3 + \mathcal{L}_5 + \mathcal{L}_6) i_{III} &= e_3, \end{aligned} \quad (2-7)$$

hay:

$$\left\{ \begin{aligned} \mathcal{L}_{11} i_I + \mathcal{L}_{12} i_{II} - \mathcal{L}_{13} i_{III} &= e_{11}, \\ \mathcal{L}_{21} i_I + \mathcal{L}_{22} i_{II} + \mathcal{L}_{23} i_{III} &= e_{22}, \\ -\mathcal{L}_{31} i_I + \mathcal{L}_{32} i_{II} + \mathcal{L}_{33} i_{III} &= e_{33} \end{aligned} \right. \quad (2-8)$$

trong đó:

$$\mathcal{L}_{11} = \mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_5 + \mathcal{L}_4,$$

$$\mathcal{L}_{22} = \mathcal{L}_2 + \mathcal{L}_6 + \mathcal{L}_4,$$

$$\mathcal{L}_{33} = \mathcal{L}_3 + \mathcal{L}_5 + \mathcal{L}_6.$$

$$[I_N] = [e_1, e_2, \dots, e_{MM}]^T$$

ở đây ký hiệu chữ T biểu thị ma trận chuyển vị.

$[M_N]$ là ma trận toán tử vòng:

$$[M_N] = \begin{bmatrix} \mathcal{V}_{11} & \mathcal{V}_{12} & \dots & \mathcal{V}_{1M} \\ \mathcal{V}_{21} & \mathcal{V}_{22} & \dots & \mathcal{V}_{2M} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mathcal{V}_{M1} & \mathcal{V}_{M2} & \dots & \mathcal{V}_{MM} \end{bmatrix} \quad (2-10)$$

Ma trận toán tử $[M_N]$ ở (2-10) là ma trận vuông cấp $M \times M$. Đối với các mạch điện tuyến tính thuận nghịch, ma trận toán tử vòng $[M_N]$ đối xứng qua đường chéo chính. Các phần tử nằm trên đường chéo chính $\mathcal{V}_{kk}$ là tổng các toán tử nhánh của các nhánh thuộc mạch vòng thứ k; các phần tử nằm trên đường chéo chính luôn mang dấu dương (+). Các phần tử nằm ngoài đường chéo chính $\mathcal{V}_{kr} (r \neq k) = \mathcal{V}_{rk}$ là toán tử nhánh chung của mạch vòng thứ k và mạch vòng thứ r. Phần tử $\mathcal{V}_{kr}$ mang dấu dương (+) khi dòng điện mạch vòng của các mạch vòng thứ k và thứ r chạy qua nhánh chung là cùng chiều. Ngược lại, nếu dòng điện mạch vòng của các mạch vòng thứ k và thứ r chạy qua nhánh chung là ngược chiều thì phần tử $\mathcal{V}_{kr}$ mang dấu âm (-). Nếu giữa mạch vòng q và mạch vòng r không có nhánh chung thì phần tử $\mathcal{V}_{qr} = \mathcal{V}_{rq} = 0$.

Dễ dàng nhận thấy rằng, toán tử vòng:

$$\mathcal{V}_{kk} = R_{kk} + L_{kk} \frac{d}{dt} + \frac{1}{C_{kk}} \int dt,$$

trong đó:

R_{kk} là tổng các điện trở nằm trong các nhánh thuộc mạch vòng thứ k;

L_{kk} là tổng các điện cảm nằm trong các nhánh thuộc mạch vòng thứ k;

$\frac{1}{C_{kk}}$ là tổng các nghịch đảo của các điện dung nằm trong các nhánh thuộc mạch vòng thứ k.

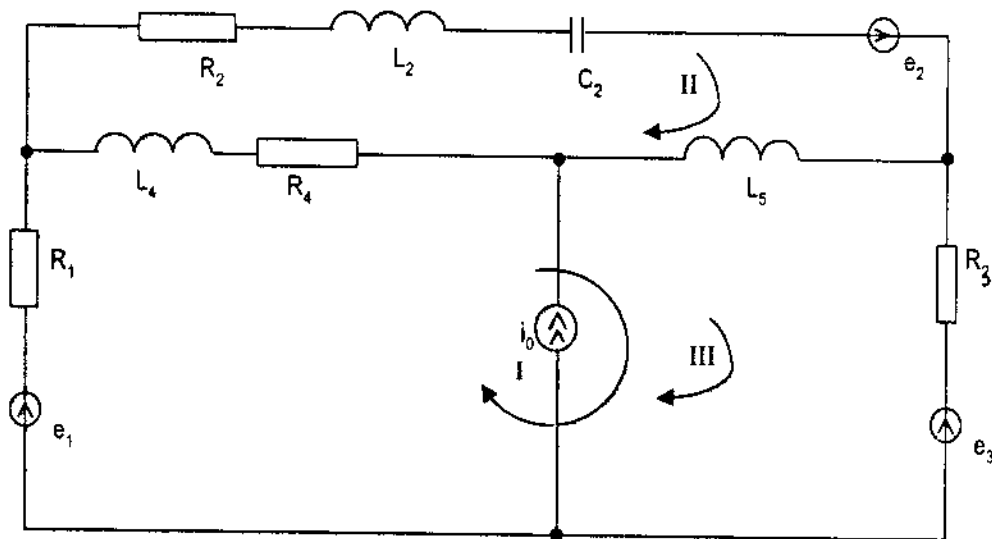
Giải hệ phương trình (2-9) hoặc (2-9a), ta sẽ xác định được các dòng điện mạch vòng. Dòng điện trong các nhánh của mạch được xác định theo quy tắc đơn giản: Dòng trong các nhánh độc lập của mỗi mạch vòng bằng dòng điện mạch vòng tương ứng cả về chiều và trị số; còn dòng trong các nhánh chung của các mạch vòng bằng tổng đại số các dòng điện mạch vòng qua nhánh chung đó. Thí dụ, giải hệ phương trình dòng điện mạch vòng (2-8), ta sẽ xác định được các dòng điện mạch vòng i_1, i_2, i_3 của mạch điện ở hình (2-1). Từ đây xác định được dòng điện qua các nhánh của mạch:

$$i_1 = i_1; i_2 = i_2; i_3 = i_3;$$

$$i_4 = -(i_1 + i_2); i_5 = i_1 - i_2; i_6 = -(i_1 + i_3).$$

Phương pháp phân tích mạch điện bằng cách thiết lập và giải hệ phương trình dòng điện mạch vòng gọi tắt là phương pháp dòng điện mạch vòng.

Khi phân tích mạch điện bằng phương pháp dòng điện mạch vòng đối với các mạch điện có nguồn dòng điện tác động, ta phải chọn các mạch vòng độc lập sao cho các nhánh chứa nguồn dòng phải là nhánh độc lập của các mạch vòng, và khi đó số phương trình trong hệ phương trình dòng điện mạch vòng của mạch sẽ giảm đi đúng bằng số nguồn dòng tác động vào mạch, vì rằng các dòng điện của các mạch vòng chứa nguồn dòng đúng bằng nguồn dòng đã biết.



Hình 2-2

Thí dụ, mạch điện ở hình 2-2 có nguồn dòng i_0 tác động, nếu chọn các mạch vòng độc lập và chiều các dòng điện mạch vòng như trên hình vẽ, thì dòng điện của mạch vòng thứ ba $i_{III} = i_0$ đã biết, do đó hệ phương trình dòng điện mạch vòng của mạch sẽ có dạng:

$$\begin{cases} (\mathcal{R}_1 + \mathcal{R}_4 + \mathcal{R}_3 + \mathcal{R}_5)i_I - (\mathcal{R}_4 + \mathcal{R}_5)i_{II} + (\mathcal{R}_5 + \mathcal{R}_3)i_{III} = e_1 - e_3 \\ -(\mathcal{R}_4 + \mathcal{R}_5)i_I + (\mathcal{R}_2 + \mathcal{R}_4 + \mathcal{R}_5)i_{II} - \mathcal{R}_5 i_0 = e_2, \end{cases}$$

hay:

$$\begin{cases} \mathcal{R}_{11}i_I - \mathcal{R}_{12}i_{II} = e_1 - e_3 - (\mathcal{R}_5 + \mathcal{R}_3)i_0 \\ -\mathcal{R}_{21}i_I + \mathcal{R}_{22}i_{II} = e_2 + \mathcal{R}_5 i_0 \end{cases} \quad (2-11)$$

trong đó:

$$\mathcal{R}_{11} = \mathcal{R}_1 + \mathcal{R}_4 + \mathcal{R}_5 + \mathcal{R}_3,$$

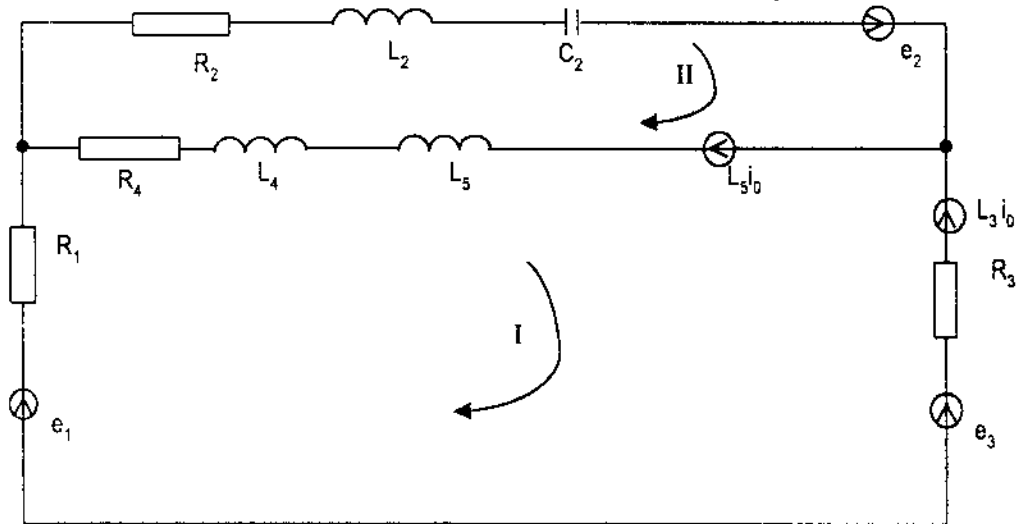
$$\mathcal{R}_{22} = \mathcal{R}_2 + \mathcal{R}_4 + \mathcal{R}_5$$

$$\mathcal{R}_{12} = \mathcal{R}_{21} = \mathcal{R}_4 + \mathcal{R}_5$$

Để thuận tiện cho việc thiết lập hệ phương trình dòng điện mạch vòng của các mạch điện có chứa nguồn dòng, khi thực hiện phân tích mạch bằng máy tính, ta có thể biến đổi tương đương

mạch có chứa nguồn dòng về mạch không chứa nguồn dòng theo quy tắc sau: Sau khi chọn các mạch vòng độc lập và chiều các dòng điện mạch như đã nêu ở trên, thực hiện thêm vào các nhánh của mạch vòng có chứa nguồn dòng một nguồn điện áp có sức điện động bằng toán tử nhánh với nguồn dòng, và có chiều ngược với chiều dòng mạch vòng, sau đó cho nguồn dòng bằng không (hở mạch nguồn dòng).

Thí dụ, mạch điện ở hình 2-2 có thể biến đổi về mạch tương đương như ở hình 2-3.



Hình 2-3

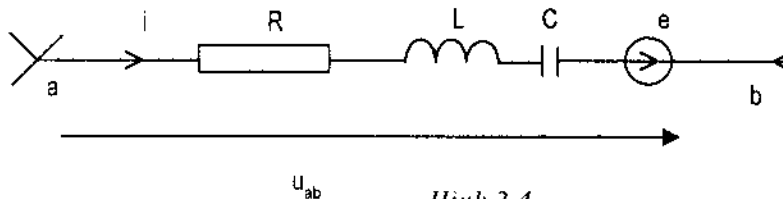
Đối với mạch ở hình (2-3), ta có hệ phương trình dòng điện mạch vòng:

$$\begin{bmatrix} x_1 + x_4 + x_5 + x_3 & (x_4 + x_5) \\ -(x_4 + x_5) & x_2 + x_4 + x_5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_{II} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_1 - e_3 - x_3 i_0 - x_5 i_0 \\ e_2 + x_5 i_0 \end{bmatrix} \quad (2-12)$$

Rõ ràng rằng, hệ phương trình (2-12) trùng với hệ phương trình (2-11).

§2-3. PHƯƠNG TRÌNH ĐIỆN THẾ ĐIỂM NÚT

Xét nhánh ab bất kỳ của mạch điện ở hình 2-4.



Hình 2-4

Theo định luật Kieckhốp 2 ta có:

$$Ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i dt = \pm e \quad (2-13)$$

Trong biểu thức trên, nguồn điện áp e lấy dấu dương (+) nếu chiều của nguồn trùng với chiều dòng điện i , ngược lại nếu chiều của nguồn điện ngược với chiều dòng điện, nó sẽ lấy dấu âm (-). Biểu thức (2-13) có thể viết dưới dạng:

$$\gamma i = u_{ab} + e \quad (2-14)$$

trong đó γ là toán tử nhánh.

Nếu toán tử nhánh γ đã biết, thì dòng điện qua nhánh a, b được xác định bởi biểu thức

$$i = (u_{ab} \pm e) \gamma^{-1} \quad (2-15)$$

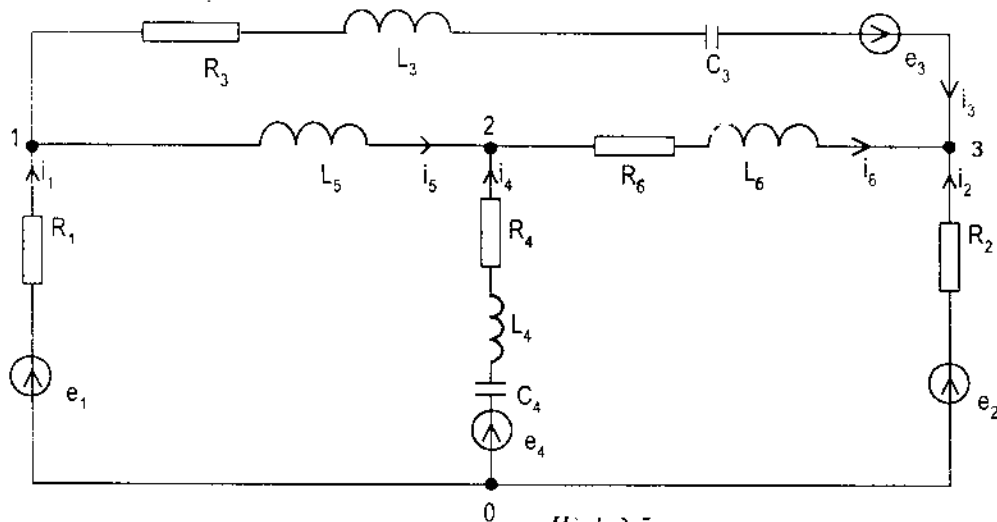
trong đó $\gamma^{-1} = \frac{1}{\gamma}$ là nghịch đảo của toán tử nhánh. Mặt khác điện áp giữa hai điểm a và b (u_{ab}) bằng hiệu điện thế giữa hai điểm a và b ($u_a = \varphi_a - \varphi_b$), nên biểu thức (2-15) có thể viết lại dưới dạng:

$$i = (\varphi_a - \varphi_b + e) \gamma^{-1} \quad (2-16)$$

Biểu thức (2-16) chứng tỏ rằng dòng điện qua một nhánh hoàn toàn được xác định nếu biết điện thế hai nút kề nhánh đó. Điều đó cũng có nghĩa là có thể xác định dòng điện qua các nhánh của mạch thông qua việc xác định điện thế các nút của mạch.

Phương trình (hệ phương trình) thiết lập mối quan hệ giữa các nguồn tác động vào mạch và điện thế các nút của mạch được gọi là phương trình (hệ phương trình) điện thế điểm nút. Cũng từ biểu thức (2-16) ta thấy dòng điện qua một nhánh chỉ phụ thuộc vào hiệu điện thế giữa hai nút kề nhánh đó, mà không phụ thuộc vào giá trị tuyệt đối của điện thế nút. Do đó trong phương trình điện thế điểm nút, ta xác định điện thế các nút còn lại của mạch so với điện thế một nút mà ta chọn làm nút gốc, hoặc nút chuẩn, và để đơn giản tính toán ta chọn điện thế nút gốc bằng không.

Xét mạch điện ở hình 2-5.



Hình 2-5

Viết hệ phương trình độc lập tuyến tính theo định luật Kierckhốp I đối với các nút 1, 2, 3 ta nhận được:

$$\begin{cases} i_1 - i_5 - i_3 = 0 \\ i_1 + i_5 - i_6 = 0 \\ i_5 + i_3 + i_6 = 0 \end{cases} \quad (2-17)$$

Giả sử các toán tử nhánh $\mathcal{Z}_k$ của mạch đã biết, chọn nút 0 làm nút gốc và cho điện thế nút gốc $\varphi_0 = 0$ theo biểu thức (2-16), ta biểu diễn dòng điện trong các nhánh $i_1, i_2, \dots, i_6$ qua điện thế các nút 1, 2, 3 của mạch:

$$\begin{aligned} i_1 &= (e_1 - \varphi_1) \cdot \mathcal{Z}_1^{-1} \\ i_2 &= (e_2 - \varphi_2) \cdot \mathcal{Z}_2^{-1} \\ i_3 &= (\varphi_1 - (\varphi_2 + e_3)) \cdot \mathcal{Z}_3^{-1} \\ i_4 &= (e_4 - \varphi_1) \cdot \mathcal{Z}_4^{-1} \\ i_5 &= (\varphi_1 - \varphi_2) \cdot \mathcal{Z}_5^{-1} \\ i_6 &= (\varphi_2 - \varphi_3) \cdot \mathcal{Z}_6^{-1} \end{aligned} \quad (2-18)$$

Trong hệ phương trình (2-17), thực hiện thay các dòng điện từ các biểu thức (2-18) và sau khi biến đổi ta sẽ nhận được:

$$\begin{cases} \varphi_1(\mathcal{Z}_1^{-1} + \mathcal{Z}_3^{-1} + \mathcal{Z}_5^{-1}) - \varphi_2\mathcal{Z}_3^{-1} = \varphi_0\mathcal{Z}_3^{-1} = e_1\mathcal{Z}_1^{-1} - e_3\mathcal{Z}_3^{-1} \\ -\varphi_1\mathcal{Z}_5^{-1} + \varphi_2(\mathcal{Z}_3^{-1} + \mathcal{Z}_5^{-1} + \mathcal{Z}_6^{-1}) - \varphi_3\mathcal{Z}_6^{-1} = e_4\mathcal{Z}_4^{-1} \\ -\varphi_1\mathcal{Z}_3^{-1} - \varphi_2\mathcal{Z}_6^{-1} + \varphi_3(\mathcal{Z}_2^{-1} + \mathcal{Z}_3^{-1} + \mathcal{Z}_6^{-1}) = e_2\mathcal{Z}_2^{-1} + e_3\mathcal{Z}_3^{-1} \end{cases} \quad (2-19)$$

hay:

$$\begin{cases} \varphi_1\mathcal{Z}_{11}^{-1} - \varphi_2\mathcal{Z}_{12}^{-1} - \varphi_3\mathcal{Z}_{13}^{-1} = e_1\mathcal{Z}_1^{-1} - e_3\mathcal{Z}_3^{-1} \\ -\varphi_1\mathcal{Z}_{21}^{-1} + \varphi_2\mathcal{Z}_{22}^{-1} - \varphi_3\mathcal{Z}_{23}^{-1} = e_4\mathcal{Z}_4^{-1} \\ -\varphi_1\mathcal{Z}_{31}^{-1} - \varphi_2\mathcal{Z}_{32}^{-1} + \varphi_3\mathcal{Z}_{33}^{-1} = e_2\mathcal{Z}_2^{-1} + e_3\mathcal{Z}_3^{-1} \end{cases} \quad (2-20)$$

trong đó:

$$\begin{aligned} \mathcal{Z}_{11}^{-1} &= \mathcal{Z}_1^{-1} + \mathcal{Z}_3^{-1} + \mathcal{Z}_5^{-1}, \\ \mathcal{Z}_{22}^{-1} &= \mathcal{Z}_3^{-1} + \mathcal{Z}_4^{-1} + \mathcal{Z}_6^{-1}, \\ \mathcal{Z}_{33}^{-1} &= \mathcal{Z}_2^{-1} + \mathcal{Z}_3^{-1} + \mathcal{Z}_6^{-1} \end{aligned}$$

là tổng nghịch đảo của toán tử của các nhánh nối với nút 1, 2, 3 tương ứng,

$\mathcal{Z}_{12}^{-1} = \mathcal{Z}_{21}^{-1} = \mathcal{Z}_5^{-1}$ là nghịch đảo toán tử của nhánh nối giữa nút 1 và nút 2;

$\mathcal{Z}_{13}^{-1} = \mathcal{Z}_{31}^{-1} = \mathcal{Z}_3^{-1}$ là nghịch đảo toán tử của nhánh nối giữa nút 1 và nút 3;

$\mathcal{Z}_{23}^{-1} = \mathcal{Z}_{32}^{-1} = \mathcal{Z}_6^{-1}$ là nghịch đảo toán tử của nhánh nối giữa nút 2 và nút 3.

- Vế phải của hệ phương trình (2-20) là tổng đại số các nguồn dòng đẳng trị nối với các nút tương ứng. Thật vậy, nếu phần tử thụ động của nhánh chỉ là điện trở R , thí dụ: nhánh 1, nhánh 2 của mạch điện ở hình 2-4 thì toán tử nhánh $\mathcal{Z}_1 = R_1$, $\mathcal{Z}_2 = R_2$, và khi đó, thành phần e/R_1 , e/R_2 chính là các nguồn dòng đẳng trị khi thực hiện biến đổi tương đương nguồn điện áp mắc nối tiếp với điện trở thành nguồn dòng điện mắc song song với điện trở (xem hình 2-6).

$[r^{-1}]$ là ma trận tổng dẫn:

$$[r^{-1}] = \begin{bmatrix} r_{11}^{-1} & r_{12}^{-1} & \dots & r_{1N}^{-1} \\ r_{21}^{-1} & r_{22}^{-1} & \dots & r_{2N}^{-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_{N1}^{-1} & r_{N2}^{-1} & \dots & r_{NN}^{-1} \end{bmatrix},$$

nó là ma trận vuông đối xứng qua đường chéo chính (đối với mạch điện chỉ gồm các phần tử thuận nghịch).

Các phần tử nằm trên đường chéo chính r_{kk}^{-1} là tổng nghịch đảo các toán tử của các nhánh nối với nút k ; các phần tử nằm trên đường chéo chính luôn mang dấu dương (+). Các phần tử nằm ngoài đường chéo chính $r_{k(k \neq r)}^{-1} = r_{rk}^{-1}$ là nghịch đảo toán tử của nhánh chung nối giữa nút k và nút r ; các phần tử nằm ngoài đường chéo chính luôn mang dấu âm (-). Nếu giữa nút r và nút q của mạch không có nhánh chung thì phần tử $r_{qr}^{-1} = r_{rq}^{-1} = 0$.

Giải hệ phương trình điện thế điểm nút (2-21, hoặc 2-22) ta xác định được điện thế các nút của mạch (so với điện thế nút gốc bằng không), sau đó theo biểu thức (2-16) ta xác định dòng điện trong các nhánh.

Phương pháp phân tích mạch điện bằng cách thiết lập và giải hệ phương trình điện thế điểm nút gọi là phương pháp điện thế điểm nút.

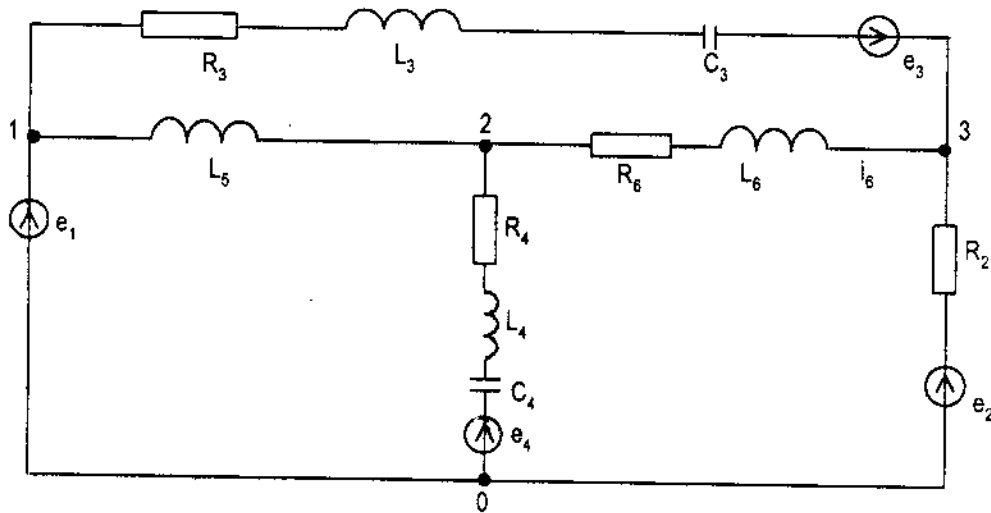
Khi phân tích mạch điện bằng phương pháp điện thế điểm nút đối với các mạch điện có nguồn điện áp mắc trực tiếp giữa hai nút, ta phải chọn nút gốc là một trong hai nút có nguồn điện áp mắc trực tiếp giữa hai nút đó, và khi đó số phương trình trong hệ phương trình điện thế điểm nút của mạch sẽ giảm đi, vì khi đó điện thế của nút thứ 2 đã biết.

Thí dụ, mạch điện ở hình (2-8) có nguồn điện áp e_1 mắc giữa nút 0 và nút 1, nếu chọn nút 0 là nút gốc, cho điện thế nút gốc $\varphi_0 = 0$, ta sẽ có điện thế nút 1: $\varphi_1 = e_1$ đã biết, và khi đó hệ phương trình điện thế điểm nút sẽ có dạng:

$$\begin{cases} \varphi_2(r_5^{-1} + r_4^{-1} + r_6^{-1}) - \varphi_1 r_6^{-1} - e_1 r_5^{-1} = e_4 r_4^{-1}, \\ -\varphi_2 r_6^{-1} + \varphi_3(r_2^{-1} + r_1^{-1} + r_6^{-1}) - e_1 r_3^{-1} = e_2 r_2^{-1} + e_1 r_3^{-1} \end{cases}$$

hay:

$$\begin{cases} \varphi_2(r_5^{-1} + r_4^{-1} + r_6^{-1}) - \varphi_1 r_6^{-1} = e_4 r_4^{-1} + e_1 r_5^{-1}, \\ -\varphi_2 r_6^{-1} + \varphi_3(r_2^{-1} + r_1^{-1} + r_6^{-1}) = e_2 r_2^{-1} + e_3 r_3^{-1} + e_1 r_3^{-1} \end{cases}$$

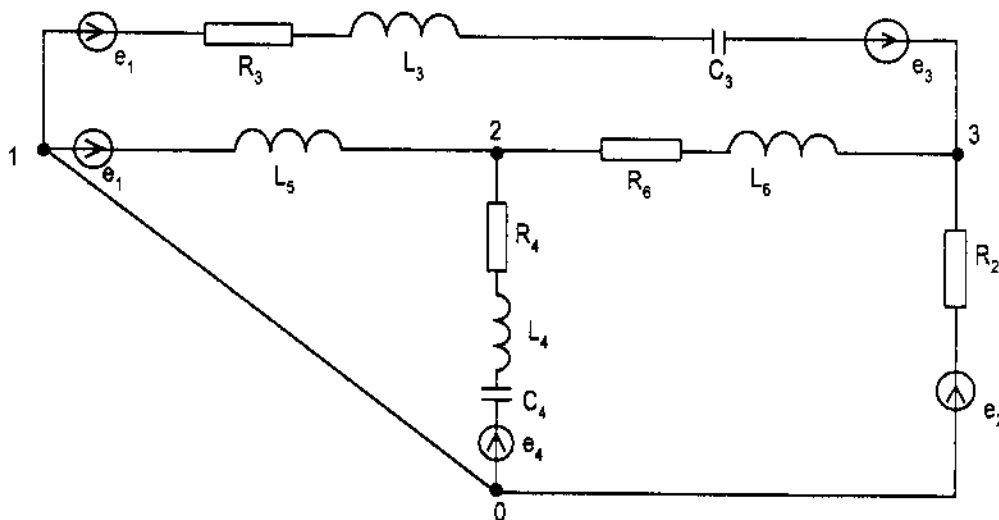


Hình 2-8

hay dưới dạng ma trận:

$$\begin{bmatrix} \mathcal{L}_5^{-1} + \mathcal{L}_2^{-1} + \mathcal{L}_6^{-1} & -\mathcal{L}_6^{-1} \\ -\mathcal{L}_5^{-1} & \mathcal{L}_2^{-1} + \mathcal{L}_3^{-1} + \mathcal{L}_6^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_2 \\ \varphi_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_4 \mathcal{L}_4^{-1} + e_1 \mathcal{L}_3^{-1} \\ e_2 \mathcal{L}_2^{-1} + e_3 \mathcal{L}_3^{-1} + e_1 \mathcal{L}_3^{-1} \end{bmatrix} \quad (2-23)$$

Để thuận tiện cho việc thiết lập ma trận tổng dẫn $[g]$ của mạch, đặc biệt khi phân tích mạch bằng máy tính, ta có thể biến đổi mạch có nguồn điện áp mắc trực tiếp giữa hai nút về mạch tương đương không có nguồn điện áp mắc trực tiếp giữa hai nút như sau: Sau khi chọn một nút làm nút gốc, ta thêm vào các nhánh nối với nút còn lại một nguồn điện áp có sức điện động đúng bằng điện thế của nút đó và có chiều rời khỏi nút, sau đó ngắn mạch nguồn điện áp.



Hình 2-9

Thí dụ, mạch điện ở hình 2-8 sau khi chọn nút 0 làm nút gốc ta biến mạch đã cho về mạch tương đương như ở hình (2-9).

Đối với mạch điện ở hình (2-9), ta dễ dàng thiết lập được hệ phương trình điện thế điểm nút:

$$\begin{bmatrix} \mathcal{L}_4^{-1} + \mathcal{L}_5^{-1} + \mathcal{L}_6^{-1} & -\mathcal{L}_6^{-1} \\ -\mathcal{L}_6^{-1} & \mathcal{L}_2^{-1} + \mathcal{L}_3^{-1} + \mathcal{L}_6^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_2 \\ \varphi_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_4 \mathcal{L}_4^{-1} + e_1 \mathcal{L}_5^{-1} \\ e_2 \mathcal{L}_2^{-1} + (e_1 + e_3) \mathcal{L}_3^{-1} \end{bmatrix} \quad (2-24)$$

Rõ ràng rằng hệ phương trình (2-24) trùng với hệ phương trình (2-23).

CHƯƠNG 3

GIẢI PHƯƠNG TRÌNH TRẠNG THÁI CỦA MẠCH KHI CÁC NGUỒN TÁC ĐỘNG VÀO MẠCH BẰNG KHÔNG VÀ CÓ DẠNG HÀM SỐ MŨ. CHẾ ĐỘ QUÁ ĐỘ VÀ CHẾ ĐỘ XÁC LẬP CỦA MẠCH ĐIỆN

Trong chương này sẽ xét các dao động trong mạch khi các nguồn tác động bằng không và có dạng hàm số mũ. Việc hạn chế dạng của các nguồn tác động như thế hoàn toàn không làm giảm ý nghĩa của các kết quả nhận được, mà ngược lại, từ các kết quả đó cho phép mở rộng các thuật toán để phân tích mạch điện dưới tác động của các nguồn khác nhau.

§3-1. DAO ĐỘNG TRONG MẠCH ĐIỆN KHI CÁC NGUỒN TÁC ĐỘNG VÀO MẠCH BẰNG KHÔNG

Khi các nguồn tác động vào mạch bằng không, các hệ phương trình dòng điện nhánh (2-1) và hệ phương trình dòng điện mạch vòng (2-9a) sẽ có dạng:

$$\begin{cases} [N] [i] = 0 \\ [M] [i] = 0 \end{cases} \quad (3-1)$$

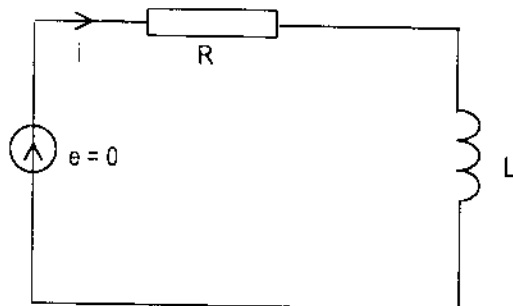
$$[M_v] [I_v] = 0 \quad (3-2)$$

Chúng là các hệ phương trình vi phân tuyến tính thuần nhất, hệ số hằng số. Do đó, khi các nguồn tác động vào mạch bằng không, dao động trong mạch sẽ có dạng hàm số mũ:

$$i_k = I_k e^{at} \quad (3-3)$$

Dưới đây ta xét một số thí dụ đơn giản.

Thí dụ 1: Xét dao động trong mạch điện gồm hai phần tử R , L mắc nối tiếp khi nguồn tác động vào mạch bằng không (hình 3-1).



Hình 3-1

Đối với mạch điện ở hình (3-1), theo định luật Kiếckhốp 2 ta có:

$$u_R + u_L = 0$$

hay:

$$R.i + L.\frac{di}{dt} = 0 \quad (3-4)$$

Nghiệm của phương trình (3-4) là:

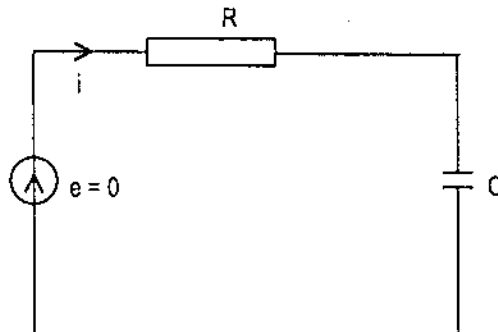
$$i = Ae^{\frac{R}{L}t} = Ae^{-\frac{t}{\tau}} \quad (3-5)$$

trong đó $\tau = \frac{L}{R}$ là hằng số thời gian của mạch; A là hằng số tích phân được xác định từ điều kiện ban đầu của mạch.

Điện áp trên các phần tử:

$$\left. \begin{aligned} u_R &= R.i = ARe^{-t/\tau} \\ u_L &= L.\frac{di}{dt} = -ARe^{-t/\tau} \end{aligned} \right\} \quad (3-6)$$

Thí dụ 2: Xét dao động trong mạch gồm hai phần tử R, C mắc nối tiếp khi nguồn tác động vào mạch $e = 0$ (hình 3-2).



Hình 3-2

Đối với mạch điện ở hình (3-2), phương trình trạng thái của mạch có dạng:

$$Ri + u_C = 0 \quad (3-7)$$

Trong phương trình (3-7), thay dòng điện $i = C \frac{du_C}{dt}$, ta sẽ nhận được:

$$RC \frac{du_C}{dt} + u_C = 0$$

hay:

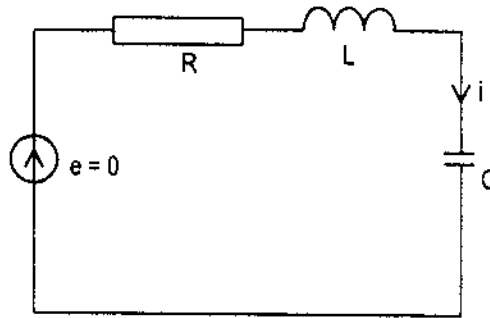
$$u'_C + \frac{1}{RC} u_C = 0 \quad (3-8)$$

Nghiệm của phương trình (3-8) có dạng:

$$u_{L_1} = A_1 e^{-t/RC} = A_1 \cdot e^{-t/\tau} \quad (3-9)$$

trong đó $\tau = RC$ gọi là hằng số thời gian của mạch; A_1 là hằng số tích phân được xác định từ điều kiện ban đầu của mạch.

Thí dụ 3: Xét mạch điện gồm ba phần tử R , L , C mắc nối tiếp dưới tác dụng của nguồn điện áp $e = 0$ (hình 3-3).



Hình 3-3

Phương trình trạng thái của mạch (hình 3-3) có dạng:

$$R \cdot i + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i dt = 0 \quad (3-10)$$

Trong phương trình (3-10), thay $i = C \frac{du_c}{dt}$ và biến đổi, ta nhận được:

$$u_c'' + \frac{R}{L} u_c' + \frac{1}{LC} u_c = 0 \quad (3-11)$$

hay:

$$u_c'' + 2\alpha u_c' + \omega_0^2 u_c = 0 \quad (3-12)$$

trong đó:

$$\alpha = \frac{R}{2L};$$

$$\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$$

Nghiệm của phương trình (3-12) phụ thuộc vào nghiệm của phương trình đặc trưng:

$$p^2 + 2\alpha p + \omega_0^2 = 0 \quad (3-13)$$

Khi nghiệm của phương trình đặc trưng (3-13) là một số phức, nghĩa là khi $\Delta = \alpha^2 - \omega_0^2 < 0$, hay $R < 2\sqrt{\frac{L}{C}}$, dao động trong mạch sẽ có dạng:

$$u_c = e^{-\alpha t} (A_1 \cos \omega_1 t + A_2 \sin \omega_1 t)$$

Đối với mạch điện tuyến tính, hệ phương trình (3-15) là hệ phương trình vi phân tuyến tính không thuần nhất hệ số hằng số.

Từ lý thuyết phương trình vi phân ta đã biết: Nghiệm của phương trình (hệ phương trình) vi phân tuyến tính không thuần nhất hệ số hằng số là xếp chồng của hai nghiệm: nghiệm tổng quát - nghiệm của phương trình có vế phải bằng không, và nghiệm riêng - nghiệm của phương trình có vế phải khác không.

Đối với mạch điện, nghiệm của phương trình, hệ phương trình có vế phải bằng không chính là các thành phần dao động tự do trong mạch ta vừa xét ở mục trên. Dưới đây chỉ xét nghiệm của phương trình, hệ phương trình, có vế phải khác không (nghiệm riêng). Trong mạch điện, nghiệm của phương trình, hệ phương trình có vế phải khác không gọi là các thành phần dao động cưỡng bức. Vậy, một cách hình thức, có thể coi dao động trong mạch điện là xếp chồng của hai thành phần dao động : dao động cưỡng bức và dao động tự do.

Từ lý thuyết của các phép tính vi, tích phân, dễ dàng thấy rằng nghiệm riêng của hệ phương trình (3-15) cũng có dạng hàm số mũ, nghĩa là khi các nguồn tác động vào mạch có dạng hàm số mũ, dao động cưỡng bức trong mạch cũng có dạng hàm số mũ:

$$i_k = I_k e^{st}. \quad (3-16)$$

Khi các dòng điện mạch vòng i_k có dạng (3-16), toán tử vòng $\mathcal{Z}_{kk}$ với dòng điện i_k sẽ có dạng:

$$\begin{aligned} \mathcal{Z}_{kk} i_k &= R_{kk} i_k + L_{kk} \frac{di_k}{dt} + \frac{1}{C_{kk}} \int i_k dt \\ &= R_{kk} I_k e^{st} + L_{kk} \frac{dI_k e^{st}}{dt} + \frac{1}{C_{kk}} \int I_k e^{st} dt \\ &= R_{kk} I_k e^{st} + sL_{kk} I_k e^{st} + \frac{1}{sC_{kk}} I_k e^{st} \\ &= (R_{kk} + sL_{kk} + \frac{1}{sC_{kk}}) I_k e^{st} = Z_{kk}(s) I_k e^{st} \end{aligned}$$

ở đây $Z_{kk}(s) = R_{kk} + sL_{kk} + \frac{1}{sC_{kk}}$ có thứ nguyên là điện trở và được gọi là tổng trở của mạch vòng.

Tương tự toán tử nhánh $\mathcal{Z}_{kr}$ với dòng điện i_r ($\mathcal{Z}_{rk}$ với dòng điện i_k) sẽ có dạng:

$$\begin{aligned} \mathcal{Z}_{kr} i_r &= R_{kr} I_r e^{st} + L_{kr} \frac{dI_r e^{st}}{dt} + \frac{1}{C_{kr}} \int I_r e^{st} dt \\ &= R_{kr} I_r e^{st} + sL_{kr} I_r e^{st} + \frac{1}{sC_{kr}} I_r e^{st} \\ &= (R_{kr} + sL_{kr} + \frac{1}{sC_{kr}}) I_r e^{st} = Z_{kr}(s) I_r e^{st}, \end{aligned}$$

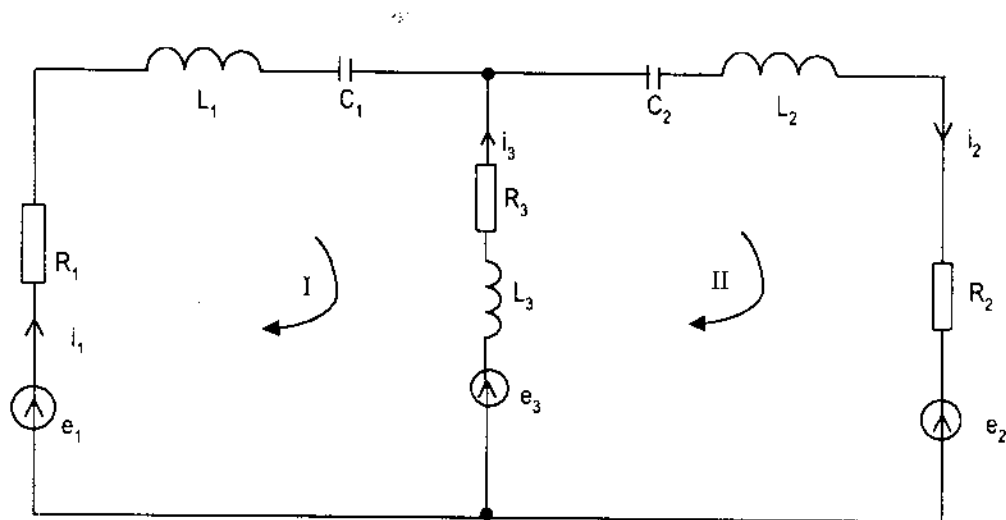
Dưới đây ta xét một thí dụ:

Tìm thành phần dòng điện cưỡng bức qua các nhánh của mạch điện (hình 3-4) nếu biết:

$$e_1 = 30e^{-100t}, \quad e_3 = 15e^{-100t}, \quad e_2 = 10e^{-100t},$$

$$L_1 = 10 \text{ mH}, \quad L_2 = 20 \text{ mH}, \quad L_3 = 50 \text{ mH}, \quad C_1 = 1000 \text{ } \mu\text{F},$$

$$C_2 = 500 \text{ } \mu\text{F}, \quad R_1 = 20 \text{ } \Omega, \quad R_2 = 30 \text{ } \Omega, \quad R_3 = 10 \text{ } \Omega.$$



Hình 3-4

Chọn các mạch vòng độc lập và chiều các dòng điện mạch vòng như trên hình vẽ, ta thiết lập được hệ phương trình mạch vòng:

$$\begin{cases} \left[R_1 + R_3 - 100(L_1 + L_3) - \frac{1}{100C_1} \right] I_I - (R_3 - 100L_3) I_{II} = 30 - 10 \\ -(R_3 - 100L_3) I_I + \left[R_2 + R_3 - 100(L_2 + L_3) - \frac{1}{100C_2} \right] I_{II} = 10 - 15 \end{cases}$$

sau khi thay số ta có:

$$\begin{cases} 14I_I - 5I_{II} = 20, \\ -5I_I + 13I_{II} = -5 \end{cases}$$

Theo công thức (3-21) ta tìm được:

$$I_I \approx 1,5; \quad I_{II} \approx 0,19$$

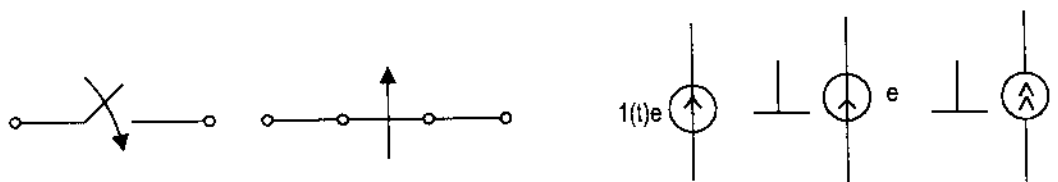
Từ đây xác định được dòng điện trong các nhánh:

$$i_1 \approx 1,5e^{-100t}; \quad i_2 = 0,19e^{-100t},$$

$$i_3 = i_2 - i_1 = -1,31e^{-100t}.$$

53-3. CHẾ ĐỘ QUÁ ĐỘ VÀ CHẾ ĐỘ XÁC LẬP TRONG MẠCH ĐIỆN

Như đã chỉ ra ở trên, có thể xem dao động trong mạch điện là xếp chồng của hai thành phần: thành phần dao động cưỡng bức và thành phần dao động tự do. Thành phần dao động tự do tắt dần theo thời gian theo quy luật hàm số mũ. Khi thành phần dao động tự do bằng không, dao động trong mạch chỉ còn thành phần cưỡng bức, ta nói mạch làm việc ở chế độ xác lập. Còn trong khoảng thời gian thành phần dao động tự do trong mạch còn tồn tại, ta nói mạch làm việc ở chế độ quá độ. Nguyên nhân xuất hiện thành phần dao động tự do trong mạch có thể do sự thay đổi nguồn tác động vào mạch hoặc thay đổi phụ tải (thay đổi cấu trúc của mạch), mà ta sẽ gọi chúng là sự "đóng", "mở". Trên sơ đồ mạch sự "đóng", "mở" mạch được ký hiệu như trên hình (3-5), và ta luôn giả thiết rằng sự "đóng", "mở" mạch xảy ra một cách tức thời và tại thời điểm $t = 0$, còn các nguồn điện được đóng vào mạch tại thời điểm $t = 0$ được ký hiệu như trên hình (3-6).



Hình 3-5: Sự "đóng", "mở" mạch Hình 3-6: Các nguồn điện được đóng vào mạch tại thời điểm $t = 0$.

Thời gian tồn tại chế độ quá độ của mạch điện được gọi là thời gian quá độ của mạch, còn quá trình chuyển từ chế độ xác lập này sang chế độ xác lập khác của mạch gọi là quá trình quá độ của mạch điện. Về mặt lý thuyết thời gian quá độ của mạch điện lớn vô cùng. Trong thực tế, thời gian quá độ của mạch điện được tính từ khi bắt đầu xảy ra quá trình quá độ cho đến thời điểm dao động trong mạch đạt được khoảng 95% giá trị xác lập mới của nó. Với các mạch điện thực tế, thời gian quá độ thường vào khoảng từ vài nanôgiây (ns) đến vài microgiây (μs). Tuy nhiên, trong chế độ quá độ, dòng điện, điện áp có thể có giá trị lớn hơn nhiều lần giá trị xác lập của nó. Cũng cần nhấn mạnh rằng việc phân chia dao động trong mạch thành các thành phần dao động cưỡng bức và dao động tự do chỉ mang tính chất toán học, thực tế không thể tách riêng thành phần dao động tự do và thành phần dao động cưỡng bức của mạch. Bản chất của quá trình quá độ trong mạch điện là do có sự phân bố lại năng lượng trong mạch. Cũng với mỗi chế độ xác lập, trong mạch có một trạng thái năng lượng xác định, và quá trình phân bố lại năng lượng không thể xảy ra một cách tức thời.

53-4. ĐIỀU KIỆN BAN ĐẦU CỦA MẠCH VÀ CÁC ĐỊNH LUẬT ĐÓNG MỞ

Giá trị của điện áp trên điện dung và dòng điện qua điện cảm tại thời điểm "đóng", "mở" mạch gọi là điều kiện ban đầu của mạch. Nếu tại thời điểm "đóng", "mở" mạch ($t = 0$) điện áp trên các điện dung và dòng điện qua các điện cảm của mạch bằng không, ta nói mạch có điều kiện ban đầu bằng không, còn nếu giá trị của điện áp trên các điện dung và dòng điện qua các điện cảm khác không, ta nói mạch có điều kiện ban đầu khác không. Điều kiện ban đầu của mạch được xác định theo các định luật đóng mở.

3-4.1. Định luật đóng mở thứ nhất

Tại thời điểm đóng mở, điện áp trên điện dung C không thể biến thiên nhảy bậc, mà phải biến thiên dần từ giá trị vốn có của nó ngay trước lúc đóng mở:

$$u_c(+0) = u_c(-0) \quad (3-22)$$

trong đó $u_c(-0)$ là điện áp trên điện dung C ngay trước lúc đóng mở; $u_c(+0)$ là điện áp trên điện dung C ngay sau khi đóng mở.

Tính liên tục của điện áp trên điện dung C có thể được suy ra từ tính chất của phép tính tích phân mà chúng ta đã nhắc tới trong chương 1. Tuy nhiên, tính liên tục hay sự không biến thiên nhảy bậc của điện áp trên điện dung C theo định luật đóng mở thứ nhất có thể chứng minh theo phương pháp khác.

Giả sử điện áp trên điện dung C biến thiên nhảy bậc, khi đó trong khoảng thời gian $\Delta t \rightarrow 0$, điện áp trên điện dung C biến thiên một lượng $\Delta u_c \neq 0$.

$$\text{Xét biểu thức } \lim_{\Delta t \rightarrow 0} C \frac{\Delta u_c}{\Delta t} = C \frac{du_c}{dt} = \infty.$$

Biểu thức $C \frac{du_c}{dt}$ chính là biểu thức của dòng điện qua điện dung C . Với mạch điện thực, dòng điện qua điện dung C không thể có giá trị lớn vô cùng, do đó điều giả thiết trên là vô lý, có nghĩa là điện áp trên điện dung C không thể biến thiên nhảy bậc.

Tính đúng đắn của định luật đóng mở thứ nhất cũng có thể giải thích theo quan điểm năng lượng.

Ta biết năng lượng điện trường tích trữ trong điện dung được xác định bởi biểu thức:

$$W_E = C \frac{u_c^2}{2}$$

Nếu điện áp trên điện dung biến thiên nhảy bậc, thì công suất tức thời của các dao động điện trên điện dung $p = \frac{dW_E}{dt} = C u_c \frac{du_c}{dt}$ sẽ có giá trị lớn vô cùng, và điều giả thiết này là vô lý, vì với một nguồn năng lượng hữu hạn không thể tạo ra một công suất có giá trị lớn vô cùng.

3-4.2. Định luật đóng mở thứ hai

Tại thời điểm đóng mở, dòng điện qua điện cảm L không thể biến thiên nhảy bậc, mà phải biến thiên dần từ giá trị vốn có của nó ngay trước lúc đóng mở:

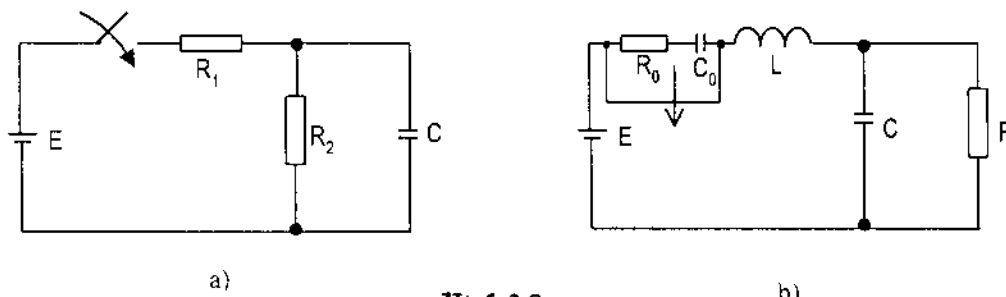
$$i_L(+0) = i_L(-0) \quad (3-24)$$

trong đó $i_L(-0)$ là giá trị của dòng điện qua điện cảm ngay trước lúc đóng mở; $i_L(+0)$ là giá trị của dòng điện qua điện cảm ngay sau khi đóng mở.

Tính đúng đắn của định luật dòng mở thứ hai cũng có thể được chứng minh tương tự như đối với định luật dòng mở thứ nhất.

Giả sử dòng điện qua điện cảm biến thiên nhảy bậc, khi đó trong khoảng thời gian $\Delta t \rightarrow 0$, dòng điện qua điện cảm biến thiên một lượng $\Delta i \neq 0$. Trong trường hợp này điện áp trên điện cảm $u_L = L \frac{di}{dt}$ sẽ có giá trị lớn vô cùng. Vậy điều giả thiết trên là vô lý, vì đối với mạch điện thực, điện áp không thể có giá trị lớn vô cùng.

Dưới đây ta xét một số thí dụ xác định điều kiện ban đầu của các mạch điện (hình 3-7).



Hình 3-7

Đối với mạch điện ở hình 3-7a, ta có:

$$u_C(+0) = u_C(-0) = 0.$$

Còn với mạch điện ở hình 3-7b, ta có:

$$\begin{aligned} i_L(+0) &= i_L(-0) = \frac{E}{R}, \\ u_C(+0) &= u_C(-0) = i_{L_+}(+0) \cdot R = E, \\ u_{C_0}(+0) &= u_{C_0}(-0) = 0 \end{aligned}$$

Vậy mạch điện ở hình 3-7a có điều kiện ban đầu bằng không, còn mạch điện ở hình 3-7b có điều kiện ban đầu khác không.

CHƯƠNG 4

MẠCH ĐIỆN DƯỚI TÁC ĐỘNG CỦA CÁC NGUỒN ĐIỆN HÌNH SIN Ở CHẾ ĐỘ XÁC LẬP

§4-1. DAO ĐỘNG HÌNH SIN, CÁC ĐẠI LƯỢNG ĐẶC TRƯNG CỦA DAO ĐỘNG HÌNH SIN

Các nguồn điện mà giá trị tức thời của nó biến thiên theo quy luật hình sin được gọi là nguồn điện hình sin. Các nguồn điện hình sin được ứng dụng rất rộng rãi trong kỹ thuật điện cũng như kỹ thuật vô tuyến điện.

Xét dao động hình sin:

$$u = U_m \cos(\omega t + \varphi_u) \quad (4-1)$$

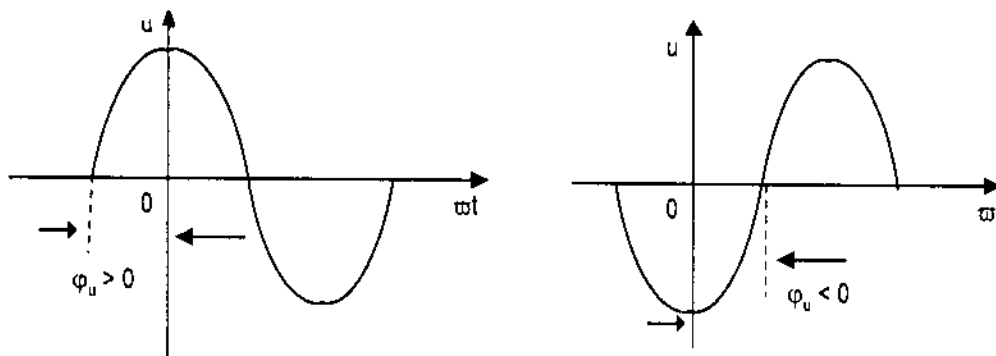
trong đó: U_m là biên độ của dao động hình sin. Nó là giá trị cực đại mà dao động có thể đạt được;

$(\omega t + \varphi_u)$ là pha của dao động hình sin. Nó xác định giá trị của dao động tại mọi thời điểm. Pha của dao động tại thời điểm $t = 0$ bằng φ_u gọi là góc pha đầu của dao động;

ω là tần số góc của dao động.

Các đại lượng biên độ (U_m), tần số góc (ω) và góc pha đầu (φ_u) hoàn toàn xác định một dao động hình sin, được gọi là các đại lượng đặc trưng của dao động hình sin. Hay nói cách khác, một dao động hình sin hoàn toàn được xác định khi biết biên độ, tần số góc và góc pha đầu của nó.

Trên đồ thị thời gian, góc pha đầu của dao động hình sin được xác định từ thời điểm $t = 0$ đến thời điểm dao động đạt giá trị 0 đầu tiên, tại đó dao động chuyển từ giá trị âm sang giá trị dương. Nếu điểm dao động bằng 0 nằm ở phía bên trái gốc tọa độ, thì góc pha đầu có giá trị dương (+); còn nếu điểm dao động bằng 0 nằm ở phía phải gốc tọa độ, thì góc pha đầu có giá trị âm (xem hình 4-1).



Hình 4-1

Giữa tần số góc ω và tần số dao động f liên hệ với nhau bởi biểu thức:

$$\omega = 2\pi f, \quad (4-2)$$

còn giữa tần số f và chu kỳ T của dao động có liên hệ với nhau bởi biểu thức:

$$T = \frac{1}{f} \quad (4-3)$$

Trong kỹ thuật viễn thông, thông tin được truyền đi dưới dạng sóng điện từ. Tốc độ truyền sóng điện từ trong không gian tự do bằng tốc độ ánh sáng $C = 3.10^8$ m/s. Quãng đường mà sóng điện từ đi được trong khoảng thời gian một chu kỳ của dao động được gọi là bước sóng λ :

$$\lambda = CT = \frac{C}{f} \quad (4-4)$$

Tùy thuộc vào độ dài bước sóng, người ta phân chia dải sóng vô tuyến điện thành các dải sóng dài, sóng trung, sóng ngắn, sóng cực ngắn, hay dải sóng siêu cao tần (xem bảng 4-1).

Bảng 4-1

Dải sóng	Tham số	
	Tần số (f)	Bước sóng (λ)
Sóng dài	(30 ÷ 300) kHz	(10^4 ÷ 10^3) m
Sóng trung	(300 ÷ 3000) kHz	(10^3 ÷ 10^2) m
Sóng ngắn	(3 ÷ 30) MHz	(10^2 ÷ 10) m
Sóng cực ngắn	lớn hơn 30 MHz	Nhỏ hơn 10 m

Đối với các dòng điện biến thiên có chu kỳ, để so sánh tác dụng của nó về mặt năng lượng so với dòng điện một chiều, người ta đưa vào khái niệm giá trị hiệu dụng của dòng điện. Giá trị hiệu dụng của dòng điện biến thiên có chu kỳ ký hiệu là I , bằng giá trị trung bình bình phương của dòng điện đó trong một chu kỳ:

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt} \quad (4-5)$$

Thực hiện bình phương cả hai vế của biểu thức (4-5), sau đó nhân cả hai vế với tích RT (T là chu kỳ của dao động), ta nhận được:

$$I^2 RT = \int_0^T i^2 R dt \quad (4-6)$$

Từ biểu thức (4-6) có thể suy ra ý nghĩa giá trị hiệu dụng của dòng điện biến thiên có chu kỳ: Giá trị hiệu dụng của dòng điện biến thiên có chu kỳ bằng giá trị của dòng điện một chiều, sao

cho năng lượng do dòng điện biến thiên có chu kỳ tỏa ra trên điện trở R trong khoảng thời gian một chu kỳ, đúng bằng năng lượng do dòng điện một chiều tỏa ra cùng trên điện trở đó, trong khoảng thời gian đó.

Đối với dòng điện hình sin:

$$i = I_m \cos(\omega t + \varphi_i)$$

thay vào biểu thức (4-6) và lấy tích phân, ta nhận được:

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \quad (4-7)$$

Tương tự, ta cũng nhận được giá trị hiệu dụng của các điện áp và sức điện động hình sin:

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}; \quad E = \frac{E_m}{\sqrt{2}}$$

Hiện tượng giữa hai dao động hình sin (cùng tần số) không đồng thời đạt được giá trị cực đại, hoặc cực tiểu của nó được gọi là hiện tượng lệch pha giữa hai dao động. Góc lệch pha giữa hai dao động hình sin ký hiệu là φ được xác định bằng hiệu giữa hai góc pha của chúng:

Xét hai dao động hình sin:

$$u_1 = U_{1m} \cos(\omega t + \varphi_1),$$

$$u_2 = U_{2m} \cos(\omega t + \varphi_2),$$

góc lệch pha giữa hai dao động hình sin u_1, u_2 là:

$$\varphi = (\omega t + \varphi_1) - (\omega t + \varphi_2) = \varphi_1 - \varphi_2 \quad (4-8)$$

Vậy góc lệch pha giữa hai dao động hình sin, cùng tần số, bằng hiệu giữa hai góc pha đầu của nó.

Trong biểu thức (4-8), nếu giá trị:

$\varphi > 0$, ta nói dao động u_1 vượt trước dao động u_2 ,

$\varphi < 0$, ta nói dao động u_1 chậm sau dao động u_2 ,

$\varphi = \pm 90^\circ$ ta nói các dao động u_1, u_2 vuông pha nhau,

$\varphi = \pm 180^\circ$ ta nói các dao động u_1, u_2 ngược pha nhau,

$\varphi = 0$ ta nói các dao động u_1, u_2 đồng pha nhau.

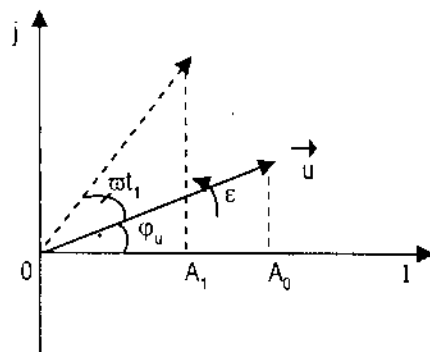
§4-2. BIỂU DIỄN DAO ĐỘNG HÌNH SIN BẰNG VÉCTƠ VÀ BẰNG SỐ PHỨC

4-2.1. Biểu diễn dao động hình sin bằng véctơ

Xét dao động hình sin:

$$u = U_m \cos(\omega t + \varphi_u) \quad (4-9)$$

Trong mặt phẳng phức trên hệ trục tọa độ $1, j$, ta dựng một vectơ $\vec{u}$, bắt đầu từ điểm O , có độ dài tỷ lệ với biên độ của dao động hình sin: $U_m(|\vec{u}| = kU_m$ với k là hệ số tỷ lệ) và hợp với trục thực $O1$ một góc bằng góc pha đầu của dao động hình sin φ_u (xem hình 4-2).



Hình 4-2

Xét hình chiếu của vectơ $\vec{u}$ trên trục thực $O1$:

$$\text{ch}_{O1} \vec{u} = A_0 = kU_m \cos \varphi_u$$

Cho vectơ $\vec{u}$ quay quanh gốc tọa độ với vận tốc góc bằng tần số góc của dao động hình sin (ω) theo chiều ngược chiều quay kim đồng hồ và xét hình chiếu của vectơ $\vec{u}$ trên trục thực $O1$ tại các thời điểm khác nhau:

- tại thời điểm $t = t_1$: $\text{ch}_{O1} \vec{u} = A_1 = kU_m \cos(\omega t_1 + \varphi_u)$
- tại thời điểm $t = t_2$: $\text{ch}_{O1} \vec{u} = kU_m \cos(\omega t_2 + \varphi_u)$
- tại thời điểm t bất kỳ: $\text{ch}_{O1} \vec{u} = kU_m \cos(\omega t + \varphi_u)$

Giả sử hệ số tỷ lệ $k = 1$, thì khi vectơ $\vec{u}$ quay quanh gốc tọa độ với vận tốc góc ω bằng tần số góc của dao động hình sin theo chiều ngược chiều quay kim đồng hồ, hình chiếu của vectơ $\vec{u}$ trên trục thực $O1$ sẽ xác định giá trị tức thời của dao động hình sin. Chúng ta nói vectơ quay $\vec{u}$ (hình 4-2) biểu diễn dao động hình sin (4-9), hay dao động hình sin (4-9) được biểu diễn bằng vectơ quay.

Tổ hợp các vectơ biểu diễn các dao động hình sin của mạch điện trên cùng một hệ trục tọa độ được gọi là đồ thị vectơ của mạch.

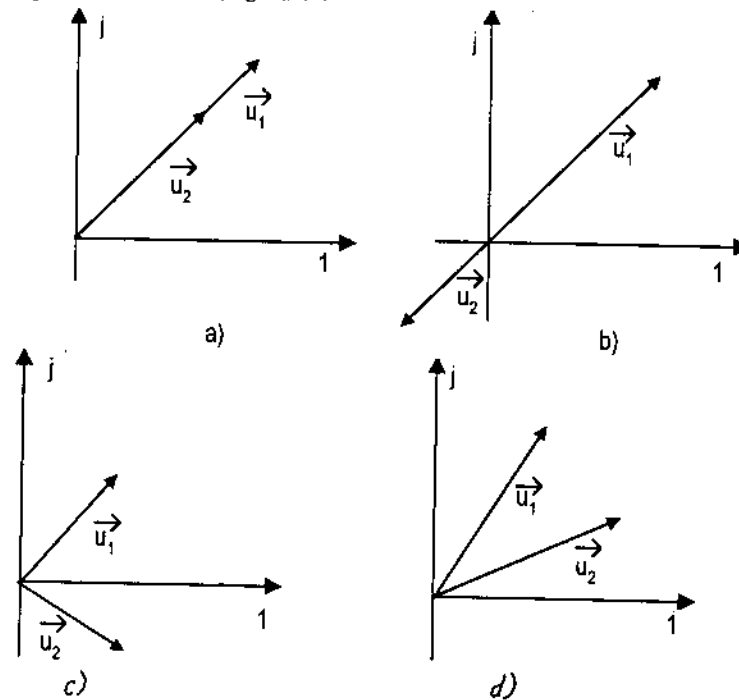
Đối với các dao động hình sin có cùng tần số, vị trí tương đối giữa các vectơ biểu diễn chúng sẽ không thay đổi. Do đó để thuận tiện trên đồ thị vectơ của mạch điện, người ta thường biểu diễn các vectơ ứng với các dao động trong mạch tại thời điểm $t = 0$.

Trên hình (4-3) biểu diễn đồ thị vectơ của hai dao động hình sin:

$$u_1 = U_{1m} \cos(\omega t + \varphi_1),$$

$$u_2 = U_{2m} \cos(\omega t + \varphi_2), \quad (4-10)$$

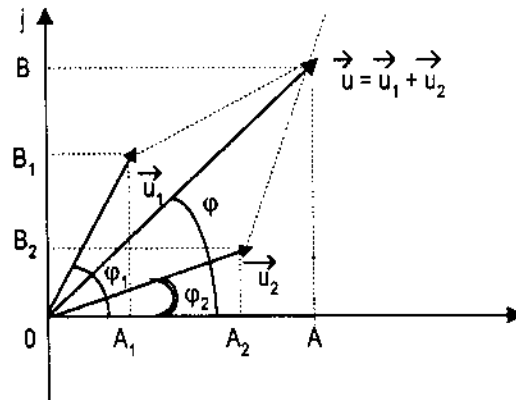
trong các trường hợp hai dao động u_1 và u_2 trùng pha nhau (a), ngược pha nhau (b), vuông pha nhau (c), và dao động u_1 vượt pha trước dao động u_2 (d).



Hình 4-3

Biểu diễn các dao động hình sin bằng vectơ, ngoài việc cho thấy một cách trực quan quan hệ giữa các dao động trong mạch điện, nó còn cho phép cộng trừ các dao động hình sin bằng cách cộng trừ các vectơ biểu diễn chúng.

Thí dụ: đòi hỏi cộng hai dao động hình sin (4-10), đồ thị vectơ biểu diễn các dao động trên hình 4-4.



Hình 4-4

Từ hình vẽ, ta có:

$$\text{ch}_{oi} \vec{u} = OA_1 = U_{1m} \cos \varphi_1$$

$$\text{ch}_{oj} \vec{u} = OB_1 = U_{1m} \sin \varphi_1$$

$$\text{ch}_{oi} \vec{u}_2 = OA_2 = U_{2m} \cos \varphi_2$$

$$\text{ch}_{oj} \vec{u}_2 = OB_2 = U_{2m} \sin \varphi_2$$

$$\text{ch}_{oi} \vec{u} = \text{ch}_{oi} (\vec{u}_1 + \vec{u}_2) = OA = U_m \cos \varphi$$

$$\text{ch}_{oj} \vec{u} = \text{ch}_{oj} (\vec{u}_1 + \vec{u}_2) = OB = U_m \sin \varphi$$

Vì: $OA = OA_1 + OA_2,$

$$OB = OB_1 + OB_2,$$

nên $U_m \cos \varphi = U_{1m} \cos \varphi_1 + U_{2m} \cos \varphi_2,$

$$U_m \sin \varphi = U_{1m} \sin \varphi_1 + U_{2m} \sin \varphi_2$$

Do đó độ dài vectơ tổng: $\vec{u} = \vec{u}_1 + \vec{u}_2$

$$\begin{aligned} U_m &= \sqrt{(U_{1m} \cos \varphi_1 + U_{2m} \cos \varphi_2)^2 + (U_{1m} \sin \varphi_1 + U_{2m} \sin \varphi_2)^2} \\ &= \sqrt{U_{1m}^2 + 2U_{1m}U_{2m} \cos(\varphi_1 - \varphi_2)} \end{aligned} \quad (4-11)$$

$$\text{tg} \varphi = \frac{U_{1m} \sin \varphi_1 + U_{2m} \sin \varphi_2}{U_{1m} \cos \varphi_1 + U_{2m} \cos \varphi_2} \quad (4-12)$$

Rõ ràng rằng nếu các vectơ $\vec{u}_1, \vec{u}_2$ biểu diễn các dao động hình sin (4-10), thì vectơ $\vec{u} = \vec{u}_1 + \vec{u}_2$ sẽ biểu diễn dao động hình sin:

$$u = U_m \cos(\omega t + \varphi) \quad (4-13)$$

với các giá trị biên độ U_m và góc pha đầu được xác định bởi các biểu thức (4-11) và (4-12) tương ứng. Dễ dàng thấy rằng dao động hình sin (4-13) chính là tổng của hai dao động hình sin (4-10). Thật vậy:

$$\begin{aligned} u_1 + u_2 &= U_{1m} \cos(\omega t + \varphi_1) + U_{2m} \cos(\omega t + \varphi_2) \\ &= U_{1m} \cos \varphi_1 \cos \omega t - U_{1m} \sin \varphi_1 \sin \omega t + U_{2m} \cos \varphi_2 \cos \omega t - U_{2m} \sin \varphi_2 \sin \omega t \\ &= (U_{1m} \cos \varphi_1 + U_{2m} \cos \varphi_2) \cos \omega t - (U_{1m} \sin \varphi_1 + U_{2m} \sin \varphi_2) \sin \omega t \quad (4-14) \end{aligned}$$

Đặt:

$$\left. \begin{aligned} U_{1m} \cos \varphi_1 + U_{2m} \cos \varphi_2 &= U_m \cos \varphi \\ U_{1m} \sin \varphi_1 + U_{2m} \sin \varphi_2 &= U_m \sin \varphi \end{aligned} \right\} \quad (4-15)$$

$$U_m = \sqrt{U_{1m}^2 + U_{2m}^2 + 2U_{1m}U_{2m}\cos(\varphi_1 - \varphi_2)} \quad (4-16)$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{U_{1m} \sin \varphi_1 + U_{2m} \sin \varphi_2}{U_{1m} \cos \varphi_1 + U_{2m} \cos \varphi_2} \quad (4-17)$$

Nếu trong biểu thức (4-14), thực hiện thay các thừa số:

$$U_{1m} \cos \varphi_1 + U_{2m} \cos \varphi_2 = U_m \cos \varphi; \quad U_{1m} \sin \varphi_1 + U_{2m} \sin \varphi_2 = U_m \sin \varphi,$$

từ biểu thức (4-15), và sau khi biến đổi ta sẽ nhận được:

$$u = u_1 + u_2 = U_m \cos(\omega t + \varphi)$$

với các giá trị biên độ U_m và góc pha đầu φ được xác định theo các biểu thức (4-16) và (4-17) tương ứng.

4-2.2. Biểu diễn dao động hình sin bằng số phức

Xét dao động hình sin:

$$u = U_m \cos(\omega t + \varphi) \quad (4-18)$$

Theo công thức Euler, dao động hình sin (4-18) có thể viết dưới dạng:

$$u = \operatorname{Re}[U_m e^{j(\omega t + \varphi)}] \quad (4-19)$$

trong đó ký hiệu Re là toán tử phần thực,

Biểu thức (4-19) lại có thể viết:

$$\begin{aligned} u &= \operatorname{Re}\left[\dot{U}_m e^{jp} \cdot e^{j\omega t}\right] \\ &= \operatorname{Re}\left[\dot{U}_m e^{j\omega t}\right] \end{aligned}$$

ở đây: $\dot{U}_m = U_m e^{jp}$ (4-20)

là giá trị biên độ phức của dao động hình sin (4-18).

Giá trị biên độ phức của dao động hình sin là một số phức, có môđun bằng biên độ của dao động hình sin và argument bằng góc pha đầu của dao động hình sin.

Bởi vậy, một dao động hình sin tần số đã biết, hoàn toàn được xác định nếu biết giá trị biên độ phức của nó, ngược lại, cho dao động hình sin, dễ dàng xác định giá trị biên độ phức của nó.

Thí dụ, dao động hình sin tương ứng với giá trị biên độ phức $\dot{U}_m = 20e^{-j45^\circ}$ sẽ là:

$$u = 20 \cos(\omega t - 45^\circ),$$

ngược lại, dao động hình sin:

$$u = 50 \cos(\omega t + 30^\circ),$$

có giá trị biên độ phức:

$$\dot{U}_m = 50e^{j30^\circ}$$

Chia cả hai vế của biểu thức (4-20) cho $\sqrt{2}$, ta nhận được:

$$\frac{\dot{U}}{\sqrt{2}} = \frac{\dot{U}e^{jp}}{\sqrt{2}}$$

hay: $\dot{U} = \dot{U}e^{jp}$ (4-21)

Giá trị $\dot{U}$ được gọi là giá trị hiệu dụng phức của dao động hình sin (4-18). Nó là một số phức có môđun bằng giá trị hiệu dụng của dao động hình sin và argument bằng góc pha đầu của dao động hình sin.

Biểu diễn các dao động hình sin bằng số phức, giá trị biên độ phức, hoặc hiệu dụng phức cho phép cộng trừ các dao động hình sin bằng cách cộng trừ các giá trị biên độ phức, hoặc các giá trị hiệu dụng phức của nó. Hơn nữa, biểu diễn các dao động hình sin bằng số phức cho phép coi các nguồn tác động hình sin như các nguồn tác động có dạng hàm số mũ. Điều này đặc biệt có lợi khi phân tích mạch điện dưới tác động của các nguồn tác động hình sin mà chúng ta sẽ xét kỹ ở các phần tiếp sau. Tại đây chỉ xét thí dụ cộng hai dao động hình sin.

Thí dụ, cộng hai dao động hình sin (4-10).

Các dao động hình sin (4-10) có thể viết dưới dạng:

$$u_1 = \operatorname{Re} \left[\dot{U}_{1m} e^{j\omega t} \right]$$

$$u_2 = \operatorname{Re} \left[\dot{U}_{2m} e^{j\omega t} \right]$$

$$\text{Do đó: } u_1 + u_2 = \operatorname{Re} \left[\dot{U}_{1m} e^{j\omega t} \right] + \operatorname{Re} \left[\dot{U}_{2m} e^{j\omega t} \right] = \operatorname{Re} \left[(\dot{U}_{1m} + \dot{U}_{2m}) e^{j\omega t} \right] \quad (4-22)$$

Vì rằng tổng của hai dao động hình sin cùng tần số cũng là dao động hình sin cùng tần số, nên dao động tổng của hai dao động hình sin (4-10) lại có thể viết:

$$u = u_1 + u_2 = U_m \cos(\omega t + \varphi_1) + U_{2m} \cos(\omega t + \varphi_2)$$

$$= U_m \cos(\omega t + \varphi) = \operatorname{Re} \left[\dot{U}_m e^{j\omega t} \right] \quad (4-23)$$

So sánh các biểu thức (4-22) và (4-23), ta nhận được:

$$\dot{U}_m = \dot{U}_{1m} + \dot{U}_{2m} = U_{1m} e^{j\varphi_1} + U_{2m} e^{j\varphi_2} = U_{1m} \cos \varphi_1 + U_{2m} \cos \varphi_2 + j(U_{1m} \sin \varphi_1 + U_{2m} \sin \varphi_2)$$

Từ đây suy ra:

$$U_m = \sqrt{U_{1m}^2 + U_{2m}^2 + 2U_{1m}U_{2m}\cos(\varphi_1 - \varphi_2)},$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{U_{1m} \sin \varphi_1 + U_{2m} \sin \varphi_2}{U_{1m} \cos \varphi_1 + U_{2m} \cos \varphi_2}$$

Rõ ràng rằng kết quả trên trùng với kết quả đã nhận được khi thực hiện cộng trực tiếp hai dao động hình sin. Vậy, giá trị biên độ phức, hoặc hiệu dụng phức của dao động tổng (hiệu) hai dao động hình sin, bằng tổng (hiệu) các giá trị biên độ phức, hoặc hiệu dụng phức của các dao động hình sin thành phần. Hay nói cách khác, có thể cộng (trừ) các dao động hình sin bằng cách cộng (trừ) các giá trị biên độ phức, hoặc hiệu dụng phức của chúng.

54-3. PHÂN TÍCH MẠCH ĐIỆN DƯỚI TÁC ĐỘNG CỦA CÁC NGUỒN ĐIỆN HÌNH SIN BẰNG SỐ PHỨC

4-3.1. Toán tử nhánh - Định luật Ohm và Kiếckhốp dạng phức

a) Toán tử nhánh

Nếu bỏ qua ký hiệu toán tử phần thực (Re) có thể coi các nguồn tác động hình sin là các nguồn tác động có dạng hàm số mũ dạng (3-14), trong đó hằng số E là giá trị biên độ phức, hoặc hiệu dụng phức của nguồn tác động hình sin; số mũ s là tích của tần số góc ω của nguồn tác động hình sin và đơn vị ảo j ($s = j\omega$). Do đó phù hợp với các kết quả đã nhận được ở chương 3, toán tử nhánh.

$$z_k = R_k + j\omega L_k + \frac{1}{j\omega C_k} = Z_k(j\omega),$$

và được gọi là tổng trở phức của nhánh.

Thông thường, để cho gọn ta không viết $Z_k(j\omega)$, mà viết:

$$Z_k = R_k + j\omega L_k + \frac{1}{j\omega C_k} = R_k + j(\omega L_k - \frac{1}{\omega C_k}) = R_k + j(X_{Lk} - X_{Ck}) = R_k + jX_k \quad (4-24)$$

trong đó:

$X_{Lk} = \omega L_k$ là điện kháng điện cảm, hay cảm kháng,

$X_{Ck} = \frac{1}{\omega C_k}$ là điện kháng điện dung, hay dung kháng,

$j\omega L_k, -\frac{j}{\omega C_k}$ là tổng trở phức của phần tử điện cảm và phần tử điện dung tương ứng;

R_k là thành phần tác dụng của tổng trở phức Z_k ,

X_k là thành phần phản kháng của tổng trở phức Z_k .

Tổng trở phức Z_k ở (4-24), có thể viết dưới dạng:

$$Z_k = |Z_k|e^{j\varphi_{z_k}} \quad (4-25)$$

trong đó $|Z_k| = \sqrt{R_k^2 + X_k^2}$ là môđun của tổng trở phức z_k ,

$\varphi_{z_k} = \arctg \frac{X_k}{R_k}$ là argument của tổng trở phức Z_k .

Nghịch đảo của toán tử nhánh $z_k^{-1} = \frac{1}{Z_k} = Y_k$ gọi là tổng dẫn phức của nhánh. Tổng dẫn

phức của nhánh Y_k là một số phức, nên có thể viết dưới dạng:

$$Y_k = g_k + jb_k = y_k e^{j\varphi_{y_k}} \quad (4-26)$$

trong đó g_k là thành phần tác dụng của tổng dẫn phức Y_k ,

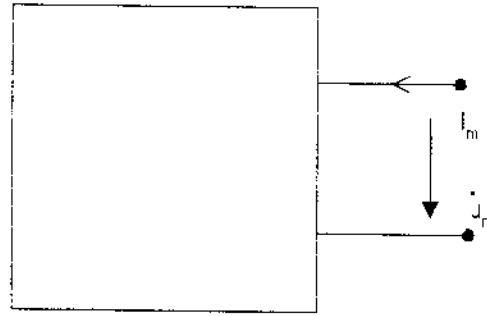
b_k là thành phần phản kháng của tổng dẫn phức Y_k ,

$y_k = \sqrt{g_k^2 + b_k^2}$ là môđun của tổng dẫn phức Y_k

$\varphi_{y_k} = \arctg \frac{b_k}{g_k}$ là argument của tổng dẫn phức Y_k .

Người ta cũng định nghĩa tổng trở và tổng dẫn phức của mạng hai cực không nguồn.

Tổng trở phức của mạng hai cực không nguồn, ký hiệu là Z , là tỉ số giữa giá trị biên độ phức hoặc hiệu dụng phức của điện áp và dòng điện trên các cực của mạng hai cực (xem hình 4-5).



Hình 4-5

$$Z = \frac{\dot{U}_m}{\dot{I}_m} = \frac{\dot{U}}{\dot{I}}$$

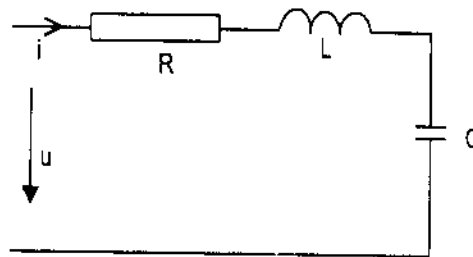
Nghịch đảo của tổng trở phức là tổng dẫn phức của mạng hai cực không nguồn:

$$Y = \frac{1}{Z} = \frac{\dot{I}_m}{\dot{U}_m} = \frac{\dot{I}}{\dot{U}}$$

b) Định luật Ohm dạng phức

Xét mạch gồm ba phần tử R, L, C mắc nối tiếp (hình 4-6). Theo định luật Kiêckhốp 2, ta có:

$$u = Ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i dt, \text{ hay } u = \varphi i \quad (4-27)$$



Hình 4-6

Khi điện áp và dòng điện biến thiên theo quy luật hình sin, thay toán tử nhánh φ bằng tổng trở phức Z , và viết dòng điện, điện áp dưới dạng số phức, ta được:

$$\text{Re} \left[\dot{U}_m e^{j\omega t} \right] = Z \cdot \text{Re} \left[\dot{I}_m e^{j\omega t} \right] = \text{Re} \left[Z \dot{I}_m e^{j\omega t} \right]$$

Bỏ qua ký hiệu toán tử phần thực (Re) và chia cả 2 vế của biểu thức trên cho thừa số $e^{j\omega t}$, ta được:

$$\dot{U}_m = Z \dot{I}_m$$

hay:

$$\dot{I}_m = \frac{\dot{U}_m}{Z} \quad (4-28)$$

Biểu thức (4-28) là biểu thức của định luật Ohm dạng biên độ phức.

Chia cả hai vế của biểu thức (4-28) cho $\sqrt{2}$, ta nhận được:

$$\dot{i} = \frac{\dot{U}}{Z} \quad (4-29)$$

Biểu thức (4-29) là biểu thức của định luật Ohm dạng hiệu dụng phức.

Biểu thức (4-28) có thể viết dưới dạng:

$$I_m e^{j\varphi_i} = \frac{U_m e^{j\varphi_u}}{|Z| e^{j\varphi_z}} = \frac{U_m}{|Z|} e^{j(\varphi_u - \varphi_z)} \quad (4-30)$$

trong đó $|Z|$ là môđun của tổng trở phức Z ; φ_z là argument của tổng trở phức Z .

Từ (4-30) ta nhận được:

$$I_m = \frac{U_m}{|Z|} \quad (4-31)$$

Biểu thức (4-31) là biểu thức của định luật Ohm dưới dạng biên độ.

Chia cả hai vế của biểu thức (4-31) cho $\sqrt{2}$, ta nhận được:

$$I = \frac{U}{|Z|} \quad (4-32)$$

Biểu thức (4-32) là biểu thức của định luật Ohm dưới dạng giá trị hiệu dụng.

Cũng từ biểu thức (4-30) ta suy ra:

$$\varphi_i = \varphi_u - \varphi_z,$$

hay góc lệch pha giữa điện áp và dòng điện chạy trong mạch:

$$\varphi = \varphi_u - \varphi_i = \varphi_z,$$

nghĩa là góc lệch pha giữa điện áp và dòng điện chạy trong mạch được xác định bởi argument của tổng trở phức của mạch.

c) Các định luật Kiêckhốp dạng phức

Trường hợp điện áp và dòng điện trong mạch biến thiên theo quy luật hình sin, các biểu thức của các định luật Kiêckhốp 1 và 2 [(1-11), (1-15)] có thể viết dưới dạng:

$$\sum \operatorname{Re} \left[\dot{I}_{km} e^{j\omega t} \right] = 0 \quad (4-33)$$

$$\sum \operatorname{Re} \left[\dot{U}_{km} e^{j\omega t} \right] = \sum \operatorname{Re} \left[\dot{E}_{km} e^{j\omega t} \right] \quad (4-34)$$

hay:

hay dưới dạng ma trận:

$$[Z] \begin{bmatrix} \dot{I}_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{E}_m \end{bmatrix} \quad (4-40)$$

trong đó $\begin{bmatrix} \dot{I}_m \end{bmatrix}$ là véc tơ ma trận cột, mỗi phần tử của nó là các giá trị biên độ phức của các dòng

điện mạch vòng: $\begin{bmatrix} \dot{I}_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{I}_{m1} \dot{I}_{m2} \dots \dot{I}_{mM} \end{bmatrix}^T$.

$\begin{bmatrix} \dot{E}_m \end{bmatrix}$ là véc tơ ma trận cột, mỗi phần tử của nó là tổng đại số các giá trị biên độ phức của

các nguồn điện áp tác động nằm trong các nhánh của mạch vòng tương ứng:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{E}_m \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \dot{E}_{m11} \dot{E}_{m22} \dots \dot{E}_{mMM} \end{bmatrix}^T, \\ [Z] &= \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \dots & Z_{1M} \\ Z_{21} & Z_{22} & \dots & Z_{2M} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ Z_{M1} & Z_{M2} & \dots & Z_{MM} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4-41)$$

là ma trận tổng trở phức của mạch.

Ma trận tổng trở phức $[Z]$ của mạch là ma trận vuông đối xứng qua đường chéo chính. Các phần tử nằm trên đường chéo chính Z_{kk} là tổng các tổng trở phức của các nhánh thuộc mạch vòng k , còn gọi là tổng trở phức của mạch vòng. Z_{kk} luôn mang dấu dương (+); các phần tử nằm ngoài đường chéo chính $Z_{kr} \ (k \neq r) = Z_{rk}$ là tổng trở phức nhánh chung giữa mạch vòng thứ k và mạch vòng thứ r . Z_{kr} mang dấu dương (+) khi dòng điện mạch vòng k và dòng điện mạch vòng r qua nhánh chung cùng chiều, ngược lại Z_{kr} mang dấu âm (-). Hệ phương trình (4-39) phù hợp khi sử dụng giá trị biên độ phức của các nguồn tác động. Còn khi sử dụng giá trị hiệu dụng phức của các nguồn tác động, ta sẽ nhận được hệ phương trình dòng điện mạch vòng dạng hiệu dụng phức:

$$\begin{cases} Z_{11} \dot{I}_1 + Z_{12} \dot{I}_2 + \dots + Z_{1M} \dot{I}_M = \dot{E}_{11} \\ Z_{21} \dot{I}_1 + Z_{22} \dot{I}_2 + \dots + Z_{2M} \dot{I}_M = \dot{E}_{22}, \\ \dots \dots \dots \\ Z_{M1} \dot{I}_1 + Z_{M2} \dot{I}_2 + \dots + Z_{MM} \dot{I}_M = \dot{E}_{MM}, \end{cases} \quad (4-42)$$

hay dưới dạng ma trận:

$$[Z] \begin{bmatrix} \dot{I} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{E} \end{bmatrix} \quad (4-43)$$

b) Hệ phương trình điện thế điểm nút:

$$\begin{cases} \dot{\varphi}_{m1} Y_{11} + \dot{\varphi}_{m2} Y_{12} + \dots + \dot{\varphi}_{mN} Y_{1N} = \dot{J}_{m1} \\ \dot{\varphi}_{m1} Y_{21} + \dot{\varphi}_{m2} Y_{22} + \dots + \dot{\varphi}_{mN} Y_{2N} = \dot{J}_{m2} \\ \dots\dots\dots \\ \dot{\varphi}_{m1} Y_{N1} + \dot{\varphi}_{m2} Y_{N2} + \dots + \dot{\varphi}_{mN} Y_{NN} = \dot{J}_{mN} \end{cases} \quad (4-44)$$

hay dưới dạng ma trận:

$$[Y] \begin{bmatrix} \dot{\varphi}_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{J}_m \end{bmatrix} \quad (4-45)$$

trong đó $\begin{bmatrix} \dot{\varphi}_m \end{bmatrix}$ là vectơ ma trận cột, mỗi phần tử của nó là giá trị biên độ phức của điện thế các nút của mạch so với điện thế nút gốc của mạch bằng không.

$$\begin{bmatrix} \dot{\varphi}_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\varphi}_{m1} & \dot{\varphi}_{m2} & \dots & \dot{\varphi}_{mN} \end{bmatrix}^T$$

$\begin{bmatrix} \dot{J}_m \end{bmatrix}$ là vectơ ma trận cột, mỗi phần tử của nó là tổng đại số các giá trị biên độ phức của các nguồn dòng đẳng trị nối với nút tương ứng:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{J}_m \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \dot{J}_{1m} & \dot{J}_{2m} & \dots & \dot{J}_{Nm} \end{bmatrix}^T \\ [Y] &= \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \dots & Y_{1N} \\ Y_{21} & Y_{22} & \dots & Y_{2N} \\ \dots\dots\dots \\ Y_{N1} & Y_{N2} & \dots & Y_{NN} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4-46)$$

là ma trận tổng dẫn của mạch. Ma trận tổng dẫn $[Y]$ của mạch là ma trận vuông đối xứng qua đường chéo chính. Các phần tử nằm trên đường chéo chính Y_{kk} là tổng các tổng dẫn phức của các nhánh nối với nút k tương ứng, các phần tử nằm trên đường chéo chính luôn mang dấu dương (+). Các phần tử nằm ngoài đường chéo chính $Y_{kr(r \neq k)} = Y_{rk}$ là tổng dẫn phức của nhánh nối giữa nút k và nút r , các phần tử nằm ngoài đường chéo chính luôn mang dấu âm (-). Hệ phương trình điện thế điểm nút của mạch (4-44) phù hợp khi sử dụng các giá trị biên độ phức của các nguồn dòng đẳng trị. Còn khi sử dụng các giá trị hiệu dụng phức của nguồn dòng đẳng trị, phương trình điện thế điểm nút của mạch sẽ có dạng:

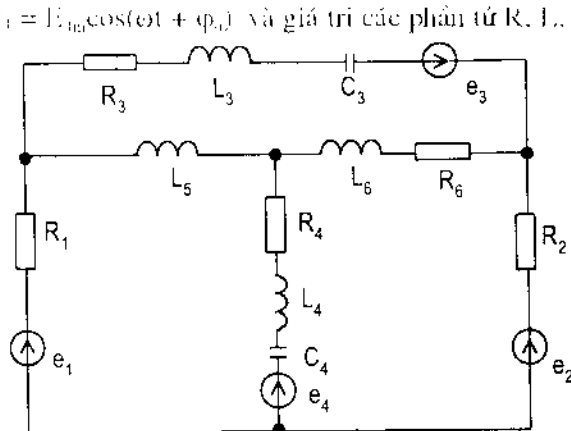
$$\begin{cases} \dot{\varphi}_1 Y_{11} + \dot{\varphi}_2 Y_{12} + \dots + \dot{\varphi}_N Y_{1N} = \dot{J}_1 \\ \dot{\varphi}_1 Y_{21} + \dot{\varphi}_2 Y_{22} + \dots + \dot{\varphi}_N Y_{2N} = \dot{J}_2 \\ \dots\dots\dots \\ \dot{\varphi}_1 Y_{N1} + \dot{\varphi}_2 Y_{N2} + \dots + \dot{\varphi}_N Y_{NN} = \dot{J}_N \end{cases}$$

hay dưới dạng ma trận:

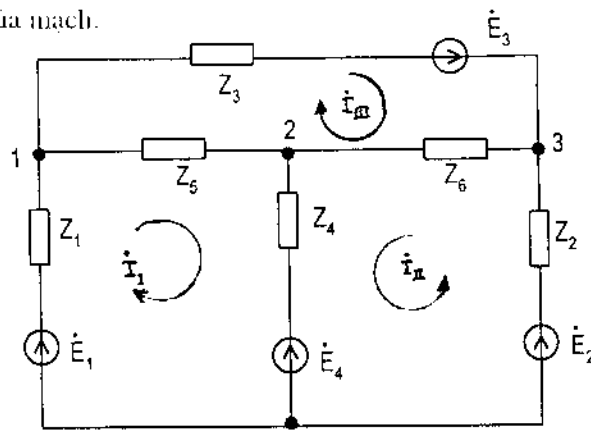
$$[Y] \begin{bmatrix} \dot{\varphi} \end{bmatrix} = [J] \quad (4-48)$$

Dưới đây ta xét một thí dụ:

Thiết lập hệ phương trình dòng điện mạch vòng và hệ phương trình điện thế điểm nút của mạch điện (hình 4-7) nếu biết: $e_1 = E_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$; $e_3 = E_3 \cos(\omega t + \varphi_3)$; $e_4 = E_4 \cos(\omega t + \varphi_4)$; $e_2 = E_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$ và giá trị các phần tử R, L, C của mạch.



Hình 4-7



Hình 4-8

Để thuận tiện cho việc thiết lập các hệ phương trình, ta vẽ lại mạch dưới dạng hình (4-8), trong đó:

$$\dot{E}_1 = E_1 e^{j\varphi_1}; \dot{E}_2 = E_2 e^{j\varphi_2}; \dot{E}_3 = E_3 e^{j\varphi_3}; \dot{E}_4 = E_4 e^{j\varphi_4}$$

là các giá trị hiệu dụng phức của các nguồn tác động;

$$Z_1 = R_1; Z_2 = R_2 + j\left(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2}\right); Z_3 = j\omega L_3$$

$$Z_4 = R_4; Z_5 = R_5 + j\left(\omega L_5 - \frac{1}{\omega C_5}\right); Z_6 = j\omega L_6 + R_6$$

là các tổng trở phức của các nhánh của mạch.

Chọn các mạch vòng độc lập và chiều các dòng điện mạch vòng như ở hình 4-8, ta thiết lập được hệ phương trình dòng điện mạch vòng của mạch:

$$\begin{bmatrix} (Z_1 + Z_4 + Z_5) & Z_4 & -Z_5 \\ Z_4 & (Z_4 + Z_6 + Z_2) & Z_6 \\ -Z_5 & Z_6 & (Z_3 + Z_5 + Z_6) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \\ \dot{I}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{E}_1 - \dot{E}_4 \\ \dot{E}_2 - \dot{E}_4 \\ \dot{E}_3 \end{bmatrix} \quad (4-49)$$

Giải hệ phương trình (4-49) ta sẽ xác định được các giá trị hiệu dụng phức của các dòng điện mạch vòng. Từ đó xác định được giá trị hiệu dụng phức cũng như giá trị tức thời của dòng điện trong các nhánh.

Tương tự, nếu đánh số thứ tự các nút như trên hình vẽ, chọn nút 0 là nút gốc và cho điện thế nút gốc bằng không, ta sẽ thành lập được hệ phương trình điện thế điểm nút của mạch:

$$\begin{bmatrix} (Y_1 + Y_3 + Y_5) & -Y_5 & -Y_3 \\ -Y_5 & (Y_4 + Y_5 + Y_6) & -Y_6 \\ -Y_3 & -Y_6 & (Y_2 + Y_3 + Y_6) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\varphi}_1 \\ \dot{\varphi}_2 \\ \dot{\varphi}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{E}_1 Y_1 - \dot{E}_3 Y_3 \\ \dot{E}_4 Y_4 \\ \dot{E}_2 Y_2 + \dot{E}_3 Y_3 \end{bmatrix} \quad (4-50)$$

trong đó $Y_k = \frac{1}{Z_k}$ là tổng dẫn phức của nhánh k.

Giải hệ phương trình (4-50) ta sẽ xác định được giá trị hiệu dụng phức của điện thế các nút $\dot{\varphi}_1, \dot{\varphi}_2, \dot{\varphi}_3$ so với nút gốc φ_0 . Từ đây sẽ xác định được giá trị hiệu dụng phức và giá trị tức thời của dòng điện qua các nhánh của mạch.

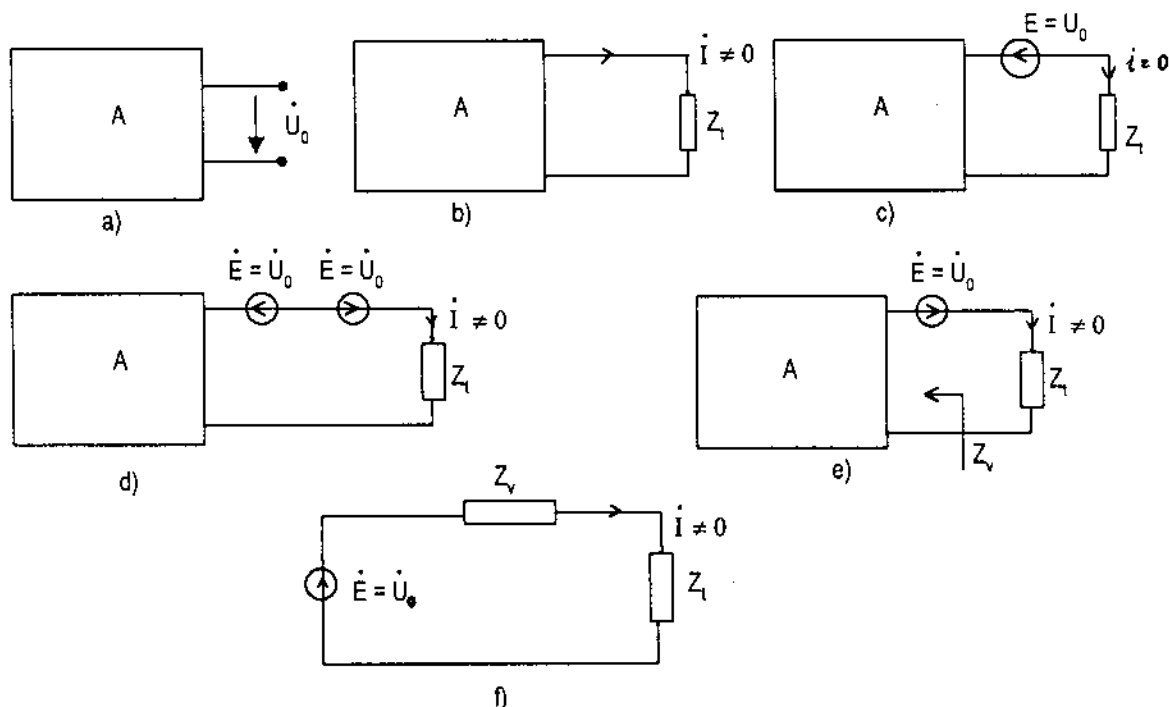
Cần nhấn mạnh rằng, giải hệ phương trình (4-49), (4-50) chỉ cho phép xác định thành phần dao động cưỡng bức của mạch (chế độ xác lập của mạch) khi tác động vào mạch là các nguồn điện hình sin. Trong chế độ quá độ, dao động trong mạch là xấp chồng của hai dao động: dao động tự do và dao động cưỡng bức. Để tìm thành phần dao động tự do trong mạch, ta phải giải các phương trình trạng thái của mạch ứng với vế phải bằng không.

§4-4. ĐỊNH LÝ MÁY PHÁT ĐIỆN ĐẲNG TRỊ

Khi phân tích mạch điện, trong nhiều trường hợp không đòi hỏi tìm phản ứng trên tất cả các phần tử của mạch, mà chỉ đòi hỏi xác định phản ứng trên một phần tử, hoặc một nhánh của mạch. Trong những trường hợp như thế, việc xác định phản ứng nhiều khi sẽ trở nên khá đơn giản nếu áp dụng định lý máy phát điện đẳng trị sau:

Một mạng hai cực có nguồn có thể thay thế tương đương bằng một máy phát điện đẳng trị có sức điện động bằng điện áp đầu ra của mạng hai cực khi hở mạch, mắc nối tiếp với tổng trở bằng tổng trở đầu vào của mạng hai cực khi cho các nguồn tác động bên trong mạng hai cực bằng không.

Thật vậy, giả sử có mạng hai cực có nguồn (hình 4-9a).

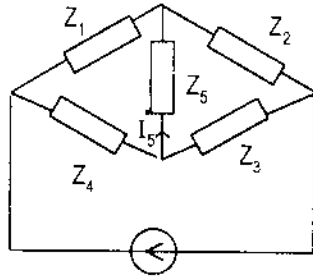


Hình 4-9

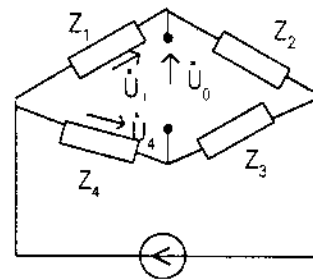
Vì rằng bên trong mạng hai cực có chứa nguồn, nên khi hở mạch, trên hai cực của nó sẽ tồn tại điện áp $\dot{U}_0$ gọi là điện áp hở mạch (xem hình 4-9a). Nếu trên hai cực của mạng hai cực được nối với phụ tải Z_L , thì qua phụ tải sẽ có dòng điện $\dot{I}$ chạy qua (xem hình 4-9b). Nếu trên hai cực của mạng hai cực đồng thời nối với phụ tải Z_L , còn nối nối tiếp với nguồn điện áp có sức điện động đúng bằng điện áp hở mạch $\dot{U}_0$, nhưng tác động ngược lại với chiều tác động của $\dot{U}_0$, thì dòng điện qua phụ tải cũng bằng không (xem hình 4-9c). Để duy trì dòng điện $\dot{I}$ qua phụ tải Z_L , cần mắc thêm một nguồn điện áp có giá trị đúng bằng $\dot{U}_0$ và tác động ngược lại với chiều tác động của nguồn điện áp đã mắc ban đầu (xem hình 4-9d). Vì tác động của nguồn điện áp với sức điện động bằng U_0 ban đầu triệt tiêu với tác động do các nguồn chứa trong mạng hai cực gây ra, nên có thể loại chúng ra khỏi sơ đồ, khi đó mạch đã cho hoàn toàn tương đương với mạch ở hình 4-9e. Một mạng hai cực không nguồn hoàn toàn có thể thay thế tương đương bằng tổng trở đầu vào của nó, có nghĩa là mạch ở hình 4-9e tương đương với mạch ở hình 4-9f. Định lý đã được chứng minh.

Dưới đây, ta xét một thí dụ, áp dụng định lý máy phát điện đẳng trị để tính phản ứng trong mạch điện.

Thí dụ, khi cần tính dòng điện $\dot{I}_5$ qua mạch điện hình 4-10.



Hình 4-10



Hình 4-11

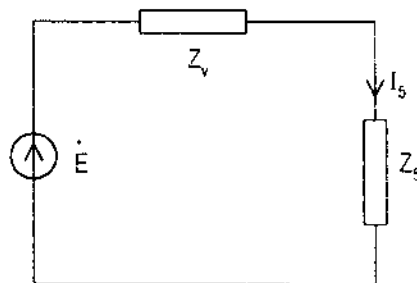
Thực hiện ngắt tổng trở Z_5 ra khỏi sơ đồ, phần mạch còn lại sẽ là mạng hai cực có nguồn (xem hình 4-11).

Thay thế mạng hai cực (hình 4-11) bằng máy phát đẳng trị, ta sẽ có:

$$\dot{E} = \dot{U}_0 = \dot{U}_1 - \dot{U}_4 = \frac{\dot{E} \cdot Z_1}{Z_1 + Z_2} - \frac{\dot{E} \cdot Z_4}{Z_3 + Z_4} = \dot{E} \left(\frac{Z_1}{Z_1 + Z_2} - \frac{Z_4}{Z_3 + Z_4} \right) \quad (4-51)$$

$$Z_v = \frac{Z_1 \cdot Z_2}{Z_1 + Z_2} + \frac{Z_3 \cdot Z_4}{Z_3 + Z_4} \quad (4-52)$$

Do đó, mạch điện đã cho (hình 4-10) tương đương với mạch điện ở hình 4-12, trong đó sức điện động $\dot{E}_0$ và tổng trở Z_v được xác định bởi các biểu thức (4-51) và (4-52) tương ứng.

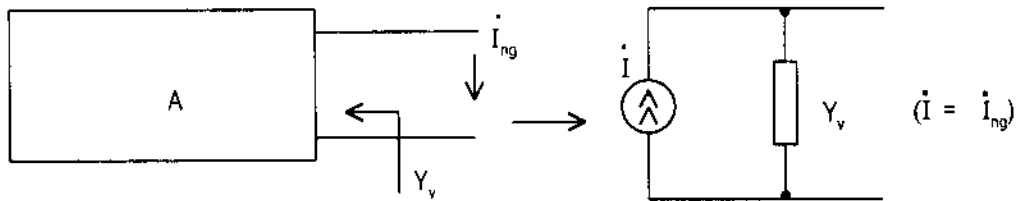


Hình 4-12

Từ đây ta xác định được dòng điện:

$$\dot{I}_5 = \frac{\dot{E}_0}{Z_v + Z_5}$$

Sử dụng phép biến đổi tương đương giữa nguồn điện áp và nguồn dòng điện, có thể phát biểu định lý máy phát điện đẳng trị dưới dạng khác: Một mạng hai cực có nguồn có thể thay thế tương đương bằng nguồn dòng điện có giá trị bằng dòng điện đầu ra của mạng hai cực khi đầu ra ngắn mạch, mắc song song với tổng dẫn bằng tổng dẫn đầu vào của mạng hai cực khi cho các nguồn tác động bên trong mạng hai cực bằng không (xem hình 4-13).



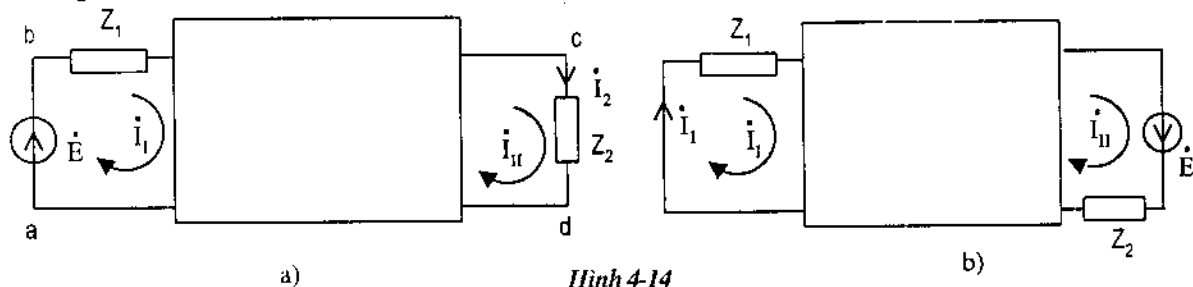
Hình 4-13

Định lý máy phát điện đẳng trị còn gọi là định lý Thevenin và Norton về nguồn tương đương.

§4-5. TÍNH CHẤT TƯƠNG HỖ TRONG MẠCH ĐIỆN TUYẾN TÍNH

Ngoài tính chất xếp chồng, tính chất tương hỗ cũng là tính chất đặc trưng của mạch điện tuyến tính. Tính chất tương hỗ của mạch điện tuyến tính được phát biểu như sau:

Trong mạch điện tuyến tính nếu chỉ có một nguồn điện áp tác động nằm trong nhánh ab, tác động theo chiều từ a đến b và gây ra trên nhánh cd dòng điện $\dot{I}_2$ theo chiều từ c đến d, thì khi chuyển nguồn tác động sang nhánh cd, tác động theo chiều từ c đến d, nó sẽ gây ra dòng điện $\dot{I}_1$ trong nhánh ab theo chiều từ a đến b, và khi đó $\dot{I}_1 = \dot{I}_2$ (xem hình 4-14).



Hình 4-14

Thật vậy, ta thực hiện chọn các mạch vòng độc lập sao cho nhánh chứa Z_1 là nhánh độc lập của mạch vòng thứ nhất, nhánh chứa Z_2 là nhánh độc lập của mạch vòng thứ hai (xem hình 4-14), khi đó, theo công thức (3-21) ta tìm được (đối với mạch ở hình 4-14a).

$$\dot{I}_{II} = \frac{\Delta_{12}}{\Delta} \dot{E} \quad (\text{vì rằng khi này } \dot{E}_{kk(k \neq 0)} = 0; \dot{E}_{11} = \dot{E})$$

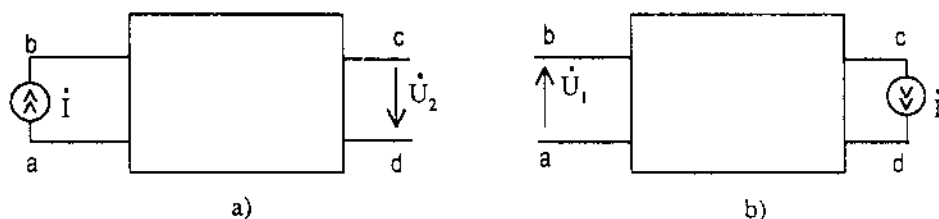
còn đối với mạch ở hình (4-14b):

$$\dot{I}_I = \frac{-\Delta_{21}}{\Delta} \dot{E} \quad (\text{vì khi này } \dot{E}_{kk(k \neq 2)} = 0; \text{ và } \dot{E}_{22} = \dot{E})$$

Đối với mạch điện tuyến tính tương hỗ, ma trận tổng trở của mạch đối xứng qua đường chéo chính nên $\Delta_{12} = \Delta_{21}$, do đó $\dot{I}_1 = \dot{I}_I = \dot{I}_2 = \dot{I}_{II}$.

Áp dụng phép biến đổi tương đương giữa nguồn điện áp và nguồn dòng điện, có thể phát biểu nguyên lý tương hỗ của mạch điện tuyến tính dưới dạng khác:

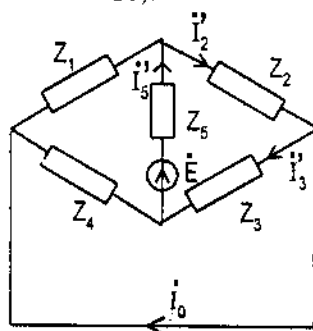
Trong mạch điện tuyến tính nếu chỉ có một nguồn dòng điện tác động đặt giữa 2 điểm ab và gây ra giữa hai điểm cd điện áp $\dot{U}_2$, thì khi chuyển nguồn dòng tác động sang phía cd, nó sẽ gây ra giữa hai điểm ab điện áp $\dot{U}_1$, và khi đó $\dot{U}_1 = \dot{U}_2$ (xem hình 4-15).



Hình 4-15

Ta xét một thí dụ ứng dụng tính chất tương hỗ của mạch điện xác định dòng điện $\dot{I}_s$ trong mạch điện ở hình 4-10.

Theo tính chất tương hỗ trong mạch điện, khi chuyển nguồn điện áp tác động $\dot{E}$ vào nhánh Z_5 , nó sẽ gây ra dòng điện $\dot{I}_0 = \dot{I}_s$ (xem hình 4-16).



Hình 4-16

Từ hình 4-16, ta có:

$$\begin{aligned}\dot{I}_s &= \frac{\dot{E}}{Z_5 + \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2} + \frac{Z_3 Z_4}{Z_3 + Z_4}} \\ \dot{I}_2 &= \frac{\dot{I}_s \cdot Z_1}{Z_1 + Z_2}; \quad \dot{I}_3 = \frac{\dot{I}_s \cdot Z_4}{Z_3 + Z_4}; \\ \dot{I}_0 = \dot{I}_s = \dot{I}_2 \cdot \dot{I}_3 &= \dot{I}_s \left(\frac{Z_1}{Z_1 + Z_2} - \frac{Z_4}{Z_1 + Z_4} \right) \quad (4-53)\end{aligned}$$

Thay $\dot{I}_s$ từ biểu thức (4-53) vào biểu thức trên, ta nhận được:

$$\dot{I}_0 = \frac{\dot{E}}{Z_5 + \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2} + \frac{Z_3 Z_4}{Z_3 + Z_4}} \left(\frac{Z_1}{Z_2 + Z_1} - \frac{Z_4}{Z_3 + Z_4} \right)$$

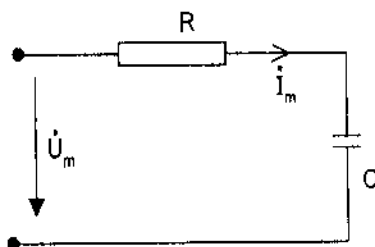
Dễ dàng thấy rằng, kết quả nhận được trùng với kết quả khi tính $\dot{I}_0$ bằng phương pháp máy phát điện đẳng trị.

§4-6. ĐẶC TÍNH TẦN SỐ VÀ HÀM TRUYỀN ĐẠT PHỨC CỦA MẠCH ĐIỆN

Phản ứng trong mạch điện phụ thuộc vào tần số của nguồn tác động, tính chất này được gọi là đặc tính tần số của mạch. Người ta cũng phân biệt đặc tính biên độ tần số và đặc tính pha tần số của mạch điện. Đặc tính biên độ tần số của mạch điện là sự phụ thuộc của biên độ của phản ứng vào tần số của nguồn tác động, còn đặc tính pha tần số của mạch điện là sự phụ thuộc của pha của phản ứng vào tần số nguồn tác động.

Dưới đây, ta xét một thí dụ:

Xét mạch điện gồm hai phần tử R, C mắc nối tiếp dưới tác động của nguồn điện áp hình sin với giá trị biên độ phức $\dot{U}_m$ (hình 4-17).



Hình 4-17

Theo định luật Ohm dạng phức, ta xác định được các giá trị sau:

Giá trị biên độ phức của dòng điện chạy trong mạch:

$$\dot{I}_m = \frac{\dot{U}_m}{Z} = \frac{\dot{U}_m}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{\dot{U}_m j\omega C}{1 + jR\omega C} \quad (4-54)$$

Giá trị biên độ phức của điện áp trên điện dung C:

$$\dot{U}_m = \dot{I}_m \cdot \frac{1}{j\omega C} = \frac{\dot{U}_m}{1 + jR\omega C} \quad (4-55)$$

Từ các biểu thức (4-54) và (4-55), ta xác định được giá trị biên độ và pha của dòng điện và điện áp:

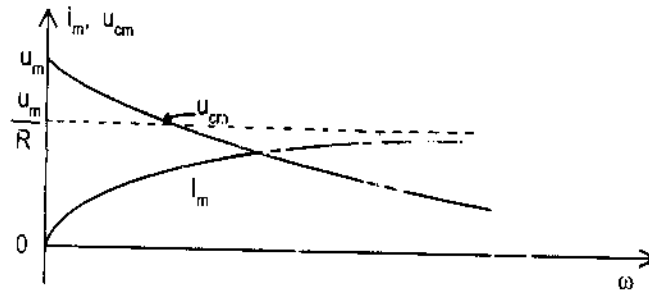
$$I_m = \frac{U_m \omega C}{\sqrt{1 + R^2 \omega^2 C^2}},$$

$$U_{mC} = \frac{U_m}{\sqrt{1 + R^2 \omega^2 C^2}},$$

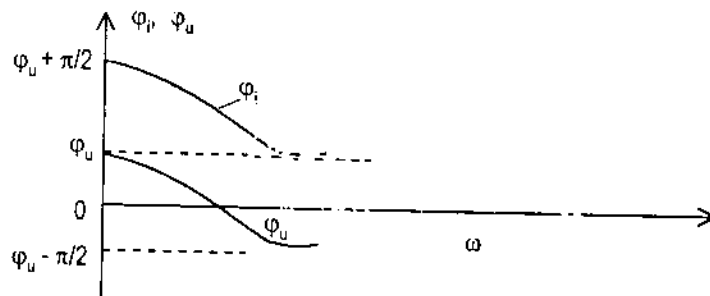
$$\varphi_i = \varphi_u + \pi/2 - \arctg R\omega C,$$

$$\varphi_{uC} = \varphi_u - \arctg R\omega C$$

Đặc tuyến biên độ tần số, pha tần số của dòng điện và điện áp trên điện dung C được thể hiện trên hình (4-18).



a) Đặc tuyến biên độ tần số



b) Đặc tuyến pha tần số

Hình 4-18

Hàm truyền đạt phức của mạch điện ký hiệu là $T(j\omega)$, là tỉ số giữa giá trị biên độ phức, hoặc hiệu dụng phức của phản ứng và giá trị biên độ phức, hoặc hiệu dụng phức của tác động:

$$T(j\omega) = \frac{\dot{F}_{m2}}{\dot{F}_{m1}} = \frac{\dot{F}_2}{\dot{F}_1} \quad (4-56)$$

Trong biểu thức (4-56), chỉ số 2 biểu thị phản ứng, còn chỉ số 1 biểu thị tác động.

Phản ứng trong mạch có thể là dòng điện qua một nhánh nào đó, hoặc điện áp giữa hai điểm nào đó của mạch, còn tác động vào mạch có thể là nguồn điện áp, hoặc nguồn dòng điện. Do đó, hàm truyền đạt phức của mạch điện có thể là đại lượng có, hoặc không có thứ nguyên.

Hàm truyền đạt phức $T(j\omega)$ có thể biểu diễn qua định thức và phần phụ đại số của ma trận tổng trở hoặc ma trận tổng dẫn của mạch. Thí dụ, đối với mạch điện ở hình 4-14a, khi chọn phản ứng là dòng điện $\dot{I}_2$, phù hợp với kết quả đã nhận được trong §4-5, ta có hàm truyền đạt phức:

$$T_1(j\omega) = \frac{\dot{I}_2}{\dot{I}_1} = -\frac{\Delta_{12}}{\Delta} \quad (4-57)$$

Còn khi chọn phản ứng là điện áp $\dot{U}_2$ trên phụ tải Z_2 , thay $\dot{U}_2 = \dot{I}_2 Z_2$, ta tìm được hàm truyền đạt phức:

$$T_2(j\omega) = \frac{\dot{U}_2}{\dot{E}} = -\frac{\Delta_{12}}{\Delta} Z_2 \quad (4-58)$$

Trong các biểu thức trên, Δ là định thức của ma trận tổng trở $[Z]$ của mạch, còn Δ_{12} là định thức của phần phụ đại số của ma trận tổng trở của mạch.

Từ các biểu thức (4-57), (4-58) dễ dàng nhận thấy rằng hàm truyền đạt phức của mạch điện phụ thuộc vào cấu trúc của mạch, giá trị tương đối giữa các phần tử của mạch và tần số của nguồn tác động, mà không phụ thuộc vào độ lớn của nguồn tác động.

Mặt khác, với nguồn tác động cho trước, giá trị biên độ phức, hoặc hiệu dụng phức của nó là giá trị hằng số. Do đó từ biểu thức (4-56) ta thấy, sự phụ thuộc vào tần số ω của nguồn tác động của hàm truyền đạt phức $T(j\omega)$ của mạch, tương ứng với sự phụ thuộc vào tần số của nguồn tác động của phản ứng của mạch. Sự phụ thuộc của môđun hàm truyền đạt phức vào tần số của nguồn tác động tương ứng với đặc tính biên độ tần số của mạch và xác định tương quan giữa độ lớn của phản ứng và độ lớn của nguồn tác động khi tần số nguồn tác động thay đổi. Còn sự phụ thuộc của argument của hàm truyền đạt phức ký hiệu là $\theta(\omega)$ - vào tần số của nguồn tác động tương ứng với đặc tính pha tần số và xác định góc lệch pha giữa phản ứng và nguồn tác động vào mạch. Bởi vậy, trong thực tế, để xét đặc tính tần số của mạch điện, người ta thường xét thông qua đặc tính tần số của hàm truyền đạt phức của nó.

Thí dụ, đối với mạch điện ở hình 4-17, khi chọn phản ứng là dòng điện chạy trong mạch, ta có hàm truyền đạt phức:

$$T_1(j\omega) = \frac{\dot{I}}{\dot{U}_m} = \frac{j\omega C}{1 + jR\omega C} \quad (4-59)$$

còn khi chọn phản ứng là điện áp trên điện dung C , ta có hàm truyền đạt phức:

$$T_2(j\omega) = \frac{\dot{U}_{Cm}}{\dot{U}_m} = \frac{1}{1 + jR\omega C} \quad (4-60)$$

Hàm truyền đạt phức $T_1(j\omega)$ ở (4-59) có thứ nguyên là tổng dẫn, còn hàm truyền đạt phức $T_2(j\omega)$ ở (4-60) là đại lượng không có thứ nguyên.

Từ các biểu thức (4-59) và (4-60) ta xác định được:

$$|T_1(j\omega)| = \frac{\omega C}{\sqrt{1 + R^2 \omega^2 C^2}} \quad (4-61)$$

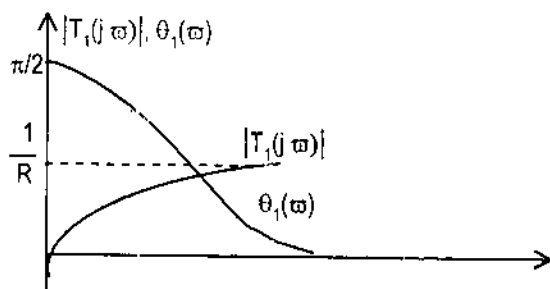
$$\theta_1(\omega) = \pi/2 - \arctg R\omega C \quad (4-62)$$

$$|T_2(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + R^2 \omega^2 C^2}} \quad (4-63)$$

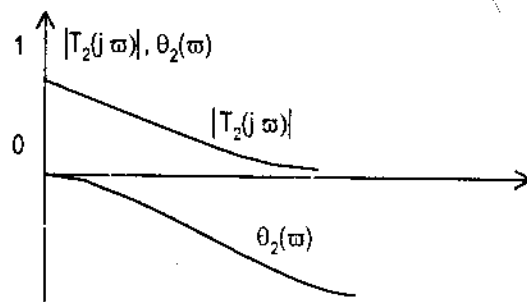
$$\theta_2(\omega) = -\arctg R\omega C \quad (4-64)$$

Đặc tuyến tần số của môđun và argument của các hàm truyền đạt phức (4-59), (4-60) trên hình (4-19).

Rõ ràng rằng, các đường cong trên hình 4-19 có dạng hoàn toàn giống các đường cong trên hình 4-18.



a) Đặc tuyến tần số của môđun và argument hàm truyền đạt phức $T_1(j\omega)$



a) Đặc tuyến tần số của môđun và argument hàm truyền đạt phức $T_2(j\omega)$

Hình 4-19

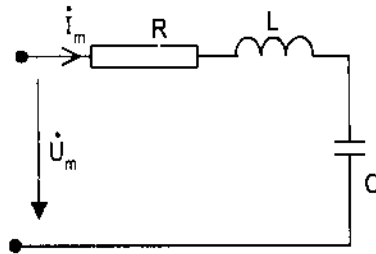
§4-7. MẠCH DAO ĐỘNG RLC MẮC NỐI TIẾP

Các mạch RLC mắc nối tiếp, RLC mắc song song cùng với các mạch dao động ghép được sử dụng rất phổ biến trong kỹ thuật vô tuyến điện. Do có sự trao đổi năng lượng điện, từ trường giữa các phần tử phản kháng L , C , các mạch này có khả năng tạo ra các dao động điện từ nên chúng được gọi là các mạch dao động.

4-7.1. Dao động trong mạch RLC mắc nối tiếp

Xét mạch điện gồm ba phần tử RLC mắc nối tiếp dưới tác động của nguồn điện áp hình sin (hình 4-20):

$$u = U_m \cos(\omega t + \varphi_u)$$



Hình 4-20

Theo định luật Ohm dưới dạng phức, ta xác định được giá trị biên độ phức của dòng điện và điện áp trên các phần tử:

$$\dot{I}_m = \frac{\dot{U}_m}{Z} = \frac{\dot{U}_m}{R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)} = \frac{U_m}{|Z|} e^{j(\varphi_u - \varphi_Z)} = I_m e^{j\varphi_I} \quad (4-65)$$

trong đó:

$$|Z| = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \quad \text{là môđun của tổng trở phức } Z \text{ của mạch,}$$

$$\varphi_Z = \arctg \frac{\omega L - 1/\omega C}{R} \quad \text{là argument của tổng trở phức } Z,$$

$$I_m = \frac{U_m}{|Z|}, \quad \varphi_I = \varphi_u - \varphi_Z.$$

$$\dot{U}_{mL} = \dot{I}_m j\omega L = I_m \omega L e^{j(\varphi_I + \pi/2)} = U_{mL} e^{j\varphi_{UL}},$$

$$\dot{U}_{mC} = \frac{\dot{I}_m}{j\omega C} = \frac{I_m}{\omega C} e^{j(\varphi_I - \pi/2)} = U_{mC} e^{j\varphi_{uC}},$$

$$\dot{U}_{mR} = \dot{I}_m R = I_m R e^{j\varphi_I} = U_{mR} e^{j\varphi_{uR}}$$

trong đó:

$$U_{mL} = I_m \omega L; \quad U_{mC} = \frac{I_m}{\omega C}; \quad U_{mR} = I_m R.$$

Giá trị tức thời của dòng điện và điện áp trên các phần tử:

$$i = I_m \cos(\omega t + \varphi_i)$$

$$u_L = U_{mL} \cos(\omega t + \varphi_i + \pi/2)$$

$$u_C = U_{mC} \cos(\omega t + \varphi_i - \frac{\pi}{2})$$

$$u_R = U_{mR} \cos(\omega t + \varphi_i)$$

Từ các kết quả nhận được dễ dàng thấy rằng:

- Giá trị biên độ và pha của dòng điện, điện áp trên các phần tử không chỉ phụ thuộc vào độ lớn và pha của nguồn tác động, mà còn phụ thuộc vào giá trị tương đối giữa các phần tử R, L, C của mạch và tần số của nguồn tác động.

- Điện áp trên phần tử điện cảm vượt pha trước dòng điện góc $\pi/2$, điện áp trên phần tử điện dung chậm pha sau dòng điện góc $\pi/2$, còn điện áp trên phần tử điện trở trùng pha với dòng điện.

- Góc lệch pha giữa điện áp đặt vào mạch và dòng điện chạy trong mạch được xác định bằng argument của tổng trở phức Z của mạch:

$$\varphi = \varphi_u - \varphi_i = \varphi_Z = \arctg \frac{\omega L - 1/\omega C}{R},$$

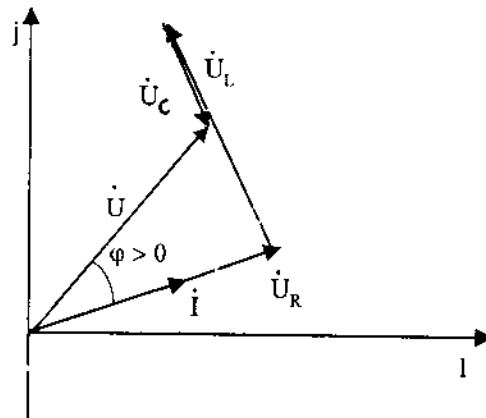
nó có thể lớn hơn, nhỏ hơn, hoặc bằng không.

Khi góc lệch pha $\varphi > 0$, ta nói mạch mang tính điện cảm,

Khi góc lệch pha $\varphi < 0$, ta nói mạch mang tính điện dung,

Khi góc lệch pha $\varphi = 0$, ta nói mạch làm việc ở trạng thái cộng hưởng, vấn đề này sẽ được xét kỹ dưới đây.

Đồ thị vectơ của mạch được vẽ trên hình (4-21).



Hình 4-21. Đồ thị véc tơ của mạch RLC mắc nối tiếp

4-7.2. Hiện tượng cộng hưởng trong mạch RLC mắc nối tiếp

Hiện tượng cộng hưởng là hiện tượng làm việc đặc biệt của các mạng hai cực không nguồn có chứa các phần tử phản kháng, mà khi đó tổng trở hoặc tổng dẫn phức của nó chỉ có thành phần tác dụng (thành phần phản kháng bằng không). Tần số mà tại đó mạch phát sinh cộng hưởng được gọi là tần số cộng hưởng. Tần số cộng hưởng của mạch thường được ký hiệu là ω_0 .

Đối với mạch RLC mắc nối tiếp, tổng trở phức của mạch bằng:

$$Z = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$$

Mạch sẽ phát sinh cộng hưởng khi thành phần phản kháng:

$$\omega_0 L - \frac{1}{\omega_0 C} = 0$$

Từ đây xác định được tần số cộng hưởng của mạch:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (4-66)$$

Xét dao động trong mạch, khi mạch phát sinh cộng hưởng. Giá trị biên độ phức của dòng điện khi cộng hưởng:

$$\dot{I}_m = \frac{\dot{U}_m}{Z(j\omega_0)} = \frac{\dot{U}_m}{R} = \frac{U_m}{R} e^{j\varphi_m} \quad (4-67)$$

Vậy khi cộng hưởng, dòng điện chạy trong mạch đạt giá trị cực đại $\left(I_{m\max} = \frac{U_m}{R}\right)$ và trùng pha với điện áp đặt vào mạch.

Tổng trở của mạch khi mạch phát sinh cộng hưởng $Z(j\omega_0) = R$ được gọi là tổng trở cộng hưởng của mạch ($Z(j\omega_0) = Z_{\min}$). Giá trị biên độ phức của điện áp trên các phần tử khi mạch cộng hưởng là:

$$\begin{aligned} \dot{U}_{mL} &= \dot{I}_m j\omega_0 L = I_m \omega_0 L e^{j(\varphi_i + \pi/2)} = \frac{U_m \cdot \omega_0 L}{R} e^{j(\varphi_i + \pi/2)} \\ \dot{U}_{mC} &= \frac{\dot{I}_m}{j\omega_0 C} = \frac{I_m}{\omega_0 C} e^{j(\varphi_i - \pi/2)} = \frac{U_m}{R\omega_0 C} e^{j(\varphi_i - \pi/2)} \end{aligned} \quad (4-68)$$

Vì rằng $\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C}$, nên khi cộng hưởng điện áp trên các phần tử phản kháng có biên độ

bằng nhau nhưng ngược pha nhau, tổng của chúng bằng không. Mặt khác theo định luật Kiêckhốp 2 ta có:

$$\dot{U}_m = \dot{U}_{mR} + \dot{U}_{mL} + \dot{U}_{mC}$$

khi cộng hưởng $\dot{U}_{ml} + \dot{U}_{mc} = 0$ nên:

$$\dot{U}_{mk} = \dot{U}_m \quad (4-69)$$

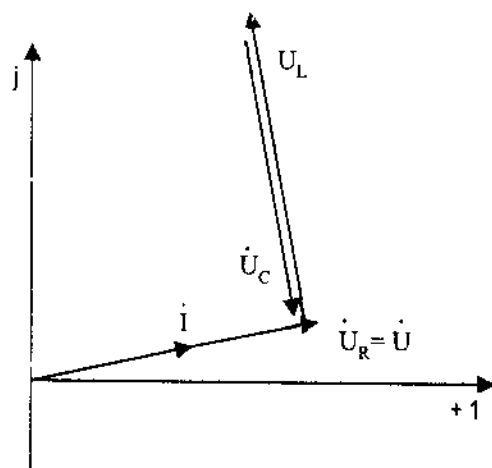
nghĩa là khi cộng hưởng điện áp trên phần tử điện trở bằng điện áp đặt vào mạch.

Trên hình (4-22) là đồ thị vectơ của mạch RLC mắc nối tiếp khi mạch phát sinh cộng hưởng.

Xét quan hệ giữa biên độ điện áp trên các phần tử phản kháng và biên độ điện áp đặt vào mạch khi mạch phát sinh cộng hưởng. Từ biểu thức (4-68) ta có:

$$\left. \frac{U_{mc}}{U_m} \right|_{\omega = \omega_0} = - \left. \frac{U_{ml}}{U_m} \right|_{\omega = \omega_0} = \frac{1}{\omega_0 CR} = \frac{\omega_0 L}{R} = Q \quad (4-70)$$

Q được gọi là hệ số phẩm chất của mạch.



Hình 4-22. Đồ thị véc tơ của mạch RLC mắc nối tiếp khi mạch phát sinh cộng hưởng

Các mạch dao động sử dụng trong thực tế thường có hệ số phẩm chất $Q = 50 \div 300$ đối với dải sóng dài và sóng trung, và $Q = 300 \div 500$ đối với dải sóng ngắn và cực ngắn.

Vậy khi mạch phát sinh cộng hưởng, điện áp trên các phần tử phản kháng có pha ngược nhau, biên độ bằng nhau và lớn gấp Q lần biên độ điện áp đặt vào mạch.

Trong kỹ thuật vô tuyến điện, đối với các mạch dao động, ngoài hệ số phẩm chất Q , người ta còn sử dụng rộng rãi hai đại lượng khác là hệ số tổn hao và trở kháng đặc tính của mạch. Hệ số tổn hao của mạch dao động, ký hiệu là d là nghịch đảo của hệ số phẩm chất của mạch:

$$d = \frac{1}{Q} \quad (4-71)$$

Còn trở kháng đặc tính của mạch, ký hiệu là ρ , là tỉ số giữa giá trị biên độ điện áp trên phần tử phản kháng và giá trị biên độ dòng điện trong mạch khi mạch phát sinh cộng hưởng:

$$\rho = \frac{U_{mi}}{I_m} = \frac{I_m \omega_0 L}{I_m} = \omega_0 L = \frac{L}{\sqrt{LC}} = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (4-72)$$

Cuối cùng ta xét trạng thái năng lượng của mạch khi mạch phát sinh cộng hưởng. Năng lượng điện từ trường tích trữ trong mạch bằng tổng năng lượng điện trường W_E tích trữ trong điện dung và năng lượng từ trường W_M tích trữ trong điện cảm ($W_E = C \frac{u_C^2}{2}$; $W_M = L \frac{i_L^2}{2}$)

Khi mạch cộng hưởng, $i = I_m \cos(\omega_0 t + \varphi_i)$:

$$u_C = U_{mc} \cos(\omega t + \varphi_i - \pi/2) = U_{mc} \sin(\omega t + \varphi_i)$$

Do đó năng lượng tích trữ trong mạch:

$$W = W_E + W_M = \frac{C}{2} U_{mc}^2 \sin^2(\omega_0 t + \varphi_i) + \frac{L}{2} I_m^2 \cos^2(\omega_0 t + \varphi_i)$$

Trong biểu thức trên, khi thay $U_{mc} = \frac{I_m}{\omega_0 C}$, $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ và thực hiện biến đổi, ta nhận được:

$$W = W_E + W_M = \frac{1}{2} L I_m^2 = \frac{1}{2} C U_{mc}^2 = L I^2 = C U_C^2 \quad (4-73)$$

Vậy, khi cộng hưởng năng lượng điện từ trường tích trữ trong mạch là hằng số. Về ý nghĩa vật lý, điều này có nghĩa là, khi mạch cộng hưởng không có sự trao đổi năng lượng giữa nguồn và các phần tử phản kháng của mạch, mà chỉ có sự trao đổi năng lượng giữa điện trường và từ trường đã được tích trữ trong các phần tử phản kháng. Chính sự trao đổi năng lượng này mà trong mạch có khả năng tạo ra các dao động điện, và do đó các mạch RLC mắc nối tiếp còn được gọi là mạch dao động nối tiếp. Nguồn điện trong trường hợp này chỉ đóng vai trò bù phần năng lượng bị tổn hao trong phần tử điện trở.

§4-8. ĐẶC TÍNH TẦN SỐ CỦA MẠCH RLC MẮC NỐI TIẾP

Đối với mạch RLC mắc nối tiếp, người ta thường quan tâm đến hàm truyền đạt phức theo dòng điện:

$$T(j\omega) = \frac{\dot{I}_m}{\dot{U}_m} = Y = \frac{1}{Z} = \frac{1}{R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C})} \quad (4-74)$$

Vì rằng tần số cộng hưởng của mạch $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, còn hệ số phẩm chất của mạch $Q = \frac{\omega_0 L}{R}$

nên biểu thức (4-74) có thể viết lại dưới dạng:

$$T(j\omega) = \frac{1}{R \left[1 + \frac{j\omega_0 L}{R} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) \right]} = \frac{1}{(1 + jQv) R(1 + j\xi)} \quad (4-75)$$

trong đó $v = \frac{\omega}{\omega_0} = \frac{\omega_0}{\omega}$ được gọi là độ lệch cộng hưởng tương đối, $\xi = Qv$ là độ lệch cộng hưởng tổng quát.

Từ đây ta xác định được:

- môđun hàm truyền đạt phức:

$$|T(j\omega)| = \frac{1}{R\sqrt{1 + Q^2 v^2}} = \frac{1}{R\sqrt{1 + \xi^2}} \quad (4-76)$$

- argument hàm truyền đạt phức:

$$\theta(\omega) = -\arctg Qv = -\arctg \xi \quad (4-77)$$

Tại tần số $\omega = 0$, độ lệch cộng hưởng tương đối $v = \frac{\omega}{\omega_0} = \frac{\omega_0}{\omega} \rightarrow -\infty$, môđun hàm truyền đạt phức $|T(j\omega)| \rightarrow 0$, còn argument hàm truyền đạt phức $\theta(\omega) = \pi/2$.

Khi tần số ω tăng dần từ giá trị $\omega = 0$ đến giá trị $\omega < \omega_0$, độ lệch cộng hưởng tương đối v sẽ giảm dần về giá trị tuyệt đối, và do đó $|T(j\omega)|$ tăng dần, còn $\theta(\omega)$ sẽ giảm dần.

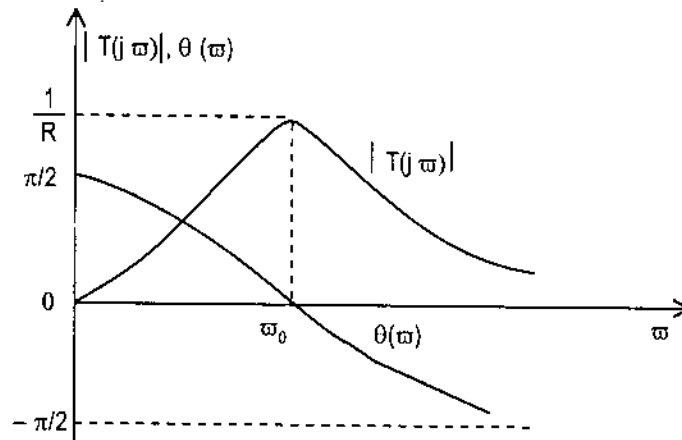
Khi cộng hưởng ($\omega = \omega_0$), độ lệch cộng hưởng tương đối $v = 0$, môđun hàm truyền đạt phức $|T(j\omega)|$ đạt giá trị cực đại $|T(j\omega)|_{\max} = \frac{1}{R}$, còn $\theta(\omega) = 0$.

Khi tần số ω tăng dần từ giá trị $\omega = \omega_0$, độ lệch cộng hưởng đối v sẽ tăng dần, và do đó môđun hàm truyền đạt phức $|T(j\omega)|$ sẽ giảm dần, còn $\theta(\omega)$ sẽ tăng dần theo chiều âm.

Khi tần số $\omega \rightarrow \infty$, độ lệch cộng hưởng tương đối $v = \frac{\omega}{\omega_0} = \frac{\omega_0}{\omega} \rightarrow \infty$ môđun hàm truyền đạt phức $|T(j\omega)| \rightarrow 0$, còn $\theta(\omega) \rightarrow -\pi/2$.

Đặc tuyến tần số của môđun và argument của hàm truyền đạt phức $T(j\omega)$ (đặc tuyến biên độ tần số và pha tần số của mạch) vẽ trên hình (4-23).

Đặc tuyến $|T(j\omega)|$ (hình 4-23) còn được gọi là đặc tuyến cộng hưởng của mạch RLC mắc nối tiếp.



Hình 4-23. Đặc tuyến biên độ tần số và pha tần số của mạch RLC mắc nối tiếp

Trong thực tế, để đơn giản quá trình tính toán và biểu diễn đặc tuyến, người ta thường sử dụng hàm truyền đạt phức quy chuẩn. Hàm truyền đạt phức quy chuẩn của mạch điện ký hiệu là $\hat{T}(j\omega)$, là tỉ số giữa hàm truyền đạt phức và giá trị cực đại của môđun của nó:

$$\hat{T}(j\omega) = \frac{T(j\omega)}{|T(j\omega)|_{\max}}$$

Đối với mạch RLC mắc nối tiếp, giá trị cực đại của môđun hàm truyền đạt phức $|T(j\omega)|_{\max} = \frac{1}{R}$, nên hàm truyền đạt phức quy chuẩn:

$$\hat{T}(j\omega) = \frac{1}{1 + jQ\omega} = \frac{1}{1 + j\xi} \quad (4-78)$$

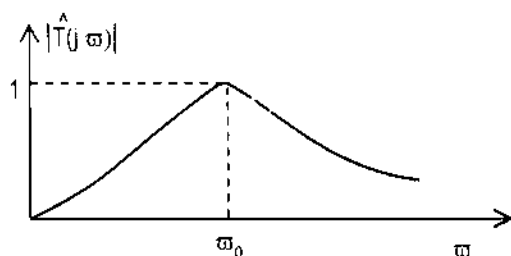
Môđun của hàm truyền đạt phức quy chuẩn:

$$|\hat{T}(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2\omega^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \xi^2}} \quad (4-79)$$

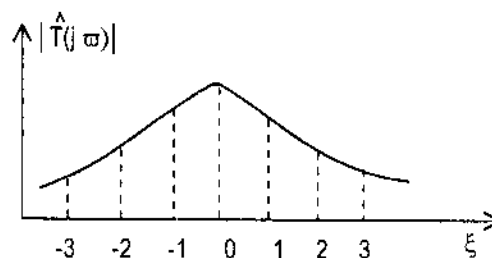
Đặc tuyến tần số của môđun hàm truyền đạt phức quy chuẩn xem trên hình 4-24.

Dễ dàng nhận thấy rằng, đường cong cộng hưởng của mạch RLC mắc nối tiếp có tính đối xứng hình học qua tần số cộng hưởng ω_0 , nghĩa là với một cặp tần số ω_+ và ω_- thỏa mãn điều kiện $\omega_- \omega_+ = \omega_0^2$, khi đó ta sẽ có:

$$|T(j\omega)_+| = |T(j\omega_-)|$$



Hình 4-24



Hình 4-25

Thật vậy, giả sử có cặp tần số $\omega_\alpha = \alpha\omega_0$, và $\omega_{-\alpha} = \frac{\omega_0}{\alpha}$, khi đó $\omega_\alpha \cdot \omega_{-\alpha} = \omega_0^2$. Ứng với cặp tần số đã cho, ta có độ lệch cộng hưởng tổng quát tương ứng:

$$\xi_\alpha = Q \left(\frac{\alpha\omega_0}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\alpha\omega_0} \right) = Q \left(\alpha - \frac{1}{\alpha} \right)$$

$$\xi_{-\alpha} = Q \left(\frac{\omega_0}{\alpha\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega_0} \right) = Q \left(\frac{1}{\alpha} - \alpha \right) = -Q \left(\alpha - \frac{1}{\alpha} \right)$$

Rõ ràng rằng $\xi_{-\alpha} = -\xi_\alpha$, nhưng trong biểu thức (4-79), số hạng ξ được đưa vào giá trị bình phương, nên:

$$\left| T(j\omega)_\alpha \right| = \left| T(j\omega_{-\alpha}) \right|$$

Tương tự có thể suy ra:

$$\theta(\omega_\alpha) = -\theta(\omega_{-\alpha})$$

Nghĩa là, môđun của hàm truyền đạt phức (đặc tuyến biên độ tần số của mạch) là một hàm chẵn của tần số, còn argument của hàm truyền đạt phức (đặc tuyến pha tần số của mạch) là một hàm lẻ của tần số.

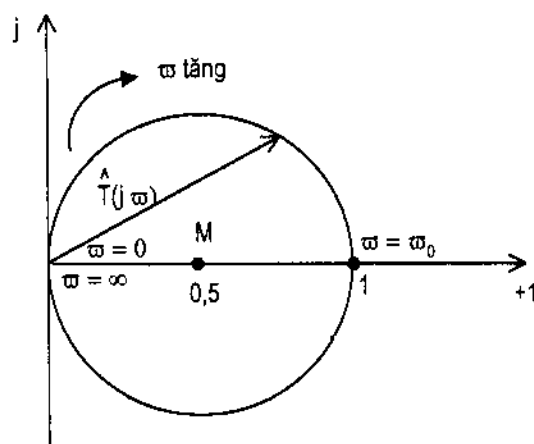
Tính đối xứng hình học của đường cong cộng hưởng của mạch RLC mắc nối tiếp vẽ trên hình 4-25.

Để vẽ đặc tuyến biên độ pha - tần số của mạch - đặc tuyến tần số của hàm truyền đạt phức $T(j\omega)$ ở (4-78), ta viết hàm truyền đạt phức $T(j\omega)$ dưới dạng:

$$\begin{aligned} T(j\omega) &= \frac{1}{1 + jQv} = \frac{1 - jQv}{1 + Q^2v^2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \\ &= \frac{1}{2} + \frac{1 - Q^2v^2 - 2jQv}{2(1 + Q^2v^2)} = \frac{1}{2} + \frac{1 - jQv}{2(1 + jQv)} \\ &= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} e^{2j\arctan Qv} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} e^{j2\theta(\omega)} \end{aligned} \quad (4-80)$$

Từ biểu thức (4-80), có thể coi hàm truyền đạt phức $|T(j\omega)|$ là tổng của hai vectơ: vectơ thứ nhất có độ dài là $\frac{1}{2}$ và argument bằng không; vectơ thứ hai có độ dài cũng bằng $\frac{1}{2}$ nhưng argument bằng $-2\theta(\omega) = -2\arctg Qv = -2\arctg Q\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)$. Khi tần số ω biến thiên từ 0 đến ∞ , đầu nút của vectơ thứ hai sẽ vẽ thành một đường tròn tâm O bán kính $R = \frac{1}{2}$. Từ đây, dễ dàng thấy rằng, đặc tuyến biên độ, pha tần số của mạch là đường tròn tâm M(0,5, 0) bán kính $R = \frac{1}{2}$ (xem hình 4-26).

Từ đặc tuyến biên độ pha tần số (hình 4-26), ta thấy: khi tần số $\omega = 0$, môđun hàm truyền đạt phức $|T(j\omega)| = 0$ còn argument hàm truyền đạt phức $\theta(\omega) = \pi/2$. Khi tần số ω tăng dần, môđun $|T(j\omega)|$ tăng dần còn argument $\theta(\omega)$ giảm dần. Khi tần số ω bằng tần số cộng hưởng của mạch ω_0 , môđun $|T(j\omega)|_{\max} = 1$, còn argument $\theta(\omega_0) = 0$. Khi tần số ω tăng dần từ giá trị $\omega = \omega_0$, môđun $|T(j\omega)|$ giảm dần, còn argument $\theta(\omega)$ tăng dần theo chiều âm. Khi tần số $\omega \rightarrow \infty$, môđun $|T(j\omega)| \rightarrow 0$, còn argument $\theta(\omega) = -\pi/2$.



Hình 4-26. Đặc tuyến biên độ pha tần số của mạch RLC mắc nối tiếp

Nếu chọn phản ứng trong mạch RLC mắc nối tiếp là điện áp trên các phần tử phản kháng L, C, ta sẽ có các hàm truyền đạt phức tương ứng:

$$\begin{aligned} T_C(j\omega) &= \frac{\dot{U}_{mC}}{\dot{U}_m} = \frac{\dot{I}_m}{j\omega C \cdot \dot{U}_m} = \frac{\dot{I}_m}{\dot{U}_m} \cdot \frac{1}{j\omega C} \\ &= \frac{1}{R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C})} \cdot \frac{1}{j\omega C} = \frac{1}{j\omega CR(1 + jQv)} \end{aligned} \quad (4-81)$$

$$T_L(j\omega) = \frac{\dot{U}_{mL}}{\dot{U}_m} = \frac{\dot{I}_m j\omega L}{\dot{U}_m} = \frac{j\omega L}{R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C})} = \frac{j\omega L}{R(1 + jQv)} \quad (4-82)$$

Từ các biểu thức (4-81) và (4-82), ta xác định được:

$$|T_C(j\omega)| = \frac{1}{\omega CR \sqrt{1 + Q^2 v^2}}, \quad (4-83)$$

$$\theta_C(\omega) = -(\pi/2 + \arctg Qv), \quad (4-83a)$$

$$|T_L(j\omega)| = \frac{\omega L}{R \sqrt{1 + Q^2 v^2}}, \quad (4-84)$$

$$\theta_L(\omega) = -\pi/2 - \arctg Qv. \quad (4-84a)$$

Xét trong dải tần số lân cận tần số cộng hưởng ω_0 của mạch, ta có:

$$v = \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \approx \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{\omega_0^2} = \frac{(\omega - \omega_0)(\omega + \omega_0)}{\omega_0^2} \\ \approx \frac{2\omega_0(\omega - \omega_0)}{\omega_0^2} = \frac{2\Delta\omega}{\omega_0} = \frac{2\Delta f}{f}$$

trong đó $\Delta\omega = \omega - \omega_0$; $\Delta f = f - f_0$.

Do đó, các biểu thức (4-83) và (4-84) có thể viết lại dưới dạng gần đúng sau:

$$|T_C(j\omega)| \approx \frac{1}{R\omega_0 C \sqrt{1 + Q^2 \left(\frac{2\Delta\omega}{\omega_0}\right)^2}} = \frac{Q}{\sqrt{1 + Q^2 \left(\frac{2\Delta\omega}{\omega_0}\right)^2}},$$

$$|T_L(j\omega)| \approx \frac{\omega_0 L}{R \sqrt{1 + Q^2 \left(\frac{2\Delta\omega}{\omega_0}\right)^2}} = \frac{Q}{\sqrt{1 + Q^2 \left(\frac{2\Delta\omega}{\omega_0}\right)^2}}$$

Đặc tuyến biên độ tần số, pha tần số của mạch, tương ứng với phản ứng là điện áp trên điện dung và trên điện cảm vẽ trên hình (4-25).

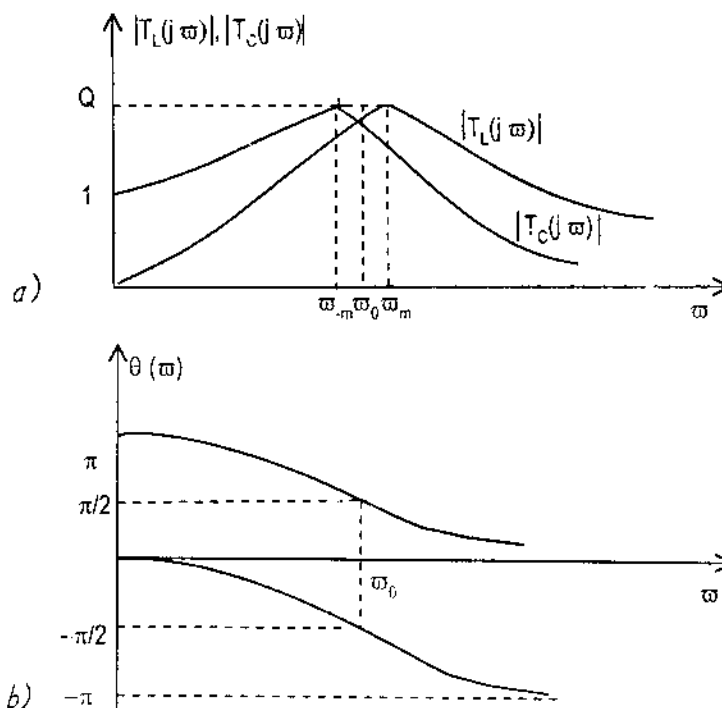
Điện áp trên điện dung đạt giá trị cực đại tại tần số $\omega_{-m} = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{R^2}{2\omega_0^2 L^2}} = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}}$, còn

điện áp trên điện cảm đạt giá trị cực đại tại tần số

$$\omega_m = \omega_0 \sqrt{\frac{1}{1 - \frac{R^2}{2\omega_0^2 L^2}}} = \omega_0 \sqrt{\frac{1}{1 - 2Q^2}}.$$

Với các mạch có hệ số phẩm chất cao, tần số $\omega_m \approx \omega_m \approx \omega_0$. Tại tần số $\omega = \omega_0$:

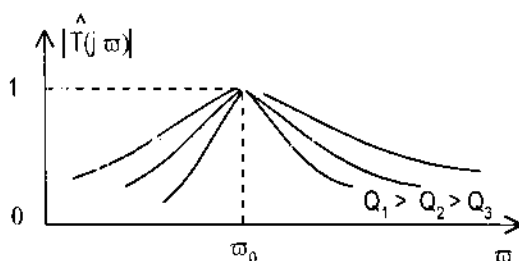
$$|T_C(j\omega_0)| = |T_L(j\omega_0)| = Q \quad (U_{mC} = U_{mL} = QU_m)$$



Hình 4-27. Đặc tuyến biên độ tần số (a) và pha tần số (b)

§4-9. DẢI THÔNG CỦA MẠCH DAO ĐỘNG RLC MẮC NỐI TIẾP

Từ đồ thị (hình 4-24) ta thấy, đường cong cộng hưởng của mạch dao động RLC mắc nối tiếp đạt giá trị cực đại tại tần số bằng tần số cộng hưởng của mạch ω_0 ; khi tần số càng cách xa tần số cộng hưởng ω_0 , giá trị của đường cong cộng hưởng càng giảm; khi tần số $\omega = 0$ và $\omega \rightarrow \infty$, giá trị của đường cong cộng hưởng bằng không. Mặt khác, từ biểu thức (4-79) ta thấy, dạng của đường cong cộng hưởng (độ dốc của đường cong) phụ thuộc vào hệ số phẩm chất Q của mạch. Trên hình (4-26) vẽ các đường cong cộng hưởng của mạch RLC mắc nối tiếp ứng với các giá trị khác nhau của hệ số phẩm chất Q của mạch.



Hình 4-28

Từ hình (4-28) ta thấy, khi hệ số phẩm chất Q của mạch càng lớn, dạng đường cong cộng hưởng của mạch càng nhọn (độ dốc của đường cong càng lớn). Điều này có nghĩa là ứng với một tác động có tần số $\omega = \omega_0 + \Delta\omega$, khi thay đổi hệ số phẩm chất của mạch, phản ứng của mạch sẽ có các giá trị khác nhau. Hệ số phẩm chất của mạch càng lớn, phản ứng của mạch đối với tác động có tần số cách xa tần số cộng hưởng của mạch càng nhỏ. Hay nói cách khác, mạch dao động RLC mắc nối tiếp có tính chọn lọc tín hiệu theo tần số, và tính chọn lọc của mạch phụ thuộc nhiều vào hệ số phẩm chất của mạch. Để đặc trưng cho tính chất chọn lọc tín hiệu của mạch điện theo tần số, người ta đưa vào khái niệm dải thông của mạch.

Dải thông của mạch điện là dải tần số trong đó đặc tuyến biên độ tần số của hàm truyền đạt phức của mạch không nhỏ hơn $\frac{1}{\sqrt{2}}$ lần giá trị cực đại của nó, hoặc đặc tuyến biên độ tần số của hàm truyền đạt phức quy chuẩn không nhỏ hơn $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

Đối với mạch RLC mắc nối tiếp từ biểu thức (4-79) ta suy ra, tại biên của dải thông (ứng với tần số ω_{-1} và ω_1), bình phương độ lệch cộng hưởng tổng quát $\xi^2 = 1$ hay $\xi^2 = \pm 1$.

Các tần số biên trên ω_1 và biên dưới ω_{-1} của dải thông của mạch RLC mắc nối tiếp có thể xác định theo biểu thức:

$$\xi \bigg|_{\omega = \omega_1} = Q \left(\frac{\omega_1}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega_1} \right) = 1, \quad (4-85)$$

$$\xi \bigg|_{\omega = \omega_{-1}} = Q \left(\frac{\omega_{-1}}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega_{-1}} \right) = -1, \quad (4-86)$$

Song do tính đối xứng hình học của đặc tuyến cộng hưởng của mạch, nên tần số ω_{-1} có thể xác định từ biểu thức $\omega_{-1} = \frac{\omega_0^2}{\omega_1}$. Do đó, nếu trong biểu thức (4-85), thực hiện thay số hạng

$$\frac{\omega_0}{\omega_{-1}} = \frac{\omega_1}{\omega_0} \quad \text{ta sẽ nhận được:}$$

$$Q \left(\frac{\omega_1}{\omega_0} - \frac{\omega_1}{\omega_0} \right) = 1$$

hay:

$$\frac{\omega_1 - \omega_{-1}}{\omega_0} = \frac{1}{Q}$$

Dải tần số từ ω_{-1} đến ω_1 chính là dải thông của mạch. Do đó, dải thông của mạch RLC mắc nối tiếp (ký hiệu là $2\Delta\omega$) có giá trị:

$$2\Delta\omega = \omega_1 - \omega_{-1} = \frac{\omega_0}{Q} \tag{4-87}$$

hay:
$$2\Delta f = \frac{f_0}{Q} \tag{4-87a}$$

Dải thông của mạch dao động RLC mắc nối tiếp tỉ lệ thuận với tần số cộng hưởng của mạch ω_0 và tỉ lệ nghịch với hệ số phẩm chất Q của mạch. Thí dụ, nếu mạch dao động RLC mắc nối tiếp có hệ số phẩm chất $Q=100$, thì khi tần số cộng hưởng $f_0 = 10\text{kHz}$, dải thông của mạch $2\Delta f = 100\text{ Hz}$, còn khi tần số cộng hưởng $f_0 = 10\text{ MHz}$, dải thông của mạch $2\Delta f = 100\text{ kHz}$. Ngược lại, khi tần số cộng hưởng $f_0 = 10\text{MHz}$, nhưng hệ số phẩm chất của mạch $Q = 50$, dải thông của mạch $2\Delta f = 200\text{ kHz}$.

Đối với các mạch dao động có hệ số phẩm chất cao, có thể chứng minh được rằng đặc tuyến cộng hưởng của mạch có tính đối xứng số học qua tần số cộng hưởng ω_0 . Trong trường hợp này các tần số biên dưới ω_{-1} và biên trên ω_1 của dải thông của mạch, có thể được xác định theo biểu thức gần đúng:

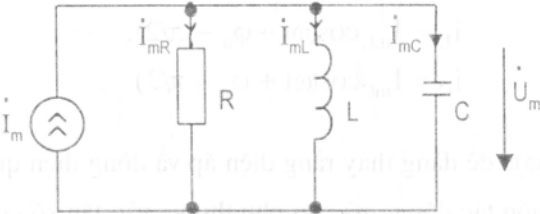
$$\left. \begin{aligned} \omega_{-1} &\approx \omega_0 - \frac{\omega_0}{2Q} = \omega_0 \left(1 - \frac{1}{2Q}\right) \\ \omega_1 &\approx \omega_0 + \frac{\omega_0}{2Q} = \omega_0 \left(1 + \frac{1}{2Q}\right) \end{aligned} \right\} \tag{4-88}$$

hay:
$$\left. \begin{aligned} f_{-1} &\approx f_0 \left(1 - \frac{1}{2Q}\right) \\ f_1 &\approx f_0 \left(1 + \frac{1}{2Q}\right) \end{aligned} \right\} \tag{4-89}$$

54-10. MẠCH DAO ĐỘNG RLC MẮC SONG SONG

4-10.1. Dao động trong mạch RLC mắc song song

Xét mạch điện gồm ba phần tử RLC mắc song song dưới tác động của nguồn dòng điện hình sin ở chế độ xác lập (hình 4-29):



Hình 4-29

$$i = I_m \cos(\omega t + \varphi_i)$$

Theo định luật Ohm dạng phức, ta xác định được giá trị biên độ phức của điện áp và dòng điện qua các phần tử:

$$\dot{U}_m = \dot{I}_m Z = \frac{\dot{I}_m}{Y} = \frac{\dot{I}_m}{g + j(\omega C - \frac{1}{\omega L})} = \frac{I_m}{y} e^{j(\varphi_i - \varphi_y)} = U_m e^{j\varphi_u} \quad (4-90)$$

trong đó:

$$y = \sqrt{g^2 + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2} \quad \text{là môđun của tổng dẫn phức của mạch.}$$

$$\varphi_y = \arctg \frac{\omega C - 1/\omega L}{g} \quad \text{là argument của tổng dẫn phức của mạch;}$$

$$g = \frac{1}{R}; U_m = \frac{I_m}{y}; \varphi_u = \varphi_i - \varphi_y. \quad (4-91)$$

$$\dot{I}_{mR} = \frac{\dot{U}_m}{R} = I_{mR} e^{j\varphi_u},$$

$$\dot{I}_{mL} = \frac{\dot{U}_m}{j\omega L} = \frac{U_m}{\omega L} e^{j(\varphi_u - \pi/2)} = I_{mL} e^{j(\varphi_u - \pi/2)}, \quad (4-92)$$

$$\dot{I}_{mC} = \dot{U}_m j\omega C = U_{mC} \omega C e^{j(\varphi_u + \pi/2)} = I_{mC} e^{j(\varphi_u + \pi/2)}$$

trong đó:

$$I_{mR} = \frac{U_m}{R}; I_{mL} = \frac{U_m}{\omega L}; I_{mC} = U_m \omega C. \quad (4-93)$$

Giá trị tức thời của điện áp và dòng điện qua các phần tử:

$$u = U_m \cos(\omega t + \varphi_u),$$

$$i_R = I_{mR} \cos(\omega t + \varphi_u),$$

$$i_L = I_{mL} \cos(\omega t + \varphi_u - \pi/2),$$

$$i_C = I_{mC} \cos(\omega t + \varphi_u + \pi/2)$$

Từ các kết quả nhận được dễ dàng thấy rằng điện áp và dòng điện qua các phần tử không chỉ phụ thuộc vào độ lớn của nguồn tác động, mà còn phụ thuộc vào tần số của nguồn tác động và giá trị tương đối giữa các phần tử của mạch.

Góc lệch pha giữa điện áp trên các phần tử và dòng điện đặt vào mạch được xác định bởi số đối của argument của tổng dẫn phức của mạch:

$$\varphi = \varphi_u - \varphi_i = -\varphi_Y$$

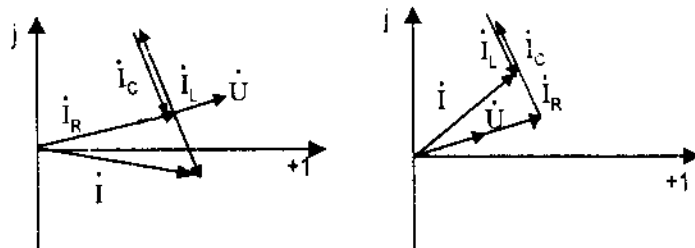
Khi $\varphi_Y < 0$ ($-\varphi_Y > 0$) mạch mang tính điện cảm,

Khi $\varphi_Y > 0$ ($-\varphi_Y < 0$) mạch mang tính điện dung,

Khi $\varphi_Y = 0$ mạch làm việc ở trạng thái cộng hưởng.

Dòng điện qua phần tử điện trở trùng pha với điện áp, dòng điện qua phần tử điện cảm chậm pha sau điện áp góc $\pi/2$, dòng điện qua điện dung vượt pha trước điện áp góc $\pi/2$.

Đồ thị vectơ của mạch RLC mắc song song tương ứng với các trường hợp mạch mang tính điện cảm và mạch mang tính điện dung vẽ trên hình (4-30).



a) Mạch mang tính điện cảm

b) Mạch mang tính điện dung

Hình 4-30. Đồ thị véc tơ của mạch RLC mắc song song

4-10.2. Cộng hưởng trong mạch RLC mắc song song

Tổng dẫn phức của mạch RLC mắc song song:

$$Y = g + j\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)$$

Mạch sẽ phát sinh cộng hưởng khi tần số của tác động thỏa mãn điều kiện:

$$\omega_0 C - \frac{1}{\omega_0 L} = 0$$

Từ đây ta xác định được tần số cộng hưởng của mạch:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (4-94)$$

Xét dao động trong mạch RLC mắc song song khi mạch phát sinh cộng hưởng.

Giá trị biên độ phức của điện áp:

$$\dot{U}_m = \frac{\dot{I}_m}{Y(j\omega_0)} = \frac{\dot{I}_m}{2} = I_m \text{Re}^{j\varphi_0}$$

Điện trở R được gọi là tổng trở cộng hưởng của mạch.

Và, khi cộng hưởng, tổng trở phức của mạch là một số thực và đạt giá trị cực đại, do đó điện áp trên các phần tử cũng đạt giá trị cực đại và trùng pha với dòng điện đặt vào mạch.

Giá trị biên độ phức của dòng điện qua các phần tử:

$$\dot{I}_{mL} = \frac{\dot{U}_m}{j\omega_0 L} = \frac{U_m}{\omega_0 L} e^{j\varphi_0 - \pi/2},$$

$$\dot{I}_m = U_m j\omega_0 C = U_m \omega_0 C e^{j(\varphi_0 + \pi/2)}$$

Vì rằng $\frac{1}{\omega_0 L} = \omega_0 C$, nên khi cộng hưởng dòng điện qua các phần tử phản kháng có biên độ

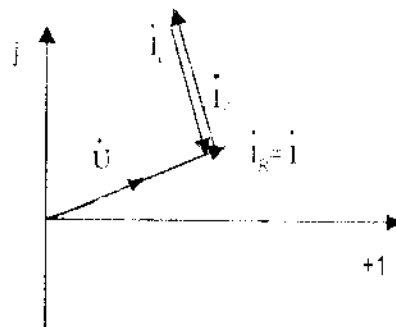
bằng nhau, nhưng ngược pha nhau nên tổng của chúng bằng không.

Mặt khác, theo định luật Kiêckhốp I dạng phức, ta có:

$$\dot{I}_m = \dot{I}_{mL} + \dot{I}_{mC} = \dot{I}_{mR}$$

nên khi cộng hưởng dòng điện qua phần tử điện trở bằng dòng điện đặt vào mạch.

Trên hình 4-29 là đồ thị vectơ của mạch RLC' mắc song song khi mạch phát sinh cộng hưởng.



Hình 4-31. Đồ thị vectơ của mạch RLC' mắc song song khi mạch phát sinh cộng hưởng

Xét tỉ số giữa biên độ dòng điện trên các phần tử phản kháng và biên độ dòng điện đặt vào mạch khi mạch phát sinh cộng hưởng:

$$\left. \frac{I_{ml}}{I_m} \right|_{\omega = \omega_0} = \left. \frac{I_{mc}}{I_m} \right|_{\omega = \omega_0} = \frac{1}{\omega_0 L g} = \frac{\omega_0 C}{g} = Q \quad (4-95)$$

Q được gọi là hệ số phẩm chất của mạch.

Cũng như các mạch dao động RLC nối tiếp, các mạch dao động RLC mắc song song sử dụng trong thực tế thường có hệ số phẩm chất $Q = 50 \div 300$ đối với dải sóng dài, sóng trung và $Q = 300 \div 500$ đối với dải sóng ngắn và cực ngắn.

Đối với mạch dao động RLC mắc song song, ngoài hệ số phẩm chất Q , người ta cũng sử dụng hai đại lượng khác là hệ số tổn hao d và trở kháng đặc tính ρ của mạch. Hệ số tổn hao d của mạch dao động RLC mắc song song là đại lượng nghịch đảo của hệ số phẩm chất Q của mạch:

$d = \frac{1}{Q}$; còn trở kháng đặc tính ρ của mạch là tỉ số giữa biên độ điện áp trên các phần tử và biên độ dòng điện qua phần tử phản kháng của mạch khi mạch phát sinh cộng hưởng:

$$\rho = \left. \frac{U_m}{I_m} \right|_{\omega = \omega_0} = \frac{U_m}{I_{mc}} \bigg|_{\omega = \omega_0} = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

Dễ dàng chứng minh được rằng, cũng như mạch dao động RLC mắc nối tiếp, đối với mạch dao động RLC mắc song song, khi mạch cộng hưởng năng lượng điện từ trường tích trữ trong mạch có giá trị hằng số.

§4-11. ĐẶC TÍNH TẦN SỐ VÀ DẢI THÔNG CỦA MẠCH RLC MẮC SONG SONG

Đối với mạch dao động RLC mắc song song, người ta thường quan tâm đến hàm truyền đại phức theo điện áp:

$$T(j\omega) = \frac{\dot{U}_m}{\dot{I}_m} = Z = \frac{1}{Y} = \frac{1}{g + j\left[\omega C - \frac{1}{\omega L}\right]} \quad (4-96)$$

Biểu thức của hàm truyền đại phức $T(j\omega)$ ở (4-96) có thể viết lại dưới dạng

$$T(j\omega) = \frac{1}{g \left[1 - j \frac{\omega_0 C}{g} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) \right]} = \frac{1}{g(1 + jQ\xi)} = \frac{1}{g(1 + j\xi)} \quad (4-97)$$

trong đó: $Q = \frac{\omega_0 C}{g}$ là hệ số phẩm chất của mạch;

$v = \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}$ là độ lệch cộng hưởng tương đối;

$\xi = Qv$ là độ lệch cộng hưởng tổng quát.

Giá trị cực đại của môđun hàm truyền đạt phức (4-97) là:

$$|T(j\omega)|_{\max} = \frac{1}{g},$$

do đó, hàm truyền đạt phức quy chuẩn của mạch:

$$T(j\omega) = \frac{1}{1 + jQv} = \frac{1}{1 + j\xi} \quad (4-98)$$

Biểu thức của hàm truyền đạt phức quy chuẩn của mạch dao động RLC mắc song song ở (4-98) có dạng hoàn toàn giống biểu thức của hàm truyền đạt phức quy chuẩn của mạch RLC mắc nối tiếp (4-78). Do đó, đặc tính tần số, cũng như dải thông của mạch RLC mắc song song có thể suy ra trực tiếp từ đặc tính tần số và dải thông của mạch RLC mắc nối tiếp.

Đặc tính cộng hưởng của mạch:

$$|T(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2 v^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \xi^2}} \quad (4-99)$$

Đặc tính pha tần số của mạch:

$$\theta(\omega) = -\arctg Qv = -\arctg \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) \quad (4-100)$$

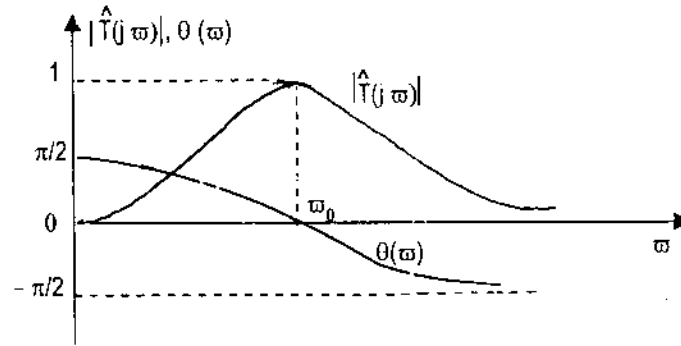
Còn dải thông của mạch cũng được xác định theo biểu thức:

$$2\Delta\omega = \frac{\omega_0}{Q}, \quad (4-101)$$

hay:

$$2\Delta f = \frac{f_0}{Q} \quad (4-101a)$$

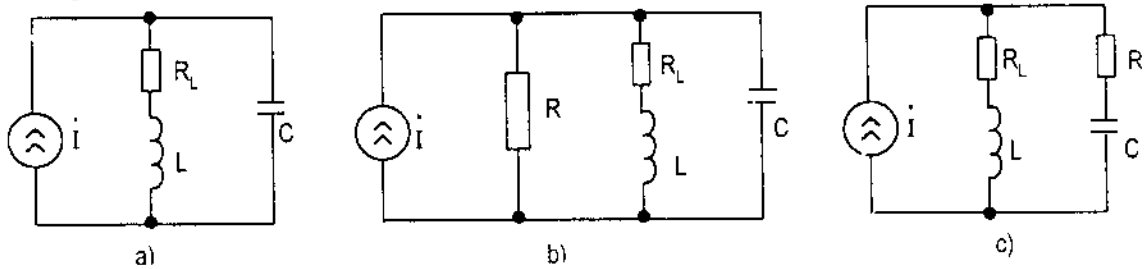
Đặc tuyến cộng hưởng và đặc tuyến pha của mạch RLC mắc song song vẽ trên hình (4-32).



Hình 4-32. Đặc tuyến cộng hưởng và đặc tuyến pha tần số của mạch RLC mắc song song

§4-12. CÁC MẠCH DAO ĐỘNG SONG SONG KHÁC VÀ ĐẶC TÍNH TẦN SỐ CỦA NÓ

Khi kể đến tổn hao trong các phần tử phản kháng, các mạch dao động RLC mắc song song sẽ có dạng như vẽ trên hình (4-33).



Hình 4-33. Các mạch dao động song song thực tế

Mạch dao động song song ở hình (4-33a) có tính đến tổn hao trên cuộn cảm.

Tổng dẫn phức của mạch:

$$\begin{aligned} Y &= Y_1 + Y_2 = \frac{1}{R_L + j\omega L} + j\omega C \\ &= \frac{R_L}{R_L^2 + \omega^2 L^2} + j \left(\omega C - \frac{\omega L}{R_L^2 + \omega^2 L^2} \right) = g + jb \end{aligned} \quad (4-102)$$

trong đó:

$$g = \frac{R_L}{R_L^2 + \omega^2 L^2}; \quad b = \omega C - \frac{\omega L}{R_L^2 + \omega^2 L^2}$$

Mạch sẽ phát sinh cộng hưởng khi tần số của nguồn tác động $\omega = \omega_0$ thỏa mãn điều kiện:

$$\omega_0 C - \frac{\omega_0 L}{R_L^2 + \omega_0^2 L^2} = 0$$

hay:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \sqrt{1 - \frac{R_L^2 C}{L}} = \frac{1}{\sqrt{LC}} \sqrt{1 - \left(\frac{R_L}{\rho}\right)^2} \quad (4-103)$$

trong đó:

$$\rho = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

Các mạch dao động sử dụng trong thực tế thường có tổn hao nhỏ ($R_L \ll \rho$), nên tần số cộng hưởng của mạch có thể tính theo biểu thức gần đúng sau:

$$\omega_0 \approx \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (4-104)$$

Hàm truyền đạt phức của mạch:

$$T(j\omega) = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = \frac{1}{Y} = \frac{R_L + j\omega L}{j\omega C \left(R_L + j\omega L - \frac{j}{\omega C} \right)}$$

Trong thực tế mạch thường làm việc trong dải tần số lân cận tần số cộng hưởng ω_0 , và khi tổn hao nhỏ ta luôn có $R_L \ll \omega L$. Do đó, trong dải tần số lân cận tần số ω_0 , biểu thức của hàm truyền đạt phức có thể viết dưới dạng gần đúng sau:

$$\begin{aligned} T(j\omega) &\approx \frac{j\omega L}{j\omega C \left(R_L + j\omega L - \frac{j}{\omega C} \right)} \\ &= \frac{1}{\frac{R_L C}{L} + j \left(\omega C - \frac{1}{\omega L} \right)} \end{aligned} \quad (4-105)$$

Biểu thức (4-105) hoàn toàn giống biểu thức của hàm truyền đạt phức của mạch RLC mắc song song (4-96), chỉ khác điện dẫn g được thay bằng điện dẫn tương đương $g_{td} = \frac{R_L C}{L}$. Do đó, trong dải tần số lân cận tần số cộng hưởng ω_0 , đặc tính tần số của mạch điện (hình 4-33a) nhận được từ đặc tính tần số của mạch RLC mắc song song (hình 4-27) khi thay điện dẫn g bằng điện dẫn tương đương $g_{td} = \frac{R_L C}{L}$.

Các tham số khác của mạch được xác định theo các biểu thức gần đúng sau:

Hệ số phẩm chất của mạch:

$$Q \approx \frac{\omega_0 C}{g_{td}} = \frac{\rho}{R_L} \quad (4-106)$$

Tổng trở cộng hưởng của mạch:

$$R_{ch} = \frac{1}{g_{td}} = \frac{L}{R_L C} = \frac{\rho^2}{R_L} = Q\rho$$

Khi sử dụng biểu thức gần đúng (4-105), ta sẽ gặp phải sai số, sai số đó được đánh giá bởi biểu thức:

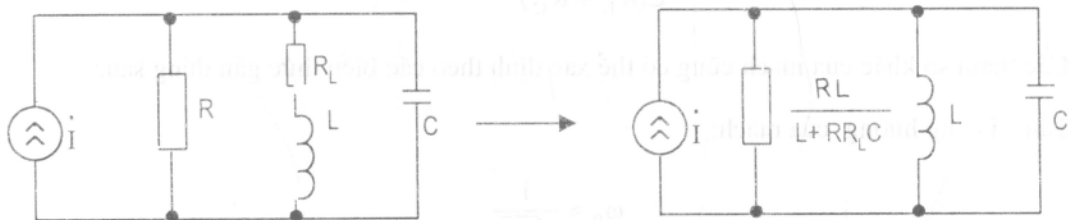
$$\frac{R_L + j\omega L}{j\omega L} = 1 + \frac{R_L}{j\omega L} = \sqrt{1 + \left(\frac{R_L}{\omega L}\right)^2} e^{-j \arctg \frac{R_L}{\omega L}} \quad (4-107)$$

Sai số tương đối của đặc tính biên độ tần số của mạch được đánh giá bằng môđun của biểu thức (4-107), còn sai số tương đối của đặc tính pha tần số được đánh giá bằng argument của biểu thức (4-107).

Mạch dao động ở hình (4-33b) khác mạch dao động ở hình (4-33a) chỉ bởi điện trở R mắc song song với khung dao động. Do đó, trong dải tần số thỏa mãn điều kiện $\omega L \gg R_L$, nó tương đương với mạch RLC mắc song song, với giá trị của điện trở $R = R_{td}$ được xác định bởi biểu thức:

$$R_{td} = \frac{1}{\frac{1}{R} + \frac{R_L C}{L}} = \frac{R \cdot L}{L + R \cdot R_L C}$$

(xem hình 4-34).



Hình 4-34

Các tham số khác của mạch có thể xác định theo các biểu thức gần đúng:

Tần số cộng hưởng:

$$\omega_0 \approx \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Hệ số phẩm chất của mạch:

$$Q \approx \frac{\omega_0 C}{\frac{1}{R} + \frac{R_L C}{L}}$$

Tổng trở cộng hưởng:

$$R_{ch} \approx \frac{1}{\frac{1}{R} + \frac{R_L C}{L}}$$

Mạch dao động ở hình (4-33c) khi tính đến tổn hao nhỏ của cuộn cảm và của tụ điện.

Hàm truyền đạt phức của mạch:

$$T(j\omega) = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = Z = \frac{(R_L + j\omega L)(R_C + 1/j\omega C)}{R_L + R_C + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)} \quad (4-108)$$

Trong thực tế các mạch dao động thường làm việc ở dải tần số mà ở đó thỏa mãn điều kiện $\omega L \gg R_L$, $\frac{1}{\omega C} \gg R_C$. Khi đó hàm truyền đạt phức của mạch (4-108) có thể viết dưới dạng gần đúng:

$$T(j\omega) = \frac{1}{C \left[R_L + R_C + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) \right]} = \frac{1}{\frac{C(R_L + R_C)}{L} + j\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)} \quad (4-109)$$

Biểu thức của hàm truyền (4-109) hoàn toàn giống biểu thức của hàm truyền đạt phức của mạch dao động RLC mắc song song (4-96), chỉ khác điện dẫn g được thay bằng điện dẫn $g_{\text{đ}} = \frac{C(R_L + R_C)}{L}$, nên đặc tính tần số của mạch cũng được suy ra từ đặc tính tần số của mạch

RLC mắc song song khi thay $R = R_{\text{đ}} = \frac{L}{C(R_L + R_C)}$.

Các tham số khác của mạch cũng có thể xác định theo các biểu thức gần đúng sau:

Tần số cộng hưởng của mạch:

$$\omega_0 \approx \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Hệ số phẩm chất của mạch:

$$Q \approx \frac{\omega_0 C}{g_{\text{đ}}} = \frac{\omega_0 L}{R_L + R_C}$$

Tổng trở cộng hưởng của mạch:

$$R_{\text{ch}} \approx \frac{L}{C(R_L + R_C)}$$

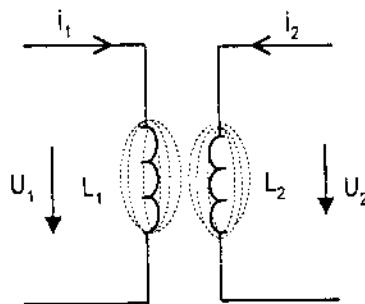
Dải thông của mạch:

$$2\Delta\omega = \frac{\omega_0}{Q} \approx \frac{R_C + R_L}{L}$$

54-13. MẠCH ĐIỆN HÌNH SIN CÓ HỖ CẢM

Hiện tượng từ thông móc vòng qua một cuộn cảm do dòng điện chạy qua một cuộn cảm khác gây ra được gọi là hiện tượng hồ cảm. Mạch điện có tồn tại hồ cảm gọi là mạch điện có hồ cảm.

Xét hai cuộn cảm L_1 , L_2 đặt gần nhau, trong đó có các dòng điện i_1 , i_2 chạy qua (hình 4-35).



Hình 4-35

Từ thông do dòng điện i_1 chạy qua cuộn cảm L_1 gây ra, phần lớn sẽ khép vòng qua cuộn cảm L_2 , được ký hiệu là ϕ_{11} , còn một phần sẽ móc vòng qua cuộn cảm L_2 , được ký hiệu là ϕ_{12} . Tương tự, từ thông do dòng điện i_2 chạy qua cuộn cảm L_2 gây ra phần lớn sẽ móc vòng qua cuộn cảm L_2 , ký hiệu là ϕ_{22} , còn một phần sẽ móc vòng qua cuộn cảm L_1 được ký hiệu là ϕ_{21} . Bởi vậy, từ thông tổng khép vòng qua mỗi cuộn cảm L_1, L_2 , được ký hiệu là ϕ_1 và ϕ_2 tương ứng sẽ là tổng đại số của các từ thông, nghĩa là:

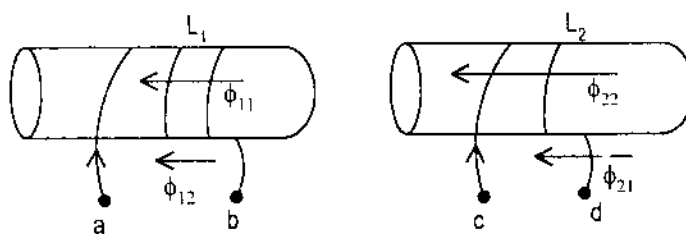
$$\left. \begin{aligned} \phi_1 &= \phi_{11} \pm \phi_{12} = L_1 i_1 \pm M i_2 \\ \phi_2 &= \phi_{22} \pm \phi_{21} = L_2 i_2 \pm M i_1 \end{aligned} \right\} \quad (4-110)$$

Các từ thông $\phi_{11} = L_1 i_1, \phi_{22} = L_2 i_2$ gọi là các từ thông tự cảm; còn các từ thông $\phi_{12} = M i_2, \phi_{21} = M i_1$ gọi là từ thông hổ cảm. Hệ số M trong các biểu thức trên gọi là hệ số hổ cảm:

$$M = k \sqrt{L_1 L_2}$$

trong đó k gọi là hệ số ghép ($0 \leq k \leq 1$). Từ thông hổ cảm có thể cùng chiều, hoặc ngược chiều với từ thông tự cảm. Khi từ thông hổ cảm cùng chiều với từ thông tự cảm, hệ số hổ cảm M sẽ mang dấu dương (+), còn khi từ thông hổ cảm ngược chiều với từ thông tự cảm, hệ số hổ cảm M sẽ mang dấu âm (-). Để xác định chiều của từ thông hổ cảm so với chiều của từ thông tự cảm, người ta đưa vào khái niệm cực cùng tên của hai cuộn cảm. Hai cực của hai cuộn cảm được gọi là cùng tên với nhau nếu chiều dòng điện trên các cực đó là như nhau (cùng đi vào, hoặc cùng đi ra), thì từ thông hổ cảm và từ thông tự cảm là cùng chiều.

Thí dụ, cực a và cực c của hai cuộn cảm vẽ trên hình (4-36) là cùng tên với nhau.



Hình 4-36

Các cực cùng tên của các cuộn cảm chỉ phụ thuộc vào cách quấn dây, hoàn toàn không phụ thuộc vào chiều dòng điện trên các cực ấy. Trên sơ đồ mạch người ta dùng dấu sao (*) để biểu thị các cực cùng tên của các cuộn cảm (xem hình 4-37).



Hình 4-37

Khi từ thông móc vòng qua mỗi cuộn cảm biến thiên, trong chúng sẽ xuất hiện các điện áp cảm ứng. Do đó, đối với các cuộn cảm có hồ cảm, điện áp cảm ứng trên nó sẽ bao gồm thành phần điện áp tự cảm và các thành phần điện áp hồ cảm.

Thí dụ, đối với mạch điện ở hình (4-35), điện áp cảm ứng trên mỗi cuộn cảm L_1, L_2 tương ứng sẽ là:

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= \frac{d\phi_1}{dt} = \frac{d\phi_{11}}{dt} \pm \frac{d\phi_{12}}{dt} = L_{11} \frac{di_1}{dt} \pm M_{12} \frac{di_2}{dt}, \\ u_2 &= \frac{d\phi_2}{dt} = \frac{d\phi_{22}}{dt} \pm \frac{d\phi_{21}}{dt} = L_{22} \frac{di_2}{dt} \pm M_{21} \frac{di_1}{dt} \end{aligned} \right\} \quad (4-111)$$

ở đây $M_{12} = M_{21} = M$.

Các thành phần thứ nhất bên vế phải của các biểu thức (4-111) là các thành phần điện áp tự cảm; còn các thành phần thứ hai bên vế phải của các biểu thức (4-111) là các thành phần điện áp hồ cảm. Thành phần điện áp hồ cảm mang dấu dương (+) khi chiều dòng điện qua các cực cùng tên của hai cuộn cảm là như nhau, ngược lại mang dấu âm (-).

Gọi thành phần điện áp hồ cảm do dòng điện chạy qua cuộn cảm L_q gây ra trên cuộn cảm L_k là u_{Mkq} , ta có:

$$u_{Mkq} = M_{kq} \frac{di_q}{dt} = \mathcal{M}_{Mkq} i_q \quad (4-112)$$

trong đó $\mathcal{M}_{Mkq} = M_{kq} \frac{d}{dt}$ gọi là toán tử hồ cảm.

Đễ dàng thấy rằng, khi các nguồn điện tác động vào mạch có dạng hàm số mũ ($e_k = E_k e^{st}$), toán tử hồ cảm $\mathcal{M}_{Mkq} = M_{kq} s$. Còn khi tác động vào mạch là các nguồn điện hình sin, toán tử hồ cảm $\mathcal{M}_{Mkq}$ bằng tích của hệ số hồ cảm M_{kq} với tần số góc của tác động ω và đơn vị ảo j :

$$\mathcal{M}_{Mkq} = j\omega M_{kq} \quad (4-113)$$

và được gọi là tổng trở phức hồ cảm.

Còn giá trị biên độ phức (hiệu dụng phức) của thành phần điện áp hồ cảm được xác định bởi tích của tổng trở phức hồ cảm với giá trị biên độ phức (hiệu dụng phức) của dòng điện.

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_{M_{\text{in}q}} &= j\omega M_{\text{in}q} \dot{I}_{\text{in}q}, \\ \dot{U}_{M_{\text{ko}q}} &= j\omega M_{\text{ko}q} \dot{I}_q. \end{aligned} \right\} \quad (4.114)$$

Từ các kết quả nhận được ta thấy, đối với các mạch điện có hồ cảm, điện áp rơi trên các phần tử của mạch vòng, ngoài các thành phần điện áp rơi như đã tính ở trên, còn có thêm các thành phần điện áp hồ cảm. Do đó, hệ phương trình dòng điện mạch vòng (2-9) sẽ có dạng:

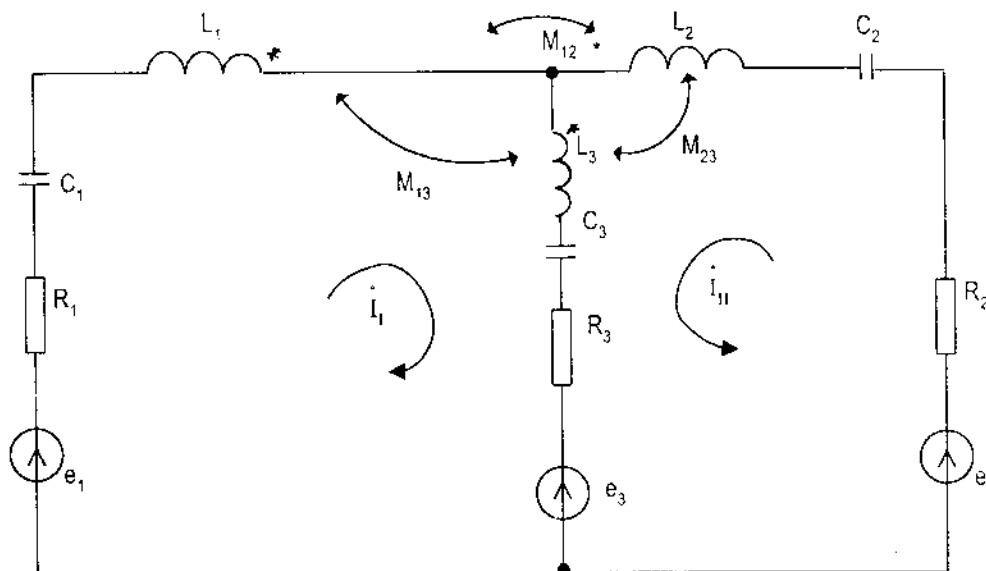
[illegible]

trong đó $\sum x_{\text{MEX}}$ là tổng đại số các toán tử hở cảm giữa các cuộn cảm trong các nhánh thuộc mạch vòng k. Dấu của các toán tử hở cảm thành phần phụ thuộc vào chiều dòng điện mạch vòng k đối với các cực cùng tên của các cuộn cảm.

$\sum \mathcal{G}_{\text{Mkq}(k \neq q)} = \sum \mathcal{G}_{\text{Mkq}}$ là tổng đại số các toán tử hồ cảm giữa các cuộn cảm nằm trong các nhánh thuộc mạch vòng q (thuộc mạch vòng k) và các cuộn cảm nằm trong các nhánh thuộc mạch vòng k (thuộc mạch vòng q). Dấu của các toán tử hồ cảm thành phần cũng phụ thuộc vào chiều dòng điện của các mạch vòng k và q đối với các cực cùng tên của các cuộn cảm.

Dưới đây, ta xét một thí dụ:

Thành lập hệ phương trình dòng điện mạch vòng của mạch điện ở hình 4-38. Biết rằng các nguồn tác động vào mạch là các nguồn điện hình sin và mạch làm việc ở chế độ xác lập.

**Figure 4-38**

Sử dụng số phức để phân tích mạch điện, thay các toán tử hồ cảm $\mathcal{M} = j\omega M$, đối với mạch điện (hình 4-38), chọn các mạch vòng độc lập và chiều các dòng điện mạch vòng như hình vẽ, ta có:

$$\begin{aligned}\sum \mathcal{M}_{11} &= -2j\omega M_{13}; \\ \sum \mathcal{M}_{22} &= -2j\omega M_{23}; \\ \sum \mathcal{M}_{12} &= \sum \mathcal{M}_{21} = j\omega M_{12} - j\omega M_{24} - j\omega M_{41} = j\omega (M_{12} - M_{23} - M_{41})\end{aligned}$$

Từ đây ta thiết lập được hệ phương trình dòng điện mạch vòng của mạch (hình 4-36):

$$\begin{cases} (Z_1 + Z_3 - 2j\omega M_{13}) \dot{I}_1 + [Z_4 + j\omega (M_{12} - M_{23} - M_{41})] \dot{I}_2 = \dot{E}_1 - \dot{E}_3, \\ [Z_4 + j\omega (M_{12} - M_{23} - M_{41})] \dot{I}_1 + (Z_2 + Z_3 - 2j\omega M_{23}) \dot{I}_2 = \dot{E}_2 - \dot{E}_3 \end{cases} \quad (4-116)$$

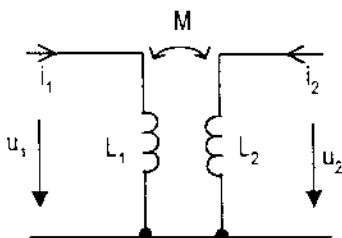
trong đó:

$$\begin{aligned}Z_1 &= R_1 + j\left(\omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1}\right), \\ Z_2 &= R_2 + j\left(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2}\right), \\ Z_3 &= R_3 + j\left(\omega L_3 - \frac{1}{\omega C_3}\right).\end{aligned}$$

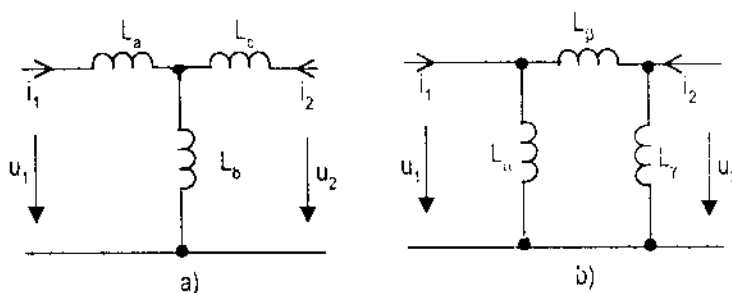
Đối với mạch điện có hồ cảm, dòng điện qua một nhánh không chỉ phụ thuộc vào điện thế hai nút kề nhánh đó, mà còn phụ thuộc vào dòng điện qua các nhánh có hồ cảm khác, nên không thể áp dụng phương pháp điện thế điểm nút để phân tích mạch có hồ cảm.

§4-14. SƠ ĐỒ THAY THẾ TƯƠNG ĐƯƠNG CỦA BIẾN ÁP

Phân tích mạch điện có hồ cảm khá phức tạp, để đơn giản quá trình phân tích, người ta thực hiện thay thế mạch có hồ cảm bằng mạch không có hồ cảm tương đương. Có nhiều phương pháp thay thế tương đương của mạch điện có hồ cảm. Dưới đây chỉ xét sơ đồ thay thế tương đương của biến áp (hình 4-39).



Hình 4-39



Hình 4-40

Đối với biến áp (hình 4-39), người ta thường sử dụng hai loại sơ đồ thay thế tương đương: sơ đồ thay thế tương đương hình T (hình 4-40a) và sơ đồ thay thế tương đương hình Π (hình 4-40b).

Xét sơ đồ thay thế tương đương hình T của biến áp. Để xác định các tham số L_a , L_b , L_c của sơ đồ thay thế tương đương hình T của biến áp, ta thiết lập phương trình dòng điện mạch vòng cho cả hai sơ đồ (sơ đồ ở hình 4-39 và sơ đồ ở hình 4-40a).

Đối với mạch ở hình 4-39, phương trình dòng điện mạch vòng có dạng:

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= L_1 \frac{di_1}{dt} \pm M \frac{di_2}{dt}, \\ u_2 &= L_2 \frac{di_2}{dt} \pm M \frac{di_1}{dt} \end{aligned} \right\} \quad (4-117)$$

Còn đối với mạch điện ở hình (4-40a):

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= (L_a + L_b) \frac{di_1}{dt} + L_b \frac{di_2}{dt}, \\ u_2 &= (L_c + L_b) \frac{di_2}{dt} + L_b \frac{di_1}{dt} \end{aligned} \right\} \quad (4-118)$$

Từ các hệ phương trình (4-112) và (4-113), ta thấy nếu các tham số trong hai hệ phương trình thỏa mãn điều kiện $L_a + L_b = L_1$; $L_c + L_b = L_2$; $L_b = \pm M$, hay:

$$\left. \begin{aligned} L_a &= L_1 \mp M, \\ L_c &= L_2 \mp M, \\ L_b &= \pm M \end{aligned} \right\} \quad (4-119)$$

thì hai hệ phương trình (4-117) và (4-118) là tương đương với nhau. Hay nói cách khác, mạch điện ở hình (4-40a) là mạch điện tương đương của biến áp (hình 4-39), nếu các tham số của nó được chọn theo biểu thức (4-119).

Trong các biểu thức (4-119), hệ số M sẽ lấy dấu phía trên, nếu các cực cùng tên của hai cuộn cảm của biến áp cùng nối với nút chung; ngược lại, nếu các cực cùng tên của hai cuộn cảm không nối với nút chung, hệ số M sẽ lấy dấu dưới.

Cần lưu ý rằng trong sơ đồ thay thế tương đương hình T của biến áp, có thể có điện cảm hoặc L_a , hoặc L_b , hoặc L_c có giá trị âm. Thật vậy, khi ghép chặt ($k = 1$), ta sẽ có $L_1 L_2 = M^2$, và do đó các giá trị của các điện cảm L_a , L_b , L_c của sơ đồ thay thế hình T sẽ thỏa mãn biểu thức:

$$\begin{aligned} \text{hay:} \quad & (L_a + L_b)(L_c + L_b) = L_b^2 \\ & L_a L_c + L_a L_b + L_b L_c = 0 \end{aligned} \quad (4-120)$$

Biểu thức (4-120) chứng tỏ rằng, một trong các điện cảm trong sơ đồ thay thế, hoặc điện cảm $L_a = L_1 \mp M = L_1 \mp \sqrt{L_1 L_2} = \sqrt{L_1} (\sqrt{L_1} \mp \sqrt{L_2})$, hoặc điện cảm $L_c = L_2 \mp M = L_2 \pm \sqrt{L_1 L_2} = \sqrt{L_2} (\sqrt{L_2} \pm \sqrt{L_1})$ hoặc điện cảm $L_b = \pm M$ sẽ có giá trị âm.

Trong trường hợp ghép lỏng ($k < 1$), khi đó $L_1 L_2 > M^2$, và đẳng thức (4-120) sẽ trở thành bất đẳng thức:

$$L_a L_c + L_a L_b + L_b L_c > 0. \quad (4-121)$$

Bất đẳng thức (4-121) cũng không loại trừ khả năng hoặc điện cảm L_a , hoặc điện cảm L_c có giá trị âm.

Tuy nhiên, việc xuất hiện điện cảm có giá trị âm trong sơ đồ thay thế hoàn toàn không ảnh hưởng đến quá trình phân tích và tính toán mạch điện. Nó chỉ chứng tỏ rằng, đối với mạch điện có hồ cảm không thể thay thế hoàn toàn bằng các phần tử thụ động. Về mặt vật lý, việc xuất hiện điện cảm có giá trị âm trong sơ đồ thay thế được giải thích như sau: Đối với biến áp (hình 4-39) cuộn sơ cấp L_1 sẽ nhận năng lượng điện từ nguồn và biến đổi thành năng lượng từ trường và bức xạ vào vùng không gian quanh cuộn thứ cấp L_2 . Cuộn thứ cấp L_2 nhận lại năng lượng từ trường từ vùng không gian và biến thành năng lượng điện để cung cấp cho phụ tải. Điều này tương đương như cuộn L_1 hoặc L_2 phát ra một nguồn năng lượng, và chính vì thế mà trong sơ đồ thay thế xuất hiện điện cảm có giá trị âm.

Tương tự, để xác định giá trị của các điện cảm L_a, L_b, L_c trong sơ đồ thay thế tương đương hình Π (hình 4-40b) của biến áp, ta viết phương trình định luật Kiêckhốp 1 đối với nút 1 và nút 2 của mạch:

$$\left. \begin{aligned} i_1 &= \left(\frac{1}{L_a} + \frac{1}{L_b} \right) \int u_1 dt - \frac{1}{L_b} \int u_2 dt, \\ i_2 &= \left(\frac{1}{L_c} + \frac{1}{L_b} \right) \int u_2 dt - \frac{1}{L_b} \int u_1 dt \end{aligned} \right\} \quad (4-122)$$

Sau khi nhân cả hai vế từng phương trình của hệ phương trình (4-117) với dt và lấy tích phân cả hai vế của chúng, ta sẽ nhận được:

$$\left. \begin{aligned} L_a i_1 \pm M i_2 &= \int u_1 dt, \\ L_c i_2 \pm M i_1 &= \int u_2 dt \end{aligned} \right\} \quad (4-123)$$

Giải hệ phương trình (4-123) theo các biến i_1, i_2 , ta sẽ nhận được:

$$\left. \begin{aligned} i_1 &= \frac{L_2}{L_1 L_2 - M^2} \int u_1 dt \pm \frac{M}{L_1 L_2 - M^2} \int u_2 dt, \\ i_2 &= \frac{L_1}{L_1 L_2 - M^2} \int u_2 dt \pm \frac{M}{L_1 L_2 - M^2} \int u_1 dt \end{aligned} \right\} \quad (4-124)$$

So sánh các hệ phương trình (4-117) và (4-124) ta thấy, nếu các hệ số của hai hệ thỏa mãn điều kiện:

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{L_\alpha} + \frac{1}{L_\beta} &= \frac{L_2}{L_1 L_2 - M^2}, \\ \frac{1}{L_\gamma} + \frac{1}{L_\beta} &= \frac{L_1}{L_1 L_2 - M^2}, \\ \frac{1}{L_\beta} &= \frac{\pm M}{L_1 L_2 - M^2} \end{aligned} \right\} \quad (4-125)$$

thì hai hệ phương trình trên là tương đương với nhau. Hay nói cách khác, sơ đồ mạch điện hình Π (hình 4-40b) là sơ đồ thay thế tương đương của biến áp (hình 4-39) nếu các tham số $L_\alpha, L_\beta, L_\gamma$ của nó thỏa mãn điều kiện (4-125).

Giải hệ phương trình (4-125) ta tìm được:

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{L_\alpha} &= \frac{L_2 \mp M}{L_1 L_2 - M^2}, \\ \frac{1}{L_\gamma} &= \frac{L_1 \mp M}{L_1 L_2 - M^2}, \\ \frac{1}{L_\beta} &= \frac{\pm M}{L_1 L_2 - M^2} \end{aligned} \right\} \quad (4-126)$$

Dấu trước tham số M của các biểu thức (4-126) cũng được chọn như đối với sơ đồ thay thế tương đương hình T của biến áp.

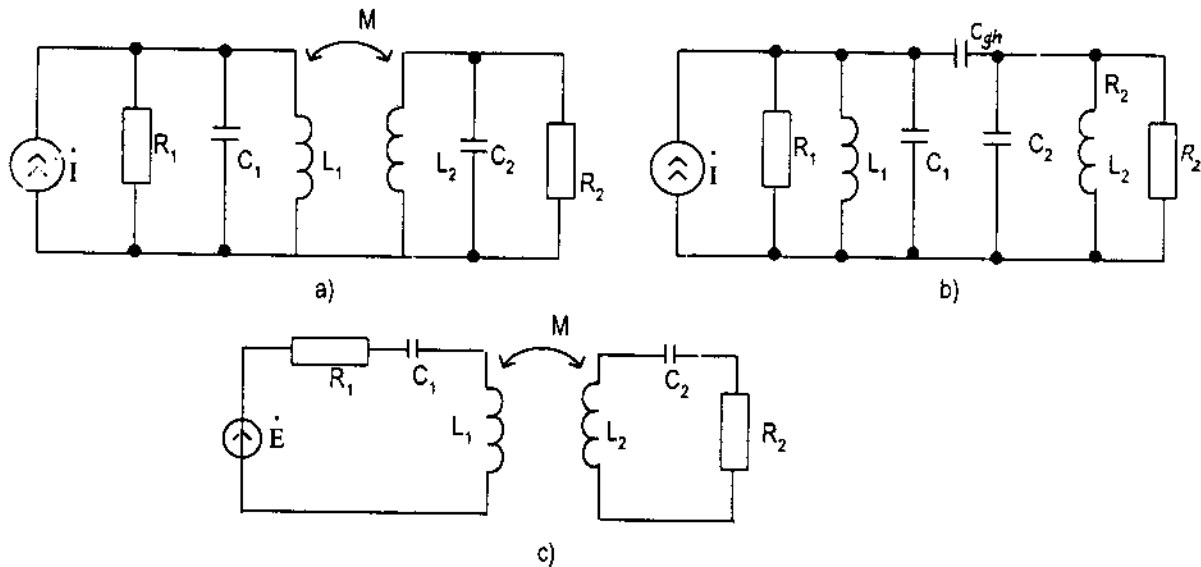
Trong sơ đồ thay thế tương đương hình Π của biến áp cũng có khả năng xuất hiện điện cảm có giá trị âm.

§4-15. CÁC MẠCH DAO ĐỘNG GHEP

Trong kỹ thuật vô tuyến điện, ngoài các mạch dao động đơn (mạch RLC mắc nối tiếp và RLC mắc song song), người ta còn sử dụng rộng rãi các mạch dao động ghép.

Mạch dao động ghép là một hệ thống gồm hai hay nhiều mạch dao động đơn ghép với nhau. Việc ghép giữa các mạch dao động có thể thực hiện qua biến áp (ghép điện cảm) hoặc qua điện dung (ghép điện dung).

Trên hình (4-41) vẽ các mạch dao động ghép gồm hai mạch dao động đơn ghép điện cảm và ghép điện dung với nhau.



Hình 4-41. Các mạch dao động ghép

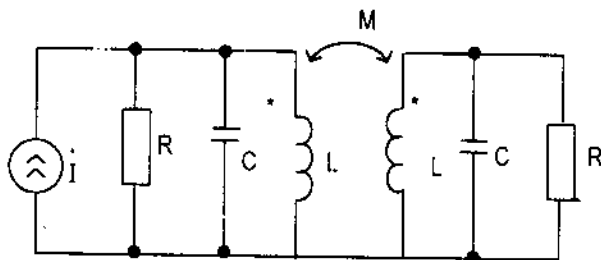
a, c) Mạch dao động ghép điện cảm

b) Mạch dao động ghép điện dung.

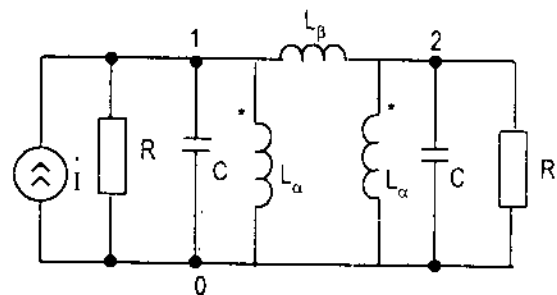
Các mạch dao động ghép sử dụng trong thực tế thường gồm hai mạch dao động đơn có tham số giống hệt nhau ghép với nhau.

4-15.1. Sơ đồ thay thế tương đương của mạch dao động ghép

Xét mạch dao động ghép gồm hai mạch dao động đơn có tham số giống hệt nhau, ghép điện cảm với nhau (hình 4-42).



Hình 4-42



Hình 4-43

Để phân tích mạch dao động ghép (hình 4-42), ta thực hiện thay thế sơ đồ có hồ cảm bằng sơ đồ không có hồ cảm (hình 4-43), trong đó:

$$\frac{1}{L_{\alpha}} = \frac{L - M}{L^2 - M^2} = \frac{1}{L + M} = \frac{1}{L(1 + k)},$$

$$\frac{1}{L_{\beta}} = \frac{M}{L^2 - M^2} = \frac{k}{L(1 - k^2)}$$

ở đây $k = \frac{M}{L}$ là hệ số ghép giữa hai mạch dao động.

Thiết lập hệ phương trình điện thế điện nút đối với mạch điện hình 4-43:

$$\left\{ \begin{aligned} \left[g + j\omega C + \frac{1}{j\omega L(1+k)} + \frac{k}{j\omega L(1-k^2)} \right] \dot{U}_1 - \frac{k}{j\omega L(1-k^2)} \dot{U}_2 &= \dot{I}, \\ \frac{-k}{j\omega L(1-k^2)} \dot{U}_1 + \left[g + j\omega C + \frac{1}{j\omega L(1+k)} + \frac{k}{j\omega L(1-k^2)} \right] \dot{U}_2 &= 0 \end{aligned} \right. \quad (4-127)$$

trong đó: $g = \frac{1}{R}$.

Vì rằng: $g + j\omega C + \frac{1}{j\omega L(1+k)} + \frac{k}{j\omega L(1-k^2)} = g + j\omega C + \frac{1}{j\omega L(1-k^2)}$ nên hệ phương trình điện thế điện nút (4-127) được đưa về dạng:

$$\left\{ \begin{aligned} \left[g + j\omega C + \frac{1}{j\omega L(1-k^2)} \right] \dot{U}_1 - \frac{k}{j\omega L(1-k^2)} \dot{U}_2 &= \dot{I}, \\ \frac{-k}{j\omega L(1-k^2)} \dot{U}_1 + \left[g + j\omega C + \frac{1}{j\omega L(1-k^2)} \right] \dot{U}_2 &= 0. \end{aligned} \right. \quad (4-128)$$

Các mạch dao động ghép sử dụng trong thực tế thường có hệ số ghép $k = \frac{M}{L} \ll 1$, trong trường hợp đó hệ phương trình (4-128) có thể viết dưới dạng gần đúng sau:

$$\left\{ \begin{aligned} \left[g + j\left(\omega C - \frac{1}{\omega L} \right) \right] \dot{U}_1 - \frac{k}{j\omega L} \dot{U}_2 &= \dot{I}, \\ -\frac{k}{j\omega L} \dot{U}_1 + \left[g + j\left(\omega C - \frac{1}{\omega L} \right) \right] \dot{U}_2 &= 0. \end{aligned} \right. \quad (4-129)$$

hay:

$$\left\{ \begin{aligned} Y \dot{U}_1 - \frac{k}{j\omega L} \dot{U}_2 &= \dot{I}, \\ -\frac{k}{j\omega L} \dot{U}_1 + Y \dot{U}_2 &= 0. \end{aligned} \right. \quad (4-130)$$

trong đó $Y = g + j\left(\omega C - \frac{1}{\omega L} \right)$ là tổng dẫn phức của mạch dao động đơn.

Từ phương trình thứ hai của hệ phương trình (4-130), ta có:

$$\dot{U}_2 = \frac{k}{j\omega L \cdot Y} \dot{U}_1 \quad (4-131)$$

Thay giá trị $\dot{U}_2$ từ biểu thức (4-131) vào phương trình đầu của hệ phương trình (4-130), và biến đổi ta tìm được:

$$\dot{U}_1 = \frac{\dot{I}}{Y + \frac{(k/\omega L)^2}{Y}} = \frac{\dot{I}}{Y + Y_{pa}}, \quad (4-132)$$

trong đó $Y_{pa} = \frac{(k/\omega L)^2}{Y}$ được gọi là tổng dẫn phức phản ánh từ mạch thứ cấp về mạch sơ cấp.

Tổng dẫn phức phản ánh Y_{pa} có thể viết dưới dạng:

$$\begin{aligned} Y_{pa} &= \frac{(k/\omega L)^2}{Y} = \frac{(k/\omega L)^2}{g + jb} = \frac{(k/\omega L)^2 (g - jb)}{|Y|^2} \\ &= \left(\frac{k/\omega L}{|Y|} \right)^2 \cdot g - j \left(\frac{k/\omega L}{|Y|} \right)^2 \cdot b = g_{pa} - jb_{pa}, \end{aligned}$$

trong đó g là thành phần tác dụng của tổng dẫn phức của mạch dao động đơn; b là thành phần phản kháng của tổng dẫn phức của mạch dao động đơn.

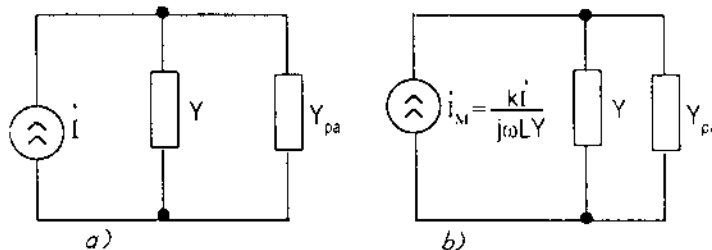
$$g_{pa} = \left(\frac{k/\omega L}{|Y|} \right)^2 \cdot g \quad \text{là thành phần tác dụng của tổng dẫn phản ánh.}$$

$$b_{pa} = \left(\frac{k/\omega L}{|Y|} \right)^2 \cdot b \quad \text{là thành phần phản kháng của tổng dẫn phản ánh.}$$

$$|Y| = \sqrt{g^2 + b^2} \quad \text{là môđun của tổng dẫn phức của mạch dao động đơn.}$$

Chú ý rằng thành phần phản kháng của tổng dẫn phản ánh ngược dấu với thành phần phản kháng của tổng dẫn phức của mạch dao động đơn.

Từ biểu thức (4-132) có thể suy ra sơ đồ thay thế tương đương của mạch dao động ghép (hình 4-42) quy về mạch sơ cấp (hình 4-44a).



Hình 4-44. Sơ đồ thay thế tương đương của mạch dao động ghép

a) quy về mạch sơ cấp; b) quy về mạch thứ cấp.

Thực hiện thay giá trị của $\dot{U}_1$ từ biểu thức (4-132) vào biểu thức (4-131) và biến đổi ta nhận được:

$$\dot{U}_2 = \frac{k \dot{I} / j\omega L \cdot Y}{Y + Y_{ps}} = \frac{\dot{I}_M}{Y + Y_{ps}} \quad (4-133)$$

trong đó:

$$\dot{I}_M = \frac{k \dot{I}}{j\omega L \cdot Y} \quad (4-134)$$

là nguồn dòng điện cảm ứng từ mạch sơ cấp sang mạch thứ cấp.

Từ biểu thức (4-133) có thể suy ra sơ đồ thay thế tương đương của mạch dao động ghép (hình 4-42) quy về mạch thứ cấp (hình 4-44b).

4-15.2. Điều chỉnh cộng hưởng trong mạch dao động ghép

Để công suất tác dụng trên đầu ra mạch dao động ghép (công suất tác dụng ở mạch thứ cấp) đạt giá trị cực đại, người ta thực hiện điều chỉnh cộng hưởng mạch dao động ghép.

Có nhiều phương pháp điều chỉnh mạch dao động ghép: điều chỉnh cộng hưởng riêng phần mạch sơ cấp; điều chỉnh cộng hưởng riêng phần mạch thứ cấp; điều chỉnh cộng hưởng phức tạp, điều chỉnh cộng hưởng toàn phần.

a) Điều chỉnh cộng hưởng riêng phần mạch sơ cấp

Từ biểu thức (4-131) ta thấy, điện áp trên mạch thứ cấp U_2 đạt giá trị cực đại khi điện áp bên mạch sơ cấp U_1 đạt giá trị cực đại. Để điện áp U_1 đạt giá trị cực đại, ta thực hiện điều chỉnh cộng hưởng riêng phần mạch sơ cấp. Khi mạch sơ cấp cộng hưởng ($b + b_{ps} = 0$), điện áp bên mạch sơ cấp:

$$U_1 = \frac{I}{g + g_{ps}} = \frac{I}{g + \left(\frac{k / \omega L}{|Y|} \right)^2 g}, \quad (4-135)$$

và điện áp U_2 đạt giá trị cực đại:

$$U_{2max} = \frac{kI}{\omega L |Y|} \cdot \frac{1}{g + \left(\frac{k / \omega L}{|Y|} \right)^2 g} \quad (4-136)$$

b) Điều chỉnh cộng hưởng riêng phần mạch thứ cấp

Tương tự như điều chỉnh cộng hưởng riêng phần mạch sơ cấp, khi mạch thứ cấp cộng hưởng ($b + b_{ps} = 0$), điện áp:

$$U_2 = U_{2\max} = \frac{kI}{\omega L|Y|} \cdot \frac{1}{g + \left(\frac{k/\omega L}{|Y|} \right)^2 \cdot g} \quad (4-137)$$

c) Điều chỉnh cộng hưởng phức tạp

Điều chỉnh cộng hưởng phức tạp mạch dao động ghép được thực hiện theo các bước sau: Đầu tiên thực hiện điều chỉnh cộng hưởng riêng phần mạch sơ cấp, hoặc mạch thứ cấp để điện áp trên mạch thứ cấp đạt giá trị cực đại ($U_2 = U_{2\max}$). Sau đó điều chỉnh độ ghép giữa các mạch dao động để điện áp trên mạch thứ cấp đạt giá trị cực đại cực đại ($U_2 = U_{2\max\max}$).

Thí dụ, khi điều chỉnh cộng hưởng riêng phần mạch sơ cấp, điện áp trên mạch thứ cấp đạt giá trị cực đại $U_{2\max}$ và được xác định bởi biểu thức (4-136). Để xác định hệ số ghép giữa các mạch dao động khi đó điện áp trên mạch thứ cấp $U_2 = U_{2\max\max}$, ta thực hiện đạo hàm biểu thức (4-136) theo hệ số ghép k và cho đạo hàm bằng không:

$$\frac{dU_{2\max}}{dk} = \frac{I\omega L|Y|(g + \left(\frac{k/\omega L}{|Y|} \right)^2 g) - \frac{\omega L|Y|2k}{(\omega L|Y|)^2} kIg}{\left[\omega L|Y|(g + \left(\frac{k/\omega L}{|Y|} \right)^2 g) \right]^2} = 0 \quad (4-138)$$

Giải phương trình (4-138), ta xác định được hệ số ghép tối ưu k_{opt} khi đó điện áp $U_2 = U_{2\max\max}$:

$$k_{opt} = \omega L|Y| \quad (4-139)$$

Thay giá trị của hệ số ghép tối ưu k_{opt} từ biểu thức (4-139) vào biểu thức (4-136) ta xác định được giá trị

$$U_{2\max\max} = \frac{I}{2g} \quad (4-140)$$

d) Điều chỉnh cộng hưởng toàn phần

Điều chỉnh cộng hưởng toàn phần mạch dao động ghép được thực hiện theo các bước sau: Đầu tiên hở mạch thứ cấp và điều chỉnh để mạch sơ cấp cộng hưởng ($b = 0$). Tiếp đó, hở mạch sơ cấp, điều chỉnh để mạch thứ cấp cộng hưởng ($b = 0$). Cuối cùng điều chỉnh độ ghép để điện áp trên mạch thứ cấp $U_2 = U_{2\max\max}$.

Khi mạch sơ cấp và mạch thứ cấp cùng cộng hưởng ($b = 0$, $Y = g$, $\omega = \omega_0$), từ biểu thức (4-139), ta có:

$$U_2 = U_{2\max} = \frac{kI}{g\omega_0 L \left[g + \frac{(k/\omega_0 L)^2}{g} \right]} \quad (4-141)$$

Để xác định hệ số ghép k giữa các mạch dao động, khi đó điện áp $U_2 = U_{2\max\max}$, ta thực hiện đạo hàm biểu thức (4-141) theo hệ số ghép k và cho đạo hàm bằng không:

$$\frac{dU_{2\max}}{dk} = \frac{I g \omega_0 L \left\{ \left[g + \frac{(k/\omega_0 L)^2}{g} \right] - \frac{2k^2}{(\omega_0 L)^2 \cdot g} \right\}}{g^2 \omega_0^2 L^2 \left[g + \frac{(k/\omega_0 L)^2}{g} \right]^2} = 0 \quad (4-142)$$

Giải phương trình (4-142), ta xác định được hệ số ghép tối ưu giữa các mạch dao động, khi đó điện áp trên mạch thứ cấp $U_2 = U_{2\max\max}$:

$$k_{opt} = \omega_0 L g. \quad (4-143)$$

Thay giá trị $k = k_{opt}$ từ biểu thức (4-143) vào biểu thức (4-141), ta xác định được:

$$U_{2\max\max} = \frac{I}{2g} \quad (4-144)$$

Rõ ràng rằng trong cả hai trường hợp điều chỉnh cộng hưởng phức tạp và điều chỉnh cộng hưởng toàn phần, giá trị điện áp $U_{2\max\max}$ là như nhau. Tuy nhiên khi điều chỉnh cộng hưởng toàn phần, mạch làm việc ổn định hơn, và quá trình điều chỉnh cũng dễ dàng hơn, nên trong thực tế để điều chỉnh cộng hưởng mạch dao động ghép, người ta thường thực hiện điều chỉnh cộng hưởng toàn phần.

Vì rằng $\omega_0 L g = \frac{1}{Q} = d$ (ở đây Q là hệ số phẩm chất của mạch dao động đơn), nên khi điều chỉnh cộng hưởng toàn phần, hệ số ghép tối ưu giữa các mạch dao động:

$$k_{opt} = d \quad (4-145)$$

Cuối cùng ta xét hiệu suất của mạch dao động ghép khi hệ số ghép $k = k_{opt}$.

Hiệu suất truyền tải công suất tác dụng trong mạch dao động ghép được xác định bởi biểu thức:

$$\eta = \frac{P_2}{P_\Sigma},$$

trong đó p_2 là công suất tác dụng trên mạch thứ cấp, p_Σ là công suất tác dụng mà nguồn cung cấp cho mạch.

Khi hệ số ghép $k = k_{opt}$, công suất tác dụng trên mạch thứ cấp:

$$P_2 = \frac{I^2}{4g},$$

còn công suất tác dụng mà nguồn cung cấp cho mạch:

$$P_{\Sigma} = \frac{I^2}{g + g_{pa}} = \frac{I^2}{2g}.$$

Do đó, hiệu suất:

$$\eta = \frac{P_2}{P_{\Sigma}} = 50\%$$

Vậy khi công suất tác dụng trên mạch thứ cấp đạt giá trị cực đại, hiệu suất truyền tải công suất tác dụng trong mạch dao động ghép $\eta = 50\%$.

§ 4-16. ĐẶC TÍNH TẦN SỐ VÀ DẢI THÔNG CỦA MẠCH DAO ĐỘNG GHEP

Trong biểu thức (4-139), thực hiện thay $Y_{pa} = \frac{(k/\omega L)^2}{Y}$ và $Y = g + j\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)$, biến đổi ta nhận được:

$$\begin{aligned} \dot{U}_2 &= \frac{K \dot{I} / j\omega L}{\left[g - j\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right) \right]^2 - \left(\frac{k}{j\omega L} \right)^2} \\ &= \frac{1}{g} \frac{k \dot{I} / j\omega L g}{\left(1 + j\omega C + \frac{1}{j\omega L g} \right)^2 - \left(\frac{k}{j\omega L g} \right)^2} \end{aligned} \quad (4-146)$$

Vì rằng $\frac{\omega_0 C}{g} = \frac{1}{\omega_0 L g} = Q$ (hệ số phẩm chất của mạch dao động đơn) và:

$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ là tần số cộng hưởng của mạch dao động đơn, nên biểu thức (4-146) có thể biến

đổi về dạng:

$$\begin{aligned} \dot{U}_2 &= \frac{1}{g} \frac{\frac{\omega_0}{j\omega} k Q \dot{I}}{\left[1 + jQ \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) \right]^2 - \left(\frac{\omega_0}{j\omega} k Q \right)^2} \\ &= \frac{1}{g} \frac{j \frac{\omega_0}{\omega} k Q \dot{I}}{(1 + jQ\xi)^2 - \left(\frac{\omega_0}{j\omega} k Q \right)^2} = \frac{1}{g} \frac{\frac{\omega_0}{j\omega} k Q \dot{I}}{(1 + j\xi)^2 - \left(\frac{\omega_0}{j\omega} k Q \right)^2} \\ &= \frac{1}{g} \frac{\frac{\omega_0}{j\omega} k Q \dot{I}}{1 + \left(\frac{\omega_0}{\omega} \right)^2 k^2 Q^2 - \xi^2 + 2j\xi} \end{aligned} \quad (4-147)$$

ở đây:

$v = \frac{\omega_0}{\omega} - \frac{\omega}{\omega_0}$ là độ lệch cộng hưởng tương đối.

$\xi = Qv$ là độ lệch cộng hưởng tổng quát.

Xét hàm truyền đạt phức quy chuẩn:

$$T(j\omega) = \frac{\dot{U}_2}{U_{2\max}}$$

Vì rằng:

$$U_{2\max} = \frac{1}{2g},$$

$$\text{nên: } T(j\omega) = \frac{2^{\omega_0} kQ}{1 + \left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2 k^2 Q^2 - \xi^2 + 2j\xi} \quad (4-148)$$

Trong thực tế, các mạch dao động ghép thường làm việc trong dải tần số lân cận tần số cộng hưởng ω_0 , nên trong dải tần số này có thể coi một cách gần đúng $\frac{\omega_0}{\omega} \approx 1$. Bởi vậy, trong dải tần số lân cận tần số cộng hưởng ω_0 , hàm truyền đạt phức quy chuẩn (4-148) có thể viết dưới dạng gần đúng sau:

$$T(j\omega) = \frac{-2jkQ}{1 + k^2 Q^2 - \xi^2 + 2j\xi} \quad (4-149)$$

Môđun của hàm truyền đạt phức quy chuẩn:

$$|T(j\omega)| = \frac{2kQ}{\sqrt{(1 + k^2 Q^2 - \xi^2)^2 + 4\xi^2}} \quad (4-150)$$

Trong biểu thức (4-150), sự phụ thuộc của môđun hàm truyền đạt phức vào tần số (sự phụ thuộc của điện áp đầu ra U_2 vào tần số) thông qua biến ξ :

$$\xi = Qv = Q\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)$$

Để xác định dạng điệu của đường cong $|T(j\omega)|$ ở (4-150) theo tần số (đặc tính biên độ tần số của mạch dao động ghép), ta xác định các điểm cực trị của nó.

Điều kiện cực trị của hàm $|T(j\omega)|$ ở (4-150) được xác định từ điều kiện triệt tiêu của đạo hàm cấp một của nó, nghĩa là:

$$\frac{d|T(j\omega)|}{d\xi} = \frac{-2kQ[-4\xi(1 + k^2 Q^2 - \xi^2 + 8\xi^2)]}{[(1 + k^2 Q^2 - \xi^2)^2 + 4\xi^2]^{3/2}} = 0 \quad (4-151)$$

Giải phương trình (4-151) ta tìm được các giá trị của ξ tại đó hàm $\left| \hat{T}(j\omega) \right|$ ở (4-150) đạt cực trị:

$$\left. \begin{aligned} \xi_0 &= 0, \\ \xi_{m,m} &= \pm \sqrt{k^2 Q^2 - 1} \end{aligned} \right\} \quad (4-152)$$

Rõ ràng rằng đáng điệu của đường cong $\left| \hat{T}(j\omega) \right|$ phụ thuộc vào tích kQ .

Vì tần số góc của dao động ω là các giá trị thực dương, nên độ lệch cộng hưởng tổng quát ξ phải là số thực dương, hoặc âm. Do đó, khi $kQ < 1$, hàm (4-150) chỉ có một cực trị tại $\xi = \xi_0 = 0$ ($\omega = \omega_0$), và khi $\xi_0 = 0$, hàm đạt cực đại:

$$\left| \hat{T}(j\omega) \right|_{\xi=0} = \left| \hat{T}(j\omega_0) \right| = \frac{2kQ}{1+k^2Q^2} \quad (4-153)$$

Đề dàng thấy rằng giá trị cực đại của hàm $\left| \hat{T}(j\omega) \right|_{\max} < 1$, và khi kQ tăng, giá trị cực đại cũng tăng.

Hệ số ghép k mà ứng với nó tích $kQ < 1$ được gọi là ghép lỏng.

Khi tích $kQ = 1$, hàm (4-150) cũng chỉ có một cực đại (khi $kQ = 1$, các nghiệm $\xi_m = \xi_{-m} = \xi_0 = 0$) và giá trị cực đại của hàm $\left| \hat{T}(j\omega) \right| = 1$, ($U_2 = U_{2\max\max}$). Hệ số ghép k mà ứng với nó tích $kQ = 1$ được gọi là ghép chặt. Trong trường hợp ghép chặt, hàm (4-150) có dạng:

$$\left| \hat{T}(j\omega) \right|_{kQ=1} = \frac{2}{\sqrt{(2-\xi^2)^2 + 4\xi^2}} = \frac{1}{\sqrt{1+\frac{\xi^4}{4}}} \quad (4-154)$$

Khi tích $kQ > 1$, các nghiệm ξ_m, ξ_{-m} là các số thực. Do đó, khi tích $kQ > 1$, hàm (4-150) sẽ có ba cực trị tại các điểm ξ_m, ξ_{-m} và ξ_0 , ứng với các tần số ω_m, ω_{-m} và ω_0 . Các tần số ω_m và ω_{-m} được xác định bởi các biểu thức:

$$\left. \begin{aligned} \omega_{-m} &= \omega_0 \left(1 - \frac{\sqrt{k^2 Q^2 - 1}}{2Q} \right), \\ \omega_m &= \omega_0 \left(1 + \frac{\sqrt{k^2 Q^2 - 1}}{2Q} \right) \end{aligned} \right\} \quad (4-155)$$

Thay các giá trị ξ_{-m}, ξ_m, ξ_0 vào biểu thức (4-150), ta xác định được các giá trị của hàm:

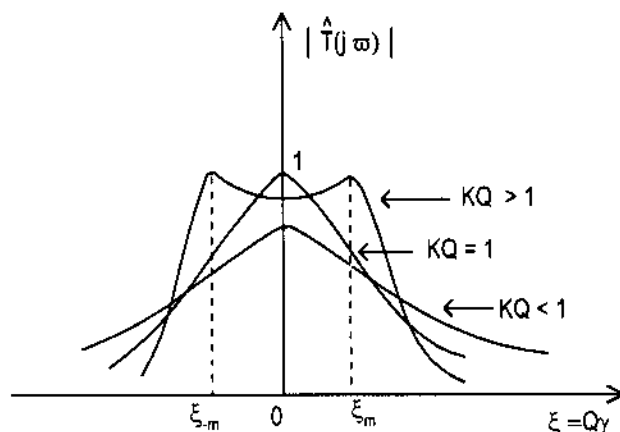
$$\begin{aligned} |T(\omega_m)| &= |T(\omega_m)| = 1, \\ |T(\omega_0)| &< 1. \end{aligned}$$

Vậy tại các tần số ω_m và ω_m , hàm (4-150) đạt giá trị cực đại; còn tại tần số ω_0 hàm (4-150) đạt giá trị cực tiểu. Tỷ số giữa giá trị cực đại và giá trị cực tiểu của hàm:

$$\Delta = \frac{|T(j\omega_m)|}{|T(j\omega_0)|} = \frac{1 + k^2 Q^2}{2kQ} \quad (4-156)$$

phụ thuộc vào tích kQ ; khi kQ càng lớn, Δ càng lớn.

Đường cong $|T(j\omega)|$ theo (4-150) ứng với các giá trị khác nhau của tích kQ vẽ trên hình (4-45).



Hình 4-45. Đặc tuyến biên độ tần số của mạch dao động ghép

Cũng như mạch dao động đơn, dải thông của mạch dao động ghép là dải tần số mà trong đó đặc tuyến biên độ tần số của hàm truyền đạt phức quy chuẩn không nhỏ hơn $\frac{1}{\sqrt{2}}$. Đối với mạch dao động ghép hồ cảm (hình 4-42), tại biên của dải thông ta có:

$$\frac{2kQ}{\sqrt{(1 + k^2 Q^2 - \xi^2)^2 + 4\xi^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (4-157)$$

Giải phương trình (4-157) ta xác định được độ lệch tổng quát ξ tại biên của dải thông:

$$\xi = \pm \sqrt{k^2 Q^2 + 2kQ - 1} \quad (4-158)$$

Nghiệm (4-158), chỉ đúng khi giá trị cực tiểu của hàm tại $\xi_{01} = 0$ cũng lớn hơn hoặc bằng $\frac{1}{\sqrt{2}}$, nghĩa là:

$$\left| F(j\omega_{01}) \right| \geq \frac{\left| F(j\omega_{01}) \right|}{\sqrt{2}}$$

hay:

$$\frac{2kQ}{k^2Q^2 + 1} \geq \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Trong trường hợp tối hạn:

$$\frac{2kQ}{k^2Q^2 + 1} = \frac{1}{\sqrt{2}},$$

hay $kQ = 2,41$.

Hệ số ghép mà ứng với nó tích $kQ = 2,41$ được gọi là hệ số ghép tối hạn.

Thay giá trị $kQ = 2,41$ vào biểu thức (4-150), ta xác định được $\xi = \pm 3,1$.

Từ đây tính toán tương tự như mạch dao động đơn, ta xác định được dải thông của mạch dao động ghép trong trường hợp ghép tối hạn:

$$\left. \begin{aligned} 2\Delta\omega &= 3,1 \frac{\omega_0}{Q}, \\ \text{hay} \quad 2\Delta f &= 3,1 \frac{f_0}{Q} \end{aligned} \right\} \quad (4-159)$$

So sánh biểu thức (4-159) với biểu thức (4-101) ta thấy, trong trường hợp ghép tối hạn, độ rộng dải thông của mạch dao động ghép lớn gấp 3,1 lần độ rộng dải thông của mạch dao động đơn, khi các mạch dao động có cùng hệ số phẩm chất Q .

Tương tự, khi ghép chặt ($kQ = 1$), ta xác định được độ rộng dải thông của mạch dao động ghép:

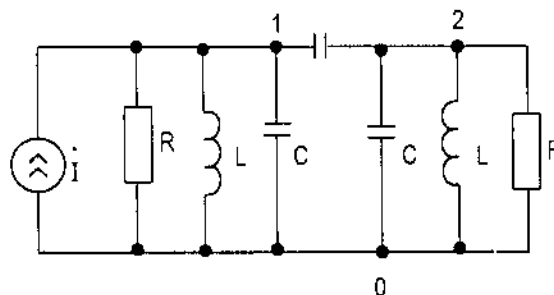
$$2\Delta\omega = \sqrt{2} \frac{\omega_0}{Q} \quad (4-160)$$

nghĩa là trong trường hợp ghép chặt, độ rộng dải thông của mạch dao động ghép lớn gấp $\sqrt{2}$ lần độ rộng của mạch dao động đơn, khi các mạch dao động có cùng hệ số phẩm chất Q .

Khi tích $kQ = 0,68$, độ rộng dải thông của mạch dao động ghép bằng độ rộng của mạch dao động đơn, khi các mạch có cùng hệ số phẩm chất Q . Còn khi tích $kQ < 0,68$, độ rộng dải thông của mạch dao động ghép nhỏ hơn độ rộng dải thông của mạch dao động đơn khi các mạch dao động có cùng hệ số phẩm chất Q .

§4-17. CÁC MẠCH DAO ĐỘNG GHEP KHÁC VÀ ĐẶC TÍNH TẦN SỐ CỦA CHÚNG

Xét mạch dao động ghép điện dung (hình 4-41b) khi hai mạch sơ cấp và thứ cấp có tham số giống nhau (xem hình 4-46).



Hình 4-46

Phương trình điện thế điểm nút của mạch (hình 4-44) có dạng:

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_1 \left[g + j\omega(C + C_{gh}) + \frac{1}{j\omega L} \right] - \dot{U}_2 j\omega C_{gh} &= \dot{I}, \\ -\dot{U}_1 j\omega C_{gh} + \dot{U}_2 \left[g + j\omega(C + C_{gh}) + \frac{1}{j\omega L} \right] &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (4-161)$$

Các mạch dao động ghép sử dụng trong thực tế thường có $C_{gh} \ll C$, do đó hệ phương trình điện thế điểm nút (4-161), có thể viết dưới dạng gần đúng:

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_1 \left(g + j\omega C + \frac{1}{j\omega L} \right) - \dot{U}_2 j\omega C_{gh} &= \dot{I}, \\ -\dot{U}_1 j\omega C_{gh} + \dot{U}_2 \left(g + j\omega C + \frac{1}{j\omega L} \right) &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (4-162)$$

hay:

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_1 Y - j\omega C_{gh} \dot{U}_2 &= \dot{I}, \\ -\dot{U}_1 j\omega C_{gh} + \dot{U}_2 Y &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (4-163)$$

trong đó $Y = g + j\omega C + \frac{1}{j\omega L} = g + jb$ là tổng dẫn phức của mạch dao động đơn.

Từ phương trình thứ hai của hệ phương trình (4-163) ta có:

$$\dot{U}_2 = \frac{j\omega C_{gh} \dot{U}_1}{Y} \quad (4-164)$$

Thay $\dot{U}_2$ từ biểu thức (4-164) vào phương trình thứ nhất của hệ phương trình (4-163) và biến đổi ta nhận được:

$$\dot{U}_1 = \frac{\dot{I}}{Y + \frac{(\omega C_{gh})^2}{Y}} = \frac{\dot{I}}{Y + Y_{pa}} \quad (4-165)$$

trong đó:

$$Y_{pa} = \frac{(\omega C_{gh})^2}{Y} \quad \text{là tổng dẫn phản ánh từ mạch thứ cấp về mạch sơ cấp;}$$

$$Y_{pa} = \frac{(\omega C_{gh})^2}{Y} = \frac{(\omega C_{gh})^2}{|Y|^2} g - j \frac{(\omega C_{gh})^2}{|Y|^2} b = g_{pa} + jb_{pa};$$

$$g_{pa} = \left(\frac{\omega C_{gh}}{|Y|} \right)^2 g \quad \text{là điện dẫn phản ánh;}$$

$$b_{pa} = - \left(\frac{\omega C_{gh}}{|Y|} \right)^2 b \quad \text{là điện kháng phản ánh.}$$

Từ biểu thức (4-165), có thể suy ra sơ đồ thay thế tương đương của mạch dao động ghép điện dung (hình 4-46) quy về mạch sơ cấp (xem hình 4-47a).

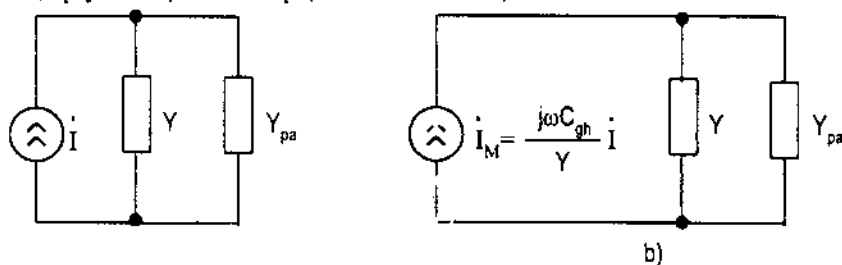
Thay giá trị của $\dot{U}_1$ từ biểu thức (4-165) vào biểu thức (4-159), ta nhận được:

$$\dot{U}_2 = \frac{j\omega C_{gh}}{Y} \cdot \frac{\dot{I}}{Y + Y_{pa}} = \frac{j\omega C_{gh} \dot{I}}{Y + Y_{pa}} = \frac{\dot{I}_M}{Y + Y_{pa}}, \quad (4-166)$$

trong đó $\dot{I}_M = \frac{j\omega C_{gh}}{Y} \dot{I}$ là nguồn dòng phản ánh từ mạch sơ cấp sang mạch thứ cấp;

Y_{pa} là tổng dẫn phản ánh từ mạch sơ cấp sang mạch thứ cấp.

Từ biểu thức (4-166), có thể suy ra sơ đồ thay thế tương đương của mạch dao động ghép điện dung (hình 4-46) quy về mạch thứ cấp (xem hình 4-47b).



Hình 4-47. Sơ đồ thay thế tương đương của mạch dao động ghép điện dung

a) quy về mạch sơ cấp; b) quy về mạch thứ cấp

Cũng như mạch dao động ghép điện cảm, đối với mạch dao động ghép điện dung, cũng có thể thực hiện điều chỉnh cộng hưởng riêng phần mạch sơ cấp; điều chỉnh cộng hưởng riêng phần mạch thứ cấp; điều chỉnh cộng hưởng phức tạp và điều chỉnh cộng hưởng toàn phần.

Dễ dàng thấy rằng khi điều chỉnh cộng hưởng riêng phần mạch sơ cấp, hoặc điều chỉnh cộng hưởng riêng phần mạch thứ cấp, giá trị điện áp U_{2max} bằng nhau và:

$$U_{2max} = \frac{\omega C_{gh} I}{|Y|} \cdot \frac{1}{g + \left(\frac{\omega C_{gh}}{|Y|} \right)^2 \cdot g} \quad (4-167)$$

Còn khi thực hiện điều chỉnh cộng hưởng toàn phần, sau khi hồ mạch điện dung C_{ph} và thực hiện điều chỉnh để mạch sơ cấp và thứ cấp cộng hưởng, giá trị điện áp sẽ là:

$$U_{2max} = \frac{1}{g} \frac{\omega_0 C_{gh} I}{g + \frac{(\omega_0 C_{gh})^2}{g}} \quad (4-168)$$

Biểu thức U_{2max} ở (4-168) có thể viết dưới dạng:

$$U_{2max} = \frac{\frac{\omega_0 C_{gh} I}{g} \cdot \frac{C}{C}}{g \left(1 + \left(\frac{\omega_0 C}{g} \right)^2 \cdot \left(\frac{C_{gh}}{C} \right)^2 \right)} = \frac{k Q I}{g(1 + k^2 Q^2)}, \quad (4-169)$$

trong đó:

$Q = \frac{\omega_0 C}{g}$ là hệ số phẩm chất của mạch dao động đơn (mạch sơ cấp - mạch thứ cấp);

$k = \frac{C_{gh}}{C}$ là hệ số ghép giữa hai mạch dao động.

Để xác định hệ số ghép tối ưu (k_{opt}), khi đó điện áp $U_2 = U_{2maxmax}$, ta thực hiện đạo hàm biểu thức (4-169) và cho đạo hàm triệt tiêu:

$$\frac{dU_{2max}}{dk} = \frac{Q I (1 + k^2 Q^2 - 2k^2 Q^2)}{g (1 + k^2 Q^2)^2} = 0 \quad (4-170)$$

Từ biểu thức (4-170) , ta xác định được:

$$k_{opt} = \frac{1}{Q} = d \quad (4-171)$$

Thay giá trị k_{opt} từ biểu thức (4-171) vào biểu thức (4-169), ta xác định được:

$$U_{2maxmax} = \frac{I}{2g} \quad (4-172)$$

Để xác định đặc tính tần số của mạch dao động ghép điện dung (hình 4- 46), trong biểu thức (4-166) ta thực hiện thay:

$$Y = g + j\omega C + \frac{1}{j\omega L},$$

$$Y_{ph} = \frac{(\omega C_{ph})^2}{Y},$$

và sau khi thực hiện biến đổi, ta nhận được:

$$\dot{U}_2 = \frac{j\omega C_{ph} I}{\left(g + j\omega C + \frac{1}{j\omega L}\right)^2 - (j\omega C_{ph})^2} \quad (4-173)$$

Biểu thức (4-173) có thể biến đổi về dạng:

$$\begin{aligned} \dot{U}_2 &= \frac{j\omega C_{ph} \dot{I}}{g^2 \left[1 + j \frac{\omega_0}{g} C \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) \right]^2 + (\omega C_{ph})^2} = \frac{j\omega C_{ph} \dot{I}}{g^2 (1 + jQv)^2 + (\omega C_{ph})^2} \\ &= \frac{j\omega C_{ph} \dot{I}}{g^2 (1 + j\xi)^2 + (\omega C_{ph})^2} = \frac{j\omega C_{ph} \dot{I}}{g^2 \left(1 + 2j\xi - \xi^2 + \left(\frac{\omega C_{ph}}{g} \right)^2 \right)}, \end{aligned} \quad (4-174)$$

trong đó: $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ là tần số cộng hưởng của mạch dao động đơn.

$Q = \frac{\omega_0 C}{g}$ là hệ số phẩm chất của mạch dao động đơn.

$v = \frac{\omega_0}{\omega} - \frac{\omega}{\omega_0}$ là độ lệch cộng hưởng tương đối.

$\xi = Qv$ là độ lệch cộng hưởng tổng quát.

Biểu thức (4-174) lại có thể viết dưới dạng:

$$\dot{U}_2 = \frac{1}{g} \frac{j \frac{\omega}{\omega_0} \frac{\omega_0}{g} \frac{C}{C} \frac{C_{ph}}{C} \dot{I}}{1 - \xi^2 + 2j\xi + \frac{\omega^2}{\omega_0^2} \frac{\omega_0^2 C^2}{g^2} \left(\frac{C_{ph}}{C} \right)^2} = \frac{1}{g} \frac{j \frac{\omega}{\omega_0} kQ \dot{I}}{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 k^2 Q^2 - \xi^2 + 2j\xi} \quad (4-175)$$

Xét hàm truyền đạt phức quy chuẩn:

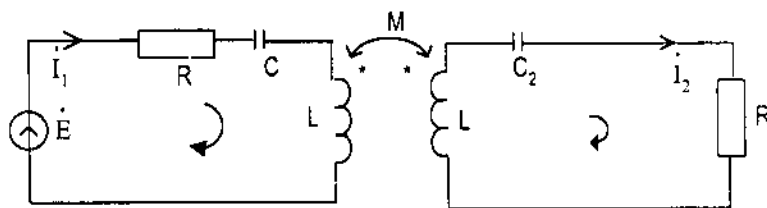
$$T(j\omega) = \frac{\dot{U}_2}{U_{2\max\max}}$$

Vì $U_{2\max\max} = \frac{I}{2g}$, nên hàm truyền đạt phức quy chuẩn:

$$\dot{T}(j\omega) = \frac{2j \frac{\omega}{\omega_0} kQ}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 k^2 Q^2 - \xi^2 - 2j\xi} \quad (4-176)$$

Biểu thức của hàm truyền đạt phức quy chuẩn (4-176) có dạng giống biểu thức của hàm truyền đạt phức quy chuẩn (4-148) của mạch dao động ghép điện cảm, chỉ khác, so với biểu thức (4-148), thừa số $\frac{\omega_0}{j\omega}$ ở tử số được thay bằng thừa số $\frac{j\omega}{\omega_0}$, còn ở mẫu số, thừa số $\left(\frac{\omega_0}{\omega} \right)^2$ được thay bằng thừa số $\left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^2$. Song sự thay đổi trên chỉ ảnh hưởng đến đặc tính tần số ở vùng tần số xa tần số cộng hưởng ω_0 , còn ở vùng tần số lân cận tần số ω_0 , có thể coi gần đúng $\omega \approx \omega_0$, và do đó, $\frac{\omega}{\omega_0} \approx \frac{\omega_0}{\omega} \approx 1$. Khi đó biểu thức (4-176) hoàn toàn giống biểu thức (4-148), chỉ khác trên tử số, thừa số $-j$ được thay bằng thừa số j . Việc thay thế thừa số $-j$ bằng thừa số j chỉ ảnh hưởng đến đặc tính pha tần số. Từ đây có thể suy ra rằng, ở vùng tần số lân cận tần số cộng hưởng ω_0 , đặc tuyến biên độ tần số của mạch dao động ghép điện dung (hình 4-46) hoàn toàn giống đặc tuyến biên độ của mạch dao động ghép điện cảm (hình 4-41a). Dạng đường cong, cũng như dải thông của mạch cũng phụ thuộc vào tích kQ như mạch ghép điện cảm.

Mạch dao động ghép (hình 4-41c) gồm hai mạch dao động đơn ghép điện cảm với nhau. Khi tham số của hai mạch sơ cấp và thứ cấp giống nhau, nó sẽ có dạng như ở hình 4-48.



Hình 4-48

Trong mạch điện (hình 4-48) chọn chiều các mạch vòng như hình vẽ, ta sẽ thiết lập được hệ phương trình dòng điện mạch vòng:

$$\begin{aligned} \dot{I}_1 \left[R + j \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right) \right] - j\omega M \dot{I}_2 &= \dot{E}, \\ -\dot{I}_1 j\omega M + \dot{I}_2 \left[R + j \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right) \right] &= 0 \end{aligned} \quad (4-177)$$

$$\text{hay: } \left. \begin{aligned} \dot{I}_1 Z - j\omega M \dot{I}_2 &= \dot{E} \\ -\dot{I}_1 j\omega M + \dot{I}_2 Z &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (4-178)$$

trong đó $Z = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) = R + jX$ là tổng trở phức của mạch dao động đơn.

Từ phương trình thứ hai của hệ phương trình (4-178), ta có:

$$\dot{I}_2 = \frac{j\omega M}{Z} \dot{I}_1 \quad (4-179)$$

Thay giá trị của dòng điện $\dot{I}_2$ từ biểu thức (4-179) vào phương trình thứ nhất của hệ phương trình (4-178), ta sẽ tìm được:

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{E}}{Z + \frac{(\omega M)^2}{Z}} = \frac{\dot{E}}{Z + Z_{pa}}, \quad (4-180)$$

trong đó:

$Z_{pa} = \frac{(\omega M)^2}{Z}$ là tổng trở phản ánh từ mạch thứ cấp về mạch sơ cấp.

$$Z_{pa} = \frac{(\omega M)^2}{Z} = \left(\frac{\omega M}{|Z|} \right)^2 \cdot R - j \left(\frac{\omega M}{|Z|} \right)^2 X = R_{pa} + jX_{pa}.$$

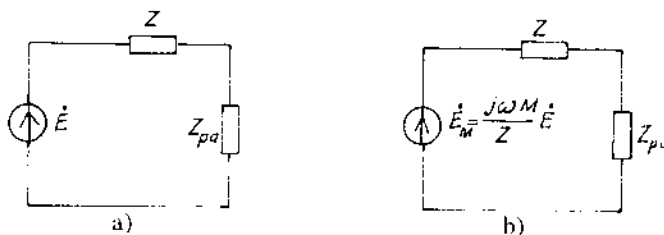
Từ biểu thức (4-180) có thể suy ra sơ đồ thay thế tương đương của mạch dao động ghép (hình 4-48) quy về mạch sơ cấp (hình 4-49a).

Khi thay giá trị của $\dot{I}_1$ từ biểu thức (4-180) vào biểu thức (4-179), ta sẽ nhận được:

$$\dot{I}_2 = \frac{j\omega M \dot{E}}{Z + Z_{pa}} = \frac{\dot{E} M}{Z + Z_{pa}}, \quad (4-181)$$

trong đó $\dot{E}_M = \frac{j\omega M \dot{E}}{Z}$ là sức điện động cảm ứng từ mạch sơ cấp sang mạch thứ cấp.

Từ biểu thức (4-181) có thể suy ra sơ đồ thay thế tương đương của mạch dao động ghép (hình 4-48) quy về mạch thứ cấp (hình 4-49b).



Hình 4-49. Sơ đồ thay thế tương đương của mạch dao động ghép

a) quy về mạch sơ cấp; b) quy về mạch thứ cấp.

Đối với mạch dao động ghép (hình 4-48), người ta cũng có thể thực hiện điều chỉnh cộng hưởng riêng phần mạch sơ cấp; điều chỉnh cộng hưởng riêng phần mạch thứ cấp; điều chỉnh cộng hưởng phức tạp và điều chỉnh cộng hưởng toàn phần.

Khi điều chỉnh cộng hưởng toàn phần, sau khi lần lượt hở mạch mạch sơ cấp và mạch thứ cấp, điều chỉnh cộng hưởng riêng mạch sơ cấp và mạch thứ cấp, ta sẽ nhận được giá trị dòng điện:

$$I_{2\max} = \frac{\omega_0 M E}{R + \frac{R}{(\omega_0 M)^2}}, \quad (4-182)$$

trong đó ω_0 là tần số cộng hưởng của mạch dao động đơn.

Biểu thức (4-182) có thể viết lại dưới dạng:

$$I_{2\max} = \frac{\omega_0 L \cdot \frac{M}{L} E}{R \left[1 + \left(\frac{\omega_0 L}{R} \right)^2 \cdot \frac{M^2}{L^2} \right]} = \frac{1}{R} \cdot \frac{QkE}{1 + k^2 Q^2} \quad (4-183)$$

ở đây : $Q = \frac{\omega_0 L}{R}$ là hệ số phẩm chất của mạch dao động đơn;

$k = \frac{M}{L}$ là hệ số ghép giữa hai mạch dao động.

Thực hiện đạo hàm biểu thức (4-183) và cho đạo hàm bằng không, ta xác định được hệ số ghép tối ưu, khi đó $I_2 = I_{2\max\max}$:

$$\frac{dI_{2\max}}{dk} = \frac{QE}{R} \cdot \frac{1 + k^2 Q^2 - 2k^2 Q^2}{(1 + k^2 Q^2)^2} = 0$$

Từ đây ta tìm được hệ số ghép tối ưu:

$$k_{\text{opt}} = \frac{1}{Q} = d \quad (4-184)$$

Thay giá trị k_{opt} vào biểu thức (4-184), ta xác định được giá trị:

$$I_{2\max\max} = \frac{E}{2R} \quad (4-185)$$

Để xác định đặc tính tần số và dải thông của mạch dao động ghép (hình 4-48), trong biểu thức (4-181) ta thay $Z = R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C})$; $Z_{pa} = \frac{(\omega M)^2}{Z}$, và sau một vài biến đổi đơn giản, ta nhận được:

$$\dot{I}_2 = \frac{j \frac{\omega}{\omega_0} kQE}{R \left[1 - \xi^2 + 2j\xi + \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 \cdot k^2 Q^2 \right]}$$

Nếu hàm truyền đạt quy chuẩn:

$$T(j\omega) = \frac{\dot{I}_2}{\dot{I}_{2\max\max}}$$

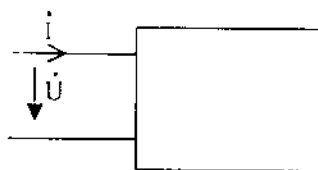
Vì giá trị $I_{2\max\max} = \frac{U}{2K}$, nên hàm truyền đạt phức quy chuẩn:

$$T(j\omega) = \frac{2j\omega LQ}{1 - \xi^2 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 k^2 Q^2 + 2j\xi} \quad (4-186)$$

Biểu thức của hàm truyền đạt phức quy chuẩn (4-186) hoàn toàn giống biểu thức của hàm truyền đạt phức quy chuẩn (4-176) của mạch dao động ghép (hình 4-46). Do đó, tất cả các kết luận đối với đặc tính tần số và dải thông của mạch dao động ghép điện dung (hình 4-46) cũng hoàn toàn đúng đối với mạch dao động ghép ở hình (4-48).

§ 4-18. CÔNG SUẤT TRONG MẠCH ĐIỆN HÌNH SIN VÀ ĐIỀU KIỆN TRUYỀN TẢI CÔNG SUẤT TÁC DỤNG CỰC ĐẠI TỪ NGUỒN TỐI PHỤ TẢI

Người ta gọi công suất tức thời mà nguồn điện cung cấp cho mạng hai cực không chứa nguồn là tích của giá trị tức thời của điện áp và dòng điện trên các cực của mạng hai cực (xem hình 4-50).



Hình 4-50

Giá sử điện áp và dòng điện trên các cực của mạng hai cực (hình 4-50) tương ứng là:

$$u = U_m \cos(\omega t + \varphi_u),$$

$$i = I_m \cos(\omega t + \varphi_i)$$

Khi đó, công suất tức thời mà nguồn cung cấp cho mạng hai cực, ký hiệu là p sẽ là:

$$\begin{aligned} p &= ui = U_m \cos(\omega t + \varphi_u) I_m \cos(\omega t + \varphi_i) \\ &= \frac{U_m I_m}{2} \cos(\varphi_u - \varphi_i) + \frac{U_m I_m}{2} \cos(2\omega t + \varphi_u + \varphi_i) \\ &= UI \cos \varphi + UI \cos(\omega t + \varphi_u + \varphi_i), \end{aligned} \quad (4-187)$$

trong đó, $\varphi = \varphi_u - \varphi_i$ là góc lệch pha giữa điện áp và dòng điện trên các cực của mạng hai cực.

Từ biểu thức (4-187) ta thấy, công suất tức thời mà nguồn cung cấp cho mạng hai cực không nguồn gồm hai thành phần, thành phần cố định $U I \cos \varphi$ và thành phần dao động với tần số lớn gấp hai lần tần số của nguồn $U I \cos(2\omega t + \varphi_0 + \varphi_1)$. Thành phần thứ hai chính là thành phần công suất trao đổi giữa nguồn với các phần tử phản kháng trong mạng hai cực, nó có thể lớn hơn, nhỏ hơn, hoặc bằng không.

Thành phần cố định trong biểu thức của công suất tức thời (4-187) được gọi là công suất tác dụng mà nguồn cung cấp cho mạch:

$$P = U I \cos \varphi. \quad (4-188)$$

Công suất tác dụng P chính là công suất trung bình mà nguồn cung cấp cho mạng hai cực không nguồn trong một chu kỳ:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p dt$$

Đối với các mạch điện thực, công suất tác dụng (hay công suất trung bình) của mạch không âm, nghĩa là:

$$P = U I \cos \varphi \geq 0 \quad (4-189)$$

Từ biểu thức (4-189), dễ dàng suy ra góc lệch pha giữa điện áp và dòng điện trên các cực của mạng hai cực không nguồn thỏa mãn điều kiện:

$$-\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2} \quad (4-190)$$

Đối với phần tử điện cảm, góc lệch pha giữa điện áp và dòng điện qua nó $\varphi = \pi/2$; còn đối với phần tử điện dung, góc lệch pha giữa điện áp và dòng điện qua nó $\varphi = -\frac{\pi}{2}$, nghĩa là công suất trung bình mà nguồn cung cấp cho phần tử điện cảm và phần tử điện dung trong một chu kỳ bằng không. Hay nói cách khác, phần tử điện cảm và phần tử điện dung không tiêu thụ năng lượng của mạch. Từ đây có thể suy ra rằng, công suất tác dụng của mạch chính là công suất tiêu hao trên các phần tử điện trở của mạch. Do đó biểu thức của công suất tác dụng của mạch (4-188) có thể viết lại dưới dạng:

$$P = \sum_k P_{rk} = \sum_k R_k I_k^2 \quad (4-191)$$

trong đó $P_{rk} = R_k I_k^2$ là công suất tác dụng trên điện trở R_k của mạch.

Mặt khác theo định luật Ohm dưới dạng giá trị hiệu dụng, ta có:

$$U = I|Z|,$$

$$\text{hay } I = U|Y|,$$

trong đó $|Z|$, $|Y|$ là môđun của tổng trở (tổng dẫn) phức của mạng hai cực, nên biểu thức của công suất tác dụng (4-188) lại có thể viết:

$$P = I^2 |Z| \cos \varphi = U^2 |Y| \cos \varphi$$

Vì rằng $|Z| \cos \varphi = \operatorname{Re} Z$; $|Y| \cos \varphi = \operatorname{Re} Y$, nên sau khi biến đổi ta sẽ nhận được:

$$\left. \begin{aligned} P &= I^2 \operatorname{Re} Z, \\ P &= U^2 \operatorname{Re} Y, \end{aligned} \right\} \quad (4-192)$$

trong đó $\operatorname{Re} Z$ ($\operatorname{Re} Y$) là phần thực của tổng trở (tổng dẫn) của mạng hai cực.

Công suất tác dụng của mạch có thể viết dưới dạng phức:

$$P = \operatorname{Re} \left[\dot{U} \dot{I}^* \right] = \frac{1}{2} \left[\dot{U} \dot{I} + \dot{I}^* \dot{U} \right] \quad (4-193)$$

trong đó dấu sao (*) biểu thị sự liên hợp phức, nếu $\dot{I} = \dot{I}_e^{j\omega t}$ thì $\dot{I}^* = \dot{I}_e^{-j\omega t}$.

Tích UI trong biểu thức của công suất tác dụng (4-188) được gọi là công suất toàn phần, hay công suất danh định mà nguồn có thể cung cấp cho mạng hai cực không nguồn. Công suất toàn phần ký hiệu bằng chữ S :

$$S = UI \quad (4-194)$$

Công suất toàn phần là giá trị công suất tác dụng cực đại mà nguồn có thể cung cấp cho mạng hai cực khi $\cos \varphi = 1$, hay góc $\varphi = 0$. Thừa số $\cos \varphi$ trong biểu thức (4-188) được gọi là hệ số công suất. Trong hệ thống truyền tải năng lượng điện, việc nâng cao hệ số công suất của các hệ sử dụng năng lượng điện có ý nghĩa lớn đến tính kinh tế trong việc truyền tải năng lượng điện, hay nói cách khác đến hiệu suất của quá trình truyền tải. Đối với các hệ tiêu thụ năng lượng điện lớn, người ta yêu cầu hệ số công suất $\cos \varphi > 0,9$.

Phần ảo của biểu thức $\dot{U} \dot{I}^*$, ký hiệu là Q được gọi là công suất phản kháng của mạch:

$$Q = UI \sin \varphi. \quad (4-195)$$

Công suất phản kháng chính là thành phần công suất trao đổi giữa nguồn và các phần tử phản kháng của mạch.

Đơn vị đo công suất tác dụng P là W (oát), đơn vị đo công suất toàn phần S là VA (vôn-ampe), còn đơn vị đo công suất phản kháng là VAR.

Người ta cũng đưa vào khái niệm công suất phức của mạch. Công suất phức của mạch, ký hiệu bằng chữ $\dot{S}$:

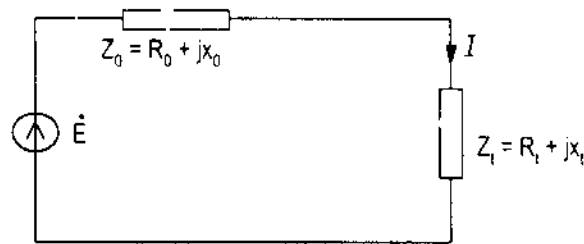
$$\dot{S} = P + jQ,$$

và do đó công suất tác dụng $P = \operatorname{Re} \dot{S}$, công suất phản kháng $Q = \operatorname{Im} \dot{S}$, còn công suất toàn phần:

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

Cuối cùng ta xét điều kiện truyền tải công suất tác dụng cực đại từ nguồn tới phụ tải.

Xét việc truyền tải công suất tác dụng từ nguồn tín hiệu hình sin, có sức điện động với giá trị hiệu dụng phức $\dot{E}$, tổng trở trong của nguồn $Z_0 = R_0 + jX_0$ tới phụ tải $Z_1 = R_1 + jX_1$ (hình 4-51).



Hình 4-51

Công suất tác dụng trên phụ tải được xác định bởi biểu thức:

$$P_1 = I^2 R_1 \quad (4-196)$$

Còn dòng điện chạy trong mạch:

$$\dot{I} = \frac{\dot{E}}{R_0 R_1 + j(X_0 + X_1)} \quad (4-197)$$

Từ biểu thức (4-196) ta thấy, để công suất tác dụng trên phụ tải P_1 lớn, dòng điện I cần có giá trị lớn. Mặt khác, từ biểu thức (4-197), để dòng điện I có giá trị lớn, trước hết cần điều kiện:

$$X_0 + X_1 = 0$$

$$\text{hay} \quad X_1 = -X_0 \quad (4-198)$$

Khi $X_1 = -X_0$, công suất tác dụng trên phụ tải được xác định bởi biểu thức:

$$P_1 = \frac{E^2 R_1}{(R_1 + R_0)^2} \quad (4-199)$$

Để xác định giá trị công suất tác dụng cực đại trên phụ tải, ta thực hiện đạo hàm biểu thức (4-199) theo R_1 và cho đạo hàm triệt tiêu:

$$\frac{dP_1}{dR_1} = E^2 \frac{(R_0 + R_1)^2 - 2(R_1 + R_0) \cdot R_1}{(R_1 + R_0)^4} = 0 \quad (4-200)$$

Từ biểu thức (4-200) ta tìm được $R_1 = R_0$.

Vậy công suất tác dụng truyền từ nguồn tới phụ tải (hình 4-51) đạt giá trị cực đại khi thỏa mãn các điều kiện:

$$X_1 = -X_0,$$

$$R_1 = R_0,$$

$$\text{hay} \quad Z_1 = Z_0^* \quad (4-201)$$

Thay giá trị $R_1 = R_0$ vào biểu thức (4-199), ta xác định được:

$$P_{\max} = \frac{E^2}{4R_0} \quad (4-202)$$

Chế độ làm việc của mạch theo điều kiện (4-201) được gọi là chế độ liên hợp phụ tải. Trong chế độ liên hợp phụ tải ($Z_n = Z_0^*$), công suất tác dụng trên phụ tải đạt giá trị cực đại ($P = P_{\max}$), nhưng nó có nhược điểm là dải tần công tác hẹp và độ ổn định không cao. Trong thực tế để nâng cao tính ổn định làm việc của hệ thống truyền tín hiệu và mở rộng dải tần công tác, trong hệ thống truyền tín hiệu người ta thường chọn $Z_n = Z_0$. Chế độ làm việc của hệ thống truyền tín hiệu khi $Z_n = Z_0$ được gọi là chế độ hòa hợp phụ tải. Trong chế độ hòa hợp phụ tải, công suất tác dụng trên phụ tải:

$$P_t \Big|_{Z_n = Z_0} = \frac{E^2 R_0}{4(R_0^2 + X_0^2)} < P_{\max} = \frac{E^2}{4R_0^2}$$

Xét hiệu suất truyền tải công suất tác dụng từ nguồn tới phụ tải:

$$\eta = \frac{P_t}{P_0}$$

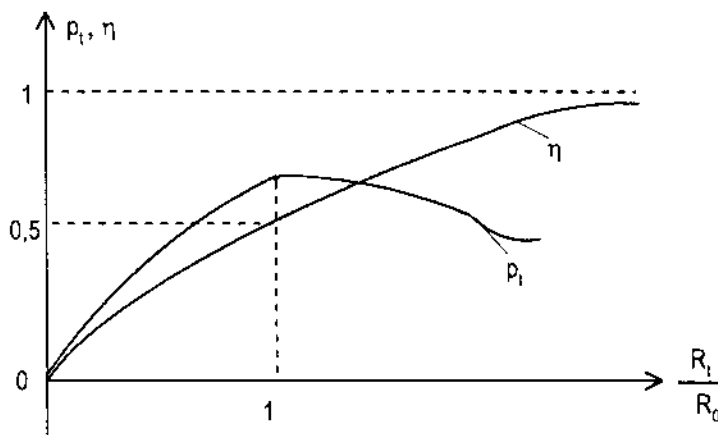
trong đó P_t là công suất tác dụng trên phụ tải; P_0 là công suất tác dụng toàn bộ của nguồn:

$$P_t = I^2 R_t, \quad P_0 = I^2 (R_0 + R_t),$$

Thay P_t và P_0 vào biểu thức trên, ta nhận được:

$$\eta = \frac{P_t}{P_0} = \frac{R_t}{R_0 + R_t}. \quad (4-203)$$

Khi $R_t = R_0$, hiệu suất truyền tải công suất tác dụng $\eta = 50\%$. Trên hình (4-52) vẽ các đường cong biểu thị sự phụ thuộc của công suất tác dụng trên phụ tải và hiệu suất truyền tải công suất tác dụng từ nguồn tới phụ tải vào giá trị tương đối giữa giá trị R_t và R_0 (khi $X_t = -X_0$).



Hình 4-52

CHƯƠNG 5

ỨNG DỤNG PHÉP BIẾN ĐỔI LAPLACE ĐỂ PHÂN TÍCH MẠCH ĐIỆN

Phương trình, hệ phương trình trạng thái của mạch điện là phương trình, hệ phương trình vi tích phân tuyến tính không thuần nhất hệ số hằng. Để xác định thành phần dao động cưỡng bức trong mạch-dao động của mạch ở chế độ xác lập, đối với các nguồn tác động vào mạch có dạng hàm số mũ, hoặc có dạng hình sin, chúng ta đã dẫn ra thuật toán để đưa việc giải phương trình, hệ phương trình vi phân tuyến tính có vẻ phức tạp khác không về việc giải phương trình, hệ phương trình đại số tương ứng.

Trong chương này sẽ trình bày việc ứng dụng phép biến đổi Laplace để phân tích mạch điện. Nội dung cơ bản việc ứng dụng phép biến đổi Laplace để phân tích mạch điện là dùng phép biến đổi Laplace để đưa phương trình, hệ phương trình vi tích phân của mạch về phương trình, hệ phương trình đại số dưới dạng ảnh Laplace. Giải phương trình đại số dưới dạng ảnh Laplace, ta sẽ tìm được ảnh Laplace (hay còn gọi là ảnh toán tử) của các phản ứng trong mạch. Sau đó, nhờ phép biến đổi ngược Laplace, ta tìm lại được phản ứng trong mạch.

§5-1. PHÉP BIẾN ĐỔI LAPLACE VÀ MỘT SỐ TÍNH CHẤT CƠ BẢN CỦA NÓ

Lý thuyết về phép biến đổi Laplace, chúng ta có thể tìm hiểu kỹ trong giáo trình toán học cao cấp. Tại đây chỉ nhắc lại một số khái niệm và các tính chất cơ bản của phép biến đổi Laplace tiện cho việc sử dụng chúng để phân tích mạch điện.

Xét hàm biến số thực $f(t)$, có các tính chất sau:

$$f(t) = 0 \quad \text{khi } t < 0,$$

$$f(t) \text{ liên tục} \quad \text{khi } t \geq 0.$$

(trong khoảng thời gian $t \geq 0$, hàm $f(t)$ có thể có một số hữu hạn điểm gián đoạn loại một).

Xét tích phân:

$$\int_0^{\infty} f(t)e^{-pt} dt \quad (5-1)$$

trong đó p là một số phức: $p = \sigma + j\omega$.

Nếu tích phân (5-1) tồn tại (hội tụ), thì ta nói tích phân (5-1) đã biến hàm biến số thực $f(t)$ thành hàm biến số phức $F(p)$:

$$F(p) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-pt} dt \quad (5-2)$$

Tích phân (5-2) được gọi là biến đổi thuận Laplace. Hàm $f(t)$ được gọi là hàm gốc, còn hàm $F(p)$ được gọi là hàm ảnh, ký hiệu:

$$f(t) \stackrel{*}{=} F(p),$$

hay

$$L[f(t)] = F(p)$$

và đọc như sau:

$F(p)$ là ảnh của hàm $f(t)$, hay $f(t)$ là hàm gốc của hàm ảnh $F(p)$.

Nếu tích phân (5-1) không tồn tại (không hội tụ), ta nói hàm $f(t)$ không có biến đổi Laplace.

Nếu hàm $F(p)$ là hàm ảnh của hàm gốc $f(t)$ thì:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{\sigma - j\infty}^{\sigma + j\infty} F(p) dp \quad (5-3)$$

Tích phân (5-3) gọi là phép biến đổi ngược Laplace, nó cho phép tìm lại hàm gốc khi biết ảnh của nó. Chú ý rằng, mọi hàm biến số thực $f(t)$ thỏa mãn điều kiện Dirichlet đều có biến đổi Laplace, và mọi nguồn điện thực tác dụng vào mạch điện, cũng như các phản ứng trong các mạch điện thực đều tồn tại biến đổi Laplace.

Dựa vào tính chất của phép tính tích phân, dễ dàng suy ra các tính chất cơ bản sau đây của phép biến đổi Laplace.

5-1.1. Tính cộng được

Nếu hàm $f(t) = f_1(t) + f_2(t) + \dots + f_n(t)$, và $L[f(t)] = F(p)$, khi đó ta có:

$$F(p) = F_1(p) + F_2(p) + \dots + F_n(p),$$

trong đó: $L[f_k(t)] = F_k(p) \quad (k = 1, 2, \dots, n).$

Thật vậy, theo định nghĩa của phép biến đổi Laplace:

$$\begin{aligned} F(p) &= \int_0^\infty f(t) e^{-pt} dt = \int_0^\infty [f_1(t) + f_2(t) + \dots + f_n(t)] e^{-pt} dt \\ &= \int_0^\infty f_1(t) e^{-pt} dt + \int_0^\infty f_2(t) e^{-pt} dt + \dots + \int_0^\infty f_n(t) e^{-pt} dt \\ &= F_1(p) + F_2(p) + \dots + F_n(p). \end{aligned}$$

nghĩa là:

$$F(p) = \sum_{i=1}^n F_i(p) \quad (5-4)$$

5-1.2. Tính tỉ lệ

Nếu $L[f(t)] = F(p)$, thì $L[af(t)] = a F(p)$, trong đó a là hằng số.

Thật vậy, gọi $L[af(t)] = F_a(p)$, khi đó:

$$F_a(p) = \int_0^{\infty} af(t)e^{-pt} dt = a \int_0^{\infty} f(t)e^{-pt} dt = aF(p)$$

nghĩa là:

$$F_a(p) = a F(p). \quad (5-5)$$

Tính cộng được và tính tỉ lệ còn được gọi chung là tính tuyến tính của phép biến đổi Laplace.

5-1.3. Ảnh của đạo hàm

$$\text{Nếu } L[f(t)] = F(p) \text{ thì } L\left[\frac{df(t)}{dt}\right] = pF(p) - f(0),$$

trong đó $f(0)$ là giá trị của hàm $f(t)$ tại thời điểm $t = 0$.

$$\text{Thật vậy, gọi } L\left[\frac{df(t)}{dt}\right] = F_d(p), \text{ khi đó, } F_d(p) = \int_0^{\infty} f'(t)e^{-pt} dt.$$

Trong tích phân trên, đặt:

$$u = e^{-pt}$$

$$du = -p e^{-pt} dt$$

$$dv = f'(t)dt$$

$$v = f(t).$$

Khi đó ta có:

$$\int_0^{\infty} f(t) dt = f(t)e^{-pt} \Big|_0^{\infty} + \int_0^{\infty} f(t).Pe^{-pt} dt \quad (5-6)$$

Số hạng thứ nhất bên vế phải của biểu thức (5-6) bằng không khi $t = \infty$, và bằng $f(0)$ khi $t = 0$; còn số hạng thứ hai bên vế phải:

$$\int_0^{\infty} f(t)Pe^{-pt} dt = p \int_0^{\infty} f(t)e^{-pt} dt = pF(p)$$

$$\text{Vậy } F_d(p) = pF(p) - f(0), \text{ nghĩa là: } L\left[\frac{df(t)}{dt}\right] = pF(p) - f(0). \quad (5-7)$$

Tương tự có thể chứng minh được rằng:

$$L\left[\frac{d^n f(t)}{dt^n}\right] = p^n F(p) - p^{n-1}f(0) - p^{n-2}f'(0) - \dots - f^{(n-1)}(0) \quad (5-8)$$

5-1.4. Ảnh của tích phân

$$\text{Nếu } L[f(t)] = F(p) \text{ thì } L\left[\int_0^t f(t)dt\right] = \frac{F(p)}{p}$$

Thật vậy, gọi $L\left[\int_0^1 f(t)dt\right] = F(p)$, khi đó $F(p) = \int_0^\infty \left[\int_0^1 f(t)dt\right] e^{-pt} dt$

Trong tích phân trên, đặt:

$$u = \int_0^1 f(t)dt,$$

$$du = f(t)dt,$$

$$du = e^{-pt} dt,$$

$$v = -\frac{e^{-pt}}{p}$$

Do đó:

$$\int_0^\infty \left[\int_0^1 f(t)dt\right] e^{-pt} dt = -\frac{e^{-pt}}{p} \int_0^1 f(t)dt \Big|_0^\infty + \frac{1}{p} \int_0^\infty f(t) e^{-pt} dt.$$

Nếu $f(t)$ có biến đổi Laplace, thì thành phần thứ nhất bên vế phải bằng 0:

$$-\frac{e^{-pt}}{p} \int_0^1 f(t)dt \Big|_0^\infty = 0$$

còn thành phần thứ hai:

$$\frac{1}{p} \int_0^\infty f(t) e^{-pt} dt = \frac{F(p)}{p},$$

$$\text{nghĩa là: } F(p) = \int_0^\infty \left[\int_0^1 f(t)dt\right] e^{-pt} dt = \frac{F(p)}{p},$$

$$\text{hay: } L\left[\int_0^1 f(t)dt\right] = \frac{F(p)}{p} \quad (5-9)$$

Chú ý rằng, theo tính chất của phép tính tích phân:

$$\int f(t) = \int_0^1 f(t)dt + f(0),$$

trong đó $f(0)$ là giá trị của hàm $f(t)$ tại thời điểm $t = 0$, nên:

$$L\left[\int f(t)dt\right] = L\left[\int_0^1 f(t)dt + f(0)\right] = \frac{F(p)}{p} + \frac{f(0)}{p} \quad (5-10)$$

5-1.5. Giữ chậm hàm số gốc

Nếu $L[f(t)] = F(p)$, thì khi giữ chậm hàm số gốc $f(t)$ một khoảng thời gian τ , thành hàm $f(t - \tau)$, khi đó $L[f(t - \tau)] = e^{-p\tau}F(p)$.

Thật vậy, gọi $L[f(t - \tau)] = e^{-p\tau}F_\tau(p)$, khi đó:

$$F_\tau(p) = \int_0^\infty f(t - \tau) e^{-pt} dt.$$

Đặt $t_1 = t - \tau$, tích phân trên được đưa về dạng:

$$F_\tau(p) = \int_{-\tau}^\infty f(t_1) e^{-(t_1 + \tau)p} dt_1 = e^{-p\tau} \int_{-\tau}^\infty f(t_1) e^{-pt_1} dt_1.$$

Vì tích phân xác định không phụ thuộc vào biến lấy tích phân, nên tích phân trên lại có thể viết dưới dạng:

$$F_\tau(p) = e^{-p\tau} \int_{-\tau}^\infty f(t) e^{-pt} dt = e^{-p\tau} \left[\int_{-\tau}^0 f(t) e^{-pt} dt + \int_0^\infty f(t) e^{-pt} dt \right]$$

Vì rằng $f(t) = 0$ khi $t < 0$, nên $F_\tau(p) = e^{-p\tau} \int_0^\infty f(t) e^{-pt} dt = e^{-p\tau} F(p)$ nghĩa là:

$$L\{f(t - \tau)\} = e^{-p\tau} F(p) \quad (5-11)$$

§5-2. ẢNH TOÁN TỬ CỦA MỘT SỐ HÀM THƯỜNG GẶP

5-2.1. Ảnh của hằng số

$$f(t) = \begin{cases} 0 & \text{khi } t < 0 \\ A & \text{khi } t \geq 0 \end{cases}$$

Theo công thức (5-2), ta có:

$$L[f(t)] = F(p) = \int_0^\infty A e^{-pt} dt = -\frac{A}{p} e^{-pt} \Big|_0^\infty = -\frac{A}{p} e^{-p\sigma + j\omega t} \Big|_0^\infty.$$

Nếu $\sigma > 0$, thì khi $t = \infty$ hàm $-\frac{A}{p} e^{-pt} = 0$. Vậy:

$$A = \frac{\Lambda}{p} \quad (5-12)$$

5-2.1. Ảnh của hàm số mũ

$$f(t) = \begin{cases} 0 & \text{khi } t < 0 \\ Ae^{-\sigma t} & \text{khi } t \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
 L[f(t)] &= \int_0^{\infty} A e^{-\alpha t} e^{-pt} dt \\
 &= \int_0^{\infty} A e^{-(\alpha+p)t} dt = - \frac{A}{\alpha+p} e^{-(\alpha+p)t} \Big|_0^{\infty} \\
 &= - \frac{A}{\alpha+p} e^{-(\alpha+\sigma+j\omega)t} \Big|_0^{\infty}
 \end{aligned}$$

Nếu $(\alpha + \sigma) > 0$, thì hàm $-\frac{A}{\alpha+p} e^{-(\alpha+\sigma+j\omega)t} \Big|_0^{\infty} = \frac{A}{\alpha+p}$. Vậy:

$$Ae^{-\alpha t} \triangleq \frac{A}{p + \alpha} \quad (5-13)$$

5-2.3. Ảnh của hàm bậc nhất

$$f(t) = \begin{cases} 0 & \text{khi } t < 0 \\ At & \text{khi } t \geq 0. \end{cases}$$

$$L[f(t)] = F(p) = \int_0^{\infty} A t e^{-pt} dt.$$

Đặt $u = t$, $du = dt$:

$$dv = e^{-pt} dt, \quad v = -\frac{1}{p} e^{-pt},$$

Do đó:

$$\int_0^{\infty} A t e^{-pt} dt = A \left[-\frac{1}{p} e^{-pt} \Big|_0^{\infty} + \frac{1}{p} \int_0^{\infty} e^{-pt} dt \right] = A \left[-\frac{1}{p} e^{-pt} \Big|_0^{\infty} - \frac{1}{p^2} e^{-pt} \Big|_0^{\infty} \right]$$

Nếu $\sigma > 0$ thì hàm số:

$-\frac{1}{p} e^{-pt}$ khi $t = \infty$ và khi $t = 0$ sẽ bằng không; còn hàm $+\frac{1}{p^2} e^{-pt}$ khi $t = \infty$ sẽ bằng 0 và

khi $t = 0$ sẽ bằng $\frac{1}{p^2}$. Vậy:

$$At \triangleq \frac{A}{p^2} \quad (5-14)$$

5-2.4. Ảnh của hàm hình sin

a-

$$f(t) = \begin{cases} 0 & \text{khi } t < 0 \\ A \cos \omega t & \text{khi } t \geq 0. \end{cases}$$

$$L[f(t)] = F(p) = \int_0^{\infty} A \cos \omega t e^{-pt} dt$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{A}{2} \int_0^{\infty} (e^{j\omega t} + e^{-j\omega t}) e^{-pt} dt \\
&= \frac{A}{2} \left[\int_0^{\infty} e^{(j\omega - p)t} dt + \int_0^{\infty} e^{-(j\omega + p)t} dt \right] \\
&= \frac{A}{2} \left[\frac{1}{j\omega - p} e^{(j\omega - p)t} \Big|_0^{\infty} - \frac{1}{j\omega + p} e^{-(j\omega + p)t} \Big|_0^{\infty} \right] \\
&= \frac{Ap}{p^2 + \omega^2} \quad \text{khi } \sigma = 0
\end{aligned}$$

Vậy:

$$A \cos \omega t \triangleq \frac{Ap}{p^2 + \omega^2} \quad (5-15)$$

b-

$$f(t) = \begin{cases} 0 & \text{khi } t < 0 \\ A \sin \omega t & \text{khi } t \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
L[f(t)] = F(p) &= \int_0^{\infty} A \sin \omega t e^{-pt} dt \\
&= \frac{A}{2j} \int_0^{\infty} (e^{j\omega t} - e^{-j\omega t}) e^{-pt} dt = \frac{A}{2j} \left[\int_0^{\infty} e^{(j\omega - p)t} dt - \int_0^{\infty} e^{-(j\omega + p)t} dt \right] \\
&= \frac{A}{2j} \left[\frac{1}{j\omega - p} e^{(j\omega - p)t} \Big|_0^{\infty} + \frac{1}{j\omega + p} e^{-(j\omega + p)t} \Big|_0^{\infty} \right] = \frac{A\omega}{p^2 + \omega^2} \\
&\quad \text{khi } \sigma > 0
\end{aligned}$$

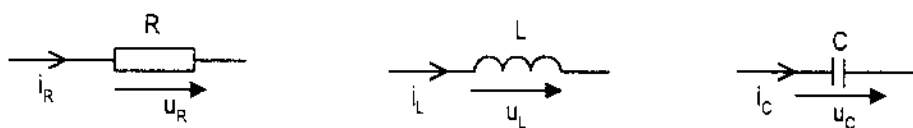
Vậy :

$$A \sin \omega t \triangleq \frac{A\omega}{p^2 + \omega^2} \quad (5-16)$$

Trong thực tế người ta thường tính sản hàm ảnh và hàm gốc của một số dạng hàm hay gặp trong các bài toán kỹ thuật và lập thành bảng (xem bảng phụ lục ở cuối sách).

§5-3. QUAN HỆ GIỮA ẢNH TOÁN TỬ CỦA DÒNG ĐIỆN VÀ ĐIỆN ÁP TRÊN CÁC PHẦN TỬ THỤ ĐỘNG CỦA MẠCH ĐIỆN

Xét các phần tử thụ động R , L , C của mạch điện, qua chúng có các điện áp và dòng điện tương ứng (hình 5-1).



Hình 5-1

Quan hệ giữa điện áp và dòng điện qua các phần tử được xác định bởi các biểu thức tương ứng:

$$\left. \begin{aligned} i_R &= \frac{u_R}{R}, \\ u_L &= L \frac{di_L}{dt}, \\ u_C &= \frac{1}{C} \int i_C dt, \end{aligned} \right\} \quad (5-17)$$

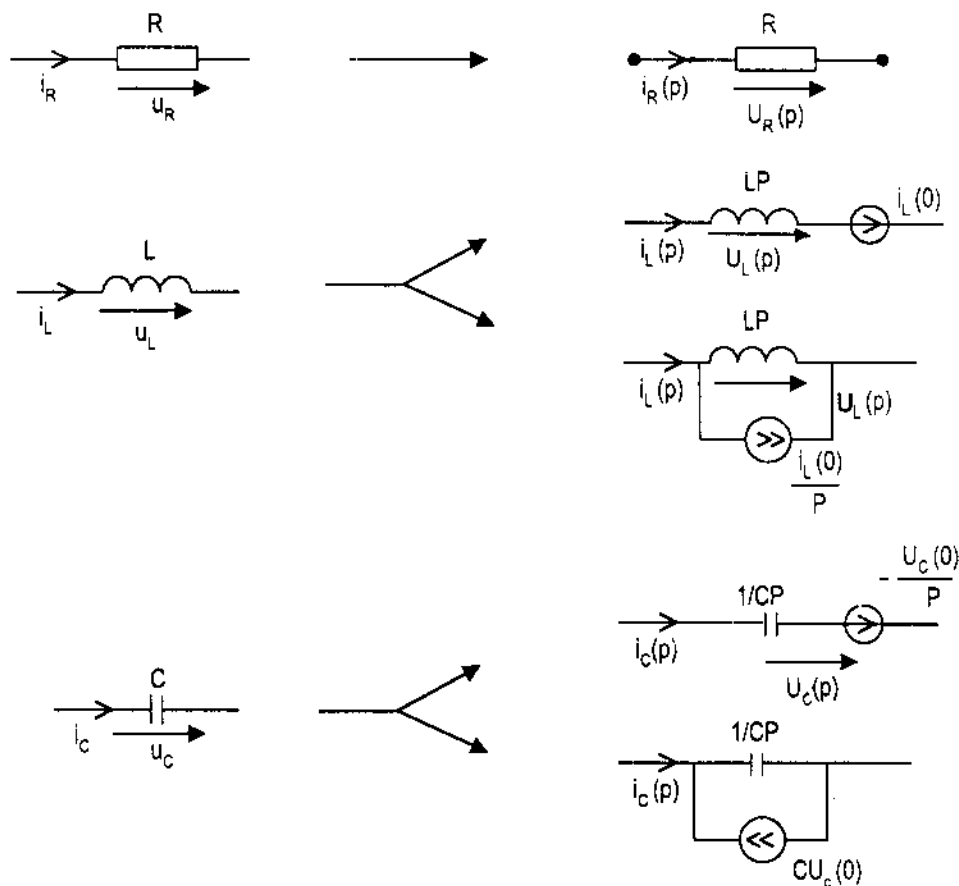
Gọi ảnh toán tử của dòng điện là $I(p)$, ảnh toán tử của điện áp là $U(p)$, thì sau khi thực hiện phép biến đổi Laplace cả hai vế của các biểu thức (5-16), và qua một số biến đổi ta sẽ nhận được:

$$\left. \begin{aligned} I_R(p) &= \frac{U_R(p)}{R}, \\ I_L(p) &= \frac{U_L(p) + LI_L(0)}{LP}, \\ I_C(p) &= \frac{U_C(p) - \frac{U_C(0)}{p}}{\frac{1}{CP}}, \end{aligned} \right\} \quad (5-18)$$

trong đó $I_L(0)$ là dòng điện qua cuộn cảm tại thời điểm $t = 0$ (tại thời điểm xét), $U_C(0)$ là điện áp trên tụ điện tại thời điểm $t = 0$.

Các biểu thức (5-18) được gọi là các biểu thức của định luật Ohm dạng toán tử đối với các phần tử R , L , C tương ứng. Các đại lượng R , LP , $\frac{1}{CP}$ lần lượt được gọi là tổng trở toán tử của các phần tử điện trở, cuộn cảm, tụ điện. Còn các thành phần $LI_L(0)$, $\frac{U_C(0)}{p}$ được gọi là ảnh toán tử của các nguồn sức điện động trong đặc trưng cho điều kiện ban đầu của mạch.

Từ các biểu thức (5-18) dễ dàng suy ra mô hình toán tử tương đương của các phần tử điện trở, cuộn cảm, tụ điện (xem hình 5-2).



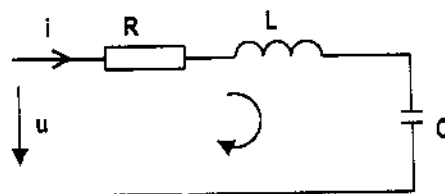
Hình 5-2

Nếu trong mạch điện ta thực hiện thay thế các phần tử thụ động bằng mô hình toán tử tương đương như trên hình (5-2), các nguồn tác động và phản ứng bằng ánh toán tử của nó, ta sẽ nhận được sơ đồ gọi là sơ đồ toán tử tương đương của mạch.

§5-4. ĐỊNH LUẬT OHM VÀ CÁC ĐỊNH LUẬT KIẾCKHỘP DẠNG TOÁN TỬ

5-4.1. Định luật Ohm dạng toán tử

Xét mạch điện gồm ba phần tử R, L, C mắc nối tiếp dưới tác động của nguồn điện áp u (hình 5-3).



Hình 5-3

Theo định luật Kiếckhốp 2, ta có:

$$u = u_R + u_L + u_C = R \cdot i + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i dt \quad (5-19)$$

Nếu gọi ảnh của điện áp $L[u] = U[p]$, ảnh của dòng điện $L[i] = I[p]$, sau khi thực hiện biến đổi Laplace cả hai vế của biểu thức (5-18), ta sẽ nhận được:

$$U(p) = RL(p) + LI_0 + \frac{1}{CP} I(p) + \frac{U_C(0)}{p}$$

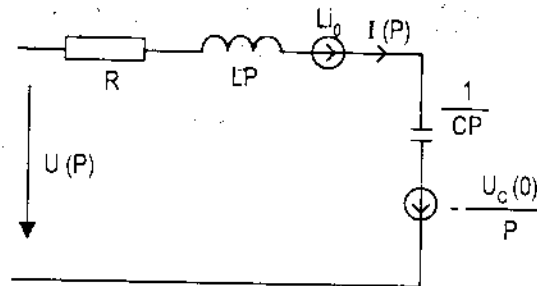
hay:

$$I(p) = \frac{U(p) + LI_0 - \frac{U_C(0)}{p}}{R + LP + \frac{1}{CP}} = \frac{U(p) + LI_0 - \frac{U_C(0)}{p}}{Z(p)} \quad (5-20)$$

trong đó $Z(p) = R + LP + \frac{1}{CP}$ gọi là tổng trở toán tử của nhánh gồm ba phần tử R , L , C mắc nối tiếp; I_0 , $U_C(0)$ là dòng điện qua điện cảm và điện áp trên điện dung tại thời điểm xét ($t = 0$); LI_0 , $\frac{U_C(0)}{p}$ là ảnh toán tử của các sức điện động trong.

Biểu thức (5-20) là biểu thức của định luật Ohm dạng toán tử.

Dễ dàng thấy rằng, nếu điều kiện ban đầu của mạch bằng không [$I_L(0) = 0$, $U_C(0) = 0$], thì biểu thức của định luật Ohm dạng toán tử hoàn toàn giống biểu thức của định luật Ohm dạng phức, chỉ khác các giá trị biên độ phức (hiệu dụng phức) được thay bằng ảnh toán tử, còn tổng trở phức được thay bằng tổng trở toán tử. Còn nếu các giá trị ban đầu khác không [$I_L(0) \neq 0$, $U_C(0) \neq 0$], nhưng ta coi ảnh của các nguồn sức điện động trong như ảnh của các nguồn tác động, nghĩa là xét trên sơ đồ toán tử tương đương của nó (xem hình 5-4), thì biểu thức của định luật Ohm dạng toán tử về hình thức cũng giống biểu thức của định luật Ohm dạng phức.



Hình 5-4. Sơ đồ toán tử tương đương của mạch điện

5-4.2. Các định luật Kiếckhốp dạng toán tử

Nếu gọi ảnh của dòng điện i_k trong nhánh thứ k của mạch điện $L[i_k] = I_k(p)$, thì sau khi thực hiện biến đổi Laplace cả hai vế của biểu thức (1-11), ta sẽ nhận được:

$$\sum_{k=1}^n I_k(p) = 0 \quad (5-21)$$

Biểu thức (5-21) là biểu thức của định luật Kiếckhốp 1 dạng toán tử, nghĩa là tổng đại số các ảnh toán tử của các dòng điện tại một nút của mạch điện bằng không.

Biểu thức của định luật Kiếckhốp 2 ở (1-20) của mạch điện có thể viết lại dưới dạng:

$$\sum_k R_k i_k + L_k \frac{di_k}{dt} + \frac{1}{C_k} \int i_k dt = \sum_k e_k \quad (5-22)$$

Nếu gọi ảnh toán tử của dòng điện $L[i_k(t)] = I_k(p)$, ảnh của các nguồn tác động $L[e_k(t)] = E_k(p)$, thì sau khi thực hiện biến đổi Laplace của cả hai vế biểu thức (5-21), và qua một vài biến đổi đơn giản ta sẽ nhận được:

$$\sum_k I_k(p) Z_k(p) = \sum_k \left[E_k(p) + L_k i_k(0) - \frac{U_{ck}(0)}{p} \right] \quad (5-23)$$

hay:

$$\sum_k U_k(p) = \sum_k E_k(p) \quad (5-24)$$

trong đó $Z_k(p) = R_k + pL_k + \frac{1}{pC_k}$ là tổng trở toán tử của nhánh k thuộc mạch vòng; $U_k(p) = I_k(p) Z_k(p)$; $\sum_k E_k(p)$ là tổng đại số các ảnh toán tử của các nguồn tác động nằm trong các nhánh thuộc mạch vòng, kể cả ảnh của các nguồn sức điện động trong đặc trưng cho điều kiện ban đầu của mạch.

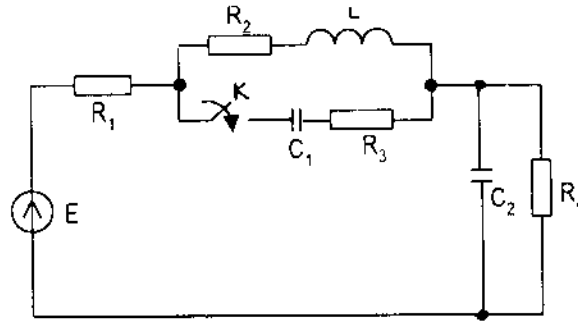
Biểu thức (5-24) gọi là biểu thức của định luật Kiếckhốp hai dạng toán tử của mạch điện.

Dễ dàng thấy rằng, nếu xét trên sơ đồ toán tử tương đương của mạch điện, thì các biểu thức của định luật Ohm và các định luật Kiếckhốp dạng toán tử, hoàn toàn giống các biểu thức của định luật Ohm và các định luật Kiếckhốp dạng phức, chỉ khác thay đổi ký hiệu: Các giá trị biên độ phức, hoặc hiệu dụng phức được thay bằng các ảnh toán tử; các tổng trở hoặc tổng dẫn phức được thay bằng các tổng trở hoặc tổng dẫn toán tử (toán tử jω được thay bằng toán tử p). Từ đây, có thể suy ra thứ tự các bước phân tích mạch điện bằng phương pháp toán tử Laplace:

- 1- Xác định điều kiện ban đầu của mạch.
- 2- Thiết lập sơ đồ toán tử tương đương của mạch.
- 3- Thiết lập phương trình trạng thái của mạch dạng toán tử (trong phương trình trạng thái dạng toán tử, các toán tử nhánh được thay bằng các tổng trở toán tử của nhánh, các nguồn tác động và phản ứng được thay bằng ảnh toán tử tương ứng).
- 4- Giải phương trình trạng thái dạng toán tử của mạch để tìm ảnh toán tử của các phản ứng trong mạch.
- 5- Từ các ảnh toán tử của phản ứng, tìm lại phản ứng trong mạch.

Dưới đây, ta xét một thí dụ về việc thiết lập sơ đồ toán tử tương đương và thiết lập các hệ phương trình dòng điện mạch vòng và điện thế điểm nút của mạch dạng toán tử.

Thí dụ, thiết lập hệ phương trình dòng điện mạch vòng và hệ phương trình điện thế điểm nút dạng toán tử của mạch điện (hình 5-5) sau khi đóng khóa K.



Hình 5-5

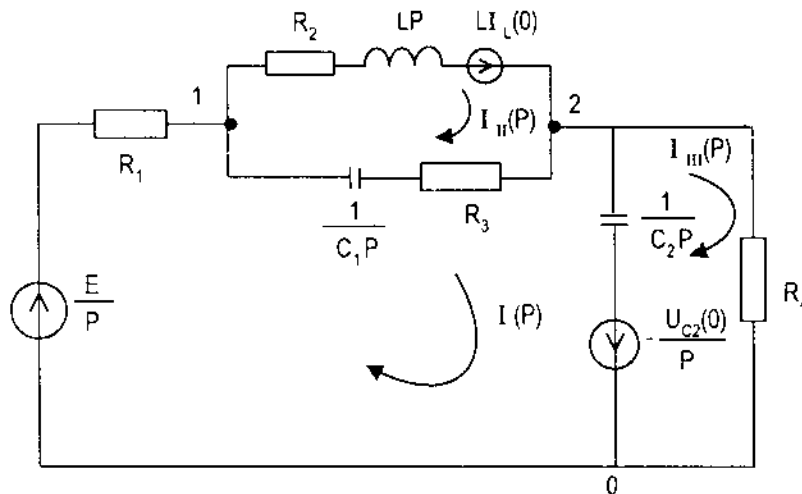
Dựa vào các định luật "đóng", "mở", ta xác định được điều kiện ban đầu của mạch:

$$i_L(0) = \frac{E}{R_1 + R_2 + R_4},$$

$$u_{C_2}(0) = i_L(0) \cdot R_4 = \frac{E \cdot R_4}{R_1 + R_2 + R_4},$$

$$u_{C_1}(0) = 0$$

Từ đây ta có sơ đồ toán tử tương đương của mạch (xem hình 5-6).



Hình 5-6

Trong sơ đồ ở hình (5-6), nếu chọn các mạch vòng độc lập và chiều các dòng điện mạch vòng như hình vẽ, ta sẽ thiết lập được hệ phương trình dòng điện mạch vòng dạng toán tử:

trong đó Δ là định thức của ma trận tổng trở toán tử $|Z(p)|$ của mạch.

Δ_{jk} là định thức phần phụ đại số của ma trận tổng trở Z . Nó là định thức nhận được từ ma trận tổng trở Z sau khi bỏ đi dòng q cột k và nhân với thừa số $(-1)^{q+k}$.

Cần nhấn mạnh rằng, tổng trở toán tử của các nhánh của mạch điện thực là một hàm số của toán tử P với các hệ số thực, nên định thức Δ cũng như các phần phụ đại số của nó cũng là một hàm số của toán tử P với các hệ số thực. Mặt khác, ảnh của các nguồn điện thực tác động vào mạch điện cũng là một hàm số của toán tử P với các hệ số thực. Nên ảnh toán tử của các dòng điện mạch vòng cũng là một hàm số của toán tử P với các hệ số thực, và do đó nó có thể viết dưới dạng tỉ số của hai đa thức:

$$I_k(p) = \frac{M(p)}{N(p)} = \frac{p^m + b_1 p^{m-1} + b_2 p^{m-2} + \dots + b_m}{p^n + a_1 p^{n-1} + a_2 p^{n-2} + \dots + a_n} \quad (5-33)$$

Đa thức $N(p)$ có thể phân tích thành n thừa số dạng:

$$N(p) = (p - p_1)(p - p_2) \dots (p - p_n), \quad (5-34)$$

trong đó p_i ($i = 1, 2, \dots, n$) là các không điểm của đa thức $N(p)$, nó chính là nghiệm của phương trình $N(p) = 0$.

Các nghiệm p_i của phương trình $N(p) = 0$ có thể là số thực, hoặc số phức. Song do các hệ số của đa thức $N(p)$ là các số thực, nên nếu phương trình $N(p) = 0$ tồn tại nghiệm phức, thì nó phải bao gồm các cặp nghiệm phức liên hợp. Nghĩa là, nếu phương trình $N(p) = 0$ có nghiệm phức $p_k = \alpha_k + j\beta_k$, thì nó cũng phải có nghiệm thứ 2: $p_{k+1} = \alpha_k - j\beta_k$.

Đa thức $N(p)$ gọi là đa thức đặc trưng của mạch, còn phương trình $N(p) = 0$ gọi là phương trình đặc trưng của mạch.

Nếu trong biểu thức (5-33) ta thực hiện thay đa thức mẫu số $N(p)$ từ biểu thức (5-34), ta sẽ nhận được:

$$I_k(p) = \frac{M(p)}{N(p)} = \frac{p^m + b_1 p^{m-1} + b_2 p^{m-2} + \dots + b_m}{(p - p_1)(p - p_2) \dots (p - p_n)} \quad (5-35)$$

Các số p_i ($i = 1, 2, \dots, n$) được gọi là các cực điểm của hàm (5-35), chính là các không điểm của đa thức $N(p)$.

Giả sử bậc m của đa thức tử số $M(p)$ nhỏ hơn bậc n của đa thức mẫu số $N(p)$ ($m < n$), và các không điểm của đa thức mẫu $N(p)$ là các không điểm đơn, khi này ảnh của dòng điện $I_k(p)$ ở (5-35) có thể viết dưới dạng:

$$I_k(p) = \frac{M(p)}{N(p)} = \frac{A_1}{p - p_1} + \frac{A_2}{p - p_2} + \dots + \frac{A_n}{p - p_n} \quad (5-36)$$

trong đó $A_1, A_2, \dots, A_n$ là các hằng số.

Để xác định hệ số Λ_k trong biểu thức (5-36), ta thực hiện nhân cả 2 vế của biểu thức (5-36) với thừa số $(p - p_k)$, sau đó cho $p \rightarrow p_k$, sao cho các số hạng bên vế phải đều bằng không, trừ hạng số Λ_k , khi đó ta sẽ có:

$$\Lambda_k = \lim_{p \rightarrow p_k} \left[\frac{M(p)}{N(p)} (p - p_k) \right]$$

Vì khi $p = p_k$, đa thức $N(p_k) = 0$, nên giới hạn trên có dạng $\frac{0}{0}$. Áp dụng quy tắc Lôpitan, ta tính được:

$$\Lambda_k = \lim_{p \rightarrow p_k} \frac{M(p) + (p - p_k)M'(p)}{N'(p)} = \frac{M(p_k)}{N'(p_k)} \quad (5-37)$$

trong đó $M(p_k)$ là giá trị của đa thức $M(p)$ khi $p = p_k$, $N'(p_k)$ là giá trị của đạo hàm cấp một của đa thức $N(p)$ khi $p = p_k$: $\left[N'(p_k) = \frac{dN(p)}{dp} \Big|_{p=p_k} \right]$.

Trong trường hợp này, theo bảng Phụ lục ở cuối sách, ta xác định được giá trị thực của dòng điện:

$$i_k(t) = \Lambda_1 e^{p_1 t} + \Lambda_2 e^{p_2 t} + \dots + \Lambda_n e^{p_n t} = \sum_{i=1}^n \Lambda_i e^{p_i t},$$

hay:

$$i_k(t) = \sum_{i=1}^n \frac{N(p_i)}{N'(p_i)} e^{p_i t}. \quad (5-38)$$

Nếu đa thức $N(p)$ ở (5-35), ngoài các không điểm đơn còn có các không điểm bội, thí dụ r không điểm đơn đầu tiên, không điểm p_s là không điểm bội bậc q ($q = n - r$), khi đó ảnh của dòng điện $i_k(p)$ ở (5-35), có thể viết dưới dạng:

$$\begin{aligned} i_k(p) = \frac{M(p)}{N(p)} &= \frac{\Lambda_1}{p - p_1} + \frac{\Lambda_2}{p - p_2} + \dots + \frac{\Lambda_r}{p - p_r} + \frac{\Lambda_{q0}}{(p - p_s)^q} \\ &+ \frac{\Lambda_{q1}}{(p - p_s)^{q-1}} + \dots + \frac{\Lambda_{qi}}{(p - p_s)^{q-i}} + \dots + \frac{\Lambda_{q(q-1)}}{p - p_s}. \end{aligned} \quad (5-39)$$

Các hệ số $\Lambda_1, \Lambda_2, \dots, \Lambda_r$ trong biểu thức (5-39) cũng được xác định theo biểu thức (5-37), và hàm gốc tương ứng của nó cũng được xác định theo biểu thức (5-38). Ở đây cần xác định các hệ số Λ_{qi} và các hàm gốc tương ứng với các thành phần này.

Để thuận tiện đưa ra các biểu thức xác định các hệ số Λ_{qi} , ta viết lại biểu thức (5-39) dưới dạng:

$$I_k(p) = \frac{M(p)}{N(p)} = \frac{A_1}{p-p_1} + \frac{A_2}{p-p_2} + \dots + \frac{A_q}{p-p_q} + \frac{A_{q0} + A_{q1}(p-p_s) + A_{q2}(p-p_s)^2 + \dots + A_{q(q-1)}(p-p_s)^{q-1}}{(p-p_s)^q} \quad (5-40)$$

Để tính hệ số A_{q0} , ta nhân cả hai vế của biểu thức (5-40) với thừa số $(p-p_s)^q$ và cho $p \rightarrow p_s$, khi đó ta nhận được:

$$A_{q0} = \lim_{p \rightarrow p_s} \left[\frac{M(p)}{N(p)} (p-p_s)^q \right]. \quad (5-41)$$

Để tính hệ số A_{q1} , sau khi đã nhân cả hai vế của biểu thức (5-40) với thừa số $(p-p_s)^q$, ta thực hiện đạo hàm cả hai vế và cho $p \rightarrow p_s$, khi đó ta nhận được:

$$A_{q1} = \left. \frac{d}{dp} \left[\frac{M(p)}{N(p)} (p-p_s)^q \right] \right|_{p=p_s} \quad (5-41a)$$

Lý luận tương tự, ta sẽ tìm được:

$$\left. \begin{aligned} A_{q2} &= \frac{1}{2} \cdot \frac{d^2}{dp^2} \left[\frac{M(p)}{N(p)} (p-p_s)^q \right]_{p=p_s} \\ &\dots\dots\dots \\ A_{qi} &= \frac{1}{i!} \cdot \frac{d^i}{dp^i} \left[\frac{M(p)}{N(p)} (p-p_s)^q \right]_{p=p_s} \\ &\dots\dots\dots \\ A_{qq} &= \frac{1}{(q-1)!} \cdot \frac{d^{q-1}}{dp^{q-1}} \left[\frac{M(p)}{N(p)} (p-p_s)^q \right]_{p=p_s} \end{aligned} \right\} \quad (5-42)$$

Theo bảng phụ lục, ta xác định được hàm gốc tương ứng với thành phần ảnh $\frac{A_{pi}}{(p-p_s)^{q-i}}$:

$$\frac{A_{qi}}{(p-p_s)^{q-i}} \rightarrow \frac{A_{qi}}{(q-i-1)!} \cdot t^{q-i-1} e^{p_s t}.$$

Do đó, cuối cùng ta sẽ nhận được giá trị thực của dòng điện $i_k(t)$:

$$\begin{aligned} i_k(t) &= \sum_{i=1}^q A_i e^{p_i t} + \left[\frac{A_{q0}}{(q-1)!} t^{q-1} + \frac{A_{q1}}{(q-1)!} t^{q-2} + \dots + A_{qq} \right] \cdot e^{p_s t} \\ &= \sum_{i=1}^q \frac{M(p_i)}{N'(p_i)} \cdot e^{p_i t} + \sum_{j=0}^q \frac{A_{qj}}{(q-j-1)!} \cdot t^{q-j-1} e^{p_s t}. \end{aligned} \quad (5-43)$$

Nếu đa thức $N(p)$ ở (5-35) ngoài các không điểm là số thực (không điểm đơn và không điểm bội) còn có không điểm là số phức (gọi tắt là không điểm phức), thì do tính chất của đa thức $N(p)$ với các hệ số thực, nên nếu đa thức $N(p)$ có không điểm p_k là số phức ($p_k = \delta_c + j\omega_c$), thì nó cũng phải có không điểm phức thứ hai p_k^* là liên hợp phức của không điểm p_k ($p_k^* = \delta_c - j\omega_c$). Các không điểm p_k và p_k^* của đa thức $N(p)$ cũng là các không điểm đơn, theo (5-38), hàm gốc ứng với các thành phần này sẽ có dạng:

$$i_c(t) = \frac{M(p_c)}{N'(p_c)} e^{p_c t} + \frac{M(p_c^*)}{N'(p_c^*)} e^{p_c^* t}. \quad (5-44)$$

Dễ dàng thấy rằng $\frac{M(p_c^*)}{N'(p_c^*)} = \frac{M^*(p_c)}{N'^*(p_c)}$, nên sau khi biến đổi biểu thức (5-44) ta sẽ

nhận được:

$$i_c(t) = 2 \operatorname{Re} \frac{M(p_c)}{N'(p_c)} e^{p_c t} = 2 A_c e^{\delta_c t} \cos(\omega_c t + \alpha_c), \quad (5-45)$$

trong đó: $\frac{M(p_c)}{N'(p_c)} = A_c = A_c e^{j\alpha_c}$

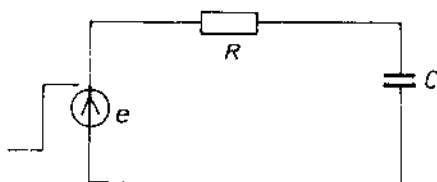
Trường hợp tổng quát, đa thức $N(p)$ ở (5-35), gồm cả không điểm đơn, không điểm bội và không điểm phức, thí dụ r không điểm đơn, không điểm p_c là không điểm bội bậc q và một cặp không điểm phức p_c và p_c^* , khi đó, ảnh của dòng điện $i_k(p)$ ở (5-33) cũng có thể viết dưới dạng:

$$i_k(p) = \frac{M(p)}{N(p)} = \frac{A_1}{p-p_1} + \frac{A_2}{p-p_2} + \dots + \frac{A_r}{p-p_r} + \frac{A_{q0}}{(p-p_c)^{q+1}} + \dots + \frac{A_{q(q-1)}}{p-p_c} + \frac{A_c p + A_c^*}{p^2 + 2\delta p + \omega^2}, \quad (5-46)$$

trong đó cặp không điểm p_c và p_c^* là nghiệm của phương trình $p^2 + 2\delta p + \omega^2 = 0$. Các hệ số A_1, A_{q0}, A_c, A_c^* trong biểu thức (5-46) cũng có thể được xác định theo phương pháp hệ số bất định, sau đó dựa theo bảng phụ lục ở cuối sách ta xác định được hàm gốc tương ứng của nó.

§5-6. DAO ĐỘNG TRONG MẠCH RC MẮC NỐI TIẾP KHI ĐÓNG MẠCH VÀO NGUỒN ĐIỆN ÁP BẬC THANG

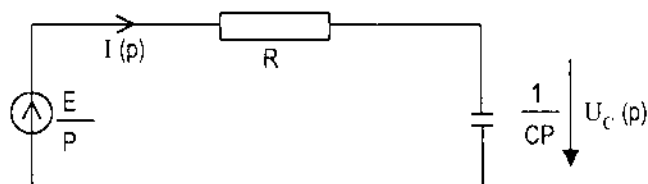
Xét dao động trong mạch RC mắc nối tiếp khi đóng mạch vào nguồn điện áp bậc thang (hình 5-7).



$$e = \begin{cases} 0 & \text{khí } t < 0 \\ E & \text{khí } t \geq 0 \end{cases}$$

Hình 5-7

Khi điều kiện ban đầu của mạch bằng không [$u_C(0) = 0$], ta có sơ đồ toán tử tương đương của mạch (hình 5-8).



Hình 5-8

Theo định luật Ohm dạng toán tử, ta xác định được ảnh của dòng điện chạy trong mạch:

$$I(p) = \frac{E(p)}{Z(p)} = \frac{E}{p \left(R + \frac{1}{CP} \right)} = \frac{E}{Rp + \frac{1}{CP}} = \frac{E/R}{p + \frac{1}{CR}} = \frac{M_1(p)}{N_1(p)} \quad (5-47)$$

Ảnh của điện áp trên tụ điện C:

$$U_C(p) = I(p) \cdot \frac{1}{CP} = \frac{E/R}{p + \frac{1}{CR}} \cdot \frac{1}{CP} = \frac{E/RC}{p \left(p + \frac{1}{CR} \right)} = \frac{M_2(p)}{N_2(p)} \quad (5-48)$$

Đa thức $N_1(p)$ chỉ có một không điểm đơn $p_1 = -\frac{1}{RC}$, còn đa thức $N_2(p)$ có hai không điểm đơn, không điểm đơn $p_0 = 0$ và không điểm đơn $p_1 = -\frac{1}{RC}$. Theo biểu thức (5-38), ta xác định được dòng điện chạy trong mạch và điện áp trên tụ điện C:

$$i(t) = \frac{M_1(p_1)}{N'_1(p_1)} e^{p_1 t} = \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{RC}} = \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (5-49)$$

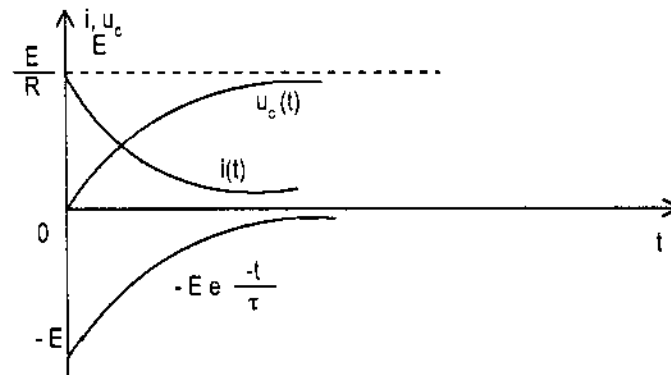
$$u_C(t) = \frac{M_2(p_0)}{N'_2(p_0)} e^{p_0 t} + \frac{M_2(p_1)}{N'_2(p_1)} e^{p_1 t} = E - E e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (5-50)$$

ở đây $\tau = RC$ gọi là hằng số thời gian của mạch.

Trên hình (5-9) vẽ đồ thị thời gian của dòng điện và điện áp trên điện dung C.

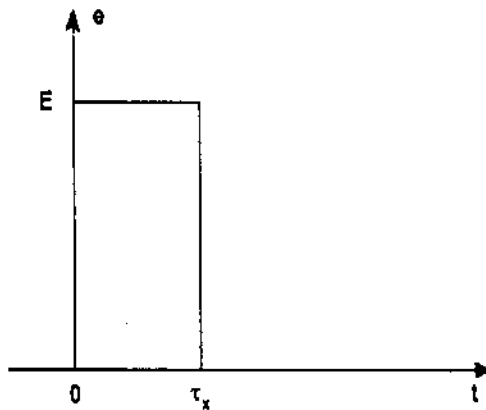
Từ hình vẽ ta thấy, khi đóng mạch RC mắc nối tiếp vào nguồn điện áp bậc thang, dòng điện trong mạch tăng đột biến từ giá trị bằng không (tại thời điểm $t = 0$) đến giá trị $i = E/R$ sau đó giảm dần theo quy luật hàm số mũ đến giá trị bằng không. Điện áp trên điện dung C tăng theo quy luật hàm số mũ từ giá trị bằng không (tại $t = 0$) đến giá trị bằng E. Dòng điện chạy trong mạch chỉ có thành phần tự do, còn điện áp trên điện dung C gồm cả thành phần cưỡng bức và thành phần tự do. Khi thành phần tự do bằng không, dao động trong mạch bằng thành phần dao động cưỡng bức, ta nói mạch làm việc ở chế độ xác lập. Tốc độ tăng (giảm) của các dao động trong

mạch phụ thuộc vào hằng số thời gian của mạch $\tau = RC$.



Hình 5-9

Cuối cùng, ta xét dao động trong mạch RC mắc nối tiếp khi tác động vào mạch là một xung vuông (hình 5-10).



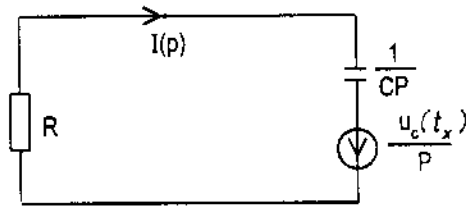
$$e = \begin{cases} 0 & \text{khí } t < 0 \\ E & \text{khí } 0 \leq t \leq \tau_x \\ 0 & \text{khí } t > \tau_x \end{cases}$$

Hình 5-10

Trong thời gian tồn tại xung ($0 \leq t \leq \tau_x$) có thể coi tác động vào mạch là nguồn tác động bậc thang, theo các biểu thức (5-49), (5-50), ta xác định được dòng điện và điện áp trên các phần tử của mạch:

$$\left. \begin{aligned} i &= \frac{E}{R} e^{-t/\tau}, \\ u_c &= E(1 - e^{-t/\tau}), \\ u_R &= i.R = E e^{-t/\tau} \end{aligned} \right\} \quad (5-51)$$

Tại thời điểm xung kết thúc ($t = \tau_x$), điện áp trên điện dung C đạt giá trị $u_c(\tau_x) = E(1 - e^{-\tau_x/\tau})$. Khi này ta có sơ đồ toán tử tương đương của mạch (hình 5-11).



Hình 5-11

Từ sơ đồ (hình 5-11) ta xác định được:

$$I(p) = - \frac{U_c(\tau_x)}{p \left(R + \frac{1}{CP} \right)} = \frac{-U_c(\tau_x)/R}{p + \frac{1}{RC}}$$

$$U_R(p) = I(p) \cdot R = - \frac{U_c(\tau_x)}{p + \frac{1}{RC}}$$

Theo biểu thức (5-38), ta xác định được giá trị thực của dòng điện và điện áp trên điện trở R:

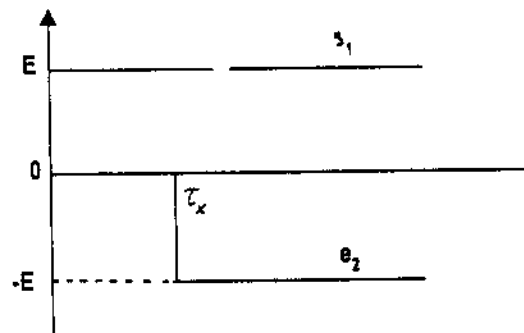
$$i(t) = - \frac{u_c(\tau_x)}{R} e^{-\frac{t-\tau_x}{\tau}} \quad (5-52)$$

$$u_R(t) = - u_c(\tau_x) e^{-\frac{t-\tau_x}{\tau}} \quad (5-53)$$

Điện áp trên tụ điện C:

$$u_C(t) = - u_R(t) = u_c(\tau_x) e^{-\frac{t-\tau_x}{\tau}} \quad (5-54)$$

Cũng có thể xác định dao động trong mạch theo phương pháp khác. Nguồn tác động xung (hình 5-10) có thể coi là xếp chồng của hai nguồn tác động bậc thang. Nguồn tác động $e_1 = E$, tác động vào mạch tại thời điểm $t = 0$; nguồn tác động $e_2 = -E$, tác động vào mạch tại thời điểm $t = \tau_x$ (xem hình 5-12).



Hình 5-12

Trong thời gian $0 \leq t \leq \tau_x$, trong mạch chỉ có nguồn bậc thang e_1 tác động, dao động trong mạch được xác định bởi các biểu thức (5-51). Khi $t > \tau_x$, dao động trong mạch là xếp chồng của các dao động do hai nguồn tác động bậc thang e_1 và e_2 gây nên:

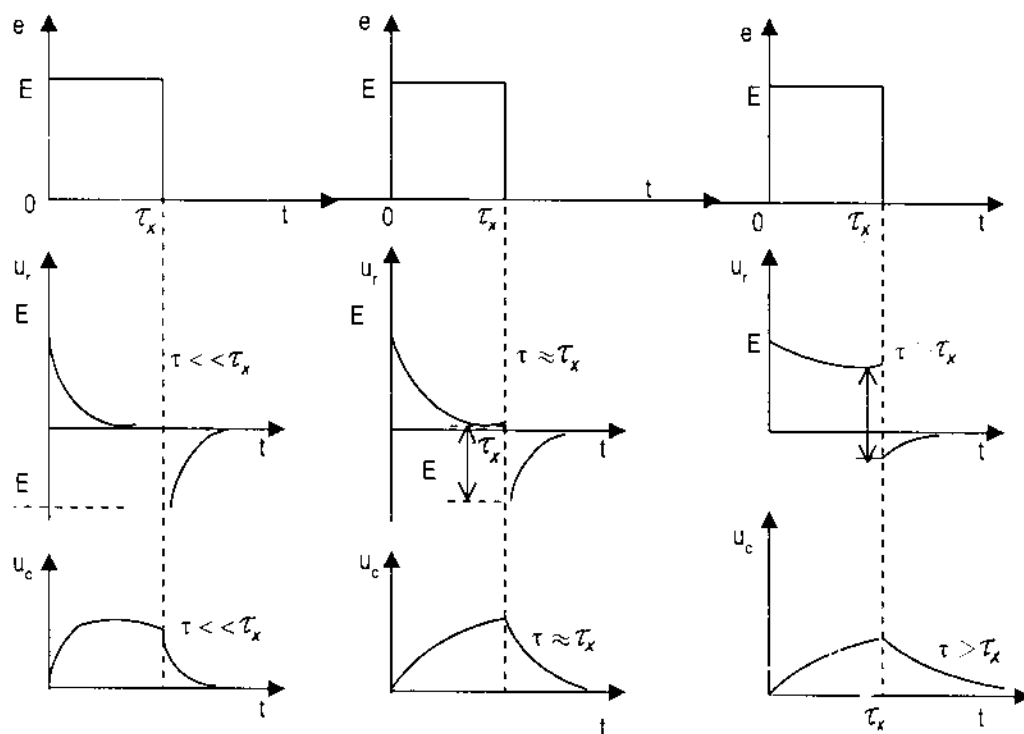
$$i(t) = \frac{E}{R} e^{-t/\tau} - \frac{E}{R} e^{-(t-\tau_x)/\tau} = -\frac{E}{R} e^{-(t-\tau_x)/\tau} (1 - e^{-t/\tau}) = -\frac{u_c(\tau_x)}{R} e^{-(t-\tau_x)/\tau}$$

$$u_R(t) = i(t) \cdot R = -u_c(\tau_x) e^{-(t-\tau_x)/\tau}$$

$$u_C(t) = -u_R(t) = u_c(\tau_x) e^{-(t-\tau_x)/\tau}$$

Kết quả nhận được hoàn toàn giống kết quả đã nhận được ở trên.

Các kết quả cho thấy, dao động trong mạch (phản ứng đầu ra của mạch) phụ thuộc nhiều vào mối tương quan giữa độ rộng xung τ_x và hằng số thời gian τ của mạch. Trên hình (5-13) vẽ điện áp đầu ra (lấy trên điện trở R và trên điện dung C) ứng với các trường hợp hằng số thời gian của mạch $\tau \ll \tau_x$; $\tau \approx \tau_x$ và $\tau > \tau_x$.



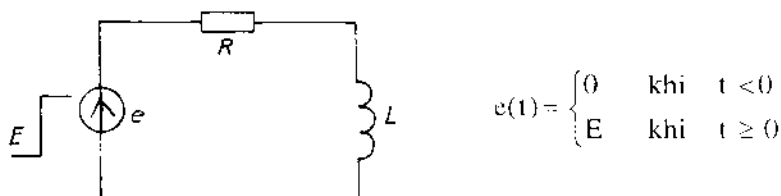
Hình 5-13

Từ hình 5-13 ta thấy, trong trường hợp hằng số thời gian của mạch $\tau \ll \tau_x$, khi tác động vào mạch là một xung vuông điện áp, trên điện trở R ta thu được hai xung nhọn khác cực tính. Mạch RC trong trường hợp này đóng vai trò là một mạch vi phân. Còn trong trường hợp hằng số thời gian của mạch $\tau > \tau_x$, khi tác động vào mạch là một xung vuông, trên điện trở R ta cũng thu được xung vuông. Mạch RC trong trường hợp này là mạch nối tầng để truyền tín hiệu từ tầng trước đến tầng sau. Ngược

lại, nếu ta lấy điện áp ra trên điện dung C, thì khi hằng số thời gian của mạch $\tau \gg \tau_x$, điện áp đầu ra u_c có dạng tuyến tính $u_c(t) \approx At$. Trong trường hợp này, ta nói mạch RC là mạch tích phân.

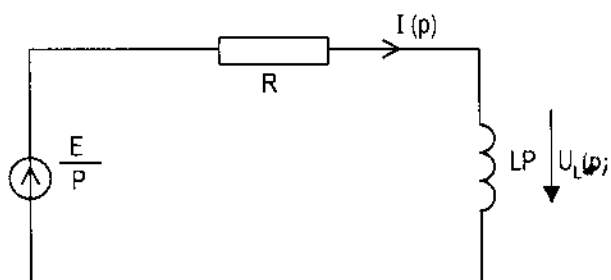
§5-7. DAO ĐỘNG TRONG MẠCH RL MẮC NỐI TIẾP KHI ĐÓNG MẠCH VÀO NGUỒN ĐIỆN ÁP BẬC THANG

Xét mạch điện gồm hai phần tử RL mắc nối tiếp khi đóng mạch vào nguồn điện áp bậc thang (hình 5-14).



Hình 5-14

Khi điều kiện ban đầu của mạch $i_L(0) = 0$, ta có sơ đồ toán tử tương đương của mạch (hình 5-15).



Hình 5-15

Từ sơ đồ ở hình (5-15), theo định luật Ohm dạng toán tử, ta nhận được:

$$I(p) = \frac{E}{p(R + LP)} = \frac{E/L}{p(p + \frac{R}{L})}$$

$$U_L(p) = I(p) \cdot LP = \frac{E/L}{p(p + \frac{R}{L})} \cdot LP = \frac{E}{p + \frac{R}{L}}$$

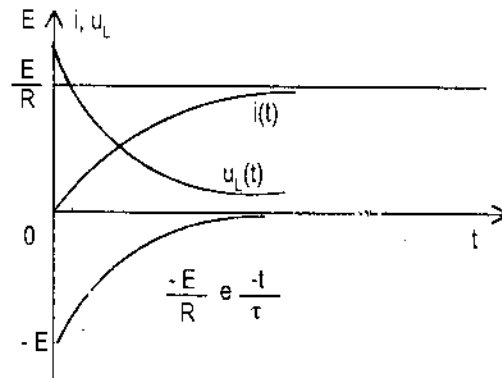
Theo biểu thức (5-38), ta xác định được giá trị thực của dòng điện và điện áp trên phần tử điện cảm:

$$i(t) = \frac{E}{R} - \frac{E}{R} e^{-\frac{R}{L}t} = \frac{E}{R} (1 - e^{-t/\tau}) \quad (5-55)$$

$$u_L(t) = E e^{-t/\tau}, \quad (5-56)$$

ở đây $\tau = \frac{L}{R}$ là hằng số thời gian của mạch.

Đồ thị thời gian của dòng điện $i(t)$ và điện áp trên phần tử điện cảm $u_L(t)$ vẽ trên hình 5-16.

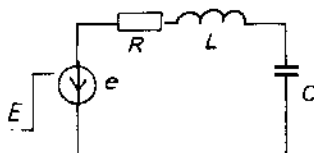


Hình 5-16

Từ hình vẽ ta thấy, khi đóng mạch RL mắc nối tiếp vào nguồn điện áp bậc thang, dòng điện trong mạch tăng dần từ giá trị bằng không (tại thời điểm $t = 0$) theo quy luật hàm số mũ đến giá trị xác lập bằng E/R , còn điện áp trên phần tử điện cảm tăng đột biến từ giá trị bằng không đến giá trị bằng E (tại thời điểm $t = 0$), sau đó giảm dần đến giá trị bằng không theo quy luật hàm số mũ. Dòng điện chạy trong mạch bao gồm cả thành phần dao động cưỡng bức ($i_{cb} = E/R$) và thành phần dao động tự do ($i_{td} = E/R e^{-t/\tau}$); còn điện áp trên phần tử điện cảm chỉ có thành phần dao động tự do. Hằng số tắt dần của các dao động tự do phụ thuộc vào hằng số thời gian của mạch $\tau = L/R$. Khi thành phần dao động tự do bằng không, dao động trong mạch chỉ còn thành phần dao động cưỡng bức, mạch khi này làm việc ở chế độ xác lập.

§5-8. DAO ĐỘNG TRONG MẠCH RLC MẮC NỐI TIẾP KHI ĐÓNG MẠCH VÀO NGUỒN ĐIỆN ÁP BẬC THANG

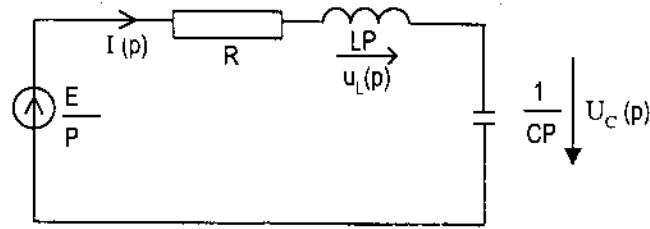
Xét mạch điện gồm ba phần tử R , L , C mắc nối tiếp dưới tác động của nguồn điện áp bậc thang (hình 5-17).



$$e(t) = \begin{cases} 0 & \text{khí } t < 0 \\ E & \text{khí } t \geq 0 \end{cases}$$

Hình 5-17

Khi điều kiện ban đầu của mạch bằng không [$i_L(0) = 0$, $u_C(0) = 0$], ta có sơ đồ toán tử tương đương của mạch (hình 5-18).



Hình 5-18

Từ sơ đồ (hình 5-18), theo định luật Ohm dạng toán tử, ta xác định được:

$$I(p) = \frac{E}{P \left(R + LP + \frac{1}{CP} \right)} = \frac{E/L}{P^2 + \frac{R}{L}P + \frac{1}{CP}} = \frac{E/L}{P^2 + 2\alpha P + \omega_0^2} \quad (5-57)$$

trong đó:

$$\alpha = \frac{R}{2L}, \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

$$U_L(p) = I(p) \cdot LP = \frac{EP}{P^2 + 2\alpha P + \omega_0^2}, \quad (5-58)$$

$$U_C(p) = I(p) \cdot \frac{1}{CP} = \frac{E/LC}{P(P^2 + 2\alpha P + \omega_0^2)}, \quad (5-59)$$

Dao động trong mạch phụ thuộc vào sự phân bố nghiệm của đa thức $p^2 + 2\alpha p + \omega_0^2$

5-8.1. Đa thức $p^2 + 2\alpha p + \omega_0^2$ có nghiệm thuần ảo

Đa thức $p^2 + 2\alpha p + \omega_0^2$ có nghiệm thuần ảo khi $\alpha = \frac{R}{2L} = 0$ (hay phần tử R của mạch bằng không), trong trường hợp xét ta có:

$$I(p) = \frac{E/L}{p^2 + \omega_0^2},$$

$$U_L(p) = \frac{EP}{p^2 + \omega_0^2}, \quad U_C(p) = \frac{E/LC}{p(p^2 + \omega_0^2)}.$$

và đa thức $p^2 + \omega_0^2$ có nghiệm $p_{1,2} = \pm j\omega_0$.

Theo công thức (5-45), ta xác định được:

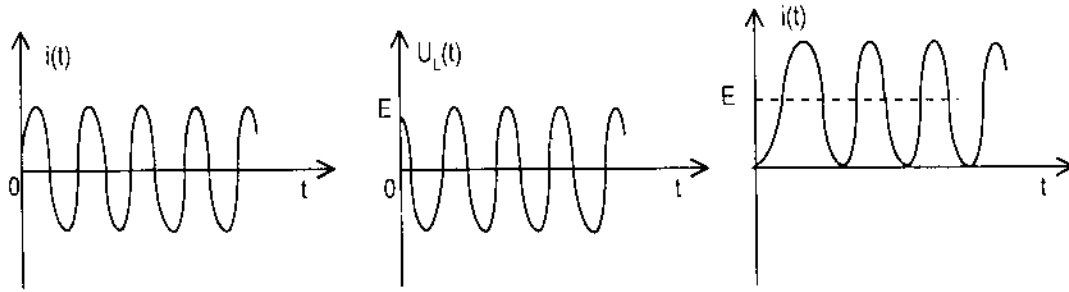
$$i(t) = \frac{E}{\rho} \sin \omega_0 t, \quad (5-60)$$

$$u_L(t) = E \cos \omega_0 t, \quad (5-61)$$

$$u_C(t) = E(1 - \cos \omega_0 t) \quad (5-62)$$

ở đây $\rho = \sqrt{\frac{L}{C}}$ là trở kháng đặc tính của mạch R, L, C mắc nối tiếp.

Đồ thị thời gian của các dòng điện $i(t)$, điện áp $u_L(t)$, $u_C(t)$ vẽ trên hình (5-19).



Hình 5-19

Từ hình vẽ ta thấy, khi điện trở R của mạch bằng không (mạch không có tổn hao), đóng mạch vào nguồn điện áp bậc thang, trong mạch sẽ xuất hiện các dao động điều hòa không tắt theo thời gian.

5-8.2. Đa thức $p^2 + 2\alpha p + \omega_0^2$ có nghiệm phức

Đa thức $p^2 + 2\alpha p + \omega_0^2$ có nghiệm phức khi:

$$\Delta' = \alpha^2 - \omega_0^2 < 0, \text{ hay } R < 2\sqrt{\frac{L}{C}} = 2\rho.$$

Khi này nghiệm của đa thức:

$$p_{1,2} = -\alpha \pm j\omega_1,$$

ở đây:

$$\omega_1 = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}.$$

Theo công thức (5-45) ta xác định được:

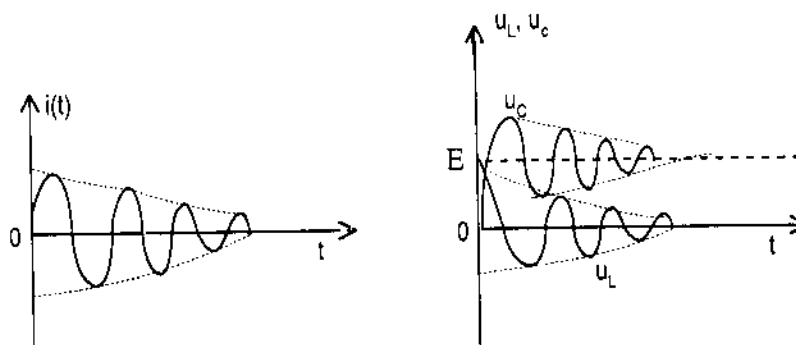
$$\left. \begin{aligned} i(t) &= \frac{E}{L\omega_1} e^{-\alpha t} \sin \omega_1 t, \\ u_L(t) &= E e^{-\alpha t} \left[\cos \omega_1 t - \frac{\alpha}{\omega_1} \sin \omega_1 t \right], \\ u_C(t) &= E - \frac{E/LC}{\omega_1^2 \sqrt{1 + \frac{\alpha^2}{\omega_1^2}}} e^{-\alpha t} \cos(\omega_1 t - \arctg \frac{\alpha}{\omega_1}) \\ &= E - E e^{-\alpha t} \frac{\omega_0}{\omega_1} \cos(\omega_1 t + \varphi), \end{aligned} \right\} \quad (5-63)$$

trong đó $\varphi = \arctg \frac{\alpha}{\omega_1}$; $\sqrt{1 + \frac{\alpha^2}{\omega_1^2}} = \sqrt{\frac{\omega_1^2 + \alpha^2}{\omega_1^2}} = \frac{\omega_0}{\omega_1}$. Nếu mạch có hệ số phẩm chất lớn ($Q \gg 1$) thì

$\omega_1 \approx \omega_0$, $\frac{\alpha}{\omega} \approx 0$. Khi đó:

$$\left. \begin{aligned} u_L(t) &\approx E e^{-\alpha t} \cos \omega_d t, \\ u_C(t) &\approx E(1 - e^{-\alpha t} \cos \omega_d t), \\ i(t) &\approx \frac{E}{\rho} e^{-\alpha t} \sin \omega_d t. \end{aligned} \right\} \quad (5-64)$$

Đồ thị thời gian của dòng điện $i(t)$ và các điện áp $u_L(t)$, $u_C(t)$ vẽ trên hình (5-20).



Hình 5-20

5-8.3. Đa thức $p^2 + 2\alpha p + \omega_0^2$ có nghiệm kép

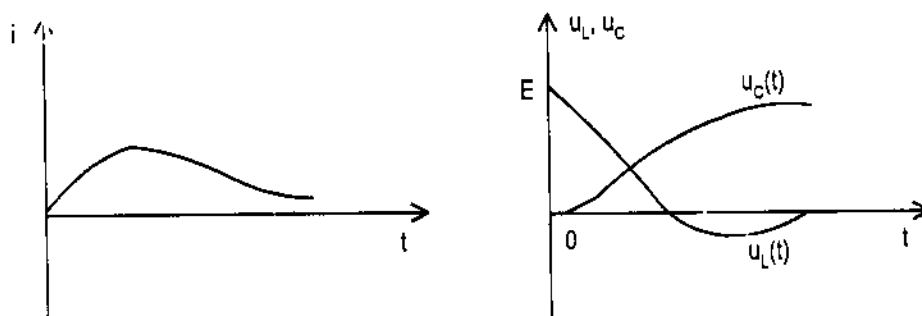
Đa thức $p^2 + 2\alpha p + \omega_0^2$ có nghiệm kép $p_{1,2} = -\alpha$

khi $\Delta' = \alpha^2 - \omega_0^2 = 0$ hay $\alpha = 2\sqrt{\frac{L}{C}} = 2\rho$.

Khi này, theo biểu thức (5-43) ta xác định được:

$$\left. \begin{aligned} i(t) &= \frac{E}{L} t e^{-\alpha t}, \\ u_L(t) &= E e^{-\alpha t} (1 - \alpha t), \\ u_C(t) &= \frac{E}{\alpha^2 LC} [1 - e^{-\alpha t} (1 + \alpha t)] \\ &= E [1 - e^{-\alpha t} (1 + \alpha t)] \end{aligned} \right\} \quad (5-65)$$

Đồ thị thời gian của dòng điện $i(t)$ và các điện áp $u_L(t)$, $u_C(t)$ vẽ trên hình (5-21).



Hình 5-21

5-8.4. Đa thức $p^2 + 2\alpha p + \omega_0^2$ có hai nghiệm thực khác nhau

Đa thức $p^2 + 2\alpha p + \omega_0^2$ có hai nghiệm thực khác nhau khi:

$$\Delta' = \alpha^2 - \omega_0^2 > 0,$$

hay

$$R > 2\sqrt{\frac{L}{C}} = 2\rho.$$

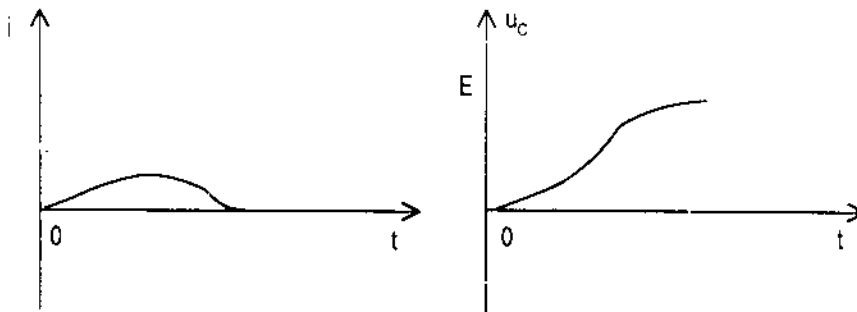
Trong trường hợp này, các nghiệm:

$$p_{1,2} = -\alpha \pm \sqrt{\Delta'} = -\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}$$

Theo biểu thức (5-38), ta xác định được các dao động trong mạch:

$$\left. \begin{aligned} i(t) &= \frac{E}{2L\sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}} \left[e^{-(\alpha - \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2})t} - e^{-(\alpha + \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2})t} \right] \\ u_C(t) &= E \left[1 + \frac{1}{2LC\sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}} \left(\frac{e^{-(\alpha - \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2})t}}{-\alpha + \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}} - \frac{e^{-(\alpha + \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2})t}}{-\alpha - \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}} \right) \right] \end{aligned} \right\} \quad (5-66)$$

Đồ thị thời gian của dòng điện $i(t)$ và điện áp $u_C(t)$ vẽ trên hình (5-22).

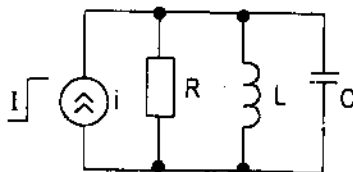


Hình 5-22

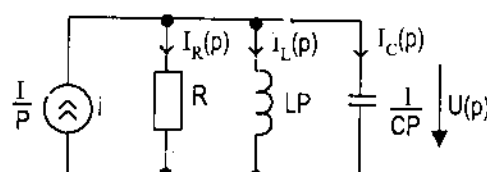
Từ các kết quả nhận được ta thấy, nếu trong mạch có tổn hao ($R \neq 0$), thì khi tổn hao nhỏ ($R < 2\rho$) dao động tự do trong mạch là các dao động có chu kỳ, tắt dần theo thời gian; còn khi tổn hao lớn ($R \geq 2\rho$) dao động tự do trong mạch là các dao động phi chu kỳ và tắt dần theo thời gian.

§5-9. DAO ĐỘNG TRONG MẠCH RLC MẮC SONG SONG KHI ĐÓNG MẠCH VÀO NGUỒN DÒNG ĐIỆN BẬC THANG

Xét mạch điện gồm ba phần tử R , L , C mắc song song dưới tác động của nguồn dòng điện bậc thang (hình 5-23).



Hình 5-23



Hình 5-24

Khi điều kiện ban đầu của mạch bằng không ($i_L(0) = 0$, $u_C(0) = 0$), ta có sơ đồ toán tử tương đương của mạch (hình 5-24).

Theo định luật Ohm dạng toán tử, ta xác định được điện áp và dòng điện qua các phần tử:

$$\begin{aligned} U(p) &= I(p) \cdot Z(p) = \frac{I(p)}{Y(p)} = \frac{1}{p} \cdot \frac{1}{g + CP + \frac{1}{LP}} = \frac{1/C}{p^2 + \frac{g}{C}p + \frac{1}{LC}} \\ &= \frac{1/C}{p^2 + 2\alpha p + \omega_0^2}, \end{aligned} \quad (5-67)$$

trong đó: $g = \frac{1}{R}$, $\alpha = \frac{g}{2C}$, $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

$$I_C(p) = U(p) \cdot CP = \frac{Ip}{p^2 + 2\alpha p + \omega_0^2} \quad (5-68)$$

$$I_L(p) = \frac{U(p)}{LP} = \frac{1/LC}{p(p^2 + 2\alpha p + \omega_0^2)} \quad (5-69)$$

Các biểu thức (5-67), (5-68), (5-69) hoàn toàn giống các biểu thức (5-57), (5-58), (5-59) đã nhận được đối với mạch R, L, C mắc nối tiếp. Điều này có nghĩa là dao động trong mạch R, L, C mắc song song khi đóng mạch vào nguồn dòng điện bậc thang hoàn toàn tương tự như dao động trong mạch R, L, C mắc nối tiếp khi đóng mạch vào nguồn điện bậc thang. Dao động trong mạch có thể là các dao động điều hòa, dao động có chu kỳ tắt dần theo thời gian, hoặc dao động phi chu kỳ tắt dần theo thời gian, tùy thuộc vào giá trị tương đối giữa các phần tử của mạch (tùy thuộc vào tổn hao của mạch). Thí dụ, khi đa thức $p^2 + 2\alpha p + \omega_0^2$ có nghiệm phức, nghĩa là khi:

$$\Delta' = \alpha^2 - \omega_0^2 < 0, \text{ hay } g < 2\sqrt{\frac{C}{L}} = \frac{2}{\rho},$$

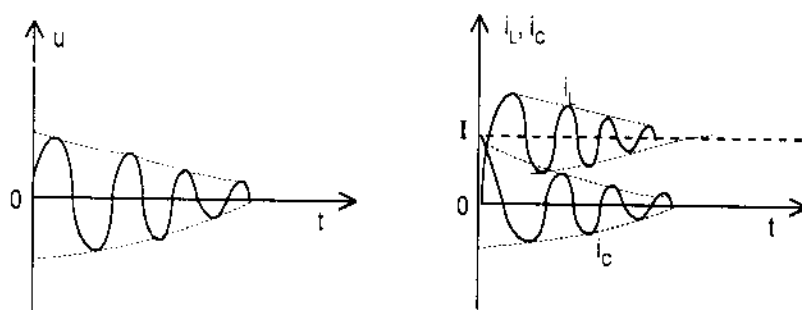
dao động trong mạch sẽ có dạng:

$$\left. \begin{aligned} u(t) &= \frac{1}{C\omega_1} e^{-\alpha t} \sin \omega_1 t, \\ i_C(t) &= I e^{-\alpha t} \left(\cos \omega_1 t - \frac{\alpha}{\omega_1} \sin \omega_1 t \right), \\ i_L(t) &= 1 - I e^{-\alpha t} \cdot \frac{\omega_0}{\omega_1} \cos(\omega_1 t + \varphi) \end{aligned} \right\} \quad (5-70)$$

trong đó:

$$\omega_1 = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}; \quad \varphi = -\text{arctg} \frac{\alpha}{\omega_1}.$$

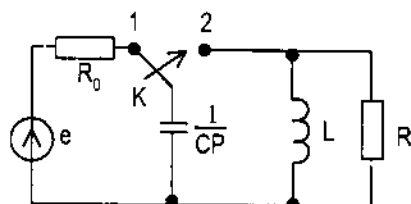
Đồ thị thời gian của điện áp $u(t)$ và các dòng điện $i_r(t)$, $i_L(t)$ vẽ trên hình (5-25).



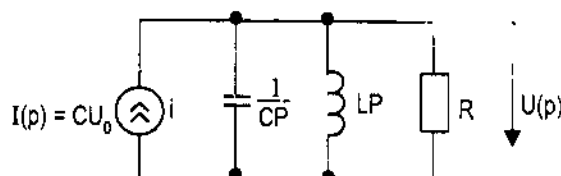
Hình 5-25

§5-10. DAO ĐỘNG TỰ DO TRONG MẠCH RLC MẮC SONG SONG

Xét dao động trong mạch điện (hình 5-26) sau khi chuyển khóa K về vị trí 2.



Hình 5-26



Hình 5-27

Giả sử khóa K được chuyển sang vị trí 2 tại thời điểm $t = 0$, và tại thời điểm $t = 0$, điện áp trên điện dung $u_C(0) = u_0$, ta có sơ đồ toán tử tương đương (hình 5-27).

Từ sơ đồ (hình 5-27), theo định luật Ohm dạng toán tử, ta tìm được:

$$U(p) = I(p) \cdot Z(p) = \frac{I(p)}{Y(p)} = \frac{CU_0}{g + CP + \frac{1}{LP}} = \frac{U_0 p}{p^2 + 2\alpha p + \omega_0^2} \quad (5-71)$$

ở đây:

$$\alpha = \frac{g}{2C}, \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Dao động tự do trong mạch cũng phụ thuộc vào nghiệm của đa thức $p^2 + 2\alpha p + \omega_0^2$, nghĩa là phụ thuộc vào giá trị tương đối giữa các phần tử của mạch. Trong trường hợp đa thức $p^2 + 2\alpha p + \omega_0^2$ có nghiệm là số phức, hay khi $g < 2\sqrt{\frac{C}{L}} = \frac{2}{\rho}$, theo công

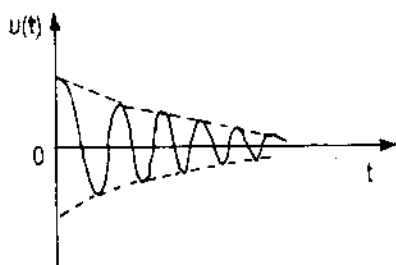
thức (5-45), ta xác định được dao động $u(t)$ trong mạch: $u(t) = U_0 e^{-\alpha t} \left(\cos \omega_1 t - \frac{\alpha}{\omega_1} \sin \omega_1 t \right)$, trong đó: $\omega_1 = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}$

Nếu mạch có hệ số phẩm chất Q lớn ($Q \gg 1$), tần số $\omega_1 \approx \omega_0$ và $\frac{\alpha}{\omega_1} \ll 1$ khi đó,

ta có:

$$u(t) \approx U_0 e^{-\alpha t} \cos \omega_0 t. \quad (5-72)$$

Đồ thị thời gian của điện áp $u(t)$ ở (5-72) vẽ trên hình (5-28).

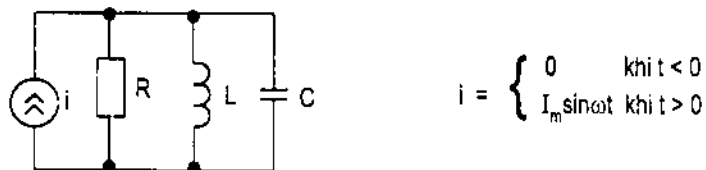


Hình 5-28

Từ đồ thị thời gian ta thấy, khi khóa K chuyển sang vị trí 2, trong mạch sẽ xuất hiện dao động hình sin với biên độ giảm dần theo thời gian. Về ý nghĩa vật lý, điều này được giải thích như sau: Khi khóa K ở vị trí 1, điện dung C được tích trữ năng lượng điện từ nguồn điện áp e . Khi chuyển khóa K sang vị trí 2, điện dung C sẽ phóng điện qua điện trở R và điện cảm L, trong mạch lúc này xuất hiện sự trao đổi năng lượng điện từ trường giữa điện dung C và điện cảm L. Sự trao đổi năng lượng này làm xuất hiện dao động tự do trong mạch. Song do có tổn hao năng lượng trên phần tử điện trở R, năng lượng điện từ trường tích trữ trong mạch sẽ giảm dần và dao động tự do cũng tắt dần theo thời gian.

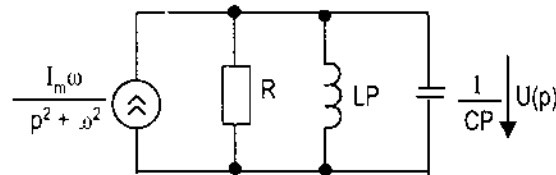
§5-11. QUÁ TRÌNH THIẾT LẬP DAO ĐỘNG HÌNH SIN TRONG MẠCH RLC MẮC SONG SONG

Xét mạch điện gồm ba phần tử R, L, C mắc song song dưới tác động của nguồn dòng điện hình sin được đóng vào mạch tại thời điểm $t = 0$ (hình 5-29).



Hình 5-29

Giả sử điều kiện ban đầu của mạch bằng không ($i_L(0) = 0$, $u_C(0) = 0$), ta có sơ đồ toán tử tương đương của mạch (hình 5-30).



Hình 5-30

Từ sơ đồ ở hình (5-30), theo định luật Ohm dạng toán tử, ta xác định được ảnh của điện áp trên các phần tử của mạch:

$$\begin{aligned} U(p) &= \frac{I_m \omega}{p^2 + \omega^2} \cdot \frac{1}{g + Cp + \frac{1}{LP}} \\ &= \frac{I_m \omega}{p^2 + \omega^2} \cdot \frac{p}{C(p^2 + 2\alpha p + \omega_0^2)}, \end{aligned}$$

trong đó : $g = \frac{1}{R}, \alpha = \frac{g}{2C}, \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}.$

Đối với các mạch R,L,C mắc song song sử dụng trong thực tế, thường có hệ số phẩm chất Q lớn, nghĩa là luôn thỏa mãn điều kiện $g < 2\sqrt{\frac{C}{L}} = \frac{2}{\rho}$, và tần số của nguồn

tác động bằng tần số cộng hưởng ω_0 của mạch. Trong trường hợp xét, ảnh của điện áp $U(p)$ sẽ có dạng:

$$U(p) = \frac{I_m \omega_0}{p^2 + \omega_0^2} \cdot \frac{p}{C(p^2 + 2\alpha p + \omega_0^2)} = \frac{M(p)}{N(p)} \quad (5-73)$$

và đa thức mẫu số $N(p)$ sẽ có hai nghiệm thuần ảo $p_{1,2} = \pm j\omega_0$ và cặp nghiệm liên hợp phức $p_{3,4} = -\alpha \pm j\omega_1$, trong đó: $\omega_1 = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}$ (cũng có thể coi cặp nghiệm $p_{1,2} = \pm j\omega_0$ là cặp nghiệm liên hợp phức với phần thực bằng không). Từ đây, ta xác định được:

$$\frac{M(p)}{N'(p)} = \frac{I_m \omega_0 p}{C(4p^3 + 6\alpha p^2 + 4\omega_0^2 p + 2\alpha \omega_0^2)},$$

$$\frac{M(j\omega_0)}{N'(j\omega_0)} = \frac{-jI_m}{2g} = -j \frac{I_m R}{2},$$

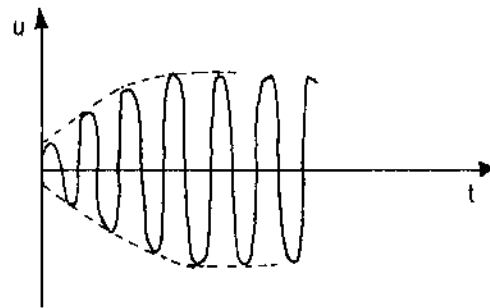
$$\frac{M(-\alpha + j\omega_1)}{N'(-\alpha + j\omega_1)} = \frac{1}{2} j I_m R \frac{\omega_0}{\omega_1}.$$

Từ đây, theo công thức (5-45), ta xác định được điện áp trên các phần tử: $u(t) = RI_m \sin \omega_0 t - \frac{\omega_0}{\omega_1} RI_m e^{-\alpha t} \sin \omega_1 t$

Các mạch dao động sử dụng trong thực tế thường có tổn hao nhỏ ($\alpha \ll 1$), khi đó $\frac{\omega_0}{\omega_1} \approx 1$, và điện áp trên các phần tử:

$$u(t) \approx RI_m (1 - e^{-\alpha t}) \sin \omega_0 t. \quad (5-74)$$

Đồ thị thời gian của điện áp $u(t)$ theo (5-74) xem trên hình (5-31).



Hình 5-31

Từ các kết quả nhận được ta thấy, khi tác động vào mạch R, L, C mắc song song một nguồn điện áp hình sin có tần số bằng tần số cộng hưởng của mạch, điện áp trên các phần tử của mạch cũng là dao động hình sin với biên độ tăng dần từ giá trị không đến giá trị xác lập bằng RI_m . Quy luật tăng biên độ của dao động được xác định bởi biểu thức: $1 - e^{-\omega_0 t} = 1 - e^{-\frac{\omega_0 t}{2Q}}$.

Về mặt lý thuyết, dao động hình sin trong mạch được xác lập khi thời gian

$$t = \infty: u(t) \Big|_{t=\infty} = RI_m \sin \omega_0 t.$$

Trong thực tế dao động hình sin được coi như xác lập, nếu giá trị biên độ của dao động đạt tới 95% giá trị biên độ xác lập của nó. Thời gian xác lập dao động trong mạch t_{x1} được xác định bởi biểu thức:

$$1 - e^{-\omega_0 t_{x1}} \geq 0,95,$$

và từ đây ta xác định được:

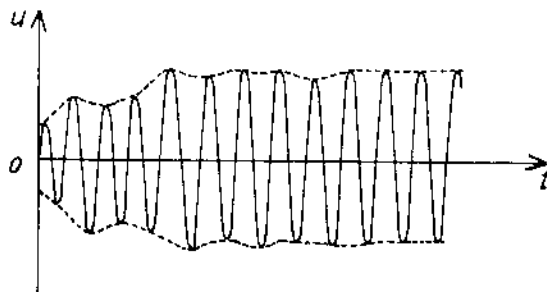
$$\frac{\omega_0}{2Q} t_{x1} \geq 3,$$

$$t_{x1} \geq \frac{6Q}{\omega_0}. \quad (5-75)$$

Vậy thời gian xác lập dao động hình sin trong mạch tỉ lệ thuận với hệ số phẩm chất Q của mạch. Hệ số phẩm chất Q của mạch càng lớn, thời gian xác lập dao động hình sin trong mạch t_{x1} càng lớn. Trong trường hợp tần số của nguồn tác động ω khác tần số cộng hưởng của mạch ω_0 ($\omega \neq \omega_0$), dao động trong mạch sẽ gồm hai thành phần tần số khác nhau, thành phần dao động với tần số của nguồn tác động ω (thành phần dao động cưỡng bức) và thành phần dao động với tần số $\omega_1 \approx \omega_0$ với biên độ giảm dần (thành phần dao động tự do), khi này:

$$u(t) \approx RI_m \sin \omega t - RI_m e^{-\alpha t} \sin \omega_0 t \quad (5-76)$$

Trong trường hợp này, đường bao của dao động tổng sẽ dao động với tần số bằng hiệu của hai tần số ω và ω_0 (xem hình 5-32). Biên độ dao động của đường bao giảm dần vì thành phần tự do $RI_m e^{-\alpha t} \sin \omega_0 t$ tắt dần theo thời gian.



Hình 5-32

Cuối cùng, ta xét quá trình thiết lập dao động trong mạch R, L, C mắc song song, khi tác động vào mạch dây xung vô tuyến tuần hoàn (xem hình 5-33a).

$$i = \begin{cases} 0 & \text{khi } t < 0 \\ I_m \sin \omega_0 t & \text{khi } 0 < t < \tau_x \\ 0 & \text{khi } \tau_x < t < T \end{cases}$$

ở đây: τ_x là độ rộng xung vô tuyến. T là chu kỳ xung.

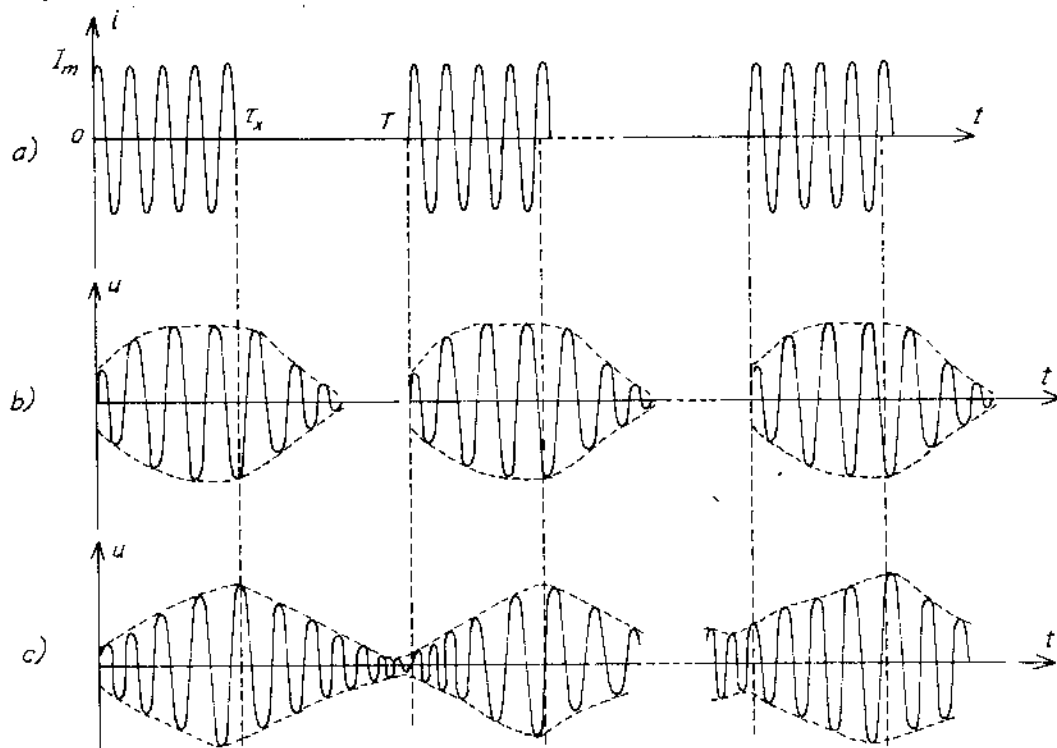
Thường độ rộng xung vô tuyến τ_x lớn hơn rất nhiều lần chu kỳ T_0 của dao động hình sin $\left(T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}\right)$, và giả thiết rằng tần số của dao động hình sin bằng tần số cộng hưởng của mạch và mạch có hệ số phẩm chất lớn ($Q \gg 1$).

Khi bắt đầu có xung tác động, điện áp trên các phần tử của mạch $u(t)$ sẽ biến thiên theo quy luật như trong trường hợp tác động vào mạch nguồn dòng điện hình sin tại thời điểm $t = 0$:

$$u(t) \approx RI_m(1 - e^{-\alpha t}) \sin \omega_0 t$$

Biên độ của dao động sẽ tăng dần từ giá trị không đến giá trị xác lập bằng RI_m . Nếu thời gian tồn tại xung τ_x lớn hơn thời gian xác lập $t_{x'}$ trong mạch, thì trước khi xung kết thúc, dao động trong mạch đã xác lập. Tại thời điểm $t = \tau_x$ (xung kết thúc), trong mạch tồn tại dao động tự do. Dao động tự do trong mạch cũng là dao động hình sin nhưng với biên độ giảm dần từ giá trị $U_{mx'} = RI_m$ đến giá trị không. Nếu khoảng cách giữa hai xung liên tiếp lớn hơn thời gian xác lập $t_{x'}$ của mạch ($T - \tau_x > t_{x'}$), thì dao động tự do sẽ kết thúc (tắt) trước khi xung thứ hai tác động (xem hình 5-33b), trên đầu ra, ta cũng nhận được dãy xung. Nếu thời gian tồn tại xung τ_x nhỏ hơn thời gian xác lập $t_{x'}$ của mạch, thì khi xung kết thúc, dao động trong mạch chưa xác lập.

Tại thời điểm xung kết thúc ($t = \tau$), biên độ dao động trong mạch đạt giá trị bằng $RI_m(1 - e^{-u\tau_x})$, và sau đó sẽ giảm dần đến giá trị không. Nếu khoảng cách giữa hai xung lại nhỏ thua thời gian xác lập của mạch ($T - \tau_x < t_x$), thì khi bắt đầu tác động xung thứ hai, trong mạch vẫn tồn tại dao động tự do của quá trình trước đó. Dao động tổng trong mạch trong trường hợp này sẽ là xếp chồng của dao động tự do của quá trình trước và dao động do tác động của xung thứ hai. Hoặc khi này cũng có thể coi mạch dưới tác động của nguồn dòng điện hình sin, nhưng điều kiện ban đầu của mạch khác không. Kết quả trên đầu ra ta sẽ nhận được tín hiệu liên tục (xem hình 5-33c). Khi này, nếu hệ số phẩm chất của mạch Q càng lớn, thời gian xác lập t_x của mạch càng lớn, độ méo dạng của tín hiệu khi truyền qua mạch càng lớn.



Hình 5-33

CHƯƠNG 6

PHÂN TÍCH MẠCH ĐIỆN BẰNG PHƯƠNG PHÁP TÍCH PHÂN XẾP CHỒNG

§6-1. TÁC ĐỘNG BẬC THANG VÀ TÁC ĐỘNG XUNG CỦA MẠCH ĐIỆN

Tính chất của mạch điện có thể hoàn toàn được xác định nếu biết phản ứng của nó dưới tác động của các nguồn điện bậc thang và nguồn tín hiệu xung. Mặt khác, biết phản ứng của mạch dưới tác động của các nguồn bậc thang và nguồn xung, có thể tìm phản ứng của mạch dưới các nguồn tác động khác.

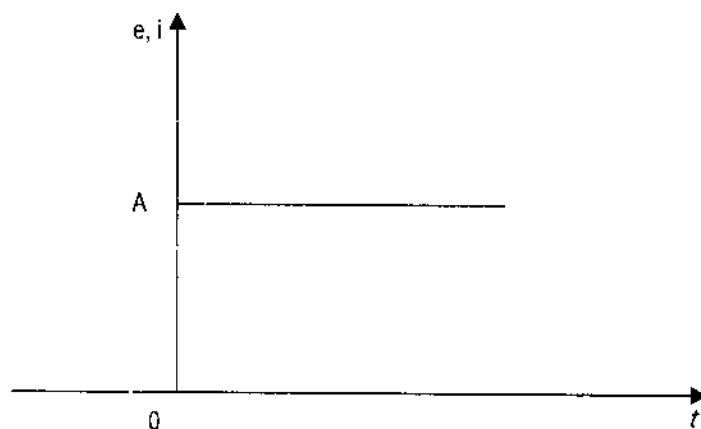
6-1.1. Tác động bậc thang

Tác động bậc thang là các nguồn tác động (nguồn điện áp, hay nguồn dòng điện) có quy luật biến thiên theo thời gian và được biểu diễn như sau:

$$\left. \begin{aligned} e(t) &= \begin{cases} 0 & \text{khí } t < 0 \\ A & \text{khí } t > 0 \end{cases} \\ \text{hay} \\ i(t) &= \begin{cases} 0 & \text{khí } t < 0 \\ A & \text{khí } t > 0 \end{cases} \end{aligned} \right\} \quad (6-1)$$

trong đó A là hằng số, là độ lớn của nguồn tác động bậc thang.

Đồ thị thời gian của nguồn tác động bậc thang vẽ trên hình (6-1).

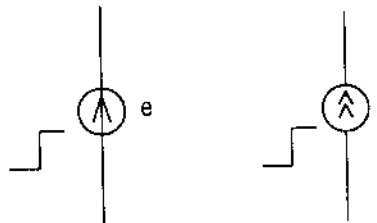


Hình 6-1

Các nguồn điện bậc thang có độ lớn $A = 1$ được gọi là nguồn bậc thang đơn vị. Hàm bậc thang đơn vị được ký hiệu là hàm $1(t)$. Trong toán học hàm $1(t)$ được gọi là hàm Hevisai.

$$1(t) = \begin{cases} 0 & \text{khi } t < 0 \\ 1 & \text{khi } t > 0 \end{cases}$$

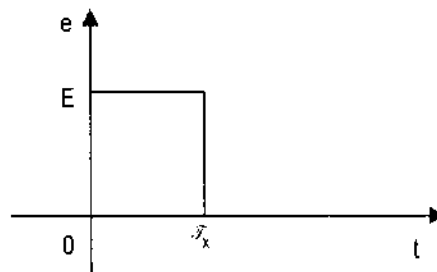
Trong thực tế, các nguồn tác động bậc thang là các nguồn điện một chiều được đóng vào mạch tại thời điểm $t = 0$. Trong sơ đồ mạch, các nguồn tác động bậc thang của mạch được ký hiệu như ở hình (6-2).



Hình 6-2

6-1.2. Tác động xung

Ta gọi nguồn tín hiệu xung (nguồn điện áp xung hay nguồn dòng điện xung) là các nguồn tín hiệu mà giá trị của nó chỉ khác không trong những khoảng thời gian nhất định. Thí dụ, nguồn điện áp xung thị tần dạng chữ nhật có đồ thị thời gian vẽ trên hình 6-3.



Hình 6-3

Khi đóng mạch điện vào nguồn tác động xung, trong thời gian tồn tại xung, mạch được cung cấp nguồn năng lượng điện. Năng lượng mà mạch nhận từ nguồn, một phần tiêu tán dưới dạng nhiệt trên phần tử điện trở, phần còn lại được tích trữ trong các phần tử điện cảm và điện dung. Khi xung kết thúc, năng lượng điện từ trường đã được tích trữ trong mạch sẽ được phân giải và tiêu hao dưới dạng nhiệt trên phần tử điện trở. Chính sự phân giải năng lượng đã tạo thành dao động tự do trong mạch.

Xét nguồn tín hiệu xung $\delta(t, \tau_x)$ có quy luật biến thiên theo thời gian được mô tả bằng biểu thức:

$$\delta(t, \tau_x) = \begin{cases} 0 & \text{khi } t < 0 \\ \frac{1}{\tau_x} & \text{khi } 0 < t < \tau_x \\ 0 & \text{khi } t > \tau_x \end{cases} \quad (6-2)$$

Đồ thị thời gian của hàm $\delta(t, \tau_x)$ ở (6-2) giống đồ thị thời gian của xung chữ nhật (hình 6-3), chỉ khác giá trị E được thay bằng $\frac{1}{\tau_x}$.

Diện tích của xung $\delta(t, \tau_x)$ (diện tích của miền giới hạn bởi hàm $\delta(t, \tau_x)$ và trục hoành) bằng 1.

$$S_x = \int_{t_1}^{t_2} \delta(t, \tau_x) dt = 1$$

nếu $t_1 < 0, t_2 > \tau_x$.

Cho độ rộng xung $\tau_x \rightarrow 0$, khi đó hàm $\delta(t, \tau_x) \rightarrow \delta(t)$.

Hàm $\delta(t) = \delta(t, \tau_x)$ bằng 0 với mọi giá trị $t \neq 0$, và tiến tới ∞ tại $t = 0$, còn diện tích của xung $\delta(t)$ vẫn bằng 1:

$$\int_{t_1}^{t_2} \delta(t) dt = 1$$

nếu miền tích phân chứa điểm 0.

Hàm $\delta(t)$ được gọi là hàm xung đơn vị, hàm Delta, hay hàm Dirac.

Giả sử nguồn tín hiệu xung thị tần dạng chữ nhật (hình 6-3) có độ cao E tăng tỉ lệ với sự giảm của độ rộng xung τ_x , nhưng đảm bảo điều kiện diện tích của xung luôn bằng hằng số:

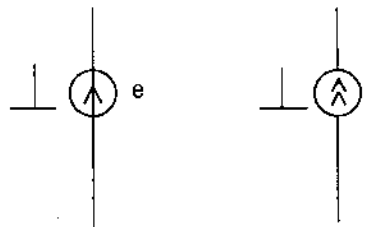
$$E \cdot \tau_x = S_0 = \text{const}$$

hay nói cách khác, giữa độ cao E và độ rộng τ_x của xung tồn tại mối liên hệ:

$$E = S_0 \frac{1}{\tau_x}$$

Như vậy, rõ ràng rằng khi $\tau_x \rightarrow 0$, thì nguồn tín hiệu xung đã cho là tích của hàm Dirac và diện tích xung S_0 .

Nguồn tác động mà quy luật biến thiên của nó được mô tả bằng tích của hằng số S_0 và hàm Dirac được gọi là nguồn tác động xung mẫu. Khi $S_0 = 1$ thì nguồn tác động xung mẫu được gọi là nguồn xung đơn vị, hay xung Dirac. Trên sơ đồ mạch, các nguồn tác động xung mẫu được ký hiệu như trên hình (6-4).



Hình 6-4

Trong thực tế không tồn tại các nguồn xung mẫu, cũng như nguồn xung đơn vị. Song việc đưa vào khái niệm nguồn tác động xung mẫu và nguồn xung đơn vị nhiều khi cho phép đơn giản quá trình phân tích mạch điện, cũng như hiểu rõ quá trình vật lý xảy ra trong mạch điện.

§6-2. ĐẶC TÍNH QUÁ ĐỘ VÀ ĐẶC TÍNH XUNG CỦA MẠCH ĐIỆN

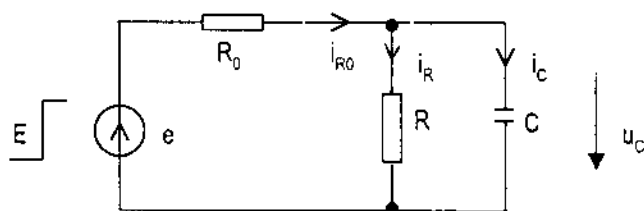
6-2.1. Đặc tính quá độ của mạch điện

Đặc tính quá độ của mạch điện, ký hiệu là $h(t)$, là tỉ số giữa phản ứng của mạch dưới tác động của nguồn điện bậc thang khi điều kiện ban đầu của mạch bằng không và độ lớn của nguồn tác động:

$$h(t) = \frac{i_2(t)}{A} \quad (6-3)$$

Trong biểu thức (6-3), $i_2(t)$ biểu thị phản ứng của mạch, còn A biểu thị độ lớn của nguồn tác động bậc thang.

Thí dụ, đối với mạch điện ở hình 6-5 :



Hình 6-5

Tác động vào mạch nguồn điện áp bậc thang, và điều kiện ban đầu bằng không, sau khi giải mạch, ta tìm được:

$$u_C = \frac{ER}{R + R_0} (1 - e^{-t/\tau}),$$

$$i_C = \frac{E}{R_0} e^{-t/\tau},$$

$$i_R = \frac{E}{R + R_0} (1 - e^{-t/\tau}),$$

$$i_{R0} = \frac{E}{R + R_0} (1 - e^{-t/\tau}) + \frac{E}{R_0} e^{-t/\tau}$$

trong đó: $\tau = \left(\frac{R + R_0}{RR_0C} \right)^{-1}$ là hằng số thời gian của mạch.

Từ đây ta xác định được:

$$h_{u_C}(t) = \frac{u_C(t)}{E} = \frac{R}{R + R_0} (1 - e^{-t/\tau}),$$

$$h_{i_C}(t) = \frac{i_C(t)}{E} = \frac{1}{R_0} e^{-t/\tau},$$

$$h_k(t) = \frac{i_k(t)}{E} = \frac{1}{R + R_0}(1 - e^{-t/\tau}),$$

$$h_{iR_0}(t) = \frac{i_{R_0}(t)}{E} = \frac{1}{R + R_0}(1 - e^{-t/\tau}) + \frac{1}{R_0}e^{-t/\tau}$$

Từ (6-3) dễ dàng suy ra rằng:

$$f_2(t) = Ah(t), \quad (6-4)$$

Nghĩa là, biết đặc tính quá độ của mạch, dễ dàng suy ra phản ứng của mạch dưới tác động của nguồn điện bậc thang bất kỳ, khi điều kiện ban đầu của mạch bằng không. Mặt khác, nếu độ lớn của nguồn tác động bậc thang bằng 1 ($A = 1$) thì $h(t) = f_2(t)$, hay nói cách khác, đặc tính quá độ của mạch điện là phản ứng của mạch điện dưới tác động của nguồn điện bậc thang đơn vị, khi điều kiện ban đầu của mạch bằng không. Do đó, đôi khi người ta còn gọi đặc tính quá độ của mạch là phản ứng hêvisai của mạch.

6-2.2. Đặc tính xung của mạch điện

Đặc tính xung của mạch điện, ký hiệu là $g(t)$, là tỉ số giữa phản ứng của mạch dưới tác động của nguồn xung mẫu và diện tích của xung mẫu khi điều kiện ban đầu của mạch bằng không:

$$g(t) = \frac{f_2(t)}{S_x} \quad (6-5)$$

Trong biểu thức (6-5), $f_2(t)$ biểu thị phản ứng của mạch; S_x biểu thị diện tích của xung mẫu.

Từ (6-5) ta có:

$$f_2(t) = S_x g(t),$$

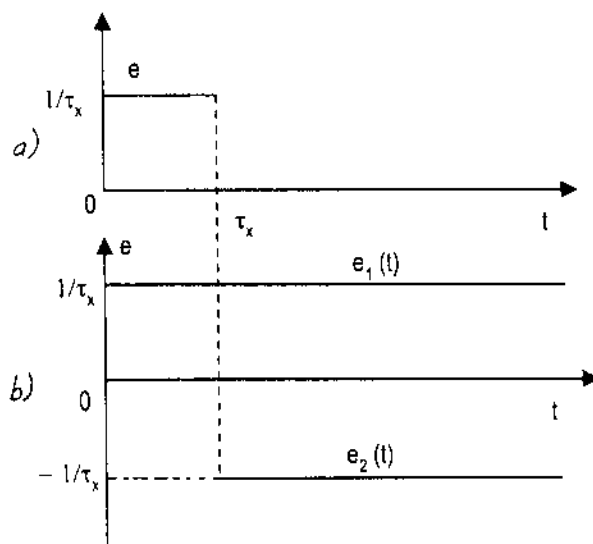
Nghĩa là, biết đặc tính xung của mạch dễ dàng suy ra phản ứng của mạch với nguồn tác động xung mẫu bất kỳ, khi điều kiện ban đầu của mạch bằng không. Mặt khác, nếu diện tích xung mẫu $S_x = 1$, thì:

$$f_2(t) = g(t),$$

hay nói cách khác, đặc tính xung của mạch là phản ứng của mạch dưới tác động của nguồn xung đơn vị, khi điều kiện ban đầu của mạch bằng không.

6-2.3. Mối liên hệ giữa đặc tính quá độ $h(t)$ và đặc tính $g(t)$ của mạch

Xét mạch điện tuyến tính dưới tác động của nguồn điện xung có đồ thị thời gian vẽ trên hình (6-6a), điều kiện ban đầu của mạch bằng không.



Hình 6-6

$$e = \begin{cases} 0 & \text{khi } t < 0 \\ \frac{1}{\tau_x} & \text{khi } 0 < t < \tau_x \\ 0 & \text{khi } t > \tau_x \end{cases}$$

Nguồn tác động xung $e(t)$ có thể coi như xếp chồng của hai nguồn tác động bậc thang: nguồn tác động bậc thang thứ nhất $e_1(t)$ có độ lớn bằng $\frac{1}{\tau_x}$ tác động vào mạch tại thời điểm $t = 0$; nguồn tác động bậc thang thứ hai $e_2(t)$ có độ lớn bằng $-\frac{1}{\tau_x}$ tác động vào mạch tại thời điểm $t = \tau_x$ (xem hình 6 - 6b).

Giả sử đặc tính quá độ của mạch là $h(t)$, trong khoảng thời gian $0 < t < \tau_x$, phản ứng của mạch:

$$g(t, \tau_x) = \frac{1}{\tau_x} h(t) \quad (6-6)$$

Khi xung kết thúc ($t > \tau_x$), phản ứng của mạch:

$$g(t, \tau_x) = \frac{1}{\tau_x} h(t) - \frac{1}{\tau_x} h(t - \tau_x) \quad (6-6a)$$

Thành phần thứ hai bên vế phải của biểu thức (6-6a), ta viết $h(t - \tau_x)$, vì tác động bậc thang thứ hai $e_2(t)$ tác động vào mạch tại thời điểm $t = \tau_x$. Do đó:

$$g(t, \tau_x) = \begin{cases} \frac{1}{\tau_x} h(t) & \text{khi } t < 0 < \tau_x \\ \frac{h(t) - h(t - \tau_x)}{\tau_x} & \text{khi } t > \tau_x \end{cases}$$

Cho độ rộng xung $\tau_x \rightarrow 0$, xét giới hạn:

$$\lim_{\tau_x \rightarrow 0} g(t, \tau_x) = \lim_{\tau_x \rightarrow 0} \frac{h(t) - h(t - \tau_x)}{\tau_x} \quad (6-7)$$

Vế phải của biểu thức (6-7) chính là đạo hàm của đặc tính quá độ $h(t)$. Mặt khác, khi độ rộng xung $\tau_x \rightarrow 0$, tác động xung đã cho là tác động xung đơn vị $\delta(t)$, và phản ứng của mạch trong trường hợp này chính là đặc tính xung của mạch. Vậy:

$$\lim_{\tau_x \rightarrow 0} g(t, \tau_x) = g(t) = \lim_{\tau_x \rightarrow 0} \frac{h(t) - h(t - \tau_x)}{\tau_x}$$

hay khi xung kết thúc:

$$g(t) = h'(t),$$

còn trong thời gian tồn tại xung ($t = 0$), phản ứng của mạch bằng tích của đặc tính quá độ của mạch với hàm $\delta(t)$. Do đó, một cách tổng quát có thể viết:

$$g(t) = h'(t) + h(0)\delta(t), \quad (6-8)$$

trong đó $h(0)$ là giá trị của đặc tính quá độ của mạch tại thời điểm $t = 0$

Nếu $h(0) = 0$, thì:

$$g(t) = h'(t) \quad (6-9)$$

Từ biểu thức (6-9), ta suy ra:

$$h(t) = \int g(t) dt \quad (6-10)$$

Vậy đặc tính xung của mạch bằng đạo hàm của đặc tính quá độ, và đặc tính quá độ bằng tích phân của đặc tính xung.

Thí dụ, đối với mạch điện ở hình 6-5, ta đã xác định được đặc tính quá độ:

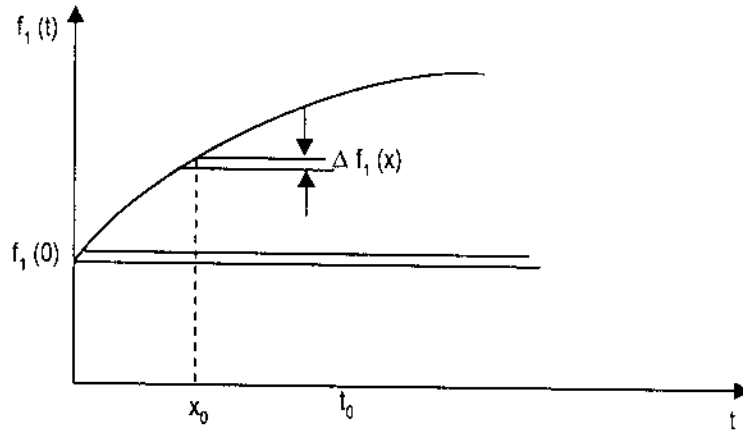
$$h_{uc}(t) = \frac{R}{R + R_0} (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

Theo công thức (6-9), ta xác định được đặc tính xung:

$$g_{uc}(t) = h'_{uc}(t) = \frac{1}{R_0 C} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

§6-3. PHÂN TÍCH MẠCH ĐIỆN BẰNG PHƯƠNG PHÁP TÍCH PHÂN DUHAMEN

Giả sử tại thời điểm $t = 0$, tác động vào mạch điện tuyến tính có đặc tính quá độ $h(t)$ và điều kiện ban đầu của mạch bằng không một nguồn điện $f_1(t)$ có đồ thị thời gian vẽ trên hình (6-7).



Hình 6-7

Nguồn tác động $f_1(t)$ có thể coi như xếp chồng của nguồn tác động bậc thang $f_1(0)$ tác động vào mạch tại thời điểm $t = 0$, và vô số các nguồn tác động bậc thang có giá trị vô cùng nhỏ $\Delta f_1(x)$ tác động vào mạch tại các thời điểm x khác nhau (xem hình 6-7).

Phản ứng của mạch đối với thành phần tác động $f_1(0)$ được xác định bằng tích của đặc tính quá độ $h(t)$ của mạch với độ lớn của nguồn tác động bậc thang $f_1(0)$:

$$f_2(t) = h(t) \cdot f_1(0) \quad (6-11)$$

Xét phản ứng của mạch tại thời điểm t_0 do tác động bậc thang thành phần $\Delta f_1(x_0)$ tác động vào mạch tại thời điểm $x_0 < t_0$ gây ra:

$$df_2(t_0) = \Delta f_1(x_0) \cdot h(t_0 - x_0) \quad (6-12)$$

Trong biểu thức trên, đặc tính quá độ của mạch $h(t)$ được thay bằng $h(t_0 - x_0)$, vì tác động bậc thang $\Delta f_1(x_0)$ tác động vào mạch tại thời điểm $t = x_0$ và thời gian quan sát tại $t = t_0$.

Giả sử hàm tác động $f_1(t)$ là khả vi tại $t = x_0$, khi đó biểu thức (6-12) có thể viết lại dưới dạng:

$$df_2(t_0) = f_1(x_0)h(t_0 - x_0)dx_0.$$

Phản ứng của mạch tại thời điểm $t = t_0$ đối với tác động $f_1(t)$ là xếp chồng của các phản ứng thành phần do từng tác động bậc thang riêng lẻ $f_1(0)$ và các thành phần $\Delta f_1(x)$ gây nên, nghĩa là:

$$f_2(t_0) = f_1(0) \cdot h(t_0) + \int_0^{t_0} f_1'(x_0)h(t_0 - x_0)dx_0$$

Vì t_0 và x_0 là tùy ý, nên ta có thể viết:

$$f_2(t) = f_1(0) \cdot h(t) + \int_0^t f_1'(x)h(t - x)dx \quad (6-13)$$

Nếu trong biểu thức dưới dấu tích phân (6-13), ta thực hiện phép đổi biến, đặt $t - x = x_1$, $dx = -dx_1$, khi $x \rightarrow 0$, $x_1 \rightarrow t$; còn khi $x \rightarrow t$, $x_1 \rightarrow 0$, thì ta có:

$$f_2(t) = f_1(0), h(t) - \int_0^t f_1'(t-x_1)h(x_1)dx_1,$$

hay sau khi đổi cận tích phân, ta có:

$$f_2(t) = f_1(0), h(t) - \int_0^t f_1'(t-x_1)h(x_1)dx_1$$

Vì tích phân xác định không phụ thuộc vào biến lấy tích phân, nên có thể viết:

$$f_2(t) = f_1(0), h(t) + \int_0^t f_1'(t-x)h(x)dx \quad (6-14)$$

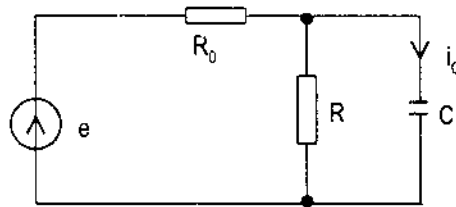
Cặp biểu thức (6-13) và (6-14) cho phép tính phản ứng của mạch theo đặc tính quá độ đã biết của nó. Phương pháp này được gọi là phương pháp tích phân Duhamen phân tích mạch điện.

Hạn chế của phương pháp tích phân Duhamen phân tích mạch là nó chỉ được sử dụng khi tác động vào mạch tại thời điểm $t = 0$ và điều kiện ban đầu của mạch bằng không.

Ta xét một thí dụ: Mạch điện (hình 6-8), biết nguồn tác động:

$$e = \begin{cases} 0 & \text{khi } t < 0 \\ Ec^{at} & \text{khi } t > 0 \end{cases}$$

Giá trị của các phần tử R_0 , R_1 và C đã biết. Tìm dòng điện qua điện dung $i_C(t)$ bằng phương pháp tích phân Duhamen.



Hình 6-8

Đặc tính quá độ của mạch $h_{iC}(t)$ ta đã xác định được từ mục §6-2:

$$h_{iC} = \frac{1}{R_0} e^{-t/\tau}$$

Từ đây ta có:

$$h_{iC}(x) = \frac{1}{R_0} e^{-x/\tau},$$

$$f_1'(t) = -\alpha E e^{-\alpha t}$$

$$f_1'(t-x) = -\alpha E e^{-\alpha(t-x)}$$

Áp dụng công thức (6-14), ta xác định được phản ứng $i_C(t)$ của mạch:

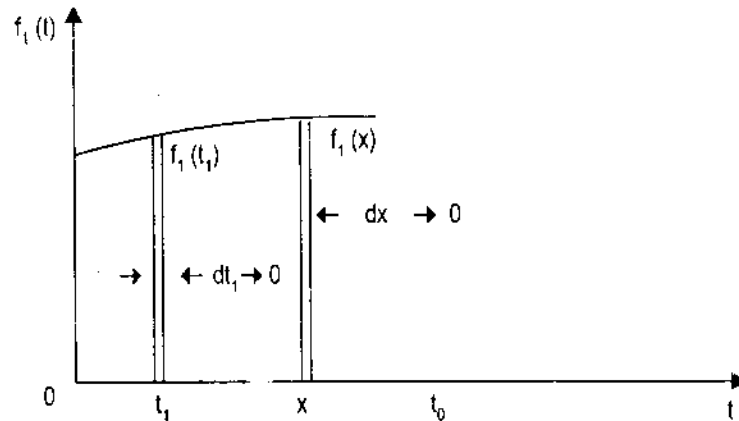
$$i_C(t) = \frac{E}{R_0} e^{-t/\tau} + \int_0^t \frac{-\alpha E}{R_0} e^{-\alpha(t-x)} e^{-x/\tau} dx$$

$$= \frac{E}{R_u} e^{-\alpha \tau} - \frac{\alpha \tau E e^{-\alpha \tau}}{R_u (\alpha \tau - 1)} (e^{\frac{\alpha \tau - 1}{\tau} \tau} - 1)$$

$$= \frac{E e^{-\alpha \tau}}{R_u (\alpha \tau - 1)} (\alpha \tau e^{-\alpha \tau} - e^{-\alpha \tau \tau})$$

§6-4. PHÂN TÍCH MẠCH ĐIỆN BẰNG PHƯƠNG PHÁP TÍCH PHÂN XẾP CHỒNG (TÍCH PHÂN BỘC)

Giả sử tác động vào mạch điện tuyến tính có đặc tính xung $g(t)$ và điều kiện ban đầu của mạch bằng không một nguồn điện $f_1(t)$ có đồ thị thời gian vẽ trên hình (6-9).



Hình 6-9

Nguồn tác động $f_1(t)$ đã cho có thể coi như xếp chồng của vô số các nguồn tác động xung mẫu, mỗi xung mẫu có diện tích $s_x = f_1(t) dt$ vô cùng nhỏ và tác động vào mạch tại các thời điểm t khác nhau.

Xét phản ứng của mạch tại thời điểm $t = t_0$ đối với tác động xung mẫu, tác động vào mạch tại thời điểm $x < t_0$.

$$dI_2(t_0) = s_x g(t_0 - x) = f_1(x) dx g(t_0 - x),$$

ở đây đặc tính xung $g(t)$ được thay bằng $g(t_0 - x)$, vì xung mẫu tác động vào mạch tại thời điểm $t = x$ và thời điểm quan sát tại $t_0 > x$.

Phản ứng của mạch tại thời điểm t_0 đối với nguồn tác động $f_1(t)$ đã cho là xếp chồng của các phản ứng thành phần do từng thành phần tác động xung mẫu gây nên. Các xung mẫu thành phần có diện tích s_x vô cùng nhỏ và tác động vào mạch tại các thời điểm khác nhau. Do đó ta có:

$$I_2(t_0) = \int_{-\infty}^{t_0} dI_2(t_0) dx = \int_{-\infty}^{t_0} f_1(x) g(t_0 - x) dx.$$

Vì thời gian quan sát t_0 là tùy ý, nên biểu thức trên có thể viết:

$$I_2(t) = \int_{-\infty}^t f_1(x) g(t - x) dx \quad (6-15)$$

Trong biểu thức tích phân (6-15), nếu thực hiện phép đổi biến:

Đặt $t - x = x_1$, $dx = -dx_1$; khi $x \rightarrow -\infty$, $x_1 \rightarrow \infty$, còn khi $x \rightarrow t$, $x_1 \rightarrow 0$,

ta sẽ nhận được:

$$f_2(t) = - \int_{-\infty}^t f_1(t-x_1)g(x_1)dx_1 = \int_0^{\infty} f_1(t-x_1)g(x_1)dx_1$$

Vì tích phân xác định không phụ thuộc vào biến lấy tích phân, nên cuối cùng ta có:

$$f_2(t) = \int_0^{\infty} f_1(t-x)g(x)dx \quad (6-16)$$

Cặp tích phân (6-15) và (6-16) được gọi là cặp tích phân bọc để tính phản ứng của mạch điện tuyến tính khi điều kiện ban đầu của mạch bằng không.

Phương pháp phân tích mạch điện bằng cách tính các tích phân (6-15) và (6-16) được gọi là phương pháp tích phân xếp chồng, hay tích phân bọc.

Nếu nguồn tác động $f_1(t)$ được đóng vào mạch tại thời điểm $t = 0$, thì khi $x < 0$, $f_1(x) = 0$, và $f_1(t-x) = 0$ khi $x > t$. Do đó, trong trường hợp xét các công thức (6-15) và (6-16) sẽ có dạng:

$$f_2(t) = \int_0^t f_1(x)g(t-x)dx \quad (6-17)$$

$$f_2(t) = \int_0^t f_1(t-x)g(x)dx \quad (6-18)$$

Dưới đây, ta xét một thí dụ:

Mạch điện ở hình (6-8) biết nguồn tác động:

$$e = \begin{cases} 0 & \text{khi } t < 0 \\ E \frac{t}{\Delta} & \text{khi } t > 0 \end{cases}$$

Giá trị của các phần tử R_0 , R , C đã biết.

Bằng phương pháp tích phân bọc, xác định điện áp $u_C(t)$.

Từ đặc tính quá độ của mạch đã biết (xem §6-2).

$$h_{u_C}(t) = \frac{R}{R+R_0} (1 - e^{-t/\tau})$$

ta tính được đặc tính xung:

$$g_{u_C}(t) = h'_{u_C}(t) = \frac{1}{R_0 C} e^{-t/\tau}$$

$$g_{u_C}(t-x) = \frac{1}{R_0 C} e^{-\frac{(t-x)}{\tau}}$$

$$I_1(x) = E \frac{x}{\Delta}$$

Sử dụng công thức (6-17) ta xác định được:

$$u_c(t) = \int_0^t E \frac{x}{\Delta} \cdot \frac{1}{R_0 C} e^{-(t-x)/\tau} dx = \frac{E}{\Delta R_0 C} e^{-t/\tau} \int_0^t x e^{\frac{x}{\tau}} dx$$

Trong tích phân trên, thực hiện đặt:

$$x = u, \quad dx = du; \quad v = \tau e^{-x/\tau}$$

$$e^{x/\tau} dx = dv$$

ta sẽ có:

$$\begin{aligned} u_c(t) &= \frac{E}{\Delta R_0 C} e^{-\frac{t}{\tau}} \left[x \tau e^{x/\tau} \Big|_0^t - \int_0^t \tau x^{-x/\tau} dx \right] = \frac{E}{\Delta R_0 C} e^{-\frac{t}{\tau}} \left[x \tau e^{x/\tau} \Big|_0^t - e^{x/\tau} \Big|_0^t \right] \\ &= \frac{E}{\Delta R_0 C} \left[t \tau e^{\frac{t}{\tau}} - e^{\frac{t}{\tau}} + 1 \right] \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{E}{\Delta R_0 C} e^{-\frac{t}{\tau}} (t\tau - 1) + \frac{E}{\Delta R_0 C} e^{-\frac{t}{\tau}} \end{aligned}$$

CHƯƠNG 7

MẠCH ĐIỆN CÓ THAM SỐ PHÂN BỐ

§7-1. KHÁI NIỆM VỀ ĐƯỜNG DÂY DÀI

Đường dây dài là một bộ phận cấu thành của hệ thống thông tin liên lạc. Trong hệ thống thông tin hữu tuyến điện, đường dây được nối trực tiếp giữa thiết bị phát và thiết bị thu, để truyền tải năng lượng từ nơi phát đến nơi thu. Còn trong hệ thống thông tin vô tuyến điện, đường dây được nối từ đầu ra máy phát tới anten phát, hoặc từ anten thu tới đầu vào máy thu. Đường dây là một hệ thống định hướng để truyền tải năng lượng điện từ trường.

Nếu tần số của tín hiệu truyền trên đường dây là f_0 , thì bước sóng của tín hiệu trên đường dây:

$$\lambda = \frac{c}{f_0}$$

trong đó $c = 3.10^8$ m/s là tốc độ ánh sáng trong không gian tự do.

Do đó, khi chiều dài l của đường dây có thể so sánh được với chiều dài bước sóng λ của tín hiệu truyền trên đường dây, thì tại các điểm x khác nhau trên đường dây, dao động tần số f_0 sẽ có pha khác nhau, tại cùng một thời điểm, điện áp và dòng điện sẽ có giá trị thay đổi dọc theo chiều dài đường dây. Hay nói cách khác, điện áp và dòng điện trên đường dây là hàm số của cả hai biến số không gian và thời gian:

$$u = u(x, t),$$

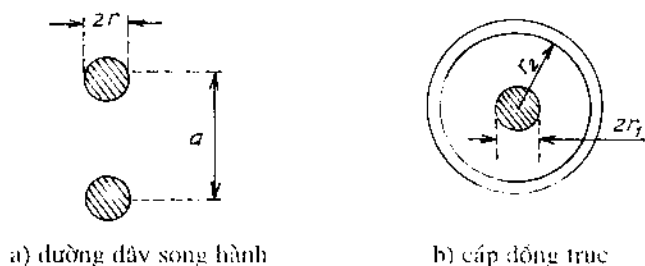
$$i = i(x, t)$$

và quá trình truyền năng lượng tín hiệu dọc theo đường dây mang tính chất sóng.

Đối với mạch điện có tham số tập trung, các giá trị điện trở R , điện cảm L , điện dung C được coi như chỉ tồn tại tại một điểm của mạch. Còn đối với đường dây dài, trên mỗi vi lượng của chiều dài đường dây đều tồn tại các giá trị vô cùng nhỏ của điện trở, điện cảm, điện dẫn, điện dung. Do đó có thể coi đường dây dài là tập hợp vô số các phần tử có giá trị vô cùng nhỏ của điện trở, điện cảm, điện dẫn, điện dung, chúng được phân bố dọc theo chiều dài đường dây. Bởi vậy, đường dây dài được xem là mạch điện có tham số phân bố liên tục.

Đường dây dài có các điện trở, điện cảm, điện dẫn, điện dung phân bố đều trên mỗi đơn vị dài của đường dây gọi là đường dây đồng nhất, ngược lại là đường dây không đồng nhất. Điện trở,

điện cảm phân bố của đường dây là điện trở, điện cảm của dây dẫn, còn điện dung và điện dẫn phân bố của đường dây là điện dung giữa hai dây dẫn của đường dây, và điện dẫn tổn hao của chất cách điện giữa hai dây dẫn. Các tham số điện trở, điện cảm, điện dẫn, điện dung phân bố trên một đơn vị chiều dài của đường dây gọi là tham số phân bố của đường dây, và được ký hiệu là r_0 , L_0 , g_0 , C_0 .



Hình 7-1

Trong kỹ thuật thông tin liên lạc, các đường dây dài thường hay được sử dụng là các đường dây song hành (hình 7-1a) và cáp đồng trục (hình 7-1b). Các tham số phân bố của chúng được xác định theo các biểu thức gần đúng sau:

Đối với đường dây song hành:

$$\begin{aligned} r_0 &= 2 \cdot \frac{4,18\sqrt{f}}{r} \cdot 10^{-8} \left[\frac{\Omega}{m} \right], \\ L_0 &= \frac{\mu_0}{\pi} \ln \frac{a-r}{r} = 4 \cdot 10^{-7} \ln \frac{a-r}{r} \left[\frac{H}{m} \right], \\ C_0 &= \frac{\pi \epsilon \epsilon_0}{\ln \frac{a-r}{r}} = \frac{\epsilon \cdot 10^{-9}}{36 \ln \frac{a-r}{r}} \left[\frac{F}{m} \right] \end{aligned} \quad (7-1a)$$

Đối với cáp đồng trục:

$$\begin{aligned} R_0 &= 4,18\sqrt{f} \left[\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right] \cdot 10^{-8} \left[\frac{\Omega}{m} \right], \\ L_0 &= \frac{\mu_0}{\pi} \ln \frac{r_2}{r_1} = 2 \cdot 10^{-7} \ln \frac{r_2}{r_1} \left[\frac{H}{m} \right], \\ C_0 &= \frac{2\pi \epsilon \epsilon_0}{\ln \frac{r_2}{r_1}} = \frac{\epsilon \cdot 10^{-9}}{18 \ln \frac{r_2}{r_1}} \left[\frac{F}{m} \right], \\ g_0 &= \omega \cot g \delta \left[\frac{1}{\Omega m} \right] \end{aligned} \quad (7-1b)$$

trong đó: μ_0 là độ từ thẩm của không khí:

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \left[\frac{\text{H}}{\text{m}} \right],$$

ϵ_0 là hằng số điện môi:

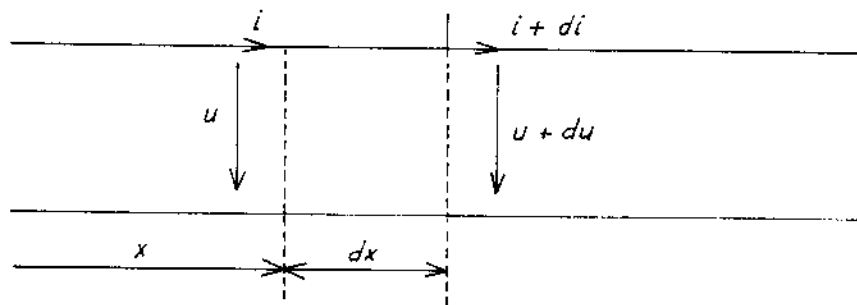
$$\epsilon_0 = \frac{1}{36\pi \cdot 10^9} \left[\frac{\text{F}}{\text{m}} \right]$$

δ là góc tổn hao của tụ điện do chất điện môi gây ra.

Các tham số phân bố của đường dây r_0 , L_0 , C_0 , g_0 còn được gọi là các tham số sơ cấp của đường dây. Chúng phụ thuộc vào cấu trúc của đường dây, tần số của tín hiệu truyền trên đường dây, nhưng không phụ thuộc vào chất liệu làm đường dây.

§7-2. PHƯƠNG TRÌNH ĐIỆN BÁO CỦA ĐƯỜNG DÂY

Xét một vi lượng độ dài của đường dây dx , cách đầu đường dây một đoạn x (hình 7-2).



Hình 7-2

Giả sử điện áp trên đầu ra đoạn dx giảm so với đầu vào của nó, thì độ giảm điện áp đó sẽ bằng $-\frac{\partial u}{\partial x}dx$. Nếu bỏ qua sự thay đổi khá bé của dòng điện trên đầu vào so với đầu ra của đoạn dx , thì nguyên nhân của sự giảm điện áp chính là do có điện áp rơi trên các điện trở và điện cảm phân bố của đoạn dx , nghĩa là:

$$-\frac{\partial u}{\partial x}dx = i \cdot r_0 dx + L_0 dx \frac{\partial i}{\partial t}$$

Chia cả hai vế của phương trình trên cho dx , ta sẽ nhận được:

$$-\frac{\partial u}{\partial x} = i \cdot r_0 + L_0 \frac{\partial i}{\partial t} \quad (7-2a)$$

Tương tự, sự giảm dòng điện trên đầu ra đoạn dx so với đầu vào của nó sẽ bằng $-\frac{\partial i}{\partial x}dx$, và nếu bỏ qua sự thay đổi khá bé của điện áp đầu ra so với đầu vào đoạn dx , thì nguyên nhân của sự giảm dòng điện trên đầu ra là do có sự phân dòng của dòng điện qua các điện dung và điện dẫn phân bố trên đoạn dx , nghĩa là:

$$-\frac{\partial i}{\partial x} dx = u g_0 dx + C_0 dx \frac{\partial u}{\partial t}$$

Chia cả hai vế của phương trình trên cho dx , ta nhận được:

$$-\frac{\partial i}{\partial x} = u g_0 + C_0 \frac{\partial u}{\partial t} \quad (7-2b)$$

Kết hợp phương trình (7-2a) và (7-2b), ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} -\frac{\partial u}{\partial x} = i r_0 + L_0 \frac{\partial i}{\partial t}, \\ -\frac{\partial i}{\partial x} = u g_0 + C_0 \frac{\partial u}{\partial t} \end{cases} \quad (7-3)$$

Hệ phương trình (7-3) gọi là hệ phương trình vi phân, hay hệ phương trình điện báo của đường dây dài. Nghiệm của hệ phương trình (7-3) xác định quy luật phân bố của điện áp và dòng điện tại mọi điểm x trên đường dây ở thời điểm t bất kỳ. Tuy nhiên, nếu nguồn tác động vào đường dây là bất kỳ, thì việc giải phương trình đạo hàm riêng (7-3) khá phức tạp. Do đó, ta hạn chế xét trường hợp riêng thường sử dụng trong thực tế, đó là khi nguồn tác động vào đường dây là nguồn điện hình sin ở chế độ xác lập. Trong trường hợp xét, quy luật biến thiên của điện áp và dòng điện trên đường dây theo thời gian cũng là hình sin đã biết, và khi này hệ phương trình đạo hàm riêng (7-3) sẽ trở thành hệ phương trình đạo hàm thường theo biến số khoảng cách x . Ứng dụng phương pháp biên độ phức biểu diễn dao động hình sin, hệ phương trình (7-3) sẽ được đưa về dạng:

$$\begin{cases} -\frac{d\dot{U}_m}{dx} = (r_0 + j\omega L_0)\dot{I}_m, \\ -\frac{d\dot{I}_m}{dx} = (g_0 + j\omega C_0)\dot{U}_m \end{cases} \quad (7-4)$$

ở đây, $\dot{U}_m, \dot{I}_m$ là các giá trị biên độ phức của điện áp và dòng điện tại điểm cách đầu đường dây một đoạn x .

Thực hiện đạo hàm phương trình đầu theo biến x , sau đó thay giá trị $\frac{d\dot{I}_m}{dx}$ từ phương trình thứ hai vào phương trình vừa nhận được, ta có:

$$\frac{d^2 \dot{U}_m}{dx^2} = (r_0 + j\omega L_0)(g_0 + j\omega C_0) \dot{U}_m,$$

hay:

$$\frac{d^2 \dot{U}_m}{dx^2} + \gamma^2 \dot{U}_m = 0 \quad (7-5)$$

trong đó: $\gamma = \sqrt{(r_0 + j\omega L_0)(g_0 + j\omega C_0)}$

gọi là hằng số truyền lan. Ý nghĩa của nó sẽ được xem xét dưới đây.

Nghiệm của phương trình (7-5) có dạng:

$$\dot{U}_m = A_1 e^{-\gamma x} + A_2 e^{\gamma x} \quad (7-6)$$

trong đó A_1, A_2 là các hằng số tích phân được xác định từ điều kiện ban đầu.

Từ phương trình đầu của hệ phương trình (7-4), ta có:

$$\dot{I}_m = \frac{1}{r_0 + j\omega L_0} \frac{d \dot{U}_m}{dx}.$$

Thay giá trị $\dot{U}_m$ từ biểu thức (7-6) vào phương trình trên, sau đó thực hiện phép đạo hàm, ta sẽ nhận được:

$$\dot{I}_m = \frac{1}{Z_s} (A_1 e^{-\gamma x} - A_2 e^{\gamma x}) \quad (7-7)$$

trong đó: $Z_s = \sqrt{\frac{r_0 + j\omega L_0}{g_0 + j\omega C_0}}$ gọi là tổng trở sóng của đường dây.

Vậy, khi tác động vào đường dây nguồn điện áp hình sin, trong chế độ xác lập, giá trị biên độ phức của điện áp và dòng điện tại điểm cách đầu đường dây một đoạn x được xác định bởi biểu thức:

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_m &= A_1 e^{-\gamma x} + A_2 e^{\gamma x} \\ \dot{I}_m &= \frac{1}{Z_s} (A_1 e^{-\gamma x} - A_2 e^{\gamma x}) \end{aligned} \right\} \quad (7-8)$$

Cần lưu ý rằng giá trị biên độ phức của điện áp và dòng điện tại điểm x bất kỳ trên đường dây phụ thuộc vào điện áp và dòng điện tại điểm đầu và điểm cuối đường dây (điều kiện biên A_1, A_2), vào cấu trúc của đường dây và tần số của tín hiệu truyền trên đường dây.

§7-3. CÁC THAM SỐ SỐNG CỦA ĐƯỜNG DÂY DÀI

Hằng số truyền lan γ và tổng trở sóng Z_0 được gọi là các tham số sóng của đường dây. Chúng là các số phức:

$$\gamma = \sqrt{(r_0 + j\omega L_0)(g_0 + j\omega C_0)} = \alpha + j\beta. \quad (7-9)$$

$$Z_0 = \sqrt{\frac{r_0 + j\omega L_0}{g_0 + j\omega C_0}} = |Z_0|e^{j\varphi_0} = |Z_0|e^{-j\theta_0} \quad (7-10)$$

Phần thực của hằng số truyền lan (α) gọi là hệ số suy giảm của đường dây, còn phần ảo của hằng số truyền lan (β) gọi là hệ số pha của đường dây.

Các tham số sóng của đường dây cũng phụ thuộc vào cấu trúc của đường dây, vào tần số của tín hiệu truyền trên đường dây và chúng còn được gọi là các tham số thứ cấp của đường dây.

Các đường dây dài sử dụng trong kỹ thuật siêu cao tần, thường có $\omega L_0 \gg r_0$, $\omega C_0 \gg g_0$, khi đó tổng trở sóng của đường dây:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{r_0 + j\omega L_0}{g_0 + j\omega C_0}} \approx \sqrt{\frac{L_0}{C_0}}$$

là một số thực, còn hằng số truyền lan γ có thể tính theo biểu thức gần đúng sau:

$$\begin{aligned} \gamma &= \sqrt{(r_0 + j\omega L_0)(g_0 + j\omega C_0)} = j\omega \sqrt{L_0 C_0} \sqrt{\left(1 + \frac{r_0}{j\omega L_0}\right) \left(1 + \frac{g_0}{j\omega C_0}\right)} \\ &= j\omega \sqrt{L_0 C_0} \left(1 + \frac{r_0}{j\omega L_0}\right)^{1/2} \left(1 + \frac{g_0}{j\omega C_0}\right)^{1/2} \\ &\approx j\omega \sqrt{L_0 C_0} \left(1 + \frac{r_0}{2j\omega L_0}\right) \left(1 + \frac{g_0}{2j\omega C_0}\right) \end{aligned}$$

Sau khi thực hiện phép tính và bỏ qua các thành phần vô cùng bé bậc cao, ta nhận được:

$$\gamma \approx \frac{r_0}{2} \sqrt{\frac{L_0}{C_0}} + \frac{g_0}{2} \sqrt{\frac{C_0}{L_0}} + j\omega \sqrt{L_0 C_0} \quad (7-11)$$

Thường các đường dây có độ cách điện tốt, nên $g_0 \ll r_0$, khi đó ta có:

$$\gamma \approx \frac{r_0}{2} \sqrt{\frac{C_0}{L_0}} + j\omega \sqrt{L_0 C_0} \quad (7-12)$$

Từ các biểu thức trên ta thấy, trong dải sóng siêu cao tần hệ số suy giảm của đường dây tỉ lệ với căn bậc hai của tần số tín hiệu truyền trên đường dây (vì $r_0 \sim \sqrt{f}$), còn hệ số pha của đường dây tỉ lệ với tần số của tín hiệu truyền trên đường dây.

§7-4. SÓNG TỚI VÀ SÓNG PHẢN XẠ TRÊN ĐƯỜNG DÂY

Ta trở lại phân tích quy luật biến thiên của điện áp và dòng điện dọc theo chiều dài của đường dây, khi tác động vào đường dây là nguồn điện hình sin ở chế độ xác lập.

Giá trị biên độ phức của điện áp và dòng điện tại điểm x của đường dây (7-8), có thể viết:

$$\begin{aligned}\dot{U}_m &= A_1 e^{-\gamma x} + A_2 e^{\gamma x} = A_1 e^{-\alpha x} e^{-j\beta x} + A_2 e^{\alpha x} e^{j\beta x} \\ \dot{I}_m &= \frac{1}{Z_s} (A_1 e^{-\gamma x} - A_2 e^{\gamma x}) = \frac{1}{Z_s} (A_1 e^{-\alpha x} e^{-j\beta x} - A_2 e^{\alpha x} e^{j\beta x})\end{aligned}$$

Từ đây dễ dàng xác định được giá trị tức thời của điện áp và dòng điện tại điểm bất kỳ cách đầu đường dây một đoạn x .

$$\left. \begin{aligned}u &= |A_1| e^{-\alpha x} \cos(\omega t - \beta x + \varphi_1) + |A_2| e^{\alpha x} \cos(\omega t + \beta x + \varphi_2), \\ i &= \frac{|A_1|}{|Z_s|} e^{-\alpha x} \cos(\omega t - \beta x + \varphi_1 - \varphi_s) - \frac{|A_2|}{|Z_s|} e^{\alpha x} \cos(\omega t + \beta x + \varphi_2 - \varphi_s)\end{aligned} \right\} \quad (7-13)$$

trong đó: φ_1, φ_2 là argument của số phức A_1, A_2 ;

$|Z_s|$ là môđun của tổng trở sóng của đường dây.

φ_s là argument của tổng trở sóng Z_s .

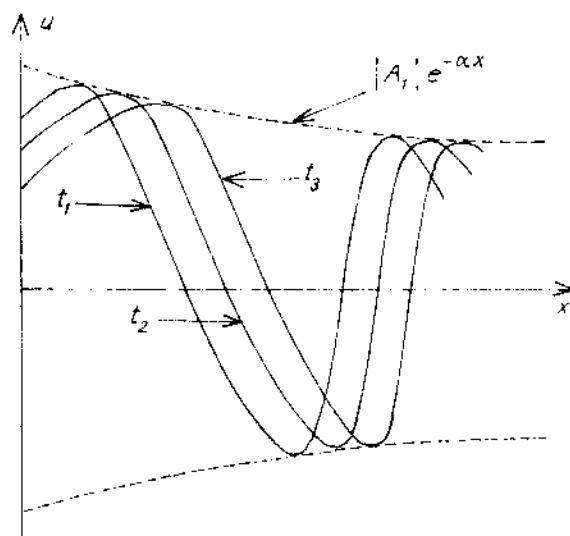
Rõ ràng rằng điện áp và dòng điện trên đường dây là một hàm số của biến số thời gian t và khoảng cách x so với đầu đường dây, và chúng đều gồm hai thành phần. Biểu thức hàm số của hai thành phần giống hệt nhau, chỉ khác dấu trước các hệ số α và β .

Xét thành phần thứ nhất của điện áp và dòng điện trên đường dây:

$$\left. \begin{aligned}&|A_1| e^{-\alpha x} \cos(\omega t - \beta x + \varphi_1), \\ i &= \frac{|A_1|}{|Z_s|} e^{-\alpha x} \cos(\omega t - \beta x + \varphi_1 - \varphi_s)\end{aligned} \right\} \quad (7-14)$$

Tại một điểm cố định trên đường dây, chúng là các dao động hình sin. Biên độ của các dao động hình sin giảm dần từ đầu đến cuối đường dây theo quy luật hàm số mũ $e^{-\alpha x}$. Tại một thời điểm t cố định, pha của các dao động thay đổi theo khoảng cách x . Vì hệ số pha của đường dây $\beta > 0$, nên có hiện tượng chậm pha của các dao động khi đi từ đầu đến cuối đường dây.

Trên hình (7-3) vẽ đồ thị của dao động điện áp trên dọc đường dây tại ba thời điểm khác nhau $t_1 < t_2 < t_3$.



Hình 7-3

Từ đồ thị ta thấy, khi thời gian t tăng lên, dao động chuyển dịch từ đầu tới cuối đường dây, nên thành phần này của dao động được gọi là sóng tới, ký hiệu là u_+ và i_+ :

$$\left. \begin{aligned} u_+ &= |A_1| e^{-\alpha x} \cos(\omega t - \beta x + \varphi_1) \\ i_+ &= \frac{|A_1|}{|Z_s|} e^{-\alpha x} \cos(\omega t - \beta x + \varphi_1 - \varphi_s) \end{aligned} \right\} \quad (7-14a)$$

Tỉ số giữa biên độ của điện áp sóng tới và dòng điện sóng tới tại mọi điểm trên đường dây không thay đổi và bằng môđun của tổng trở sóng của đường dây:

$$\frac{U_{m+}}{I_{m+}} = \frac{|A_1| e^{-\alpha x}}{\frac{|A_1|}{|Z_s|} e^{-\alpha x}} = |Z_s|$$

Hiệu pha của điện áp và dòng điện sóng tới cũng không thay đổi theo đường dây và bằng argument của tổng trở sóng của đường dây:

$$(\omega t - \beta x + \varphi_1) - (\omega t - \beta x + \varphi_1 - \varphi_s) = \varphi_s$$

Tốc độ truyền lan của sóng tới trên đường dây là độ dịch chuyển của sóng sao cho pha của sóng luôn không thay đổi theo đường truyền. Điều kiện pha của sóng không đổi được xác định bởi biểu thức:

$$\omega t - \beta x + \varphi_1 = \text{const.}$$

Thực hiện đạo hàm cả hai vế của biểu thức trên, ta xác định được tốc độ truyền lan của sóng:

$$v_p = \frac{dx}{dt} = \frac{\omega}{\beta} \quad (7-15)$$

Trong dải sóng siêu cao tần, thông thường $\omega L_0 \gg r_0$, $\omega C_0 \gg g_0$, và do đó $\beta \approx \omega \sqrt{L_0 C_0}$, nên:

$$v_\phi \approx \frac{1}{\sqrt{L_0 C_0}} \quad (7-15a)$$

Thay các giá trị L_0 , C_0 từ các biểu thức (7-1) vào biểu thức (7-15a), ta nhận được:

$$v_\phi = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0 \epsilon}} = \frac{C}{\sqrt{\epsilon}} \quad (7-15b)$$

Từ biểu thức (7-15b) ta thấy, trong dải sóng siêu cao tần tốc độ truyền sóng trên đường dây không phụ thuộc vào cấu trúc và bản chất của đường dây, mà chỉ phụ thuộc vào môi trường bao quanh đường dây. Trong trường hợp này, đường dây chỉ làm nhiệm vụ định hướng truyền năng lượng. Đối với đường dây song hành, hằng số điện môi của không khí $\epsilon = 1$, nên tốc độ truyền sóng trên đường dây $v_\phi = C$. Còn đối với cáp đồng trục, thông thường hằng số điện môi $\epsilon > 1$, nên tốc độ truyền sóng theo cáp đồng trục $v_\phi < C$. Thí dụ, đối với cáp đồng trục có chất điện môi là polyetylen có hằng số điện môi $\epsilon = 2,3$ nên tốc độ truyền sóng $v_\phi \approx 0,66C$.

Tương tự, xét thành phần thứ hai của điện áp và dòng điện trên đường dây:

$$\left. \begin{aligned} &|A_2| e^{\alpha x} \cos(\omega t + \beta x + \varphi_2), \\ &-\frac{|A_2|}{|Z_s|} e^{\alpha x} \cos(\omega t + \beta x + \varphi_2 - \varphi_s) \end{aligned} \right\} \quad (7-16)$$

Cũng như thành phần thứ nhất, thành phần thứ hai của điện áp và dòng điện trên đường dây cũng mang tính chất sóng. Song do $\alpha > 0$, $\beta > 0$, nên có hiện tượng nhanh pha khi đi từ đầu tới cuối đường dây, còn biên độ của sóng lại giảm dần từ cuối đến đầu đường dây theo quy luật hàm số mũ. Điều này chứng tỏ rằng thành phần thứ hai được truyền ngược lại từ cuối đến đầu đường dây, và chúng được gọi là sóng phản xạ, ký hiệu là u_{px} và i_{px} .

$$\left. \begin{aligned} u_{px} &= |A_2| e^{\alpha x} \cos(\omega t + \beta x + \varphi_2), \\ i_{px} &= -\frac{|A_2|}{|Z_s|} e^{\alpha x} \cos(\omega t + \beta x + \varphi_2 - \varphi_s) \end{aligned} \right\} \quad (7-16b)$$

Tốc độ truyền lan của sóng phản xạ cũng được xác định từ điều kiện:

$$\omega t + \beta x + \varphi_2 = \text{const.}$$

Từ đây ta tìm được:

$$v_\phi = -\frac{dx}{dt} = -\frac{\omega}{\beta} \quad (7-17)$$

Vậy tốc độ truyền lan của sóng phản xạ trên đường dây đúng bằng tốc độ truyền lan của sóng tới, nhưng theo chiều ngược lại [dấu trừ (−) trong biểu thức (7-17)].

Từ các kết quả nhận được ta thấy, điện áp và dòng điện tại điểm bất kỳ trên đường dây là tổng của hai sóng: sóng tới và sóng phản xạ:

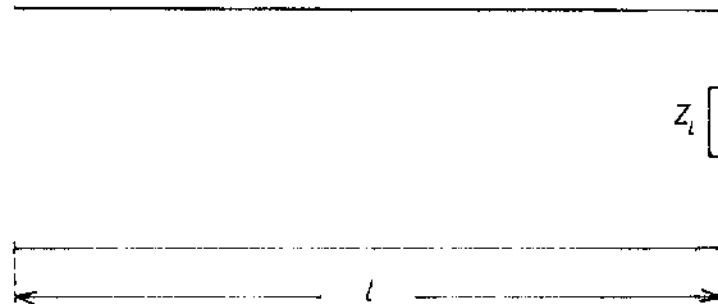
$$u = u_T + u_{px},$$

$$i = i_T + i_{px}$$

§7-5. QUAN HỆ GIỮA SÓNG TỚI VÀ SÓNG PHẢN XẠ TRÊN ĐƯỜNG DÂY

Từ biểu thức (6-8) ta thấy, biên độ của điện áp và dòng điện sóng tới phụ thuộc vào hằng số phức A_1 , còn biên độ của điện áp và dòng điện sóng phản xạ, phụ thuộc vào hằng số phức A_2 . Các hằng số phức A_1, A_2 là các hằng số tích phân, phụ thuộc vào điều kiện biên của bài toán. Trong trường hợp xét, điều kiện biên chính là điện áp và dòng điện tại điểm đầu, hoặc điểm cuối của đường dây.

Xét đường dây có độ dài l , ở cuối đường dây được mắc với phụ tải Z_l (hình 7-4).



Hình 7-4

Biên độ phức của dòng điện tại điểm cuối đường dây ($x = l$):

$$\begin{aligned} \dot{U}_{ml} &= A_1 e^{-\gamma l} + A_2 e^{\gamma l}, \\ \dot{I}_{ml} &= \frac{1}{Z_s} (A_1 e^{-\gamma l} - A_2 e^{\gamma l}). \end{aligned} \quad (7-18)$$

Giải hệ phương trình (7-18) ta tìm được:

$$\begin{aligned} A_1 &= \frac{\dot{U}_{ml} + Z_s \dot{I}_{ml}}{2} \cdot e^{\gamma l}, \\ A_2 &= \frac{\dot{U}_{ml} - Z_s \dot{I}_{ml}}{2} \cdot e^{-\gamma l}. \end{aligned}$$

Từ đây ta xác định biên độ phức của điện áp và dòng điện sóng tới và sóng phản xạ tại điểm bất kỳ của đường dây theo giá trị biên độ phức của điện áp và dòng điện tại điểm cuối đường dây:

$$\dot{U}_{ml} = \frac{\dot{U}_{ml} + Z_s \dot{I}_{ml}}{2} e^{\gamma(l-x)}$$

$$\begin{aligned}\dot{i}_{mT} &= \frac{\dot{U}_{mT} + Z_s \dot{i}_{mT}}{2Z_s} e^{\gamma(1-x)} \\ \dot{U}_{mpx} &= \frac{\dot{U}_{mT} - Z_s \dot{i}_{mT}}{2} e^{-\gamma(1-x)}, \\ \dot{i}_{mpx} &= -\frac{\dot{U}_{mT} - Z_s \dot{i}_{mT}}{2Z_s} e^{-\gamma(1-x)}\end{aligned}$$

Từ biểu thức trên ta tìm được:

$$\frac{\dot{U}_{mpx}}{\dot{U}_{mT}} = -\frac{\dot{i}_{mpx}}{\dot{i}_{mT}} = \frac{\dot{U}_{mT} - Z_s \dot{i}_{mT}}{\dot{U}_{mT} + Z_s \dot{i}_{mT}} e^{-2\gamma(1-x)} \quad (7-19)$$

Vì $\dot{U}_{mT} = \dot{i}_{mT} Z_1$ nên ta có:

$$\frac{\dot{U}_{mpx}}{\dot{U}_{mT}} = -\frac{\dot{i}_{mpx}}{\dot{i}_{mT}} = \frac{Z_1 - Z_s}{Z_1 + Z_s} e^{-2\gamma(1-x)}$$

hay:

$$\dot{U}_{mpx} = \frac{Z_1 - Z_s}{Z_1 + Z_s} \dot{U}_{mT} e^{-2\gamma(1-x)} = P \dot{U}_{mT} e^{-2\gamma(1-x)} \quad (7-20a)$$

$$\dot{i}_{mpx} = -\frac{Z_1 - Z_s}{Z_1 + Z_s} \dot{i}_{mT} e^{-2\gamma(1-x)} = -P \dot{i}_{mT} e^{-2\gamma(1-x)} \quad (7-20b)$$

trong đó:

$$P = \frac{Z_1 - Z_s}{Z_1 + Z_s} \quad (7-21)$$

được gọi là hệ số phản xạ của đường dây.

Hệ số phản xạ của đường dây là tỉ số giữa giá trị biên độ phức của điện áp phản xạ và điện áp sóng tới tại cuối đường dây. Hệ số phản xạ P của đường dây là một số phức, phụ thuộc vào mối tương quan giữa tổng trở phụ tải mắc ở cuối đường dây Z_1 và tổng trở sóng của đường dây Z_s . Khi tổng trở phụ tải Z_1 bằng tổng trở của đường dây Z_s ($Z_1 = Z_s$), hệ số phản xạ của đường dây $P = 0$. Khi này trên đường dây không có sóng phản xạ. Đường dây có tổng trở phụ tải bằng tổng trở sóng của nó được gọi là đường dây có tải hòa hợp, hay đường dây hòa hợp phụ tải.

Tỉ số giữa giá trị biên độ của sóng phản xạ và giá trị biên độ của sóng tới giảm dần từ cuối đến đầu đường dây:

$$\frac{U_{\max}}{U_{\min}} = \frac{I_{\max}}{I_{\min}} = \left| \frac{Z_1 - Z_s}{Z_1 + Z_s} e^{2\gamma(1-x)} \right| = |P| e^{-2\alpha(1-x)}$$

Tại cuối đường dây ($x = 1$), nó đạt giá trị lớn nhất và bằng môđun của hệ số phản xạ $|P|$. Khi tải của đường dây là mạng hai cực không nguồn, môđun của hệ số phản xạ nhỏ hơn hoặc bằng 1 ($|P| \leq 1$).

Cần phân biệt hệ số phản xạ theo điện áp và hệ số phản xạ theo dòng điện. Hệ số phản xạ theo dòng điện khác dấu với hệ số phản xạ theo điện áp.

Khi đường dây ngắn mạch đầu cuối ($Z_1 = 0$), hệ số phản xạ theo điện áp:

$$P = \frac{Z_1 - Z_s}{Z_1 + Z_s} = -1$$

còn hệ số phản xạ theo dòng điện:

$$P = -\frac{Z_1 - Z_s}{Z_1 + Z_s} = 1$$

Hệ số phản xạ $P = -1$, nghĩa là tại cuối đường dây điện áp sóng tới và điện áp của sóng phản xạ có biên độ bằng nhau, nhưng ngược pha nhau, nên điện áp tổng ở cuối đường dây bằng không. Hệ số phản xạ $P = 1$, nghĩa là tại cuối đường dây dòng điện của sóng tới và dòng điện của sóng phản xạ có biên độ bằng nhau và đồng pha với nhau, nên dòng điện tổng ở cuối đường dây lớn gấp hai lần của dòng điện sóng tới (sóng phản xạ).

Từ các kết quả nhận được, các giá trị biên độ phức của điện áp và dòng điện trên đường dây (7-8) có thể viết dưới dạng:

$$\begin{cases} \dot{U}_m = \frac{\dot{U}_{ml} + Z_s \dot{I}_{ml}}{2} e^{\gamma(1-x)} + \frac{\dot{U}_{ml} - Z_s \dot{I}_{ml}}{2} e^{-\gamma(1-x)} \\ \dot{I}_m = \frac{\dot{U}_{ml} + Z_s \dot{I}_{ml}}{2Z_s} e^{\gamma(1-x)} - \frac{\dot{U}_{ml} - Z_s \dot{I}_{ml}}{2Z_s} e^{-\gamma(1-x)} \end{cases} \quad (7-22)$$

hay:

$$\begin{cases} \dot{U}_m = \dot{U}_{mT} [1 + P e^{-2\gamma(1-x)}] \\ \dot{I}_m = \dot{I}_{mT} [1 - P e^{-2\gamma(1-x)}] \end{cases} \quad (7-23)$$

§7-6. PHƯƠNG TRÌNH TRUYỀN CỦA ĐƯỜNG DÂY DÀI

Phương trình biểu diễn mối liên hệ giữa giá trị biên độ phức (hiệu dụng phức) của điện áp và dòng điện ở điểm đầu và điểm cuối của đường dây được gọi là phương trình truyền của đường dây.

Ký hiệu giá trị biên độ phức của điện áp và dòng điện ở đầu đường dây ($x = 0$) là $\dot{U}_{m0}$ và $\dot{I}_{m0}$, còn giá trị biên độ phức của điện áp và dòng điện tại cuối đường dây ($x = l$) là $\dot{U}_{ml}$, $\dot{I}_{ml}$, khi đó từ (6-22) ta nhận được:

$$\begin{cases} \dot{U}_{m0} = \frac{\dot{U}_{ml} + Z_s \dot{I}_{ml}}{2} e^{\gamma l} + \frac{\dot{U}_{ml} - Z_s \dot{I}_{ml}}{2} e^{-\gamma l}, \\ \dot{I}_{m0} = \frac{\dot{U}_{ml} + Z_s \dot{I}_{ml}}{2Z_s} e^{\gamma l} - \frac{\dot{U}_{ml} - Z_s \dot{I}_{ml}}{2Z_s} e^{-\gamma l} \end{cases}$$

hay sau khi biến đổi, ta nhận được:

$$\begin{cases} \dot{U}_{m0} = \dot{U}_{ml} \frac{e^{\gamma l} + e^{-\gamma l}}{2} + Z_s \dot{I}_{ml} \frac{e^{\gamma l} - e^{-\gamma l}}{2}, \\ \dot{I}_{m0} = \dot{U}_{ml} \frac{e^{\gamma l} - e^{-\gamma l}}{2Z_s} + \dot{I}_{ml} \frac{e^{\gamma l} + e^{-\gamma l}}{2}. \end{cases}$$

vì:

$$\begin{aligned} \frac{e^{\gamma l} + e^{-\gamma l}}{2} &= \operatorname{ch} \gamma l, \\ \frac{e^{\gamma l} - e^{-\gamma l}}{2} &= \operatorname{sh} \gamma l, \end{aligned}$$

nên biểu thức trên có thể viết lại dưới dạng:

$$\begin{cases} \dot{U}_{m0} = \dot{U}_{ml} \operatorname{ch} \gamma l + Z_s \dot{I}_{ml} \operatorname{sh} \gamma l, \\ \dot{I}_{m0} = \frac{\dot{U}_{ml}}{Z_s} \operatorname{sh} \gamma l + \dot{I}_{ml} \operatorname{ch} \gamma l \end{cases} \quad (7-24)$$

Hệ phương trình (7-24) được gọi là hệ phương trình truyền của đường dây dài.

Nếu đường dây có tải hòa hợp ($Z_l = Z_s$), hệ phương trình truyền của đường dây dài sẽ có dạng đơn giản:

$$\begin{cases} \dot{U}_{m0} = \dot{U}_{ml} e^{\gamma l}, \\ \dot{I}_{m0} = \dot{I}_{ml} e^{\gamma l} \end{cases} \quad (7-25)$$

§7-7. HẰNG SỐ TRUYỀN CỦA ĐƯỜNG DÂY

Tích của hệ số truyền lan γ và độ dài đường dây l gọi là hằng số truyền của đường dây:

$$\gamma l = \alpha l + j\beta l$$

Phần thực của hằng số truyền của đường dây (αl) gọi là độ suy giảm riêng, hay độ suy giảm sóng của đường dây; còn phần ảo của hệ số truyền của đường dây (βl) được gọi là pha riêng, hay pha sóng của đường dây.

Đối với đường dây có tải hòa hợp ($Z_l = Z_c$), từ (7-25), ta nhận được:

$$\gamma l = \ln \frac{\dot{U}_{m0}}{\dot{U}_{ml}} = \ln \frac{\dot{I}_{m0}}{\dot{I}_{ml}}, \quad ,$$

vì:

$$\begin{aligned} \frac{\dot{U}_{m0}}{\dot{U}_{ml}} &= \frac{U_{m0} e^{j\varphi_{u0}}}{U_{ml} e^{j\varphi_{ul}}} = \frac{U_{m0}}{U_{ml}} e^{j(\varphi_{u0} - \varphi_{ul})}, \\ \frac{\dot{I}_{m0}}{\dot{I}_{ml}} &= \frac{I_{m0} e^{j\varphi_{i0}}}{I_{ml} e^{j\varphi_{il}}} = \frac{I_{m0}}{I_{ml}} e^{j(\varphi_{i0} - \varphi_{il})}, \end{aligned}$$

nên:

$$\begin{aligned} \ln \frac{\dot{U}_{m0}}{\dot{U}_{ml}} \bigg|_{Z_l = Z_c} &= \ln \frac{U_{m0}}{U_{ml}} + \ln e^{j(\varphi_{u0} - \varphi_{ul})} \\ &= \ln \frac{U_{m0}}{U_{ml}} + j(\varphi_{u0} - \varphi_{ul}), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \ln \frac{\dot{I}_{m0}}{\dot{I}_{ml}} \bigg|_{Z_l = Z_c} &= \ln \frac{I_{m0}}{I_{ml}} + \ln e^{j(\varphi_{i0} - \varphi_{il})} \\ &= \ln \frac{I_{m0}}{I_{ml}} + j(\varphi_{i0} - \varphi_{il}). \end{aligned}$$

$$\text{Từ đây suy ra: } \alpha l = \ln \frac{U_{m0}}{U_{ml}} \bigg|_{Z_l = Z_c} = \ln \frac{I_{m0}}{I_{ml}} \bigg|_{Z_l = Z_c} = \frac{1}{2} \ln \frac{U_{m0} I_{m0}}{U_{ml} I_{ml}} \bigg|_{Z_l = Z_c},$$

$$\beta l = (\varphi_{10} - \varphi_{1l}) \bigg|_{Z_1 = Z_s} = (\varphi_{10} - \varphi_{1l}) \bigg|_{Z_1 = Z_s}$$

Vậy, đối với đường dây có tải hòa hợp, độ suy giảm riêng của đường dây (tính bằng nep) bằng logarit tự nhiên của tỉ số giữa giá trị biên độ của điện áp (hoặc dòng điện) tại điểm đầu và điểm cuối đường dây, hoặc bằng một nửa logarit tự nhiên của tỉ số giữa công suất toàn phần trên đầu vào và đầu ra của đường dây.

Các đường dây phidae sử dụng trong thực tế, thường có độ suy giảm riêng từ vài phần mười đến vài phần trăm nep.

Từ các biểu thức nhận được, dễ dàng suy ra rằng hệ số suy giảm của đường dây α là độ suy giảm sóng trên một đơn vị chiều dài của đường dây khi đường dây có tải hòa hợp, còn hệ số pha của đường dây β là độ dịch pha của sóng trên một đơn vị dài của đường dây khi đường dây có tải hòa hợp.

Khi đường dây có tải hòa hợp, cũng từ (7-25), ta nhận được hàm truyền đạt phức của đường dây,

$$T(j\omega) = \frac{\dot{U}_{ml}}{\dot{U}_{m0}} = \frac{\dot{I}_{ml}}{\dot{I}_{m0}} = e^{-\gamma l} = e^{-\alpha l} e^{-j\beta l}$$

Từ đây suy ra:

$$\gamma l = \ln \frac{I}{T(j\omega)} \bigg|_{Z_1 = Z_s} = -\ln T(j\omega) \bigg|_{Z_1 = Z_s}$$

Vậy, đối với đường dây có tải hòa hợp, độ suy giảm riêng của đường dây xác định đặc tính biên độ tần số, còn pha sóng của đường dây xác định đặc tính pha tần số của đường dây.

$$|T(j\omega)| = \frac{U_{ml}}{U_{m0}} \bigg|_{Z_1 = Z_s} = \frac{I_{ml}}{I_{m0}} \bigg|_{Z_1 = Z_s} = e^{-\alpha l}$$

$$\theta(\omega) = \arg \frac{\dot{U}_{ml}}{\dot{U}_{m0}} \bigg|_{Z_1 = Z_s} = \arg \frac{\dot{I}_{ml}}{\dot{I}_{m0}} \bigg|_{Z_1 = Z_s} = -\beta l$$

Đối với đường dây không hòa hợp phụ tải ($Z_l \neq Z_0$), để tìm hàm truyền đạt phức của đường dây, trong phương trình truyền (7-24), ta cần thay $\dot{U}_{m0} = \dot{E} - Z_0 \dot{I}_{m0}$, $\dot{U}_{ml} = Z_l \dot{I}_{ml}$, trong đó $\dot{E}$, Z_0 là giá trị biên độ phức của nguồn điện áp tác động và tổng trở trong của nguồn.

§7-8. TỔNG TRỞ VÀO CỦA ĐƯỜNG DÂY DÀI

Tổng trở vào của đường dây, ký hiệu là Z_v , là tỉ số giữa giá trị biên độ phức, hoặc hiệu dụng phức của điện áp và dòng điện trên đầu vào đường dây:

$$Z_v = \frac{\dot{U}_{m0}}{\dot{I}_{m0}} = \frac{\dot{U}_0}{\dot{I}_0}$$

Thực hiện thay các giá trị $\dot{U}_{m0}$, $\dot{I}_{m0}$ từ biểu thức (7-23) vào biểu thức trên, ta sẽ nhận được:

$$Z_v = \frac{\dot{U}_{mT}}{\dot{I}_{mT}} \cdot \frac{1 + Pe^{-2\gamma l}}{1 - Pe^{-2\gamma l}} = Z_s \frac{1 + Pe^{-2\gamma l}}{1 - Pe^{-2\gamma l}} \quad (7-26)$$

Khi đường dây có tải hòa hợp ($Z_l = Z_0$), hệ số phản xạ $P = 0$, tổng trở vào bằng tổng trở sóng của đường dây. Khi đường dây có độ suy giảm lớn, tổng trở vào của đường dây cũng bằng tổng trở sóng. Thật vậy, khi $|\alpha l|$ khá lớn, số hạng $Pe^{-\gamma l} = Pe^{-\alpha l} e^{-j\beta l} \rightarrow 0$, và do đó, tổng trở vào của đường dây không phụ thuộc vào số hạng thứ hai ở tử số và mẫu số của biểu thức (7-26), nghĩa là không phụ thuộc vào phụ tải Z_l mắc ở cuối đường dây, và $Z_v = Z_0$. Về ý nghĩa vật lý, điều này có thể giải thích như sau: Khi độ suy giảm sóng của đường dây lớn, phần lớn năng lượng của tín hiệu bị tiêu hao trong quá trình truyền trên đường dây, chỉ có một phần rất nhỏ năng lượng của nguồn được truyền tới phụ tải, do đó tổng trở phụ tải coi như không ảnh hưởng gì tới quá trình truyền tải năng lượng từ nguồn tín hiệu ra mạch ngoài.

Cuối cùng, ta xét sự phụ thuộc của tổng trở vào của đường dây theo chiều dài l của nó. Khi chiều dài l của đường dây tăng lên, và giả thiết tổng trở phụ tải của đường dây không đổi, nghĩa là hệ số phản xạ của đường dây P không đổi, thì pha của sóng phản xạ ở đầu đường dây sẽ không đổi, còn biên độ của sóng phản xạ ở đầu đường dây sẽ giảm so với biên độ sóng tới. Tùy thuộc vào pha của sóng phản xạ ở đầu đường dây, mà biên độ và pha của điện áp tổng trở đầu đường dây sẽ lớn hơn, hoặc nhỏ hơn biên độ và pha của điện áp sóng tới. Nếu giả thiết dòng điện đầu vào đường dây không đổi, thì môđun và argument của tổng trở vào của đường dây sẽ lớn hơn môđun và argument của tổng trở sóng của đường dây.

Khi chiều dài l của đường dây tăng lên, nhưng độ suy giảm riêng của đường dây không thay đổi (điều này đúng với đường dây không tổn hao sẽ được xem xét dưới đây), thì pha của sóng

phản xạ sẽ là một hàm liên tục đơn điệu tăng từ đầu tới cuối đường dây, còn môđun của sóng phản xạ sẽ không thay đổi. Điều đó sẽ dẫn đến sự thay đổi có chu kỳ của môđun và argument của tổng trở vào của đường dây. Vấn đề này sẽ được xét kỹ ở các mục sau.

Khi chiều dài của đường dây tăng lên vô cùng ($l \rightarrow \infty$), tổng trở vào của đường dây sẽ tiến tới tổng trở sóng của nó ($Z_{\infty} \rightarrow Z_s$). Vậy tổng trở sóng của đường dây là giới hạn của tổng trở vào của đường dây, khi độ dài của đường dây tăng lên vô cùng.

§7-9. XÁC ĐỊNH CÁC THAM SỐ CỦA ĐƯỜNG DÂY BẰNG PHƯƠNG PHÁP HỒ MẠCH VÀ NGẮN MẠCH

Tổng trở vào Z_{∞} và hằng số truyền lan γ của đường dây có thể xác định bằng thực nghiệm trong chế độ ngắn mạch và hở mạch của đường dây.

Từ hệ phương trình truyền (7-24), khi đường dây hở mạch đầu cuối ($Z_l = \infty$), tổng trở vào của đường dây, gọi là tổng trở vào hở mạch, ký hiệu là Z_{vho} :

$$Z_{vho} = \left. \frac{\dot{U}_{m0}}{\dot{I}_{m0}} \right|_{\dot{I}_{nl}=0} = Z_s \operatorname{cth} \gamma l, \quad (7-27)$$

còn khi đường dây ngắn mạch đầu cuối ($Z_l = 0$), tổng trở vào của đường dây - gọi là tổng trở vào ngắn mạch, ký hiệu là Z_{vng} :

$$Z_{vng} = \left. \frac{\dot{U}_{m0}}{\dot{I}_{m0}} \right|_{\dot{U}_{nl}=0} = Z_s \operatorname{th} \gamma l \quad (7-28)$$

Nhân biểu thức (7-27) với biểu thức (7-28), ta nhận được:

$$Z_{vho} \cdot Z_{vng} = Z_s^2,$$

hay:

$$Z_s = \sqrt{Z_{vng} \cdot Z_{vho}} \quad (7-29)$$

Chia biểu thức (7-28) cho biểu thức (7-27), ta nhận được:

$$\operatorname{th} \gamma l = \sqrt{\frac{Z_{vng}}{Z_{vho}}} \quad (7-30)$$

Mặt khác:

$$\tanh \gamma l = \frac{e^{2\gamma l} - 1}{e^{2\gamma l} + 1} = \sqrt{\frac{Z_{\text{vng}}}{Z_{\text{vnh}}}}$$

Từ biểu thức trên, ta tìm được:

$$e^{2\gamma l} = \frac{1 + \sqrt{\frac{Z_{\text{vng}}}{Z_{\text{vnh}}}}}{1 - \sqrt{\frac{Z_{\text{vng}}}{Z_{\text{vnh}}}}}$$

Lấy logarit tự nhiên của cả hai vế, ta có:

$$\begin{aligned} \gamma l = \alpha l + j\beta l &= \frac{1}{2} \ln \frac{1 + \sqrt{\frac{Z_{\text{vng}}}{Z_{\text{vnh}}}}}{1 - \sqrt{\frac{Z_{\text{vng}}}{Z_{\text{vnh}}}}} \\ &= \frac{1}{2} \ln \left| \frac{1 + \sqrt{\frac{Z_{\text{vng}}}{Z_{\text{vnh}}}}}{1 - \sqrt{\frac{Z_{\text{vng}}}{Z_{\text{vnh}}}}} \right| + j \frac{1}{2} \left(\arg \frac{1 + \sqrt{\frac{Z_{\text{vng}}}{Z_{\text{vnh}}}}}{1 - \sqrt{\frac{Z_{\text{vng}}}{Z_{\text{vnh}}}}} + 2K\pi \right) \end{aligned} \quad (7-31)$$

trong đó K là số các bước sóng chứa trong chiều dài đường dây. Từ (7-31), suy ra:

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{1}{2l} \ln \left| \frac{1 + \sqrt{\frac{Z_{\text{vng}}}{Z_{\text{vnh}}}}}{1 - \sqrt{\frac{Z_{\text{vng}}}{Z_{\text{vnh}}}}} \right|, \\ \beta &= \frac{1}{2l} \arg \left(\frac{1 + \sqrt{\frac{Z_{\text{vng}}}{Z_{\text{vnh}}}}}{1 - \sqrt{\frac{Z_{\text{vng}}}{Z_{\text{vnh}}}}} + 2K\pi \right) \end{aligned} \quad (7-32)$$

Vì căn bậc hai có hai giá trị đối nhau, nên khi tính toán các tham số của đường dây, ta phải lấy giá trị của căn mà phần thực của nó lớn hơn không, nghĩa là phải lấy giá trị thỏa mãn điều kiện:

$$\operatorname{Re} = \sqrt{\frac{Z_{\text{vng}}}{Z_{\text{vnh}}}} > 0$$

Nếu lấy giá trị khác sẽ dẫn đến điều kiện hệ số suy giảm của đường dây $\alpha < 0$, điều này không có ý nghĩa trong thực tế.

Từ các tham số thứ cấp của đường dây đã được xác định, dễ dàng tìm được các tham số sơ cấp của nó:

$$\begin{aligned}\gamma Z_0 &= r_0 + j\omega L_0, \\ \frac{\gamma}{Z_0} &= g_0 + j\omega C_0\end{aligned}\quad (7-33)$$

Đối với các đường dây có độ suy giảm lớn, tổng trở vào của đường dây trong chế độ ngắn mạch và hở mạch của đường dây gần bằng nhau, do đó tính toán các tham số của nó bằng phương pháp hở mạch và ngắn mạch sẽ gặp sai số lớn. Trong thực tế, phương pháp hở mạch và ngắn mạch chỉ được áp dụng để tính toán tham số của đường dây khi đường dây có độ suy giảm riêng nhỏ hơn 1 ($\alpha \ell < 1$).

§7-10. ĐƯỜNG DÂY DÀI KHÔNG CÓ TỔN HAO

Đường dây dài không tiêu hao năng lượng của tín hiệu truyền qua được gọi là đường dây không tổn hao. Đối với đường dây không tổn hao các tham số $r_0 = 0$, $g_0 = 0$, còn các tham số thứ cấp:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{r_0 + j\omega L_0}{g_0 + j\omega C_0}} = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}} = \rho$$

là một số thực và được gọi là trở kháng sóng, hay trở kháng đặc tính của đường dây.

$$\gamma = \sqrt{(r_0 + j\omega L_0)(g_0 + j\omega C_0)} = j\omega \sqrt{L_0 C_0}$$

Từ đây suy ra:

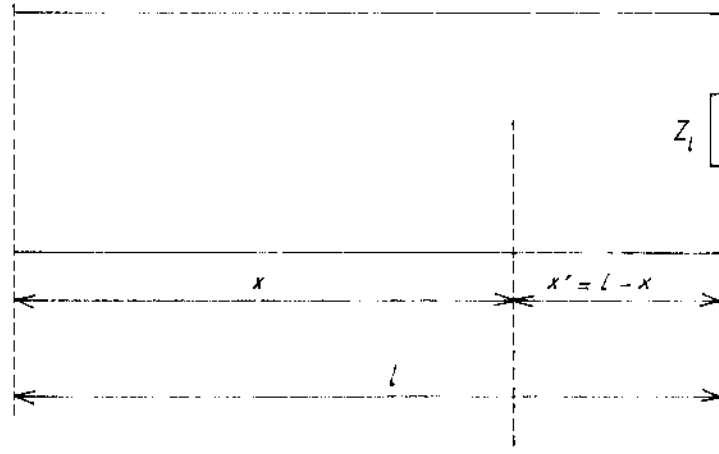
$$\alpha = 0, \beta = \omega \sqrt{L_0 C_0}$$

Vậy, trở kháng sóng của đường dây không tổn hao không phụ thuộc vào tần số của tín hiệu truyền qua nó, còn hệ số pha của đường dây không tổn hao tỉ lệ thuận với tần số của tín hiệu truyền trên đường dây. Mặt khác do hệ số suy giảm của đường dây $\alpha = 0$, nên biên độ của sóng tới và sóng phản xạ không thay đổi theo chiều dài đường dây.

Các đường dây sử dụng trong thực tế bao giờ cũng có tổn hao. Song với các đường dây có hệ số tổn hao nhỏ, độ dài ngắn, thì biên độ của sóng tới, cũng như biên độ của sóng phản xạ ở điểm đầu và điểm cuối của đường dây gần bằng nhau. Đối với các đường dây như thế, một cách gần đúng có thể coi như đường dây không tổn hao. Thí dụ như các đường dây phích và cáp đồng trục làm việc trong dải sóng siêu cao tần.

§7-11. ĐIỆN ÁP VÀ DÒNG ĐIỆN TRÊN ĐƯỜNG DÂY KHÔNG TỐN HAO

Để tìm quy luật biến thiên của điện áp và dòng điện trên đường dây không tổn hao, trong các biểu thức (7-22) hoặc (7-23), ta chỉ cần thay $\gamma = j\beta$, $Z_c = \rho$. Song để đơn giản quá trình phân tích tiếp theo, ta thay số hạng $(1-x) = x'$ là khoảng cách từ điểm xét đến điểm cuối đường dây (xem hình 7-5).



Hình 7-5

Nếu trong các biểu thức (7-22) và (7-23), thực hiện thay $\gamma = j\beta$, $Z_c = \rho$ và $1-x = x'$ ta sẽ nhận được:

$$\dot{U}_m = \frac{\dot{U}_{ml} + \rho \dot{I}_{ml}}{2} e^{j\beta x'} + \frac{\dot{U}_{ml} - \rho \dot{I}_{ml}}{2} e^{-j\beta x'}$$

$$\dot{I}_m = \frac{\dot{U}_{ml} + \rho \dot{I}_{ml}}{2\rho} e^{j\beta x'} - \frac{\dot{U}_{ml} - \rho \dot{I}_{ml}}{2\rho} e^{-j\beta x'}$$

hay sau khi biến đổi, ta có:

$$\dot{U}_m = \dot{U}_{ml} \cos \beta x' + j\rho \dot{I}_{ml} \sin \beta x', \quad (7-34)$$

$$\dot{I}_m = j \frac{\dot{U}_{ml}}{\rho} \sin \beta x' + \dot{I}_{ml} \cos \beta x'.$$

$$\begin{cases} \dot{U}_m = \dot{U}_{ml} (1 + P e^{-2j\beta x'}) \\ \dot{I}_m = \dot{I}_{ml} (1 - P e^{-2j\beta x'}) \end{cases} \quad (7-35)$$

Biểu thức (7-34) và (7-35) xác định quy luật biến thiên giá trị biên độ phức của điện áp và dòng điện trên đường dây không tổn hao.

Để dễ dàng thấy rằng, đối với đường dây không tổn hao khi tải cuối đường dây là mạng hai cực không nguồn, môđun của hệ số phản xạ cũng không thể lớn hơn 1 ($|P| \leq 1$). Thật vậy, giả sử $Z_L = R_L + jx_L$, khi đó hệ số phản xạ:

$$P = \frac{Z_\ell - \rho}{Z_\ell + \rho} = \frac{R_\ell - \rho + jx_\ell}{R_\ell + \rho + jx_\ell}$$

và môđun:

$$|P| = \sqrt{\frac{(R_\ell - \rho)^2 + x_\ell^2}{(R_\ell + \rho)^2 + x_\ell^2}} \leq 1$$

Do đó, trong đường dây không tổn hao có tải là mạng hai cực không nguồn, biên độ của sóng phản xạ không thể lớn hơn biên độ của sóng tới.

§7-12. CHẾ ĐỘ SÓNG CHẠY TRÊN ĐƯỜNG DÂY KHÔNG TỔN HAO

Xét đường dây không tổn hao có tải hòa hợp ($Z_\ell = \rho$). Trong trường hợp xét, hệ số phản xạ của đường dây $P = 0$, giá trị biên độ phức của điện áp tại điểm cuối đường dây $\dot{U}_{mf} = \rho \dot{I}_{mf}$, và khi này các biểu thức (7-34) sẽ có dạng đơn giản như sau:

$$\dot{U}_m = \dot{U}_{mf} e^{j\beta x'}$$

$$\dot{I}_m = \dot{I}_{mf} e^{j\beta x'} = \frac{\dot{U}_{mf}}{\rho} e^{j\beta x'}$$

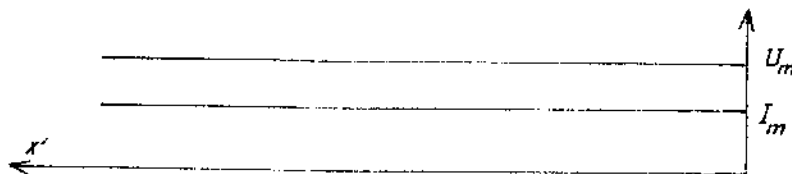
Giá trị tức thời của điện áp và dòng điện tại điểm x' bất kỳ trên đường dây:

$$u = U_{mf} \cos(\omega t + \beta x' + \varphi_\ell),$$

$$i = \frac{U_{mf}}{\rho} \cos(\omega t + \beta x' + \varphi_\ell), \quad (7-36)$$

trong đó φ_ℓ là góc pha đầu của dao động tại điểm cuối đường dây.

Vậy điện áp và dòng điện trên đường dây không tổn hao có tải hòa hợp chỉ có thành phần sóng tới, và biên độ của dao động không thay đổi trên đường dây. Tại mọi điểm trên đường dây, pha của dòng điện trùng với pha của điện áp, còn góc pha đầu của dao động thay đổi theo tích $\beta x'$. Chế độ làm việc của đường dây trong trường hợp này gọi là chế độ hòa hợp phụ tải, hay chế độ sóng chạy. Phân bố của biên độ điện áp và dòng điện trên đường dây không tổn hao trong chế độ sóng chạy xem trên hình (7-6).



Hình 7-6

§7-13. CHẾ ĐỘ SÓNG ĐỨNG TRÊN ĐƯỜNG DÂY KHÔNG TỐN HAO

Xét đường dây không tổn hao có môđun của hệ số phản xạ bằng 1, nghĩa là khi có sự phản xạ sóng hoàn toàn ở cuối đường dây và biên độ của sóng phản xạ bằng biên độ sóng tới. Môđun của hệ số phản xạ của đường dây $|P| = 1$, khi đường dây không tổn hao hở, hoặc ngắn mạch đầu cuối ($Z_r = \infty, Z_r = 0$) và khi phụ tải của đường dây là thuần kháng ($Z_r = jx_r$).

Để đơn giản tính toán, ta giả thiết góc pha đầu của điện áp sóng tới tại điểm cuối đường dây $\varphi_r = 0$. Do đó điện áp sóng tới:

$$u_1 = U_{m,\ell} \cos(\omega t + \beta x') = U_m \cos(\omega t + \beta x').$$

Vì môđun của hệ số phản xạ $|P| = 1$, nên điện áp sóng phản xạ:

$$u_{px} = U_m \cos(\omega t - \beta x' + \varphi_p)$$

ở đây φ_p là argument của hệ số phản xạ của đường dây.

Điện áp trên đường dây:

$$u = u_1 + u_{px} = U_m \cos(\omega t + \beta x') + U_m \cos(\omega t - \beta x' + \varphi_p).$$

Sử dụng công thức biến đổi lượng giác:

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha - \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2}$$

sau khi biến đổi biểu thức trên, ta nhận được:

$$u = 2U_m \cos\left(\beta x' - \frac{\varphi_p}{2}\right) \cdot \cos\left(\omega t + \frac{\varphi_p}{2}\right) \quad (7-37)$$

Dao động (7-37) là dao động hình sin với tần số góc ω và biên độ:

$$2U_m \cos\left(\beta x' - \frac{\varphi_p}{2}\right) = 2U_m \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} x' - \frac{\varphi_p}{2}\right)$$

thay đổi theo chiều dài của đường dây.

Tại các điểm trên đường dây mà ở đó thỏa mãn điều kiện:

$$\frac{2\pi}{\lambda} x' - \frac{\varphi_p}{2} = K\pi \quad (K = 0, 1, 2, 3, \dots)$$

biên độ điện áp đạt giá trị cực đại bằng hai lần biên độ sóng tới (sóng phản xạ).

Tại các điểm trên đường dây, ở đó thỏa mãn điều kiện:

$$\frac{2\pi}{\lambda} x' - \frac{\varphi_p}{2} = (2K + 1) \pi/2$$

biên độ điện áp bằng không.

Chế độ làm việc của đường dây trong trường hợp này gọi là chế độ sóng đứng của đường dây. Đặc điểm của chế độ sóng đứng là trên đường dây tồn tại những điểm mà ở đó biên độ điện

áp đạt giá trị cực đại bằng hai lần biên độ điện áp sóng tới, và những điểm, mà ở đó biên độ điện áp bằng không. Những điểm trên đường dây mà ở đó biên độ điện áp đạt cực đại gọi là điểm bụng của sóng. Những điểm trên đường dây ở đó biên độ điện áp bằng không gọi là điểm nút của sóng. Điểm bụng và điểm nút không thay đổi trên đường dây. Khoảng cách giữa hai điểm bụng (điểm nút) liên tiếp bằng nửa bước sóng, còn khoảng cách giữa điểm bụng và điểm nút liên kế nó bằng một phần tư bước sóng của tín hiệu truyền trên đường dây. Các điểm bụng và điểm nút nằm xen kẽ nhau trên đường dây, nghĩa là giữa hai điểm bụng của sóng là điểm nút và ngược lại.

Tương tự, xét dòng điện trên đường dây:

$$i = i_T + i_{px} = I_m \cos(\omega t + \beta x') - I_m \cos(\omega t - \beta x' + \varphi_p)$$

áp dụng công thức biến đổi lượng giác:

$$\cos \alpha - \cos \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

và sau khi biến đổi ta nhận được:

$$\begin{aligned} i &= 2I_m \sin \left(\beta x' - \frac{\varphi_p}{2} \right) \sin \left(\omega t + \frac{\varphi_p}{2} \right) \\ &= 2I_m \sin \left(\beta x' - \frac{\varphi_p}{2} \right) \cos \left(\omega t + \frac{\varphi_p}{2} + \pi/2 \right) \end{aligned} \quad (7-38)$$

So sánh biểu thức (7-38) với biểu thức (7-37) ta thấy, các đặc tính của sóng dòng điện trong trường hợp này hoàn toàn giống các đặc tính của sóng điện áp, chỉ khác điểm bụng của sóng điện áp là điểm nút của sóng dòng điện và ngược lại.

Trên hình (7-7) vẽ đường cong phân bố của biên độ điện áp và dòng điện trên đường dây không tổn hao trong hai trường hợp: đường dây hở mạch đầu cuối ($Z_L = \infty$) và đường dây ngắn mạch đầu cuối ($Z_L = 0$).

Đối với đường dây hở mạch đầu cuối ($Z_L = \infty$), hệ số phản xạ:

$$P = \frac{Z_L - \rho}{Z_L + \rho} = 1$$

môđun của hệ số phản xạ $|P| = 1$, còn argument của hệ số phản xạ $\varphi_p = 0$, tại cuối đường dây ($x' = 0$) là bụng của điện áp, nút của dòng điện.

Đối với đường dây ngắn mạch đầu cuối ($Z_L = 0$), hệ số phản xạ:

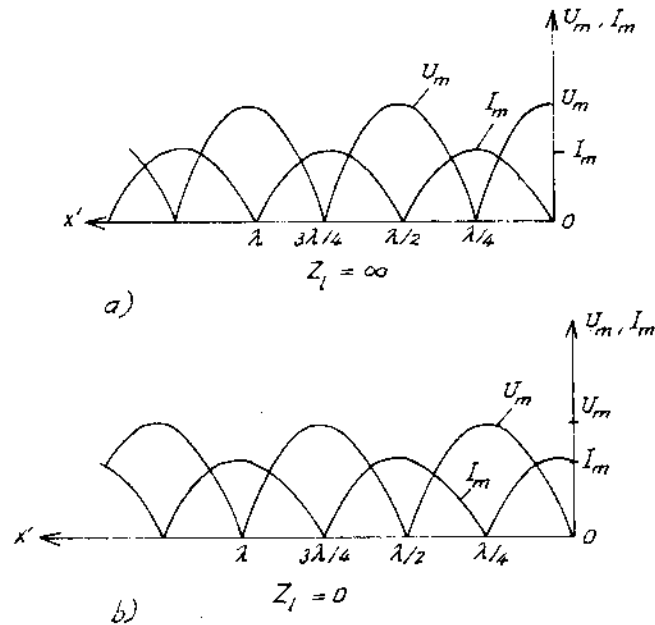
$$P = \frac{Z_L - \rho}{Z_L + \rho} = -1$$

môđun của hệ số phản xạ $|P| = 1$, còn argument của hệ số phản xạ $\varphi_p = \pi$. Nút của điện áp ứng với điều kiện:

$$\frac{2\pi}{\lambda} x' - \frac{\pi}{2} = (2K - 1) \pi/2$$

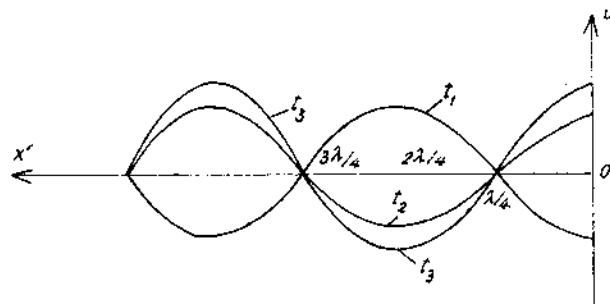
Tại cuối đường dây là nút của điện áp, bụng của dòng điện.

Trên hình (7-8) vẽ đường cong biến thiên của điện áp trên đường dây không tổn hao ở mạch đầu cuối tại các thời điểm t_1, t_2, t_3 khác nhau.



Hình 7-7

Hình 7-7 trình bày phân bố biên độ điện áp và dòng điện trên đường dây không tổn hao khi $Z_L = \infty$ (a) và $Z_L = 0$ (b).



Hình 7-8

§7-14. CHẾ ĐỘ SÓNG HỖN HỢP TRÊN ĐƯỜNG DÂY KHÔNG TỔN HAO

Xét đường dây không tổn hao có môđun của hệ số phản xạ $|P| < 1$, nghĩa là trường hợp sóng tại điểm cuối đường dây không phản xạ hoàn toàn, và do đó, biên độ của sóng phản xạ nhỏ thua biên độ sóng tới. Điều này xảy ra khi tải cuối đường dây là mạng hai cực không nguồn có tổn hao.

Điện áp tại điểm x' bất kỳ trên đường dây:

$$u = U_m \cos(\omega t + \beta x') + |P| U_m \cos(\omega t - \beta x' + \varphi_p) \quad (7-39)$$

trong đó φ_p là argument của hệ số phản xạ, và giả thiết góc pha đầu của sóng tới tại cuối đường dây bằng không.

Biểu thức (7-39) có thể biến đổi như sau:

$$\begin{aligned} u &= U_m \cos(\omega t + \beta x') + |P| U_m \cos(\omega t - \beta x' + \varphi_p) \\ &+ |P| U_m \cos(\omega t + \beta x') - |P| U_m \cos(\omega t + \beta x') \\ &= (1 - |P|) U_m \cos(\omega t + \beta x') + |P| U_m \cos(\omega t - \beta x' + \varphi_p) + |P| U_m \cos(\omega t - \beta x') \\ &= (1 - |P|) U_m \cos(\omega t + \beta x') + 2|P| U_m \cos(\beta x' - \frac{\varphi_p}{2}) \cdot \cos(\omega t + \frac{\varphi_p}{2}) \end{aligned} \quad (7-40)$$

Từ biểu thức nhận được (7-40) ta thấy, điện áp trên đường dây không tổn hao có phụ tải là số phức với môđun của hệ số phản xạ $|P| < 1$ là tổng hợp của hai sóng: sóng chạy [thành phần thứ nhất của biểu thức (7-40)] và sóng đứng [thành phần thứ hai của biểu thức (7-40)]. Chế độ này gọi là chế độ sóng hỗn hợp trên đường dây không tổn hao. Tại các điểm nút của sóng đứng, ứng với điều kiện $\cos(\beta x' - \frac{\varphi_p}{2}) = 0$, biên độ của dao động trên đường dây bằng biên độ của sóng chạy và bằng $(1 - |P|) U_m$. Nó chính là hiệu của biên độ sóng tới và sóng phản xạ, và do đó, tại các điểm này biên độ của dao động cũng đạt giá trị cực tiểu:

$$U_{\min} = (1 - |P|) U_m$$

Tại các điểm bụng của sóng đứng $\left[\cos(\beta x' - \frac{\varphi_p}{2}) = 1; \text{ hay } \beta x' - \frac{\varphi_p}{2} = K\pi \right]$, khi đó ta có:

$$u = (1 - |P|) U_m \cos(\omega t + \frac{\varphi_p}{2} + K\pi) + 2|P| U_m \cos K\pi \cdot \cos(\omega t + \frac{\varphi_p}{2}).$$

vì $\cos K\pi \cdot \cos(\omega t + \frac{\varphi_p}{2}) = \cos(\omega t + \frac{\varphi_p}{2} + K\pi)$, nên $u = (1 + |P|) U_m \cos(\omega t + \frac{\varphi_p}{2} + K\pi)$.

Vậy tại các điểm bụng của sóng đứng, biên độ của sóng đạt giá trị $(1 + |P|) U_m$. Nó chính là tổng của biên độ sóng tới và biên độ sóng phản xạ, và do đó, tại các điểm đó biên độ của dao động đạt giá trị cực đại:

$$U_{\max} = (1 + |P|) U_m$$

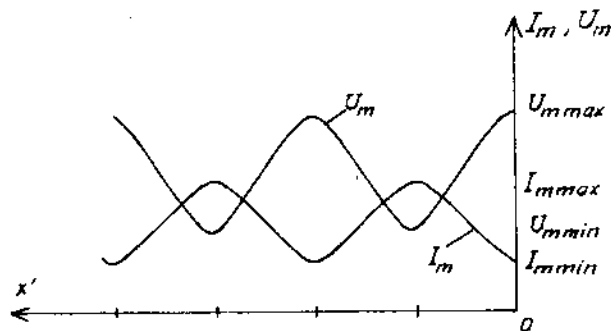
Vì rằng trong chế độ sóng đứng, điểm nút của điện áp là điểm bụng của dòng điện và ngược lại, do đó tại các điểm trên đường dây mà biên độ điện áp đạt giá trị cực đại thì biên độ dòng điện đạt giá trị cực tiểu; còn tại các điểm mà biên độ điện áp đạt giá trị cực tiểu thì biên độ dòng điện đạt giá trị cực đại:

$$I_{\min} = (1 - |P|)I_m,$$

$$I_{\max} = (1 + |P|)I_m.$$

Giá trị cực đại của biên độ dao động nhỏ hơn hai lần biên độ sóng tới (U_m, I_m). Giá trị cực tiểu của biên độ dao động lớn hơn không.

Trên hình (7-9) vẽ sự phân bố của biên độ điện áp và dòng điện trên đường dây không tổn hao ứng với hệ số phản xạ $P = 0,8e^{j30^\circ}$.



Hình 7-9

Trong kỹ thuật siêu cao tần, để đặc trưng cho sự không phối hợp của đường dây với phụ tải, người ta đưa vào khái niệm hệ số sóng chạy. Hệ số sóng chạy của đường dây, ký hiệu là K_{sc} , là tỉ số giữa giá trị cực tiểu và giá trị cực đại của biên độ dao động trên đường dây:

$$K_{sc} = \frac{U_{\min}}{U_{\max}} = \frac{I_{\min}}{I_{\max}}$$

Trong chế độ hòa hợp phụ tải $K_{sc} = 1$, còn trong chế độ sóng đứng $K_{sc} = 0$. Trong trường hợp chung $0 \leq K_{sc} \leq 1$.

Đôi khi người ta cũng sử dụng khái niệm hệ số sóng đứng. Hệ số sóng đứng, ký hiệu là K_{sd} , là nghịch đảo của hệ số sóng chạy:

$$K_{sd} = \frac{1}{K_{sc}} = \frac{U_{\max}}{U_{\min}} = \frac{I_{\max}}{I_{\min}}$$

§7-15. TỔNG TRỞ VÀO CỦA ĐƯỜNG DÂY KHÔNG TỐN HAO

Tổng trở vào của đường dây không tổn hao tại điểm cách cuối đường dây một đoạn x' là tỉ số giữa giá trị biên độ phức (hiệu dụng phức) của điện áp và dòng điện tại điểm đó:

$$Z_v(x') = \frac{\dot{U}_m(x')}{\dot{I}_m(x')} = \frac{\dot{U}(x')}{\dot{I}(x')}$$

Thay các giá trị $\dot{U}_m(x'), \dot{I}_m(x')$ từ biểu thức (7-35) vào biểu thức trên, ta nhận được:

$$Z_v(x') = \rho \frac{1 + P e^{-j2\beta x'}}{1 - P e^{-j2\beta x'}} = \rho \frac{1 + |P| e^{-j(2\beta x' - \varphi_P)}}{1 - |P| e^{-j(2\beta x' - \varphi_P)}} \quad (7-41)$$

Khi đường dây có tải hòa hợp ($Z_L = \rho$) tổng trở vào không thay đổi theo chiều dài đường dây và bằng trở kháng sóng của nó ($Z_v = \rho$).

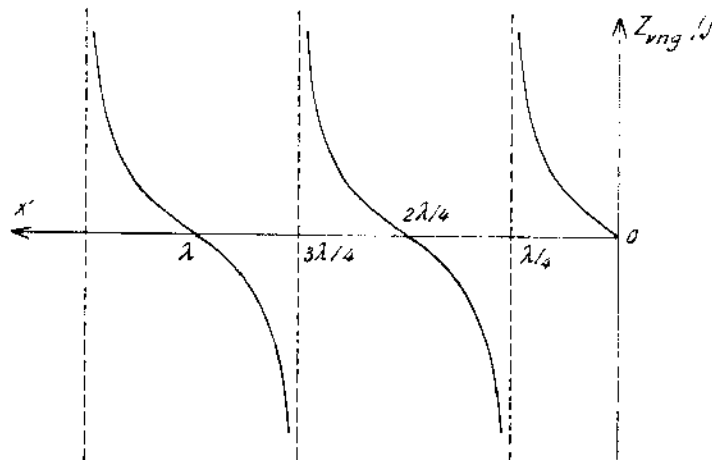
Trong trường hợp đường dây không hòa hợp phụ tải, biên độ phức của điện áp và dòng điện biến thiên có chu kỳ theo chiều dài đường dây với chu kỳ bằng nửa bước sóng của tín hiệu truyền trên đường dây, nên tổng trở vào cũng biến thiên theo chiều dài đường dây với chu kỳ bằng nửa bước sóng của tín hiệu truyền trên đường dây.

Xét tổng trở vào của đường dây ngắn mạch đầu cuối ($Z_L = 0$). Trong trường hợp xét, hệ số phản xạ $P = -1$, môđun $|P| = 1$, và argument $\varphi_P = \pi$, tổng trở vào của đường dây:

$$Z_v = Z_{vng} = \rho \frac{1 - P e^{-j2\beta x'}}{1 + P e^{-j2\beta x'}} = j\rho \operatorname{tg} \beta x' = j\rho \operatorname{tg} \frac{2\pi}{\lambda} x' \quad (7-42)$$

Biểu thức (7-42) chứng tỏ rằng tổng trở vào của đường dây không tổn hao ngắn mạch đầu cuối là thuần kháng, và biến thiên theo chiều dài đường dây theo quy luật hàm số tang với chu kỳ bằng $\lambda/2$. Tính chất thuần kháng của tổng trở vào được giải thích như sau: Do độ suy giảm riêng của đường dây bằng không ($\alpha = 0$) và tổng trở phụ tải bằng không, nên không có sự tiêu hao năng lượng của nguồn tín hiệu.

Đồ thị biến thiên của tổng trở vào của đường dây không tổn hao ngắn mạch đầu cuối theo chiều dài đường dây vẽ trên hình (7-10).



Hình 7-10

Từ hình vẽ ta thấy, tại điểm bụng của điện áp (nút của dòng điện), tổng trở vào của đường dây có giá trị lớn vô cùng, còn tại điểm nút của điện áp (bụng của dòng điện), tổng trở vào có giá trị bằng không. Trong đoạn đường dây có chiều dài bằng nửa bước sóng của tín hiệu truyền trên đường dây, tổng trở vào của đường dây biến thiên từ $-j\rho$ đến $j\rho$. Có thể chọn đoạn đường dây

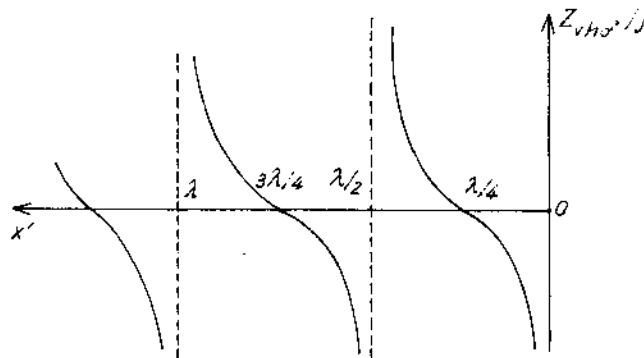
không tổn hao ngắn mạch đầu cuối sao cho tổng trở vào của nó bằng một số thuần kháng cho trước.

Đối với đường dây hở mạch đầu cuối ($Z_t = \infty$), hệ số phản xạ $P = 1$ ($|P| = 1, \varphi_p = 0$), tổng trở vào của đường dây:

$$Z_{\text{vào}}(x') = \rho \frac{1 + e^{-j2\beta x'}}{1 - e^{-j2\beta x'}} = \frac{\rho}{j \tan \beta x'} = -j\rho \cot \beta x' \quad (7-43)$$

Cũng như trường hợp ngắn mạch đầu cuối, tổng trở vào của đường dây không tổn hao hở mạch đầu cuối cũng là một số thuần kháng và biến thiên có chu kỳ theo chiều dài đường dây, với chu kỳ bằng nửa bước sóng của tín hiệu truyền trên đường dây.

Đồ thị của tổng trở vào của đường dây không tổn hao hở mạch đầu cuối vẽ trên hình (7-11).



Hình 7-11

So sánh họ đường cong (hình 7-10) và hình (7-11) ta thấy, có thể nhận được họ đường cong $Z_{\text{vào}}/j$ từ họ đường cong $\frac{Z_{\text{vào}}}{j}$, hoặc ngược lại, nếu ta chuyển dịch gốc tọa độ trong mỗi đồ thị đi

một đoạn bằng một phần tư bước sóng của tín hiệu truyền trên đường dây theo hướng x' , nghĩa là ngắn mạch đầu cuối của đường dây không tổn hao tương đương với việc kéo dài đường dây một đoạn $\lambda/4$ và hở mạch đầu cuối. Từ đây dễ dàng suy ra rằng, tổng trở vào của đường dây không tổn hao có tải là thuần kháng cũng là một số thuần kháng. Việc mắc tải thuần kháng ở cuối đường dây tương đương với việc kéo dài đường dây một đoạn tương ứng và hở, hoặc ngắn mạch đầu cuối. Thật vậy, xét đường dây không tổn hao có phụ tải là điện cảm L (xem hình 7-12a). Như đã xét ở trên, đoạn đường dây không tổn hao có chiều dài $0 < l < \lambda/4$ ngắn mạch đầu cuối, có tổng trở vào:

$$Z_{\text{vào}} \Big|_{0 < l < \lambda/4} = j\rho \tan 2\pi \frac{l}{\lambda} = j\omega L_{\text{td}}$$

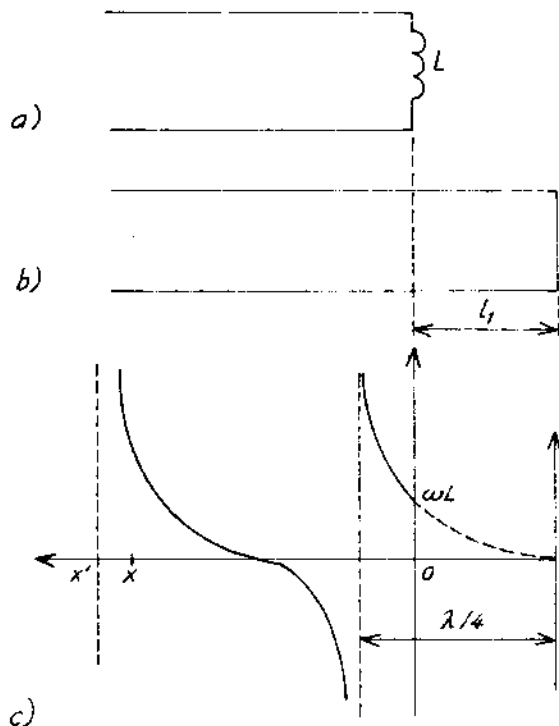
Do đó điện cảm L có thể thay thế bằng đoạn đường dây không tổn hao ngắn mạch đầu cuối với chiều dài l_1 được xác định bởi biểu thức:

$$L = \frac{\rho}{\omega} \operatorname{tg} 2\pi \frac{l_1}{\lambda}.$$

hay:

$$l_1 = \frac{\lambda}{2\pi} \operatorname{arctg} \frac{\omega L}{\rho} \quad (7-44)$$

Đồ thị biến thiên tổng trở vào của đường dây không tổn hao có tải là điện cảm L dễ dàng nhận được từ đồ thị của tổng trở vào của đường dây không tổn hao ngắn mạch đầu cuối, bằng cách chuyển dịch gốc tọa độ đi một đoạn l_1 theo hướng x' (xem hình 7-12b, 7-12c).

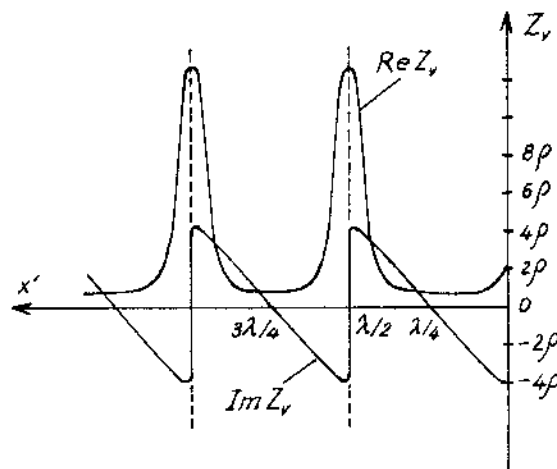


Hình 7-12

Trong trường hợp chung, tải của đường dây là mạng hai cực không nguồn, và môđun của hệ số phản xạ $|P| < 1$, nên ứng với giá trị x' , mà số hạng $|P|e^{j(2\beta x' - \varphi_P)}$ trong biểu thức (7-41) là một số thực dương, thì môđun của tử số sẽ đạt giá trị cực đại bằng $1 + |P|$, còn môđun của mẫu số sẽ đạt giá

trị cực tiểu bằng $1 - |P|$. Tại những điểm này, tổng trở vào của đường dây là một số thực (thuần trở) và đạt giá trị cực đại (theo môđun). Tại những điểm x' trên đường dây, mà số hạng $|P|e^{j(2\beta x' + \varphi_P)}$ trong biểu thức (7-41) là một số thực âm, thì môđun của tử số đạt giá trị cực tiểu bằng $1 - |P|$ còn môđun của mẫu số đạt giá trị cực đại bằng $1 + |P|$. Tại những điểm này, tổng trở vào của đường dây cũng là một số thực (thuần trở) và cũng đạt giá trị cực tiểu (theo môđun). Khoảng cách giữa hai điểm trên đường dây mà ở đó môđun của tổng trở vào cũng đạt giá trị cực đại, hoặc cực tiểu, bằng một nửa bước sóng của tín hiệu truyền trên đường dây. Dễ dàng thấy rằng, khi đi theo hướng từ cuối đến đầu đường dây, trên đoạn nào của đường dây mà biên độ điện áp giảm, thành phần phản kháng của tổng trở vào của đường dây mang tính điện dung; còn trên đoạn nào của đường dây có biên độ điện áp tăng, thành phần phản kháng của tổng trở vào của đường dây mang tính điện cảm. Tại những điểm của đường dây mà tổng trở vào thuần trở, thành phần phản kháng của tổng trở vào đổi dấu qua giá trị không.

Trên hình (7-13) là đồ thị của tổng trở vào của đường dây không tổn hao ứng với hệ số phản xạ của đường dây $P = 0,8e^{j30^\circ}$. Nó tương ứng với sự phân bố của biên độ điện áp và dòng điện trên hình (7-9).



Hình 7-13

Cuối cùng, ta xét sự phụ thuộc của tổng trở vào của đường dây không tổn hao hở mạch và ngắn mạch đầu cuối, vào tần số của tín hiệu truyền trên đường dây.

Nếu trong các biểu thức của tổng trở vào của đường dây không tổn hao ngắn mạch và hở mạch đầu cuối (7-42) và (7-43), ta thực hiện thay số hạng $\beta = \omega \sqrt{L_0 C_0}$, $x' = l$ là độ dài của đường dây, ta sẽ nhận được:

$$Z_{vho} = j \rho \operatorname{tg} \omega \sqrt{L_0 C_0} l, \quad (7-45)$$

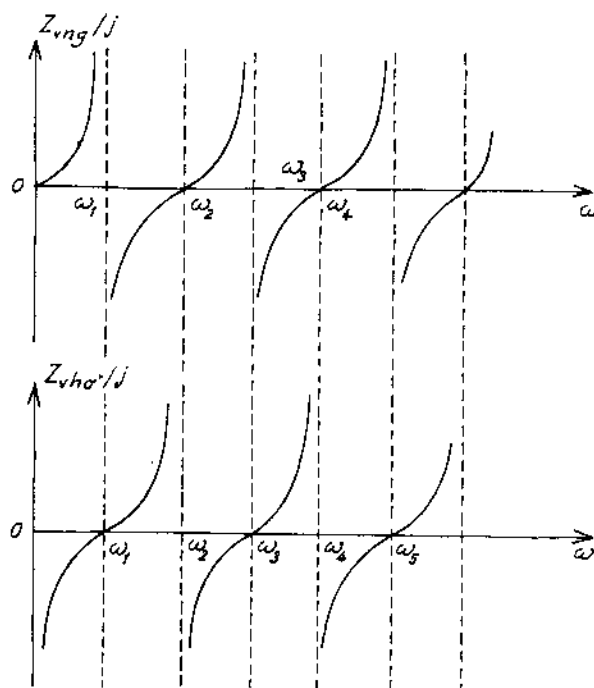
$$Z_{vnm} = -j \rho \operatorname{ctg} \omega \sqrt{L_0 C_0} l \quad (7-46)$$

Biểu thức (7-45) và (7-46) biểu thị sự phụ thuộc của tổng trở vào của đường dây không tổn hao ngắn mạch và hở mạch đầu cuối vào tần số của tín hiệu truyền trên đường dây. Tại các tần số:

$$\omega_k = k \frac{\pi}{2\sqrt{C_0 L_0}}, \quad (k = 0, 1, 2, 3, \dots)$$

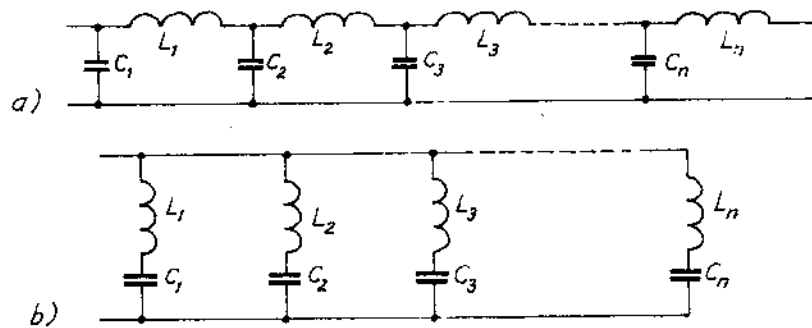
tổng trở vào của đường dây Z_{vng} (Z_{vho}) hoặc bằng không (bằng vô cùng) hoặc bằng vô cùng (bằng không).

Trên hình (7-14) là đồ thị biến thiên của tổng trở vào của đường dây không tổn hao ngắn mạch và hở mạch đầu cuối (Z_{vng} , Z_{vho}) theo tần số của tín hiệu truyền trên đường dây.



Hình 7-14

Tại các tần số ω_k , ở đó tổng trở vào của đường dây bằng không, đường dây tương đương với mạch cộng hưởng nối tiếp. Tại các tần số ω_k , mà tại đó tổng trở vào bằng vô cùng, đường dây tương đương với mạch cộng hưởng song song. Do đó, có thể coi đường dây dài không tổn hao ngắn mạch, hoặc hở mạch đầu cuối là tổ hợp gồm vô số các phần tử phản kháng L , C , ghép nối với nhau theo một cách nào đó. Một trong các cách ghép nối đó vẽ trên hình (7-15a) đối với đường dây ngắn mạch đầu cuối, và trên hình (7-15b) đối với đường dây hở mạch đầu cuối. Trong kỹ thuật vô tuyến điện, người ta dựa vào đặc tính này của đường dây để chế tạo các đường dây giả. Đường dây giả được sử dụng rộng rãi trong kỹ thuật siêu cao tần để giữ chậm tín hiệu, hoặc để tích trữ năng lượng điện từ trường.



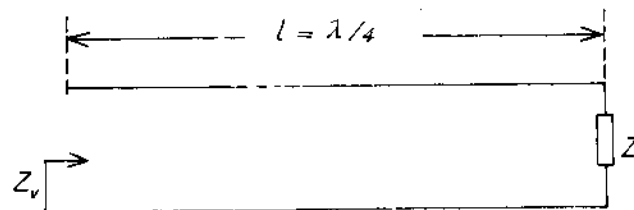
Hình 7-15

§7-16. MỘT SỐ ỨNG DỤNG ĐƯỜNG DÂY CÓ TỔN HAO NHỎ

Đường dây có tổn hao nhỏ có thể coi gần đúng như đường dây không tổn hao, được sử dụng rộng rãi trong kỹ thuật vô tuyến điện. Dưới đây ta xét một vài ứng dụng của nó.

7-16.1. Mạch biến đổi tổng trở 1/4 bước sóng

Giả sử đường dây không tổn hao có độ dài $l = \lambda/4$, cuối đường dây được mắc nối với phụ tải Z_t (xem hình 7-16).



Hình 7-16

Tổng trở vào của đường dây:

$$\begin{aligned} Z_v &= \rho \frac{1 + P e^{-j2\beta l}}{1 - P e^{-j2\beta l}} = \rho \frac{1 + P e^{-j2\pi \frac{\lambda}{\lambda} \frac{\lambda}{4}}}{1 - P e^{-j2\pi \frac{\lambda}{\lambda} \frac{\lambda}{4}}} \\ &= \rho \frac{1 + P e^{-j\pi}}{1 - P e^{-j\pi}} = \rho \frac{1 - P}{1 + P} \end{aligned}$$

Trong biểu thức trên thực hiện thay số hạng $P = \frac{Z_t - \rho}{Z_t + \rho}$, và sau khi biến đổi ta nhận được:

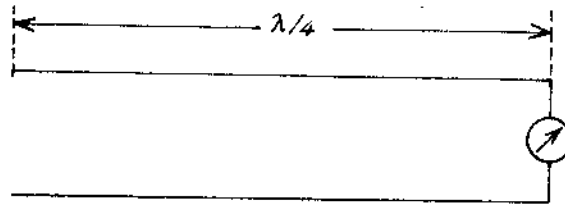
$$Z_v = \frac{\rho^2}{Z_t}$$

Vậy tổng trở vào của đường dây không tổn hao có độ dài $l = \lambda/4$ tỉ lệ với tổng dẫn của phụ tải và tỉ lệ với bình phương trở kháng sóng của đường dây. Khi trở kháng sóng của đường dây thay đổi, tổng trở vào của đường dây sẽ thay đổi trong phạm vi khá lớn. Trong dải tần số cao, đường dây

không tổn hao có độ dài $l = \lambda/4$ được sử dụng để biến đổi tổng trở phụ tải, và nó được gọi là mạch biến đổi tổng trở $1/4$ bước sóng.

7-16.2. Vôn mét tuyến tính

Khả năng biến đổi tổng trở của đường dây được ứng dụng trong kỹ thuật đo lường trong dải tần số cao, nhằm làm tăng tổng trở vào của mạch đo. Trên hình (7-17) mô tả một loại vôn mét tuyến tính áp dụng nguyên lý này.



Hình 7-17

Giả sử đồng hồ đo có tổng trở vào nhỏ được mắc ở cuối đường dây có tổn hao nhỏ, độ dài $l = \lambda/4$. Tổng trở vào của đường dây (mạch đo) sẽ càng lớn, nếu trở kháng sóng của đường dây càng lớn và tổng trở vào của đồng hồ càng nhỏ. Điện áp cần đo được xác định theo biểu thức (7-34) (khi $\beta x' = \pi/2$):

$$U = \rho I_e.$$

7-16.3. Mạch dao động

Trong dải sóng siêu cao tần, người ta thường sử dụng đường dây có tổn hao nhỏ làm mạch dao động. Đặc điểm của mạch dao động dùng đường dây dài là nó có hệ số phẩm chất Q rất lớn.

Thí dụ, ở dải tần số lân cận tần số ω_0 của đoạn đường dây ngắn mạch đầu cuối (hình 7-14a), đoạn đường dây tương đương với mạch dao động song song có tần số cộng hưởng ω_0 , điện trở cộng hưởng R_{ch} , hệ số phẩm chất Q và độ rộng dải thông $2\Delta\omega$, được xác định theo các biểu thức sau:

$$\omega_0 = \omega_1 = \frac{\pi}{2\sqrt{L_0 C_0}},$$

$$R_{ch} = \frac{\rho}{\alpha_\ell},$$

$$Q = \frac{\pi}{4\alpha_\ell},$$

$$2\Delta\omega = \frac{2\alpha}{\sqrt{L_0 C_0}}$$

7-16.4. Phối hợp trở kháng của đường dây với phụ tải

Trong các đường dây phicle nối giữa anten và máy thu, hay giữa máy phát và anten, người ta mong muốn trên đường dây chỉ tồn tại sóng chạy, khi đó, công suất tác dụng của tín hiệu truyền từ

anten đến máy thu, hoặc từ máy phát ra anten sẽ đạt giá trị cực đại. Để đảm bảo yêu cầu trên, ta phải thực hiện phối hợp đường dây với phụ tải (phối hợp đường dây với tổng trở đầu vào của máy thu, hoặc phối hợp đường dây với tổng trở vào của anten).

Để phối hợp đường dây với phụ tải, người ta dùng phương pháp mắc sơn. Sơn là phần tử phản kháng được mắc vào một điểm gần cuối đường dây nhất x'_0 , mà ở đó, phần thực của tổng dẫn vào bằng điện dẫn sóng của đường dây, nghĩa là:

$$Y_v(x'_0) = \frac{1}{Z_v(x'_0)} = \frac{1}{\rho} + jb_s \text{ (xem hình 7-18)}$$

Giá trị b_s được chọn bằng giá trị của thành phần phản kháng của tổng dẫn vào, nhưng khác tính, nghĩa là $b_s = -b$. Sau khi mắc sơn, tổng trở vào của đường dây tại điểm x'_0 sẽ là:

$$Z_v(x'_0) = \frac{1}{\frac{1}{\rho} + jb - jb_s} = \rho$$

Điểm mắc sơn có thể tính theo công thức:

$$x'_{0i} = x_m \pm \frac{\lambda}{2\pi} \arctg \sqrt{K_{sc}} \quad (7-47)$$

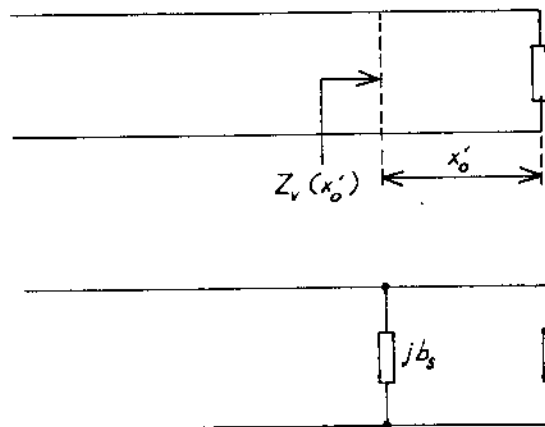
trong đó x_m là khoảng cách từ cuối đường dây đến điểm cực đại của biên độ điện áp gần cuối đường dây nhất trước khi mắc sơn.

Sơn thường là đoạn đường dây ngắn mạch đầu cuối và có các tham số sơ cấp, cũng như cấu trúc giống như đường dây chính. Độ dài của đường dây sơn l_s được tính theo công thức:

$$l_s = \frac{\lambda}{2\pi} \arctg \frac{1 - K_{sc}}{\sqrt{K_{sc}}} \text{ - đối với dấu cộng (+) trong công thức (7-47).}$$

hoặc:

$$l_s = \frac{\lambda}{4} + \frac{\lambda}{2\pi} \arctg \frac{1 - K_{sc}}{\sqrt{K_{sc}}} \text{ - đối với dấu trừ (-) trong công thức (7-47).}$$



Hình 7-18

Bảng hàm ảnh và hàm gốc của một số hàm thường gặp:

Bảng phụ lục

Nº	Hàm ảnh	Hàm gốc
1	1	$\delta(t)$
2	A	$A\delta(t)$
3	$\frac{A}{p}$	A
4	$\frac{A}{p^2}$	At
5	$\frac{A}{p^n}$	$\frac{A}{(n-1)!} t^{n-1}$
6	$\frac{A}{p+\alpha}$	$Ae^{-\alpha t}$
7	$\frac{A}{(p+\alpha)^n}$	$\frac{A}{(n-1)!} t^{n-1} e^{-\alpha t}$
8	$\frac{A}{p^2+\omega^2}$	$\frac{A}{\omega} \sin \omega t$
9	$\frac{AP}{p^2+\omega^2}$	$A \cos \omega t$
10	$\frac{A}{p^2+\alpha p+\beta^2}$	$\frac{A}{\omega} e^{-\frac{\alpha}{2}t} \sin \omega t$ $\omega = \sqrt{\beta^2 - \frac{\alpha^2}{4}}$
11	$\frac{AP}{p^2+\alpha p+\beta^2}$	$Ae^{-\frac{\alpha}{2}t} (\cos \omega t - \frac{t}{2\omega} \sin \omega t)$ $\omega = \sqrt{\beta^2 - \frac{\alpha^2}{4}}$
12	$\frac{A}{p(p+\alpha)}$	$\frac{A}{\alpha} (1 - e^{-\alpha t})$
13	$\frac{A}{p(p^2+\omega^2)}$	$\frac{A}{\omega^2} (1 - \cos \omega t)$
14	$\frac{A}{p(p^2+\alpha p+\beta^2)}$	$\frac{A}{\beta^2} - \frac{A}{\beta^2} e^{-\frac{\alpha}{2}t} (\cos \omega t + \frac{\alpha^2}{2} \sin \omega t)$ $\omega = \sqrt{\beta^2 - \frac{\alpha^2}{4}}$
15	$\frac{A_1 p + A_2}{p^2+\alpha p+\beta^2}$	$e^{-\frac{\alpha}{2}t} (A_1 \cos t + \frac{2A_2 - \alpha A_1}{2\omega} \sin \omega t)$ $\omega = \sqrt{\beta^2 - \frac{\alpha^2}{4}}$

MỤC LỤC

<i>Lời nói đầu</i>	3
Chương 1: CÁC KHÁI NIỆM VÀ ĐỊNH LUẬT CƠ BẢN CỦA MẠCH ĐIỆN	5
§1-1. Mạch điện, sơ đồ mạch điện	5
§1-2. Các phần tử của mạch điện	6
§1-3. Một số định nghĩa và phân loại mạch điện	13
§1-4. Các định luật Kieckhốp của mạch điện	15
§1-5. Hai dạng bài toán lý thuyết mạch cơ bản	21
Chương 2: PHƯƠNG TRÌNH TRẠNG THÁI CỦA MẠCH ĐIỆN	23
§2-1. Phương trình dòng điện nhánh	23
§2-2. Phương trình dòng điện mạch vòng	24
§2-3. Phương trình điện thế điểm nút	29
Chương 3: GIẢI PHƯƠNG TRÌNH TRẠNG THÁI CỦA MẠCH KHI CÁC NGUỒN TÁC ĐỘNG VÀO MẠCH BẰNG KHÔNG VÀ CÓ DẠNG HÀM SỐ MŨ. CHẾ ĐỘ QUÁ ĐỘ VÀ CHẾ ĐỘ XÁC LẬP CỦA MẠCH ĐIỆN	36
§3-1. Dao động trong mạch điện khi các nguồn tác động vào mạch bằng không	36
§3-2. Dao động trong mạch điện khi tác động vào mạch có dạng hàm số mũ	39
§3-3. Chế độ quá độ và chế độ xác lập trong mạch điện	43
§3-4. Điều kiện ban đầu của mạch và các định luật đóng mở	43
Chương 4: MẠCH ĐIỆN DƯỚI TÁC ĐỘNG CỦA CÁC NGUỒN ĐIỆN HÌNH SIN Ở CHẾ ĐỘ XÁC LẬP	46
§4-1. Dao động hình sin, các đại lượng đặc trưng của dao động hình sin	46
§4-2. Biểu diễn dao động hình sin bằng vectơ và bằng số phức	48
§4-3. Phân tích mạch điện dưới tác động của nguồn hình sin bằng số phức	54
§4-4. Định lý máy phát điện đẳng trị	62
§4-5. Tính chất tương hỗ trong mạch điện tuyến tính	65
§4-6. Đặc tính tần số và hàm truyền đạt phức của mạch điện	67
§4-7. Mạch dao động RLC mắc nối tiếp	70
§4-8. Đặc tính tần số của mạch RLC mắc nối tiếp	75

§4-9. Dải thông của mạch dao động RLC mắc nối tiếp	81
§4-10. Mạch dao động RLC mắc song song	83
§4-11. Đặc tính tần số và dải thông của mạch RLC mắc song song	87
§4-12. Các mạch dao động song song khác và đặc tính tần số của chúng	89
§4-13. Mạch điện hình sin có hồ cảm	92
§4-14. Sơ đồ thay thế tương đương của biến áp	96
§4-15. Các mạch dao động ghép	99
§4-16. Đặc tính tần số và dải thông của mạch dao động ghép	106
§4-17. Các mạch dao động ghép khác và đặc tính tần số của chúng	111
§4-18. Công suất trong mạch điện hình sin và điều kiện truyền tải công suất tác dụng cực đại từ nguồn tới phụ tải	118
Chương 5: ỨNG DỤNG PHÉP BIẾN ĐỔI LAPLACE ĐỂ PHÂN TÍCH MẠCH ĐIỆN	123
§5-1. Phép biến đổi Laplace và một số tính chất cơ bản của nó	123
§5-2. Ảnh toán tử của một số hàm thường gặp	127
§5-3. Quan hệ giữa ảnh toán tử của dòng điện và điện áp trên các phần tử thụ động của mạch điện	129
§5-4. Định luật Ohm và các định luật Kiếckhốp dạng toán tử	131
§5-5. Tìm hàm gối theo hàm ảnh. Công thức Hevisai	136
§5-6. Dao động trong mạch RC mắc nối tiếp khi đóng mạch vào nguồn điện áp bậc thang	140
§5-7. Dao động trong mạch RL mắc nối tiếp khi đóng mạch vào nguồn điện áp bậc thang	145
§5-8. Dao động trong mạch RLC mắc nối tiếp khi đóng mạch vào nguồn điện áp bậc thang	146
§5-9. Dao động trong mạch RLC mắc song song khi đóng mạch vào nguồn dòng điện bậc thang	150
§5-10. Dao động tự do trong mạch RLC mắc song song	152
§5-11. Quá trình thiết lập dao động hình sin trong mạch RLC mắc song song	153
Chương 6: PHÂN TÍCH MẠCH ĐIỆN BẰNG PHƯƠNG PHÁP TÍCH PHÂN XẾP CHỒNG	158
§6-1. Tác động bậc thang và tác động xung của mạch điện	158
§6-2. Đặc tính quá độ và đặc tính xung của mạch điện	161
§6-3. Phân tích mạch điện bằng phương pháp tích phân Duhamen	164
§6-4. Phân tích mạch điện bằng phương pháp tích phân xếp chồng (tích phân bọc)	167

Chương 7: MẠCH ĐIỆN CÓ THAM SỐ PHÂN BỐ	170
§7-1. Khái niệm về đường dây dài	170
§7-2. Phương trình điện báo của đường dây dài	172
§7-3. Các tham số sóng của đường dây dài	175
§7-4. Sóng tới và sóng phản xạ trên đường dây	176
§7-5. Quan hệ giữa sóng tới và sóng phản xạ trên đường dây	179
§7-6. Phương trình truyền của đường dây dài	182
§7-7. Hằng số truyền của đường dây	183
§7-8. Tổng trở vào của đường dây dài	185
§7-9. Xác định các tham số của đường dây bằng phương pháp hở mạch và ngắn mạch	186
§7-10. Đường dây dài không có tổn hao	188
§7-11. Điện áp và dòng điện trên đường dây không tổn hao	189
§7-12. Chế độ sóng chạy trên đường dây không tổn hao	190
§7-13. Chế độ sóng đứng trên đường dây không tổn hao	191
§7-14. Chế độ sóng hỗn hợp trên đường dây không tổn hao	193
§7-15. Tổng trở vào của đường dây không tổn hao	195
§7-16. Một số ứng dụng của đường dây có tổn hao nhỏ	201

PGS. TS. ĐỖ HUY GIÁC
TS. NGUYỄN VĂN TÁCH

LÝ THUYẾT MẠCH – TÍN HIỆU

Tập I

Chịu trách nhiệm xuất bản: TS. PHẠM VĂN DIỄN
Biên tập : MINH DŨNG, MINH LUẬN
Trình bày bìa: HUƠNG LAN

NHÀ XUẤT BẢN KHOA HỌC VÀ KỸ THUẬT
70 Trần Hưng Đạo, Hà Nội

In 1.000 cuốn khổ 19 x 27cm, tại công ty TNHH in Thanh Bình
Số đăng ký kế hoạch XB: 352-2009/CXB/49-40/KHKT, ngày 27/4/2009.
Quyết định XB số: 204/QĐXB-NXB KHKT, ngày 29/06/2009
In xong và nộp lưu chiểu Quý III năm 2009.

209188M02

Ly thuyet mach tin hieu ti



2108090000033

57,000

Giá: 57.000đ