

TÍNH TOÁN VỎ COMPOSITE LỚP LIÊN KẾT CHÓT BẰNG PHƯƠNG PHÁP PHẦN TỬ HỮU HẠN

VIBRATION ANALYSIS OF LAYER COMPOSITE SHELLS WITH SHEAR
CONNECTOR USING FINITE ELEMENT METHOD (FEM)

Phạm Tiến Đạt¹, Nguyễn Văn Hưng², Trần Ngọc Cảnh², Đinh Trọng Thịnh³

¹Học viện Kỹ thuật Quân sự

²Đại học Trần Đại Nghĩa

³Học viện Phòng không Không quân

TÓM TẮT

Vỏ composite lớp tính toán được tạo ra bằng cách ghép ba lớp vỏ vật liệu với nhau bằng các chốt liên kết. Các lớp vật liệu này có thể giống hoặc khác nhau, với giả thiết các lớp này luôn tiếp xúc và có thể trượt tương đối với nhau trong quá trình biến dạng. Chúng được sử dụng trong nhiều lĩnh vực: Công trình, chế tạo máy, hàng không... Tuy vậy, tính toán loại vỏ này còn ít công trình được công bố. Bài báo này sử dụng lý thuyết cắt bật nhất Mindlin và phương pháp phần tử hữu hạn (FEM) để thiết lập phương trình dao động của vỏ chịu tải trọng động, lập chương trình tính trong môi trường Matlab. Trên cơ sở chương trình đã lập, khảo sát ảnh hưởng của một số thông số kết cấu... đến đáp ứng động của vỏ.

Keywords: Vỏ composite ba lớp; Mindlin, Phần tử hữu hạn; Tải trọng động.

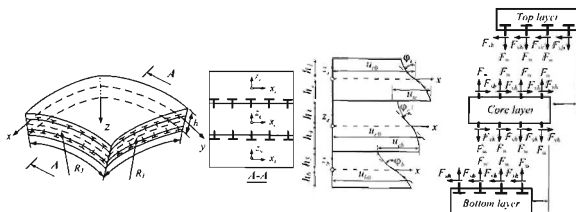
ABSTRACT

Layer composite shell with shear connectors is made of three shell layers with one another by using connecting stubs at the contact surfaces. These layers can be similar or different about geometrical and physical properties with the assumption that they always contact and have relative movement in the working process. Due to these characteristics, they are used widely in many engineering applications such as ship manufacturing and production, aerospace technologies, transportation and so on. However, there are not many pieces of research on these types of such structures. This paper is based on the first order shear deformation Mindlin theory and finite element method (FEM) to establish the oscillator equations of the shell structure under the dynamic load. The authors construct the calculation program in MATLAB environment and verify the accuracy of the established program. Based on this approach, we study effects of some geometrical and physical parameters on the dynamic responses of the shell.

Keywords: Three-layer composite shell, MINDLIN theory, finite element method, dynamic load.

1. MÔ HÌNH VỎ COMPOSITE BA LỚP CÓ CHÓT LIÊN KẾT

Xét vỏ 3 lớp chịu tải trọng động được thể hiện như Hình 1.



Hình 1. Mô hình vỏ 3 lớp

Vỏ gồm 3 lớp: Lớp trên (t), lớp dưới (b) và lớp giữa (c), các lớp này được liên kết với nhau bởi đinh tán, có thể cùng loại vật liệu, có thể khác nhau. Các lớp này có thể trượt tương đối với nhau nhưng không tách rời nhau trong quá trình biến dạng. Mỗi lớp đặt trong hệ tọa độ địa phương oxyc, oxya và oxys và chia vỏ thành sáu phân $h_1, h_2, h_3, h_4, h_5, h_6$ như hình 1; u_{t0}, u_{c0} và u_{b0} biểu thị sự dịch chuyển dọc trục x; v_{t0}, v_{c0} và v_{b0} biểu thị sự dịch chuyển dọc trục y ở mặt trung bình mỗi lớp. u_{tc}, u_{cb} là sự dịch chuyển tương đối giữa lớp (t) và lớp (c), lớp (c) và lớp (b) theo phương x; v_{tc}, v_{cb} là sự dịch chuyển tương đối giữa lớp (t) và lớp (c), lớp (c) và lớp (b) theo phương y.

2. XÂY DỰNG PHƯƠNG TRÌNH DAO ĐỘNG CỦA VỎ

Theo lý thuyết biến dạng cắt bậc nhất của Mindlin, các thành phần chuyển vị u, v, w mỗi lớp được biểu diễn:

$$\begin{cases} u_k = u_{k0}(x, y, t) + z_k \varphi_k(x, y, t) \\ v_k = v_{k0}(x, y, t) + z_k \psi_k(x, y, t) \quad (\text{với } k = t, c, b) \\ w_k = w(x, y, t) \end{cases} \quad (1)$$

Dịch chuyển tương đối giữa các mặt tiếp xúc:

+ Dịch chuyển giữa lớp t và c

$$\begin{cases} u_{tc}(x, y) = u_t(x, y, -h_2) - u_c(x, y, h_3) \\ v_{tc}(x, y) = v_t(x, y, -h_2) - v_c(x, y, h_3) \end{cases} \quad (2)$$

+ Dịch chuyển giữa lớp c và b

$$\begin{cases} u_{cb}(x, y) = u_c(x, y, -h_4) - u_b(x, y, h_5) \\ v_{cb}(x, y) = v_c(x, y, -h_4) - v_b(x, y, h_5) \end{cases} \quad (3)$$

Tại mặt tiếp xúc giữa các lớp ta có:

$$\begin{cases} z_t = -h_2; z_c = h_3 \\ z_c = -h_4; z_b = h_5 \end{cases} \quad \text{với: } h_4 = h_3 = \frac{h_c}{2} \quad (4)$$

Từ đó ta có:

$$\begin{cases} u_{tc}(x, y) = u_{t0}(x, y) - u_{c0}(x, y) + h_2 \varphi_t(x, y) + h_3 \varphi_c(x, y) \\ v_{tc}(x, y) = v_{t0}(x, y) - v_{c0}(x, y) + h_2 \psi_t(x, y) + h_3 \psi_c(x, y) \end{cases} \quad (5)$$

$$\begin{cases} u_{cb}(x, y) = u_{c0}(x, y) - u_{b0}(x, y) + h_4 \varphi_c(x, y) + h_5 \varphi_b(x, y) \\ v_{cb}(x, y) = v_{c0}(x, y) - v_{b0}(x, y) + h_4 \psi_c(x, y) + h_5 \psi_b(x, y) \end{cases} \quad (6)$$

Quan hệ biến dạng chuyển vị của các lớp:

$$\{\varepsilon\}_k = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{kx} \\ \varepsilon_{ky} \\ \gamma_{kxy} \end{Bmatrix} = \{\varepsilon^0\}_k + z_k \{\kappa\}_k; \{\gamma\}_k = \begin{Bmatrix} \gamma_{kxz} \\ \gamma_{kyz} \end{Bmatrix} \quad (7)$$

Trong đó:

$$\{\varepsilon^0\}_k = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{kx}^0 \\ \varepsilon_{ky}^0 \\ \gamma_{kxy}^0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u_{k0}}{\partial x} \\ \frac{\partial v_{k0}}{\partial y} \\ \left(\frac{\partial u_{k0}}{\partial y} + \frac{\partial v_{k0}}{\partial x} \right) \end{Bmatrix};$$

$$\{\kappa\}_k = \begin{Bmatrix} \kappa_{kx} \\ \kappa_{ky} \\ \kappa_{kxy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial \varphi_k}{\partial x} \\ \frac{\partial \psi_k}{\partial y} \\ \frac{\partial \varphi_k}{\partial y} + \frac{\partial \psi_k}{\partial x} \end{Bmatrix};$$

$$\{\gamma\}_k = \begin{Bmatrix} \gamma_{kxz} \\ \gamma_{kyz} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial w_0}{\partial x} + \varphi_k \\ \frac{\partial w_0}{\partial y} + \psi_k \end{Bmatrix}.$$

Quan hệ giữa ứng suất biến dạng lớp thứ k:

$$\{\sigma\}_k = [D_M] \{\varepsilon\}_k; \{\tau\}_k = \frac{5}{6} [G_M] \{\gamma\}_k$$

Trong đó: $[D_M]$; $[G_M]$ lần lượt là ma trận vật liệu biến dạng uốn, biến dạng cắt; ν_k là hệ số position lớp thứ k.

$$[D_M] = \frac{E_k}{1-\nu_k^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu_k & 0 \\ \nu_k & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (1-\nu_k)/2 \end{bmatrix}; [G_M] = \frac{E_k}{2(1+\nu_k)} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Bài báo sử dụng phần tử đẳng tham số 8 nút, mỗi nút 13 bậc tự do. Áp dụng nguyên lý công khả dĩ đối với các lực tác dụng lên phần tử vỏ:

$$\delta W = \delta W_{\text{int}} - \delta W_{\text{ext}} = 0 \quad (8)$$

Trong đó: δW_{int} là công của các lực trong (lực đàn hồi);

δW_{ext} là công của các lực ngoài (lực quán tính và tải trọng phân bố);

Khi xét đến cân kết cấu, phương trình vi phân dao động của phần tử vỏ:

$$[M_c] \{\ddot{q}_c\} + [C_c] \{\dot{q}_c\} + [K_c] \{q_c\} = \{F_c(t)\} \quad (9)$$

Trong đó: $[C_c] = \alpha [M_c] + \beta [K_c]$ với α, β là hằng số cản Rayleigh được xác định trong [4], [5].

Từ phương trình vi phân dao động của phần tử vỏ, phương trình vi phân dao động của vỏ có dạng:

$$[M] \{\ddot{q}\} + [C] \{\dot{q}\} + [K] \{q\} = \{F(t)\} \quad (10)$$

Trong đó: $[M]$, $[C]$, $[K]$, $\{F(t)\}$ lần lượt là ma trận khối lượng tổng thể, ma trận cản kết cấu tổng thể, ma trận độ cứng tổng thể và vec tải trọng tổng thể. Các ma trận và vec tải trọng này được tập hợp từ các ma trận và vec tải trọng của phần tử tương ứng. Đây là hệ phương trình vi phân tuyến tính có vẻ phải phụ thuộc thời gian, để giải hệ phương trình này chúng tôi sử dụng tích phân trực tiếp Newmark [5].

3. KHẢO SÁT ẢNH HƯỞNG CỦA MỘT SỐ THÔNG SỐ ĐẾN DAO ĐỘNG CƯỜNG BỨC CỦA VỎ

Bài toán: Xét vỏ composite 3 lớp với các thông số hình học: Chiều dài a (m) là cố định, chiều rộng b (m), chiều dày h (m), bán kính $R_1=R_2=R$ (m), chiều dày lớp giữa h_c (m); Chiều dày 2 lớp còn lại $h_1=h_3$ (m); Thông số vật

liệu: Mô đun đàn hồi của các lớp $E_c=8(\text{GPa})$; $E_t=E_b=12(\text{GPa})$, hệ số Poisson $\nu_t=\nu_c=\nu_b=0.2$, khối lượng riêng các lớp $\rho_c=700(\text{kg/m}^3)$; $\rho_t=\rho_b=2300(\text{kg/m}^3)$, hệ số cắt của cốt liên kết $k_{tc}=k_{cb}=k_s$. Vò liên kết ngàm 4 cạnh, chịu tác dụng của lực phân bố đều $p(t)$ biến đổi theo thời gian theo phương vuông góc với mặt phẳng chiều của vò [6]:

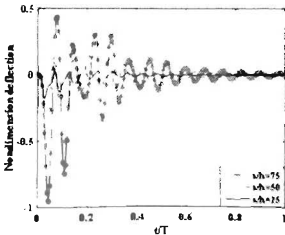
$$p(t) = \Delta P_0 F(t), \quad F(t) = \begin{cases} 1 - \frac{t}{\tau_{\text{đạt}}} & (0 \leq t \leq \tau_{\text{đạt}}) \\ 0 & \text{nhé khác} \end{cases} \quad \text{với} \quad \begin{cases} \Delta P_0 = 0.20679 \cdot 10^7 \text{ N/m}^2 \\ \tau_{\text{đạt}} = 0.028 \text{ s} \end{cases} \quad (11)$$

Đáp ứng chuyển vị của điểm giữa vò theo thời gian được xác định theo công thức:

$$\bar{w} = \frac{w}{10h_0} \quad \text{với} \quad h_0 = \frac{a}{50}; \quad T = 0.15(\text{s}) \quad (12)$$

3.1. Ảnh hưởng của tỉ số a/h

Để khảo sát ảnh hưởng của tỉ số a/h, xét vò có kích thước hình học $a=b=1(\text{m})$, $h_c/h_1=2$, tỉ số $R/a=6$ với 5 trường hợp: $a/h=75, 60, 50, 40, 25$, hệ số cắt của cốt $k_s=50(\text{Mpa})$. Đáp ứng chuyển vị của điểm giữa vò được thể hiện như Hình 2.



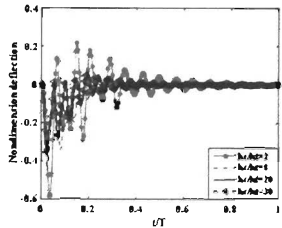
Hình 2. Đáp ứng chuyển vị, vận tốc của điểm giữa tâm theo thời gian.

Nhận xét: Từ Hình 2, khi tỉ số a/h giảm, nghĩa là chiều dày của vò tăng lên, chuyển vị

lớn nhất của điểm giữa vò theo thời gian giảm. Điều này là phù hợp, vì vò dày hơn thì “độ cứng” của vò sẽ lớn hơn.

3.2. Ảnh hưởng của tỉ số h_c/h₁ (h₁=h_b)

Để khảo sát ảnh hưởng của tỉ số h_c/h₁, xét vò có kích thước hình học $a=b=1(\text{m})$; $h_c=a/50$ với 6 trường hợp $h_c/h_1=2, 6, 8, 10, 20, 30$; tỉ số $R/a=6$; hệ số cắt của cốt $k_s=50(\text{Mpa})$. Đáp ứng chuyển vị và vận tốc của điểm giữa vò được thể hiện như Hình 3.



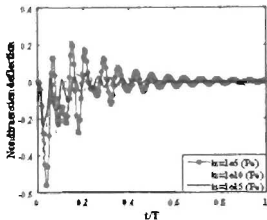
Hình 3. Đáp ứng chuyển vị, vận tốc của điểm giữa tâm theo thời gian.

Nhận xét: Từ Hình 3, khi tỉ số h_c/h₁ tăng, với h không đổi thì chiều dày lớp giữa tăng lên so với 2 lớp ngoài, chuyển vị của điểm giữa vò theo thời gian giảm nhanh trong khoảng từ 2 đến 20, từ 20 đến 30 gần như không thay đổi. Điều này chứng tỏ, tỉ lệ h_c/h₁ càng tăng (tăng chiều dày lớp giữa) thì vò giảm dao động tốt hơn, và lớp giữa “mềm” hơn có tác dụng hấp thụ dao động tốt hơn so với vò đồng nhất có cùng thông số hình học và vật liệu. Với bài toán cụ thể này, chúng ta nên chọn tỉ số h_c/h₁ trong khoảng 20 đến 30.

3.3. Ảnh hưởng hệ số cắt k_s của cốt liên kết

Để khảo sát ảnh hưởng của hệ số cắt,

xét 4 trường hợp: $k_s=10^3, 10^5, 10^{10}$ và 10^{15} (Pa). Với các thông số kết cấu: $a=b=1$ (m); $h=a/50$; $h/h_1=2$; tỉ số $R/a=6$. Đáp ứng chuyển vị và vận tốc của điểm giữa vỏ được thể hiện như Hình 4.



Hình 4. Đáp ứng chuyển vị, vận tốc của điểm giữa tấm theo thời gian.

Nhận xét: Từ Hình 4, khi tỉ số k_s tăng, vỏ trở nên “cứng hơn” làm cho đáp ứng chuyển vị lớn nhất của điểm giữa vỏ giảm theo thời gian.

4. KẾT LUẬN

Tác giả đã xây dựng phương trình dao động của vỏ chịu tải trọng động, sử dụng thuật toán PTHH và lập chương trình tính bằng Matlab để tính toán, khảo sát ảnh hưởng một số thông số kết cấu đến dao động của vỏ. Với kết cấu vỏ loại này, hệ số cắt của chốt đóng vai trò quan trọng, khi hệ số cắt này đủ lớn thì vỏ này được coi như vỏ Sandwich, sự linh hoạt của hệ số cắt có thể giúp các kỹ sư tạo ra loại vỏ có đáp ứng theo ý muốn. Từ kết quả khảo sát: Để giảm dao động của vỏ, chúng ta nên dùng vật liệu lớp giữa có mô đun đàn hồi nhỏ hơn 2 lớp ngoài cùng và có chiều dày lớn hơn khoảng 20-30 lần chiều dày lớp ngoài cùng. ❖

Ngày nhận bài: 08/01/2019

Ngày phản biện: 18/01/2019

Tài liệu tham khảo:

- [1]. N.M. Newmark, C.P. Siess, I.M. Viest, Test and analysis of composite beams with incomplete interaction, Proc. Soc. Exp. Stress Anal. 19 (1951) 75-92.
- [2]. G. Hc, X. Yang, Finite element analysis for buckling of two-layer composite beams using Reddy's higher order beam theory, Finite Elem. Anal. Des. 83 (2014) 49-57.
- [3]. R. Xu, G. Wang, Variational principle of partial-interaction composite beams using Timoshenko's beam theory, Int. J. Mech. Sci. 60 (2012) 72-83.
- [4]. Ladislav Fryba, Vibration of solids and structures under moving loads, institute of Theoretical and Applied Mechannics, Academy of Sciences of the Czech Republic, 1999.
- [5]. Jonh P. Wolf, Dynamic soil-structure interaction, Prentice-Hall, Inc, 1985.
- [6]. Đoàn Trắc Luật, Đỗ Văn Thơm, Phân tích động lực học phi tuyến tấm FGM có gân gia cường chịu tải trọng sóng xung kích và nhiệt độ. Hội nghị khoa học toàn quốc Vật liệu và kết cấu composite, 2016, pp. 447-454.
- [7]. L. F. Qian. Free and Forced Vibrations of Thick Rectangular Plates using Higher-Order Sheara and Normal Deformable Plate Theory and Meshless Petrov-Galerkin (MLPG) Method. CMES, vol. 4, no. 5, pp. 519-534, 2003.