

PHÂN TÍCH UỐN VÀ DAO ĐỘNG TẤM SANDWICH CÓ LỖI LỰƠN SÓNG

BENDING AND VIBRATION ANALYSIS
OF CORRUGATED_CORE SANDWICH PLATE

Bùi Văn Bình, Phạm Hải Trinh
Trường Đại học Điện lực

TÓM TẮT

Tấm sandwich 3-D được tạo thành từ hai tấm phẳng và lõi ở giữa và là một dạng cấu trúc phức tạp, mức độ phức tạp phụ thuộc vào các lõi được sử dụng. Bài báo trình bày một số kết quả số về phân tích uốn và dao động của tấm sandwich (3-D) có lõi là tấm lượn sóng bằng phương pháp phần tử hữu hạn dựa trên lý thuyết tấm của Mindlin. Trong đó, ảnh hưởng của hình dạng lõi sandwich, cấu hình góc sợi đến độ võng, tần số dao động riêng, dạng dao động riêng được khảo sát. Chương trình tính toán số được xây dựng trên Matlab sử dụng phần tử tám đẳng tham số 9 (chín) nút, mỗi nút có 5 (năm) bậc tự do.

Từ khóa: *Lõi lượn sóng; Tấm sandwich; Phương pháp phần tử hữu hạn; Tần số dao động riêng; Đáp ứng tức thời.*

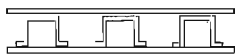
ABSTRACT

A three-dimensional (3-D) sandwich plate is made of two flat sheets and a core sandwiched between them and is a relatively complex structure. The degree of complexity depends on the type of core used. This paper presents some numerical results of bending and vibration analyses of 3-D corrugated core sandwich plate using finite element method, based on Mindlin plate theory. The effects of core geometry, laminated schemes on deflections, natural frequencies, mode shapes of the 3-D sandwich plates were considered. The Matlab programming was built to solve the problems by using an 9-noded isoparametric element with 5-degrees of freedom per node.

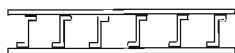
Keywords: *Corrugated core, Sandwich plate, Finite element method, Natural frequencies, Transient responses.*

1. ĐẶT VẤN ĐỀ

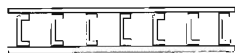
Cùng với sự phát triển của công nghệ sản xuất và vật liệu trong ngành xây dựng, cơ khí, tấm composite sandwich với khả năng chịu lực, cách âm, cách nhiệt cao đã ra đời và dần trở thành vật liệu lý tưởng trong nhiều loại kết cấu. Trong thực tế, có nhiều dạng tấm sandwich với các dạng cấu tạo lõi khác nhau, ví dụ (a) Là tấm sandwich có lõi dạng "hình nón" (top-hat core); (b) Là tấm sandwich có lõi dạng "chữ Z" (zed-core); (c) Là tấm sandwich có lõi dạng "màng" (channel-core); (d) Là tấm sandwich có lõi dạng "khung" (truss-core) và tấm sandwich có lõi dạng lõi "sóng liên tục" (continuous corrugated-core).



(a) Tấm sandwich có lõi dạng "hình nón" (top-hat core);



(b) Tấm sandwich có lõi dạng "chữ Z" (zed-core);

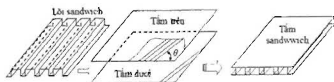


(c) Tấm sandwich có lõi dạng "màng" (channel-core);



(d) Tấm sandwich có lõi dạng "khung" (truss-core).

Hình 1 Một số loại tấm sandwich 3D với các dạng lõi khác nhau.



Hình 2. Cấu tạo tấm sandwich 3-D có lõi là tấm lượn sóng liên tục (dạng chữ nhật) (continuous corrugated-core 3-D sandwich).

Gần đây, nghiên cứu về ứng xử cơ học của các kết cấu tấm sandwich đã được công bố với nhiều cách tiếp cận khác nhau. Trong đó, nhiều công trình nghiên cứu đã coi tấm sandwich là một tấm phẳng trực hướng với độ cứng tương đương; dựa vào các giả thiết trong một số bài toán cụ thể rồi đưa vào các hệ số để coi tấm sandwich là tấm gồm có các lớp với độ cứng mỗi lớp tương đương; dựa vào lý thuyết tấm cặn; lý thuyết tấm bậc cao với việc coi lớp lõi là một lớp đặc biệt; sử dụng phương pháp dải hữu hạn; lý thuyết dầm đặc biệt,... để phân tích tĩnh, dao động, đáp ứng của các tấm sandwich với các loại tải trọng khác nhau như [1-6].

Tại Việt Nam, các công trình nghiên cứu về loại kết cấu này vẫn còn bỏ ngỏ, ít được nghiên cứu; việc thiết kế, chế tạo phần lớn vẫn dựa vào kinh nghiệm. Do đó, việc khảo sát các ứng xử cơ học của các tấm dạng này đã và đang được sự quan tâm của nhiều nhà khoa học. Bằng cách thiết lập chương trình tính toán dựa trên mô hình phần tử hữu hạn. Bài báo này trình bày một số kết quả khảo sát ảnh hưởng của hình dạng lõi sandwich, cấu hình góc sợi đến độ võng, tần số dao động riêng, dạng dao động riêng của tấm sandwich (3-D) có lõi là tấm lượn sóng liên tục.

2. THIẾT LẬP CÔNG THỨC PHẦN TỬ HỮU HẠN

2.1. Cơ sở lý thuyết

Dựa theo lý thuyết tấm bậc nhất của

Mindlin [7], các thành phần chuyển vị u, v, w của tấm được biểu diễn như sau:

$$\begin{aligned} u(x, y, z) &= u_0(x, y) + z\theta_x(x, y) \\ v(x, y, z) &= v_0(x, y) + z\theta_y(x, y) \\ w(x, y, z) &= w_0(x, y) \end{aligned} \quad (1)$$

Trong đó: u_0, v_0 và w_0 là các thành phần chuyển vị của điểm trên mặt trung bình ($z = 0$) theo các phương x, y và z .

θ_x và θ_y lần lượt là góc xoay của pháp tuyến mặt trung bình quanh các trục y và x .

2.2. Xây dựng công thức phần tử hữu hạn

Áp dụng lý thuyết tấm nhiều lớp [8], lực màng $\{N\}$, mômen uốn $\{M\}$ và lực cắt $\{Q\}$ được xác định bằng tích phân ứng suất theo độ dày của tấm và được xác định như sau:

$$\begin{Bmatrix} \{N\} \\ \{M\} \\ \{Q\} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [A_y] & [B_y] & [0] \\ [B_y] & [D_y] & [0] \\ [0] & [0] & [F_y] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{E^0\} \\ \{\kappa\} \\ \{\gamma^0\} \end{Bmatrix} \quad (2)$$

Trong đó:

$$([A_y], [B_y], [D_y]) = \sum_{k=1}^n ([Q_y]_k)(1, z, z^2) dz \quad (3)$$

với $i, j = 1, 2, 6$

$$[F_y] = \sum_{k=1}^n \int_{h_{k-1}}^{h_k} ([C_y]_k) dz; \text{ với } f = 5/6; i, j = 4, 5 \quad (4)$$

n là số lớp composite, h_{k-1}, h_k : lần lượt là độ cao vị trí của mặt trên và mặt dưới của lớp thứ k .

$[Q_y]_k$ và $[C_y]_k$ là các ma trận độ cứng thu gọn của lớp thứ k .

Bằng việc sử dụng phần tử đẳng tham số 9 nút, mỗi nút có 5 bậc tự do, các chuyển vị của điểm bất kỳ của mặt trung bình của tấm được xác định:

$$\begin{aligned} u_0 &= \sum_{i=1}^9 N_i(\xi, \eta) u_i; \quad v_0 = \sum_{i=1}^9 N_i(\xi, \eta) v_i; \quad w_0 = \sum_{i=1}^9 N_i(\xi, \eta) w_i; \\ \theta_x &= \sum_{i=1}^9 N_i(\xi, \eta) \theta_{xi}; \quad \theta_y = \sum_{i=1}^9 N_i(\xi, \eta) \theta_{yi}; \end{aligned} \quad (5)$$

$N_i(\xi, \eta)$ là các hàm dạng của phần tử đẳng tham số 9 nút, mỗi nút có 5 bậc tự do trong hệ tọa độ phần tử (ξ, η) .

Véc tơ chuyển vị nút được biểu diễn theo hàm dạng như sau:

$$\{u_e(\xi, \eta)\}_{s,1} = [N_s]_{5 \times 5} \{q_e\}_{45 \times 1} \quad (6)$$

Với:

$$[N_s]_{5 \times 5} = [N_1[I]_{5 \times 5} \quad N_2[I]_{5 \times 5} \quad \dots \quad N_9[I]_{5 \times 5}] \quad (7)$$

$[I]_{5 \times 5}$ là ma trận đơn vị.

Ma trận độ cứng phần tử được xác định như sau:

$$[k]_{e(45 \times 45)} = \int_A ([B]^T) [H] [B] t dA_e \quad (8)$$

Với $[H]$ là ma trận độ cứng vật liệu.

Ma trận khối lượng phần tử được xác định như sau:

$$[m]_e = \int_A \rho [N_s]^T [m] [N_s] dA_e \quad (9)$$

Với ρ là khối lượng riêng của vật liệu sử dụng.

$$[m] = \begin{bmatrix} I_0 & 0 & 0 & I_1 & 0 \\ 0 & I_0 & 0 & 0 & I_1 \\ 0 & 0 & I_0 & 0 & 0 \\ I_1 & 0 & 0 & I_2 & 0 \\ 0 & I_1 & 0 & 0 & I_2 \end{bmatrix}; I_i = \sum_{k=1}^n \sum_{h_k} z^i \rho dz, i=0,1,2 \quad (10)$$

Vectơ lực nút phân tử:

$$\{f\}_c = \int_{A_c} [N,]^T q dA_c \quad (11)$$

Với q là cường độ ngoại lực tác dụng.

Phương trình dao động tự do không cân của kết cấu được xác định là:

$$[M] \{\ddot{u}\} + [K] \{u\} = \{0\} \quad (12)$$

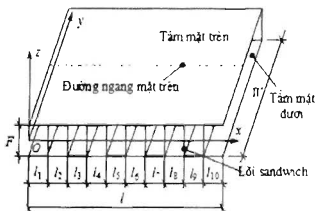
Trong đó: $\{u\}$, $\{\ddot{u}\}$ là véc tơ chuyển vị nút, véc tơ gia tốc của chuyển vị nút trong hệ tọa độ tổng thể.

$[M]$, $[K]$ lần lượt là ma trận khối lượng, ma trận độ cứng trong hệ tọa độ tổng thể.

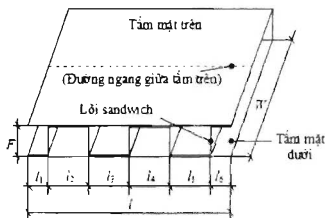
3. KẾT QUẢ TÍNH TOÁN SỐ

3.1. Đối tượng khảo sát

Xét kết cấu tấm sandwich composite lớp có lõi là tấm lợp sóng vuông trong các trường hợp sau:



Hình 3. Tấm sandwich có lõi là tấm lợp sóng dạng chữ nhật (TH1).



Hình 4. Tấm sandwich có lõi là tấm lợp sóng dạng chữ nhật (TH2).

TH1 và TH2: Tấm sandwich có lõi là tấm lợp sóng dạng chữ nhật với các bước sóng khác nhau (Hình 5 và Hình 6). Các kích thước của tấm: $l = 1(m)$; $W = 1(m)$; $F = 5(cm)$; các tấm trên, dưới và tấm lõi lợp sóng dày $t = 1(cm)$ gồm 5 lớp composite có cấu hình góc sợi $\{\theta/\theta/\theta/\theta/\theta\}$.

- Kích thước của lõi sandwich trong TH1: $l_1 = l/10 = 0.1(m)$, như Hình 3.

- Kích thước của lõi sandwich trong TH2: $l_1 = l_{10} = l/10 = 0.1(m)$; $l_2 = l_3 = l_4 = l_5 = 2l/10 = 0.2(m)$, như Hình 4.

- Điều kiện biên: Ngàm tất cả các cạnh (4 cạnh).

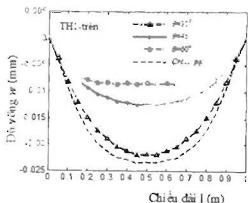
Vật liệu composite được khảo sát là composite cốt sợi T300-5208 có cơ tính như trong Bảng 3.1.

Bảng 3.1. Cơ tính vật liệu composite cốt sợi T300-5208:

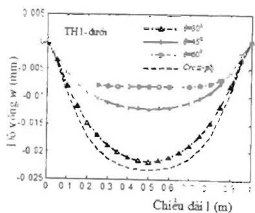
E_1 (GPa)	E_2 (GPa)	G_{12} (GPa)	G_{13} (GPa)	ν_{12}	ν_{13}	ρ (kg/m ³)
181	10.3	7.17	7.17	0.28	0.33	1600

3.2. Khảo sát ảnh hưởng của cấu hình góc sợi đến khả năng chịu uốn

Để khảo sát ảnh hưởng của cấu hình góc sợi đến khả năng chịu uốn, xét tấm sandwich trong TH1, TH2 với cấu hình góc sợi $\theta = 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$; và cấu hình góc sợi đúng trục $[0^\circ/90^\circ/0^\circ/90^\circ/0^\circ]$ (crossply) chịu tải trọng phân bố đều có cường độ $q_0=10^4$ (N) (hướng ngược chiều trục Oz) tại mặt trên tấm; độ võng w dọc theo đường giữa tấm trên và tấm dưới được so sánh trên Hình 5, Hình 6 cho TH1 và trên Hình 7, Hình 8 cho TH2:



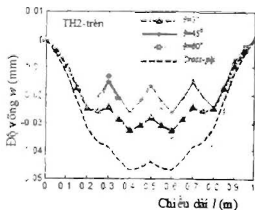
Hình 5. So sánh độ võng w dọc theo đường giữa tấm trên theo cấu hình góc sợi θ . TH1.



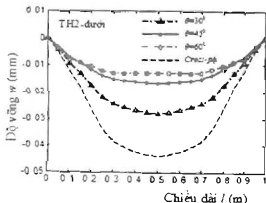
Hình 6. So sánh độ võng w dọc theo đường giữa tấm dưới theo cấu hình góc sợi θ . TH1.

- Từ Hình 5, 6 ta thấy độ võng của tấm mặt trên và tấm mặt dưới trong TH1 tương tự nhau, điều đó cho thấy rằng bước sóng của lõi

giúp tải trọng được phân bố đồng đều, tránh được các biến dạng cục bộ. Khả năng chịu uốn của tấm giảm dần theo thứ tự $\theta = 60^\circ, \theta = 45^\circ, \theta = 30^\circ$ và cuối cùng là tấm có cấu hình đúng trục cross-ply.



Hình 7. So sánh độ võng w dọc theo đường giữa tấm trên theo cấu hình góc sợi θ . TH2.



Hình 8. So sánh độ võng w dọc theo đường giữa tấm dưới theo cấu hình góc sợi θ . TH2

- Từ Hình 7 ta thấy, với bước sóng thưa của TH2, tại các vị trí không có lõi (chịu lực) thì xuất hiện các biến dạng cục bộ của các phần tấm trên. Khi $\theta = 45^\circ$, tấm trên có khả năng chịu lực uốn tốt nhất, và khi cấu hình đúng trục cross-ply thì kém nhất. Đối với tấm mặt dưới, hiện tượng biến dạng cục bộ không xuất hiện và khi $\theta = 60^\circ$ tấm mặt dưới võng ít nhất. Sự xuất hiện biến dạng cục bộ cần phải tránh trong chế tạo vì sẽ là nguyên nhân gây hỏng của kết cấu (tách lớp, tách liên kết giữa lõi và 2 tấm mặt trên-dưới,...).

So sánh các Hình 5, 6 với Hình 7, 8 ta thấy, độ võng của tấm trong TH2 lớn hơn khoảng 2 lần so với TH1. Như vậy, khả năng chịu uốn của tấm giảm đi đáng kể mặc dù trọng lượng của tấm giảm đi không đáng kể. Điều đó cho thấy, đối với các tấm sandwich có lõi là các tấm lợp sóng, độ dày của bước sóng có ảnh hưởng rất lớn đến khả năng chịu uốn của tấm.

3.3. Khảo sát ảnh hưởng của góc sợi đến tần số dao động riêng

Để khảo sát ảnh hưởng của góc sợi đến tần số dao động riêng, bài báo tiến hành tính toán và so sánh 5 tần số dao động riêng của kết cấu tấm với cấu hình góc sợi khác nhau: $\theta = 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ, 85^\circ$ và khi tấm có cấu hình đứng trực (cross-ply: $[0^\circ/90^\circ/0^\circ/90^\circ/0^\circ]$).

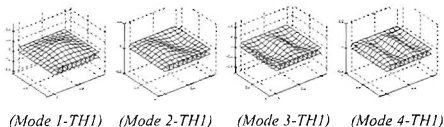
* Đối với tấm sandwich có lõi là tấm lợp sóng dạng chữ nhật 1 (TH1):

- Kết quả tính toán tần số dao động riêng TH1 theo góc sợi θ được cho trên Bảng 3.2.

Bảng 3.2. So sánh tần số dao động riêng TH1 theo góc sợi θ :

Mode	$\theta = 15^\circ$	$\theta = 30^\circ$	$\theta = 45^\circ$	$\theta = 60^\circ$	$\theta = 75^\circ$	$\theta = 85^\circ$	Cross_Ply
1	475.04	600.24	778.74	907.53	787.57	606.84	565.91
2	681.69	785.41	870.54	936	805.94	623.76	693.06
3	938.26	1037.6	1062.7	1019	840.83	654.26	889.93
4	1003.9	1301	1276.5	1135.2	893.71	701.08	1085.2
5	1174.4	1329.4	1499.6	1274.5	966.64	766.74	1142.9

- Dạng dao động TH1 khi góc sợi $\theta = 45^\circ$.



Nhận xét:

- Cả bốn dạng dao động đầu tiên của TH1 đều là các mode uốn tổng thể, chưa xuất hiện dạng dao động cục bộ (các dạng dao động với tần số cao hơn có xuất hiện, trong giới hạn bài báo này không có điều kiện trình bày).

- Khi $\theta = 60^\circ$, tần số dao động của tấm là lớn nhất và khi $\theta = 15^\circ$ là nhỏ nhất.

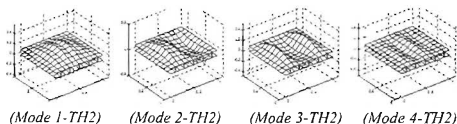
* Đối với tấm sandwich có lõi là tấm lợp sóng dạng chữ nhật 2 (TH2):

- Kết quả tính toán tần số dao động riêng TH2 theo góc sợi θ được cho trên Bảng 3.2.

Bảng 3.3. So sánh tần số dao động riêng TH2 theo góc sợi θ :

Mode	$\theta = 15^\circ$	$\theta = 30^\circ$	$\theta = 45^\circ$	$\theta = 60^\circ$	$\theta = 75^\circ$	$\theta = 85^\circ$	Cross_Ply
1	439.25	564.04	683.16	660.8	481.85	426.38	451.46
2	610.98	713.48	751.36	668.03	522.91	437.45	570.49
3	844.72	919.57	875.9	681.51	526.95	437.66	769.89
4	877.01	1114.3	951.63	708.3	533.95	458.29	839.3
5	1012.8	1162.9	995.57	730.93	541.59	485.14	921.62

- Dạng dao động TH2 khi góc sợi $\theta = 45^\circ$.



Nhận xét:

- Khi $\theta = 45^\circ$, tần số dao động của tấm là lớn nhất và khi $\theta = 15^\circ$ là nhỏ nhất.

- Bảng 3.3 cho thấy, với lõi thiết kế như TH2, trong 5 dạng dao động đầu tiên đã có xuất hiện các dạng dao động cục bộ (như mode 4 và mode 5 khi $\theta = 30^\circ$, mode 1 và mode 2 khi $\theta = 60^\circ$, mode 2 và mode 3 khi $\theta = 75^\circ$, mode 2 và mode 3 khi $\theta = 85^\circ$, mode 3 và mode 4 khi $\theta = 85^\circ$). Điều đó cho thấy, việc bước sóng của lõi ảnh hưởng rất lớn đến dạng dao động của tấm sandwich.

4. KẾT LUẬN

Thông qua các kết quả khảo sát số của nghiên cứu, có thể đưa ra một số kết luận như sau:

- Khi bước sóng của lõi ngắn (TH1) thì các ở các mode dao động đầu tiên chưa xuất hiện dao động cục bộ, nhưng khi bước sóng của lõi dài hơn (TH2) thì đã xuất hiện các dạng dao động cục bộ (và đối xứng).

- Bước sóng của lõi ảnh hưởng rất lớn đến khả năng chịu uốn, dạng dao động của tấm. Trong 2 trường hợp đã khảo sát, khi bước sóng tăng lên 2 lần, khả năng chịu uốn của tấm giảm xuống khoảng 2 lần (trong khi khối lượng của tấm giảm đi không đáng kể- chỉ khoảng 5%).

- Thuật toán và chương trình tính có thể dùng để tính toán cho nhiều bài toán khác nhau: Tính toán tĩnh và dao động của các kết cấu tấm sandwich 3-D với các lõi có hình dạng lượn sóng khác nhau và có thể được phát triển cho các bài toán thiết kế tối ưu kết cấu tấm sandwich 3-D.

Các kết luận trên chỉ giới hạn cho các trường hợp đã khảo sát, để có thể đưa ra các kết luận tổng quát hơn, cần khảo sát tối ưu cho từng tham số (bước sóng của lõi, góc sợi, biên độ sóng của lõi,...). ❖

Ngày nhận bài: 18/12/2018

Ngày phản biện: 08/01/2019

Tài liệu tham khảo:

- [1]. J.B. Dafedar, Y.M. Desai, A.A. Mufti. Stability of sandwich plates by mixed, higher-order analytical formulation. *International Journal of Solids and Structures* 40 (2003) 4501–4517.
- [2]. Victor L. Berdichevsky. An asymptotic theory of sandwich plates. *International Journal of Engineering Science* 48 (2010) 383–404.
- [3]. O. Rabinovitch, Y. Frostig. High-order behavior of fully bonded and delaminated circular sandwich plates with laminated face sheets and a “soft” core. *International Journal of Solids and Structures* 39 (2002) 3057–3077.
- [4]. V.S. Deshpande, N.A. Fleck. One-dimensional response of sandwich plates to underwater shock loading. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 53 (2005) 2347–2383.
- [5]. X. Frank Xu, Pizhong Qiao. Homogenized elastic properties of honeycomb sandwich with skin effect. *International Journal of Solids and Structures* 39 (2002) 2153–2188.
- [6]. T. Liu, Z.C. Deng, T.J. Lu. Design optimization of truss-cored sandwiches with homogenization. *International Journal of Solids and Structures* 43 (2006) 7891–7918.
- [7]. Bathe, K-J (1996), *Finite element procedures*, Prentice-Hall, Inc.
- [8]. Autar K. Kaw (2006), *Mechanics of Composite Materials*, Taylor & Francis Group, LLC.