

Tính chất phổ của hàm trong không gian $L_p(\mathbb{R})$ và tập sinh bởi đa thức

Spectral properties of the function space $L_p(\mathbb{R})$ and set generated by polynomial

Nguyễn Kiều Hiên

Email: nguyengkieuhiên@gmail.com

Trường Đại học Sao Đỏ

Ngày nhận bài: 08/10/2021

Ngày nhận bài sửa sau phản biện: 21/3/2022

Ngày chấp nhận đăng: 30/6/2022

Tóm tắt

Trong bài báo này, chúng tôi nghiên cứu về phép biến đổi Fourier (xem [2]), tính chất phổ của hàm trong không gian $L_p(\mathbb{R})$. Đưa ra kết quả mở rộng cho định lý Paley-Wiener-L.Schwartz cho các hàm trong không gian $L_p(\mathbb{R})$ và tập sinh bởi đa thức.

Từ khóa: Biến đổi Fourier; hàm nguyên dạng mũ; tập sinh bởi đa thức; phổ.

Abstract

In this paper, we study the Fourier transform (see [2]), spectral properties of the function space $L_p(\mathbb{R})$. Give results that expand the theorem Paley-Wiener-L.Schwartz for the functions space $L_p(\mathbb{R})$ set generated by polynomial.

Keywords: Fourier transform; exponential function natural; set generated by polynomial; spectral.

1. ĐẶT VẤN ĐỀ

Năm 1934, R.Paley và N.Wiener đã tìm được điều kiện cần và đủ để một hàm nguyên dạng mũ có ảnh Fourier là một hàm thuộc $L_2(\mathbb{R})$ với giá nằm trong đoạn $[-\sigma, \sigma]$. Định lý Paley-Wiener lần đầu tiên được L.Schwartz phát biểu khi ảnh Fourier là hàm suy rộng có giá nằm trong một hình cầu đóng. Sau đó, đến năm 1983 L.Hormander đã mở rộng được định lý Paley-Wiener-L.Schwartz cho trường hợp ảnh Fourier là hàm suy rộng có giá nằm trong một tập compact tùy ý bất kỳ. Năm 1996 Hà Huy Bằng đưa ra kết quả mở rộng cho định lý Paley-Wiener-L.Schwartz cho các hàm trong không gian $L_2(\mathbb{R})$ và tập compact bất kỳ. Việc nghiên cứu về tính chất của hàm số thông qua giá của ảnh Fourier có ý nghĩa quan trọng trong nhiều lĩnh vực khoa học và kỹ thuật. Đặc biệt hữu ích trong việc giải các bài toán trong lý thuyết mạch, bài toán xử lý hình ảnh và xử lý tín hiệu truyền thông.

Trong bài báo này, chúng tôi đưa ra kết quả mở rộng cho định lý Paley-Wiener-L.Schwartz cho các hàm trong không gian $L_2(\mathbb{R})$ và tập sinh bởi đa thức.

2. ĐỊNH LÝ PALEY-WIENERL-SCHWARTZ CHO CÁC HÀM TRONG KHÔNG GIAN $L_p(\mathbb{R})$

Trong bài viết này, chúng tôi sử dụng các không gian hàm sau đây:

\mathbb{R}^n là không gian Euclid n chiều, với chuẩn Euclid.

Người phản biện: 1. PGS. TS. Khuất Văn Ninh
2. TS. Nguyễn Viết Tuấn

$$\|x\| = \left(\sum_{j=1}^n x_j^2\right)^{1/2}, \quad x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n$$

Và tích vô hướng $x\xi = \sum_{j=1}^n x_j \xi_j$.

Với mỗi số thực $1 \leq p < \infty$, ký hiệu.

$$L_p(\mathbb{R}^n) = \{u : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{C}, \|u\|_p = \left(\int_{\mathbb{R}^n} |u(x)|^p dx\right)^{1/p} < +\infty\}.$$

Với $p = \infty$, ký hiệu.

$$L_\infty(\mathbb{R}^n) = \{u : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{C}, \|u\|_\infty = \text{ess sup}_{x \in \mathbb{R}^n} |u(x)| < +\infty\}$$

Trong đó:

$$\text{ess sup}_{x \in \mathbb{R}^n} |u(x)| = \inf \{M > 0 \mid m\{x \in \mathbb{R}^n : \|u(x)\| > M\} = 0\}.$$

Ký hiệu \mathcal{F} là phép biến đổi Fourier, \hat{f} (hay $\mathcal{F}f$) là ảnh Fourier của hàm f , $\text{supp} \hat{f}$ là giá của ảnh Fourier (gọi là phổ) của hàm f .

Định nghĩa 1 (xem [2]). Cho $P(x)$ là một đa thức n biến và có bậc q trong \mathbb{R} .

$$P(x) = \sum_{|\alpha| \leq q} a_\alpha x^\alpha$$

Trong đó:

$$a_\alpha \in \mathbb{R}, x \in \mathbb{R}^n.$$

Ta định nghĩa

$$D = (i\partial/\partial x_1, \dots, i\partial/\partial x_n),$$

$$D_j = i\partial/\partial x_j, D^\alpha = D_1^{\alpha_1} \dots D_n^{\alpha_n}$$

Với $j = 1, 2, \dots, n$.

Khi đó, $(-i)^{|\alpha|} D^\alpha f$ là đạo hàm cấp α của f và các hàm $P(-D)f, P(D)\hat{f}$ được xác định như sau:

$$P(-D)f = \sum_{|\alpha| \leq q} (-i)^{|\alpha|} a_\alpha D^\alpha f,$$

$$P(D)\hat{f} = \sum_{|\alpha| \leq q} a_\alpha D^\alpha f.$$

Định nghĩa 2 (xem [2]). Cho $P(x)$ là một đa thức với hệ số thực. Ta định nghĩa.

$$P_\alpha^m(x) = P^m(x)x^\alpha, m \in \mathbb{Z}_+, \alpha \in \mathbb{Z}_+^n,$$

$$Q(P)_r = \{x \in \mathbb{R}^n : |P(x)| \leq r\}, r > 0.$$

$Q(P)$ được gọi là tập sinh bởi đa thức $Q(x)$.

Giả thiết rằng $Q(P)_r \neq \emptyset$. Rõ ràng $Q(P)_r$ là tập đóng và ta thấy rằng $Q(P)$ là tập compact nếu $\lim_{|x| \rightarrow \infty} |P(x)| = \infty$. Chú ý rằng tất cả các hình cầu đều là trường hợp riêng của tập sinh bởi đa thức. Ta sẽ ký hiệu $Q(P) = Q(P)_1$.

Như vậy, với mọi đa thức $P(x)$ và hàm $f \in C^\infty(\mathbb{R}^n)$ ta xác định được dãy các P -đạo hàm của hàm f là toán tử vi phân $P^m(-D)f$ (với $m \in \mathbb{Z}_+$). Ta có kết quả sau cho đáng điều của dãy P -đạo hàm trong không gian một chiều $L_p(\mathbb{R})$.

Ta định nghĩa hàm suy rộng với giá compact $\mathcal{E}'(\mathbb{R})$. Trước tiên, ta sẽ đi vào khái niệm hội tụ trong không gian $\mathcal{E}(\mathbb{R})$.

Định nghĩa 3 (xem [1]). Không gian $\mathcal{E}(\mathbb{R})$ là không gian tôpô tuyến tính các hàm $\varphi \in C^\infty(\mathbb{R})$ với khái niệm hội tụ như sau: Dãy $\{\varphi_k\}_{k=0}^\infty$ các hàm trong không gian $C^\infty(\mathbb{R})$ được gọi là hội tụ đến hàm $\varphi \in C^\infty(\mathbb{R})$ nếu.

$$\limsup_{k \rightarrow \infty} \sup_{x \in K} |D^\alpha \varphi_k(x) - D^\alpha \varphi(x)| = 0$$

$$\forall \alpha \in \mathbb{Z}_+^n, K \subset \subset \mathbb{R}^n.$$

Khi đó, ta viết $\mathcal{E}_- \lim_{k \rightarrow \infty} \varphi_k = \varphi$.

Với dãy hàm $\{\varphi_k\}_{k=0}^\infty$ được gọi là một dãy Cauchy trong không gian hàm cơ bản $\mathcal{E}(\mathbb{R})$ nếu.

$$\limsup_{k \rightarrow \infty} \sup_{x \in K} |D^\alpha \varphi_k(x) - D^\alpha \varphi(x)| = 0$$

$$\forall \alpha \in \mathbb{Z}_+^n, K \subset \subset \mathbb{R}^n.$$

Khi đó, không gian hàm cơ bản $\mathcal{E}(\mathbb{R})$ là không gian đầy đủ và tập $C_0^\infty(\mathbb{R})$ là tập trù mật trong không gian hàm cơ bản $\mathcal{E}(\mathbb{R})$.

Định nghĩa 4 (xem [1]). Một phiếm hàm tuyến tính liên tục xác định trong không gian hàm cơ bản $\mathcal{E}(\mathbb{R})$ được gọi là một hàm suy rộng xác định trên không gian hàm cơ bản $\mathcal{E}(\mathbb{R})$. Tập hợp tất cả các hàm suy rộng xác định trong không gian hàm cơ bản $\mathcal{E}(\mathbb{R})$ gọi là không gian hàm suy rộng với giá compact. Ký hiệu là $\mathcal{E}'(\mathbb{R})$. Định lý dưới đây mô tả đáng điều của dãy các đạo hàm trong không gian $L_p(\mathbb{R})$, chỉ ra mối liên hệ của toán tử $P^m(-D)f$ với phổ của hàm f trong không gian một chiều $L_p(\mathbb{R})$.

Định lý 1 (xem [4]). Cho $1 \leq p < \infty, f \in L_p(\mathbb{R}), \hat{f} \in \mathcal{E}'(\mathbb{R}), f \neq 0$ và $P(x)$ là một đa thức n biến. Khi đó, giới hạn

$$\lim_{m \rightarrow \infty} \|P^m(-D)f\|_p^{1/m}$$

Luôn tồn tại và

$$\lim_{m \rightarrow \infty} \|P^m(-D)f\|_p^{1/m} = \sup_{x \in \text{supp } \hat{f}} |P(x)| \quad (1)$$

Định lý 2 (xem [5]). Cho $\hat{f} \in \mathcal{E}'(\mathbb{R}), P(x)$ là đa thức với hệ số thực và $Q(P)$ là tập compact. Khi đó $\text{supp } f \subset Q(P) =: K$ nếu và chỉ nếu với mỗi $\delta > 0$ đều tồn tại hằng số $C_\delta < \infty$ sao cho.

$$\begin{aligned} |P_\alpha^m(D)\hat{f}(0)| &\leq \\ C_\delta (1+\delta)^m \sup_{x \in K_\delta} |x^\alpha| &\quad \forall \alpha, m \in \mathbb{Z}^+. \end{aligned} \quad (2)$$

Nhận xét 1. Định lý 2 không đúng nếu ta thay điều kiện (2) bởi.

$$|P_\alpha^m(D)\hat{f}(0)| \leq C_\delta (1+\delta)^m \quad \forall m \in \mathbb{Z}^+.$$

Thật vậy, xét $n = 1$ và

$$\hat{f}(x) = \sin x, P(x) = x^2 + 1.$$

Khi đó.

$$Q(P) = \{0\}, \text{supp } f = \{-1, 1\}$$

Và

$$|P_\alpha^m(D)\hat{f}(0)| = 0 \leq C_\delta (1+\delta)^m \quad \forall m \in \mathbb{Z}^+.$$

Định lý 3 (xem [1]). Cho $1 \leq p < \infty, f \in L_p(\mathbb{R}), \hat{f} \in \mathcal{E}'(\mathbb{R})$ và G là tập compact bất kỳ trong \mathbb{R} . Khi đó $\text{supp } \hat{f} \subset G$ nếu và chỉ nếu với mỗi $\delta > 0$ đều tồn tại hằng số $C_\delta < \infty$ sao cho.

$$\|D^\alpha f\|_p \leq C_\delta \|f\|_p \sup_{x \in G_\delta} |x^\alpha| \quad \forall \alpha \in \mathbb{Z}^+ \quad (3)$$

Nhận xét 2. Cho $1 \leq p < \infty, f \in L_p(\mathbb{R}), \hat{f} \in \mathcal{E}'(\mathbb{R})$ để có khẳng định $\text{supp } \hat{f} \subset G$ khi G là tập compact bất kỳ trong \mathbb{R} ta phải kiểm tra đánh giá.

$$\|P(-D)f\|_p \leq C_\delta \|f\|_p \sup_{x \in G_\delta} |P(x)|$$

với tất cả các đa thức $P(x)$.

Định lý 4 (xem [5]). Cho $f \in L_p(\mathbb{R}), r > 0, P(x)$ là một đa thức với hệ số thực và G là tập compact trong \mathbb{R} . Khi đó $\text{supp } f \subset Q(P) =: K$ nếu và chỉ nếu với mỗi $\delta > 0$ đều tồn tại hằng số $C_\delta < \infty$ sao cho.

$$\|P(-D)f(0)\|_p \leq C_\delta \sup_{x \in G_\delta} |P(x)| \quad (4)$$

Nhận xét 3. Định lý 4 vẫn đúng nếu ta thay thế các đa thức với hệ số phức, ở định lý này bởi các đa thức với hệ số thực.

Định lý 4 vẫn đúng nếu ta thay thế các đa thức với hệ số phức, ở định lý này bởi các đa thức có dạng $Q^\alpha(x)x^\alpha$, trong đó $Q(x)$ là các đa thức bất kì có bậc 1, $p \in \mathbb{Z}^+, \alpha \in \mathbb{Z}^+$ hoặc bậc 2, $p \in \mathbb{Z}^+, \alpha \in \mathbb{Z}^+$.

Định lý 5 (xem [3]). Cho $f \in L_p(\mathbb{R}), r > 0, P(x)$ là một đa thức với hệ số thực và $Q(P)$ là tập compact. Khi đó $\text{supp } f \subset Q(P) =: K$ nếu và chỉ nếu với mỗi $\delta > 0$ đều tồn tại hằng số $C_\delta < \infty$ sao cho.

$$\begin{aligned} |P_\alpha^m(-D)f(0)| \leq \\ C_\delta (r + \delta)^m \sup_{x \in K_\delta} |P(x)| \quad \forall \alpha \in \mathbb{Z}^+ \end{aligned} \quad (5)$$

Kết quả chính của bài báo được trình bày trong định lý sau đây.

Định lý 6. Cho $1 \leq p < \infty, f \in L_p(\mathbb{R}), \hat{f} \in \mathcal{E}'(\mathbb{R})$ và $P(x)$ là một đa thức, $Q(P)$ là tập compact. Khi đó $\text{supp } f \subset Q(P) =: K$ nếu và chỉ nếu với mỗi $\delta > 0$ đều tồn tại hằng số $C_\delta < \infty$ sao cho.

$$\|P^m(-D)f\|_p \leq C_\delta \|f\|_p (r + \delta)^m \quad \forall m \in \mathbb{Z}^+ \quad (6)$$

Chứng minh

Điều kiện cần.

Chọn hàm $g(\xi) \in C_0^\infty(\mathbb{R})$ thỏa mãn

$$g(\xi) = 1 \text{ nếu } \xi \in G_{\delta/4}$$

Và

$$g(\xi) = 0 \text{ nếu } \xi \notin G_{\delta/2}$$

Vì

$$F(D^\alpha f) = (-\xi)^\alpha \hat{f} \quad \forall \alpha \in \mathbb{Z}^+$$

Ta được

$$F(P(-D)f) = P(\xi)f \quad \forall \alpha \in \mathbb{Z}^+$$

Từ đây và $\text{supp } \hat{f} \subset G$ suy ra:

$$F(P(-D)f) = h(\xi)P(\xi)f \quad \forall \alpha \in \mathbb{Z}^+$$

Và do đó:

$$P(-D)f =$$

$$(2\pi)^{-n/2} f * \mathcal{F}^{-1}(g(\xi)P(\xi)), \forall \alpha \in \mathbb{Z}^+$$

Điều này dẫn đến

$$\begin{aligned} \|P(-D)f\|_p \\ \leq (2\pi)^{-n/2} \|f\|_p \|\mathcal{F}^{-1}(g(\xi)P(\xi))\| \end{aligned} \quad (7)$$

$$= (2\pi)^{-n/2} \|f\|_p \|H\|, \forall \alpha \in \mathbb{Z}^+$$

Trong đó:

$$H(x) = \mathcal{F}^{-1}(g(\xi)P(\xi)).$$

Theo định nghĩa ta có:

$$H(x) = (2\pi)^{-n/2} \int_{\mathbb{R}} e^{-ix\xi} g(\xi)P(\xi) d\xi$$

Với $\beta \in \mathbb{Z}^+, \beta \leq (2, 2, \dots, 2)$ dẫn đến điều sau đây:

$$\begin{aligned} \sup_{x \in \mathbb{R}} |x^\beta H(x)| \\ \leq (2\pi)^{-n/2} \sup_{x \in \mathbb{R}} \left| \int_{\mathbb{R}} e^{-ix\xi} D^\beta (g(\xi)P(\xi)) d\xi \right| \\ = (2\pi)^{-n/2} \sup_{x \in \mathbb{R}} \left| \int_{\xi \in G_{\delta/2}} e^{-ix\xi} D^\beta (g(\xi)P(\xi)) d\xi \right| \\ \leq (2\pi)^{-n/2} \int_{\xi \in G_{\delta/2}} |e^{-ix\xi} D^\beta (g(\xi)P(\xi))| d\xi \end{aligned}$$

Áp dụng công thức Leibniz, có

$$\begin{aligned} \sup_{x \in \mathbb{R}} |x^\beta H(x)| \\ \leq (2\pi)^{-n/2} \int_{\xi \in G_{\delta/2}} \left| \sum_{\gamma \leq \beta} \frac{\beta!}{\gamma!(\beta-\gamma)!} D^\gamma g(\xi) D^{\beta-\gamma} P(\xi) \right| d\xi \\ \leq (2\pi)^{-n/2} \sum_{\gamma \leq \beta} \left(\frac{\beta!}{\gamma!(\beta-\gamma)!} \sup_{x \in G_{\delta/2}} |D^{\beta-\gamma} P(x)| \times \right. \\ \left. \times \int_{\xi \in G_{\delta/2}} |D^\gamma g(\xi)| d\xi \right) \\ \leq (2\pi)^{-n/2} \max_{\theta \leq (2, 2, \dots, 2)} \sup_{x \in G_{\delta/2}} |D^\theta P(x)| \sum_{\gamma \leq \beta} \left(\frac{\beta!}{\gamma!(\beta-\gamma)!} \right) \\ \times \int_{\xi \in G_{\delta/2}} |D^\gamma g(\xi)| d\xi \end{aligned} \quad (8)$$

Mặt khác, tồn tại hằng số K_δ không phụ thuộc vào $P(x)$ thỏa mãn:

$$\sup_{x \in G_{\delta/2}} |D^\theta P(x)| \leq K_\delta \sup_{x \in G_{\delta/2}} |P(x)| \quad (9)$$

Với mọi $\theta \in \mathbb{Z}^+, \theta \leq (2, 2, \dots, 2)$.

Từ (8) và (9), ta suy ra

$$\begin{aligned} \sup_{x \in \mathbb{R}} |x^\beta H(x)| \\ \leq (2\pi)^{-n/2} \sum_{\gamma \leq \beta} \left(\frac{\beta!}{\gamma!(\beta-\gamma)!} K_\delta \times \right. \\ \left. \times \sup_{x \in G_\delta} |P(x)| \int_{\xi \in G_{\delta/2}} |D^\gamma g(\xi)| d\xi \right) \\ \leq (2\pi)^{-n/2} 2^{2n} K_\delta C \sup_{x \in G_\delta} |P(x)| \end{aligned} \quad (10)$$

Với:

$$C := \max_{\gamma \leq (2, 2, \dots, 2)} \int_{\xi \in G_{\delta/2}} |D^\gamma g(\xi)| d\xi$$

Ngoài ra,

$$\|H\|_1 \leq \pi^2 \sup_{x \in \mathbb{R}} |(1+x_1^2)(1+x_2^2)\dots(1+x_n^2)H(x)| \quad (11)$$

Kết hợp (10) và (11), ta suy ra:

$$\|H\|_1 \leq C_\delta \sup_{\xi \in G_\delta} |P(x)| \quad (12)$$

Ở đây:

C_δ không phụ thuộc vào f, x^α .

Từ (7) và (12), suy ra (6), (đpcm).

- Điều kiện đủ

Giả sử ngược lại, tức $\sigma \in \text{supp } f, \sigma \notin G$.

Do

$$\sigma \notin G = Q(P)_r.$$

Và

$$G = \{x \in \mathbb{R}^n : |P(x)| \leq r\}, r > 0.$$

Sao cho.

$$P(\sigma) > r.$$

Từ công thức (6) ta có:

$$\lim_{m \rightarrow \infty} \|P^m(-D)f\|_p^{1/m} \leq r + \delta. \quad (13)$$

Theo định lý (1) ta có:

$$\lim_{m \rightarrow \infty} \|P^m(-D)f\|_p^{1/m} = \sup_{x \in \text{supp } f} |P(x)|.$$

Vi do $\sigma \in \text{supp } f$ nên.

$$\lim_{m \rightarrow \infty} \|P^m(-D)f\|_p^{1/m} \geq |P(\sigma)|. \quad (14)$$

Kết hợp (13) và (14), ta thu được.

$$|P(\sigma)| \leq r + \delta$$

Cho $\delta \rightarrow 0$, ta thấy $|P(\sigma)| \leq r$

Điều này mâu thuẫn cho $\text{supp } f \subset G$ suy ra định lý được chứng minh.

Hệ quả 1. Cho $r > 0, P_1(x), \dots, P_q(x)$ là các đa thức với hệ số thực và $Q(P_1)_r, \dots, Q(P_q)_r$ là các tập compact, G là tập compact và cho $f \in L_p(\mathbb{R}), \hat{f} \in \mathcal{E}'(\mathbb{R})$.

Đặt

$$K = G \cap Q(P_1)_r \cap \dots \cap Q(P_q)_r.$$

Khi đó $\text{supp } \hat{f} \subset K$ nếu và chỉ nếu với mỗi $\delta > 0$ đều tồn tại hằng số $C_\delta < \infty$ sao cho.

$$\|P_1^{m_1}(x) \dots P_q^{m_q}(x) f\|_p \leq C_\delta \|f\|_p (r + \delta)^{m_1 + \dots + m_q} \sup_{\xi \in G_\delta} |P(x)| \quad (15)$$

$$\forall (m_1, \dots, m_q) \in \mathbb{Z}^+.$$

Cho $f \in L_p(\mathbb{R}), \hat{f} \in \mathcal{E}'(\mathbb{R})$ để có khẳng định $\text{supp } \hat{f} \subset K$ khi G là tập compact bất kỳ trong \mathbb{R} ta phải kiểm tra đánh giá

$$\|P(-D)f\|_p \leq C_\delta \|f\|_p \sup_{x \in G_\delta} |P(x)|$$

Với tất cả các đa thức $P(x)$, trong khi đó với trường hợp riêng $G = Q(\Phi)$, là tập sinh bởi đa thức thì ta chỉ cần kiểm tra $\|P(-D)f\|_p \leq C_\delta \|f\|_p \sup_{x \in G_\delta} |P(x)|$ với

các đa thức $P(x) = \Phi^m(x), m \in \mathbb{Z}_+$.

3. KẾT LUẬN

Bài viết trình bày tính chất của dãy các đạo hàm trong không gian $L_p(\mathbb{R})$, chỉ ra mối liên hệ của toán tử $P^n(-D)f$ với phổ của hàm f trong không gian một chiều $L_p(\mathbb{R})$. Khi nghiên cứu hàm số qua hình học của phổ còn tính chất của dãy p- đạo hàm trong không gian $L_p(\mathbb{R}^n)$. Tuy nhiên, do khuôn khổ bài báo, chúng tôi không đề cập ở đây.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1]. N.B. Andersen, M. de Jeu (2010), *Real Paley-Wiener theorems and local spectral radius formula*, Trans. Amer. Math. Soc., 362, pp. 3613-3640.
- [2]. V.S. Vladimirov (2012), *Methods of the Theory of Generalized Functions*, Taylor Francis, London, New York.
- [3]. V.K. Tuan (1999), *On the supports of functions*, Numer. Funct. Anal. Optim., 20, pp. 387-394.
- [4]. Ha Huy Bang (1995), *Functions with bounded spectrum*, Trans. Amer. Math. Soc., 347, pp. 1067-1080.
- [5]. L.Hormander (1954), *A new generalization of an inequality of Bohr*, Math. Scand, 2, pp.33-45

THÔNG TIN TÁC GIẢ



Nguyễn Kiều Hiên

- Năm 2014: Tốt nghiệp Thạc sỹ ngành Toán Giải tích, Trường Đại học Khoa học Tự nhiên, Đại học Quốc gia Hà Nội.
- Tóm tắt công việc hiện tại: Giảng viên khoa Khoa học Cơ bản, Trường Đại học Sao Đỏ.
- Lĩnh vực quan tâm: Toán Giải tích.
- Điện thoại: 0985330644 Email: nguyengkieuhienv@gmail.com