

ẢNH HƯỞNG CỦA MÔ HÌNH ĐỒNG NHẤT HÓA VẬT LIỆU TỚI HỆ SỐ ĐỘNG LỰC HỌC CỦA DẦM SANDWICH 2D-FGM HAI PHA DƯỚI TÁC DỤNG CỦA LỰC DI ĐỘNG

Bùi Văn Tuyển¹, Phạm Vũ Nam¹

Tóm tắt: *Phân tích ảnh hưởng của mô hình đồng nhất hóa vật liệu đến hệ số động lực học của dầm sandwich 2D-FGM hai pha dưới tác động của lực di động được thực hiện bằng phương pháp phần tử hữu hạn. Lõi của dầm là thuần gốm, trong khi hai lớp ngoài làm từ vật liệu có cơ tính biến đổi hai chiều (2D-FGM) với tính chất hiệu dụng được đánh giá bằng mô hình Voigt và mô hình Mori-Tanaka. Trên cơ sở lý thuyết biến dạng trượt bậc ba cải tiến, phần tử dầm hai nút với 10 bậc tự do được xây dựng và sử dụng để thiết lập phương trình chuyển động dạng rời rạc. Đáp ứng động lực học của dầm giản đơn được tính toán với sự trợ giúp của phương pháp Newmark. Kết quả số nhận được cho thấy ảnh hưởng rõ nét của mô hình đồng nhất hóa vật liệu đến các đặc trưng động lực học được nghiên cứu chi tiết.*

Từ khóa: Dầm sandwich 2D-FGM, lực di động, phương pháp phần tử hữu hạn.

1. GIỚI THIỆU CHUNG

Vật liệu có cơ tính biến thiên (FGM) là loại vật liệu composite thể hệ mới, được tạo từ hai hay nhiều thành phần, thông thường là gốm và kim loại, trong đó tỷ phần thể tích của các vật liệu thành phần thay đổi liên tục theo một hoặc nhiều hướng không gian. Với sự thay đổi liên tục, tron của tính chất cơ-lý theo tọa độ không gian, FGM khắc phục được các nhược điểm cố hữu của vật liệu composite truyền thống như sự tập trung ứng suất, tách lớp... Với ưu điểm này, FGM ngày càng được sử dụng rộng rãi để chế tạo các phần tử kết cấu dùng trong nhiều ngành công nghiệp khác nhau, đặc biệt trong các môi trường khắc nghiệt như nhiệt độ cao, có sự ăn mòn của a-xit (Birman et al, 2007). FGM ngày nay được sử dụng rộng rãi trong hầu hết các ngành công nghiệp, từ hàng không, vũ trụ, dân dụng, năng lượng nguyên tử, quốc phòng và thậm chí cả trong y học.

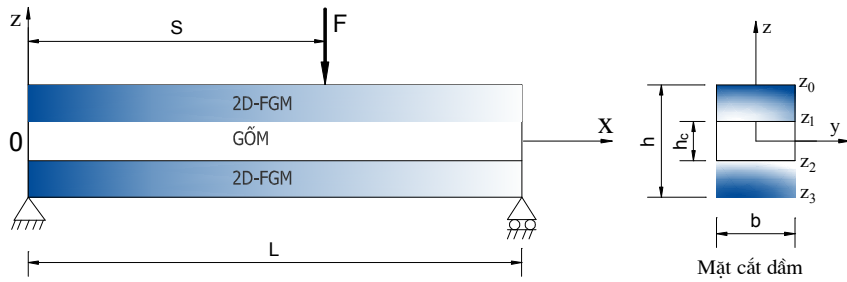
Các công bố về dao động dầm sandwich FGM tới thời điểm hiện tại chủ yếu tập trung

vào các tính chất vật liệu thay đổi theo chiều dày. Nhằm tăng khả năng chịu tải phức tạp và để tối ưu hóa vật liệu, các phần tử kết cấu có cơ tính biến thiên theo hai chiều được chế tạo và nghiên cứu gần đây. Phương pháp phần tử hữu hạn được Rajasekaran và Khaniki (Rajasekaran et al, 2018) sử dụng trong nghiên cứu dao động tự do của dầm Euler-Bernoulli 2DFGM có vết nứt. Gan và cộng sự (Gan et al, 2015) tính toán đáp ứng động lực học của dầm FGM Timoshenko dưới tác dụng của lực di động. Songsuwan và cộng sự (Songsuwan et al, 2015) nghiên cứu ảnh hưởng của sự phân bố vật liệu theo chiều cao tới dao động của dầm sandwich Timoshenko chịu tác động của tải trọng điều hòa di động. Tác giả Şimşek và cộng sự (Şimşek et al, 2017) cũng đã phân tích dao động của dầm sandwich FGM dưới tác dụng đồng thời của hai lực di động.

Bài báo này đã tiến hành phân tích dao động của dầm sandwich 2D-FGM hai pha dưới tác động của lực di động. Lõi của dầm là thuần gốm trong khi hai lớp ngoài là 2D-FGM với cơ tính

¹Khoa Cơ khí, Trường Đại học Thủy lợi

thay đổi theo cả chiều cao và chiều dài dầm. Hai mô hình đồng nhất hóa vật liệu, mô hình Voigt và mô hình Mori-Tanaka được sử dụng để đánh giá các tính chất hiệu dụng của vật liệu hai lớp ngoài. Đáp ứng động lực học của dầm với biên tựa giản đơn được tính toán với sự trợ giúp của phương pháp tích phân trực tiếp Newmark. Sự ảnh hưởng của hai mô hình đến hệ số động lực học của dầm được đánh giá chi tiết và thảo luận.



Hình 1. Dầm sandwich 2D-FGM hai pha chịu lực di động

$$V_m = \begin{cases} \left(\frac{z-z_1}{z_0-z_1} \right)^{n_z} \left(1 - \frac{x}{2L} \right)^{n_x} & z_0 \leq z \leq z_1 \\ 0 & z_1 \leq z \leq z_2 \\ \left(\frac{z-z_2}{z_3-z_2} \right)^{n_z} \left(1 - \frac{x}{2L} \right)^{n_x} & z_2 \leq z \leq z_3 \end{cases} \quad (1)$$

$$V_c = 1 - V_m$$

Trong phương trình (1), n_x và n_z tương ứng là các chỉ số mũ, xác định sự phân bố của các vật liệu thành phần theo chiều dài và chiều cao dầm. Hai mô hình đồng nhất hóa vật liệu là mô hình Voigt và mô hình Mori-Tanaka được sử dụng để đánh giá các tính chất hiệu dụng của vật liệu FGM hai pha. Tính chất hiệu dụng (P_f),

$$\frac{K_f - K_m}{K_c - K_m} = \frac{V_c}{1 - V_m(K_c - K_m)/(K_m + 4G_m/3)}$$

$$\frac{G_f - G_m}{G_c - G_m} = \frac{V_c}{1 - V_m(G_c - G_m)/\left(\frac{G_m + 4G_m(9K_m + 8G_m)}{(6K_m + 12G_m)} \right)}$$
(4)

Với K_c ; K_m ; G_c ; G_m là các mô-đun khối và mô-đun trượt của gốm và kim loại. Do mô hình Mori-Tanaka chỉ cho các hệ số đàn hồi nên mật độ khối hiệu dụng (ρ_f) được tính theo mô hình Voigt

2. MÔ HÌNH DẦM VÀ PHƯƠNG PHÁP TÍNH

2.1. Mô hình dầm

Xét dầm sandwich 2D-FGM chịu tác động của lực di động F , như minh họa trên hình 1. Tỷ phần thể tích của pha kim loại (V_m) và pha gốm (V_c) của hai lớp ngoài dầm thay đổi theo cả chiều cao và chiều dài dầm theo quy luật hàm lũy thừa như sau (A. Karamanlı, 2017)

chẳng hạn mô-đun đàn hồi Young và mật độ khối của vật liệu FGM hai pha đánh giá bằng mô hình Voigt cho bởi

$$P_f = P_c V_c + P_m V_m \quad (2)$$

Theo mô hình Mori-Tanaka (Karamanlı, 2017), mô-đun đàn hồi Young hiệu dụng (E_f) và hệ số Poisson hiệu dụng (ν_f) được xác định bởi công thức

$$E_f = \frac{9K_f G_f}{3K_f + G_f}; \nu_f = \frac{9K_f G_f}{3K_f + G_f} \quad (3)$$

Trong đó K_f và G_f tương ứng là mô-đun khối và mô-đun trượt hiệu dụng. Các mô-đun hiệu dụng K_f và G_f được tính từ các mô-đun và tỷ phần thể tích của các vật liệu thành phần theo công thức:

Sử dụng lý thuyết biến dạng trượt bậc 3 cải tiến. Năng lượng biến dạng đàn hồi (U) và động năng T của dầm sandwich 2D-FGM hai pha có dạng sau:

$$\begin{aligned}
U &= \frac{1}{2} \int (\sigma_{xx} \varepsilon_{xx} + \tau_{xz} \gamma_{xz}) dV \\
&= \frac{1}{2} \int_0^L (A_{11} u_{,x}^2 - 2A_{12} u_{,x} w_{b,xx} + A_{22} w_{b,xx}^2 - \frac{8}{3h^2} A_{34} u_{,x} w_{s,xx} \\
&\quad + \frac{8}{3h^2} A_{44} w_{b,xx} w_{s,xx} + \frac{16}{9h^4} A_{66} w_{s,xx}^2 + (B_{11} - \frac{8}{h^2} B_{22} + \frac{16}{h^4} B_{44}) w_{s,x}^2) dx \\
T &= \frac{1}{2} \int_V \rho_f (\dot{u}_1^2 + \dot{u}_3^2) dV \\
&= \frac{1}{2} \int_0^L [I_{11} (\dot{u}^2 + \dot{w}_b^2 + \dot{w}_s^2 + \dot{w}_b \dot{w}_s) - 2I_{12} \dot{u} \dot{w}_{b,x} + I_{22} \dot{w}_{b,x}^2 - \frac{8}{3h^2} I_{34} \dot{u} \dot{w}_{s,x} + \frac{8}{3h^2} I_{44} \dot{w}_{b,x} \dot{w}_{s,x} + \frac{16}{9h^4} I_{66} \dot{w}_{s,x}^2] dx
\end{aligned}$$

Trong đó A_{ij} và I_{ij} là các độ cứng và mô-men khối lượng của dầm

Phương pháp phần tử hữu hạn được sử dụng để tính toán đáp ứng động lực học của dầm trong bài báo này. Dầm được chia thành các phần tử với chiều dài là l . Mỗi phần tử có

2 nút với 10 bậc tự do. Các hàm dạng tuyến tính được sử dụng cho chuyển vị dọc trục, trong khi các đa thức Hermite được dùng cho cả chuyển vị ngang do uốn và chuyển vị ngang do trượt. Vec-tơ chuyển vị nút phần tử (\mathbf{d}) có dạng:

$$\mathbf{d} = \left\{ \mathbf{d}_u, \mathbf{d}_{wb}, \mathbf{d}_{ws} \right\}^T; \mathbf{d}_u = \left\{ u_1, u_2 \right\}^T; \mathbf{d}_{wb} = \left\{ w_{b1}, w_{b1,x}, w_{b2}, w_{b2,x} \right\}^T; \mathbf{d}_{ws} = \left\{ w_{s1}, w_{s1,x}, w_{s2}, w_{s2,x} \right\}^T$$

Trong đó \mathbf{d}_u , \mathbf{d}_{wb} và \mathbf{d}_{ws} tương ứng là các véc-tơ của chuyển vị dọc trục, chuyển vị ngang do uốn và chuyển vị ngang do trượt tại các nút với dạng cụ thể sau. Chuyển vị bên trong phần tử được nội suy từ các chuyển vị nút theo công

thức: $u = \mathbf{N} \mathbf{d}_u$, $w_b = \mathbf{H} \mathbf{d}_{wb}$, $w_s = \mathbf{H} \mathbf{d}_{ws}$. Trong đó $\mathbf{N} = \{N_0 \ N_1\}$ và $\mathbf{H} = \{H_0 \ H_1 \ H_2 \ H_3\}$ là các hàm dạng (Alshorbagy, 2011).

Năng lượng biến dạng đàn hồi, động năng và thế năng của dầm dưới dạng véc-tơ lực nút như sau:

$$U = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{NE} \left\{ \mathbf{d} \right\}_i^T \left\{ \mathbf{k} \right\}_i \left\{ \mathbf{d} \right\}_i; \left\{ \mathbf{k} \right\}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{k}_{aa} & \mathbf{k}_{ab} & \mathbf{k}_{as} \\ \mathbf{k}_{ab}^T & \mathbf{k}_{bb} & \mathbf{k}_{bs} \\ \mathbf{k}_{as}^T & \mathbf{k}_{bs} & \mathbf{k}_{ss} \end{bmatrix}, T = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{NE} \left\{ \dot{\mathbf{d}} \right\}_i^T \left\{ \mathbf{m} \right\}_i \left\{ \dot{\mathbf{d}} \right\}_i; \left\{ \mathbf{m} \right\}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{m}_{uu} & \mathbf{m}_{uw_b} & \mathbf{m}_{uw_s} \\ \mathbf{m}_{uw_b}^T & \mathbf{m}_{w_b w_b} & \mathbf{m}_{w_b w_s} \\ \mathbf{m}_{uw_s}^T & \mathbf{m}_{w_b w_s} & \mathbf{m}_{w_s w_s} \end{bmatrix}$$

$$V = \sum_{i=1}^{NE} \mathbf{f}_{ex}^T \mathbf{d}; \mathbf{f}_{ex} = F_0 \{0 \ 0 \ H_0 \ H_1 \ H_2 \ H_3 \ H_4 \ H_5 \ H_6\}^T |x_{Fe} \text{ là lực nút của phần tử}$$

Trong đó \mathbf{k}_{aa} , \mathbf{k}_{bb} , \mathbf{k}_{ss} , \mathbf{k}_{ab} , \mathbf{k}_{as} và \mathbf{k}_{bs} tương ứng là các ma trận độ cứng phần tử sinh ra từ kéo-nén dọc trục, uốn, trượt, tương hỗ giữa kéo-nén với uốn, kéo-nén với trượt và uốn với trượt; \mathbf{m}_{uu} , \mathbf{m}_{wbwb} , $\mathbf{m}_{ws ws}$, \mathbf{m}_{uw_b} , \mathbf{m}_{uw_s} và $\mathbf{m}_{w_b w_s}$ tương ứng là các ma trận khối lượng sinh ra từ chuyển dịch dọc trục, uốn, trượt và tương hỗ của các đại lượng này.

Nối ghép các ma trận độ cứng và ma trận khối lượng phần tử thành các ma trận của kết cấu.

Phương trình chuyển động của dầm viết bằng phương pháp phần tử hữu hạn có dạng như sau:

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{D}} + \mathbf{C} \dot{\mathbf{D}} + \mathbf{K} \mathbf{D} = \mathbf{F} \quad (5)$$

Trong đó \mathbf{D} , $\dot{\mathbf{D}}$, $\ddot{\mathbf{D}}$ tương ứng là các véc-tơ chuyển vị nút, vận tốc nút và gia tốc nút tổng thể; \mathbf{M} , \mathbf{C} và \mathbf{K} tương ứng là các ma trận khối lượng, ma trận cản và ma trận độ cứng tổng thể. Các ma trận tổng thể \mathbf{M} và \mathbf{K} được nối ghép từ các ma trận phần tử \mathbf{m} và \mathbf{k} theo cách thông thường của phương pháp phần tử hữu hạn. Ma

trên cân C của dầm sandwich 2D-FGM được tính toán trên cơ sở lý thuyết cân Rayleigh như sau (Esen, 2019).

Để tính toán đáp ứng động lực học của dầm với lực di động. Bài báo sử dụng phương pháp gia tốc trung bình, một thuật toán ẩn với sự ổn định không điều kiện trong họ phương pháp tích phân trực tiếp Newmark (Newmark, 1959).

3. KẾT QUẢ VÀ THẢO LUẬN

Kết quả phân tích số cho dầm sandwich 2D-FGM hai pha làm từ nhôm và nhôm ô-xit với các tính chất vật liệu như sau (Vo et al, 2014):

- $E_m = 70$ MPa, $r_m = 2707$ kg/m³, $\nu_m = 0.3$ cho nhôm

- $E_c = 380$ MPa, $r_m = 3960$ kg/m³, $\nu_m = 0.3$ cho nhôm ô-xit

3.1. Kiểm chứng mô hình phần tử và chương trình số

Do chưa có các số liệu công bố về tần số dao động riêng và đáp ứng động lực học của dầm sandwich 2D-FGM, Việc so sánh được thực hiện cho bài toán uốn dầm sandwich 2D-FGM

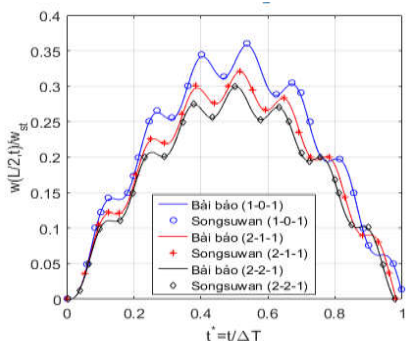
với kết quả đã công bố của Karamanlı bảng 1. Và thực hiện với bài toán độ võng động lực học tại giữa dầm với kết quả của Songsuwan và cộng sự (Songsuwan et al, 2018) cho dầm sandwich 1D-FGM chịu lực di động cho trường hợp $L/h = 10$, $n_x = 0$, $n_z = 0.5$, $v = 50$ m/s, và ba giá trị khác nhau của tỷ số độ dày giữa các lớp là (1-0-1), (2-1-1) và (2-2-1) trong hình 2. Độ võng động lực học của dầm thu nhận trong tài liệu (Songsuwan et al, 2018) trên cơ sở lý thuyết biến dạng trượt bậc nhất và phương pháp Ritz.

Các kết quả của bảng 1 và Hình 2 cho thấy với cả ba giá trị của tỷ số độ dày giữa các lớp, kết quả nhận được bằng mô hình phần tử hữu hạn xây dựng trong bài báo này tương đồng tốt với các kết quả trong (Songsuwan et al, 2018) và (Karamanlı, 2017). Độ võng cực đại w^* trong Bảng 1 được định nghĩa như sau:

$$w^* = \frac{100E_m b h^3}{q_0 L^4} \max(w(x))$$

Bảng 1. So sánh độ võng lớn nhất (w^*) của dầm sandwich 2D-FGM tựa giản đơn chịu lực phân bố đều

			L/h = 5			L/h = 20		
n_x	n_z	Nguồn	(1-1-1)	(1-8-1)	(2-2-1)	(1-1-1)	(1-8-1)	(2-2-1)
0.1	0.1	(Karamanlı, 2017)	10.7054	4.7401	10.9470	10.3994	4.4818	9.1047
		Bài báo	10.8634	4.8064	9.8128	10.4116	4.4848	9.1096
	0.5	(Karamanlı, 2017)	7.5039	4.2112	9.5412	7.2199	3.9561	6.5597
		Bài báo	7.6124	4.2698	9.8473	7.2273	3.9586	6.5680
	2	(Karamanlı, 2017)	4.8871	3.6275	4.6673	4.6274	3.3772	4.4070
		Bài báo	4.9572	3.6775	4.7321	4.6313	3.3793	4.4101
0.5	0.1	(Karamanlı, 2017)	8.4793	4.4862	5.7112	8.1706	4.4143	7.3680
		Bài báo	8.6148	4.5492	5.6764	8.1964	4.2298	7.3839
	0.5	(Karamanlı, 2017)	6.5069	4.0580	7.7882	6.2253	4.2331	5.7569
		Bài báo	6.6011	4.1143	7.3408	6.2338	3.8040	5.7660
	2	(Karamanlı, 2017)	4.6040	3.5666	4.4251	4.3451	3.3169	4.1669
		Bài báo	4.6689	3.6155	4.4873	4.3491	3.3190	4.1706



Hình 2. So sánh đường cong độ võng tại giữa dầm với thời gian của dầm sandwich 1D-FGM chịu lực di động với Songsuwan và cộng sự (Songsuwan et al, 2018) ($L/h = 10, n_z = 0.5, v = 50 \text{ m/s}$).

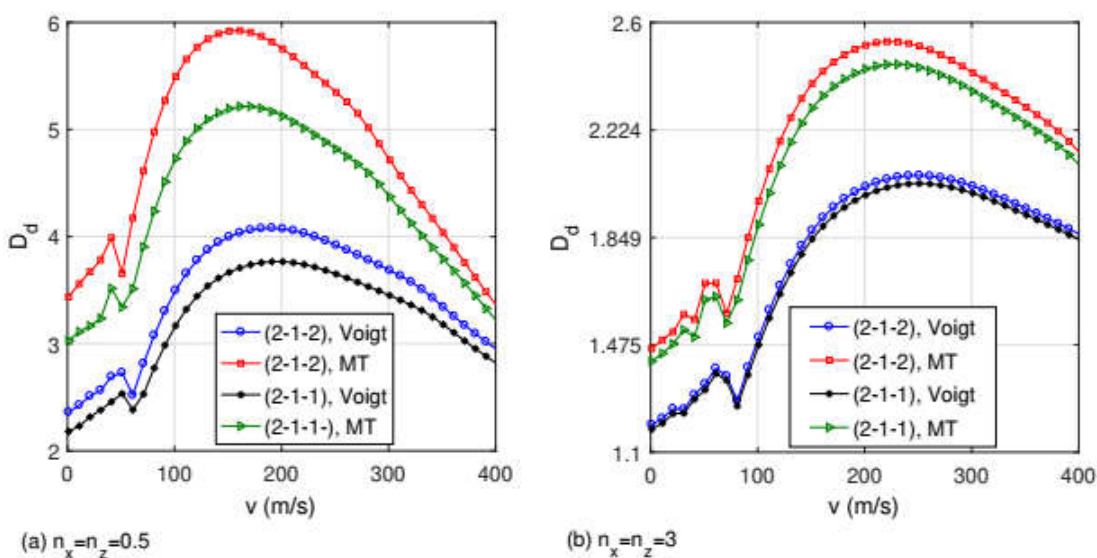
3.2. Ảnh hưởng của mô hình đồng nhất vật liệu đến hệ số động lực học

Hệ số động lực học D_d đặc trưng cho độ võng lớn nhất tại giữa dầm $D_d = \max \left[\frac{w(L/2, t)}{w_{st}} \right]$.

Trong đó $w_{st} = F_0 L^3 / 48 E_c I$ là độ võng tĩnh lớn nhất tại giữa dầm của dầm thuần nhôm ô-xit.

Bảng 2. Hệ số động lực học của dầm Sandwich 2D-FGM hai pha chịu lực di động với $L/h = 5$, và $v = 20 \text{ m/s}$

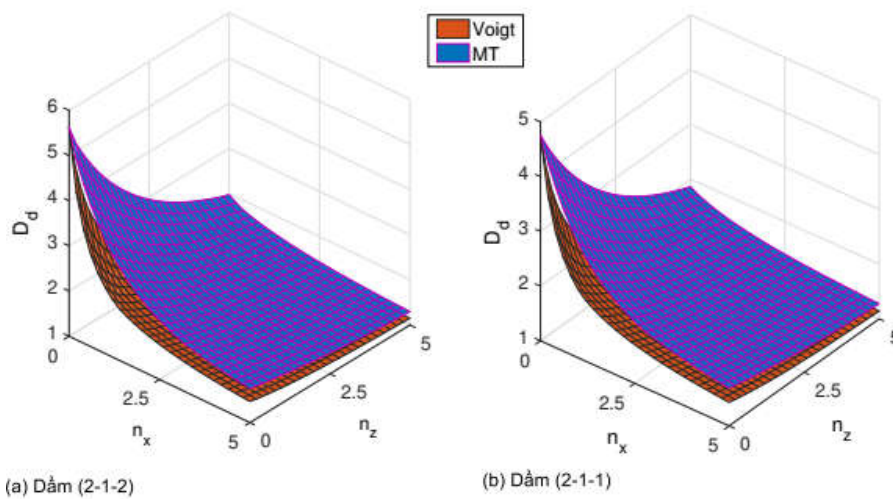
n_x	n_z	Mô hình voigt				Mô hình Mori-Tanaka			
		(2-1-2)	(2-1-1)	(3-2-1)	(1-4-1)	(2-1-2)	(2-1-1)	(3-2-1)	(1-4-1)
0.5	0.5	2.6031	2.4034	2.1717	1.7421	3.7722	3.3003	2.8568	2.0730
	1	2.1528	2.0441	1.8997	1.5531	3.0782	2.8087	2.4686	1.8571
	2	1.7920	1.7231	1.6306	1.4118	2.4109	2.2331	2.0365	1.6097
	5	1.4529	1.4285	1.3930	1.2756	1.7394	1.6774	1.5919	1.3767
5	0.5	1.4012	1.3822	1.3545	1.2854	1.8262	1.7620	1.6722	1.4728
	1	1.3515	1.3355	1.3128	1.2514	1.6965	1.6415	1.5662	1.399
	2	1.2949	1.2832	1.2662	1.2161	1.5326	1.4930	1.4410	1.3255
	5	1.2270	1.2206	1.2108	1.1791	1.3547	1.3386	1.3147	1.2372



Hình 3. Mối liên hệ giữa hệ số động lực học với vận tốc lực di động của dầm 2D-FGM hai pha với $L/h = 20$

Hình 3 cho ta thấy sự khác nhau rõ rệt giữa các hệ số động lực học nhận được từ mô hình Voigt và mô hình Mori-Tanaka. Hệ số D_d nhận được từ mô hình Voigt luôn nhỏ hơn hệ số tương ứng nhận được từ mô hình Mori-Tanaka, bất kể vận tốc lực di động và dầm đối xứng hay không đối xứng. Sự sai khác giữa hệ số động lực học nhận được từ hai mô hình đồng nhất hóa vật liệu, như ta thấy từ Hình 3, có khuynh hướng rõ nét hơn khi vận tốc của lực di động gần với giá trị vận tốc mà hệ số D_d đạt giá trị lớn nhất. Ngược lại, sự sai khác này sẽ giảm đi cho dầm ứng với tham số vật

liệu lớn hơn (Hình 3b). Ảnh hưởng của sự phân bố vật liệu tới hệ số động lực học và sự khác nhau giữa tham số động lực học nhận được từ hai mô hình đồng nhất hóa vật liệu có thể thấy rõ từ Hình 4, trên đó đồ thị 3D biểu diễn sự phụ thuộc của hệ số D_d và các tham n_x và n_z được minh họa cho dầm số xứng (2-1-2) và dầm không đối xứng (2-1-1) chịu lực di động cho trường hợp $L/h = 20$, $v = 50$ m/s. Hình 3 cho thấy với mọi giá trị của tham số vật liệu, hệ số D_d nhận được từ mô hình Voigt luôn nhỏ hơn hệ số nhận được từ mô hình Mori-Tanaka.



Hình 4. Sự phụ thuộc của tham số động lực học D_d vào các tham số vật liệu n_x và n_z của dầm 2D-FGM hai pha với $L/h = 20$, $v = 50$ m/s

4. KẾT LUẬN

Nghiên cứu đã tiến hành phân tích ảnh hưởng của hai mô hình đồng nhất hóa vật liệu đến là mô hình Voigt và mô hình Mori-Tanaka đến hệ số động lực học của dầm sandwich 2D-FGM hai pha chịu tác động của lực di động. Phương trình vi phân chuyển động cho dầm được xây dựng trên cơ sở sử dụng lý thuyết biến dạng trượt bậc ba cải tiến của Bickford và Reddy. Các công thức tính toán dựa trên phương pháp phần tử hữu hạn cho

phần tử dầm hai nút với 10 bậc tự do. Phương pháp gia tốc trung bình không đổi trong họ các phương pháp tích phân trực tiếp Newmark được sử dụng để tính toán số cho phân tích dao động của dầm. Kết quả nghiên cứu đã cho thấy với bất kể các giá trị của vận tốc lực di động, tham số vật liệu và tỷ lệ của lớp lõi với hai lớp ngoài thì hệ số động lực học D_d nhận được từ mô hình Voigt luôn nhỏ hơn các giá trị tương ứng nhận được từ mô hình Mori-Tanaka.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- A. Karamanli (2017). "Bending behaviour of two directional functionally graded sandwich beams by using a quasi-3d shear deformation theory". Composite Structures, 174:70–86.

- Alshorbagy, A.E., Eltaher, M.A. and Mahmoud, F.F. (2011), “Free vibration characteristics of a functionally graded beam by finite element method”, *Appl. Math. Model*, 35(1), 412-425.
- B.S. Gan, T.H. Trinh, T.H. Le, and D.K. Nguyen (2015). “Dynamic response of nonuniform timoshenko beams made of axially fgm subjected to multiple moving point loads”. *Structural Engineering and Mechanics: An International Journal*, 53(5):981–995.
- I. Esen (2019). “Dynamic response of functional graded Timoshenko beams in a thermal environment subjected to an accelerating load”. *European Journal of Mechanics, A-Solid*, 78:103841.
- N.M. Newmark (1959). “A method of computation for structural dynamics”. *Journal of the Engineering Mechanics Division*, 85(EM3):67–94.
- M. Şimşek and M. Al-shujairi (2017). “Static, free and forced vibration of functionally graded (FG) sandwich beams excited by two successive moving harmonic loads”. *Composites Part B*, 108:18–34.
- S. Rajasekaran and H.B. Khaniki (2018). “Free vibration analysis of bi-directional functionally graded single/multi-cracked beams”. *International Journal of Mechanical Sciences*, 144:341–356
- T.P. Vo, H.-T. Thai, T.-K. Nguyen, A. Maheri, and J. Lee (2014). “Finite element model for vibration and buckling of functionally graded sandwich beams based on a refined shear deformation theory”. *Engineering Structures*, 64:12–22.
- V. Birman and L.W. Byrd (2007). “Modeling and analysis of functionally graded materials and structures”. *Applied Mechanics Reviews*, 60:195–216.
- W. Songsuwan, M. Pimsarn, and N. Wattanasakulpong (2018). “Dynamic responses of functionally graded sandwich beams resting on elastic foundation under harmonic moving loads *International Journal of Structural Stability and Dynamics*, 18:1850112 <https://doi.org/10.1142/S0219455418501122>.”

Abstract:

INFLUENCE OF HOMOGENIZATION SCHEME ON DYNAMIC FACTOR OF TWO - PHASE FGM BEAM UNDER A MOVING LOAD

Analysis of the influence of the homogenization scheme on the dynamic factor of the two-phase 2D-FGM sandwich beam under the moving load is performed by the finite element method. The core of the beam is pure ceramic, while the two face sheets are made of bidirectional functionally graded material (2D-FGM) with the effective properties being evaluated by both Voigt and Mori-Tanaka models. Based on the refined third-order deformation beam theory, a two-node beam element with 10 degrees of freedom is formulated and used to construct the discretized equation of motion. The dynamic response of a simply supported beam is calculated with the help of the Newmark method. The result numerical results show a clear influence of the material homogenization model on the dynamic characteristics studied in detail and highlighted.

Keywords: 2D-FG sandwich beam, moving load, finite element method.

Ngày nhận bài: 22/9/2022

Ngày chấp nhận đăng: 28/10/2022