NGHIÊN CỨU CÁC TÍNH CHẤT PHI CỔ ĐIỂN BẬC THẤP VÀ BẬC CAO CỦA TRẠNG THÁI HAI MODE KẾT HỢP ĐỐI XỨNG THÊM BA VÀ BỚT MỘT PHOTON TỔNG

***Trần Trọng Lượng*[1]**
***Trương Minh Đức*[1]**

TÓM TẮT

Trong bài báo này, các tính chất phi cổ điển bậc thấp và bậc cao của trạng thái hai mode kết hợp đối xứng thêm ba và bớt một photon tổng đã được chúng tôi nghiên cứu một cách chi tiết. Qua quá trình khảo sát tính chất nén tổng hai mode và nén hiệu hai mode, chúng tôi nhận thấy trạng thái hai mode kết hợp đối xứng thêm ba và bớt một photon tổng là một trạng thái có tính chất nén tổng hai mode nhưng lại không có tính chất nén hiệu hai mode. Sau đó, khi khảo sát sự vi phạm bất đẳng thức Cauchy-Schwarz và tính chất phản kết chùm của trạng thái này, kết quả thu được cho thấy trạng thái hai mode kết hợp đối xứng thêm ba và bớt một photon tổng hoàn toàn vi phạm bất đẳng thức Cauchy-Schwarz và thể hiện rõ tính chất phản kết chùm bậc thấp và bậc cao.

Từ khóa: *Nén tổng hai mode, nén hiệu hai mode, sự vi phạm bất đẳng thức Cauchy-Schwarz, tính chất phản kết chùm hai mode.*

1. Đặt vấn đề

Cùng với sự phát triển mạnh mẽ của khoa học kỹ thuật, đặc biệt là lĩnh vực công nghệ thông tin thì việc nghiên cứu các tính chất của các trạng thái phi cổ điển có ý nghĩa hết sức quan trọng. Các trạng thái phi cổ điển này xuất phát điểm từ trạng thái kết hợp, đây là trạng thái đã được Glauber [1] và Sudarshan [2] đưa ra năm 1963 khi nghiên cứu các tính chất của chùm sáng laser. Trạng thái kết hợp là trạng thái ứng với giá trị thăng giáng nhỏ nhất suy ra từ hệ thức bất định Heisenberg. Trạng thái này có thể được xem là trạng thái biên của tập hợp các trạng thái cổ điển. Điều đó hoàn toàn khiến các nhà khoa học nghĩ ngay đến sự tồn tại của một lớp các trạng thái khác đó là trạng thái phi cổ điển. Thực tế đã chứng minh cho dự đoán đó, nhiều trạng thái phi cổ điển đã ra đời không những trên lý thuyết mà còn được tạo ra bằng thực nghiệm. Sau đó, trạng thái nén được đưa ra bởi Stoler [3] vào năm 1970 và đã được thực nghiệm khẳng định vào năm 1987. Đây là trạng thái mở đầu cho lớp các trạng thái phi cổ điển. Vào năm 1991, Agarwal và Tara đã đề xuất trạng thái kết hợp thêm photon [4] và đã chứng minh đây là trạng thái phi cổ điển. Thêm và bớt photon vào một trạng thái vật lý là một phương pháp quan trọng để tạo ra một trạng thái phi cổ điển mới và mở ra những ứng dụng mới trong kỹ thuật. Việc nghiên cứu các tính chất phi cổ điển, dò tìm đan rối và viễn tải lượng tử của một số trạng thái phi cổ điển thêm photon hai mode đã được một số tác giả thực hiện [5], [6]. Tuy nhiên, việc nghiên cứu các tính chất phi cổ điển của trạng thái hai mode kết hợp đối xứng thêm ba và bớt một photon tổng vẫn chưa được đề cập đến. Trạng thái hai mode kết hợp chẵn thêm ba và bớt một photon tổng được đưa ra như sau:

[1]Trường Đại học Sư phạm - Đại học Huế
Email: tmduc2009@gmail.com

$$\left|\Psi\right\rangle_{ab} = N_{\alpha\beta}\left(\hat{a}^{\dagger 3} + \hat{b}\right)\left(\left|\alpha\right\rangle_a\left|\beta\right\rangle_b + \left|\beta\right\rangle_a\left|\alpha\right\rangle_b\right), \quad (1)$$

trong đó $\hat{a}^{\dagger}$ là toán tử sinh với đối mode *a*, $\hat{b}$ là toán tử hủy đối với mode *b*, và $N_{\alpha\beta}$ là hệ số chuẩn hóa có dạng:

$$N_{\alpha\beta} = \left\{19(|\alpha|^2 + |\beta|^2) + 2\mathrm{Re}[\alpha^3\beta] + 2\mathrm{Re}[\alpha\beta^3] + 9(|\alpha|^4 + |\beta|^4) + |\alpha|^6 + |\beta|^6 + 12 + \mathrm{x}\left(2\mathrm{Re}[\alpha^{*3}\beta^3] + 18\mathrm{Re}[\alpha^{*2}\beta^2] + 38\mathrm{Re}[\alpha^*\beta] + 2\mathrm{Re}[\alpha^3\beta] + 2\mathrm{Re}[\alpha\beta^3] + 12\right)\right\}^{-\frac{1}{2}}, \quad (2)$$

trong đó $\mathrm{x} = exp\left[-|\alpha - \beta|^2\right]$.

Trong bài báo này, chúng tôi nghiên cứu các tính chất phi cổ điển bậc thấp và bậc cao như tính chất nén tổng hai mode và nén hiệu hai mode của của trạng thái hai mode kết hợp đối xứng thêm ba và bớt một photon tổng. Ngoài ra, sự vi phạm bất đẳng thức Cauchy-Schwarz và tính chất phản kết chùm hai mode bậc thấp và bậc cao của trạng thái này cũng được khảo sát một cách chi tiết.

2. Tính chất nén của trạng thái hai mode kết hợp đối xứng thêm ba và bớt một photon tổng

Hai kiểu nén bậc cao đã được Hillery [7] đưa ra vào năm 1989 đó là nén tổng hai mode và nén hiệu hai mode. Bây giờ, ta khảo sát hai kiểu nén này đối với trạng thái hai mode kết hợp chẵn thêm ba và bớt một photon tổng.

2.1. Nén tổng hai mode

Theo Hillery [7], một trạng thái được gọi là nén tổng hai mode nếu trung bình trong trạng thái đó thỏa mãn bất đẳng thức:

$$\left\langle \hat{V}_\varphi^2 \right\rangle - \left\langle \hat{V}_\varphi \right\rangle^2 - \frac{1}{4}\left\langle \hat{n}_a + \hat{n}_b + 1 \right\rangle < 0, \quad (3)$$

trong đó $\hat{n}_a = \hat{a}^{\dagger}\hat{a}$ là toán tử số hạt của mode *a* và $\hat{n}_b = \hat{b}^{\dagger}\hat{b}$ là toán tử số hạt của mode *b*, còn $\hat{V}_\varphi$ là toán tử nén tổng có dạng:

$$\hat{V}_\varphi = \frac{1}{2}\left(e^{i\varphi}\hat{a}^{\dagger}\hat{b}^{\dagger} + e^{-i\varphi}\hat{a}\hat{b}\right), \quad (4)$$

với $\left\langle \hat{V}_\varphi^2 \right\rangle - \left\langle \hat{V}_\varphi \right\rangle^2 = \left\langle \left(\Delta\hat{V}_\varphi\right)^2 \right\rangle$ chính là phương sai của toán tử nén tổng $\hat{V}_\varphi$. Để thuận tiện cho việc khảo sát ta đặt:

$$S = \left\langle \hat{V}_\varphi^2 \right\rangle - \left\langle \hat{V}_\varphi \right\rangle^2 - \frac{1}{4}\left\langle \hat{n}_a + \hat{n}_b + 1 \right\rangle \quad (5)$$

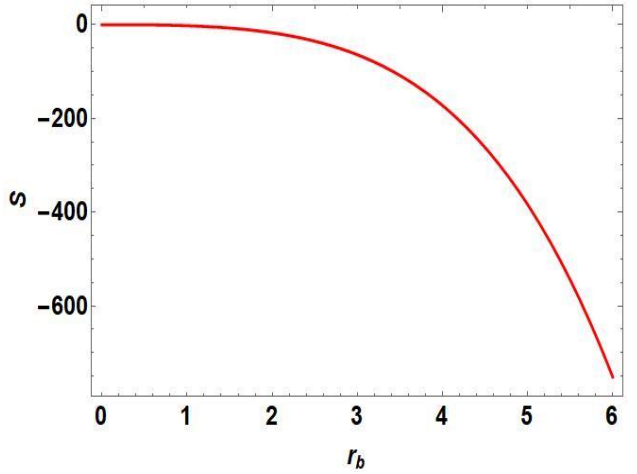
và một trạng thái có tính chất nén tổng hai mode khi tham số *S* ở (5) có giá trị âm. Khi khảo sát trạng thái hai mode kết hợp đối xứng thêm ba và bớt một photon tổng, ta đặt $\alpha = r_a\, exp(i\varphi), \beta = r_b\, exp(i\varphi)$, $\varphi_a + \varphi_b = \varphi_{a+b}$, $\varphi_a - \varphi_b = \varphi_{a-b}$, $3\varphi_a + \varphi_b = \varphi_{3a+b}$, và $\varphi_a + 3\varphi_b = \varphi_{a+3b}$. Từ đó, ta thu được tham số *S* như sau:

$$S=\frac{1}{4}N_{\alpha\beta}^{2}\{(122(r_a^4r_b^2+r_a^2r_b^4)+240r_a^2r_b^2+30(r_a^6r_b^2+r_a^2r_b^6))\cos 2(\varphi-\varphi_{a+b})+2r_a^8r_b^2+r_a^2r_b^8$$
$$+2r_a^5r_b^3\cos(2\varphi-(5\varphi_a+3\varphi_b))+2r_a^3r_b^5\cos(2\varphi-(3\varphi_a+5\varphi_b))+(2r_a^5r_b^3+12r_a^3r_b^3+12r_ar_b^3)$$
$$\times\cos(2\varphi+\varphi_{a-b})+(2r_a^3r_b^5+12r_a^3r_b^3+12r_a^3r_b)\cos(2\varphi-\varphi_{a-b})+\mathrm{x}[2r_a^5r_b^5\cos(2\varphi-(5\varphi_a-\varphi_b))$$
$$+30r_a^4r_b^4\cos(2\varphi-4\varphi_a)+30r_a^4r_b^4\cos(2\varphi-4\varphi_b)+2r_a^5r_b^5\cos(2\varphi+(\varphi_a-5\varphi_b))$$
$$+122r_a^3r_b^3\cos(2\varphi-\varphi_{3a+b})+122r_a^3r_b^3\cos(2\varphi-\varphi_{a+3b})+240r_a^2r_b^2\cos(2\varphi-2\varphi_{a+b})$$
$$+2r_a^3r_b^5\cos(2\varphi-(3\varphi_a+5\varphi_b))+(2r_a^2r_b^4+12r_ar_b^3)\cos(2\varphi+\varphi_{a-b})+12(r_a^2r_b^4+r_a^4r_b^2)\cos 2\varphi]$$
$$+2(r_a^8r_b^2+r_a^2r_b^8)+31(r_a^6r_b^2+r_a^2r_b^6)+137r_a^2r_b^4+137r_a^4r_b^2+350r_a^2r_b^2+139(r_a^2+r_b^2)+(4r_a^5r_b^3$$
$$+14r_a^3r_b^3+2r_a^5r_b+8r_a^3r_b)\cos(3\varphi_a+\varphi_b)+(4r_a^3r_b^5+14r_a^3r_b^3+2r_ar_b^5+8r_ar_b^3)\cos(\varphi_a+3\varphi_b)$$
$$+r_a^8+r_b^8+16(r_a^6+r_b^6)+73(r_a^4+r_b^4)+48+\mathrm{x}[(4r_a^5r_b^5+16r_a^3r_b^3)\cos 3\varphi_{a-b}+62r_a^4r_b^4\cos 2\varphi_{a-b}$$
$$+(274r_a^3r_b^3+278r_ar_b)\cos\varphi_{a-b}+350r_a^2r_b^2+(4r_a^5r_b^3+8r_a^3r_b)\cos\varphi_{3a+b}+(4r_a^3r_b^5+8r_ar_b^3)\cos\varphi_{a+3b}$$
$$+2r_a^4r_b^4\cos 4\varphi_{a-b}+14(r_a^2r_b^4+r_a^4r_b^2)\cos(3\varphi_a+2\varphi_b)+2r_a^2r_b^4\cos 4\varphi_b+2r_a^4r_b^2\cos(4\varphi_b)]+48\}$$
$$-\frac{1}{4}N_{\alpha\beta}^{4}\{[(2r_a^7r_b+r_ar_b^7+12(r_a^5r_b+r_ar_b^5)+36(r_a^3r_b+r_ar_b^3)+2(r_a^3r_b+r_ar_b^3)+48r_ar_b]\cos(\varphi-\varphi_{a+b})$$
$$+2r_a^4r_b^2\cos(\varphi-(4\varphi_a+2\varphi_b))+2r_a^2r_b^4\cos(\varphi-(2\varphi_a+4\varphi_b))+(2r_a^4r_b^2+6r_a^2r_b^2)\cos(\varphi+2\varphi_a)$$
$$+(2r_a^2r_b^4+6r_a^2r_b^2)\cos(\varphi+2\varphi_b)+(2r_a^3r_b+2r_ar_b^3)\cos(\varphi-\varphi_{a+b})+\mathrm{x}[2r_a^4r_b^4\cos(\varphi-(4\varphi_a-2\varphi_b))$$
$$+24r_a^3r_b^3\cos(\varphi+(\varphi_a-3\varphi_b))+2r_a^4r_b^4\cos(\varphi+(2\varphi_a-4\varphi_b))+24r_a^3r_b^3\cos(\varphi-(3\varphi_a-\varphi_b))$$
$$+72r_a^2r_b^2\cos(\varphi-2\varphi_a)+72r_a^2r_b^2\cos(\varphi-2\varphi_b)+96r_ar_b\cos(\varphi-\varphi_{a+b})+2r_a^4r_b^2\cos(\varphi-(4\varphi_a+2\varphi_b))$$
$$+2r_a^2r_b^4\cos(\varphi-(2\varphi_a+4\varphi_b))+(2r_a^2r_b^4+2r_a^2r_b^2)\cos(\varphi+2\varphi_b)+(2r_a^4r_b^2+2r_a^2r_b^2)\cos(\varphi+2\varphi_a)$$
$$+6(r_a^3r_b+r_ar_b^3)\cos(\varphi+\varphi_{a+b}))]\}^2-\frac{1}{4}N_{\alpha\beta}^{2}\{r_a^8+r_b^8+16(r_a^6+r_b^6)+73(r_a^4+r_b^4)+103(r_a^2+r_b^2)$$
$$+48+r_a^6r_b^2+r_a^2r_b^6+9(r_a^4r_b^2+r_a^2r_b^4)+38r_a^2r_b^2+(8r_a^3r_b+2r_a^5r_b+2r_a^3r_b^3)\cos\varphi_{3a+b}+(8r_ar_b^3+2r_ar_b^5$$
$$+2r_a^3r_b^3)\cos\varphi_{a+3b}+\mathrm{x}[2r_a^4r_b^4\cos 4\varphi+(146r_a^2r_b^2+2r_a^4r_b^4)\cos 2\varphi+48+32r_a^2r_b^2+32r_a^3r_b^3\cos 3\varphi$$
$$+(206r_ar_b+18r_a^3r_b^3)\cos\varphi+8r_a^3r_b\cos\varphi_{3a+b}+8r_ar_b^3\cos\varphi_{a+3b}+2r_a^4r_b^2\cos 4\varphi_a+2r_a^2r_b^4\cos 4\varphi_b$$
$$+(2r_a^4r_b^2+2r_a^4r_b^2)\cos 2\varphi_{a+b}]\}, \qquad (6)$$

với $x=exp\left[-r_a^2-r_b^2+2r_ar_bcos\left(\varphi_{a-b}\right)\right]$ và hệ số chuẩn hóa

$$N_{\alpha\beta}=\{19(r_a^2+r_b^2)+2r_a^3r_b\cos(\varphi_{3a+b})+2r_ar_b^3\cos(\varphi_{a+3b})+9(r_a^4+r_b^4)+r_a^6+r_b^6$$
$$+12+\exp(-r_a^2-r_b^2+2r_ar_b\cos\varphi_{a-b})[2r_a^3r_b^3\cos 3(\varphi_{a-b})+18r_a^2r_b^2\cos 2(\varphi_{a-b})$$
$$+38r_ar_b\cos(\varphi_{a-b})+2r_a^3r_b\cos(\varphi_{3a+b})+2r_ar_b^3\cos(\varphi_{a+3b})+12]\}^{\frac{1}{2}}. \qquad (7)$$

Theo điều kiện (3) nếu tham số *S* ở (6) có giá trị âm thì trạng thái hai mode kết hợp đối xứng thêm ba và bớt một photon tổng có tính nén tổng. Cụ thể khi khảo sát tính nén tổng của trạng thái này ta thu được kết quả như đồ thị hình 1.



Hình 1: *Đồ thị khảo sát nén tổng hai mode của trạng thái hai mode kết hợp đối xứng thêm ba và bớt một photon tổng*

Đồ thị hình 1 khảo sát sự phụ thuộc của tham số *S* vào biên độ kết hợp r_b của trạng thái hai mode kết hợp đối xứng thêm ba và bớt một photon tổng với điều kiện khảo sát là $r_a = r_b;\ \varphi_a = 0;\ \varphi_b = \frac{\pi}{2}; 0 \le r_b \le 6$. Từ đồ thị ta thấy tham số $S \le 0$ với mọi giá trị của r_a, r_b và khi các tham số r_a, r_b càng tăng thì tham số *S* càng âm. Như vậy chứng tỏ trạng thái hai mode kết hợp đối xứng thêm ba và bớt một photon tổng có tính nén tổng và khi r_a, r_b càng tăng thì tính nén tổng càng mạnh.

2.2. Nén hiệu hai mode

Theo Hillery [7], một trạng thái được gọi là nén hiệu hai mode nếu trạng thái đó thỏa mãn bất đẳng thức:

$$\left\langle \left(\Delta \hat{W}_\varphi\right)^2 \right\rangle - \frac{1}{4}\left|\left\langle \hat{n}_a - \hat{n}_b \right\rangle\right| < 0 \tag{8}$$

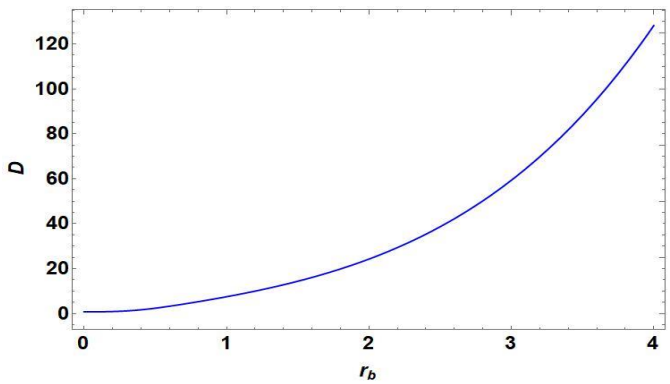
trong đó $\left\langle \hat{V}_\varphi^2 \right\rangle - \left\langle \hat{V}_\varphi \right\rangle^2 = \left\langle \left(\Delta \hat{V}_\varphi\right)^2 \right\rangle$ với $\hat{V}_\varphi = \frac{1}{2}\left(e^{i\varphi}\hat{a}\hat{b}^\dagger + e^{-i\varphi}\hat{a}^\dagger\hat{b}\right)$, $\hat{n}_a = \hat{a}^\dagger\hat{a}$ và $\hat{n}_b = \hat{b}^\dagger\hat{b}$ lần lượt là toán tử số hạt của hai mode *a*, *b*. Để đơn giản cho việc khảo sát, ta đặt:

$$D = \left\langle \hat{W}_\varphi^2 \right\rangle - \left\langle \hat{W}_\varphi \right\rangle^2 - \frac{1}{4}\left\langle \hat{n}_a - \hat{n}_b \right\rangle. \tag{9}$$

Một trạng thái có tính chất nén hiệu hai mode khi tham số *D* ở (9) có giá trị âm. Khi khảo sát trạng thái hai mode kết hợp đối xứng thêm ba và bớt một photon tổng ta có:

$$D=\frac{1}{4}N_{\alpha\beta}^{2}\{[30r_a^6r_b^2+120(r_a^4r_b^2+r_a^2r_b^2)+2(r_a^8r_b^2+r_a^2r_b^4)]\cos 2(\varphi+\varphi_{a-b})+(2r_a^2r_b^8+120(r_a^2r_b^6+r_a^2r_b^4)$$
$$+30r_a^2r_b^6+120r_a^2r_b^2+2r_a^4r_b^2)\cos 2(\varphi-\varphi_{a-b})+2r_a^5r_b^3\cos(2\varphi+(5\varphi_a-\varphi_b))+2r_a^3r_b^5\cos(2\varphi-(\varphi_a-5\varphi_b))$$
$$+(2r_a^5r_b^3+12r_a^3r_b^3+12r_ar_b^3)\cos(2\varphi-(\varphi_a+3\varphi_b))+(2r_a^3r_b^5+12r_a^3r_b^3+12r_a^3r_3)\cos(2\varphi-3\varphi_{a+b})$$
$$+\mathrm{x}[2r_a^3r_b^7\cos(2\varphi-3\varphi_{a-b})+2r_a^7r_b^3\cos(2\varphi+3\varphi_{a-b})+30r_a^2r_b^6\cos 2(\varphi-\varphi_{ab})+30r_a^6r_b^2\cos 2(\varphi+\varphi_{a-b})$$
$$+(120r_ar_b^5+2r_a^5r_b)\cos(2\varphi-\varphi_{a-b})+(120r_a^5r_b+2r_ar_b^5)\cos(2\varphi+\varphi_{a-b})+120(r_a^4+r_b^4)\cos 2\varphi$$
$$+2r_ar_b^7\cos(2\varphi+\varphi_{a+3b})+2r_a^7r_b\cos(2\varphi+\varphi_{3a+b})+(2r_a^3r_b^5+12r_a^3r_b)\cos(2\varphi-(3\varphi_a+\varphi_b))$$
$$+(2r_a^5r_b^3+12r_ar_b^3)\cos(2\varphi-\varphi_{a+3b})+12r_a^2r_b^4\cos 2(\varphi-\varphi_{a+b})+12r_a^4r_b^2\cos 2(\varphi-\varphi_{a+b})+2(r_a^8r_b^2+r_a^2r_b^8)$$
$$+31(r_a^6r_b^2+r_a^2r_b^6)+137(r_a^4r_b^2+r_a^2r_b^4)+350r_a^2r_b^2+(4r_a^5r_b^3+14r_a^3r_b^3+2r_a^5r_b+6r_a^3r_b)\cos(\varphi_{3a+b})$$
$$+120(r_a^2+r_b^2)+(4r_a^3r_b^5+14r_a^3r_b^3+2r_ar_b^5+6r_ar_b^3)\cos(\varphi_{a+3b})+64(r_a^4+r_b^4)+r_a^8+r_b^8+15(r_a^6+r_b^6)+36]$$
$$+\mathrm{x}[(2r_a^4r_b^4+4r_a^5r_b^5+30r_a^3r_b^3)\cos 3\varphi_{a-b}+128r_a^2r_b^2\cos 2\varphi_{a-b}+(62r_a^4r_b^4+274r_a^3r_b^3+240r_ar_b)\cos\varphi_{a-b}$$
$$+(4r_a^3r_b^5+6r_ar_b^3)\cos(\varphi_{a+3b})+350r_a^2r_b^2+(4r_a^5r_b^3+6r_a^3r_b)\cos(\varphi_{3a+b})+14(r_a^2r_b^4+r_a^4r_b^2)\cos 2\varphi_{a+b}+36$$
$$+2r_a^2r_b^4\cos 4\varphi_b+2r_a^4r_b^2\cos 4\varphi_a]-(r_a^8+r_b^8+15(r_a^6+r_b^6)+64(r_a^4+r_b^4)+72(r_a^2+r_b^2)-34r_a^2r_b^2$$
$$-(r_a^6r_b^2+r_a^2r_b^6)+(2r_a^5r_b+6r_a^3r_b-2r_a^3r_b^3)\cos(3\varphi_a+\varphi_b)+(2r_ar_b^5+6r_ar_b^3-2r_a^3r_b^3)\cos(\varphi_{a+3b})+36$$
$$-9(r_a^4r_b^2+r_a^2r_b^4)+\mathrm{x}[2r_a^4r_b^4\cos 4\varphi+30r_a^3r_b^3\cos 3\varphi+(124r_a^2r_b^2-2r_a^4r_b^4)\cos 2\varphi+6r_a^3r_b\cos(\varphi_{3a+b})$$
$$+(144r_ar_b-18r_a^3r_b^3)\cos\varphi-34r_a^2r_b^2+6r_ar_b^3\cos(\varphi_{a+3b})+2r_a^2r_b^4\cos 4\varphi_b-(2r_a^2r_b^4+2r_a^4r_b^2)\cos 2\varphi_{a+b}$$
$$+2r_a^4r_b^2\cos 4\varphi_a+36]\}-\frac{1}{4}N_{\alpha\beta}^{4}\{(2r_a^7r_b+24r_a^5r_b+72r_a^3r_b+48r_ar_b+2r_ar_b^3)\cos(\varphi+\varphi_{a-b})$$
$$+(2r_a^7r_b+24r_ar_b^7+72r_ar_b^3+48r_ar_b+2r_a^3r_b)\cos(\varphi-\varphi_{a-b})+(2r_a^4r_b^2+2r_a^2r_b^4+12r_a^2r_b^2)\cos(\varphi-2\varphi_{a+b})$$
$$+2r_a^4r_b^2\cos(\varphi-4\varphi_a)+2r_a^2r_b^4\cos(\varphi-4\varphi_b)+\mathrm{x}[2r_a^3r_b^5\cos(\varphi-3\varphi_{a-b})+2r_a^5r_b^3\cos(\varphi+3\varphi_{a-b})$$
$$+24r_a^2r_b^4\cos(\varphi-2\varphi_{a-b})+24r_a^4r_b^2\cos(\varphi+2\varphi_{a-b})+(72r_ar_b^3+2r_a^3r_b)\cos(\varphi-\varphi_{a-b})+48(r_a^2+r_b^2)\cos(\varphi)$$
$$+(72r_ar_b^3+2r_a^3r_b)\cos(\varphi+\varphi_{a-b})+2r_a^3r_b^3\cos(\varphi-3\varphi_{a+b})+2r_a^3r_b^3\cos(\varphi-\varphi_{a+3b})+12r_a^2r_b^2\cos(\varphi-2\varphi_{a+b})$$
$$+2r_ar_b^5\cos(\varphi+\varphi_{a+3b})+2r_a^5r_b\cos(\varphi+(\varphi_{a+3b})]\}^2. \qquad (10)$$

Khảo sát cụ thể tính chất nén hiệu hai mode của trạng thái này ta thu được kết quả như đồ thị dưới đây:



Hình 2: *Đồ thị khảo sát nén hiệu hai mode của trạng thái hai mode kết hợp đối xứng thêm ba và bớt một photon tổng*

Đồ thị hình 2 khảo sát quá trình nén hiệu hai mode của trạng thái hai mode kết hợp đối xứng thêm ba và bớt một photon tổng với điều kiện khảo sát là $r_a = 2r_b$; $\varphi = \frac{\pi}{2}$; $\varphi_a = \pi$; $\varphi_b = \frac{\pi}{2}$ và $0 \le r_b \le 4$. Từ đồ thị ta thấy tham số $D \ge 0$ với mọi giá trị của r_a, r_b. Khi các tham số $r_a; r_b$ càng tăng thì tham số *D* càng dương. Như vậy, trạng thái hai mode kết hợp đối xứng thêm ba và bớt một photon tổng không có tính nén hiệu.

3. Sự vi phạm bất đẳng thức Cauchy–Schwarz và tính chất phản kết chùm của trạng thái hai mode kết hợp đối xứng thêm ba và bớt một photon tổng

3.1. Sự vi phạm bất đẳng thức Cauchy–Schwarz

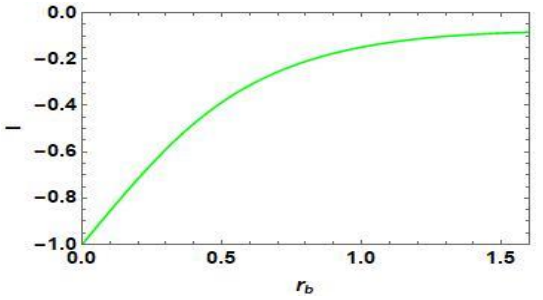
Bất đẳng thức Cauchy–Schwarz cho trường hợp hai mode đối với các trường cổ điển có dạng:

$$I = \frac{\left[\left\langle \hat{a}^{\dagger 2}\hat{a}^2 \right\rangle \left\langle \hat{b}^{\dagger 2}\hat{b}^2 \right\rangle\right]^{\frac{1}{2}}}{\left|\left\langle \hat{a}^{\dagger}\hat{b}^{\dagger}\hat{b}\hat{a} \right\rangle\right|} - 1 \ge 0. \qquad (11)$$

Theo điều kiện (11) mà kết quả khảo sát trạng thái hai mode kết hợp đối xứng thêm ba và bớt một photon tổng thỏa mãn bất đẳng thức Cauchy-Schwarz thì trạng thái đó là trạng thái cổ điển. Ngược lại, nếu nó vi phạm bất đẳng thức Cauchy-Schwarz, nghĩa là tham số $I < 0$ thì trạng thái này là trạng thái phi cổ điển. Khi khảo sát trạng thái hai mode kết hợp đối xứng thêm ba và bớt một photon tổng, ta thu được kết quả tham số *I* như sau:

$$\begin{aligned}
I = \{&[330(r_a^4 + r_b^4) + (2r_a^7 r_b + 12r_a^5 r_b + 12r_a^3 r_b)\cos(3\varphi_a + \varphi_b) + 250(r_a^2 + r_b^2) + r_a^{10} + r_b^{10} + 21(r_a^8 + r_b^8) \\
&+ (2r_a r_b^7 + 12r_a r_b^5 + 12r_a r_b^3)\cos(3\varphi_a + \varphi_b) + r_a^4 r_b^2 + r_a^2 r_b^4 + 138(r_a^6 + r_b^6) + 72 + \mathrm{x}[2r_a^5 r_b^5 \cos 5\varphi \\
&+ 42r_a^4 r_b^4 \cos 4\varphi + 276r_a^3 r_b^3 \cos 3\varphi + 660r_a^2 r_b^2 \cos 2\varphi + (504r_a r_b + 2r_a^3 r_b^3)\cos\varphi + 2r_a^5 r_b^3 \cos(5\varphi_a - \varphi_b) \\
&+ 2r_a^3 r_b^5 \cos(\varphi_a - 5\varphi_b) + 12r_a^4 r_b^2 \cos 4\varphi_a + 12r_a^3 r_b \cos(\varphi_{3a+b}) + 12r_a^2 r_b^4 \cos 4\varphi_b + 12r_a r_b^3 \cos(\varphi_{a+3b}) + 72] \\
&\times (r_a^6 r_b^4 + r_a^4 r_b^6 + 18r_a^4 r_b^4 + 18(r_a^4 r_b^2 + r_a^2 r_b^4) + (r_a^6 + r_b^6) + 6(r_a^4 + r_b^4) + 2r_a^3 r_b^5 \cos(\varphi_{3a+b}) + 2r_a^5 r_b^3 \cos(\varphi_{a+3b}) \\
&+ \mathrm{x}[2r_a^5 r_b^5 \cos 3\varphi + 12r_a^2 r_b^2 \cos 2\varphi + (2r_a^5 r_b^5 + 36r_a^3 r_b^3)\cos\varphi + 2r_a^3 r_b^5 \cos(\varphi_{3a+b}) + 2r_a^5 r_b^3 \cos(\varphi_{a+3b}) \\
&+ 18r_a^4 r_b^4]\}^{\frac{1}{2}} / \{15(r_a^6 r_b^2 + r_a^2 r_b^6) + r_a^8 r_b^2 + r_a^2 r_b^8 + 64(r_a^4 r_b^2 + r_a^2 r_b^4) + 156r_a^2 r_b^2 + (2r_a^3 r_b^5 + 6r_a^3 r_b^3)\cos(\varphi_{a+3b}) \\
&+ 18(r_a^2 + r_b^2) + (2r_a^5 r_b^3 + 6r_a^3 r_b^3)\cos(\varphi_{3a+b}) + \mathrm{x}[2r_a^5 r_b^5 \cos 3\varphi + 30r_a^4 r_b^4 \cos 2\varphi + (128r_a^3 r_b^3 + 36r_a r_b)\cos 2\varphi \\
&+ 156r_a^2 r_b^2 + 2r_a^3 r_b^5 \cos(\varphi_{3a+b}) + 2r_a^5 r_b^3 \cos(\varphi_{a+3b}) + (6r_a^2 r_b^4 + 6r_a^4 r_b^2)\cos 2\varphi_{a+b}]\} - 1. \qquad (12)
\end{aligned}$$

Khi khảo sát cụ thể trạng thái này và sử dụng phần mềm Mathematica ta thu được kết quả như đồ thị dưới đây:



Hình 3: *Đồ thị khảo sát sự vi phạm bất đẳng thức Cauchy–Schwarz của trạng thái hai mode kết hợp đối xứng thêm ba và bớt một photon tổng*

Đồ thị hình 3 khảo sát sự phụ thuộc của tham số *I* theo biên độ r_b của trạng thái hai mode kết hợp đối xứng thêm ba và bớt một photon tổng với điều kiện khảo sát là $r_a = r_b,\ 0 \le r_b \le 1,5;$ $\varphi = \frac{\pi}{2}; \varphi_a = \varphi_b = \pi$. Từ đồ thị ta thấy tham số *I* nhận giá trị trong khoảng $-1 \le I \le 0$. Khi các tham số $r_a; r_b$ càng giảm thì tham số *I* càng âm và tiến về giá trị - 1. Như vậy, trạng thái hai mode kết hợp đối xứng thêm ba và bớt một photon tổng vi phạm bất đẳng thức Cauchy–Schwarz, nghĩa là mang tính chất phi cổ điển.

3.2. Tính phản kết chùm

Ching Tsung Lee [8] đã đưa ra tiêu chuẩn cho sự tồn tại tính phản kết chùm cho trạng thái hai mode trong trường bức xạ thể hiện qua tham số $R_{ab}(l,p)$. Theo đó, một trạng thái có tính chất phản kết chùm khi tham số $R_{ab}(l,p)$ thỏa mãn:

$$R_{ab}(l,p) = \frac{\left\langle \hat{a}^{\dagger(l+1)}\hat{a}^{(l+1)}\hat{b}^{\dagger(p-1)}\hat{b}^{(p-1)}\right\rangle + \left\langle \hat{a}^{\dagger(p-1)}\hat{a}^{(p-1)}\hat{b}^{\dagger(l+1)}\hat{b}^{(l+1)}\right\rangle}{\left\langle \hat{a}^{\dagger l}\hat{a}^{l}\hat{b}^{\dagger p}\hat{b}^{p}\right\rangle + \left\langle \hat{a}^{p}\hat{a}^{p}\hat{b}^{\dagger l}\hat{b}^{l}\right\rangle} - 1, \qquad (13)$$

trong đó $l \ge p > 0$, với *l, p* là số nguyên dương. Khảo sát tham số $R_{ab}(l,p)$ của trạng thái hai mode kết hợp đối xứng thêm ba và bớt một photon tổng. Trong hệ thức (13) của tham số $R_{ab}(l,p)$ có các số hạng tương đương, vì vậy ta tính số hạng tổng quát $\left\langle \hat{a}^{\dagger l}\hat{a}^{l}\hat{b}^{\dagger p}\hat{b}^{p}\right\rangle$, được kết quả như sau:

$$\left\langle \hat{a}^{\dagger l}\hat{a}^{l}\hat{b}^{\dagger p}\hat{b}^{p}\right\rangle = [(3l+3(l+3))(r_a^{2(l+2)}r_b^{2p} + r_a^{2p}r_b^{2(l+2)}) + (3(l+3)(l+2) + r_a^{2(l+3)}r_b^{2p} + r_a^{2p}r_b^{2(l+3)}$$
$$+9l(l+2)+3l(l-1))(r_a^{2(l+1)}r_b^{2p} + r_a^{2p}r_b^{2(l+1)}) + ((l+1)(l+2)(l+3) + 9l(l+1)\times(l+2)$$
$$+9l(l-1)(l+1) + l(l-1)(l-2))\times(r_a^{2l}r_b^{2p} + r_a^{2p}r_b^{2l}) + (3l^2(l+1)(l+2) + 9l^2(l-1)(l+1)$$
$$+3l^2(l-1)(l-2))\times(r_a^{2(l-1)}r_b^{2p} + r_a^{2p}r_b^{2(l-1)}) + (3l^2(l-1)^2(l+1) + 3l^2(l-1)^2(l-2)(r_a^{2(l-2)}r_b^{2p}$$
$$+r_a^{2p}r_b^{2(l-2)}) + l^2(l-1)^2(l-2)^2(r_a^{2(l-3)}r_b^{2p} + r_a^{2p}r_b^{2(l-3)}) + (2r_a^{2l+3}r_b^{2p+1} + 6l(l-1)r_a^{2l-1}r_b^{2p+1}$$
$$+6lr_a^{2l+1}r_b^{2p+1} + 2l(l-1)(l-2)r_a^{2l-3}r_b^{2p+1})\cos(\varphi_{3a+b}) + (2r_b^{2l+3}r_a^{2p+1} + 2l(l-1)(l-2)r_b^{2l-3}r_a^{2p+1}$$
$$+6lr_b^{2l+1}r_a^{2p+1})\cos(\varphi_{a+3b}) + 6l(l-1)r_b^{2l-1}r_a^{2p+1} + r_a^{2l}r_b^{2p+2} + r_b^{2l}r_a^{2p+2}$$

$$+\exp(-r_a^2-r_b^2+2r_ar_b\cos\varphi_{a-b})(2r_a^{l+p+3}r_b^{l+p+3}\cos((p-l-3)\varphi_a+(l-p+3)\varphi_b)+(2(3l$$
$$+3(l+3))r_a^{l+p+2}r_b^{l+p+2}+2(3l+3(l+3))r_a^{l+p+2}r_b^{l+p+2})\cos((p-(2(3(l+2)(l+3)+9l(l+2)$$
$$+3l(l-1))\times r_a^{l+p+1}r_b^{l+p+1}+2(3(l+3)(l+2)+9l(l+2)+3l(l-1))r_a^{l+p+1}r_b^{l+p+1})$$
$$\times\cos((p-l-1)\varphi_a+(l-p+1)\varphi_b)+(2((l+1)(l+2)(l+3)+9l(l+1)(l+2)+9l(l-1)(l+1)$$
$$+l(l-1)(l-2))r_a^{l+p}r_b^{l+p}+2((l+1)(l+2)(l+3)+9l(l+1)(l+2+9l(l-1)(l+1)$$
$$+l(l-1)(l-2))r_a^{l+p}r_b^{l+p})\cos((p-l)\varphi_a+(l-p)\varphi_b)+2(3l^2(l+1)(l+2)+9l^2(l-1)(l+1)$$
$$+3l^2(l-1)(l-2))r_a^{l+p-1}r_b^{l+p-1}\cos((p-l+1)\varphi_a+(l-p-1)\varphi_b)+2(3l^2(l-1)^2(l+1)$$
$$+3l^2(l-1)^2(l-2)r_a^{l+p-2}r_b^{l+p-2}\cos((p-l+2)\varphi_a+(l-p-2)\varphi_b)+2l^2(l-1)^2(l-2)^2$$
$$\times r_a^{l+p-3}r_b^{l+p-3}c\,os((p-l+3)\varphi_a+(l-p-3)\varphi_b)+2r_a^{l+p+3}r_b^{l+p+1}\cos((p-l-3)\varphi_a+(l-p-1)\varphi_b)$$
$$+2r_a^{l+p+1}r_b^{l+p+3}\cos((l-p-1)\varphi_a+(p-l-3)\varphi_b)+6l(r_a^{l+p+2}r_b^{l+p}\cos((p-l-2)\varphi_a+(l-p-2)\varphi_b)$$
$$+6lr_a^{l+p}r_b^{l+p+2}\cos((l-p-2)\varphi_a+(p-l-2)\varphi_b)+6l(l-1)r_a^{l+p+1}r_b^{l+p-1}\cos((l-p-1)\varphi_a$$
$$+(p-l-3)\varphi_b)+6l(l-1)r_a^{l+p-1}r_b^{l+p+1}\cos((l-p-3)\varphi_a+(p-l+1)\varphi_b)+2l(l-1)(l-2)r_a^{l+p}r_b^{l+p-2}$$
$$\times\cos((p-l)\varphi_a+(l-p-4)\varphi_b)+2l(l-1)(l-2)r_a^{l+p}r_b^{l+p-2}\cos((p-l+4)\varphi_a+(l-p)\varphi_b)$$
$$+2r_a^{l+p+1}r_b^{l+p+1}\times\cos((p-l+1)\varphi_a+(l-p-1)\varphi_b))]. \quad (14)$$

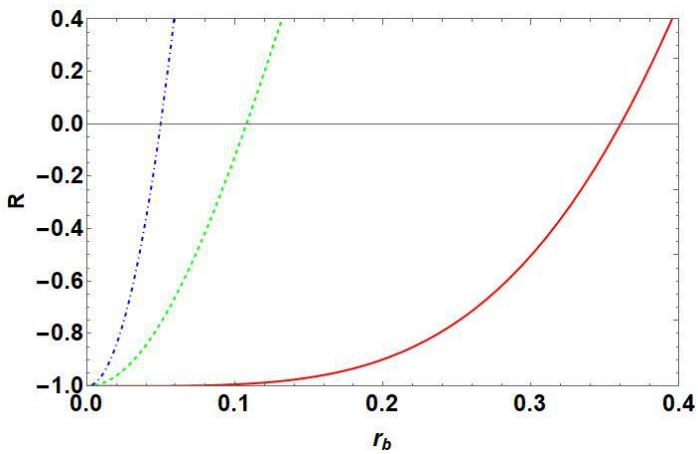
Tương tự, ta cũng tính được các số hạng $\left\langle \hat{a}^{\dagger p}\hat{a}^{p}\hat{b}^{\dagger l}\hat{b}^{l}\right\rangle$; $\left\langle \hat{a}^{\dagger(l+1)}\hat{a}^{(l+1)}\hat{b}^{\dagger(p-1)}\hat{b}^{(p-1)}\right\rangle$ và số hạng $\left\langle \hat{a}^{\dagger(p-1)}\hat{a}^{(p-1)}\hat{b}^{\dagger(l+1)}\hat{b}^{(l+1)}\right\rangle$ bằng cách đổi biến l, p từ số hạng $\left\langle \hat{a}^{\dagger l}\hat{a}^{l}\hat{b}^{\dagger p}\hat{b}^{p}\right\rangle$ cho các trường hợp tương ứng. Bây giờ chúng ta sẽ khảo sát tính phản kết chùm của trạng thái này ứng với các giá trị l, p cụ thể như sau:

+ Trường hợp $l=3; p=2$, thay các số hạng vào (13) ta được:

$$R(3,2)=-1+\{1152r_a^2r_b^2+r_a^{10}r_b^2+r_a^{14}r_b^2+r_a^8r_b^4+r_a^4r_b^8+2r_a^8r_b^8+r_a^2r_b^{10}+3024(r_a^4r_b^2+r_a^2r_b^4)$$
$$+r_a^2r_b^{14}+3888(r_a^6r_b^2+r_a^2r_b^6)+18(r_a^8+r_b^8)+1932(r_a^8r_b^2+r_a^2r_b^8)+63(r_a^8r_b^4+r_a^4r_b^8)+15r_a^8r_b^6$$
$$+15r_a^6r_b^8+378(r_a^{10}r_b^2+r_a^2r_b^{10})+33(r_a^{12}r_b^2+r_a^2r_b^{12})+Exp(-r_a^2-r_b^2+2r_ar_b\cos\varphi_{a-b})[2r_a^8r_b^8$$
$$+2r_a^6r_b^8\cos4\varphi_a+6r_a^7r_b^5\cos(\varphi_a-5\varphi_b)+36r_a^4r_b^4\cos4\varphi_{a-b}+6r_a^5r_b^7\cos(5\varphi_a-\varphi_b)$$
$$+2r_a^6r_b^6\cos4\varphi_{a-b}+30r_a^7r_b^7\cos\varphi_{a-b}+156r_a^5r_b^5\cos3\varphi_{a-b}+126r_a^6r_b^6\cos2\varphi_{a-b}+2r_a^8r_b^6\cos4\varphi_b]$$

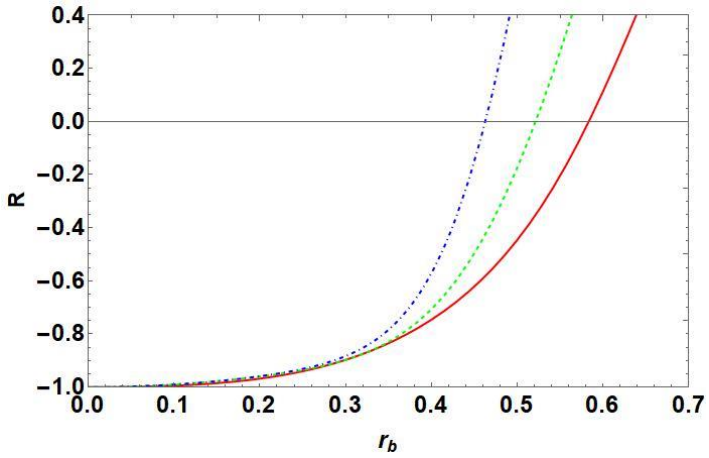
$$+(48r_a^5r_b^3+72r_a^7r_b^3+24r_a^9r_b^3+2r_a^{11}r_b^3+6r_a^3r_b^9+2r_a^5r_b^9)\cos\varphi_{3a+b}+(6r_a^9r_b^3+48r_a^3r_b^5)\cos\varphi_{a+3b}$$
$$+(2r_a^9r_b^5+72r_a^3r_b^7+24r_a^3r_b^9+2r_a^3r_b^{11})\cos\varphi_{a+3b}+Exp(-r_a^2-r_b^2+2r_ar_b\cos\varphi_{a-b})[1152r_a^2r_b^2$$
$$+72r_a^6r_b^4\cos(4\varphi_a)+2r_a^6r_b^8\cos(2\varphi_a-6\varphi_b)+2r_a^8r_b^8\cos 6\varphi_{a-b}+24r_a^5r_b^7\cos(\varphi_a-5\varphi_b)$$
$$+66r_a^7r_b^7\cos 5\varphi_{a-b}+756r_a^6r_b^6\cos 4\varphi_{a-b}+3804r_a^5r_b^5\cos 3\varphi_{a-b}+(7776r_a^4r_b^4+2r_a^6r_b^6)\cos 2\varphi_{a-b}$$
$$+2r_a^8r_b^6\cos(6\varphi_a-2\varphi_b)+6048r_a^3r_b^3\cos\varphi_{a-b}+24r_a^7r_b^5\cos(5\varphi_a-\varphi_b)+72r_a^4r_b^6\cos 4\varphi_b$$
$$+48r_a^5r_b^3\cos\varphi_{3a+b}+48r_a^3r_b^5\cos\varphi_{a+3b}]\}/\{r_a^8r_b^4+2484r_a^4r_b^4+r_a^{12}r_b^4+278r_a^6r_b^6+r_a^{10}r_b^6+r_a^4r_b^8$$
$$+r_a^6r_b^{10}+r_a^4r_b^{12}+36(r_a^4+r_b^4)+540(r_a^4r_b^2+r_a^2r_b^4)+36(r_a^6+r_b^6)+252(r_a^6r_b^2+r_a^2r_b^6)$$
$$+1212(r_a^6r_b^4+r_a^4r_b^6)+243(r_a^8r_b^4+r_a^4r_b^8)+21(r_a^8r_b^6+r_a^6r_b^8)+27(r_a^{10}r_b^4+r_a^4r_b^{10})+12r_a^3r_b^5\cos\varphi_{3a+b}$$
$$+(36r_a^5r_b^5+18r_a^7r_b^5+2r_a^9r_b^5+12r_a^3r_b^7+12r_a^5r_b^7+2r_a^7r_b^7)\cos\varphi_{3a+b}+(12r_a^5r_b^3+12r_a^7r_b^3)\cos\varphi_{a+3b}$$
$$+(36r_a^5r_b^5+12r_a^7r_b^5+18r_a^5r_b^7+2r_a^7r_b^7+2r_a^5r_b^9)\cos\varphi_{a+3b}+Exp(-r_a^2-r_b^2+2r_ar_b\cos\varphi_{a-b})[276r_a^6r_b^6$$
$$+12r_a^4r_b^6\cos 4\varphi_a+72r_a^3r_b^3\cos 3\varphi_{a-b}+504r_a^4r_b^4\cos 2\varphi_{a-b}+2r_a^6r_b^6\cos 2\varphi_a+2r_a^8r_b^8\cos 2\varphi_{a-b}$$
$$+676r_a^5r_b^5\cos\varphi_{a-b}+42r_a^7r_b^7\cos\varphi_{a-b}+12r_a^6r_b^4\cos 4\varphi_b+12r_a^5r_b^7\cos\varphi_{3a+b}+2r_a^8r_b^6\cos 2\varphi_{a=b}$$
$$+2r_a^6r_b^8\cos 2\varphi_{a-b}+12r_a^7r_b^5\cos\varphi_{a+3b}]+Exp(-r_a^2-r_b^2+2r_ar_b\cos\varphi_{a-b})[2484r_a^4r_b^4+2r_a^6r_b^6$$
$$+2r_a^8r_b^6\cos(4\varphi_a)+2r_a^8r_b^8\cos 4\varphi_{a-b}+54r_a^7r_b^7\cos 3\varphi_{a-b}+72r_a^2r_b^2\cos 2\varphi_{a-b}+486r_a^6r_b^6\cos 2\varphi_{a-b}$$
$$+1080r_a^3r_b^3\cos\varphi_{a-b}+1812r_a^5r_b^5\cos\varphi_{a-b}+2r_a^6r_b^8\cos 4\varphi_b+(12r_a^3r_b^5+18r_a^7r_b^5)\cos\varphi_{3a+b}$$
$$+36r_a^6r_b^4\cos 2\varphi_{a+b}+36r_a^4r_b^6\cos 2\varphi_{a+b}+(12r_a^5r_b^3+18r_a^5r_b^7)\cos\varphi_{a+3b}]\}. \quad (15)$$

+ Tương tự cho các trường hợp {(l = 4, p = 2); (l = 5, p = 2} và sử dụng phần mềm Mathematica để vẽ đồ thị ta thu được kết quả:



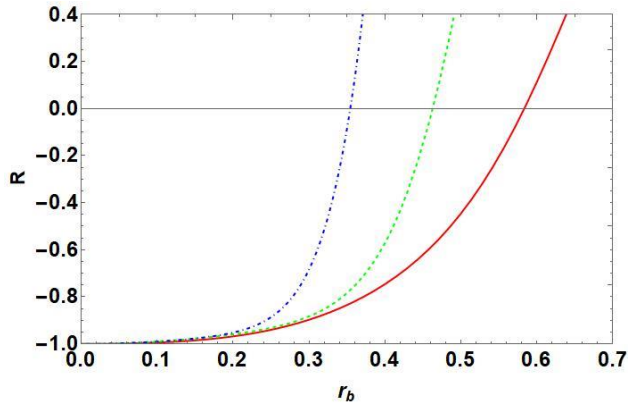
Hình 4: *Đồ thị khảo sát sự phụ thuộc của R_{ab} (3,2), R_{ab} (4,2), R_{ab} (5,2) vào biên độ r_b với $r_a = r_b^{1/3}$; $0 \le r_b \le 0.4$; $\varphi = \frac{\pi}{2}$; $\varphi_a = 0$; $\varphi_b = \pi$. Các tham số được chọn theo thứ tự tương ứng với đường nét liền, đường nét đứt và đường gạch chấm*

+ Tương tự cho các trường hợp {(l = 3, p = 3); (l = 4, p = 3); (l = 5, p = 3)} và sử dụng phần mềm Mathematica để vẽ đồ thị ta thu được kết quả:



Hình 5: *Đồ thị khảo sát sự phụ thuộc của* $R_{ab}(3,3)$, $R_{ab}(4,3)$, $R_{ab}(5,3)$ *vào biên độ* r_b *với* $r_a = r_b^{1/3}$; $0 \le r_b \le 0.7$; $\varphi = \pi$; $\varphi_a = \pi$; $\varphi_b = \frac{\pi}{4}$. *Các tham số được chọn theo thứ tự tương ứng với đường nét liền, đường nét đứt và đường gạch chấm*

+ Tương tự cho các trường hợp {(l = 3, p = 3); (l = 4, p = 3); (l = 5, p = 3)} và sử dụng phần mềm Mathematica để vẽ đồ thị ta thu được kết quả:



Hình 6: *Đồ thị khảo sát sự phụ thuộc của* $R_{ab}(3,3)$, $R_{ab}(5,3)$, $R_{ab}(7,3)$ *vào biên độ* r_b *với* $r_a = r_b^{1/3}$; $0 \le r_b \le 0.7$; $\varphi = \pi$; $\varphi_a = \pi$; $\varphi_b = \frac{\pi}{4}$. *Các tham số được chọn theo thứ tự tương ứng với đường nét liền, đường nét đứt và đường gạch chấm*

Từ ba đồ thị hình 4, hình 5 và hình 6 ta nhận thấy tham số $R_{ab}(l,p)$ đều xuất phát từ giá trị -1, đây là giá trị cực tiểu của tham số này và $R_{ab}(l,p) < 0$ khi các tham số r_a, r_b rất nhỏ. Khi các tham số r_a, r_b tăng thì giá trị $R_{ab}(l,p)$ dần tiến đến 0, khi r_a, r_b vượt qua một giá trị nào đó thì $R_{ab}(l,p) > 0$. Ngoài ra, hiệu số $l-p$ càng nhỏ thì tính phản kết chùm càng mạnh. Như vậy, trạng thái hai mode kết hợp đối xứng thêm ba và bớt một photon tổng có tính chất phản kết chùm, nghĩa là trạng thái đó mang tính chất phi cổ điển khi các tham số r_a, r_b rất bé. Trong trường hợp r_a, r_b tăng dần thì tham số $R_{ab}(l,p)$ cũng tăng dần đến 0, khi đó tính chất phi cổ điển của trạng thái giảm

dần. Nếu tiếp tục tăng r_a, r_b vượt qua một giá trị giới hạn nào đó thì tham số $R_{ab}(l, p)$ nghĩa là tính chất phi cổ điển của trạng thái hai mode kết hợp đối xứng thêm ba và bớt một photon tổng không còn, khi đó trạng thái này mang tính chất cổ điển.

4. Kết luận

Trong bài báo cáo này, chúng tôi đã khảo sát tính chất nén tổng hai mode, nén hiệu hai mode, sự vi phạm bất đẳng thức Cauchy-Schwarz và tính phản kết chùm của trạng thái hai mode kết hợp đối xứng thêm ba và bớt một photon tổng. Qua quá trình khảo sát và vẽ đồ thị các tham số nén này, chúng tôi nhận thấy trạng thái hai mode kết hợp đối xứng thêm ba và bớt một photon tổng có thể hiện tính chất nén tổng hai mode, nhưng hoàn toàn không có tính nén hiệu hai mode. Hơn nữa, trạng thái hai mode kết hợp đối xứng thêm ba và bớt một photon tổng hoàn toàn vi phạm bất đẳng thức Cauchy-Schwarz và thể hiện tính chất phản kết chùm bậc thấp và bậc cao đối với giá trị biên độ bé. Từ đó, chúng tôi rút ra kết luận trạng thái hai mode kết hợp đối xứng thêm ba và bớt một photon tổng là một trạng thái phi cổ điển. Các tính chất phi cổ điển của trạng thái này thể hiện khá rõ thông qua khảo sát tính chất nén tổng hai mode và sự vi phạm hoàn toàn bất đẳng thức Cauchy-Schwarz. Ngoài ra, tính chất phản kết chùm hai mode xuất hiện trong trạng thái này tại các giá trị cường độ kết hợp bé và luôn luôn xuất hiện ở mọi bậc thấp cũng như bậc cao tùy thuộc vào việc chọn thông số của hệ một cách phù hợp.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Glauber. R. J. (1963), "Photon correlation", Phys. Rev. Lett., 10, 84

2. Sudarshan E. C. G. (1963), "Equivalence of semiclassical and quantum mechanical descriptions of statistical light beams", *Phys. Rev. Lett,* 10, 277

3. Stoler D. (1970), "Equivalence classes of minimum uncertainty packets", *Phys. Rev. D,* 1, 3217

4. Agarwal G. S. and Tara. K. (1991), "Nonclassical properties of states generated by the excitations on a coherent state", *Phys. Rev. A,* 43, pp. 492 - 497

5. Nguyễn Thanh Pháp (2014), "Khảo sát các tính chất phi cổ điển của trạng thái hai mode kết hợp thêm hai photon", Luận văn Thạc sĩ, Đại học Sư phạm, Đại học Huế

6. Trần Diệp Tuấn (2017), "Khảo sát các tính chất phi cổ điển của trạng thái hai mode kết hợp thêm hai photon tích SU(1,1) chẵn", Luận văn Thạc sĩ, Đại học Sư phạm, Đại học Huế

7. Hillery M. (1989), "Sum and difference squeezing of the electromagnetic field", *Phys. Rev. A,* 40, pp. 3147-3155

8. Hillery M. and Zubairy M. S. (2006), "Entanglement conditions for two- mode states: applications", *Phys. Rev. A,* 74(3), 032333

9. Lee C. T. (1990), "Many-photon antibunching in generalized pair coherent states", *Phys. Rev. A,* 41, pp 1569 - 1575

STUDYING THE LOWER-ORDER AND THE HIGHER-ORDER NONCLASSICAL PROPERTIES OF THE THREE-PHOTON-ADDED AND ONE-PHOTON-SUBTRACTED TWO-MODE OLD COHERENT STATE

ABSTRACT

In this paper, the authors consider the lower-order and higher-order nonclassical properties of the three-photon-added and one-photon-subtracted two-mode odd coherent state. In this state, we investigate the two-mode sum squeezing, the two-mode difference squeezing, the violation of the Cauchy-Schwarz inequality, and the two-mode higher-order antibunching. The calculation results indicate that this state appears two-mode sum squeezing but does not appear two-mode difference squeezing. This state also violates the Cauchy-Schwarz inequality and becomes nonclassical state. In addition, the three-photon-added and one-photon-subtracted two-mode even coherent state can appear two-mode higher-order antibunching in any order. When increasing the higher-order, the degree of antibunching becomes more and more obvious.

Keywords: *Two-mode sum squeezing, two-mode difference squeezing, violation of the Cauchy-Schwarz inequality, two-mode antibunching*

(Received: 2/7/2020, Revised: 15/7/2020, Accepted for publication: 21/7/2020)