

XÁC ĐỊNH CÁC ĐẶC TRƯNG CỦA HÌNH CHIỀU GIAO TUYẾN LÊN MẶT PHẪNG CHỨA HAI TRỤC SONG SONG CỦA HAI MẶT BẬC HAI TRÒN XOAY

DETERMINE THE CHARACTERISTICS OF THE INTERSECTING PROJECTION
ONTO THE PLANE CONTAINING TWO PARALLEL AXES OF TWO REVOLUTION
SURFACES OF SECOND-ORDER

Nguyễn Độ, Nguyễn Công Hành*, Vũ Thị Hạnh

Trường Đại học Bách khoa - Đại học Đà Nẵng¹

*Tác giả liên hệ: nchanh@dut.udn.vn

(Nhận bài: 06/10/2021; Chấp nhận đăng: 01/12/2021)

Tóm tắt - Khi biểu diễn vật thể, thường gặp các bài toán vẽ giao tuyến của các mặt bậc hai tròn xoay. Chúng ta biết rằng, hai mặt bậc hai tròn xoay giao nhau theo đường cong ghềnh bậc bốn. Nếu hai mặt bậc hai tròn xoay có các trục song song nhau hoặc một trong hai mặt là mặt cầu thì hình chiếu của giao tuyến lên mặt phẳng chứa hai trục của chúng là đường cong parabol. Cho đến nay, chưa có tài liệu hay nghiên cứu nào xác định các đặc trưng của parabol hình chiếu của giao tuyến mà chỉ sử dụng các mặt phụ trợ để xác định các điểm thuộc giao. Bài báo trình bày phương pháp xác định chính xác các đặc trưng của parabol hình chiếu của giao tuyến bao gồm: Đỉnh, trục đối xứng, tiêu điểm và đường chuẩn. Từ kết quả này, parabol hoàn toàn được xác định, có nghĩa là parabol được vẽ nhanh chóng mà không cần dùng các mặt phụ trợ và thậm chí có thể vẽ được các điểm ảo thuộc parabol giao tuyến.

Từ khóa - Đỉnh; trục đối xứng; tiêu điểm; đường chuẩn; giao tuyến của các mặt bậc hai tròn xoay.

1. Đặt vấn đề

Hiện nay, trong công nghiệp rèn dập tấm vỏ, công nghiệp sản xuất hệ thống lò hơi cỡ vừa và lớn, hệ thống đường ống dẫn dầu và khí, hệ thống tấm vỏ tàu thủy rất cần vẽ chính xác giao tuyến của các mặt bậc hai tròn xoay để khai triển các mặt.

Khi biểu diễn vật thể trên các bản vẽ kỹ thuật, thường gặp các bài toán dựng hình chiếu của giao tuyến các mặt bậc hai tròn xoay, các khối bậc hai tròn xoay. Ta đã biết rằng, hai mặt bậc hai tròn xoay giao nhau theo đường cong ghềnh bậc bốn, hình chiếu của giao tuyến này lên mặt phẳng đối xứng chung của chúng là đường cong phẳng bậc hai có thể là: elíp (tròn), parabol hoặc hyperbol.

- Nếu hai mặt bậc hai tròn xoay cùng trục thì chúng giao nhau theo các đường tròn nằm trong các mặt phẳng vuông góc trục chung đó, hình chiếu của các giao tuyến này lên mặt phẳng đối xứng chung của chúng suy biến thành các đoạn thẳng vuông góc trục chung;

- Nếu hai mặt bậc hai tròn xoay có các trục giao nhau thì hình chiếu của giao tuyến lên mặt phẳng đối xứng chung chứa hai trục của chúng là hyperbol [1];

- Nếu hai mặt bậc hai tròn xoay có các trục song song nhau hoặc một trong hai mặt là mặt cầu thì hình chiếu của giao tuyến lên mặt phẳng đối xứng chung chứa hai trục của chúng là parabol [2-4].

Abstract - When representing objects, frequently encounter problems constructing the intersection of two revolution surfaces of second-order. Two revolution surfaces of second-order intersect in a quaternary rapids curve. If two revolution surfaces of second-order have parallel axes or one of them is a sphere, the projection of the intersection onto the plane containing their two axes is a parabolic curve. However, there has not been any research on determining the characteristics of the projection parabola of the intersection, but only use auxiliary surfaces to regulate the points on the intersection. The paper presents the method to accurately ascertain the characteristics of the projection parabola of the intersection including vertex, symmetric, focus and directrix. From this result, the parabola is completely defined, it can be drawn quickly without using auxiliary surfaces and even possible to determine imaginary points on the intersection parabola.

Key words - Vertex; axis of symmetry; focus; directrix; intersection of the revolution surfaces of second-order.

Cho đến nay, đã có nhiều nghiên cứu trình bày cách xác định giao tuyến của các mặt bậc hai tròn xoay bằng phương pháp biểu diễn [5], lần mô hình hóa hình học [6]. Tuy nhiên, chưa có các nghiên cứu xác định các đặc trưng của parabol giao tuyến mà chỉ sử dụng các mặt phụ trợ để xác định các điểm thuộc giao tuyến trên các hình chiếu vuông góc [5]. Bài báo này tập trung nghiên cứu phương pháp xác định chính xác các đặc trưng của parabol hình chiếu của giao tuyến lên mặt phẳng đối xứng chung chứa hai trục song song của hai mặt bậc hai tròn xoay gồm: Đỉnh, trục, tiêu điểm và đường chuẩn của parabol.

Khi xác định được các đặc trưng của parabol hình chiếu của giao tuyến có ý nghĩa là parabol được vẽ nhanh, chính xác mà không cần dùng các mặt phụ trợ như đã trình bày trong giáo trình Hình họa, Vẽ kỹ thuật [1,7-8].

Các hình vẽ được trình bày trong bài báo này được vẽ chính xác trên phần mềm AutoCAD [9-10].

2. Nội dung nghiên cứu

2.1. Giới thiệu kiến thức và phương pháp nghiên cứu

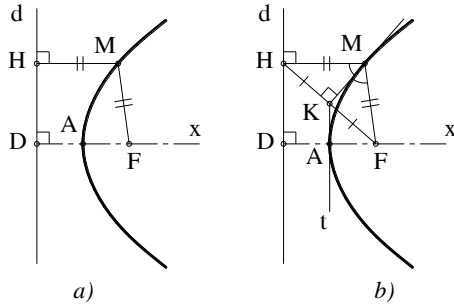
Xác định các đặc trưng của parabol hình chiếu của giao tuyến thì cần phải xác định các tiếp tuyến với parabol; Để dựng tiếp tuyến với giao tuyến tại điểm thuộc giao thì qua điểm này ta phải dựng hai mặt phẳng lần lượt tiếp xúc với hai mặt bậc hai; giao tuyến của hai mặt phẳng tiếp xúc là đường thẳng tiếp xúc với giao tuyến cần dựng.

¹ The University of Danang - University of Science and Technology (Nguyen Do, Nguyen Cong Hanh, Vu Thi Hanh)

2.1.1. Parabol

a. Đặc điểm và tính chất của parabol

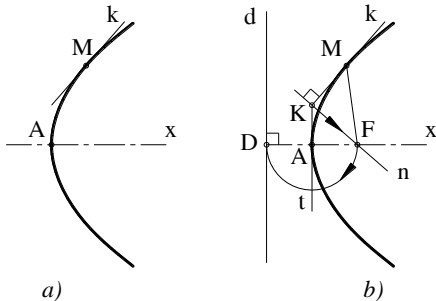
- + Gọi K là trung điểm của HF thì KM là đường cao cũng là phân giác của góc HMF;
- + KM là đường tiếp tuyến với parabol tại điểm M;
- + Rõ ràng $K \in At$ tiếp tuyến với parabol (Hình 1b).



Hình 1. Parabol và các đặc điểm

b. Xác định các đặc trưng của parabol khi biết đỉnh, trục và một tiếp tuyến tại một điểm thuộc parabol.

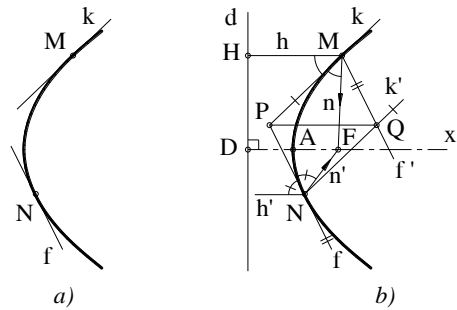
- Cho parabol được xác định bởi đỉnh A, trục đối xứng x và tiếp tuyến Mk với parabol tại M (Hình 2a).
 - + Vẽ At tiếp xúc với parabol tại đỉnh A;
 - + Gọi $K = Mk \cap At$; Vẽ $Kn \perp KM$;
 - + Vẽ $F = Kn \cap x$ - thì F là tiêu điểm (Hình 2b).
 - + Vẽ điểm D đối xứng với điểm F qua đỉnh A;
 - + Vẽ $d \perp x$ tại D, thì d là đường chuẩn của parabol.



Hình 2. Xác định các đặc trưng của parabol

c. Xác định phương của trục parabol khi biết hai tiếp tuyến với parabol tại hai điểm thuộc parabol

- Cho parabol được xác định bởi hai tiếp tuyến Mk và Nf (Hình 3a).
 - + Xác định phương của trục parabol;
 - + Xác định các đặc trưng của parabol: Đỉnh, trục, tiêu điểm và đường chuẩn của parabol.
- *Xác định phương của trục parabol*
 - Qua M, N vẽ hai đường thẳng Nk' và Mf' ;
 - Vẽ $P = Mk \cap Nf$ và $Q = Mf' \cap Nk'$ (Hình 3b)
 - Thì PQ là phương của trục parabol, [3].
- *Xác định các đặc trưng của Parabol.*
 - Qua M, N vẽ các đường thẳng $Mh, Nh' \parallel PQ$;
 - Vẽ Mn đối xứng với Mh qua tiếp tuyến Mk;
 - Vẽ Nn' đối xứng với Nh' qua tiếp tuyến Nf;

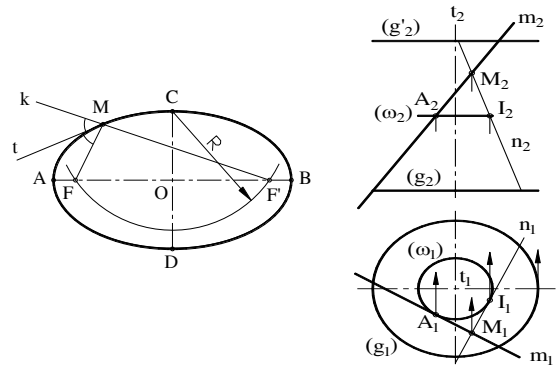


Hình 3. Xác định phương của trục parabol

- Vẽ $F = Mn \cap Nn'$ - thì F là tiêu điểm;
- Qua F, vẽ đường thẳng $x \parallel PQ$ là trục parabol.
- Lấy $H \in h$: $MH = MF$ (Hình 3b);
- Vẽ $HD \perp x$ thì $d = HD$ là đường chuẩn parabol.

2.1.2. Vẽ tiếp tuyến elíp tại một điểm thuộc elíp

Cho elíp được xác định bởi cặp trục AB, CD và điểm M thuộc elíp (Hình 4). Qua M, vẽ tiếp tuyến với elíp.



Hình 4. Vẽ tiếp tuyến với elíp tại điểm thuộc elíp

Hình 5. Mặt hyperboloid tròn xoay một tầng

- + Vẽ hai tiêu điểm của elíp: $F', F = (C, R) \cap AB$ với $R = AB/2$;
- + Vẽ Mt là phân giác của góc ngoài góc FMF' thì Mt là tiếp tuyến với elíp tại M [1], [3].

2.1.3. Mặt hyperboloid tròn xoay một tầng

a. Mặt hyperboloid tròn xoay một tầng là mặt được tạo thành bởi đường sinh thẳng m chuyển động quay xung quanh một trục t chéo với nó (Hình 5).

Điểm thuộc đường sinh m có khoảng cách ngắn nhất đến trục t sẽ vạch ra đường tròn hống $(\omega) \perp t$. Mặt hyperboloid tròn xoay một tầng được xác định bởi trục t và đường sinh m hoặc trục t và đường tròn hống (ω) .

Đường sinh m luôn luôn tựa vào đường tròn hống (ω) . Mặt hyperboloid tròn xoay một tầng thường được giới hạn bởi hai đường tròn đáy (g) đối xứng nhau qua đường tròn hống (ω) (Hình 5) [4-6], [11-12].

b. Mặt phẳng tiếp xúc với mặt hyperboloid một tầng tại điểm thuộc mặt

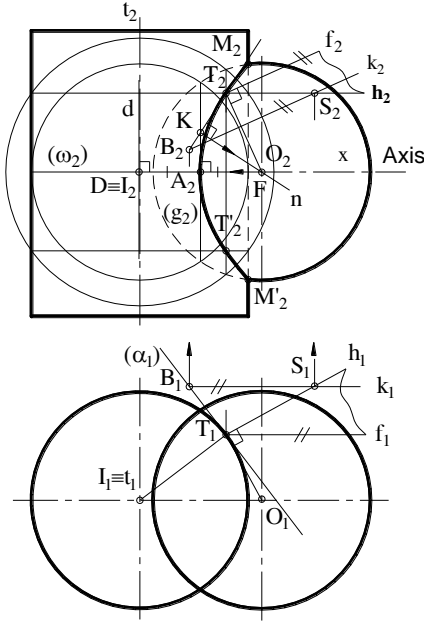
Mặt phẳng tiếp xúc với mặt hyperboloid tròn xoay một tầng sẽ cắt mặt hyperboloid theo hai đường sinh, (Hình 5) - mặt phẳng (m,n) tiếp xúc với mặt hyperboloid tròn xoay một tầng tại điểm M thuộc mặt.

2.2. Các bài toán xác định các đặc trưng của parabol hình chiếu của giao tuyến

• Bài toán 1

Cho mặt trụ tròn xoay trục t và mặt cầu tâm O có mặt phẳng đối xứng chung (O, t) song song mặt phẳng hình chiếu đứng P_2 . Vẽ hình chiếu đứng của giao tuyến và xác định các đặc trưng của giao tuyến.

○ Trường hợp 1: Trục $t \perp P_1$



Hình 6. Giao tuyến của mặt cầu và mặt trụ tròn xoay

Hai mặt trụ và cầu giao nhau theo đường cong gheñh bậc bốn, chiếu lên mặt phẳng $(O, t) // P_2$ là parabol. Để vẽ hình chiếu đứng của parabol và các đặc trưng của nó:

+ Vẽ $OI \perp t$ tại I ; Dựng mặt cầu phụ trợ tâm I nội tiếp mặt trụ theo đường tròn (ω) và cắt mặt cầu đã cho theo đường tròn phụ (g) ; Vẽ $A_2 = (\omega_2) \cap (g_2)$ là điểm giới hạn thuộc parabol hình chiếu đứng của giao tuyến;

+ Vẽ cầu phụ trợ tâm I (hoặc tâm thuộc t) cắt hai mặt đã cho theo các đường tròn phụ có hình chiếu đứng suy biến thành các đoạn thẳng, chúng giao nhau tại các điểm T_2, T'_2 thuộc parabol hình chiếu đứng của giao (Hình 6);

+ Ta nhận thấy giao tuyến ở hình chiếu đứng đối xứng nhau qua đường thẳng (ω_2) nên đường thẳng $x \equiv (\omega_2)$ là trục và A_2 là đỉnh của parabol;

+ Để xác định tiêu điểm F của parabol, trước tiên ta phải dựng tiếp tuyến với giao tuyến tại điểm T thuộc giao:

- Dựng $mp(h, f)$ tiếp xúc với mặt cầu tại điểm T ;
- Dựng $mp(\alpha) \perp P_1$ tiếp xúc với mặt trụ tại điểm T ;
- Vẽ $TB = mp(\alpha) \cap mp(h, f)$ thì TB là tiếp tuyến với giao tuyến tại điểm T ;
- Gọi $K = B_2T_2 \cap (g_2)$;

- Đường thẳng $Kn \perp B_2T_2$, cắt trục x tại F là tiêu điểm của parabol cần xác định (theo (Hình 2b)).

+ Vẽ D đối xứng F qua A_2 ; đường thẳng $d \perp x$ tại A_2 là đường chuẩn của parabol cần xác định.

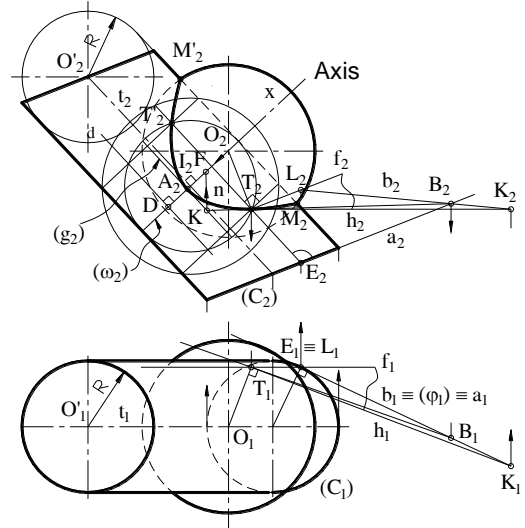
○ Trường hợp 2: Trục t không vuông góc P_1

Cách xác định các điểm T, T' thuộc giao tuyến và các đặc trưng parabol hình chiếu đứng của giao tuyến hoàn toàn tương tự như trường hợp 1 (Hình 7);

Ta nhận thấy giao tuyến ở hình chiếu đứng đối xứng nhau qua đường thẳng (ω_2) nên đường thẳng $x \equiv (\omega_2)$ là trục và A_2 là đỉnh của parabol hình chiếu đứng;

Vì mặt trụ có trục t nghiêng với P_1 nên để dựng mặt phẳng tiếp xúc với mặt trụ tại điểm T thuộc giao được thực hiện như sau:

+ Ứng dụng hướng thiết diện Monge, ta xác định đường chuẩn đáy trụ là elíp (C) thuộc mặt phẳng chiếu đứng có hình chiếu bằng (C_1) là đường tròn (Hình 7);



Hình 7. Giao tuyến của mặt cầu và mặt trụ tròn xoay

+ Dựng mặt phẳng (TE, a) tiếp xúc mặt trụ theo đường sinh TE , với a là đường thẳng tiếp xúc với đường chuẩn (C) tại chân E của đường sinh ST (Hình 7);

Dựng mặt phẳng (h, f) tiếp xúc mặt cầu tại điểm T ;

Vẽ $TB = mp(TE, a) \cap mp(h, f)$ là tiếp tuyến với giao tuyến tại điểm T ;

Để xác định tiêu điểm và đường chuẩn, ta thực hiện:

- + Gọi $K = B_2T_2 \cap (g_2)$;
- + Đường thẳng $Kn \perp B_2T_2$, cắt trục x tại F là tiêu điểm của parabol cần xác định.

- Vẽ D đối xứng F qua A_2 ; đường thẳng $d \perp x$ tại A_2 là đường chuẩn của parabol cần xác định.

• Bài toán 2

Cho mặt nón tròn xoay trục t và mặt cầu tâm O có mặt phẳng đối xứng chung $(O, t) // P_2$. Vẽ hình chiếu đứng của giao tuyến và xác định các đặc trưng của giao tuyến.

Vì hai mặt đã cho có mặt phẳng đối xứng chung $(O, t) // P_2$ nên hình chiếu đứng của giao tuyến là parabol;

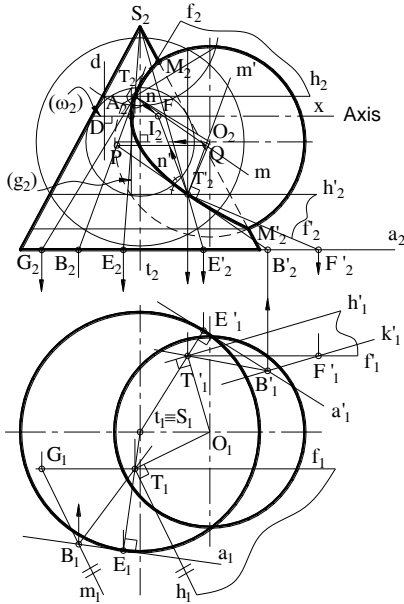
Ta xét hai trường hợp sau:

○ Trường hợp 1: Trục $t \perp P_1$

+ Vẽ $OI \perp t$ tại I ;

+ Dựng mặt cầu phụ trợ tâm I nội tiếp mặt nón theo đường tròn (ω) đồng thời cắt mặt cầu đã cho theo đường

tròn phụ (g); vẽ $A_2 = (\omega_2) \cap (g_2)$ là điểm giới hạn thuộc parabol hình chiếu đứng của giao (Hình 8).



Hình 8. Giao tuyến của mặt cầu và mặt nón tròn xoay

+ Tương tự, dựng mặt cầu phụ trợ có tâm I (hoặc tâm thuộc t), cắt cả hai mặt đã cho theo hai đường tròn phụ, chúng giao nhau tại các điểm T, T' thuộc giao.

Để xác định các đặc trưng của parabol hình chiếu đứng của giao tuyến, trước tiên ta phải xác định phương của trục parabol bằng cách vẽ hai tiếp tuyến với giao tuyến tại T và T':

+ Tại điểm T thuộc giao, ta dựng hai mặt phẳng (h,f) và mp (SE, a') lần lượt tiếp xúc với mặt cầu và mặt nón đã cho; Hai mặt phẳng tiếp xúc này giao nhau theo đường BT là tiếp tuyến với giao tuyến tại T (Hình 8);

+ Tương tự, dựng hai mặt phẳng tiếp xúc với hai mặt nón, cầu đã cho tại T', chúng giao nhau theo đường B'T' là tiếp tuyến với giao tuyến tại T';

- Vẽ hai đường T_2m và $T_2'm'$ là lượt song song với $T_2'B_2$ và $T_2'B_2'$;

- Vẽ $P = T_2B_2 \cap T_2'B_2'$ và $Q = T_2'm \cap T_2'm'$ thì PQ là phương của trục parabol, ta thấy $PQ // (\omega_2)$.

Xác tiêu điểm, định trục, đỉnh và đường chuẩn parabol:

+ Vẽ hai đường $T_2n, T_2'n'$ lần lượt đối xứng với hai đường h_2, h_2' qua T_2B_2 và $T_2'B_2'$;

+ Vẽ $F = T_2n \cap T_2'n'$ là tiêu điểm của parabol.

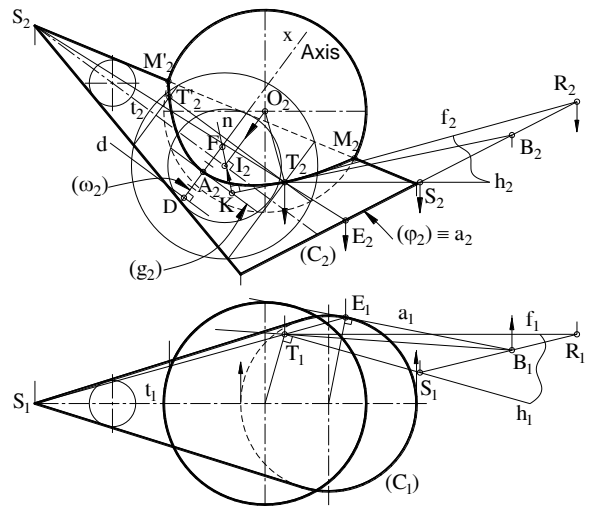
- Ta thấy $F \in (\omega_2)$ nên đường thẳng $x \equiv (\omega_2)$ là trục parabol hình chiếu đứng của giao tuyến (Hình 8);

- Vẽ D đối xứng F qua A_2 , đường thẳng $d \perp x$ tại D là đường chuẩn của parabol hình chiếu đứng của giao.

o Trường hợp 2: Trục t không vuông góc P_1

Tương tự như trường hợp 1, vẽ $OI \perp t$ tại I; Dựng mặt cầu tâm I nội tiếp nón theo đường tròn (ω) đồng thời cắt cầu đã cho theo đường tròn (g). Ta nhận được $x \equiv (\omega_2)$ là trục và $A_2 = (\omega_2) \cap (g_2)$ là đỉnh parabol hình chiếu đứng;

Cách xác định các điểm T, T' thuộc giao tuyến hoàn toàn tương tự như trường hợp 1



Hình 9. Giao tuyến của mặt cầu và mặt nón tròn xoay

Để xác định tiêu điểm của parabol, ta tiến hành:

+ Ứng dụng hướng thiết diện Monge, xác định đường chuẩn đáy nón là elíp (C) thuộc mặt phẳng chiếu đứng có hình chiếu bằng (C_1) là đường tròn (Hình 9);

+ Dựng mặt phẳng (SE, a) tiếp xúc mặt nón theo đường sinh TE, với a tiếp xúc với đường chuẩn (C) tại chân E của đường sinh ST;

+ Hai mặt phẳng (h,f) và (SE,a) tiếp xúc với hai mặt đã cho tại T, chúng giao nhau theo đường thẳng BT là tiếp tuyến với giao tuyến tại T;

+ Gọi K là giao điểm của B_2T_2 với tiếp tuyến của parabol tại đỉnh A_2 ;

+ Đường thẳng $Kn \perp KT_2$, cắt trục x tại F là tiêu điểm của parabol hình chiếu đứng;

+ Vẽ D đối xứng F qua A_2 , thì đường thẳng $d \perp x$ tại D là đường chuẩn của parabol hình chiếu đứng.

➤ Nhận xét

Qua hai trường hợp 1, 2 của hai bài toán 1 và 2 nêu trên. Để xác định đỉnh và trục parabol hình chiếu đứng của giao tuyến, ta vẽ $I = OI \perp t$ rồi dựng mặt cầu phụ trợ tâm I nội tiếp mặt nón trục t theo đường tròn (ω) đồng thời cắt mặt cầu đã cho theo đường tròn phụ (g); Vẽ $A_2 = (\omega_2) \cap (g_2)$ là điểm giới hạn thuộc parabol.

Kết luận:

+ A_2 là đỉnh parabol hình chiếu đứng;

+ Trục $x \equiv (\omega_2)$ là trục đối xứng của parabol.

• Bài toán 3

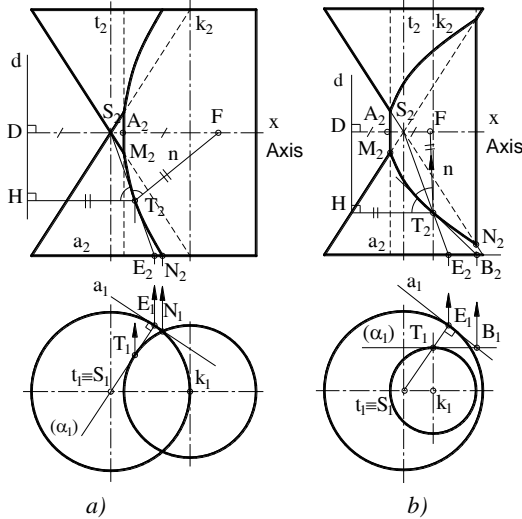
Cho hai mặt nón và trụ tròn xoay trục t, $k \perp P_1$ có mp(t, k) // P_2 . Vẽ hình chiếu đứng của giao tuyến và xác định các đặc trưng của giao tuyến (Hình 10 a, b).

Mặt phẳng đối xứng chung của hai mặt chứa hai trục t, k song song P_2 nên hình chiếu đứng giao tuyến là parabol.

Vì mặt trụ có đường sinh vuông góc P_1 nên hình chiếu bằng của giao tuyến thuộc đường tròn suy biến của trụ.

Gắn các điểm của giao tuyến vào mặt nón, ta xác định được hình chiếu đứng của giao. Ta thấy hình chiếu đứng của giao tuyến đối xứng qua đường thẳng x nằm ngang

chứa S_2 nên x là trục đối xứng của parabol;



Hình 10. Giao tuyến của hai mặt trụ và nón tròn xoay

o Trường hợp 1 (Hình 10a)

Mặt phẳng $(\alpha) \perp P_1$ chứa trục t nón là mặt phẳng tiếp xúc mặt trụ theo đường sinh qua T ; $mp(ST, a)$ tiếp xúc mặt nón theo đường sinh ST với a tiếp xúc với đường tròn đáy nón tại chân E của đường sinh ST . Hai mặt phẳng này tiếp xúc với hai mặt tại điểm T , chúng giao nhau theo TB là tiếp tuyến với giao tuyến tại điểm T ;

o Trường hợp 2 (Hình 10b)

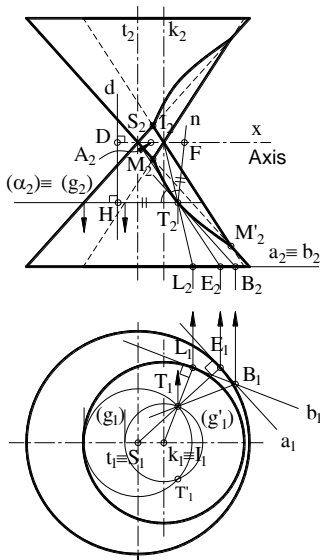
Mặt phẳng $(\alpha) \perp P_1$ tiếp xúc trụ theo đường sinh qua T và $mp(ST, a)$ tiếp xúc mặt nón theo đường sinh ST , chúng giao nhau theo TB là tiếp tuyến với giao tuyến tại điểm T ;

Vẽ T_2n đối xứng với T_2H qua B_2T_2 , nó cắt trục x tại điểm F là tiêu điểm của parabol hình chiếu đứng;

Vẽ D đối xứng F qua A_2 , thì đường thẳng $d \perp x$ tại D là đường chuẩn của parabol hình chiếu đứng.

• Bài toán 4

Cho hai mặt nón tròn xoay đỉnh S, I trục $t, k \perp P_1$ có $mp(t, k) // P_2$. Vẽ hình chiếu đứng của giao tuyến và xác định các đặc trưng của giao tuyến (Hình 11).



Hình 11. Giao tuyến của hai mặt nón tròn xoay

Mặt phẳng đối xứng chung của hai mặt chứa hai trục $t, k // P_2$ nên hình chiếu đứng giao tuyến là parabol;

Dựng mặt phẳng bằng phụ trợ $(\alpha) // P_1$ cắt cả hai nón đỉnh S, I theo hai đường tròn $(g), (g')$. Vẽ $T, T' = (g) \cap (g')$ là các điểm thuộc giao. Ta thấy hình chiếu đứng của giao tuyến đối xứng qua đường thẳng $x \equiv S_2I_2$ nên x là trục của parabol;

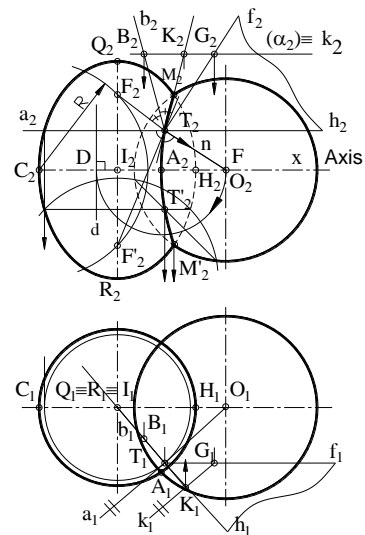
Hai mặt phẳng $(SE, a), mp(SL, b)$ lần lượt tiếp xúc với hai mặt nón đỉnh S, I tại điểm T ; Chúng giao nhau theo TB là tiếp tuyến với giao tuyến tại điểm T ;

Vẽ T_2n đối xứng với $(g_2) // x$ qua trục B_2T_2 , nó cắt trục x tại điểm F là tiêu điểm của parabol hình chiếu đứng;

Trên (g_2) , lấy $T_2H = T_2F$; qua H , vẽ $d \perp x$ tại D thì d là đường chuẩn. A_2 trung điểm của DF là đỉnh của parabol.

• Bài toán 5

Cho mặt cầu tâm O và mặt ellipsoid tròn xoay được xác định bởi cặp trục $QR \perp CH$ tại tâm I với trục dài $QR \perp P_1$. Vẽ hình chiếu đứng của giao tuyến và xác định các đặc trưng của giao tuyến.



Hình 12. Giao tuyến của mặt ellipsoid tròn xoay và cầu

Mặt phẳng đối xứng chung của hai mặt song song P_2 nên hình chiếu đứng giao tuyến là parabol. Dựng cầu phụ trợ tâm $I \in QR$ cắt cả hai mặt đã cho theo hai đường tròn $(g), (g')$ các đường tròn này giao nhau tại T, T' là các điểm thuộc giao. Hai đường tròn bao ở hình chiếu bằng giao nhau tại điểm A thuộc giao. Ta thấy hình chiếu đứng của giao tuyến đối xứng qua đường thẳng $x \equiv I_2O_2$ nên x là trục; A_2 là đỉnh của parabol hình chiếu đứng. Dựng mặt cầu phụ trợ có tâm thuộc trục QR cắt cả hai mặt đã cho theo các đường tròn giao tuyến phụ, các đường tròn này giao nhau tại các điểm T, T' thuộc giao. Dựng $mp(h, f)$ tiếp xúc mặt cầu tại T . Dựng mặt phẳng (a, b) tiếp xúc với mặt ellipsoid tại T :

+ Vẽ a tiếp xúc với đường tròn vĩ tuyến qua T ;

+ Xác định F, F' tiêu điểm của mặt ellipsoid có:

$$F_2, F'_2 = (C, R) \cap Q_2K_2 \text{ với } R = Q_2R_2/2;$$

+ Vẽ b tiếp xúc với đường elíp kinh tuyến qua T có b_2 là phân giác của góc ngoài $F_2T_2F'_2$; $b_1 \equiv I_1T_1$.

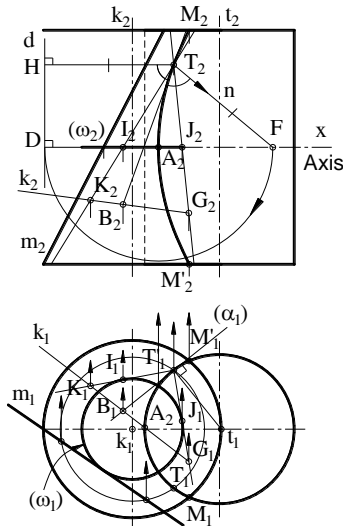
Hai mặt phẳng (h, f) và $mp(a, b)$ lần lượt tiếp xúc với hai

mặt cầu và mặt ellipsoid tại T, chúng giao nhau theo TK là tiếp tuyến với giao tuyến tại điểm T;

Vẽ T_2n đối xứng với a_2 qua K_2T_2 , nó cắt trục x tại điểm F là tiêu điểm của parabol hình chiếu đứng. Vẽ D đối xứng F qua A_2 , thì đường thẳng $d \perp x$ tại D là đường chuẩn của parabol hình chiếu đứng.

• Bài toán 6

Cho mặt trụ trục t và mặt hyperboloid tròn xoay một tầng được xác định bởi trục k, đường sinh m và đường tròn họng (ω); Hai trục t, k $\perp P_1$ và $mp(t, k) \parallel P_2$. Vẽ hình chiếu đứng của giao tuyến và xác định các đặc trưng của giao tuyến.



Hình 13. Giao tuyến của mặt trụ và hyperboloid tròn xoay

Hình chiếu bằng của giao tuyến trùng với đường tròn hình chiếu bằng của trụ, gắn các điểm của giao tuyến vào đường sinh của mặt hyperboloid ta xác định được hình chiếu đứng của giao tuyến. Ta thấy hình chiếu đứng của giao tuyến đối xứng qua đường thẳng $x \equiv (\omega_2)$ nên x là trục đối xứng và A_2 là đỉnh của parabol hình chiếu đứng. Hai mặt phẳng (α) và $mp(ITJ)$ lần lượt tiếp xúc với hai mặt trụ và mặt hyperboloid tại điểm T, chúng giao nhau theo TB là tiếp tuyến với giao tuyến tại điểm T. Mặt phẳng đối xứng chung của hai mặt chứa hai trục t, k song song P_2 nên hình chiếu đứng giao tuyến là parabol. Vẽ T_2n đối xứng với T_2H qua B_2T_2 , nó cắt trục x tại điểm F là tiêu điểm của parabol hình chiếu đứng. Hai đường tròn bao hình chiếu bằng của hai mặt giao nhau tại các điểm A, A' thuộc giao có hình chiếu đứng $A_2 \in x$ là đỉnh của parabol. Vẽ D đối xứng F qua A_2 , thì đường thẳng $d \perp x$ tại D là đường chuẩn của parabol hình chiếu đứng.

3. Nhận xét

Kết quả nghiên cứu này đã đưa ra phương pháp xác định chính xác các đặc trưng của parabol hình chiếu của giao tuyến lên mặt phẳng đối xứng chung chứa hai trục của hai mặt bậc hai tròn xoay gồm: Đỉnh, trục đối xứng, tiêu điểm và đường chuẩn mà cho tới nay vẫn chưa có tài liệu hay nghiên cứu nào công bố.

4. Kết luận

Kết quả nghiên cứu có thể ứng dụng để vẽ parabol hình chiếu của giao tuyến lên mặt phẳng đối xứng chung chứa hai trục của hai mặt bậc hai tròn xoay một cách tổng quát, nhanh chóng, chính xác; thậm chí có thể xác định được các điểm thực và ảo thuộc parabol hình chiếu mà phương pháp dùng mặt phụ trợ thông thường không xác định được.

Nghiên cứu này có thể đưa vào các tài liệu giáo trình Hình họa - Vẽ kỹ thuật nhằm phục vụ việc học tập và giảng dạy.

Nghiên cứu này có ý nghĩa rất quan trọng trong việc khai triển chính xác các giao tuyến thuộc các mặt bậc hai tròn xoay trong việc thi công bản vẽ kỹ thuật.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] V.O.Gordon, M.A. Sementsov, *A course in descriptive geometry*, Mir publishers, 1980.
- [2] Nguyễn Độ, *Giáo trình Vẽ kỹ thuật*, Nhà xuất bản Xây dựng Hà Nội, 2008.
- [3] Ada, T., Kurtuluş, A., & Yanik, H. B., “Developing the concept of a parabola in Taxicab geometry”, *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 46(2), 2014, 264–283.
- [4] Nguyễn Đình Điện, Đỗ Mạnh Môn, Dương Tiến Thọ, Nguyễn Văn Tuấn, *Hình học họa hình*, Nhà xuất bản Đại học và trung học chuyên nghiệp Hà Nội, 1977.
- [5] Ratko Obradović, “Determination of intersecting curve between two surfaces of revolution with intersecting axes by use of auxiliary spheres”, *Architecture and Civil Engineering*, 2(2), 2000, 117 – 129.
- [6] Thomas W. Sederberg, Jianmin Zheng, *Handbook of Computer Aided Geometric Design*, Elsevier, 2002.
- [7] Joseph W. Giachino, Henry J. Beukema, *Drafting and Graphics*, American Technical Society, 1972.
- [8] Nguyễn Đức Sỹ, Dương Thọ, Tôn Nữ Huyền Trang, *Hình học họa hình*, Nhà xuất bản Xây dựng, 2018.
- [9] Nguyễn Độ, *AutoCAD2006 tập 1-2D*, Nhà xuất bản Xây dựng, 2007.
- [10] Nguyễn Độ, *Thiết kế mô Hình 3D – AutoCAD 2008*, Nhà xuất bản Xây dựng, 2009.
- [11] Ю.И. Короев, *Черчение для строителей*, Москва Высшая школа, 1982.
- [12] Н.С. Брилинг, С.Н. Симонин, *Справочник по строительному черчению*, Москва стройиздат, 1987.