

CÁCH KHẮC PHỤC CÁC SAI LẦM THƯỜNG GẶP CỦA SINH VIÊN KHI GIẢI TOÁN NGUYÊN HÀM, TÍCH PHÂN NHẪM NÂNG CAO CHẤT LƯỢNG DẠY VÀ HỌC TOÁN CAO CẤP Ở TRƯỜNG ĐẠI HỌC NÔNG - LÂM BẮC GIANG

Mai Thị Thanh Huyền

Trường Đại học Nông - Lâm Bắc Giang

Email: maihuyen020871@gmail.com

Tóm tắt: Dựa trên cơ sở nghiên cứu, đánh giá thực trạng dạy và học học phần Toán cao cấp ở Trường Đại học Nông - Lâm Bắc Giang trong những năm qua, tác giả đã rút ra một số kinh nghiệm giảng dạy nhằm góp phần nâng cao chất lượng dạy và học học phần Toán cao cấp. Tác giả đã đưa ra biện pháp khắc phục các sai lầm thường gặp của sinh viên khi giải toán nguyên hàm và tích phân, thu được kết quả khả quan. Sinh viên đã nâng cao được kỹ năng giải toán, từ đó tích cực học tập, chủ động và tự tin với khối kiến thức được trang bị để lĩnh hội kiến thức chuyên ngành.

Từ khoá: Biện pháp, năng lực tự học, nâng cao chất lượng, Toán cao cấp, Đại học Nông - Lâm. Nhận bài: 4/8/2021; Phản biện: 11/8/2021; Duyệt đăng: 20/8/2021.

1. Đặt vấn đề

Trong xu hướng đổi mới giáo dục đại học hiện nay, nhằm phát triển năng lực của người học, nâng cao chất lượng đào tạo là nhiệm vụ hàng đầu đối với các trường đại học. Trường Đại học Nông - Lâm (ĐHNL) Bắc Giang xây dựng thương hiệu Nhà trường với định hướng ứng dụng, đào tạo kỹ năng cho sinh viên (SV) sau khi ra trường có đầy đủ năng lực để có thể đáp ứng yêu cầu của công việc và vị trí được phân công, coi đó là điểm đặc thù, là bản sắc của Trường. Làm thế nào để SV khi ra trường đạt được chuẩn đầu ra như đã xây dựng là vấn đề cần nghiên cứu và cụ thể hoá trong từng chuyên ngành và trong từng học phần trong đó có học phần Toán cao cấp. Để nâng cao chất lượng dạy và học học phần Toán cao cấp, giúp SV nâng cao được kỹ năng giải toán là một nhiệm vụ quan trọng của người giảng viên (GV). Trong khuôn khổ bài viết này, tác giả đánh giá thực trạng công tác dạy và học học phần Toán cao cấp, từ đó đề xuất biện pháp khắc phục các sai lầm thường gặp của SV khi giải toán nguyên hàm, tích phân, nhằm nâng cao hiệu quả của việc rèn luyện kỹ năng giải toán nguyên hàm, tích phân cho SV, góp phần nâng cao chất lượng dạy và học học phần Toán cao cấp ở Trường ĐHNL Bắc Giang.

2. Nội dung nghiên cứu

2.1. Thực trạng công tác giảng dạy và học tập học phần Toán cao cấp ở Trường ĐHNL Bắc Giang

2.1.1. Về đặc điểm học phần Toán cao cấp

Học phần Toán cao cấp nằm trong khối giáo dục đại cương với thời lượng 02 tín chỉ (01 tín chỉ lý thuyết và 01 tín chỉ bài tập), đề cương chi tiết học phần được sử dụng chung trong các ngành học của trường. Học phần Toán

cao cấp được học ngay trong năm đầu tiên của khóa học, chương trình có tính hệ thống chặt chẽ, logic và có tính kế thừa các kiến thức mà SV đã được học từ trung học phổ thông, điều đó giúp các em tiếp thu kiến thức dễ dàng hơn. Đề cương, bài giảng, giáo trình được dùng chung cho các ngành học, điều này thuận lợi cho SV trong quá trình đăng ký học, học ghép, bảo lưu kết quả,... Trong thư viện nhà trường có rất nhiều tài liệu tham khảo liên quan đến môn học, trong đó có cuốn bài giảng Toán cao cấp do các GV trực tiếp tham gia giảng dạy biên soạn và xuất bản năm 2016. Có đầy đủ tài liệu học tập cũng là một trong các điều kiện giúp cho công tác giảng dạy và học tập học phần Toán cao cấp ở Trường ĐHNL Bắc Giang được tốt hơn.

2.1.2. Về giảng viên

Đội ngũ GV trực tiếp giảng dạy học phần Toán cao cấp được đào tạo bài bản từ các trường ĐHSP, đại học KHTN và có trình độ thạc sỹ, tiến sỹ. Các thầy cô nhiệt tình, tâm huyết với nghề, có tinh thần trách nhiệm cao, có nền tảng kiến thức, phương pháp giảng dạy vững chắc; tích cực tham gia tập huấn bồi dưỡng phương pháp nghiệp vụ sư phạm để nâng cao kinh nghiệm và kiến thức. Các GV đã cố gắng hướng dẫn SV chủ động chiếm lĩnh kiến thức, phát triển khả năng tư duy, nâng cao kỹ năng giải toán. Đa phần GV vẫn sử dụng các phương pháp dạy học (PPDH) truyền thống; Tuy nhiên, các biện pháp nâng cao kỹ năng giải toán nguyên hàm, tích phân, cách khắc phục các sai lầm thường gặp của SV khi giải toán nguyên hàm, tích phân, chưa được khai thác một cách hiệu quả.

2.1.3. Về sinh viên

Toán cao cấp là một môn học khó với không ít SV.

Xuất phát từ thực trạng học tập của SV trong nhà trường nói chung và đối với môn Toán cao cấp nói riêng còn nhiều hạn chế, SV chưa biết tổng hợp kiến thức mỗi khi hết một phần kiến thức nào đó. Từ kết quả điểm thi môn Toán cao cấp còn thấp trong đó có nội dung tìm nguyên hàm và tích phân xác định, tính diện tích hình phẳng, tính độ dài đường cong phẳng, tính thể tích vật thể tròn xoay nhờ tích phân xác định. SV còn nhiều lúng túng và thường mắc những sai lầm dẫn đến lời giải sai khi giải các bài toán nguyên hàm, tích phân.

Trong thực tế giảng dạy Toán cao cấp, đa số SV tính nguyên hàm, tích phân nhầm lẫn là do khả năng ghi nhớ kém, đó là: Không thuộc bảng nguyên hàm cơ bản và bảng nguyên hàm của hàm hợp; không thuộc và hiểu định nghĩa, các tính chất của nguyên hàm, tích phân. SV tính nguyên hàm, tích phân sai do kỹ năng biến đổi toán học kém, đó là: Biến đổi tương đương các biểu thức dưới dấu tích phân sai, khi thực hiện phép đổi biến trong quá trình tính tích phân còn chưa tuân thủ đầy đủ các bước,...

2.1.4. Về nhà trường

Bên cạnh việc lựa chọn các PPDH phù hợp thì cơ sở vật chất (CSVC) và thiết bị dạy học cũng ảnh hưởng không nhỏ đến kết quả học tập và khả năng phát huy tính sáng tạo của SV. Nhà trường luôn tạo mọi điều kiện về CSVC cho SV học tập. Nhìn vào điều kiện CSVC của trường ĐHNL Bắc Giang hiện nay, từ hệ thống phòng học khang trang, sạch đẹp đến các phòng máy tính, máy chiếu hiện đại cho SV thực hành là điều kiện lý tưởng để dạy và học học phần Toán cao cấp. Với môi trường học tập lành mạnh và thân thiện, phương tiện và tài liệu học tập đầy đủ là điều kiện tốt để GV đổi mới PPDH và SV đạt kết quả học tập tốt hơn.

2.2. Cách khắc phục các sai lầm thường gặp của SV khi giải toán nguyên hàm, tích phân

2.2.1. Những sai lầm của SV khi tính nguyên hàm và cách khắc phục

2.2.1.1. Sai lầm khi vận dụng định nghĩa nguyên hàm

Ví dụ 1. Chứng minh rằng $F(x) = -(1+x)e^{-x}$ là một nguyên hàm của hàm $f(x) = xe^{-x}$ trên R. Từ đó hãy tìm nguyên hàm của hàm $g(x) = (x-1)e^{-x}$.

* Lời giải có sai lầm: $F'(x) = -e^{-x} + (1+x)e^{-x} = f(x), \forall x.$
 $\Rightarrow F(x)$ là một nguyên hàm của hàm $f(x)$ trên R.

$$\int g(x) dx = \int (x-1)e^{-x} dx = \int xe^{-x} dx - \int e^{-x} dx = [-(1+x)e^{-x} + C_1] - [-e^{-x} + C_2] = -(1+x)e^{-x} + e^{-x} = -xe^{-x}.$$

Nguyên nhân dẫn đến sai lầm: SV viết chung hằng số C cho mọi phép tính nguyên hàm.

* Lời giải đúng:

$$\int g(x) dx = \int (x-1)e^{-x} dx = \int xe^{-x} dx - \int e^{-x} dx = [-(1+x)e^{-x} + C_1] - [-e^{-x} + C_2]$$

$$= -xe^{-x} + C \text{ với } C = C_1 - C_2.$$

Ví dụ 2. Tính tích phân $\int \tan x dx$.

* Lời giải có sai lầm: $I = \int \tan x dx = \int \frac{\sin x}{\cos x} dx$.

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = \frac{1}{\cos x} \\ dv = \sin x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{\sin x}{\cos^2 x} dx \\ v = \cos x \end{cases}$$

$$\Rightarrow I = \frac{1}{\cos x} \cdot \cos x + \int \frac{\cos x \sin x}{\cos^2 x} dx = 1 + \int \frac{\sin x}{\cos x} dx = 1 + I \Rightarrow 0 = 1$$

(Vô lý).

* Nguyên nhân dẫn đến sai lầm: SV viết chung hằng số C cho mọi phép tính nguyên hàm.

* Lời giải đúng:

$$I = \int \tan x dx = \int \frac{\sin x}{\cos x} dx = - \int \frac{d(\cos x)}{\cos x} = - \ln |\cos x| + C$$

2.2.1.2. Sai lầm khi vận dụng bảng nguyên hàm cơ bản

Ví dụ 3. Tính tích phân $I = \int (3x-1)^{10} dx$

* Lời giải có sai lầm: $I = \int (3x-1)^{10} dx = \frac{(3x-1)^{11}}{11} + C$

* Nguyên nhân dẫn đến sai lầm: SV vận dụng công

thức $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$ với $n \neq -1$

* Lời giải đúng: Đặt $t = 3x-1$

$$\Rightarrow dt = 3dx \Rightarrow dx = \frac{dt}{3} \Rightarrow I = \int (3x-1)^{10} dx = \int t^{10} \frac{dt}{3}$$

$$= \frac{t^{11}}{33} + C = \frac{(3x-1)^{11}}{33} + C.$$

2.2.2. Những sai lầm của SV khi tính tích phân và cách khắc phục

2.2.2.1. Sai lầm do nhớ nhầm công thức nguyên hàm

Ví dụ 4. Tính tích phân $I = \int_0^5 \sqrt{x+4} dx$

* Lời giải có sai lầm:

$$I = \int_0^5 \sqrt{x+4} dx = \int_0^5 \sqrt{x+4} \cdot d(x+4) = \frac{1}{2\sqrt{x+4}} \Big|_0^5 = \frac{1}{6} - \frac{1}{4} = -\frac{1}{12}.$$

* Nguyên nhân dẫn đến sai lầm: Sự hình thành nguyên hàm có liên quan đến kiến thức đạo hàm, do đó SV hay nhầm lẫn giữa hai loại công thức này. SV đã áp dụng công thức lấy đạo hàm thay vì phải áp dụng công thức lấy nguyên hàm nên dẫn đến sai lầm.

* Cách khắc phục: Yêu cầu SV thuộc bảng nguyên hàm các hàm số cơ bản. Giúp SV tạo thói quen kiểm tra công thức: Lấy đạo hàm của nguyên hàm tìm được xem có bằng hàm số đã cho?

* *Lời giải đúng:*

$$I = \int_0^5 \sqrt{x+4} dx = \int_0^5 (x+4)^{\frac{1}{2}} \cdot d(x+4) = \frac{2}{3} (x+4)^{\frac{3}{2}} \Big|_0^5 =$$

$$\frac{2}{3} (9^{\frac{3}{2}} - 4^{\frac{3}{2}}) = \frac{38}{3}.$$

Ví dụ 5. Tính tích phân $I = \int_0^1 (2x+1)^4 dx.$

* *Lời giải có sai lầm:*

$$I = \int_0^1 (2x+1)^4 dx = \frac{(2x+1)^5}{5} \Big|_0^1 = \frac{243}{5} - \frac{1}{5} = \frac{242}{5}.$$

* *Nguyên nhân dẫn đến sai lầm:* SV vận dụng sai công thức nguyên hàm của hàm hợp, đã dùng

$$\int x^\alpha dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C \text{ thay vì } \int (ax+b)^\alpha dx = \frac{1}{a} \frac{(ax+b)^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C.$$

* *Lời giải đúng:*

$$I = \int_0^1 (2x+1)^4 dx = \frac{1}{2} \frac{(2x+1)^5}{5} \Big|_0^1 = \frac{243}{10} - \frac{1}{10} = \frac{121}{5}.$$

(Có thể hướng dẫn SV giải cách khác:

Đặt $t = 2x + 1$

* *Cách khắc phục:* Yêu cầu SV học thuộc bảng nguyên hàm các hàm số cơ bản và nguyên hàm của hàm hợp tương ứng, tự lập ra bảng nguyên hàm của hàm hợp tương ứng với $u = ax + b$. Giúp các em khắc sâu thói quen kiểm tra công thức: Lấy đạo hàm của nguyên hàm tìm được xem có bằng hàm số đã cho?

2.2.2.2. Sai lầm do nhớ nhầm tính chất tích phân

Ví dụ 6. Tính tích phân $I = \int_0^1 xe^{-2x} dx$

* *Lời giải có sai lầm:*

$$I = \int_0^1 xe^{-2x} dx = \int_0^1 x dx \cdot \int_0^1 e^{-2x} dx = \frac{x^2}{2} \Big|_0^1 \cdot \left(-\frac{1}{2} e^{-2x} \right) \Big|_0^1 =$$

$$\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{-1}{2e^2} + \frac{1}{2} \right) = \frac{e^2 - 1}{4e^2}.$$

* *Nguyên nhân dẫn đến sai lầm:* SV tự “sáng tạo” ra quy tắc nguyên hàm của một tích thay vì sử dụng công thức tích phân từng phần.

* *Lời giải đúng:*

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = x \\ dv = e^{-2x} dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = -\frac{1}{2} e^{-2x} \end{cases}$$

$$I = \left(-\frac{1}{2} x e^{-2x} \right) \Big|_0^1 + \frac{1}{2} \int_0^1 e^{-2x} dx = \frac{-1}{2e^2} - \frac{1}{4} e^{-2x} \Big|_0^1 = \frac{e^2 - 3}{4e^2}.$$

* *Cách khắc phục:* Yêu cầu SV học thuộc các tính chất của nguyên hàm và tích phân. Giúp các em tổng quát hoá các dạng toán sử dụng phương pháp tích phân từng phần.

Cách làm: Biểu diễn $f(x)dx$ về dạng $u \cdot dv = u \cdot v' dx$

- Chọn u sao cho du dễ tính.

- Chọn dv (chọn u xong phần còn lại là dv) sao cho

dễ tính

- Áp dụng công thức tích phân từng phần.

2.2.2.3. Sai lầm khi đổi biến số

Ví dụ 7. Tính tích phân $I = \int_0^2 \sqrt{4-x^2} dx$

* *Lời giải có sai lầm:* Đặt $x = 2\sin t \Rightarrow dx = 2\cos t dt$

$$\Rightarrow I = 2 \int_0^2 \sqrt{4-4\sin^2 t} \cdot \cos t dt = 4 \int_0^2 \cos^2 t dt =$$

$$4 \int_0^2 \frac{1+\cos 2t}{2} dt = 2t \Big|_0^2 + \sin 2t \Big|_0^2 = 4 + \sin 4.$$

* *Nguyên nhân dẫn đến sai lầm:* Sinh viên đổi biến nhưng không đổi cận.

* *Lời giải đúng:* Đặt $x = 2 \sin t \Rightarrow dx = 2 \cos t dt$

Đổi cận: $x = 0 \Rightarrow t = 0; x = 2 \Rightarrow t = \frac{\pi}{2}$

$$\Rightarrow I = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{4-4\sin^2 t} \cdot \cos t dt = 4 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 t dt = 4 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1+\cos 2t}{2} dt$$

$$= 4 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1+\cos 2t}{2} dt = (2t + \sin 2t) \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \pi.$$

* *Cách khắc phục:* Yêu cầu SV thực hiện tuần tự các bước tính tích phân theo phương pháp đổi biến số (đổi

biến và đổi cận). Khi gặp tích phân dạng $I = \int_a^b \sqrt{c^2 - x^2} dx$,

nếu tích phân tồn tại thì thông thường ta tính tích phân bằng cách đặt (hoặc), đổi cận, chuyển về tính tích phân theo t.

Ví dụ 8. Tính tích phân $I = \int_1^2 \frac{dx}{(2x-1)^6}$

* *Lời giải có sai lầm:* Đặt $t = 2x - 1$

Đổi cận: $x = 1 \Rightarrow t = 1; x = 2 \Rightarrow t = 3$

$$\Rightarrow I = \int_1^3 \frac{dt}{t^6} = \frac{t^{-5}}{-5} \Big|_1^3 = \frac{242}{1215}.$$

* Nguyên nhân dẫn đến sai lầm: Khi thực hiện đổi biến số sinh viên đã quên không tính vi phân dt.

* Lời giải đúng: Đặt $t = 2x - 1 \Rightarrow dt = 2dx$;
Đổi cận: $x = 1 \Rightarrow t = 1$; $x = 2 \Rightarrow t = 3$

$$\Rightarrow I = \int_1^3 \frac{dt}{2t^n} = \frac{t^{-5}}{-10} \Big|_1^3 = \frac{121}{1215}.$$

* Cách khắc phục: Yêu cầu SV học thuộc các bước thực hiện phương pháp đổi biến số. Giúp các em tạo thói quen kiểm tra lại bài làm, kiểm tra kết quả bằng phép tính gần đúng trên máy tính cầm tay.

2.2.2.4. Sai lầm do thực hiện sai phép biến đổi đại số

Ví dụ 9. Tính tích phân $I = \int_0^3 \sqrt{9x^2 - 6x + 1} dx$

* Lời giải có sai lầm:

$$I = \int_0^3 \sqrt{9x^2 - 6x + 1} dx = \int_0^3 \sqrt{(3x - 1)^2} dx = \int_0^3 (3x - 1) dx =$$

$$\frac{(3x - 1)^2}{6} \Big|_0^3 = \frac{21}{3}.$$

* Nguyên nhân dẫn đến sai lầm: SV viên sử dụng phép biến đổi sai: $\sqrt{(3x - 1)^2} = 3x - 1$ với $x \in [0, 3]$ thay

vì dùng $\sqrt{(3x - 1)^2} = |3x - 1|$ với $x \in [0, 3]$.

* Lời giải đúng:

$$I = \int_0^3 \sqrt{9x^2 - 6x + 1} dx = \int_0^3 \sqrt{(3x - 1)^2} dx = \int_0^3 |3x - 1| dx =$$

$$= \int_0^{\frac{1}{3}} (1 - 3x) dx + \int_{\frac{1}{3}}^3 (3x - 1) dx = \frac{65}{6}.$$

* Cách khắc phục: Yêu cầu SV lưu ý khi gặp tích

phân hàm vô tỉ chứa hàm số dạng $\sqrt[n]{f(x)}$ thì

dùng phép biến đổi $\sqrt[n]{f(x)} = |f(x)|^{\frac{1}{n}}$ ($n \geq 1, n$ nguyên).

Khi đó ta phải xét dấu hàm số $f(x)$ trên đoạn $[a; b]$ rồi dùng tính chất tách cận, phân tích thành tổng các tích phân để khử bỏ dấu giá trị tuyệt đối.

3. Kết luận

Để giúp SV nắm vững kiến thức về nguyên hàm và tích phân, tác giả đã tổng hợp một số sai lầm thường gặp của SV khi giải toán nguyên hàm và tích phân như sau:

- Sai lầm khi vận dụng định nghĩa nguyên hàm.
- Sai lầm khi vận dụng bảng nguyên hàm cơ bản.
- Sai lầm do nhớ nhầm công thức nguyên hàm.
- Sai lầm do nhớ nhầm tính chất tích phân.
- Sai lầm khi đổi biến số.
- Sai lầm do thực hiện sai phép biến đổi đại số.

Với hy vọng giúp SV khắc phục được những nhược điểm kể trên, tác giả đã đưa ra biện pháp khắc phục các sai lầm ấy, từ đó giúp SV nắm vững kiến thức về nguyên hàm và tích phân, rèn luyện kĩ năng giải quyết các vấn đề liên quan đến nguyên hàm và tích phân, góp phần nâng cao chất lượng dạy và học học phần Toán cao cấp ở Trường ĐHNL Bắc Giang. □

Tài liệu tham khảo

- [1]. Bộ Giáo dục và Đào tạo (2009), *Giải tích 12*, NXB Giáo dục.
- [2]. Phan Đức Chính, Vũ Dương Thụy, Tạ Mân, Đào Tam, Lê Thống Nhất (2009), *Các bài giảng luyện thi môn toán*, NXB Giáo dục.
- [3]. Vũ Thế Hụn, Trần Chí Hiếu (2010), *Chuyên đề Toán THPT Giải tích 12*. NXB Giáo dục.
- [4]. Nguyễn Đình Trí, Tạ Văn Đĩnh, Nguyễn Hồ Quỳnh (2016). *Toán cao cấp, tập 2*, NXB Giáo dục.

The way to overcome common mistakes of the students when solving integers and integrals in order to improve the quality of teaching and learning advanced mathematics at Bac Giang University of Agriculture and Forestry

Mai Thi Thanh Huyen

Bac Giang Agriculture and Forestry University

Email: maihuyen020871@gmail.com

Abstract: Based on the research and evaluation of the current situation of teaching and learning advanced mathematics at Bac Giang University of Agriculture and Forestry in recent years, the author has drawn some teaching experiences to contribute to improving the quality of teaching and learning advanced math module. The author has given the measures to overcome common mistakes made by the students when solving primitives and integrals, and obtained positive results. Students have improved their math-solving skills, thereby actively learning, actively and confidently with the knowledge equipped to acquire specialized knowledge.

Keywords: Measure, self-study capacity, quality improvement, advanced math, University of Agriculture and Forestry.