ỨNG DỤNG CỦA ĐẠO HÀM RIÊNG TRONG KINH TẾ HỌC

Trương Thị Hường*

ABSTRACT

Partial derivative is a very important knowledge of mathematics, it has wide applications in many different sciences. In the current trend of strong economic exchange opening, the study of economic problems is very necessary. This article aims to introduce some applications of partial derivatives in economics.

Keywords: *Economics, partial derivative application, marginal value, production function*

Received: 16/02/2022; Accepted: 24/02/2022; Published: 08/03/2022

1. Đặt vấn đề

Đạo hàm riêng là kiến thức rất quan trọng của toán học, nó có ứng dụng rộng rãi vào nhiều ngành khoa học khác nhau. Trong xu thế mở cửa giao lưu kinh tế mạnh mẽ như hiện nay thì việc nghiên cứu các bài toán kinh tế là rất cần thiết. Bài viết này nhằm giới thiệu một số ứng dụng của đạo hàm riêng vào kinh tế học.

2. Nội dung nghiên cứu

2.1. Đạo hàm riêng và giá trị cận biên

Xét hàm số $w = f(x_1, x_2,...x_n)$ biểu diễn sự phụ thuộc của biến số kinh tế w vào n biến số kinh tế $x_1,x_2,\ldots,x_n$. Trong kinh tế học đạo hàm riêng của w theo x_i tại điểm $X(x_1,x_2,\ldots,x_n)$ được gọi là *giá trị w-cận biên của* x_i tại điểm đó. Giá trị w- cận biên của x_i biểu diễn xấp xỉ lượng thay đổi giá trị của biến phụ thuộc w khi biến x_i tăng thêm một đơn vị, trong khi các biến độc lập còn lại không thay đổi giá trị.

Đối với hàm sản xuất: $Q = f(K, L)$ các đạo hàm riêng $Q'_K = \frac{\partial Q}{\partial K}$, $Q'_L = \frac{\partial Q}{\partial L}$ được gọi tương ứng là *sản phẩm hiện vật cận biên của tư bản và sản phẩm hiện vật cận biên của lao động tại điểm* (K,L), gọi tắt là *sản phẩm cận biên của tư bản và sản phẩm cận biên của lao động.*

Các đạo hàm riêng : $MPP_K = \frac{\partial Q}{\partial K}; MPP_L = \frac{\partial Q}{\partial L}$

được gọi là hàm sản phẩm cận biên của tư bản (MPP_K) và hàm sản phẩm cận biên của lao động (MPP_L) tại điểm (K;L).

Ý nghĩa: Tại điểm (K_0,L_0) giá trị MPP_K biểu diễn xấp xỉ lượng sản phẩm hiện vật gia tăng khi sử dụng thêm một đơn vị tư bản và giữ nguyên mức sử dụng lao động. MPP_L biểu diễn xấp xỉ lượng sản phẩm gia tăng khi sử dụng thêm một đơn vị lao động và giữ nguyên mức sử dụng tư bản.

Ví dụ 1. Giả sử hàm sản xuất của một doanh nghiệp là $Q = 20K^{\frac{1}{4}}L^{\frac{3}{4}}$ trong đó: K,L,Q là mức sử dụng tư bản, mức sử dụng lao động và sản lượng hàng ngày. Giả sử doanh nghiệp đó đang sử dụng 16 đơn vị tư bản và 81 đơn vị lao động trong 1 ngày tức là K=16; L=81. Xác định MPP_K và MPP_L tại điểm đó và giải thích ý nghĩa.

Giải:

• Tính MPP_K và MPP_L

$$MPP_K = Q'_K = 5K^{\frac{-3}{4}}L^{\frac{3}{4}};$$

$$MPP_L = Q'_L = 15K^{\frac{1}{4}}L^{\frac{-1}{4}}$$

Tại K=16; L=81 ta có:

$$MPP_K(16;81) = 5.16^{\frac{-3}{4}}.81^{\frac{3}{4}} = \frac{135}{8} \approx 1,69;$$

$$MPP_L(16;81) = 15.16^{\frac{1}{4}}.81^{\frac{-1}{4}} = 10$$

• Ý nghĩa: Nếu doanh nghiệp tăng mức sử dụng tư bảm K từ 16 lên 17 đơn vị và giữ nguyên lao động L=81 trong 1 ngày thì sản lượng tăng thêm xấp xỉ 1,69 đơn vị sản phẩm. Tương tự, nếu doanh nghiệp tăng mức sử dụng lao động từ 81 lên 82 trong 1 ngày và giữ nguyên sử dụng tư bản K= 16 trong 1 ngày thì sản lượng tăng thêm xấp xỉ 10 đơn vị sản phẩm.

Đối với hàm lợi ích: $U = U(x_1, x_2,...x_n)$ thì đạo hàm được gọi là *lợi ích cận biên* của hàng hóa thứ i đối với người tiêu dùng và được kí hiệu là MU_i. Con số MU_i tại điểm $\overline{X}(\overline{x}_1, \overline{x}_2,...\overline{x}_n)$ biểu diễn xấp xỉ lợi ích tăng thêm khi người tiêu dùng có thêm 1 đơn vị hàng hóa thứ i và các lượng hàng hóa khác không đổi.

2.2. Đạo hàm riêng cấp 2 và quy luật lợi ích cận biên giảm dần

Xét mô hình hàm số: $U = f(x_1, x_2,...x_n)$

u biểu diễn lợi ích kinh tế và $x_1, x_2,...x_n$ là các yếu tố đem lại lợi ích u. Qui luật lợi ích cận biên giảm

* ThS, Khoa Khoa học Đại cương- ĐH Tài nguyên môi trường Hà Nội

dần nói rằng, khi các yếu tố khác không thay đổi, giá trị u–cận biên của x_i giảm dần khi x_i tăng. Toán học biểu diễn quy luật này ở dạng: $\frac{\partial^2 f}{\partial x_i^2} \le 0 \forall i = 1,2,...,n$

Ví dụ 2 :

• Đối với hàm lợi ích $U = f(x, y)$ quy luật lợi ích cận biên giảm dần nói rằng lợi ích cận biên của hàng hóa thứ 1 giảm dần khi x tăng và y không đổi và lợi ích của hàng hóa thứ 2 giảm dần khi y tăng và x không đổi. Quy luật lợi ích cận biên giảm dần biểu hiện ở các đạo hàm riêng cấp 2 của hàm lợi ích như sau:

$U''_{xx} \le 0 \Leftrightarrow MU_x = U'_x$ giảm khi x tăng và y không đổi.

$U''_{yy} \le 0 \Leftrightarrow MU_y = U'_y$ giảm khi y tăng và x không đổi.

• Đối với hàm sản xuất, quy luật lợi ích cận biên giảm dần có nghĩa là ở mức sử dụng một yếu tố sản xuất càng lớn (trong khi lượng sử dụng các yếu tố khác không thay đổi) thì sản lượng gia tăng do sử dụng thêm 1 đơn vị yếu tố sản xuất đó đem lại càng nhỏ. Nói cách khác, sản phẩm hiện vật cận biên của mỗi yếu tố giảm dần khi lượng sử dụng yếu tố đó tăng (trong khi lượng sử dụng các yếu tố khác không thay đổi). Quy luật này biểu hiện thông qua đạo hàm riêng cấp 2 của hàm sản xuất $Q = f(K,L)$ như sau:

$$(MPP_K)'_K = \frac{\partial^2 Q}{\partial K^2} \le 0, (MPP_L)'_L = \frac{\partial^2 Q}{\partial L^2} \le 0$$

Chẳng hạn, đối với hàm sản xuất Cobb – Douglas $Q = aK^\alpha L^\beta \quad (a, \alpha, \beta > 0)$

Ta có: $(MPP_K)'_K = a\alpha(\alpha - 1)K^{\alpha-2}L^\beta$;

$(MPP_L)'_L = a\beta(\beta - 1)K^\alpha L^{\beta-2}$;

Biểu hiện của quy luật lợi ích cận biên giảm dần là: $\alpha \le 1$ và $\beta \le 1$ (để $(MPP_K)'_K \le 0, (MPP_L)'_L \le 0$).

2.3. Tính hệ số co dãn

Xét biến số kinh tế w:

$$w = f(x_1, x_2, ...x_n) \quad (1)$$

Định nghĩa: *Hệ số co giãn của* w *theo* x_k tại điểm $(\bar{x}_1, \bar{x}_2, ...\bar{x}_n)$ là số đo lượng thay đổi tính bằng phần trăm của w khi x_k tăng 1% và các biến độc lập khác không thay đổi.

Với giả thiết hàm số $w = f(x_1, x_2, ...x_n)$ có các đạo hàm riêng, hệ số co dãn của w theo x_k tại điểm $(\bar{x}_1, \bar{x}_2, ...\bar{x}_n)$ được tính theo công thức:

$$\varepsilon_k = \frac{\partial f(\bar{x}_1, \bar{x}_2, ..., \bar{x}_n)}{\partial x_k} \cdot \frac{\bar{x}_k}{f(\bar{x}_1, \bar{x}_2, ..., \bar{x}_n)} \quad (2)$$

Chẳng hạn, trên thị trường 2 hàng hóa liên quan, hàm cầu thường được xét dưới dạng

$Q_{1d} = D_1(p_1, p_2, m)$, $Q_{2d} = D_2(p_1, p_2, m)$, trong đó Q_{id} là lượng cầu đối với hàng hóa i, p_i là giá hàng hóa i, m là thu nhập.

Hệ số co dãn của cầu đối với hàng hóa 1 theo giá của hàng hóa đó tại điểm (p_1, p_2, m) được tính theo công thức:

$$\varepsilon_{11} = \frac{\partial D_1(p_1, p_2, m)}{\partial p_1} \cdot \frac{p_1}{D_1(p_1, p_2, m)}$$

Hệ số co dãn của cầu đối với hàng hóa 1theo giá của hàng hóa thứ 2 tại điểm (p_1, p_2, m) được tính theo công thức:

$$\varepsilon_{12} = \frac{\partial D_1(p_1, p_2, m)}{\partial p_2} \cdot \frac{p_2}{D_1(p_1, p_2, m)}$$

Hệ số co dãn của cầu đối với hàng hóa 1 theo thu nhập tại điểm (p_1, p_2, m) được tính theo công thức:

$$\varepsilon_{1m} = \frac{\partial D_1(p_1, p_2, m)}{\partial m} \cdot \frac{m}{D_1(p_1, p_2, m)}$$

Nhận xét: Giả sử trong mô hình (1) các biến số w, $x_1, x_2, ...x_n$ là các số dương và ta có thể biểu diễn lnw qua $\ln x_1, \ln x_2, ..., \ln x_n$:

$\ln w = g(u_1, u_2, ..., u_n)$,

Trong đó

$$u_1 = \ln x_1, u_2 = \ln x_2, ..., u_n = \ln x_n.$$

Trong trường hợp này ta có:

$$\frac{\partial(\ln w)}{\partial x_k} = \frac{1}{w} \cdot \frac{\partial w}{\partial x_k}, \quad (3)$$

$$\frac{\partial(\ln w)}{\partial x_k} = \frac{\partial g}{\partial u_k} \cdot \frac{du_k}{dx_k} = \frac{\partial(\ln w)}{\partial u_k} \cdot \frac{1}{x_k} \quad (4)$$

Từ (3) và (4) suy ra:

$$\frac{1}{w} \cdot \frac{\partial w}{\partial x_k} = \frac{\partial(\ln w)}{\partial u_k} \cdot \frac{1}{x_k}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial(\ln w)}{\partial u_k} = \frac{\partial w}{\partial x_k} \cdot \frac{x_k}{w} = \frac{\partial f}{\partial x_k} \cdot \frac{x_k}{f} \quad (5)$$

Từ (2) và (5) ta có:

$$\varepsilon_k = \frac{\partial(\ln w)}{\partial u_k} = \frac{\partial g}{\partial u_k} \quad (6)$$

Như vậy, nếu biểu diễn lnw qua $u_k = \ln x_k$ ($k = 1,2,..., n$) *thì hệ số co dãn của w theo* x_k *bằng đạo hàm riêng của lnw theo* u_k.

Ví dụ 3: Giả sử hàm sản xuất của doanh nghiệp có dạng: $Q = 120K^{\frac{1}{3}}L^{\frac{2}{3}}$

Xác định hệ số co dãn của sản lượng theo vốn, lao động tại thời điểm (K;L).

Giải:

Hệ số co dãn của sản lượng theo vốn tại thời điểm (K;L) là

$$\varepsilon_K^Q = 40K^{\frac{-2}{3}}L^{\frac{2}{3}}\frac{K}{120K^{\frac{1}{3}}L^{\frac{2}{3}}} = \frac{40}{120} = \frac{1}{3}$$

Và hệ số co dãn của sản lượng theo lao động tại thời điểm (K,L) là:

$$\varepsilon_L^Q = 80K^{\frac{1}{3}}L^{\frac{-1}{3}}\frac{L}{120K^{\frac{1}{3}}L^{\frac{2}{3}}} = \frac{80}{120} = \frac{2}{3}$$

Nhận xét: Nếu mô hình hàm số kinh tế có dạng mô hình hàm Cobb-Douglas thì hệ số co dãn của w theo x_k đúng bằng lũy thừa của x_k.

3. Kết luận

Sử dụng đạo hàm riêng vào các bài toán tính giá trị cận biên, tính hệ số co dãn và tìm quy luật cận biên giảm dần trong kinh tế có ý nghĩa rất lớn. Giúp các nhà kinh tế tính toán hoạch định được các đường hướng sản xuất kinh doanh của mình để thu được kết quả tốt nhất.

Tài liệu tham khảo

[1] Lê Đình Thúy, Nguyễn Quỳnh Lan (2018), *Toán cao cấp cho các nhà kinh tế*, NXB Đại học Kinh tế quốc dân, Hà Nội.

[2] Phùng Duy Quang, Nguyễn Dương Nguyễn (2012), *Toán cao cấp ứng dụng trong phân tích kinh tế*. NXB Đại học Sư phạm, Hà Nội.

NHỮNG LỢI ÍCH CỦA PHƯƠNG PHÁP NHẬP VAI... *(tiếp theo trang 31)*

tùy thuộc số sinh viên trong lớp, mỗi sinh viên đóng một vai. Mỗi nhóm sẽ giải quyết tình huống theo cách riêng của mình. Giáo viên cho các nhóm chuẩn bị trong một thời gian nhất định, sau đó từng nhóm lên thực hiện đóng vai; những nhóm còn lại xem và đánh giá, cho điểm theo các tiêu chí, thang điểm mà giáo viên đưa ra. Sau khi các nhóm thực hiện xong, giáo viên thu lại kết quả chấm điểm, nhóm nào điểm cao nhất sẽ nhận được một phần thưởng. Việc sử dụng tự đánh giá trong hoạt động đóng vai làm cho sinh viên tăng hứng thú và làm việc nghiêm túc hơn. Tuy nhiên, hoạt động này cần phải có nhiều thời gian nên giáo viên cần sắp xếp, phân bổ thời gian hợp lý.

3. Kết luận

Qua thời gian áp dụng phương pháp nhập vai và trò chơi vào các buổi học, tôi thấy phương pháp nhập vai và sử dụng trò chơi hỗ trợ tích cực trong việc giảng dạy ngoại ngữ nói chung và tiếng Anh nói riêng. Bên cạnh các trò chơi, việc dử dụng phương pháp nhập vai trong dạy học ngoại ngữ cũng mang lại nhiều niềm vui và sự hứng thú trong học tập cho sinh viên . Khi đóng vai, sinh viên được hòa mình vào môi trường ngoại ngữ, được đóng vai các nhân vật để rèn phản xạ và cách giao tiếp một cách tự nhiên, linh hoạt. Khả năng ghi nhớ, vốn từ vựng, độ phản xạ của sinh viên tiến bộ nhiều. Đây là một trong những biện pháp hữu hiệu, là động lực thúc đẩy sinh viên tích cực nghiên cứu và tham gia trong giờ học. Hội thoại và trò chơi tạo nên những tình huống, ngữ cảnh, giúp sự luyện tập của sinh viên trở nên có ý nghĩa, gây hứng thú, giúp sinh viên tập trung tiếp thu bài nhanh, góp phần nâng cao chất lượng học tiếng Anh của sinh viên và hiệu quả giảng dạy của giáo viên. Như vậy, việc sử dụng phương pháp đóng vai trong hội thoại không chỉ tạo không khí vui vẻ, phấn khởi học tập cho sinh viên mà còn là một thủ thuật khoa học, sáng tạo của giáo viên. Mặc dù mất khá nhiều thời gian chuẩn bị của giáo viên cho việc thiết kế các trò chơi hay xây dựng các cuộc hội thoại hấp dẫn nhưng các phương pháp này giúp giáo viên truyền đạt hiệu quả vốn kiến thức ngoại ngữ cần thiết cho người học, giúp người học có thể sử dụng ngoại ngữ một cách thành thạo, đáp ứng mục đích của họ cũng như lĩnh hội nguồn tri thức dồi dào của nhân loại.

Tài liệu tham khảo

[1] Vũ Trâm Anh (2017). *Đánh giá của sinh viên năm thứ nhất chuyên ngành tiếng Anh đối với hoạt động đóng vai (Role-play)*. Trường ĐH Ngoại ngữ-Tin học TP Hồ Chí Minh.

[2]https://media.neliti.com/media/publications/217117-teaching-speaking-ability-through-role-play.pdf

[3]http://giaoducthoidai.vn/trao-doi/giup-gio-hoc-tieng-anh-hieu-qua-thu-vi-hon-voi-phuong-phap-dong-vai-2824855.html.

[4]https://tesol.simpleenglish.com.vn/tro-choi-hoat-dong-lop-hoc/activities-for-speaking-lesson-hoat-dong-hay-cho-gio-day-speaking/