TỔ CHỨC HOẠT ĐỘNG PHÁN ĐOÁN ĐỂ RÈN LUYỆN NĂNG LỰC GIẢI QUYẾT VẤN ĐỀ TOÁN HỌC CHO HỌC SINH LỚP 10 TRONG DẠY HỌC MÔN TOÁN THEO CHƯƠNG TRÌNH GIÁO DỤC PHỔ THÔNG 2018

Vũ Đình Chinh

Trường Đại học Sư phạm - Đại học Đà Nẵng
Email: vdchinh@ued.udn.vn

Article history
Received: 15/12/2021
Accepted: 20/01/2022
Published: 20/3/2022

Keywords
Conjecture, problem-solving competency, grade 10 students, teaching mathematics, general education curriculum 2018

ABSTRACT
Problem-solving competency in general, mathematical problem-solving capacity in particular plays an important role in Mathematics teaching. This article analyzes mathematical conjecture activities (in the problem-solving process) to train students' ability to solve mathematical problems and proposes a process including: understanding problems, discovering problems, forming conjectures, explaining conjectures, devising solutions to solve problems through conjectures, proving conjectures. This process is illustrated in teaching with a specific content of 10th grade Math in the direction of developing math problem-solving competency for students according to the 2018 Math general education program.

1. Mở đầu

Dạy và học môn Toán theo Chương trình giáo dục phổ thông (CTGDPT) 2018 hướng tới phát triển phẩm chất và năng lực (NL). Môn Toán phát triển cho người học các NL đặc thù, trong đó có NL giải quyết vấn đề (GQVĐ) toán học. Khi dạy học định nghĩa, định lí, tính chất, quy tắc toán học, tri thức phương pháp hay hướng dẫn giải một bài toán, nhiều GV ở phổ thông thường trình bày sẵn nội dung toán học hay cách làm cho HS. Điều đó dẫn đến người học sẽ gặp lúng túng và không biết GQVĐ như thế nào khi gặp tình huống mới. Tổ chức hoạt động phán đoán (PĐ) trong quy trình GQVĐ giúp người học định hướng được các bước giải, mặt khác giúp HS tích cực và chủ động tìm tòi cách thức GQVĐ.

Kilpatrick và cộng sự (2001) tiết lộ rằng dự đoán có vai trò kích thích sự phát triển của NL chiến lược; NL phát biểu, NL trình bày và GQVĐ của HS; đề cập đến khả năng tư duy logic, giải thích và biện minh. Đồng thời, nghiên cứu của Lin (2006) cho rằng các hoạt động PĐ có thể giúp nâng cao sự thành thạo của các kĩ năng toán học. Một số nghiên cứu có liên quan của Vũ Đình Chinh (2013; 2014; 2015a, b) cũng đã đề xuất các bước xây dựng PĐ nhờ các thao tác tương tự, khái quát hóa, suy luận quy nạp, sử dụng mối quan hệ biện chứng giữa cái chung và cái riêng trong dạy học hình học lớp 10 và 11 theo chương trình hiện hành. Các nghiên cứu này chỉ tập trung vào việc đề xuất giả thuyết mới cho các bài toán hình học và chỉ rõ mối quan hệ giữa PĐ và chứng minh PĐ, chưa làm rõ PĐ nằm ở đâu trong việc xây dựng các bước GQVĐ. Như vậy, hầu hết các nghiên cứu kể trên đều thiếu đề cập đến vai trò của hoạt động PĐ trong việc GQVĐ toán học, PĐ cách thức GQVĐ trong dạy học môn Toán - một trong những yếu tố quan trọng giúp người học định hướng tìm tòi lời giải cho một bài toán.

Mục đích nghiên cứu trong bài báo này là nghiên cứu việc tổ chức hoạt động PĐ trong quy trình GQVĐ để rèn luyện NL GQVĐ toán học cho HS. Dưới đây, sau khi trình bày một số vấn đề lí luận về hoạt động PĐ toán học của HS, chúng tôi sẽ phân tích về hoạt động PĐ và khả năng bồi dưỡng, phát triển NL GQVĐ cho HS thông qua hoạt động PĐ toán học. Tiếp đó, một ví dụ về việc tổ chức dạy học sẽ được trình bày theo đúng quy trình 6 bước của hoạt động PĐ toán học (trong quy trình GQVĐ) để phát triển NL GQVĐ toán học cho HS. Khi tiến hành nghiên cứu này, tác giả sử dụng nhóm phương pháp nghiên cứu lí thuyết để phân tích, tổng hợp và đánh giá các nghiên cứu về hoạt động PĐ, các giai đoạn xây dựng hoạt động PĐ và nghiên cứu các biểu hiện của NL GQVĐ toán học cấp THPT theo CTGDPT 2018 trong các giai đoạn của hoạt động PĐ.

2. Kết quả nghiên cứu

2.1. Phán đoán toán học và vai trò của phán đoán toán học

PĐ là hình thức logic của tư duy, trong đó các khái niệm được liên kết với nhau để khẳng định hay phủ định một dấu hiệu nào đó của đối tượng. PĐ vừa có chức năng nhận thức, lại vừa có chức năng dự báo (Nguyễn Như Hải, 2014, tr 71). PĐ là một hình thức của tư duy trong đó khẳng định một dấu hiệu nào đó thuộc hay không thuộc về một đối tượng (Nguyễn Anh Tuấn, 2012, tr 11). Trong tư duy, PĐ được hình thành bởi hai phương thức chủ yếu là trực tiếp và gián tiếp. Theo phương thức trực tiếp thì PĐ diễn đạt kết quả nghiên cứu của quá trình tri giác một đối tượng, còn theo phương thức gián tiếp thì PĐ được hình thành thông qua suy luận. Chúng tôi đồng ý với quan điểm rằng: PĐ là hình thức của tư duy để khẳng định hay phủ định một dấu hiệu nào đó của đối tượng, được hình thành bởi hai phương thức trực tiếp hoặc gián tiếp; PĐ có thể đúng hoặc sai, vì thế để khẳng định PĐ là đúng thì chúng ta chứng minh PĐ bằng các quy tắc suy luận và lập luận có căn cứ.

Nhiều nhà nghiên cứu đưa ra định nghĩa khác nhau cho PĐ toán học. Norton (2000) nói rằng PĐ toán học là những ý tưởng được hình thành bởi người học, thỏa mãn các tính chất sau: ý tưởng có chủ ý (không nhất thiết phải được nêu rõ ràng) và không chắc chắn. PĐ được chứng minh đúng thông qua quá trình suy luận, sử dụng các quy tắc suy luận logic hoặc có thể bác bỏ PĐ bởi một phản ví dụ. Healy và Hoyles (2000) cho rằng HS thường chứng minh PĐ theo kinh nghiệm, tường thuật, trực quan và sử dụng công cụ đại số.

Canadas và cộng sự (2007) đã tổng hợp một số loại PĐ quen thuộc trong các nghiên cứu của lĩnh vực giáo dục toán là: PĐ nhờ quy nạp từ một số hữu hạn các trường hợp riêng lẻ, PĐ nhờ phép tương tự, PĐ nhờ ngoại suy và PĐ dựa vào tri giác của vấn đề.

Alibert và Thomas (2002) quan niệm về xây dựng PĐ toán học và phát triển chứng minh là hai khía cạnh cơ bản của nghiên cứu toán học chuyên nghiệp và là bước đầu tiên trong quá trình phát minh. Hội giảng dạy toán học Mỹ khẳng định một chương trình giảng dạy toán cho phép tất cả HS nhận ra lập luận và chứng minh là các khía cạnh cơ bản của toán học, bao gồm: thực hiện các hoạt động PĐ, phát triển, đánh giá các lập luận và chứng minh toán học, đồng thời lựa chọn và sử dụng các loại lập luận và phương pháp chứng minh khác nhau (NCTM, 2000). PĐ có vai trò quan trọng trong sự phát triển toán học, xây dựng PĐ toán học liên quan đến quá trình trừu tượng hóa, khái quát hóa và các ý tưởng ban đầu mà bản chất được gọi là giả thuyết (Norton, 2000; Nurhasanah và cộng sự, 2017). Bên cạnh đó, Lim và cộng sự (2010) cho rằng việc xây dựng PĐ toán học có ba lợi ích trong lớp học toán vì nó có thể tiết lộ quan điểm, suy nghĩ của HS, đóng một vai trò quan trọng trong suy luận, và thúc đẩy học tập. Các nghiên cứu về quá trình nhận thức của HS trong thiết lập PĐ toán học đều tập trung đến cách HS xây dựng PĐ toán học. Ngoài ra, thử nghiệm hoạt động PĐ do HS kiến tạo tri thức cũng là một chủ đề được nhiều nhà khoa học quan tâm (Canadas và cộng sự, 2007).

Một số nhà khoa học giáo dục khác đã có nhiều đóng góp có ý nghĩa nghiên cứu về môi trường PĐ. Fischbein (1987) đã xem xét PĐ như là sự biểu diễn của tri giác. Còn Mason (2002) đã chứng tỏ được tầm quan trọng của môi trường PĐ: khuyến khích người học tìm các ví dụ và phản ví dụ để hỗ trợ cho PĐ. Công trình của Arzarello (1998) đã đề xuất việc sử dụng các phần mềm "hình học động" để tạo môi trường khám phá các bài toán hình học, PĐ, kiểm chứng và xác minh tính đúng đắn của PĐ, sự ảnh hưởng của sự thay đổi nhận thức từ tri giác đến trừu tượng. Furinghetti và Paola (2003) đã nghiên cứu về vai trò của "môi trường hình học động" dùng để hỗ trợ cho việc PĐ của HS. Tác giả John (2005) đã nghiên cứu hoạt động PĐ của HS trong môi trường hình học tĩnh và động, HS tạo ra PĐ trong "môi trường hình học tĩnh" được dùng để so sánh với PĐ trong "môi trường hình học động" nhờ sử dụng các phần mềm toán học.

2.2. Quá trình nhận thức của học sinh trong việc xây dựng phán đoán và biểu hiện năng lực giải quyết vấn đề toán học trung học phổ thông

Astawa và cộng sự (2018) đã thảo luận chi tiết về quá trình nhận thức của HS trong việc xây dựng PĐ toán học, gồm có năm giai đoạn: hiểu vấn đề dựa trên thông tin được đưa ra; khám phá vấn đề theo cách hiểu biết các khái niệm cơ bản của vấn đề được trình bày; hình thành PĐ bằng cách liên kết tất cả thông tin của vấn đề với các khái niệm, kiến thức cơ bản; giải thích PĐ; chứng minh PĐ được thực hiện bằng cách hiển thị các số liệu hoặc thực hiện các thao tác kết nối các kiến thức toán học có liên quan.

Các biểu hiện của NL GQVĐ toán học (của HS THPT) được công bố trong CTGDPT 2018 như sau: - Biểu hiện 1: Xác định được tình huống có vấn đề, thu thập, sắp xếp, giải thích và đánh giá được độ tin cậy của thông tin, chia sẻ sự am hiểu vấn đề với người khác; - Biểu hiện 2: Lựa chọn và thiết lập được cách thức, quy trình GQVĐ; - Biểu hiện 3: Thực hiện và trình bày được giải pháp GQVĐ; - Biểu hiện 4: Đánh giá được giải pháp đã thực hiện; phản ánh được giá trị của giải pháp, khái quát hóa được cho vấn đề tương tự (Bộ GD-ĐT, 2018, tr 12-13). Như vậy, các biểu hiện của NL GQVĐ toán học của HS THPT được tìm thấy ở trong các giai đoạn của quá trình nhận thức của HS trong việc xây dựng PĐ như sau:

Biểu hiện 1 được tìm thấy trong giai đoạn hiểu vấn đề, đó là: quan sát, thu thập, sắp xếp được các thông tin hỗ trợ cho PĐ; chuyển đổi được tình huống sang hình thức khác (hình ảnh, sơ đồ, biểu đồ, hình vẽ, kí hiệu, ..) để minh họa trực quan cho vấn đề, đánh giá được đầy đủ các thông tin chứa đựng trong vấn đề và chia sẻ sự hiểu biết về thông tin đến GV và bạn học.

Biểu hiện 2 được tìm thấy trong giai đoạn khám phá vấn đề và xây dựng cách thức GQVĐ nhờ PĐ: tìm kiếm và xử lí được các thông tin đáng tin cậy hỗ trợ cho PĐ, biểu diễn được thông tin dưới nhiều hình thức khác nhau, xây dựng được mô hình để GQVĐ từ PĐ, lựa chọn và thiết lập được giải pháp hay cách thức GQVĐ.

Biểu hiện 3 được xác định trong giai đoạn chứng minh PĐ: Trình bày được các bước GQVĐ theo quy tắc suy luận và lập luận có căn cứ.

Biểu hiện 4 được xác định trong giai đoạn đánh giá quá trình xây dựng các bước GQVĐ, trả lời được các câu hỏi: Nó đã hợp lí và hiệu quả chưa? Nó có giá trị sử dụng ở các tình huống tương tự không? Nó đã được khái quát hóa chưa? Liệu giải pháp đó đã tối ưu chưa? Có thể tìm giải pháp khác thay thế được không? Có phải thực hiện hoạt động PĐ khác để cải tiến giải pháp không?

2.3. Đề xuất hoạt động phán đoán trong quy trình giải quyết vấn đề trong dạy học môn Toán trung học phổ thông

Từ những phân tích trên, chúng tôi đề xuất việc tổ chức hoạt động PĐ cho HS theo 6 bước như sau nhằm phát triển NL GQVĐ toán học cho HS:

Bước 1: *Hiểu vấn đề:* - Đọc vấn đề để xác định giả thiết và kết luận của bài toán; - Trình bày lại yêu cầu bài toán theo ngôn ngữ diễn đạt của mình; - Minh họa tình huống của vấn đề bằng nhiều hình thức khác nhau (hình ảnh, đồ thị, biểu đồ, kí hiệu,…).

Bước 2: *Khám phá vấn đề:* - Biểu diễn toán học của vấn đề hoặc sử dụng các số liệu, đồ thị khác nhau để phản ánh các trường hợp then chốt của vấn đề; - Tìm các thuộc tính hoặc mô hình bất biến từ việc quan sát những thay đổi trong các hình hoặc đồ thị; - Kết nối các kiến thức toán học có liên quan bằng cách xác định các thuộc tính hoặc mô hình quan sát được trong sự thay đổi trên các mô hình hoặc đồ thị; - Xác định các tính chất hoặc mô hình quan sát được từ các số liệu hoặc đồ thị để xây dựng PĐ.

Bước 3: *Hình thành PĐ:* - Ghi nhớ kết quả có được từ việc khám phá một vấn đề và được xây dựng dưới dạng PĐ; + Viết PĐ dưới dạng một mệnh đề toán học và phản ánh dấu hiệu nào đó của đối tượng.

Bước 4: *Giải thích PĐ:* - Giải thích PĐ bằng cách sử dụng hình ảnh hoặc đồ thị, đo lường hoặc tính toán, hoặc kết nối toán học bằng cách liên hệ kiến thức toán học có liên quan đến PĐ tương ứng của nó; - Khái quát hóa PĐ được thực hiện thông qua quan sát một số trường hợp để tìm ra thuộc tính chung hoặc mô hình và PĐ có giá trị đối với các trường hợp khác; - Nhận thức về sự thiếu sót hoặc sai lầm trong việc hình thành PĐ hoặc lí do cho phép HS sửa chữa PĐ.

Bước 5: *Xây dựng cách thức GQVĐ nhờ PĐ:* - Xây dựng cách thức GQVĐ nhờ sử dụng biểu diễn toán học: PĐ có thể được lập thành từ ý tưởng tri giác của vấn đề, cơ sở của loại PĐ này chính là sự biểu diễn nội dung của vấn đề một cách cụ thể hoặc bằng tư duy trực quan; + Xây dựng cách thức GQVĐ nhờ sử dụng thao tác "phân tích đi xuống"; - Xây dựng cách thức GQVĐ nhờ sử dụng suy luận quy nạp: Dựa trên quan sát lặp đi lặp lại về một quy trình thực hiện cho các trường hợp cụ thể và PĐ được rút ra từ đặc điểm chung của chúng, đồng thời dự đoán được các bước thực hiện cho trường hợp khái quát; - Xây dựng cách thức GQVĐ nhờ sử dụng hoạt động PĐ được rút ra từ phép tương tự, đặc biệt hóa,...

Bước 6: *Chứng minh PĐ/trình bày giải pháp:* - Chân lí của PĐ phải được chứng minh và được thể hiện theo các bước của chứng minh; - Lựa chọn các lập luận có căn cứ theo các bước giải đã được xây dựng; - Có thể sử dụng các số liệu hoặc đồ thị để hỗ trợ cho chứng minh/trình bày giải pháp, thực hiện thao tác trong các phép biến đổi đại số, viết các mệnh đề (toán học) đúng, kết nối các kiến thức toán học có liên quan trong quá trình chứng minh/trình bày giải pháp và kết luận PĐ đã được chứng minh.

Ví dụ: Chúng tôi lựa chọn bài toán trong chương trình Đại số 10 và ở thời điểm trước khi HS học cách giải bất phương trình bậc hai một ẩn.

Bài toán: Bố bạn Minh có ý định lát gạch cho mặt sàn của phòng khách có dạng hình chữ nhật. Chiều dài mong muốn của sàn hơn chiều rộng là 4 (m) và diện tích lớn nhất của mặt sàn là 12 (m^2). Bố bạn Minh sẽ phủ toàn bộ gạch lên mặt sàn. Xác định kích thước có thể của mặt sàn phòng khách?

Bước 1**: **Hiểu vấn đề

GV: Em hãy nêu giả thiết và yêu cầu của bài toán.

HS: + Giả thiết: Gọi x (điều kiện $x > 0$) là chiều rộng của sàn phòng khách. Chiều dài là $y = x + 4$ và diện tích của mặt sàn là $S \le 12$.

+ Yêu cầu bài toán: Tìm x và y?

Bước 2: Khám phá vấn đề

GV: Tìm công thức liên hệ giữa các ẩn *x* và *y* và *S*?

HS: S = x.y.

GV: Từ đó, em hãy xác định bất phương trình theo ẩn *x*?

HS: Do $y = x + 4$ và $S \le 12$ nên ta có $x.(x+4) \le 12$.

Đây là bài toán mà HS chưa có thuật toán để tìm x do HS ở giai đoạn chưa học cách giải bất phương trình bậc hai một ẩn.

GV: Làm thế nào để tìm *x* thỏa mãn $x.(x+4) \le 12$?

HS: Biến đổi bất phương trình: $x.(x+4) \le 12 \Leftrightarrow x^2 + 4x - 12 \le 0$ (x>0). Đến đây HS lúng túng do chưa học cách để giải bất phương trình bậc hai một ẩn.

GV hướng dẫn HS thực hiện các hoạt động PĐ theo một trong hai cách sau đây:

Hoạt động PĐ theo cách thứ nhất: Dự kiến HS điền đúng thông tin ở cột 2 đến cột 4 ở trong bảng 2 như sau:

Bảng 1. Bảng kết luận tính đúng/sai của mệnh đề $x^2 + 4x - 12 \le 0$ theo giá trị x

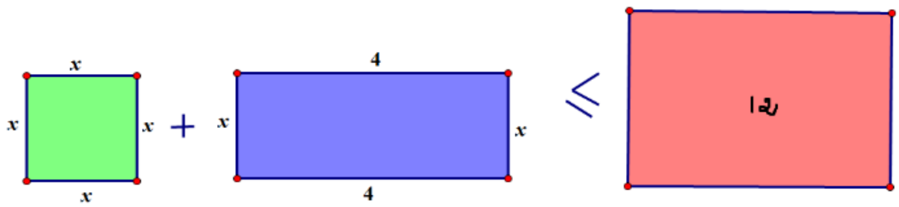
x	**x nằm trong khoảng**	**Kết quả từ việc thay vào biểu thức $x^2 + 4x - 12$**	**Kết luận mệnh đề chứa biến $x^2 + 4x - 12 \le 0$**
0,001	$0 < x \le 2$ hay $x \in (0;2]$	-11,995999	Đúng
0,01		-11,9599	Đúng
0,1		-11,59	Đúng
0,2		-12,76	Đúng
1		-7	Đúng
2		0	Đúng
2,001	$x > 2$ hay $x \in (2;+\infty)$	$8{,}001.10^{-3}$	Sai
2,01		0,0801	Sai
2,1		0,81	Sai
2,5		4,25	Sai
3		9	Sai
…		…	Sai

Hoạt động PĐ theo cách thứ hai:

GV hướng dẫn: Chúng ta có thể biểu diễn hình học của bất phương trình: $x^2 + 4x \le 12$ bằng cách biểu diễn từng biểu thức thành phần, chẳng hạn như: Biểu diễn hình học của biểu thức có dạng a^2 là hình vuông cạnh *a*, biểu diễn hình học của biểu thức có dạng *a.b* là hình chữ nhật có kích thước là *a* và *b*.

GV: Biểu diễn hình học các biểu thức: x^2, 4.*x* và số 12 là gì?

Dự kiến HS trả lời: Hình vuông màu xanh lá cây cạnh *x* là biểu diễn hình học của x^2, hình chữ nhật màu xanh có kích thước *x* và 4 là biểu diễn hình học của 4.*x* và hình chữ nhật màu đỏ có diện tích bằng 12 là biểu diễn hình học của 12.



Hình 1. Biểu diễn hình học của bất phương trình $x^2 + 4x \le 12$

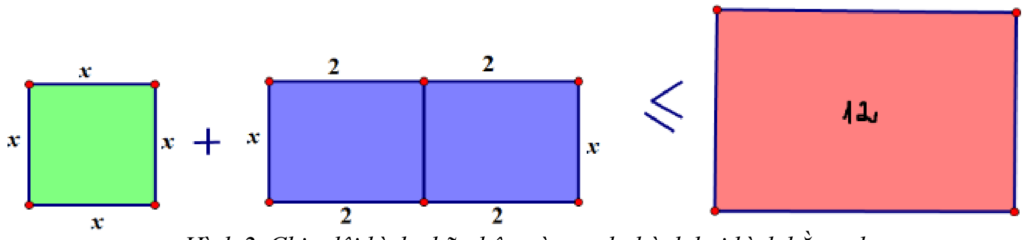
GV: Làm thế nào ghép hình chữ nhật (màu xanh) với hình vuông (màu xanh lá cây) để có được hình vuông *bị khuyết* (một phần) có kích thước lớn hơn?

+ GV chuẩn bị các loại giấy màu để mỗi HS tạo thành các hình phẳng (hình vuông, hình chữ nhật có kích thước tương ứng như hình 3).

+ Dự kiến HS sẽ có nhiều cách ghép khác nhau và lí giải theo cách ghép của mình. *Kết quả mong chờ* là người học tìm được cách ghép nhờ phát hiện được hai hình cùng có cạnh *x* và ghép chúng với nhau ở cạnh này. Tuy nhiên, nếu giữ nguyên hình chữ nhật màu xanh (kích thước *x* và 4) thì sau khi ghép chúng vào nhau sẽ không tạo được hình vuông theo yêu cầu mà chỉ tạo thành hình chữ nhật có kích thước lớn hơn. Do đó, người học có thể suy nghĩ cách chia đôi hình chữ nhật màu xanh thành hai hình chữ nhật bằng nhau (có kích thước *x* và 2). Sau đó, nối chúng theo chiều ngang và dọc ở cạnh *x* để được hình vuông bị khuyết có cạnh lớn hơn (cạnh *x*+2).

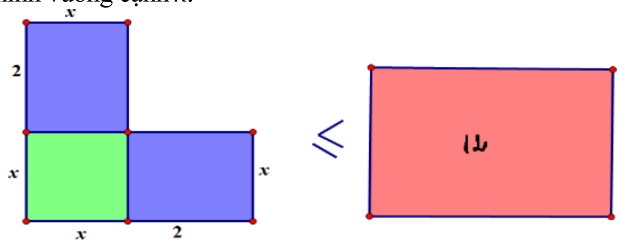
+ Như vậy, kết quả mong chờ là HS thực hiện lần lượt các thao tác sau đây:

HS: *Thao tác 1*: Chia đôi hình chữ nhật màu xanh thành hai hình chữ nhật bằng nhau, mỗi hình có kích thước *x* và 2:

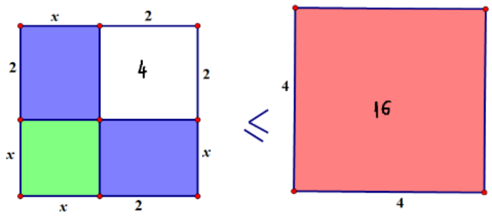


Hình 2. Chia đôi hình chữ nhật màu xanh thành hai hình bằng nhau

Thao tác 2: Ghép (theo chiều ngang và dọc theo cạnh *x*) hai hình chữ nhật bằng nhau có kích thước *x* và 2 vào hình vuông cạnh *x*:



Hình 3. Ghép hai hình chữ nhật màu xanh vào hình vuông màu xanh lá cây



Hình 4. Ghép thêm hình có diện tích bằng 4 vào hai vế

GV: Để có được hình vuông cạnh *x*+2 nguyên vẹn thì chúng ta làm gì?

HS: chúng ta *ghép thêm hình có diện tích bằng 4* vào hai vế, lúc đó ta có: vế trái thêm được hình vuông màu trắng có cạnh bằng 2, vế phải ta được hình vuông diện tích bằng 16 sau khi ghép thêm.

GV giới thiệu: Sau khi ghép thêm hình có diện tích bằng 4 thì chúng ta được hai hình vuông ở hai vế: vế trái là hình vuông có cạnh bằng *x*+ 2 và vế phải là hình vuông có cạnh bằng 4.

GV: Em hãy so sánh độ lớn các cạnh của hình vuông bên trái và hình vuông bên phải?

Dự kiến HS trả lời: Do diện tích hình vuông có cạnh *x*+2 nhỏ hơn hoặc bằng diện tích hình vuông có cạnh 4 nên ta so sánh các cạnh của chúng là: $x+2\le 4 \Leftrightarrow x\le 2$ và $x>0$ nên $0<x\le 2$.

Kết luận sau khi khám phá: Cả hai cách HS đều PĐ được kết quả là: $0<x\le 2$

GV phân tích: Chúng ta đã dự đoán được nghiệm của bất phương trình bậc hai đã cho thông qua việc biểu diễn hình học của các biểu thức ở hai vế của bất phương trình, đó là các hình vuông và hình chữ nhật, rồi thực hiện các thao tác ghép các hình với nhau để mỗi vế là hình vuông có kích thước xác định và so sánh độ lớn của các cạnh của chúng để tìm được kết quả của bài toán. Các hoạt động trải nghiệm này giúp chúng ta xác định cách thức GQVĐ của bài toán.

Bước 3: Hình thành PĐ: Từ việc quan sát các trường hợp *x* (ở bảng 2) hoặc thực hiện các thao tác được minh họa trong các hình (hình 1 đến hình 4), dự kiến HS có thể đưa ra PĐ về kết quả của bài toán là: $0<x\le 2$.

Bước 4: Giải thích PĐ: Dự kiến HS giải thích: Nếu x > 2 thì từ việc quan sát hình 6 ta nhận thấy hình vuông cạnh *x*+2 có diện tích lớn hơn hình vuông cạnh 4 điều này dẫn đến mâu thuẫn với giả thiết. Từ đó, củng cố niềm tin PĐ: $0<x\le 2$ có thể đúng.

Bước 5: Xây dựng cách thức GQVĐ nhờ PĐ: *Theo cách PĐ thứ nhất:* Dự kiến dựa vào kết quả của PĐ, HS trả lời như sau: + Biến đổi vế trái của bất phương trình có dạng: $(x-2).(x-c)$; + Giải bất phương trình $(x-2).(x-c)\le 0$; + Kết hợp điều kiện x > 0 để tìm nghiệm của bất phương trình đã cho.

Theo cách PĐ thứ hai: Dự kiến HS sẽ dựa vào các thao tác đã trải nghiệm ở bước 3 để xây dựng cách thức GQVĐ cho bài toán $x^2+4x\le 12$ như sau:

+ Cộng 4 cả hai vế của bất phương trình ta được: $x^2+4x+4\le 16$

+ Biến đổi mỗi vế về dạng bình phương: $(x+2)^2\le 4^2$ (*)

+ Giải bất phương trình (*) ta tìm được *x* và kết hợp điều kiện của *x* để có kết quả cuối cùng.

Bước 6**: **Chứng minh PĐ/trình bày giải pháp: Dự kiến HS thực hiện chứng minh PĐ theo một trong hai cách như sau:
Cách 1: Giải bất phương trình

$$x^2+4x-12\le 0 \Leftrightarrow (x-2)(x+6)\le 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}x-2\le 0\\ x+6\ge 0\end{cases}\\ \begin{cases}x-2\ge 0\\ x+6\le 0\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow -6\le x\le 2.$$

Kết hợp với điều kiện $x>0$ ta có: $0<x\le 2$

Như vậy, kích thước có thể của sàn phòng khách là: chiều rộng: $0<x\le 2$ và chiều dài: $4<y\le 6$.

Cách 2: $x^2+4x\le 12 \Leftrightarrow x^2+4x+4\le 16 \Leftrightarrow (x+2)^2\le 4^2 \Leftrightarrow -6\le x\le 4$

Kết hợp với điều kiện $x>0$ ta có: $0<x\le 2$

Như vậy, kích thước có thể của sàn phòng khách là: chiều rộng: $0<x\le 2$ và chiều dài: $4<y\le 6$.

Bình luận: Từ việc thực hiện các hoạt động PĐ, HS có thể định hướng cách thức GQVĐ, từ đó xây dựng các bước GQVĐ và mở rộng cách thực hiện đó cho bài toán bài toán khái quát. Chẳng hạn, xây dựng các bước GQVĐ (*theo cách 2*) đối với bài toán: giải bất phương trình $a.x^2+b.x+c\le 0$ trong trường hợp $a>0,\ \Delta>0$ như sau:

$$a.x^2+b.x+c\le 0\ (a>0) \Leftrightarrow x^2+\frac{b}{a}.x\le -\frac{c}{a} \Leftrightarrow \left(x+\frac{b}{2a}\right)^2\le \frac{b^2-4ac}{4a^2} \Leftrightarrow \left(x+\frac{b}{2a}\right)^2\le \frac{\Delta}{4a^2} \Leftrightarrow \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}\le x\le \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$$

Như vậy, chúng ta thấy được vai trò của hoạt động PĐ trong việc định hướng và xây dựng cách thức GQVĐ và vận dụng cách thức đó cho những tình huống tương tự hay mở rộng cho bài toán khái quát.

Trong ví dụ minh họa, HS có cơ hội rèn luyện NL GQVĐ toán học được thể hiện như sau: - HS xác định được tình huống có vấn đề ở bước 1: Xác định được giả thiết và kết luận của bài toán, phân tích được các thuộc tính của bài toán từ đó nhận biết được vấn đề cần giải quyết; - HS thiết lập được cách thức GQVĐ ở bước 5: Thông qua việc thực hiện các hoạt động PĐ từ bước 2 đến bước 4, người học xác định được cách thức GQVĐ của bài toán theo hai cách. - HS trình bày được giải pháp GQVĐ ở bước 6; - HS đánh giá được giải pháp GQVĐ: Việc kết nối hoạt động khám phá với hoạt động PĐ cách thức GQVĐ thông qua các thao tác trên đồ dùng trực quan (chẳng hạn: chia đôi hình chữ nhật, ghép các hình chữ nhật với hình vuông, ghép thêm hình có diện tích bằng 4) hay hoàn thành đầy đủ các thông tin ở bảng 2, người học có thể đánh giá được những ưu, nhược điểm của mỗi cách thức GQVĐ, từ đó lựa chọn giải pháp phù hợp với khả năng của họ. Hơn thế nữa, khi HS được mở rộng thêm kiến thức (chẳng hạn dựa vào bảng xét dấu tam thức bậc hai), HS sẽ có cách nhìn khái quát cho các hướng GQVĐ của bài toán giải bất phương trình bậc hai một ẩn.

Một số khó khăn có thể xảy ra khi tiến hành thực nghiệm nghiên cứu là khả năng liên tưởng của một số HS có thể chưa tốt trong bước chuyển đổi từ ngôn ngữ kí hiệu toán học sang biểu diễn hình học, do các em ít làm quen với cách thức thực hiện như vậy và người học có xu hướng làm các bài toán với các thuật toán sẵn có. Ngoài ra, chúng tôi cũng dự kiến khó khăn khác nữa - đó là HS thường có xu hướng sử dụng cách PĐ thông thường nhưng vẫn không thể chứng minh đúng hay sai và không đưa ra kết luận như mong đợi vì các em thiếu kĩ năng thực hành, thiếu hoạt động trải nghiệm trước đó.

3. Kết luận

Trong nghiên cứu này, chúng tôi đề xuất sáu bước của quá trình GQVĐ của HS có hoạt động PĐ, đó là: hiểu vấn đề; khám phá vấn đề; hình thành PĐ; giải thích PĐ; xây dựng cách thức GQVĐ nhờ PĐ; chứng minh PĐ/trình bày giải pháp. Từ đó, chúng tôi phân tích các cơ hội để người học phát triển NL GQVĐ toán học cho HS lớp 10 theo định hướng của CTGDPT môn Toán 2018, cụ thể là: HS xác định được tình huống có vấn đề ở bước 1, lựa chọn và thiết lập cách thức GQVĐ ở bước 5 (nhờ các hoạt động PĐ từ bước 2 đến bước 4), trình bày được giải pháp GQVĐ ở bước 6 và người học có thể đánh giá được giải pháp đã thực hiện, khái quát hóa cho vấn đề tương tự.

GV phổ thông có thể thiết kế các hoạt động PĐ khác, sao cho cần tạo nhiều cơ hội để HS khám phá cách thức GQVĐ thông qua thao tác trên công cụ trực quan, công cụ phần mềm toán học, … Đó chính là môi trường thuận lợi giúp HS hình thành các PĐ, từ đó có cơ sở để định hướng các bước GQVĐ. Kết quả nghiên cứu cũng có thể được xem xét vận dụng cho các đối tượng HS ở các lớp khác của cấp THPT, THCS và cũng được vận dụng trong dạy học định nghĩa, định lí, hay quy tắc, phương pháp và với mạch kiến thức khác.

Tài liệu tham khảo

Alibert, L., & Thomas, M. (2002). Research on mathematical proof. In D. Tall (Ed.). *Advance Mathematical Thinking* (pp. 215-230). New York: Kluwer Academic Publishers.

Arzarello, F., Micheletti, C., Olivero, F., Robutti, O., Paola, D., & Gallino, G. (1998). "Dragging in Cabri and modalities of transition from conjectures to proofs in geometry". In *PME Conference,* (2), 24 -31, Stellenbosch, South Africa.

Astawa, I. W. P., Budayasa, I. K., & Juniati, D. (2018). The process of student cognition in constructing mathematical conjecture. *Journal on Mathematics Education*, *9*(1), 25-26, Department of Doctoral Program on Mathematics Education, Indonesia.

Bộ GD-ĐT (2018). *Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán* (ban hành kèm theo thông tư số 32/2018/TT-BGDĐT ngày 26/12/2018 của Bộ trưởng Bộ GD-ĐT).

Canadas, M. C., Deulofeu, J., Figueiras, L., Reid, D., & Yevdokimov, O. (2007). The conjecturing process: Perspectives in theory and implications in practice. *Journal of Teaching and Learning, 5*(1), 55-72, University of Windsor, Canada.

Fischbein, H. (1987). Intuition in science and mathematics: An educational approach. *Springer Science & Business Media*, New York, USA.

Furinghetti, F. & Paola, D. (2003). To produce conjectures and to prove them within a dynamic geometry environment*:* A case study". In N. A. Pateman, B. J. Doherty, & J. Zilliox (Eds), *Proceedings of the Twenty-seventh Annual Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education,* (2), 397-404, Honolulu University, USA.

John M. G. (2005). *An investigation of student conjectures in static and dynamic geometry environments*. Ph.D thesis, Auburn University, USA.

Healy, L., & Hoyles, C. (2000). A study of proof conceptions in algebra. *Journal for Research in Mathematics Education*, *31*(4), 396-428.

Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. (2001). The strands of Mathematical proficiency. *Adding it up: Helping children learn Mathematics*, 115-118.

Lim, H. K., Buendia, G., Kim, O., Cordero, F., & Kasmer, L. (2010). The role of prediction in the teaching and learning of mathematics. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *41*(5), 595-608.

Lin, F. L. (2006). Designing mathematics conjecturing activities to foster thinking and constructing actively. *Progress report of the APEC project: Collaborative studies on innovations for teaching and learning mathematics in different cultures (II)–Lesson study focusing on mathematical thinking, CRICED and University of Tsukuba*, 65-74, Japan.

Mason, J. (2002). Generalisation and algebra: Exploiting children's powers. In L. Haggerty (Ed.*). Aspects of teaching secondary mathematics: Perspectives on practice*, 105-120, Routledge Falmer Reader and in Education Policy and Politics, London, England.

NCTM (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: NCTM Inc.

Nguyễn Như Hải (2014). *Logic học đại cương*. NXB Đại học Sư phạm.

Nguyễn Anh Tuấn (2012). *Giáo trình logic toán và lịch sử Toán học*. NXB Đại học Sư phạm.

Norton, A. (2000). *Student conjectures in geometry*. Paper presented at the 24th conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Hiroshima, Japan.

Nurhasanah, F., Kusumah, Y. S., & Sabandar, J. (2017). Concept of Triangle: Examples of Mathematical Abstraction in Two Different Contexts. *International Journal on Emerging Mathematics Education, 1*(1), 53-70.

Vũ Đình Chinh (2013). Bồi dưỡng khả năng phán đoán cho học sinh lớp 11 thông qua phép suy luận tương tự trong dạy học hình học không gian. *Tạp chí Khoa học, Trường Đại học Sư phạm Hà Nội, 58*, 49-56.

Vũ Đình Chinh (2014). Rèn luyện hoạt động phán đoán cho học sinh trung học phổ thông nhờ sử dụng quan hệ biện chứng giữa cái chung và cái riêng trong dạy học hình học không gian. *Tạp chí Khoa học, Trường Đại học Sư phạm Hà Nội, 59*, 200-209.

Vũ Đình Chinh (2015a). Rèn luyện hoạt động phán đoán cho học sinh thông qua việc sử dụng suy luận quy nạp trong dạy học hình học lớp 10. *Tạp chí Khoa học giáo dục, Viện Khoa học Giáo dục Việt Nam, 119,* 42-44; 48.

Vũ Đình Chinh (2015b). Rèn luyện hoạt động phán đoán cho học sinh nhờ sử dụng tương tự và khái quát hóa trong dạy học hình học lớp 11. *Tạp chí Khoa học, Trường Đại học Sư phạm Hà Nội, 60*, 97-106.