

## Hàm Cobb-Douglas hay hàm Translog? Nghiên cứu thực nghiệm tại Việt Nam

### Cobb-douglas function or translog function? Empirical research in Vietnam

Trần Quang Cảnh<sup>1</sup>, Vũ Trục Phúc<sup>1\*</sup>

<sup>1</sup>Trường Đại học Quốc tế Hồng Bàng, Việt Nam

\*Tác giả liên hệ, Email: canh tq@hiu.vn

#### THÔNG TIN

DOI: 10.46223/HCMCOUJS.  
econ.vi.17.4.1886.2022

Ngày nhận: 21/05/2021

Ngày nhận lại: 28/07/2021

Duyệt đăng: 31/07/2021

#### Từ khóa:

độ tin cậy dự báo; hàm Cobb-Douglas; hàm sản xuất; hàm Translog

#### Keywords:

estimated efficiency; Cobb-Douglas; production function; Translog

#### TÓM TẮT

Trong kinh tế học và kinh tế lượng, hàm sản xuất Cobb-Douglas và hàm Translog thường được sử dụng rộng rãi để biểu thị mối quan hệ kỹ thuật giữa lượng của hai hoặc nhiều yếu tố đầu vào và lượng đầu ra. Tuy nhiên, theo khảo lược từ các nghiên cứu trước thì đa phần đều sử dụng hàm Cobb-Douglas, cũng có một số nghiên cứu sử dụng hàm Translog hoặc cả hai hàm trong một nghiên cứu. Tuy nhiên, việc so sánh kết quả phân tích của hai dạng hàm này hầu như chưa được đề cập đến.

Bài viết này sử dụng số liệu thống kê đầu vào là GDP Việt Nam từ 2009 - 2019, thực hiện phân tích bằng cả hai hàm Cobb-Douglas và Translog. Kết quả nghiên cứu cho thấy từ việc so sánh độ lệch chuẩn, so sánh đồ thị giá trị dự báo với đồ thị của giá trị thực tế và các chỉ số Mean Absolute Error (MAE), Mean Abs. Percent Error (MASE), Root Mean Squared Error (RMSE), Theil Inequality Coefficient (Theil) đều thể hiện kết quả dự báo bằng hàm Translog cho kết quả đáng tin cậy hơn so với dự báo bằng hàm Cobb-Douglas.

#### ABSTRACT

In economics and econometrics, the Cobb-Douglas production function and the Translog function are used to represent the technical relationship between the quantities of two or more inputs and the quantities of outputs. Yet, according to the review of previous studies, most of them use the Cobb-Douglas function; there are also some studies that use the Translog function or both functions in one study. But, the comparison of analytical results of these two types of functions has hardly been mentioned.

This paper uses input statistics on Vietnam's GDP from 2009 to 2019, performing analysis using both Cobb-Douglas and Translog functions. The study results showed that from the comparison of the standard deviation, the comparison between the graph of predicted values with the graph of real value and Mean

Absolute Error (MAE), Mean Abs. Percent error (MASE), Root Mean Squared Error (RMSE), Theil inequality coefficient (Theil) all show the forecast results using the Translog function for more reliable results than the forecast using the Cobb-Douglas function.

## 1. Giới thiệu

Hàm Cobb-Douglas là một dạng của hàm sản xuất, thường được sử dụng rộng rãi trong kinh tế học để biểu thị mối quan hệ kỹ thuật giữa lượng của các yếu tố đầu vào và lượng đầu ra có thể được sản xuất bởi các yếu tố đầu vào đó. Trong hàm Cobb-Douglas, sản lượng đầu ra là biến phụ thuộc còn các mức nhập lượng đầu vào là biến độc lập. Hàm Cobb-Douglas được Charles Cobb và Paul Douglas phát triển, thử nghiệm dựa trên bảng chứng thống kê trong khoảng thời gian từ 1927 - 1947 (Cobb & Douglas, 1928). Theo Douglas, bản thân dạng hàm này đã được phát triển trước đó bởi Philip Wicksteed (Barro & Sala, 2003). Ở dạng tổng quát, hàm Cobb-Douglas có thể được viết như sau (Brown, 2016):

$$f(x) = A \prod_{i=1}^n x_i^{\lambda_i} \quad (1)$$

A: là một tham số hiệu quả;

n: là tổng số biến đầu vào (hàng hóa);

$x_1, \dots, x_n$ : là số lượng (không âm) của hàng hóa được tiêu thụ, sản xuất,...;

$\lambda_i$ : là tham số độ co giãn.

Trong kinh tế học vĩ mô, hàm sản xuất Cobb-Douglas được thể hiện trong các giáo trình như sau:

$$Y = AL^\alpha K^\beta \quad (2)$$

Trong đó:

Y = tổng sản lượng (giá trị thực của tất cả hàng hóa được sản xuất trong một năm);

L = đầu vào lao động (số giờ người làm việc trong một năm);

K = vốn đầu vào (thước đo của tất cả máy móc, thiết bị và nhà cửa);

A = tổng năng suất nhân tố;

$\alpha$  và  $\beta$  lần lượt là hệ số co giãn đầu ra của vốn và lao động. Các giá trị này là các hằng số được xác định bởi công nghệ có sẵn.

Hàm Cobb-Douglas có thể được chuyển sang dạng logarit và ước lượng bằng phương pháp bình phương nhỏ nhất (OLS) dưới dạng biểu thức sau:

$$\ln(Y) = A + \alpha \ln(L) + \beta \ln(K) \quad (3)$$

Theo Greene (2012), hàm Cobb-Douglas có hạn chế khi giả định về tính đồng nhất (ví dụ: lợi nhuận không đổi theo quy mô), Klacek và Vopravil (2008) cho rằng một hạn chế nữa đó là giả định giữa các yếu tố có sự cạnh tranh hoặc thay thế hoàn hảo.

So với hàm Cobb-Douglas, Allen và Hall (1997), Greene (2012) cho rằng, hàm Translog có ưu điểm hơn do có các giả định linh hoạt hơn. Hàm Translog không giả định sự cạnh tranh hoặc thay thế hoàn hảo giữa các yếu tố (Klacek & Vopravil, 2008). Hàm Translog cũng thuận lợi cho

việc chuyển đổi từ mối quan hệ tuyến tính giữa đầu ra và đầu vào sang mối quan hệ phi tuyến tính.

Trong trường hợp có hai yếu tố đầu vào, hàm Translog được biểu thị như sau:

$$\ln(Y) = A + \alpha_K \ln(K) + \alpha_L \ln(L) + b_{KK} \ln^2(K) + b_{LL} \ln^2(L) + \alpha_{KL} \ln(K) \ln(L) \quad (4)$$

Trong các nghiên cứu trước, hầu hết áp dụng dạng hàm Cobb-Douglas để phân tích mà không xem xét dạng hàm Translog, ví dụ như: Wang và cộng sự (2021) nghiên cứu sự tiến bộ công nghệ trong nông nghiệp; Zhang, Tan, Zhang, Guo, và Guo (2017) nghiên cứu tối ưu hóa việc phân phối nước của ba ngành dựa trên dự đoán nhu cầu nước trong điều kiện nhiều yếu tố không chắc chắn; Kojic và Lukač (2018) đã đề xuất một phương pháp để giải quyết vấn đề giảm thiểu chi phí sản xuất; Guo (2018) nghiên cứu mối quan hệ giữa tăng trưởng kinh tế và tiêu thụ năng lượng. Có ít nghiên cứu có sử dụng hàm Translog. Có thể kể đến một số nghiên cứu như: Jonah, Shettima, Umar, và Timothy (2020) nghiên cứu hiệu quả lợi nhuận của việc sản xuất mè ở bang Yobe, Nigeria; Hao và Huang (2018) nghiên cứu mối quan hệ giữa lượng khí thải CO<sub>2</sub> và tiêu thụ năng lượng; Modrego, Canales, và Bahamonde (2020) nghiên cứu ảnh hưởng trực tiếp của Covid-19 tới việc làm trong ở Chile. Một số ít hơn các nghiên cứu áp dụng cả hai dạng hàm trong một bài nghiên cứu (C. T. Nguyen, Le, & Cai, 2020; K. M. Nguyen & Nguyen, 2020; Shyamalie, Pilapitiya, Karunarathna, & Nadeeshani, 2020; Tran, To, & Tran, 2019).

Theo Thiam, Bravo-Ureta và Rivas (2001) thì kết quả nghiên cứu sử dụng hàm Cobb-Douglas có sự khác biệt đáng kể so với hàm Translog, đôi khi còn có kết quả trái ngược nhau (Ahmad & Bravo-Ureta, 1996). Vì vậy, câu hỏi đặt ra đối với các nhà nghiên cứu sử dụng hàm sản xuất là nên sử dụng hàm Cobb-Douglas hay hàm Translog? Và dạng hàm nào sẽ cho kết quả đáng tin cậy hơn?

Mục tiêu của nghiên cứu nhằm so sánh dạng hàm Cobb-Douglas và Translog về hiệu quả kỹ thuật của chúng trong nghiên cứu kinh tế học vĩ mô nhằm đánh giá lượng lao động, lượng vốn công nghệ ảnh hưởng đến giá trị tổng sản phẩm nội địa của một nền kinh tế. Trong nghiên cứu, các tiêu chí đánh giá độ tin cậy của cả hai mô hình được sử dụng để từ đó đưa ra khuyến nghị về dạng hàm sản xuất nên áp dụng trong các nghiên cứu thuộc lĩnh vực kinh tế học vĩ mô.

## 2. Phương pháp nghiên cứu

### 2.1. Số liệu nghiên cứu

Dữ liệu nghiên cứu được thu thập từ website của Tổng cục Thống kê Việt Nam (Firmani, n.d.) gồm: giá trị GDP (Y-tỷ đồng), vốn đầu tư (K-tỷ đồng), lao động (L-ngàn người) trong khoảng thời gian năm 2009 đến 2019.

### 2.2. Phương pháp phân tích

Hồi quy GDP theo K và L dưới dạng hàm Cobb-Douglas và Translog bằng phần mềm Eviews 10. Từ kết quả hồi quy, nhóm tác giả sẽ thực hiện đánh giá khả năng dự báo của các dạng hàm thông qua các bước:

Đánh giá độ lệch chuẩn của kết quả dự báo. Kết quả dự báo của dạng hàm nào có độ lệch chuẩn nhỏ hơn được đánh giá đáng tin cậy hơn.

So sánh đồ thị đường của giá trị dự báo với giá trị thực tế. Nếu đồ thị đường giá trị dự báo của dạng hàm nào càng gần với đồ thị đường giá trị thực tế thì kết quả dự báo của dạng hàm đó đáng tin cậy hơn.

So sánh các chỉ tiêu đánh giá độ chính xác của dự báo: Root Mean Squared Error (RMSE), Mean Absolute Error (MAE), Mean Abs. Percent Error (MASE), Theil Inequality Coefficient (Theil). Dạng hàm nào có giá trị của các chỉ tiêu nhỏ hơn sẽ được đánh giá có độ tin cậy cao hơn (H. T. Nguyen, Phung, & Nguyen, 2014).

### 3. Kết quả nghiên cứu và thảo luận

#### 3.1. Kết quả hồi quy

##### 3.1.1. Hàm Cobb-Douglas

#### Bảng 1

Kết quả hồi quy bằng hàm Cobb-Douglas

Biến độc lập	Hệ số	Xác suất thống kê t	VIF
LOG(K)	1.38	0.0046	3.88
LOG(L)	-0.37	0.0000	3.88

Nguồn: Kết quả từ phần mềm xử lý số liệu Eview 10

Kết quả hồi quy tại Bảng 1 cho thấy xác suất thống kê t của các hệ số hồi quy có giá trị nhỏ hơn 0.05. Như vậy có cơ sở để kết luận, với độ tin cậy 95%, các hệ số hồi quy đều có ý nghĩa thống kê.

Các giá trị nhân tử phóng đại phương sai VIF của các hệ số hồi quy  $< 10$ , do đó có thể kết luận mô hình hồi quy không có hiện tượng đa cộng tuyến.

Kiểm định giả thuyết phương sai thay đổi cho kết quả xác suất thống kê F của kiểm định White bằng 0.634  $> 0.05$ , do vậy có cơ sở để kết luận phương sai của sai số không đổi.

Kiểm tra giả thuyết tự tương quan cho kết quả xác suất thống kê F của kiểm định Breusch-Godfrey bằng 0.922, do vậy có cơ sở để kết luận mô hình không vi phạm giả thuyết về tự tương quan.

Kiểm định phân phối chuẩn của phần dư cho kết quả xác suất thống kê Jarque-Bera bằng 0.77  $> 0.05$ , do vậy có cơ sở để kết luận phần dư của mô hình hồi quy có phân phối chuẩn.

Hàm hồi quy:

$$\text{LOG}(Y) = 1.38 * \text{LOG}(K) - 0.37 * \text{LOG}(L) \quad (5)$$

##### 3.1.2. Hàm Translog

#### Bảng 2

Kết quả hồi quy bằng hàm Translog

Biến độc lập	Hệ số	Xác suất thống kê t	VIF
LOG(K)	-117.21	0.020	7.73
LOG(L)	332.24	0.033	1.83
(LOG(K))^2	-0.44	0.046	5.51
(LOG(L))^2	-22.48	0.030	6.61
LOG(K)*LOG(L)	11.92	0.026	3.75

Nguồn: Kết quả từ phần mềm xử lý số liệu Eview 10

Kết quả hồi quy tại Bảng 2 cho thấy xác suất thống kê  $t$  của các hệ số hồi quy đều nhỏ hơn 0.05. Như vậy có cơ sở để kết luận, với độ tin cậy 95%, các hệ số hồi quy đều có ý nghĩa thống kê.

Giá trị nhân tử phóng đại phương sai VIF của các hệ số hồi quy  $< 10$  do đó có thể kết luận mô hình hồi quy đã không có hiện tượng đa cộng tuyến.

Kiểm định giả thuyết phương sai thay đổi cho kết quả xác suất thống kê  $F$  của kiểm định White bằng  $0.733 > 0.05$ , do đó có cơ sở để kết luận phương sai của sai số không đổi.

Kiểm tra giả thuyết tự tương quan cho kết quả xác suất thống kê  $F$  của kiểm định Breusch-Godfrey bằng 0.181, do đó có cơ sở để kết luận mô hình không vi phạm giả thuyết về tự tương quan.

Kết quả kiểm định phân phối chuẩn của phần dư cho thấy xác suất thống kê Jarque-Bera bằng  $0.52 > 0.05$ , do đó có cơ sở để kết luận giả thiết về phân phối chuẩn của phần dư không bị vi phạm.

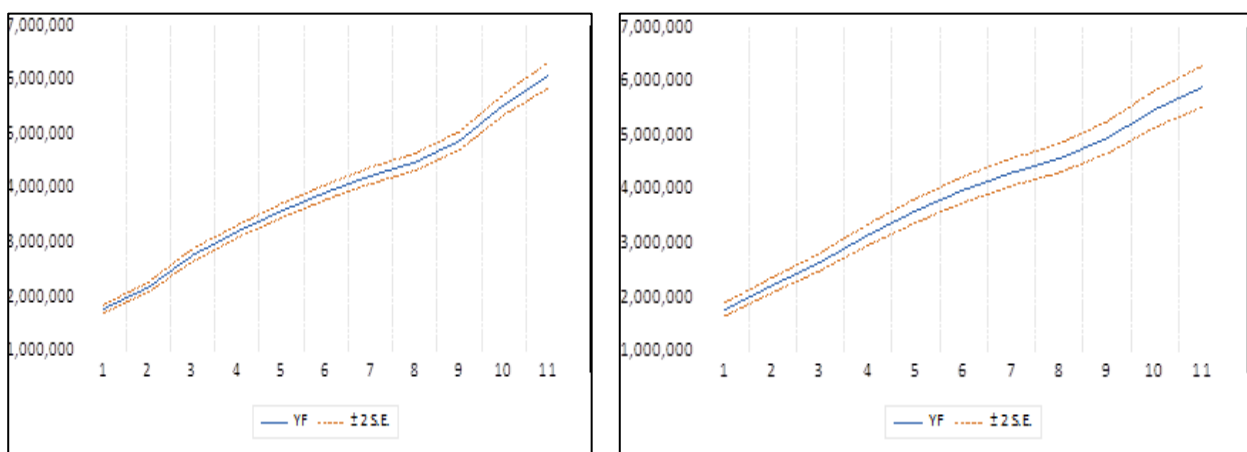
Hàm hồi quy:

$$\text{LOG}(Y) = -71.34 \cdot \text{LOG}(K) + 84.65 \cdot \text{LOG}(L) + 0.006 \cdot (\text{LOG}(K))^2 - 7.66 \cdot (\text{LOG}(L))^2 + 6.55 \cdot \text{LOG}(K) \cdot \text{LOG}(L) \quad (6)$$

### 3.1.3. Nhận xét

Cả hàm Cobb-Douglas và Translog đều có ý nghĩa thống kê và thỏa mãn các giả thuyết của hồi quy OLS, tuy nhiên có sự khác biệt đáng kể về kết quả hồi quy. Do vậy, việc so sánh mức độ tin cậy giữa hai dạng hàm là thực sự cần thiết.

### 3.2. So sánh độ lệch chuẩn của kết quả dự báo

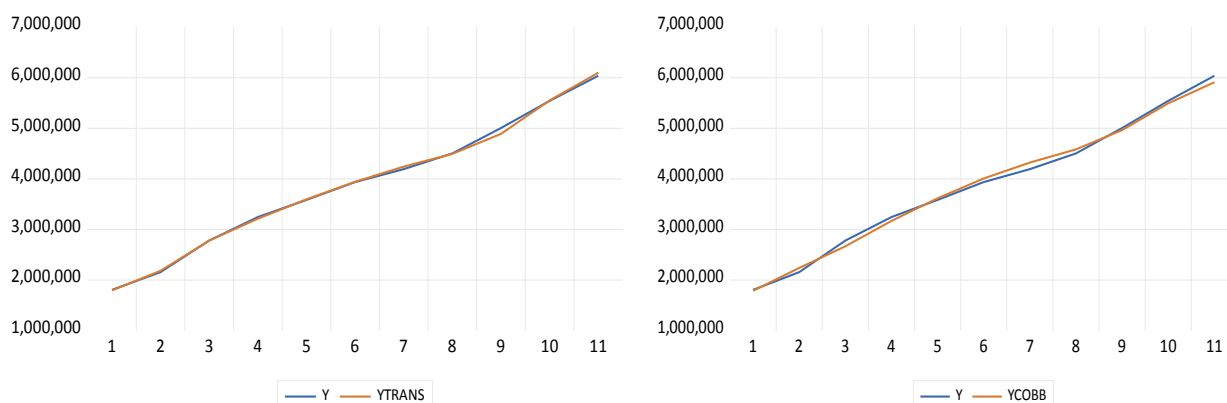


**Hình 1.** (a) Độ lệch chuẩn của hàm Translog, (b) Độ lệch chuẩn của hàm Cobb-Douglas

Nguồn: Kết quả từ phần mềm xử lý số liệu Eview 10

Kết quả dự báo cho thấy đường dự báo  $Y$  của hàm Translog (xem Hình 1a) có độ lệch chuẩn nhỏ hơn so với đường dự báo bằng hàm Cobb-Douglas (xem Hình 1b). Như vậy, thông qua tiêu chí này, hàm Translog được đánh giá là có độ tin cậy cao hơn hàm Cobb-Douglas.

### 3.3. So sánh kết quả đồ thị đường giá trị dự báo với giá trị thực tế



**Hình 2.** (a) Kết quả dự báo bằng hàm Translog, (b) Kết quả dự báo bằng hàm Cobb-Douglass

Nguồn: Kết quả phân tích của nhóm tác giả (2021)

Đường dự báo bằng hàm Translog (Hình 2a) sát với kết quả thực tế hơn so với đường dự báo bằng hàm Cobb-Douglas (Hình 2b). Thông qua tiêu chí này, hàm Translog được đánh giá là có độ tin cậy cao hơn hàm Cobb-Douglass.

### 3.4. So sánh các chỉ số

**Bảng 3**

Các chỉ số đánh giá

Chỉ tiêu so sánh	Translog	Cobb-Douglass
RMSE	45096.24	82883.15
MAE	30894.53	74920.76
MASE	0.768414	2.068438
Theil	0.005503	0.010124

Nguồn: Kết quả phân tích của nhóm tác giả (2021)

Kết quả đánh giá độ chính xác dự báo, các chỉ số so sánh dự báo của hàm Translog đều nhỏ hơn nhiều so với các chỉ số so sánh dự báo bằng hàm Cobb-Douglass (Bảng 3), cho thấy kết quả dự báo bằng hàm Translog đáng tin cậy hơn hàm Cobb-Douglass.

## 4. Kết luận và gợi ý

Kết quả nghiên cứu cho thấy dự báo bằng hàm Translog có kết quả đáng tin cậy hơn so với dự báo bằng hàm Cobb-Douglass. Trong giảng dạy kinh tế học vĩ mô, các trường đại học nên sử dụng hàm Translog để giới thiệu với người học thay vì hàm Cobb-Douglass. Trong nghiên cứu kinh tế vĩ mô, các nhà nghiên cứu nên ưu tiên sử dụng hàm Translog. Trong các dạng nghiên cứu khác về sản lượng đầu ra phụ thuộc vào các yếu tố đầu vào, khi sử dụng hàm sản xuất, các tác giả nên sử dụng cả hai dạng hàm, so sánh kết quả nghiên cứu để có được kết quả đáng tin cậy hơn.

## 5. Hạn chế của nghiên cứu

Do số liệu thống kê vĩ mô của Việt Nam có giới hạn nên số mẫu còn nhỏ, chỉ sử dụng nghiên cứu trường hợp GDP của Việt Nam, mà chưa nghiên cứu dựa trên nhiều bộ số liệu khác để

có kết quả đáng tin cậy hơn.

Nhóm tác giả sẽ thực hiện thu thập số liệu kinh tế vĩ mô của nhiều nước khác để kiểm tra lại kết quả nghiên cứu, từ đó đưa ra các kết luận đáng tin cậy hơn.

### Tài liệu tham khảo

- Ahmad, M., & Bravo-Ureta, B. E. (1996). Technical efficiency measures for dairy farms using panel data: A comparison of alternative model specifications. *Journal of Productivity Analysis*, 7(4), 399-415. doi:10.1007/BF00162049
- Allen, C., & Hall, S. (1997). *Macroeconomic modelling in a changing world: Towards a common approach* (1st ed.). Chichester, NY: Wiley.
- Barro, R. J., & Sala, i-M. (2003). *Economic growth* (2nd ed.). Cambridge, MA: The MIT Press.
- Brown, M. (2016). *The new Palgrave: Dictionary of economics*. Manhattan, NY: Springer.
- Cobb, C. W., & Douglas, P. H. (1928). A theory of production. *The American Economic Review*, 18(1), 139-165.
- Firmani, M. (n.d.). *PX web*. Truy cập ngày 26/01/2021 tại General Statistics Office of Vietnam website: <https://www.gso.gov.vn/px-web-2/>
- Greene, W. H. (2012). *Econometric analysis*. London, UK: Pearson.
- Guo, W. (2018). An analysis of energy consumption and economic growth of Cobb-Douglas production function based on ECM. *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*, 113, Article 012071. doi:10.1088/1755-1315/113/1/012071
- Hao, Y., & Huang, Y.-N. (2018). Exploring the nexus of energy consumption structure and CO2 emissions in China: Empirical evidence based on the Translog production function. *Polish Journal of Environmental Studies*, 7(6), 2541-2551.
- Jonah, S. E., Shettima, B. G., Umar, A. S. S., & Timothy, E. (2020). Analysis of profit efficiency of sesame production in Yobe State, Nigeria: A stochastic translog profit function approach. *Asian Journal of Agricultural Extension, Economics & Sociology*, 38(9), 58-70. doi:10.9734/ajaees/2020/v38i930408
- Klacek, J., & Vopravil, J. (2008). Total factor productivity in Czech manufacturing industry - KLEM framework. *Statistika: Statistics and Economy Journal*, 45, 414-428.
- Kojić, V., & Lukač, Z. (2018). An alternative approach to solving cost minimization problem with Cobb-Douglas technology. *Central European Journal of Operations Research*, 26(3), 629-643. doi:10.1007/s10100-017-0519-2
- Modrego, F., Canales, A., & Bahamonde, H. (2020). Employment effects of Covid-19 across Chilean regions: An application of the translog cost function. *Regional Science Policy & Practice*, 12(6), 1151-1167. doi:10.1111/rsp3.12337
- Nguyen, C. T., Le, M. Q., & Cai, K. P. T. (2020). Tác động lan tỏa của các công ty có vốn đầu tư nước ngoài đến hiệu quả kỹ thuật của các doanh nghiệp công nghiệp chế biến Việt Nam [The spillover effects of foreign-invested companies on the technical efficiency of Vietnamese processing industry enterprises]. *Tạp chí Nghiên cứu Kinh tế và Kinh doanh Châu Á*, 30(8), 05-25.

- Nguyen, H. T., Phung, B. T., & Nguyen, D. K. (2014). *Dự báo và phân tích dữ liệu trong kinh tế và tài chính [Forecasting and data analysis in economics and finance]*. Ho Chi Minh City, Vietnam: Nhà xuất bản Tài chính.
- Nguyen, K. M., & Nguyen, T. N. T. (2020). Phân tích hiệu quả kỹ thuật của các ngân hàng thương mại cổ phần tại Việt Nam [Analysis of technical efficiency of joint stock commercial banks in Vietnam]. *Kinh tế và Quản trị kinh doanh*, 15(3), 22-40. doi:10.46223/HCMCOUJS.econ.vi.15.3.1330.2020
- Shyamalie, H. W., Pilapitiya, H. M. C. G., Karunarathna, B. M. N. C., & Nadeeshani, K. W. N. (2020). Determinants of productivity variation and technical efficiency of tea small holders in the low country of Sri Lanka. *Sri Lanka Journal of Food and Agriculture*, 6(2), 7-14. doi:10.4038/sljfa.v6i2.84
- Thiam, A., Bravo- Ureta, B. E., & Rivas, T. E. (2001). Technical efficiency in developing country agriculture: A meta-analysis. *Agricultural Economics*, 25(2/3), 235-243. doi:10.1111/j.1574-0862.2001.tb00204.x
- Tran, Q. V., To, N. T., & Tran, T. D. (2019). Hiệu quả kỹ thuật và áp lực môi trường của các hộ chăn nuôi lợn ở Hải Dương [Technical efficiency and environmental pressures of pig farmers in Hai Duong]. *Tạp chí Khoa học Nông nghiệp Việt Nam*, 17(6), 516-524.
- Wang, J., Song, H., Tian, Z., Bei, J., Zhang, H., Ye, B., & Ni, J. (2021). A method for estimating output elasticity of input factors in Cobb-Douglas production function and measuring agricultural technological progress. *IEEE Access*, 9, 26234-26250. doi:10.1109/ACCESS.2021.3056719
- Zhang, F., Tan, Q., Zhang, C., Guo, S., & Guo, P. (2017). A regional water optimal allocation model based on the Cobb-Douglas production function under multiple uncertainties. *Water*, 9(12), Article 923. doi:10.3390/w9120923

