

NGHIÊN CỨU VỀ KHUNG NĂNG LỰC MÔ HÌNH HÓA TOÁN HỌC CỦA HỌC SINH TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

Lê Hồng Quang

Trường Trung học Phổ thông Xuân Giang, Sóc Sơn, Hà Nội

Tóm tắt. Trong giảng dạy toán học, mô hình toán học là một trong những công cụ mạnh mẽ thúc đẩy học tập hiệu quả. Mục tiêu của nghiên cứu: xây dựng khung năng lực mô hình hóa toán học của học sinh trung học phổ thông. Phương pháp được tôi lựa chọn cho nghiên cứu: nghiên cứu lí thuyết thông các nghiên cứu trong và ngoài nước về năng lực, năng lực mô hình hóa toán học của học sinh; dựa vào kết quả nghiên cứu thực tiễn đã được kiểm nghiệm về năng lực được tôi đề xuất. Kết quả nghiên cứu: đề xuất được khung năng lực mô hình hóa toán học của học sinh trung học phổ thông bao gồm 6 năng lực cơ bản cùng các chỉ báo, bao gồm: Năng lực nhận diện tình huống mô hình toán học từ bối cảnh thực tiễn; Năng lực sử dụng ngôn ngữ trong quá trình mô hình hóa toán học; Năng lực sử dụng công cụ, phương tiện học toán; Năng lực xây dựng mô hình toán học; Năng lực làm việc với mô hình toán học; Năng lực đánh giá, điều chỉnh mô hình. Phần cuối của nghiên cứu, tôi đưa ra một số góp ý hướng đến phát triển các thành tố năng lực mô hình hóa toán học của học sinh. Từ đó, nâng cao chất lượng dạy học Toán cho học sinh trung học phổ thông trong thời gian tới.

Từ khóa: Khung năng lực, Mô hình hóa toán học; năng lực mô hình hóa toán học.

1. Mở đầu

Xu thế chung mà các nền giáo dục toán tiên tiến trên thế giới không chỉ đánh giá về kiến thức mà còn xem xét khả năng của học sinh trong việc áp dụng kiến thức và kinh nghiệm của mình vào giải quyết những vấn đề thực tiễn và có thể làm được những gì trên cơ sở những kiến thức đã học được. Cụ thể, chú trọng khả năng sử dụng các kiến thức đã học vào thực tế và năng lực xử lý các tình huống học sinh sẽ gặp trong cuộc sống sau khi rời ghế nhà trường. Để vận dụng kiến thức toán học vào việc giải quyết những tình huống thực tiễn, người ta phải toán học hóa tình huống đó, tức là, xây dựng một mô hình hóa toán học thích hợp cho phép tìm câu trả lời. Chính vì vậy, ngay từ giai đoạn học sinh phổ thông, giáo viên cần hình thành cho học sinh kĩ năng mô hình hóa thông qua dạy học Toán. Mô hình hóa trong dạy học Toán là quá trình giúp học sinh tìm hiểu, khám phá các tình huống nảy sinh từ thực tiễn bằng công cụ và ngôn ngữ toán. Sử dụng quá trình này trong giảng dạy sẽ giúp giáo viên phát huy được tính tích cực học tập của học sinh, giúp học sinh có thể tự trả lời câu hỏi “Môn toán có ứng dụng gì trong thực tiễn và có vai trò gì trong việc giải thích các hiện tượng thực tiễn?”. Điều này có ý nghĩa rất lớn trong việc gọi động cơ học tập ngay từ đầu cho học sinh. Nhiều nghiên cứu đã chỉ ra rằng, vấn đề làm rõ mối liên hệ giữa toán học và thực tiễn sẽ giúp giáo viên kiến tạo các tình huống và hoạt động học tập mang tính cực hơn cho học sinh [1].

Ngày nhận bài: 19/4/2019. Ngày sửa bài: 29/6/2019. Ngày nhận đăng: 2/7/2019.

Tác giả liên hệ: Lê Hồng Quang. Địa chỉ e-mail: tinhhong80@gmail.com

Quá trình mô hình hóa toán học cho thấy mối quan hệ giữa thực tiễn với các vấn đề trong sách giáo khoa dưới góc nhìn của toán học. Do vậy, nó đòi hỏi học sinh cần vận dụng thành thạo các thao tác tư duy toán học như phân tích, tổng hợp, so sánh, khái quát hóa, trừu tượng hóa, siêu nhận thức. Ở trường phổ thông, cách tiếp cận này giúp việc học Toán của học sinh trở nên thiết thực và có ý nghĩa hơn, tạo động cơ và niềm say mê học tập môn Toán.

Học sinh Trung học phổ thông (THPT) là những người đang trưởng thành, chuẩn bị tham gia trực tiếp vào lao động sản xuất, phát triển xã hội; tương lai các em phải đối mặt với cuộc sống hiện đại đa chiều, đầy biến động. Bởi vậy, việc trang bị cho người học những năng lực thích ứng với cuộc sống nói chung, năng lực mô hình hóa toán học nói riêng khi còn ngồi trên ghế nhà trường là một vấn đề cần được đặc biệt quan tâm.

Blomhøj và Jensen (2007) [2], định nghĩa năng lực mô hình hóa là khả năng thực hiện đầy đủ các giai đoạn của quá trình mô hình hóa trong một tình huống cho trước; Maab (2006) [2], định nghĩa năng lực mô hình hóa bao gồm các kỹ năng và khả năng thực hiện quá trình mô hình hóa nhằm đạt được mục tiêu xác định.

Nhìn cụ thể hơn để xây dựng mô hình, Blomhøj và Jensen (2007) [3;47] xác định năng lực như sự sẵn sàng sâu sắc tới hành động để đáp ứng với những thách thức của một tình huống nhất định. Theo họ, một khía cạnh quan trọng, đó là phát triển năng lực là một quá trình liên tục. Trong cuộc thảo luận, họ dứt khoát xây dựng và minh họa một tập hợp các năng lực toán học có thể được xem là kích thước độc lập kéo dài và mở rộng định nghĩa về năng lực toán học. Các năng lực toán học đặt ra là: năng lực tư duy toán học, năng lực giải quyết vấn đề, năng lực đại diện, năng lực hình thức biểu tượng, năng lực giao tiếp, hỗ trợ, năng lực lý luận và năng lực mô hình hóa.

Năng lực mô hình hóa Toán học là khả năng nhận diện câu hỏi có liên quan, các biến, các mối quan hệ hoặc giả định về một tình huống thế giới thực, để dẫn dắt vào toán học và để giải thích và kích hoạt các giải pháp (NISS et al 2007) [4;12]. Các tác giả này tiếp tục thêm rằng, năng lực mô hình không phát triển trong sự cô lập từ năng lực toán học hoặc chung khác như cam kết hay năng lực xã hội hoặc thực hiện giải pháp toán học. gợi ý của họ rằng, năng lực xây dựng mô hình có thể liên quan đến nhiều lĩnh vực, dẫn đến sự bao gồm của, năng lực siêu nhận thức và nhận thức. Bằng cách thực hiện nhiệm vụ xây dựng mô hình, năng lực xây dựng mô hình và năng lực khác có liên quan trong lĩnh vực toán học hoặc các lĩnh vực nói chung đang phát triển.

Dựa trên các nghiên cứu về năng lực mô hình hóa toán học như (Maaß, 2006) [2], (Blum, Niss, 1991) [5], (Kaiser-Messmer, 1991) [6], Chương trình Giáo dục phổ thông môn Toán, 2018 [7],...). Dựa vào các luận điểm của các nhà khoa học viện dẫn ở trên là những điểm tựa quan trọng cho việc xác định các thành tố cụ thể của năng lực mô hình hóa toán học của học sinh Trung học phổ thông. Tôi phân năng lực mô hình hóa toán học bởi một số thành tố năng lực cơ bản: Năng lực nhận diện tình huống mô hình toán học từ bối cảnh thực tiễn; Năng lực sử dụng ngôn ngữ trong quá trình mô hình hóa toán học; Năng lực sử dụng công cụ, phương tiện học toán; Năng lực xây dựng mô hình toán học; Năng lực làm việc với mô hình toán học; Năng lực đánh giá, điều chỉnh mô hình. Phần sau đây, tôi nghiên cứu và đề xuất khung năng lực mô hình hóa toán học của học sinh THPT.

2. Nội dung nghiên cứu

2.1. Kết quả nghiên cứu về khung năng lực mô hình hóa toán học của học sinh trung học phổ thông

Căn cứ vào nội dung Chương trình giáo dục phổ thông tổng thể môn Toán (11/2018), căn cứ các năng lực cốt lõi của giáo viên bộ môn Toán, căn cứ kết quả về thực trạng năng lực mô hình hóa toán học của học sinh đã được tác giả nghiên cứu, đề cập trong [7, 8, 9, 10]. Dựa vào kết quả đánh giá thực trạng về các năng lực mô hình hóa mà tác giả điều tra [1], trong nghiên

cứu sau đây, tác giả đề xuất khung năng lực mô hình hóa toán học của học sinh THPT, tôi cụ thể các năng lực thông qua các chỉ báo và các cấp độ đạt của năng lực.

Dựa vào các luận điểm của các nhà khoa học vừa dẫn ở trên là những điểm tựa quan trọng cho việc xác định các thành tố cụ thể của năng lực mô hình hóa toán học của học sinh Trung học phổ thông. Ngoài những quan điểm đã dẫn, chúng tôi cho rằng: cốt lõi của hoạt động mô hình toán học hóa là việc mô tả tình huống đó bằng ngôn ngữ toán học. Như vậy, thấy rằng, quá trình đó là sự chuyển đổi các dạng ngôn ngữ để xây dựng các mô hình khác nhau; do đó, vấn đề phát triển ngôn ngữ cần được đặc biệt lưu tâm tới. Bởi vậy, cần phối hợp một cách nhuần nhuyễn việc rèn luyện ngôn ngữ với việc phát triển năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh.

Tôi phân năng lực mô hình hóa toán học bởi một số thành tố năng lực, các chỉ báo và cấp độ cơ bản sau:

2.1.1. Năng lực nhận diện tình huống mô hình toán học từ bối cảnh thực tiễn

Quan sát nhận diện tình huống là một công cụ cực kì giá trị của quá trình học tập. Nó đem đến cho học sinh năng lực nhận biết các ẩn ý trong mỗi sự việc trong bối cảnh.

Đa số chúng ta không để ý đến thế giới xung quanh. Điểm tạo nên một năng lực mô hình hóa toán học tốt chính là khả năng quan sát, nhận biết những chi tiết bản chất của tình huống. Điều này thường có ở những học sinh có thói quen để ý đến mọi thứ xung quanh. Maria Konnikova là một nhà báo, nhà tâm lý học và là tác giả của cuốn sách: *Mastermind: How to Think Like Sherlock Holmes* nói rằng: “Đây không phải là năng lực của siêu nhân. Cần phải chú ý rằng Holmes đã dành cả đời để rèn luyện thói quen tập trung chú ý. Đây không phải là khả năng bẩm sinh của ông ấy. Những gì chúng ta chọn để lưu tâm hoặc không lưu tâm là một cách định hình năng lực này trong tâm trí chúng ta. Mọi thứ chúng ta làm đều kết nối với bộ não nhưng sự tập trung cao độ” có thể giúp sự kết nối này trở nên vô cùng dễ dàng.”

Thói quen xấu của nhiều học sinh là không chú ý. Học sinh luôn cố gắng hoàn thành mọi thứ thật nhanh chóng, và bởi vậy, chúng mất đi sự tập trung. Vậy nên, giống như bất kì thói quen nào, tăng cường năng lực quan sát đồng nghĩa với xác định thói quen xấu của học sinh trước tiên (học sinh ưu tiên việc hoàn thành mọi thứ thật nhanh và bỏ qua những chi tiết nhỏ hơn), và sau đó là rèn luyện những thói quen mới (tập để ý nhiều hơn).

Việc thường xuyên vận dụng toán học vào thực tế sẽ giúp học sinh nhìn thấy những khía cạnh toán học ở các tình huống thường gặp trong cuộc sống, tăng cường khả năng giải quyết các vấn đề trong cuộc sống bằng tư duy toán học, giúp tập luyện thói quen làm việc khoa học, nâng cao ý thức tối ưu hóa trong lao động...

Đây là những phẩm chất quan trọng đối với người lao động trong xã hội ngày nay. Để làm được điều này học sinh phải có khả năng thu nhận được thông tin toán học từ tình huống thực tế ban đầu, chuyển đổi thông tin giữa thực tế và toán học, thiết lập được mô hình toán học từ tình huống thực tế.

Từ các nhận định của các chuyên gia giáo dục, các nghiên cứu về năng lực mô hình hóa toán học [1, 7, 8, 9, 10] tác giả đề xuất các tiêu chí, chỉ báo của năng lực nhận diện tình huống mô hình toán học từ bối cảnh thực tiễn.

Bảng 1. Năng lực nhận diện tình huống mô hình toán học từ bối cảnh thực tiễn

Tiêu chí	Chỉ báo
I1. Quan sát	I1.1. Quan sát tình huống thực tiễn I1.2. Quan sát yếu tố ảnh hưởng
I2. Liên tưởng, kết nối các ý tưởng toán học với các yếu tố thực tiễn.	I2.1. Hình thành liên hệ giữa những gì học sinh thấy và biết. I2.2. Tăng cường vốn kiến thức.

13. Năng lực ước tính, dự đoán các kết quả của tình huống	13.1. Dự đoán kết quả của mỗi giai đoạn giải quyết. 13.2. Dự đoán kết quả tình huống mô hình hóa toán học.
---	---

2.1.2. Năng lực sử dụng ngôn ngữ trong quá trình mô hình hóa toán học

Trong quá trình dạy và học Toán, việc sử dụng ngôn ngữ toán học là rất cần thiết, nó thể hiện được nội dung toán học đặt ra hay vấn đề thực tiễn nào đó cần được thể hiện thông qua ngôn ngữ toán học. Học sinh vận dụng tốt ngôn ngữ toán học sẽ làm cho quá trình học tập đạt hiệu quả hơn.

(Duval, 2002) [11] cho rằng, tầm quan trọng của ngôn ngữ trong việc học Toán, cũng như năng lực giao tiếp toán học, là một chủ đề liên quan cụ thể. Trong những năm gần đây, nó đã được nhấn mạnh tầm quan trọng không chỉ thể hiện ngôn ngữ toán học qua bài viết tự luận, nó còn thường xuyên thể hiện trong các cuộc phỏng vấn, trao đổi của học sinh trong quá trình học tập.

Các nhà giáo dục toán học ở Việt Nam đã dành sự quan tâm ngày càng sâu sắc, đầy đủ hơn đến ngôn ngữ toán học, tập trung mô tả ngôn ngữ toán học tạo bởi các kí hiệu toán học (chữ số, chữ cái, dấu phép tính, dấu quan hệ) và ngôn ngữ viết là chủ yếu. Ngoài ra, Hoàng Chúng, Nguyễn Bá Kim cho rằng, trong DH môn toán, việc sử dụng các hình vẽ, sơ đồ, đồ thị, bảng, công thức là rất quan trọng và xem chúng là một dạng ngôn ngữ toán học cần được hình thành và rèn luyện cho HS. Như vậy, ngôn ngữ toán học không chỉ bao gồm các kí hiệu toán học mà còn có cả các hình vẽ, sơ đồ, đồ thị... Hoạt động ngôn ngữ là một trong những hoạt động toán học quan trọng của học sinh. Từ các nghiên cứu của các tác giả quốc tế và trong nước về ngôn ngữ toán học, các quan niệm về ngôn ngữ toán học. Có thể khái quát: ngôn ngữ toán học trong DH toán phổ thông là ngôn ngữ của khoa học toán học, bao gồm các thuật ngữ toán học (từ, cụm từ), các kí hiệu toán học, biểu tượng toán học (như hình vẽ, sơ đồ, đồ thị...) và các quy tắc kết hợp chúng dùng để diễn đạt các đối tượng và các mối quan hệ toán học trong khi nói, viết hoặc tư duy. Trong đó: Kí hiệu gồm chữ số, chữ cái, kí tự alphabetic, dấu các phép toán, dấu các quan hệ, dấu các lượng từ và các dấu ngoặc được dùng trong toán học. Thuật ngữ toán học bao gồm các từ và cụm từ là tên gọi của những khái niệm, những đối tượng và quan hệ thuộc lĩnh vực toán học (ví dụ: số nguyên tố, hợp số, đường thẳng, đối đỉnh, lũy thừa,...); những từ, cụm từ của ngôn ngữ toán học, nhưng trong toán học có ý nghĩa đặc thù (ví dụ: cạnh, tâm, mẫu, tử,...). Cũng như thuật ngữ khoa học nói chung, thuật ngữ toán học không mang sắc thái tu từ biểu cảm, chúng có tính xác định về nghĩa, có tính hệ thống, tính đơn nghĩa và tính quốc tế. Biểu tượng toán học gồm hình ảnh, hình vẽ, sơ đồ, biểu đồ hoặc mô hình để biểu thị các quan hệ toán học và các đối tượng toán học cụ thể.

Như vậy, theo quan niệm của tôi, ngôn ngữ toán học không chỉ có các kí hiệu mà còn có cả các thuật ngữ, biểu tượng toán học. Với chú ý rằng, các kí hiệu, thuật ngữ, biểu tượng trong ngôn ngữ toán học phải ứng với nội dung, ý tưởng toán học nhất định. Để biểu thị một đối tượng hay một quan hệ toán học, ta có thể sử dụng ngôn ngữ toán học ở dạng thuật ngữ, kí hiệu hoặc biểu tượng toán học.

Con người phát triển trong hoạt động và học tập diễn ra trong hoạt động là một luận điểm cơ bản của giáo dục học. Theo Nguyễn Bá Kim, mỗi nội dung DH đều liên hệ với những hoạt động nhất định. Định hướng đổi mới PPDH là tổ chức cho người học học tập trong hoạt động và bằng hoạt động tự giác, tích cực, chủ động và sáng tạo. Từ đó, xác định vị trí chủ thể của người học, đảm bảo tính tự giác, tích cực, chủ động và sáng tạo của hoạt động học tập được thực hiện độc lập hoặc trong giao lưu. (Nguyễn Bá Kim, 2005) [12]. Khi hoạt động ngôn ngữ toán học của HS được thực hiện độc lập, nó được xét trên bình diện của hoạt động bồi dưỡng toán học. Các kí hiệu, các biểu tượng toán học được sử dụng, tạo ra và chuyển đổi nhằm giúp HS suy nghĩ, khám phá, tìm ra cách giải quyết các vấn đề toán học; sắp xếp, ghi nhớ, biểu đạt các ý

tương toán học (cho bản thân). Khi hoạt động ngôn ngữ toán học diễn ra trong giao lưu, nó thể hiện dưới bình diện giao tiếp toán học. Khi đó, ngôn ngữ toán học là phương tiện chủ yếu để HS giao tiếp, tiếp nhận hay chuyển tải các kiến thức, kĩ năng toán học với thầy, với bạn (hoạt động giao tiếp toán học).

Từ những luận giải trên và các nghiên cứu liên quan [1, 7, 8, 9, 10], chúng tôi cho rằng, năng lực ngôn ngữ toán học là một trong các thành tố năng lực quan trọng mà học sinh cần được bồi dưỡng, phát triển trong suốt quá trình học tập và trải nghiệm cuộc sống.

Bảng 2. Năng lực sử dụng ngôn ngữ trong quá trình mô hình hóa toán học

Tiêu chí	Chỉ báo
L1. Diễn đạt vấn đề trong thế giới thực	L1.1 : Nhận dạng được vấn đề toán học, sử dụng được kiến thức toán liên quan. L1.2. Diễn đạt lại tình huống bằng ngôn ngữ tự nhiên ngắn gọn chính xác.
L2. Sử dụng ngôn ngữ toán học	L2.1 : Suy luận logic chính xác và chặt chẽ trong học tập và nghiên cứu Toán học. L2.2 : Tiếp nhận kiến thức, hiểu và sử dụng chính xác những thuật ngữ, kí hiệu và các biểu diễn toán học. L2.3 : Phát triển tư duy logic trong quá trình học Toán.
L3. Diễn đạt một vấn đề dưới nhiều hình thức khác nhau	L3.1. Nhìn vấn đề với nhiều góc độ, phát biểu lại vấn đề với các cách khác nhau. L3.2. Đánh giá được mức độ sử dụng ngôn ngữ tự nhiên và toán học của bản thân trong quá trình học tập.

2.1.3. Năng lực sử dụng công cụ, phương tiện học toán

Học tập với công cụ, phương tiện hỗ trợ đã trở nên cần thiết trong các trường học ngày nay. Trên toàn thế giới, các chính phủ, các hệ thống giáo dục, các nhà nghiên cứu, các nhà lãnh đạo trường học, giáo viên và phụ huynh coi công cụ, phương tiện là một phần quan trọng trong giáo dục. Ở Úc, được thừa nhận rằng những tiến bộ trong công nghệ có ảnh hưởng đến cách mọi người tạo ra, chia sẻ, sử dụng và phát triển thông tin trong xã hội, và những người trẻ cần phải có kĩ năng cao trong việc sử dụng công cụ, phương tiện thông tin và truyền thông (ICT). Khát vọng giáo dục này là nền tảng của Tuyên bố Melbourne về các mục tiêu cho thanh niên Úc (MCEETYA, 2008) và năng lực CNTT được hiểu là một trong những khả năng chung trong chương trình giảng dạy của Úc (ACARA, 2011).

Tác giả David Dwyer (2002) [13] đã nêu quan điểm về sử dụng công cụ, phương tiện học tập hiệu quả khi nhà quản lý coi đây là một tiêu chí cho chỉ báo phục vụ cho công tác đánh giá, dự báo chất lượng dạy học của nhà trường và môi trường dạy học của nhà trường..

Ở Hoa Kỳ, ngay từ những giờ học đầu tiên về ngôn ngữ, các công cụ, thiết bị dạy học hiện đại đã được đưa vào giảng dạy, những năm đầu thập kỷ 90 của thế kỷ trước, ở bậc tiểu học, học sinh sử dụng trang Web Youtube.com như một tài nguyên học đường. Giáo viên cung cấp cho học sinh giọng đọc qua một video clip để dạy về ngôn ngữ cho học sinh; giáo viên đã sử dụng máy tính, máy chiếu trong lớp học để hiển thị giọng đọc từ video clip cho lớp học.

Hội nghị chuyên đề các nước Châu Á - Thái Bình Dương ở New Delhi năm 1972 về công cụ, phương tiện học tập khoa học cho nhà trường đã bàn về yêu cầu sự phạm và tính kinh tế, sự cần thiết của công cụ, phương tiện cho hoạt động dạy và học. Chủ đề hội nghị “Phát triển các phương tiện thích hợp để dạy và học” được đưa ra thảo luận giữa các nước Châu Á - Thái Bình Dương tổ chức tại Tokyo năm 1979 đề cập đến những yêu cầu khi trang bị và sử dụng công cụ, phương tiện dạy và học.

Phát triển kiến thức và kỹ năng của học sinh liên quan đến công cụ, phương tiện học tập trong những năm học giúp cung cấp một nền tảng quan trọng cho cuộc sống sau này. Sự phát triển có ý nghĩa về kiến thức và kỹ năng dựa trên sự hỗ trợ của công cụ, phương tiện học tập là quan trọng đối với tất cả học sinh, theo đó mọi người có những kỹ năng khác biệt rõ rệt, từ đó ảnh hưởng đến cách mọi người tham gia vào xã hội (OECD, 2010) [14]. Các nhà giáo dục và các nhà nghiên cứu chỉ ra tiềm năng của công cụ, phương tiện để tăng động lực học tập của học sinh.

Dựa trên các nghiên cứu lí luận và thực tiễn, tôi cho rằng, năng lực của học sinh trung học phổ thông sử dụng công cụ, phương tiện học toán thể hiện: Biết tác dụng, quy cách sử dụng, cách thức bảo quản các công cụ, phương tiện học toán (bảng tổng kết về các dạng hàm số, mô hình góc và cung lượng giác, mô hình các hình khối, bộ dụng cụ tạo mặt tròn xoay,...); Sử dụng được máy tính cầm tay, phần mềm, phương tiện công nghệ, nguồn tài nguyên trên mạng Internet để giải quyết vấn đề toán học; Biết đánh giá cách thức sử dụng các công cụ, phương tiện học toán trong tìm tòi, khám phá và giải quyết vấn đề toán học; Biết đề xuất ý tưởng để thiết kế, tạo dựng phương tiện học liệu mới phục vụ việc tìm tòi, khám phá và giải quyết vấn đề toán học.

Từ các nhận định của các chuyên gia giáo dục, các nghiên cứu về năng lực mô hình hóa toán học [1,7,8,9,10], tác giả đề xuất các tiêu chí, chỉ báo của năng lực sử dụng công cụ, phương tiện học Toán.

Bảng 3. Năng lực sử dụng công cụ, phương tiện học Toán

Tiêu chí	Chỉ báo
T1. Hiểu biết về công cụ, phương tiện học Toán	T1.1. Biết tác dụng, quy cách sử dụng, cách thức bảo quản các công cụ, phương tiện học toán (bảng tổng kết về các dạng hàm số, mô hình góc và cung lượng giác, mô hình các hình khối, bộ dụng cụ tạo mặt tròn xoay,...). T1.2. Sử dụng được máy tính cầm tay, phần mềm, phương tiện công nghệ, nguồn tài nguyên trên mạng Internet để giải quyết vấn đề toán học.
T2. Sử dụng tốt tính năng công cụ, phương tiện học Toán	T2.1. Đánh giá cách thức sử dụng các công cụ, phương tiện học toán trong tìm tòi, khám phá và giải quyết vấn đề toán học.
T3. Phát triển công cụ, phương tiện học Toán	T3.1. Đề xuất ý tưởng để thiết kế, tạo dựng phương tiện học liệu mới phục vụ việc tìm tòi, khám phá và giải quyết vấn đề toán học.

2.1.4. Năng lực xây dựng mô hình toán học

Theo Kaiser, G., & Maass, K. (2007) [15], một trong những mục tiêu hàng đầu của giáo dục toán là hình thành và phát triển năng lực sử dụng toán để giải quyết các vấn đề nảy sinh trong cuộc sống hiện tại và tương lai cho người học. Để đáp ứng được mục tiêu đó, việc dạy học toán trong nhà trường phải mang đến cơ hội để học sinh thấy được sự cần thiết của toán trong cuộc sống và trong các ngành khoa học khác đồng thời phải hình thành ở các em năng lực giải quyết các vấn đề thực tế bằng công cụ toán học. Năng lực sử dụng toán để giải quyết các vấn đề trong thế giới thực được các nhà giáo dục toán gọi với thuật ngữ là năng lực mô hình hoá toán học.

Xây dựng mô hình toán học, là quá trình chúng ta di chuyển giữa thực tế và toán học. Quá trình lập mô hình bắt đầu với vấn đề trong bối cảnh thực. Bằng cách đơn giản hóa, cấu trúc và lý tưởng hoá vấn đề này học sinh sẽ có được một mô hình thực sự. Các đối tượng của mô hình

trong vấn đề thực dẫn đến một mô hình về mối quan hệ của các đối tượng toán học. Bằng cách làm việc trong toán học một hay nhiều giải pháp toán học có thể được tìm thấy.

Như vậy, việc bồi dưỡng năng lực giúp học sinh biết xây dựng mô hình toán học từ các vấn đề thực trong bối cảnh thực là cần thiết.

Từ các nhận định của các chuyên gia giáo dục, các nghiên cứu về năng lực mô hình hóa toán học [1, 7, 8, 9, 10] tác giả đề xuất các tiêu chí, chỉ báo của năng lực xây dựng mô hình toán học.

Bảng 4. Năng lực xây dựng mô hình toán học

Tiêu chí	Chỉ báo
B1. Phát hiện vấn đề	B1.1. Tóm lược nội dung vấn đề. B1.2. Chỉ ra những đối tượng chính tác động đến bản chất của vấn đề. B1.3. Phát hiện ra quy luật của tình huống thực tiễn.
B2. Xác định đối tượng trọng tâm trong bối cảnh thế giới thực	B2.1. Xác định yếu tố trọng tâm của tình huống. B2.2. Xác lập mối quan hệ giữa các đối tượng trong vấn đề.
B3. Biểu diễn	B3.1. Biểu diễn các yếu tố (đại lượng) thực tế bằng kí hiệu, khái niệm toán học; B3.2. Biểu đạt các mối quan hệ bằng các mệnh đề toán học, các biểu thức chứa biến. B3.3. Biểu đạt các mối quan hệ bằng đồ thị, biểu đồ,...

2.1.5. Năng lực làm việc với mô hình toán học

Việc thường xuyên vận dụng toán học vào thực tế sẽ giúp học sinh nhìn thấy những khía cạnh toán học ở các tình huống thường gặp trong cuộc sống, tăng cường năng lực giải quyết các vấn đề trong cuộc sống bằng tư duy toán học, giúp tập luyện thói quen làm việc khoa học, nâng cao ý thức tối ưu hóa trong lao động... Đây là những phẩm chất quan trọng đối với người lao động trong xã hội ngày nay. Để làm được điều này học sinh phải có năng lực thu nhận được thông tin toán học từ tình huống thực tế ban đầu, chuyển đổi thông tin giữa thực tế và toán học, thiết lập được mô hình toán học từ tình huống thực tế, tìm cách trả lời các câu hỏi toán học trong mô hình toán học.

Bởi những lí do trên, cùng với các nghiên cứu liên quan như [1,7,8,9,10] tôi cho rằng, năng lực của học sinh cho làm việc với mô hình toán học là thật sự cần thiết. Nó quyết định đến thành công hay thất bại khi học sinh giải quyết bài toán thực tiễn.

Bảng 5. Năng lực làm việc với mô hình toán học

Tiêu chí	Chỉ báo
P1. Mô tả vấn đề	P1.1. Tóm lược vấn đề ngắn gọn, chính xác bằng ngôn ngữ tự nhiên. P1.2. Xác định đối tượng trung tâm của vấn đề, các thuộc tính, mối liên hệ liên quan giữa các đối tượng.
P2. Vận dụng hệ thống toán học	P2.1. Xác định hệ thống tri thức toán học có thể vận dụng. P2.2. Xây dựng mối quan hệ toán học giữa các đối tượng toán học. Giải quyết vấn đề toán học.
P3. Giải thích kết quả	P3.1. Giải thích kết quả theo quá trình giải toán.

	P3.2. Giải thích kết quả thực tiễn.
	P3.3. So sánh, giải thích kết quả giữa cách giải toán học và thực tiễn.
P4. Mở rộng vấn đề	P4.1. Đề xuất các vấn đề liên quan có thể mô hình hóa. P4.2. Thay đổi dữ liệu ban đầu của vấn đề thực, đề xuất hiệu chỉnh mô hình toán học phù hợp cho vấn đề.

2.1.6. Năng lực đánh giá, điều chỉnh mô hình

Đánh giá không tách rời việc học, đánh giá là học tập và nhấn mạnh việc đánh giá là một quá trình siêu nhận thức (kiến thức về các quá trình tư duy của học sinh) cho học sinh. Giải quyết vấn đề thực thông qua mô hình toán học không phải chỉ là vấn đề chuyển đổi nội dung yêu cầu từ vấn đề thực sang yêu cầu giải quyết toán học. Nó là một quá trình chuyển đổi cơ cấu nhận thức tích cực xảy ra khi học sinh tương tác với những ý tưởng mới, những vấn đề thế giới thực cần giải quyết và giải toán trên mô hình. Trong quan điểm học tập này, học sinh là những kết nối quan trọng giữa đánh giá và học tập trên mô hình. Để học sinh tích cực tham gia vào việc tạo ra sự hiểu biết riêng, họ phải học để trở thành những người đánh giá phê bình, liên quan đến kiến thức sẵn có và sử dụng nó để học tập. Điều này là quá trình quy định trong siêu nhận thức; nghĩa là học sinh trở nên chuyên nghiệp theo dõi quá trình học của bản thân, họ đang học gì và sử dụng những gì họ phát hiện ra từ giám sát để thực hiện các điều chỉnh mô hình, thích ứng, và thậm chí thay đổi trong chính suy nghĩ của họ. Theo Jean - Marie De Ketele (1989): Đánh giá có nghĩa là thu thập một tập hợp thông tin đủ thích hợp, có giá trị và đáng tin cậy, xem xét mức độ phù hợp giữa tập hợp thông tin này và một tập hợp tiêu chí phù hợp với các mục tiêu định ra ban đầu hay đã được điều chỉnh trong quá trình thu thập thông tin nhằm đưa ra một quyết định.

Dựa trên các quan điểm, phân tích từ các nhà khoa học, dựa theo các kết quả nghiên cứu từ [1, 7, 8, 9, 10] tác giả luận án đề xuất các tiêu chí và chỉ báo cho năng lực đánh giá, điều chỉnh mô hình của học sinh như sau:

Bảng 6. Năng lực đánh giá, điều chỉnh mô hình

Tiêu chí	Chỉ báo
A1. Kiểm tra, đối chiếu kết quả	A1.1. Đưa ra kết quả giải toán. A1.2. Lí giải kết quả toán học và kết quả thực tiễn.
A2. Phê phán, phát hiện giới hạn của mô hình	A2.1. Chỉ ra hạn chế mô hình hiện tại. A2.2. Phân tích lí do cho các hạn chế trong mô hình.
A3. Điều chỉnh mô hình	A3.1. Đề xuất phương án cải tiến mô hình.

2.2. Trao đổi và bàn luận

Dựa vào kết quả nghiên cứu, chúng tôi thấy rằng:

Để nâng cao năng lực mô hình hóa toán học của học sinh THPT, theo tôi, cần thiết có sự thay đổi trong phương pháp dạy học hiện nay một cách tích cực. Học sinh cần được có cơ hội trải nghiệm giải quyết vấn đề thực tiễn, giáo viên khuyến khích, tạo động cơ học tập, học sinh cần được bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học như đề xuất trong nghiên cứu này: Cụ thể, gồm các năng lực:

- Năng lực nhận diện tình huống mô hình toán học từ bối cảnh thực tiễn: Quan sát nhận diện tình huống là một công cụ cực kì giá trị của quá trình học tập. Điểm tạo nên một năng lực mô hình hóa toán học tốt chính là khả năng quan sát, nhận biết những chi tiết bản chất của tình huống.

- Năng lực sử dụng ngôn ngữ trong quá trình mô hình hóa toán học: Khi hoạt động ngôn ngữ toán học diễn ra trong giao lưu, nó thể hiện dưới bình diện giao tiếp toán học. Khi đó, ngôn ngữ toán học là phương tiện chủ yếu để học sinh giao tiếp, tiếp nhận hay chuyển tải các kiến thức, kỹ năng toán học với thầy, với bạn (hoạt động giao tiếp toán học).

- Năng lực sử dụng công cụ, phương tiện học toán: những tiến bộ trong công nghệ có ảnh hưởng đến cách mọi người tạo ra, chia sẻ, sử dụng và phát triển thông tin trong xã hội, và những người trẻ cần phải có kỹ năng cao trong việc sử dụng công cụ, phương tiện thông tin và truyền thông (ICT).

- Năng lực xây dựng mô hình toán học: Xây dựng mô hình toán học, là quá trình chúng ta di chuyển giữa thực tế và toán học để tạo nên mô hình toán học, giúp học sinh sử dụng công cụ toán học cho giải quyết nhiệm vụ trên mô hình toán học.

- Năng lực làm việc với mô hình toán học: Học sinh làm việc với mô hình toán học là quá trình cần thiết trong giải quyết nhiệm vụ toán học, nhờ đó giải quyết được vấn đề thực tiễn có mô hình toán học này.

- Năng lực đánh giá, điều chỉnh mô hình: Học sinh biết đánh giá năng lực mô hình hóa toán học của bản thân và thành viên tham gia, việc xây dựng mô hình ban đầu thường chưa phải là cuối cùng, nó cần được điều chỉnh và sửa chữa cho phù hợp hơn trong quá trình thực hiện giải quyết nhiệm vụ toán học, cũng như nhiệm vụ thực tiễn.

Do vậy, để nâng cao sự tiến bộ của học sinh nói chung và học tập Toán nói riêng, tôi nghĩ cần thiết có những nghiên cứu sâu hơn về một số vấn đề liên quan như: phương pháp dạy học, nội dung chương trình, môi trường học tập...

3. Kết luận

Trong nghiên cứu này, tôi đã đề xuất được khung năng lực mô hình hóa toán học của học sinh THPT. Kết quả nghiên cứu là một dẫn chứng quan trọng cho việc đánh giá kết quả học tập toán của học sinh nói chung và năng lực mô hình hóa toán học của học sinh THPT nói riêng. Từ đó, làm căn cứ cho nghiên cứu biện pháp sư phạm cho nâng cao năng lực mô hình hóa toán học của học sinh trong các nhà trường THPT.

Tôi nhận định rằng, dạy học mô hình hóa toán học trong nhà trường phổ thông tại Việt Nam giai đoạn tới là đầy triển vọng. Bởi giáo dục Việt Nam đang thay đổi theo xu thế chung của giáo dục hiện đại, mà mô hình hóa là một phần của dạy học hiện đại.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] Lê Hồng Quang, 2019. *Thực trạng năng lực mô hình hóa Toán học của học sinh Trung học phổ thông*. Tạp chí Khoa học, Trường Đại học Sư phạm Hà Nội, Tập 64, Số 4, tr. 137-153
- [2] Maaß, K., 2006. *What are modelling competencies?* ZDM, 38(2), 113–142
- [3] Blomhøj, M. & Højgaard Jensen, T., 2007. *What's all the fuss about competences? Experiences with using a competence perspective on mathematics education to develop the teaching of mathematical modelling*. In: W. Blum (red.): *Modelling and applications in mathematics education*, pp. 45-56. The 14th ICMI-study 14. New York: Springer-Verlag.
- [4] Niss, M. & Højgaard Jensen, T., 2007. *Competencies and Mathematical Learning – Ideas and inspiration for the development of mathematics teaching and learning in Denmark*. English translation of part I-VI of the report from the Danish KOM-project. Under preparation for publication in the series *Tekster fra IMFUFA*, Roskilde University, Denmark.

- [5] Blum, W., & Niss, M., 1991. *Applied mathematical problem solving, modelling, applications, and links to other subjects – state, trends, and issues in mathematics instruction*. Educational Studies in Mathematics, 22(1), 37-68.
- [6] Kaiser-Messmer, G, 1991. *Application-orientated mathematics teaching: a survey of the theoretical debate*. In Niss, M, Blum, Wand Huntley , I (ed), loc.cit, 83-92.
- [7] Bộ Giáo dục và Đào tạo, 2018. Chương trình Giáo dục phổ thông môn Toán.
- [8] Tran Viet Cuong, Le Hong Quang, 2017. *Teaching Mathematical Modelling: Connecting To Classroom And Practice*. Annals. Computer Science Series. 15th, Tome 1st. Romania
- [9] Le Hong Quang, 2016. *Mathematical modelling process*. GeoGebra The New Language For The Third Millennium, Vol. 5, No. 2. Romania
- [10] Lê Hồng Quang, 2016. *Mô hình hóa toán học trong bối cảnh học tập dựa trên giải quyết vấn đề*. Tạp chí Tâm lý học, Viện hàn lâm khoa học xã hội Việt Nam, số 10.
- [11] Duval, R.: 2002, 'L'apprentissage de l'algèbre et le problème cognitif de la désignation des objets', in J.Ph. Drouhard and M. Maurel (eds.), Actes des Séminaires SFIDA, 13–16 (IV), IREM, Nice, pp. 67–94.
- [12] Nguyễn Bá Kim, B. H., 2005. *Phương pháp dạy học đại cương môn Toán*. Hà Nội: Đại học Sư phạm.
- [13] Corey, David Dwyer, "The Greek sophists : teachers of virtue", 2002. LSU Doctoral Dissertations. 270. https://digitalcommons.lsu.edu/gradschool_dissertations/270.
- [14] OECD, 2010a. PISA 2009 Results: Vols. I – V. OECD.
- [15] Kaiser, G., & Maass, K., 2007. *Modelling in lower secondary mathematics classroom – problems and opportunities*. In W. Blum, P. Galbraith, H-W. Henn & M. Niss. (Eds.) (2007), *Modelling and Applications in Mathematics Education. The 14th ICMI Study* (pp 99–108). New York, NY: Springer Science + Business Media, LLC

ABSTRACT

Research about mathematical modeling capacity framework of high school students

Le Hong Quang

Xuan Giang High school, Soc Son, Hanoi

In teaching mathematics, mathematical model is one of the powerful tools that promote effective learning. This research aims to build a framework of mathematical modeling capacity of high school students. The method I have chosen for this research is theoretical research through domestic and foreign studies. This article shows the framework of mathematical modeling capacity of high school students including 6 basic competencies and indicators, ability to identify situations of mathematical models from real context see off, ability to use language in mathematical modeling, capacity to use tools and means to learn math, capacity to build mathematical models, ability to work with mathematical models, and capacity to evaluate and adjust models. This research also provides some suggestions towards developing elements of student mathematical modeling competence to improve the quality of teaching mathematics for high school students in the coming time.

Keywords: Mathematical modeling; mathematical modeling capacity.