

# THIẾT KẾ BỘ ĐIỀU KHIỂN TRƯỢT VỚI MẶT TRƯỢT PI DỰA VÀO BỘ LỌC THÔNG THẤP HỆ THỐNG GIẢM XÓC – VẬT – Lò XO

## DESIGN OF SLIDING MODE CONTROLLER WITH PI SLIDING SURFACE BASED ON LOW PASS FILTER THE MASS SPRING DAMPER SYSTEM

Mã Sở Hiền<sup>1</sup>, Phạm Thanh Tùng<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Trường Cao Đẳng Nghề Bạc Liêu, Việt Nam

<sup>2</sup> Trường Đại học Sư phạm Kỹ thuật Vĩnh Long, Việt Nam

Ngày toà soạn nhận bài 15/6/2021, ngày phân biện đánh giá 13/7/2021, ngày chấp nhận đăng 29/7/2021.

### TÓM TẮT

Bộ điều khiển trượt với mặt trượt PI dựa vào bộ lọc thông thấp cho hệ thống giảm xóc – vật – lò xo được đề xuất trong bài báo này. Hệ thống giảm xóc – vật – lò xo là hệ thống được sử dụng rộng rãi trong các lĩnh vực kỹ thuật, đặc biệt là trong các lĩnh vực Tự động hóa và Cơ điện tử. Bộ điều khiển trượt với mặt trượt PI dựa vào bộ lọc thông thấp được thiết kế để đảm bảo vị trí thực tế của hệ thống hội tụ về vị trí tham chiếu trong thời gian hữu hạn và giảm hiện tượng chattering quanh mặt trượt. Tính ổn định của bộ điều khiển đề xuất được chứng minh thông qua phân tích ổn định Lyapunov. Các kết quả mô phỏng với MATLAB/Simulink cho thấy rằng bộ điều khiển đề xuất là phù hợp để điều khiển hệ thống. Bộ điều khiển đề xuất cho hiệu quả tốt hơn bộ điều khiển PID và kỹ thuật cuốn chiếu với sai số xác lập hội tụ về 0, không có độ vọt lố, thời gian xác lập là 0.2696 (s) và thời gian tăng là 0.1494 (s).

**Từ khóa:** Điều khiển trượt; PI; hệ thống giảm xóc – vật – lò xo; lọc thông thấp; MATLAB/Simulink.

### ABSTRACT

Sliding mode controller with PI sliding surface based on low pass filter (PISMC\_LPF) for the mass spring damper system is proposed in this paper. The mass spring damper system is widely used in different areas of engineering field applications, especially in automation and mechatronics applications. The PISMC\_LPF is designed to ensure the actual position of the system follows the reference position in finite time and reduce the chattering around the sliding surface. The robust stability of the PISMC\_LPF is proved through a Lyapunov stability analysis. The simulation results in MATLAB/Simulink demonstrate that the proposed controller is appropriate to control the mass spring damper system. It provides the better performance the PID controller and backstepping technique without the percent overshoot, the steady state error converges to zero, the settling time is 0.2696 (s) and the rise time is 0.1494 (s).

**Keywords:** Sliding mode control; PI; mass spring damper system; low pass filter; MATLAB/Simulink.

### 1. GIỚI THIỆU

Điều khiển trượt là một trong những kỹ thuật điều khiển bền vững, bất biến đối với sự không chắc chắn của tham số và ổn định đối với nhiễu. Sự ổn định của điều khiển trượt có thể được đảm bảo bằng các điều kiện ổn định. Ngoài ra, hiệu suất mong muốn của điều khiển trượt có thể đạt được bằng cách lựa chọn và

thiết kế mặt trượt thích hợp [1]. Tuy nhiên, đối với biên độ của luật điều khiển trượt nếu không được lựa chọn phù hợp sẽ gây ra hiện tượng dao động với tần số cao quanh mặt trượt (gọi là chattering). Hiện tượng chattering do sự không hoàn hảo và chậm trễ thời gian trong chuyển mạch, do thiết bị truyền động hằng số thời gian nhỏ [2]. Khi xảy ra hiện tượng chattering ở tín hiệu điều khiển, các mạch

công suất dễ bị quá nhiệt dẫn đến hư hỏng, tiêu thụ nhiều năng lượng và nhiệt cho các bộ phận cơ khí, hao mòn chuyển động của các bộ phận cơ khí [2]. Để giảm hiện tượng chattering, nghiên cứu đề xuất thiết kế bộ điều khiển trượt với mặt trượt PI dựa vào bộ lọc thông thấp. Đây là bộ điều khiển kết hợp giữa bộ điều khiển trượt tỷ lệ, điều khiển trượt tích phân và bộ lọc thông thấp. Hiệu quả của bộ điều khiển đề xuất được kiểm chứng với hệ thống giảm sóc – vật – lò xo.

Trong những năm gần đây, hệ thống giảm sóc – vật – lò xo được sử dụng rộng rãi trong các lĩnh vực kỹ thuật [3], đặc biệt là trong các ứng dụng: điều khiển tay máy robot, hệ thống treo xe bus và các ứng dụng trong điều khiển vị trí [4, 5]. Hệ giảm sóc – vật – lò xo được nhiều nhà khoa học quan tâm và nghiên cứu, điển hình như: trong nghiên cứu [3] đã sử dụng kỹ thuật cuộn chiều, trong [4] đã tiến hành đánh giá hiệu quả của bộ điều khiển PID và LQR, trong [5] đã thực hiện mô phỏng với Simulink, Simelectronics và điều khiển PD, nghiên cứu [6] đã xác định các thông số tối ưu của bộ điều khiển PID tuyến tính và phi tuyến, các bộ điều khiển P, PI, PD và PID đã được thiết kế trong [7], trong [8] đã phân tích sự sản sinh entropi và đáp ứng động sử dụng toán tử phân số phù hợp.

Trong bài báo này, trước hết, bộ điều khiển PISMC\_LPF sẽ được thiết kế để điều khiển vị trí thực tế của hệ thống giảm sóc – vật – lò xo bám theo vị trí tham chiếu trong thời gian hữu hạn. Thứ hai, các chỉ tiêu chất lượng của bộ điều khiển đề xuất sẽ được so sánh với bộ điều khiển PID và kỹ thuật cuộn chiều.

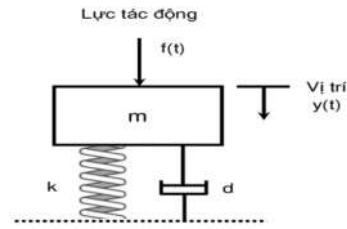
Bài báo này được tổ chức gồm 4 phần: thiết kế bộ điều khiển PISMC\_LPF được trình bày ở phần 2, phần 3 trình bày kết quả mô phỏng và đánh giá và phần 4 là kết luận.

## 2. THIẾT KẾ BỘ ĐIỀU KHIỂN TRƯỢT VỚI MẶT TRƯỢT PI DỰA VÀO BỘ LỌC THÔNG THẤP (PISMC\_LPF)

### 2.1 Mô hình toán học của hệ thống giảm sóc – vật – lò xo

Mô hình hệ thống giảm sóc – vật – lò xo gồm vật có khối lượng  $m$ ; hệ số giảm sóc  $d$

và lò xo với độ cứng  $k$  được trình bày như Hình 1 [9]:



Hình 1. Mô hình hệ thống giảm sóc – vật – lò xo

Phương trình không gian trạng thái mô tả hệ thống giảm sóc – vật – lò xo như (1), (2) và (3) [9]:

$$\dot{x}_1(t) = x_2(t) \quad (1)$$

$$\dot{x}_2(t) = -\frac{k}{m}x_1(t) - \frac{d}{m}x_2(t) + \frac{1}{m}f(t) \quad (2)$$

Và ngõ ra:

$$y(t) = x_1(t) \quad (3)$$

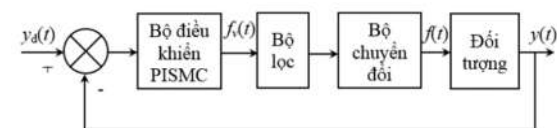
Trong đó:  $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{k}{m} & -\frac{d}{m} \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{m} \end{bmatrix}$   
 $C = [1 \quad 0]$

Với:  $m$  là khối lượng của vật ( $kg$ );  $d$  là hệ số giảm sóc ( $Ns/m$ ) và  $k$  là độ cứng lò xo ( $N/m$ ).

Trong đó:  $f(t)$  là tín hiệu ngõ vào;  $y(t)$  là tín hiệu ngõ ra – vị trí của vật.

### 2.2 Thiết kế bộ điều khiển PISMC\_LPF

Sơ đồ cấu trúc bộ điều khiển PISMC\_LPF được trình bày như Hình 2 sau:



Hình 2. Sơ đồ cấu trúc bộ điều khiển PISMC\_LPF

Trong Hình 2,  $f_v(t)$  là tín hiệu điều khiển ảo,  $f(t)$  là tín hiệu điều khiển thực tế. Bộ chuyển đổi (được gọi là Driver) được sử dụng để thực hiện chức năng chuyển đổi tín hiệu điện ở ngõ ra của bộ điều khiển sang tín hiệu lực cung cấp cho ngõ vào của hệ giảm

xóc – vật – lò xo. Để giảm hiện tượng chattering, bộ lọc thông thấp được thiết kế như (4) sau [10]:

$$Q(s) = \frac{\beta}{s + \beta}; \beta > 0 \quad (4)$$

Từ Hình 2, ta có (5):

$$\dot{f}(t) + \beta f(t) = \beta f_v(t) \quad (5)$$

Từ (1) và (2), ta có (6):

$$\ddot{x}_1(t) = -\frac{k}{m}x_1(t) - \frac{d}{m}x_2(t) + \frac{1}{m}f(t) \quad (6)$$

Thế (3) vào (6), ta được (7):

$$\ddot{y}(t) = -\frac{k}{m}x_1(t) - \frac{d}{m}x_2(t) + \frac{1}{m}f(t) \quad (7)$$

Thế (7) vào (5), ta được (8):

$$m\ddot{y}(t) + kx_1(t) + dx_2(t) + \beta[m\ddot{y}(t) + kx_1(t) + dx_2(t)] = \beta f_v(t) \quad (8)$$

Và

$$\ddot{y}(t) = \frac{\beta}{m}f_v(t) - \frac{k}{m}\dot{x}_1(t) - \frac{d}{m}\dot{x}_2(t) - \beta\ddot{y}(t) - \beta\frac{k}{m}x_1(t) - \beta\frac{d}{m}x_2(t) \quad (9)$$

Sai số bám được định nghĩa như (10)

$$e(t) = y_d(t) - y(t) \quad (10)$$

Trong đó:  $y_d(t)$  là vị trí tham chiếu,  $y(t)$  là vị trí thực tế của hệ thống giảm xóc – vật – lò xo.

Mặt trượt được định nghĩa như (11) [11]:

$$S(t) = S_1(t) + S_2(t) \quad (11)$$

Trong đó:

$S_1(t)$  là mặt trượt tỷ lệ:

$$S_1(t) = \left( \frac{d^2}{dt^2} + \lambda \right) e(t) \quad (12)$$

$S_2(t)$  là mặt trượt vi phân:

$$S_2(t) = \left( \frac{d}{dt} + \alpha \right)^2 \xi_e(t); \xi_e(t) = \int_0^t e(\tau) d\tau \quad (13)$$

Thế (12) và (13) vào (11), ta được (14):

$$\begin{aligned} S(t) &= S_1(t) + S_2(t) \\ &= \left( \frac{d^2}{dt^2} + \lambda \right) e(t) + \left( \frac{d}{dt} + \alpha \right)^2 \xi_e(t) \\ &= \ddot{e}(t) + \dot{e}(t) + (\lambda + 2\alpha)e(t) + \alpha^2 \int_0^t e(\tau) d\tau \end{aligned} \quad (14)$$

Đạo hàm 2 vế của (14) theo thời gian, ta được (15):

$$\begin{aligned} \dot{S}(t) &= \ddot{e}(t) + \dot{e}(t) + (\lambda + 2\alpha)\dot{e}(t) + \alpha^2 e(t) \\ &= \ddot{y}_d(t) + \frac{k}{m}\dot{x}_1(t) + \left( \frac{d}{m} + \beta \right) \dot{x}_2(t) \\ &\quad + \beta \frac{k}{m}x_1(t) + \beta \frac{d}{m}x_2(t) \\ &\quad + \ddot{e}(t) + (\lambda + 2\alpha)\dot{e}(t) + \alpha^2 e(t) - \frac{\beta}{m}f_v(t) \end{aligned} \quad (15)$$

Với luật tiếp cận tốc độ hằng như (16):

$$\dot{S}(t) = -W \text{sign}(S(t)), W > 0 \quad (16)$$

Luật điều khiển trượt với mặt trượt PI dựa vào bộ lọc thông thấp được xác định như (17):

$$\begin{aligned} u_{PISMC\_LPF} &= \frac{m}{\beta} \ddot{y}_d(t) + \frac{k}{\beta} \dot{x}_1(t) \\ &\quad + \left( \frac{d}{\beta} + m \right) \dot{x}_2(t) + kx_1(t) + dx_2(t) \\ &\quad + \frac{m}{\beta} \left( \ddot{e}(t) + (\lambda + 2\alpha)\dot{e}(t) + \alpha^2 e(t) + W \text{sign}(S(t)) \right) \end{aligned} \quad (17)$$

Luật điều khiển (17) đảm bảo vị trí thực tế của hệ thống giảm xóc – vật – lò xo bám theo vị trí tham chiếu trong thời gian hữu hạn.

Để chứng minh tính ổn định, hàm Lyapunov được định nghĩa như (18):

$$V(t) = \frac{1}{2} S^2(t) \quad (18)$$

Thế (15) và (17) vào đạo hàm (18), ta được (19):

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= S(t)\dot{S}(t) \\ &= S(t)[-W\text{sign}(S(t))] = -W|S(t)| \leq 0 \end{aligned} \quad (19)$$

Trong đó,  $W > 0$ . Thêm vào đó, sai số  $e(t)$  sẽ hội tụ về 0 dẫn theo  $S(t) \rightarrow 0$  khi  $t \rightarrow \infty$ . Vì thế,  $e(t), \dot{e}(t) \rightarrow 0$  khi  $t \rightarrow \infty$ .

### 3. KẾT QUẢ MÔ PHỎNG

Các thông số của hệ thống giảm xóc – vật – lò xo được trình bày như Bảng 1 [9]:

**Bảng 1.** Các thông số của hệ thống giảm xóc – vật – lò xo

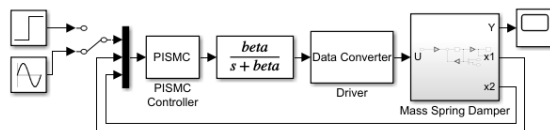
Thông số	Ý nghĩa	Giá trị	Đơn vị
$m$	Khối lượng của vật	2	kg
$k$	Độ cứng lò xo	3	N/m
$d$	Hệ số giảm xóc	5	Ns/m

Giá trị các thông số của bộ điều khiển PISMCLPF được trình bày như Bảng 2:

**Bảng 2.** Các thông số của bộ điều khiển PISMCLPF

Bộ điều khiển	Thông số	Giá trị
PISMCLPF	$\alpha$	25
	$\lambda$	10
	$W$	1.5
	$\beta$	25

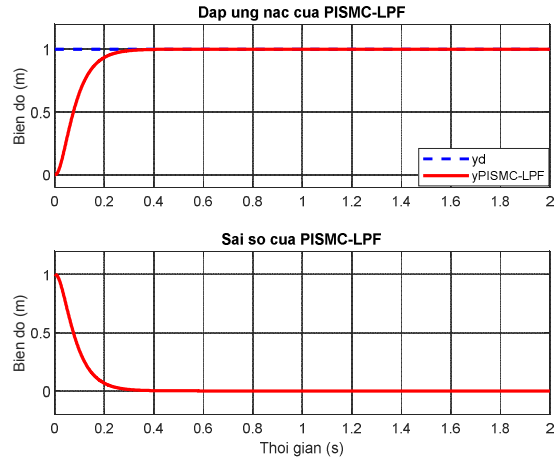
Sơ đồ mô phỏng bộ điều khiển PISMCLPF được trình bày như Hình 4:



**Hình 4.** Sơ đồ mô phỏng bộ điều khiển PISMCLPF

Kết quả đáp ứng nấc và sai số của bộ điều khiển đề xuất được trình bày như Hình 5. Qua đáp ứng ở Hình 5 cho thấy rằng vị trí thực tế

của hệ thống bám theo vị trí tham chiếu trong thời gian khoảng 0.2696 (s), không có vọt lố và sai số xác lập hội tụ về 0. Các chỉ tiêu chất lượng của bộ điều khiển PISMCLPF được trình bày ở Bảng 3.



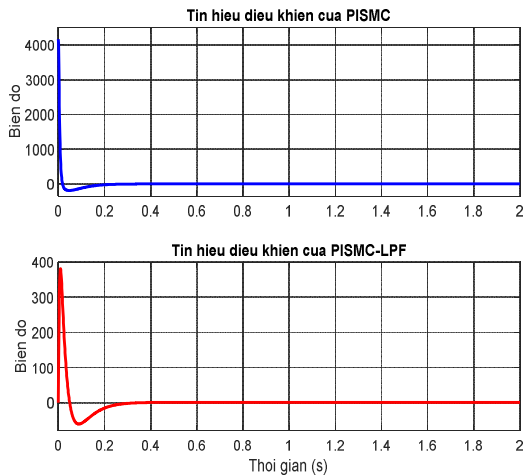
**Hình 5.** Đáp ứng nấc và sai số của bộ điều khiển PISMCLPF

**Bảng 3.** Các chỉ tiêu chất lượng của bộ điều khiển PISMCLPF

Các chỉ tiêu chất lượng	$t_r$ (s)	POT (%)	$t_{x1}$ (s)	$e_{x1}$ (m)
PISMCLPF	0.1494	0	0.2696	0
PID [7]	1.25	9.15	4.18	-
Back-stepping [3]	0.286	-	0.5265	0

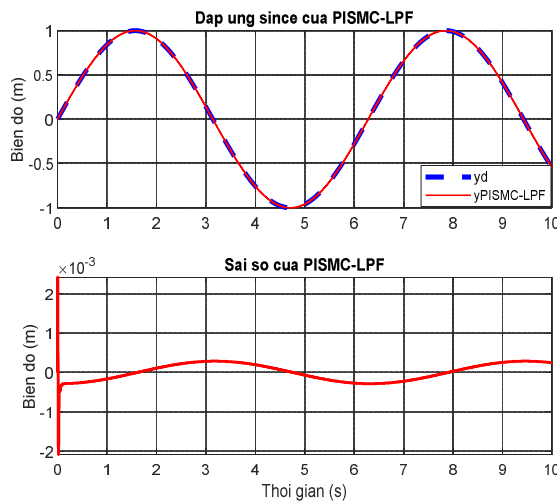
Các giá trị ở Bảng 3 cho thấy rằng các chỉ tiêu chất lượng của bộ điều khiển đề xuất vượt trội hơn các chỉ tiêu của bộ điều khiển PID [7] và kỹ thuật cuốn chiếu [3] với thời gian tăng ( $t_r$ ) là 0.1494 (s), thời gian xác lập ( $t_{x1}$ ) là 0.2696 (s), triệt tiêu độ vọt lố (POT) và sai số xác lập ( $e_{x1}$ ). Hình 6 trình bày đáp ứng tín hiệu điều khiển ảo  $f_d(t)$  (trước bộ lọc thông thấp) và tín hiệu điều khiển thực tế  $f(t)$  (sau bộ lọc thông thấp). Qua đáp ứng ở Hình 6 cho thấy rằng bộ điều khiển đề xuất đã triệt tiêu được hiện tượng chattering quanh mặt trượt và tín hiệu điều khiển thực tế  $f(t)$  có biên độ khoảng 381.57 (N), biên độ này nhỏ hơn khoảng 11 lần so với biên độ của tín hiệu

điều khiển ảo  $f_v(t)$  là 4160 (N). Điều này đã chứng minh hiệu quả của bộ lọc thông thấp trong bộ điều khiển kết hợp được đề xuất trong nghiên cứu này.



**Hình 6.** Đáp ứng tín hiệu điều khiển của bộ điều khiển PISM<sub>C</sub>\_LPF trước và sau bộ lọc

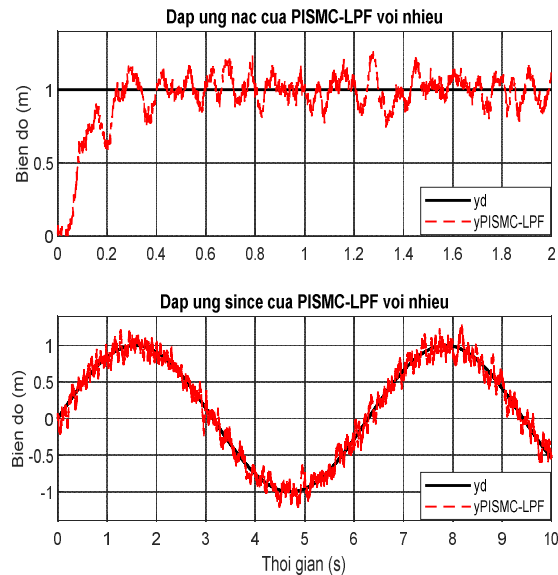
Kết quả đáp ứng xung sine và sai số của bộ điều khiển đề xuất được trình bày như Hình 7. Qua đáp ứng ở Hình 7 cho thấy rằng vị trí thực tế của hệ thống vẫn bám theo vị trí tham chiếu trong thời gian hữu hạn với sai số bám hội tụ về 0.



**Hình 7.** Đáp ứng xung sine và sai số của bộ điều khiển PISM<sub>C</sub>\_LPF

Bộ điều khiển đề xuất được khảo sát với trường hợp nhiễu tác động vào ngõ ra của hệ thống với đáp ứng được trình bày ở Hình 8. Qua kết quả thể hiện ở Hình 8, đáp ứng vị trí thực tế của hệ thống giảm xóc – vật – lò xo

vẫn bám theo vị trí tham chiếu trong thời gian hữu hạn.



**Hình 8.** Đáp ứng nấc và sine của bộ điều khiển PISM<sub>C</sub>\_LPF với nhiễu

Qua các đáp ứng được trình bày ở Hình 5, 7, 8 và tín hiệu điều khiển ở Hình 6 đã cho thấy bộ điều khiển đề xuất phù hợp để điều khiển hệ thống giảm xóc – vật – lò xo.

#### 4. KẾT LUẬN

Bài báo đã thiết kế được bộ điều khiển trượt với mặt trượt PI dựa vào bộ lọc thông thấp điều khiển bám vị trí hệ thống giảm xóc – vật – lò xo. Các kết quả mô phỏng với MATLAB/Simulink cho thấy hiệu quả của bộ điều khiển đề xuất với các chỉ tiêu chất lượng đạt được tốt hơn so với bộ điều khiển PID truyền thống và kỹ thuật cuộn chiếu, đồng thời triệt tiêu được hiện tượng chattering của tín hiệu điều khiển. Tính bền vững của bộ điều khiển đề xuất được khảo sát với sự thay đổi của tín hiệu tham chiếu và sự tác động của nhiễu. Trong thời gian tới, nghiên cứu sẽ thực hiện mô hình thực nghiệm với bộ điều khiển đề xuất, trong đó solenoid hoặc cảm biến lực (chẳng hạn như Model No. CI-6537 của PASCO) sẽ được sử dụng để kết nối tín hiệu đầu ra của bộ điều khiển và tín hiệu đầu vào của hệ giảm xóc – vật – lò xo. Ngoài ra, nhóm nghiên cứu sẽ tiếp tục phát triển và thực hiện các bộ điều khiển lai để điều khiển hệ thống này đạt hiệu quả tốt hơn.

## TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] C. B. Kadu, A. A. Khandekar, Design of sliding mode controller with PI sliding surface for robust regulation and tracking of process control systems, *Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, pp. 1 – 11, 2018.
- [2] Hussein U. Suleiman, Muhammed B. Mu'azu, Tahir A. Zarma, Ahmed T. Salawudeen, Sadiq Thomas, Ahmadu A. Galadima, Methods of Chattering Reduction in Sliding Mode Control: A Case Study of Ball and Plate System, *International Conference on Adaptive Science & Technology (ICAST)*, pp. 1 – 9, 2018.
- [3] Munaf Fathi Badr, Ekhlas Hameed Karam and Noor Mohammed Mjeed, Control design of damper mass spring system based on backstepping controller scheme, *International Review of Applied Sciences and Engineering*, pp. 1 – 8, 2020.
- [4] Okubanjo, A.A, Oyetola, O.K, Ade-Ikuesan, O.O, Olaluwoye, O.O, Alao, P.O, Performance Evaluation of PD and LQR Controller for Coupled Mass Spring Damper System, *Futo Journal Series (FUTOJNLS)*, Volume-4, Issue-1, pp- 199 – 210, 2018.
- [5] Okubanjo A. A., Oyetola O. K., Olaluwoye O. O., Simulink and Simelectronics based Position Control of a Coupled Mass-Spring Damper Mechanical System, *International Journal of Electrical and Computer Engineering (IJECE)*, Vol. 8, No. 5, pp. 3636 – 3646, 2018.
- [6] Sudarshan K. Valluru and Madhusudan Singh, Metaheuristic Tuning of Linear and Nonlinear PID Controllers to Nonlinear Mass Spring Damper System, *International Journal of Applied Engineering Research*, Volume 12, Number 10, pp. 2320-2328, 2017.
- [7] Kankariya Ravindra, Kulkarni Yogesh, Gujrathi Ankit, Comparative Analysis of P, PI, PD, PID Controller for Mass Spring Damper System using Matlab Simulink, *International Journal for Research in Engineering Application & Management (IJREAM)*, pp. 668 – 672, 2018.
- [8] Jorge M. Cruz-Duarte, J. Juan Rosales-García and C. Rodrigo Correa-Cely, Entropy Generation in a Mass-Spring-Damper System Using a Conformable Model, *Symmetry*, pp. 1 -11, 2020.
- [9] Ejiroghene Kelly Orhororo, Monday Erhire Onogbotsere, Simulation of a mass spring damper model in phase variable, *ELK Asia Pacific Journal of Mechanical Engineering Research*, Volume 2 Issue 2, pp. 1 – 16, 2016.
- [10] Jinkun Liu, Xinhua Wang, *Advanced Sliding Mode Control for Mechanical Systems*, Springer, 2012
- [11] Chien-Hong Lin and Fu-Yuen Hsiao, Proportional-Integral Sliding Mode Control with an Application in the Balance Control of a Two-Wheel Vehicle System, *Appl. Sci.*, pp. 1 – 27, 2020.

**Tác giả chịu trách nhiệm bài viết:**

Phạm Thanh Tùng

Trường Đại học Sư phạm Kỹ thuật Vĩnh Long

Email: tungpt@vlute.edu.vn