PHÂN TÍCH ĐỘ TIN CẬY CẦU DÀN THÉP PHÁT SINH BIẾN NGẪU NHIÊN BẰNG PHƯƠNG PHÁP LATIN HYPERCUBE

TRẦN QUANG HUY
HỒ CHÍ HÂN
Bộ môn Kỹ thuật Xây dựng, Khoa Xây dựng, Đại học Nha Trang

TÓM TẮT:

Hạ tầng giao thông luôn phải đối mặt với nhiều vấn đề không chắc chắn đến từ tác động bên ngoài (như xe quá tải, tác động môi trường, va đập của tàu bè) và cả những thay đổi sức kháng theo thời gian của vật liệu. Những vấn đề như vậy rất khó dự đoán được rủi ro phá hủy. Bởi vậy, xu hướng nghiên cứu hiện nay đang tiến dần đến phân tích các công trình quan trọng dựa trên nền tảng xác suất hay phân tích độ tin cậy. Bài báo này giới thiệu phương pháp xác định độ tin cậy bằng mô phỏng Latin Hypercube (LHS). Cũng như mô phỏng Monte Carlo, đây là phương pháp phân tích ở mức độ cao trong lĩnh vực đánh giá độ tin cậy. Để người đọc hiểu cách áp dụng của phương pháp, bài báo này cung cấp một ví dụ đơn giản trình bày các bước phân tích xác suất phá hủy cho một công trình cầu cụ thể.

Từ khóa: Độ tin cậy kết cấu, mô phỏng Latin Hypercube, cầu dàn thép, mô phỏng Monte Carlo

ABSTRACT:

Transport infrastructure always faces with uncertainty from external factors (e.g. overload of vehicle, impact of environment, or collision of waterway vehicles) and internal factor such as degradation of material strength. These issues are difficult to predict the failure risk. Thus, the probabilistic-based design is recommended in many countries' standards and design guidelines. In this paper, the Latin Hypercube (LHS) technique is introduced. Such like Monte Carlo Simulation (MCS), the method is the highest level of reliability-based design. In addition, the paper also provides an example of a steel truss bridge to illustrate the application of the method.

Keywords: Reliability assessment, Latin Hypercube sampling, steel truss bridge, Monte Carlo simulation

1. GIỚI THIỆU CHUNG

Công trình cầu đường luôn phải đối mặt với nhiều vấn đề không chắc chắn (uncertainty) và rất khó dự đoán, ví dụ như sự thay đổi của tải trọng xe, tác động của môi trường, va đập của tàu bè vào mố trụ cầu, hay lún của nền đất đều có thể tác động xấu đến kết cấu hay bộ phận kết cấu làm mất khả năng chịu lực. Bởi vậy, việc thiết kế công trình dựa trên nền tảng xác suất/độ tin cậy là cần thiết. Tuy nhiên, việc thiết kế công trình theo nền tảng xác suất là không khả thi đối với kỹ sư khi mà nhu cầu tính toán thiết kế cần đúng và phải nhanh để kịp đáp ứng thị trường. Ngoài ra, để hiểu về phương pháp đánh giá độ tin cậy thì cần trang bị lượng kiến thức nhất định liên quan đến lý thuyết xác suất và thống kê. Hiện nay, mức độ tính toán cao nhất mà kỹ sư cầu đường thông thường tiếp cận là thiết kế theo hệ số tải trọng và sức kháng (LRFD), một dạng thiết kế theo nền tảng xác suất đã được điều chỉnh để việc áp dụng được dễ dàng hơn. Hiện nay, tiêu chuẩn thiết kế cho các công trình quan trọng đã có nhiều thay đổi. Ví dụ như tiêu chuẩn thiết kế cảng biển ở Nhật xem thiết kế theo LRFD là bậc thấp nhất (bậc 1), bậc cao hơn (bậc 2) là xác định xác suất thông qua chỉ số độ tin cậy. Đại diện của bậc này là phương pháp Đánh giá độ tin cậy bậc nhất (FORM) và các phương pháp gần giống FORM. Và cao nhất (bậc 3) là xác định trực tiếp xác suất phá hủy, ví dụ như sử dụng mô phỏng Monte Carlo hay Latin Hypercube [1].

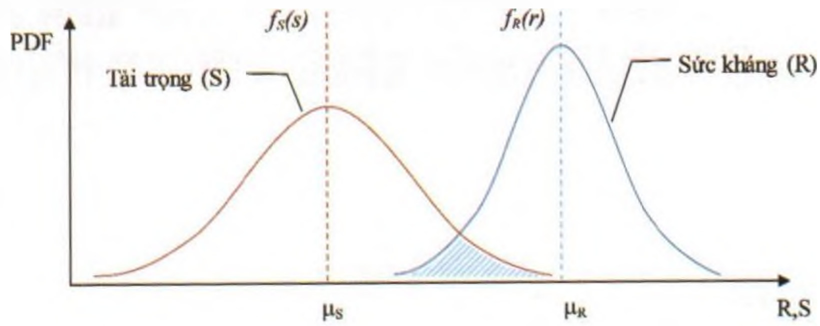
Bài báo này giới thiệu phương pháp đánh giá độ tin cậy bằng kỹ thuật Latin Hypercube kết hợp phân tích kết cấu bằng mô hình phần tử hữu hạn. Ngoài ra, nghiên cứu này cung cấp hướng dẫn áp dụng đánh giá độ tin cậy thông qua một ví dụ cụ thể áp dụng cho cầu dàn thép.

2. KHÁI NIỆM VỀ PHÂN TÍCH ĐỘ TIN CẬY KẾT CẤU

Phân tích độ tin cậy cho các kết cấu cơ học ngẫu nhiên là phần quan trọng trong việc đánh giá an toàn kết cấu. Trong một hệ thống ngẫu nhiên có rất nhiều yếu tố (hay có thể gọi là biến ngẫu nhiên) ảnh hưởng đến phản ứng của hệ thống, ví dụ như tải trọng ngoài, ký hiệu là S và mô đun đàn hồi đại diện cho sức kháng của hệ thống, ký hiệu là R. Vậy, kết cấu được xem là mất an toàn (hay phá hoại) khi R < S, xác suất phá hoại được xác định theo phương trình sau [2]:

$$P_f = P(R < S) = P\{g(R,S) < 0\} = \iint_{\Omega} f_{R,S}(r,s)\,dr\,ds \quad (1)$$

Trong đó $f_{R,S}(r,s)$ là hàm phân bố xác suất hai chiều của hai biến ngẫu nhiên và Ω là miền phá hoại. Xác suất phá hoại trong trường hợp này chính là diện tích tiếp xúc giữa hai đường cong phân phối xác suất, thể hiện là vùng gạch sọc trong Hình 1.



Hình 1. Nguyên lý về xác suất phá hoại của hệ thống

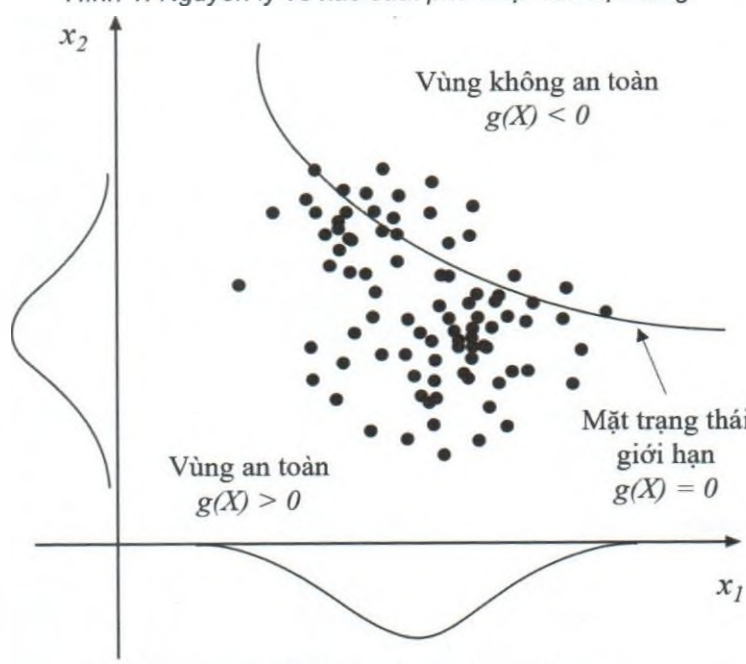
Trường hợp xét cho hàng loạt yếu tố ngẫu nhiên ($x_1, x_2,..., x_n$), thì hàm phân phối xác suất đa chiều (joint pdf) của các biến ngẫu nhiên sẽ là $f_X(x_1, x_2,..., x_n)$. Lúc này, phương trình trạng thái giới hạn ứng với mỗi tiêu chí về trạng thái biểu diễn như sau:

$$g(X) = g(X_1, X_2,..., X_n) \quad (2)$$

Trong đó *X* là một bộ các biến ngẫu nhiên của kết cấu, *n* là tổng số biến ngẫu nhiên, và hàm *g(X)* dùng để xác định tính năng hay trạng thái của kết cấu, *g(X)* = 0 được xem là trạng thái giới hạn.

Vậy xác suất phá hủy cho trường hợp đa biến sẽ là:

$$P_f = \int \dots \int_{g(X)<0} f_X(x_1, x_2, ..., x_n)\,dx_1 dx_2 .. dx_3 \quad (3)$$



Hình 2. Khái niệm về trạng thái giới hạn

Hình 2 trình bày khái niệm về trạng thái giới hạn, trong đó đường phân chia vùng an toàn (*g(X)* > 0) và vùng không an toàn (*g(X)* < 0) được định nghĩa là mặt phá hoại (failure surface) hay là mặt trạng thái giới hạn *g(X)* = 0.

Nguyên lý chính của phân tích độ tin cậy là giải được tích phân đa chiều của phương trình (3). Trên thực tế, việc tính toán xác suất phá hủy là rất khó và đôi khi không thể thực hiện được cho công trình thực do không xác định được qui luật phân phối. Các phương pháp phân tích thường chia thành hai loại dựa trên hàm trạng thái giới hạn hiện (explicit) hoặc ẩn (implicit) [3]. Các phương pháp MVFOSM, FORM, và SORM đại diện cho phương pháp phân tích cho hàm hiện. Trong khi đó, phương pháp Monte Carlo, Latin Hypercube, hay mặt phản ứng (response surface) được áp dụng cho cả hàm hiện và ẩn. Trong nghiên cứu này mô phỏng Latin Hypercube được lựa chọn vì khả năng áp dụng rộng của phương pháp và chỉ cần phát sinh một lượng biến ngẫu nhiên nhỏ để đạt được kết quả chính xác. Chi tiết phương pháp trình bày trong mục 3.

3. PHƯƠNG PHÁP LATIN HYPERCUBE

Latin Hypercube được đề xuất từ khoảng năm 1979 trong công trình nghiên cứu của McKay M.D và cộng sự [4]. Về cơ bản Latin Hypercube phát sinh biến ngẫu nhiên như phương pháp Monte Carlo. Cụ thể là nó vẫn sử dụng biến ngẫu nhiên đơn vị (hay còn gọi là biến ngẫu nhiên giả) ứng với một phân phối xác suất biết trước

[5]. Tuy nhiên, điểm khác biệt là LHS phân tầng phân phối xác suất đầu vào bằng cách chia nhỏ đường cong phân phối tích lũy (cumulative distribution function hay ký hiệu là cdf) bằng các khoảng bằng nhau, sau đó mới phát sinh biến ngẫu nhiên cho mỗi khoảng nhỏ. Nhờ đó, phương pháp này cho ra kết quả rất đúng với kết quả của phương pháp MCS nhưng chỉ cần phát sinh rất ít biến ngẫu nhiên.

Áp dụng phương pháp LHS, giả sử chia nhỏ đường cdf thành N khoảng. Sau đó, các giá trị ngẫu nhiên của biến đó được phát sinh trong mỗi khoảng vừa tạo ra. Trong mỗi khoảng i, phân phối tích lũy được diễn đạt như sau:

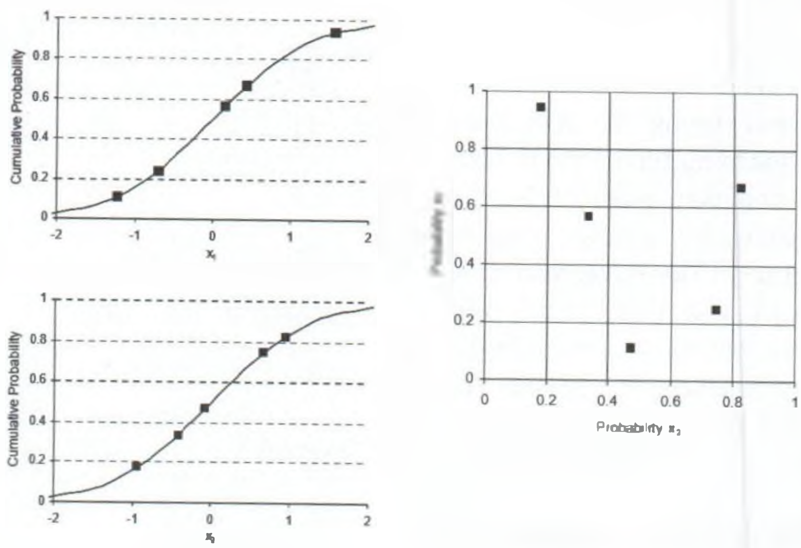
$$\text{Prob}_i = \left(\frac{1}{N}\right) r_u + \frac{i-1}{N} \qquad (4)$$

Trong đó r_u là biến ngẫu nhiên đơn vị của phân phối đồng dạng, có giá trị từ 0 đến 1. Các công cụ máy tính hiện nay đều phát sinh được biến ngẫu nhiên này, ví dụ như MS Excel và Matlab dùng hàm rand ( ).

Tương tự như MCS, áp dụng phương pháp phân phối tích lũy ngược (inverse cdf), nghĩa là xem cdf của biến ngẫu nhiên cần tìm bằng với cdf của biến ngẫu nhiên đơn vị vừa phát sinh, ta xác định được biến ngẫu nhiên cần tìm [5]:

$$x_i = F^{-1}(\text{Prob}) \qquad (5)$$

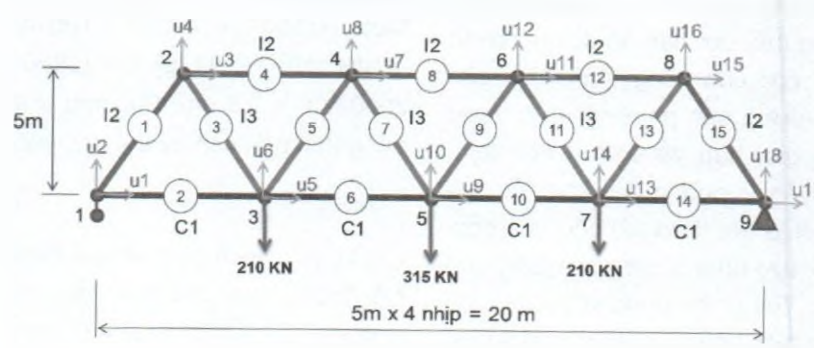
Nguyên lý phát sinh biến ngẫu nhiên của phương pháp LHS được trình bày trong Hình 3. Trong đó mỗi biến được phân thành 5 khoảng phân bố đều trên đường cdf của từng biến. Nhờ vậy, việc phát sinh biến được rải đều trên đường cdf chớ không cục bộ ở bất kỳ đoạn nào trên đường phân phối. Việc phát sinh cục bộ có thể xảy ra với phương pháp MCS khi phát sinh ít biến, đó cũng là nhược



***Hình 3**. Mô hình mô phỏng Latin Hypercube, ví dụ chia 5 khoảng cho hai biến x_1 và x_2 [6]*

```
%=====================================================================
% *** PROGRAM Latin Hypercube *** Date 2014/01/12
% Le Thai Son (Dept. of Civil & Environmental Engineering)
% Modified by Tran Quang Huy for Lognormal, 2015-8-20
%=====================================================================
nsample=30; % nsample: số lượng mẫu ngẫu nhiên cho một biến đại diện
nvar=3; % nvar: số lượng biến đại diện
ran=rand(nsample,nvar);
s=zeros(nsample,nvar);
for j=1: nvar
Name(j) = input('Nhập tên biến đại diện X: ', 's');
xmean(j) = input('Nhập giá trị trung bình của mẫu: ');
COV(j) = input('Nhập hệ số biến (COV) của mẫu: ');
xsd(j)=COV(j)*xmean(j);
idx=randperm(nsample);% Hoán vị ngẫu nhiên, chia khoảng trên cdf
Prob=(idx'-ran(:,j))/nsample; % Phân phối tích lũy
s(:,j) = xmean(j) + norminv(Prob,0,1).*xsd(j);
end
s(:,:) % Kết quả cần tìm
```

***Hình 4**. Mã nguồn Matlab phát sinh mẫu theo LHS cho phân phối tự nhiên*



***Hình 5**. Mô hình phần tử hữu hạn cầu dàn thép nhịp 20 m*

điểm của phương pháp MCS so với LHS.

Lập trình Matlab cho mô phỏng LHS này tương đối đơn giản, đoạn mã trong Hình 4 mô tả cách phát sinh biến ngẫu nhiên cho biến phân phối tự nhiên, trong đó *nsample* là số lượng lấy mẫu ngẫu nhiên cần phát sinh cho mỗi biến đại diện, *nvar* là số lượng biến đại diện (ví dụ chuyển vị giữa nhịp của kết cấu), và *s* là kết quả mẫu ngẫu nhiên cho tất cả các biến đại diện.

4. VÍ DỤ PHÂN TÍCH CẦU DÀN THÉP

4.1. Mô hình phần tử hữu hạn

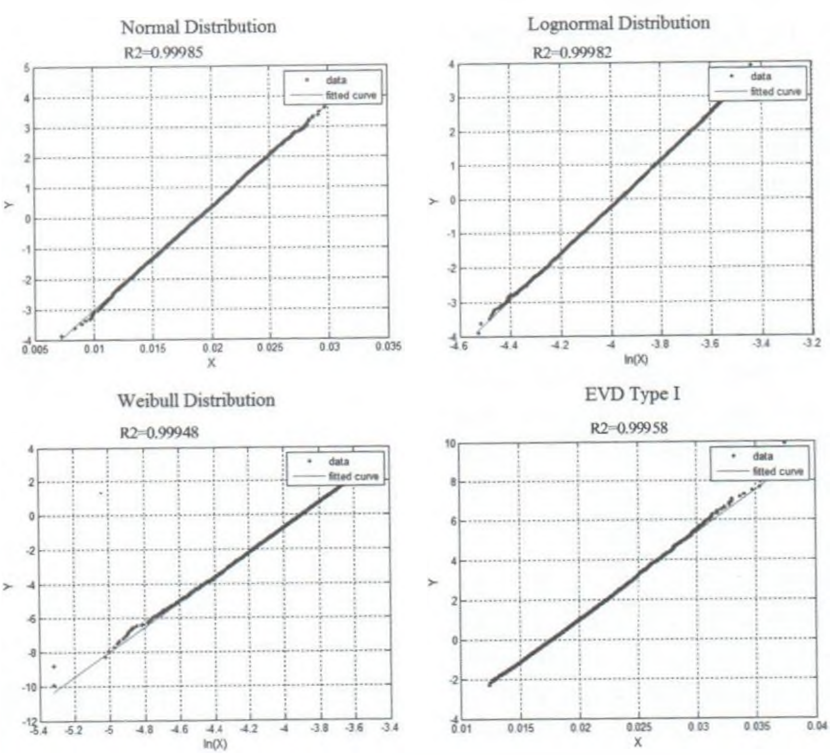
Mô hình phần tử hữu hạn của cầu dàn thép được phân tích dựa trên mã nguồn Matlab của Chandrupatla T.R. và cộng sự [7]. Nút và thanh phần tử, ngoại lực được đánh số và gán như trong Hình 5. Mục đích của ví dụ này là giúp người đọc hiểu rõ cách tiếp cận tính toán độ tin cậy bằng mô phỏng Latin Hypercube cho một công trình cụ thể. Hệ dàn chủ chịu lực trực tiếp từ tải trọng động là loại thép định hình chữ C250×29.8 (ký hiệu C1), thanh dàn bao ngoài W250×32.7 (ký hiệu I2) và thanh dàn trong W250×28.4 (ký hiệu I3) sử dụng loại thép hình I, tiêu chuẩn thép ASTM A709.

4.2 Phương trình trạng thái giới hạn

Đối với một công trình cụ thể, cần phải xây dựng nhiều phương trình trạng thái giới hạn. Ví dụ như phân tích cọc cho công trình cầu, cần xây dựng các phương trình trạng thái giới hạn về độ lún dọc trục, chuyển vị ngang đầu cọc, cường độ chịu lực theo vật liệu của cọc, hay sức kháng dọc và ngang của cọc. Tuy nhiên trong ví dụ này, để đơn giản hóa ví dụ áp dụng cho kết cấu phần trên của cầu, chỉ xét một

Bảng 1. *Thông số biến ngẫu nhiên đầu vào*

Biến ngẫu nhiên	Giá trị	Đơn vị	Hệ số biến	Loại phân phối
Ngoại lực 1	210	kN	0,2	Tự nhiên
Ngoại lực 2	310			
Mô đun đàn hồi	$2{,}1\times10^8$	kPa	0,06	Tự nhiên
Tiết diện thanh C1	3794	mm^2	0,04	Tự nhiên
Tiết diện thanh I2	4190			
Tiết diện thanh I3	3630			



Hình 6. *Phân tích tương quan cho các mô hình phân phối*

phương trình trạng thái về chuyển vị cho phép (allowable deflection) giữa nhịp do tải trọng động gây ra theo yêu cầu của AASHTTO [8] hay TCVN 11823:2017 [9], U = L/800 = 2000/800 = 2,5 cm. Phương trình trạng thái giới hạn cụ thể như sau:

$$g(u) = L/800 - u_i \quad (6)$$

Giá trị chuyển vị giữa nhịp *u* được giải thông qua mô hình dàn hai chiều (2D) bằng phương pháp phần tử hữu hạn trên Hình 5, với sự thay đổi của các biến ngẫu nhiên đầu vào gồm ngoại lực, mô đun đàn hồi, và tiết diện kết cấu. Các biến ngẫu nhiên được thống kê trong bảng 1, trong đó hệ số biến tham khảo Shah P.M. và cộng sự [10].

Bước đầu phân tích, các biến ngẫu nhiên trong Bảng 1 được phát sinh thành 30 bộ kết quả bằng phương pháp lấy mẫu Latin Hypercube thông qua giá trị trung bình, hệ số biến và dạng phân phối của nó.

Sau đó, các biến ngẫu nhiên này được gán vào mô hình phần tử hữu hạn Hình 5 để giải bài toán tìm chuyển vị giữa nhịp *u*. Theo như phương trình (6), nếu *g(u)* < 0 ta định nghĩa kết cấu bị phá hoại.

4.3 Kết quả phân tích xác suất phá hủy

Kết quả phân tích cho ra giá trị xác suất phát hủy $P_{f(LHS)}$ = 0,0228. Để đánh giá tính đúng đắn của phương pháp, 10 triệu bộ biến ngẫu nhiên được phát sinh theo phương pháp Monte Carlo, sau đó cũng được đưa vào mô hình phần tử hữu hạn Hình 5 để tìm xác suất phá hủy, kết quả cho ra $P_{f(MCS)}$ = 0,02277, rất gần với kết quả lấy mẫu bằng Latin Hypercube.

Giá trị chuyển vị giữa nhịp (nút 5 Hình 5 bật tự do u10) cho 30 biến ngẫu nhiên cũng được thống kê cho ra trung bình mẫu, độ lệch chuẩn, và hệ số biến lần lượt là 1,9 cm, 0,3 cm, và 0,149. Từ trung bình mẫu và độ lệch chuẩn, sử dụng phương pháp Monte Carlo để phát sinh 10.000 biến ngẫu nhiên/mỗi loại phân phối, phục vụ việc xác định loại phân phối của biến đầu ra (chuyển vị). So sánh kết quả của 4 loại phân phối gồm phân phối tự nhiên, logarit tự nhiên, Weibull, và EVD loại I, Hình 6 cho thấy chuyển vị phù hợp với phân phối tự nhiên (ứng với R^2 = 0,99985). Thông số mô hình của phân phối tự nhiên (gồm trung bình và độ lệch chuẩn) tính ra tương tự với kết quả trung bình và độ lệch chuẩn của mẫu. Kết quả phân tích này sẽ hữu ích khi phân tích độ tin cậy sử dụng các phương pháp FORM hay SORM, vì khi đó cả tải trọng và sức kháng đều phải biết rõ phân phối của chúng.

5. KẾT LUẬN

Lý thuyết và ví dụ áp dụng của kỹ thuật mô phỏng Latin Hypercube được hướng dẫn cụ thể trong bài báo này, phục vụ cho người đọc hiểu và biết cách áp dụng phương pháp đánh giá độ tin cậy cho kết cấu công trình thực tế. Trong trường hợp ví dụ của bài báo này, ứng với việc sử dụng kết cấu cầu dàn thép dài 20 m bị chuyển vị vượt quá giới hạn cho phép, xác suất phá hủy thu được (dựa trên 30 mẫu thử) cho ra kết quả tương tự như mô phỏng Monte Carlo phân tích trên 10 triệu mẫu thử. Điều này chứng tỏ, đối với kết cấu đơn giản như trong ví dụ này, chỉ cần tiến hành 30 phân tích để đạt được kết quả chính xác mong đợi. Ngoài ra, giá trị trung bình, độ lệch chuẩn, và dạng phân phối của biến đầu ra cũng được phân tích trong nghiên cứu này. Đây là cơ sở kiểm chứng bằng các phương pháp giải cho hàm hiện như phương pháp FORM hay các phương pháp gần giống FORM.■

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1]. G. Yoshimi, T. Shigeo, Y. Tadahiko and Y. Shuji, Technical Standards and Commentaries for Port and Harbour Facilities in Japan, The overseas coastal area development institute of Japan, October 2009.

[2]. A. Haldar and S. Mahadevan, Probability, Reliability and Statistical Methods in Engineering Design, New York: John Wiley & Sons, 2000.

[3]. J. Huh, "Dynamic Reliability Analysis for Nonlinear Structures Using Stochastic Finite Element Method," Doctoral Thesis, The University of Arizona, 1999.

[4]. M. McKay, R. Beckman and W. Conover, "A Comparison of Three Methods for Selecting Values of Input Variables in the Analysis of Output from a Computer Code," *Technometrics*, vol. 21, no. 2, pp. 239-245, May 1979.

[5]. A. Haldar and S. Mahadevan, Reliability Assessment Using Stochastic Finite Element Analysis, New York: John Wiley & Sons, Inc., 2000.

[6]. B. Minasny and A. B. McBratney, "A conditioned Latin hypercube method for sampling in the presence of ancillary information," *Computers & Geosciences*, vol. 32, pp. 1378-1388, 2006.

[7]. T. R. Chandrupatla and A. D. Belegundu, Introduction to Finite Elements in Engineering, Essex, England: Pearson, 2012.

[8]. AASHTO, AASHTO LRFD Bridge Design Specifications, 4th Edition, Washington, DC: American Association of State Highway and Transportation Officials, 2007.

[9]. TCVN 11823:2017, "Tiêu chuẩn thiết kế cầu đường bộ," Bộ Khoa học và công nghệ, Hà Nội, 29 Dec 2017.

[10]. P. M. Shah, M. Stewart and H. Fok, "Reliability assessment of a typical steel truss bridge," in *7th Austroads Bridge Conference*, Auckland, New Zealand, May 2009.