

# NGHIÊN CỨU ĐỘ VỒNG UỐN-XOẮN CỦA DÀM GIẢN ĐƠN CHỊU TÁC DỤNG CỦA TẢI TRỌNG DI ĐỘNG

ĐẶNG THU THỦY

Khoa Công Trình - Trường Đại học giao thông vận tải Hà Nội

## TÓM TẮT:

Bài báo trình bày nghiên cứu về độ võng uốn-xoắn của dầm giản đơn dưới tác dụng của tải trọng di động. Sử dụng phương pháp tách cấu trúc, hàm tín hiệu và lý thuyết thanh thành mỏng xây dựng được hệ thống phương trình và chương trình tính toán độ võng uốn-xoắn của dầm giản đơn chịu tác dụng của tải trọng di động.

## ABSTRACT:

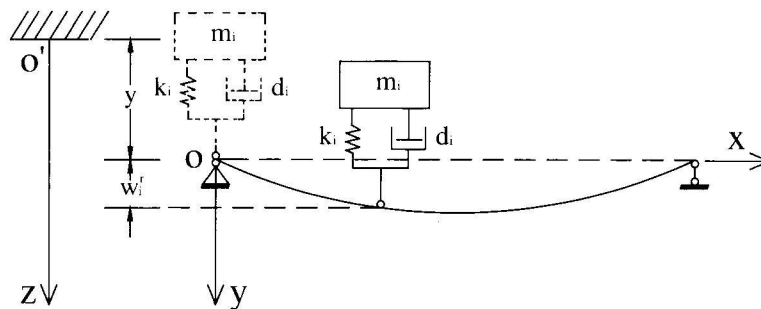
The article presents results achieved from a study on deflection flexural-torsional of simple beam under moving vehicles. Using the method of separating the structure, the signal function and the thin-walled theory, a system of equations and the program for calculating the deflection flexural-torsional of the simple beam is under the effect of the moving vehicles.

## 1. MỞ ĐẦU

Độ võng là một thông số kỹ thuật cần kiểm toán trong tính toán thiết kế công trình giao thông. Dưới tác dụng của tải trọng, đặc biệt là tải trọng di động (xe chạy trên cầu, đường) kết cấu công trình giao thông sẽ bị uốn xoắn nên việc nghiên cứu độ võng động lực do uốn xoắn có ý nghĩa quan trọng trong việc tính toán thiết kế đảm bảo an toàn, ổn định cho công trình. Bài báo này tác giả trình bày những nghiên cứu về độ võng động lực uốn-xoắn của dầm giản đơn chịu tác dụng của đoàn tải trọng di động.

## 2. THIẾT LẬP HỆ PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN DAO ĐỘNG UỐN-XOẮN CỦA DÀM GIẢN ĐƠN.

Xét dầm giản đơn có chiều dài  $l$ , chịu tác động của  $n_x$  tải trọng di động với  $n_x$  vận tốc khác nhau. Để thuận tiện trong tính toán, ta coi tải trọng thứ  $i$  chỉ có khối lượng  $m_i$  đặt trên hệ lò xo có độ cứng  $k_i$  và hệ giảm chấn  $d_i$  tỷ lệ bậc nhất với vận tốc.



Hình 1

Theo [3], coi ma sát trong và ngoài nhỏ không đáng kể thì hệ phương trình mô tả dao động uốn-xoắn của dầm giản đơn được viết như sau:

$$EJ_u \frac{\partial^4 w(x,t)}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} = \sum_{i=1}^{n_x} \xi_i(t) [m_i g + T_i \sin \Omega_i t - m_i \ddot{z}_i] \delta[x - v_i(t - \tau_i)] \quad (1)$$

$$EJ_\Omega \frac{\partial^4 \theta(x,t)}{\partial x^4} - GJ_\zeta \frac{\partial^2 \theta(x,t)}{\partial x^2} + \rho A R^2 \frac{\partial^2 \theta(x,t)}{\partial t^2} = \sum_{i=1}^{n_x} \xi_i(t) e_i [m_i g + T_i \sin \Omega_i t - m_i \ddot{z}_i] \delta[x - v_i(t - \tau_i)] \quad (2)$$

$$\xi_i(t) (m_i \ddot{z}_i + d_i \dot{z}_i + k_i z_i) = \xi_i(t) (m_i g + T_i \sin \Omega_i t + d_i \dot{w}_i' + k_i w_i' + d_i \dot{\theta}_i' e_i + k_i \theta_i' e_i) \quad (3)$$

$i = \overline{1, n_x}$

$W(x, t)$ ,  $\theta(x, t)$  là độ võng (theo phương y) và góc xoắn động lực của dầm chủ.

Hệ phương trình (1), (2), (3) có các điều kiện biên như sau :

$$\text{Khi } x = 0: \quad W(0, t) = 0; \quad \frac{\partial^2 W(0, t)}{\partial x^2} = 0 \quad \theta(0, t) = 0; \quad \frac{\partial^2 \theta(0, t)}{\partial x^2} = 0.$$

$$\text{Khi } x = l: \quad W(l, t) = 0; \quad \frac{\partial^2 W(l, t)}{\partial x^2} = 0 \quad \theta(l, t) = 0; \quad \frac{\partial^2 \theta(l, t)}{\partial x^2} = 0.$$

Áp dụng phương pháp Ritz suy rộng và căn cứ vào điều kiện biên ta sẽ tìm nghiệm của hệ (1), (2), (3) dưới dạng :

$$w(x, t) = \sum_{r=1}^n q_r(t) \sin \frac{r\pi x}{l}, \quad \theta(x, t) = \sum_{r=1}^n \theta_r(t) \sin \frac{r\pi x}{l}$$

$$\begin{aligned} \ddot{q}_s = & -\frac{2}{l\rho A} \sum_{r=1}^n \left[ \sum_{i=1}^{n_s} \xi_i(t) d_i \sin \frac{s\pi v_i(t-\tau_i)}{l} \sin \frac{r\pi v_i(t-\tau_i)}{l} \right] \dot{q}_r - \\ & -\frac{2}{l\rho A} \sum_{r=1}^n \left[ \sum_{i=1}^{n_s} \xi_i(t) e_i d_i \sin \frac{s\pi v_i(t-\tau_i)}{l} \sin \frac{r\pi v_i(t-\tau_i)}{l} \right] \dot{\theta}_r + \\ & +\frac{2}{l\rho A} \sum_{i=1}^{n_s} \xi_i(t) d_i \sin \frac{s\pi v_i(t-\tau_i)}{l} \dot{z}_i - \\ & -\frac{2}{l\rho A} \sum_{r=1}^n \left\{ \sum_{i=1}^{n_s} \xi_i(t) \left[ d_i \frac{r\pi v_i}{l} \sin \frac{s\pi v_i(t-\tau_i)}{l} \cos \frac{r\pi v_i(t-\tau_i)}{l} + \right. \right. \\ & \left. \left. + k_i \sin \frac{s\pi v_i(t-\tau_i)}{l} \sin \frac{r\pi v_i(t-\tau_i)}{l} \right] + \delta_s^r \left[ \frac{l}{2} \left( \frac{s\pi}{l} \right)^4 E J_u \right] \right\} q_r(t) - \\ & -\frac{2}{l\rho A} \sum_{r=1}^n \sum_{i=1}^{n_s} \xi_i(t) \left[ e_i d_i \frac{r\pi v_i}{l} \sin \frac{s\pi v_i(t-\tau_i)}{l} \cos \frac{r\pi v_i(t-\tau_i)}{l} + \right. \\ & \left. + e_i k_i \sin \frac{s\pi v_i(t-\tau_i)}{l} \sin \frac{r\pi v_i(t-\tau_i)}{l} \right] \theta_r \\ & +\frac{2}{l\rho A} \sum_{i=1}^{n_s} \xi_i(t) k_i \sin \frac{s\pi v_i(t-\tau_i)}{l} z_i \quad s = 1, n \end{aligned} \tag{4}$$

$$\begin{aligned} \ddot{\theta}_s = & -\frac{2}{l\rho A R^2} \sum_{r=1}^n \left[ \sum_{i=1}^{n_s} \xi_i(t) e_i d_i \sin \frac{s\pi v_i(t-\tau_i)}{l} \sin \frac{r\pi v_i(t-\tau_i)}{l} \right] \dot{q}_r(t) - \\ & -\frac{2}{l\rho A R^2} \sum_{r=1}^n \left[ \sum_{i=1}^{n_s} \xi_i(t) e_i^2 d_i \sin \frac{s\pi v_i(t-\tau_i)}{l} \sin \frac{r\pi v_i(t-\tau_i)}{l} \right] \dot{\theta}_r(t) + \\ & +\frac{2}{l\rho A R^2} \sum_{i=1}^{n_s} \xi_i(t) e_i d_i \sin \frac{s\pi v_i(t-\tau_i)}{l} \dot{z}_i - \\ & -\frac{2}{l\rho A R^2} \sum_{r=1}^n \left\{ \sum_{i=1}^{n_s} \xi_i(t) \left[ e_i d_i \frac{r\pi v_i}{l} \sin \frac{s\pi v_i(t-\tau_i)}{l} \cos \frac{r\pi v_i(t-\tau_i)}{l} + \right. \right. \\ & \left. \left. + e_i k_i \sin \frac{s\pi v_i(t-\tau_i)}{l} \sin \frac{r\pi v_i(t-\tau_i)}{l} \right] q_r \right\} - \\ & -\frac{2}{l\rho A R^2} \sum_{r=1}^n \left\{ \sum_{i=1}^{n_s} \xi_i(t) \left[ e_i^2 d_i \frac{r\pi v_i}{l} \sin \frac{s\pi v_i(t-\tau_i)}{l} \cos \frac{r\pi v_i(t-\tau_i)}{l} + \right. \right. \\ & \left. \left. + e_i^2 k_i \sin \frac{s\pi v_i(t-\tau_i)}{l} \sin \frac{r\pi v_i(t-\tau_i)}{l} \right] + \delta_s^r \left[ \frac{l}{2} E J_\Omega \left( \frac{s\pi}{l} \right)^4 + G J_\tau \left( \frac{s\pi}{l} \right)^2 \right] \right\} \theta_r(t) + \\ & +\frac{2}{l\rho A R^2} \sum_{i=1}^{n_s} \xi_i(t) e_i k_i \sin \frac{s\pi v_i(t-\tau_i)}{l} z_i \quad s = 1, n \end{aligned} \tag{5}$$

Ta kí hiệu các véc tơ như sau:

$$\vec{q} = [q_1, q_2, \dots, q_n, \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n]^T$$

$$\vec{z} = [z_1, z_2, \dots, z_n]^T$$

Khi đó phương trình (4) và (5) có thể viết dưới dạng ma trận như sau:

$$\ddot{\vec{q}} = U\dot{\vec{q}} + S_1\dot{\vec{z}} + V\vec{q} + S_2\vec{z}$$

(6)

Hệ phương trình (6) có thể giải bằng phương pháp Runge Kutta. Dựa vào thuật toán trên có thể tính toán và khảo sát độ võng uốn-xoắn của dầm giản đơn dưới tác dụng của tải trọng di động.

3. Tính toán độ võng động lực của dầm giản đơn.

Xét một cầu dầm giản đơn với các số liệu về dầm và tải trọng như sau:

$I_u = 0,14m^4$ ,  $I_y = 1,5m^4$ ,  $L = 21m$ ,  $B = 6,4m$ ,  $m_1 = 10T$ ,  $m_2 = 13T$ ,  $v = 1$  m/s đến 33,33 m/s, độ cứng = 902000 N/m, giảm chấn = 110160 Ns/m, độ dài mỗi bước: 200, tổng số bước thời gian: 50000

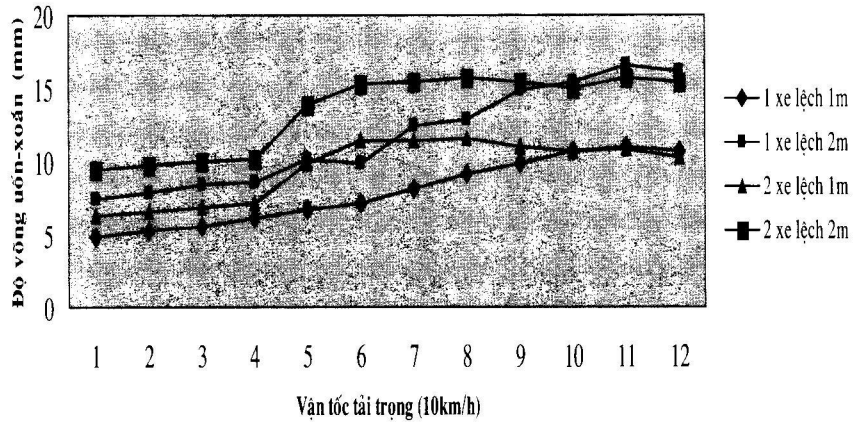
Xét các trường hợp 1 xe và 2 xe tương ứng độ lệch 1m và 2m, từ đó ta lập được biểu đồ quan hệ uốn-xoắn với tốc độ của tải trọng ứng với tải trọng 10T và 13T

#### 4. KẾT LUẬN

Với việc sử dụng phương pháp tách cấu trúc, hàm tín hiệu và lý thuyết thanh thành mỏng đã xây dựng được hệ thống phương trình và chương trình tính toán độ võng uốn-xoắn của dầm giản đơn chịu tác dụng của tải trọng di động.

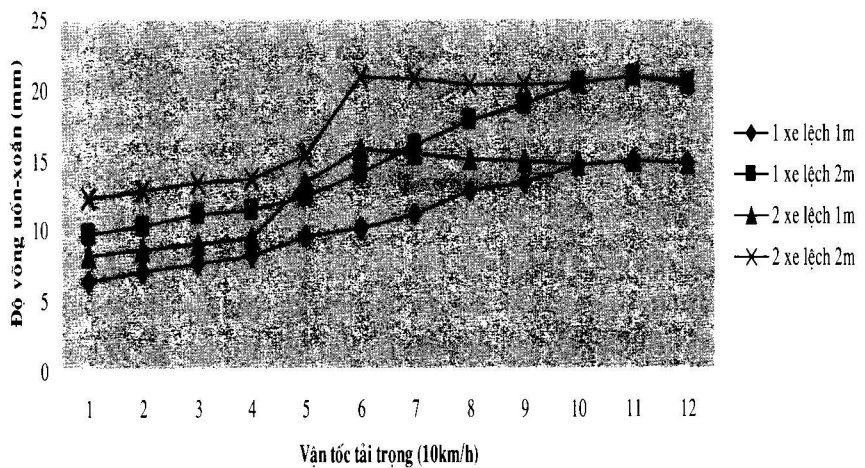
Chương trình tính toán độ võng uốn-xoắn của dầm giản đơn dưới tác dụng của đoàn tải trọng di động có thể trợ giúp hữu ích cho công tác thiết kế các công trình cầu hiện nay. ■

Biểu đồ quan hệ uốn-xoắn ứng với tải trọng 10T



Hình 2

Biểu đồ quan hệ uốn-xoắn ứng với tải trọng 13T



Hình 3

#### TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1]. Nguyễn Văn Khang, Đỗ Xuân Thọ, Hoàng Hà: Dao động uốn của dầm một nhịp chịu tác dụng của nhiều vật thể di động. Tạp chí Cơ học, số 4/1977.
- [2]. Nguyễn Văn Tinh: Cơ sở tính toán dao động công trình. NXB Xây dựng Hà Nội, 1987.
- [3]. Nguyễn Ngọc Lâm, Đỗ Xuân Thọ, Hoàng Hà, Nguyễn Minh Nghĩa: Dao động uốn-xoắn của dầm chủ cầu dây văng dưới tác dụng của đoàn tải trọng di động. Tạp chí GTVT, tháng 11/2006.
- [4]. S.Timoshenko: Vibration problem in engineering. Toronto New York London 1955.
- [5]. Vlasov V.Z: Thin-Walled Elastic Beams. Fizmatgiz, Moscow 1959.