PHÁT TRIỂN NĂNG LỰC CỦA NGƯỜI HỌC TRONG GIẢI BÀI TOÁN XÁC SUẤT

Trần Thị Thiên Hương
Trường Đại học Kinh tế Nghệ An
Email: thienhuongxs@gmail.com

***Tóm tắt**: Nghiên cứu này đề xuất phương pháp giải một số bài toán xác suất thống kê thông qua vận dụng các quy tắc cộng và nhân xác suất.*
***Từ khoá**: phát triển năng lực, giải bài, toán xác suất*
Nhận bài: 31/07/2021; Phản biện: 04/08/2021; Duyệt đăng: 07/08/2021..

1. Đặt vấn đề

Lý thuyết xác suất nghiên cứu quy luật của các hiện tượng ngẫu nhiên. Do đặc thù của chuyên ngành nên các bài toán về xác suất có nhiều điểm khác biệt so với các bài toán đại số, giải tích, hình học. Chính vì vậy, đứng trước một bài toán xác suất, học sinh thường lúng túng, không biết cách giải quyết như thế nào, thậm chí có nhiều em đã làm xong cũng không dám chắc mình đã làm đúng. Với bài viết này, tác giả mong muốn giúp học sinh tự tin khi giải các bài toán xác suất.

2. Nội dung nghiên cứu

2.1. Cơ sở lý thuyết

2.1.1. Biến cố và phép thử biến cố

Phép thử ngẫu nhiên là phép thử mà ta không đoán trước được kết quả của nó, mặc dù đã biết tập hợp các kết quả có thể có của phép thử đó.

Tập hợp các kết quả có thể xảy ra của một phép thử được gọi là không gian mẫu của phép thử và kí hiệu là Ω.

Biến cố là một tập con của không gian mẫu

Biến cố thường được kí hiệu bằng chữ in hoa A, B, C,... và cho dưới dạng mệnh đề xác định tập hợp diễn đạt bằng lời hoặc dạng mệnh đề xác định tập con.

Trong một phép thử luôn có hai biến cố đặc biệt:

Tập $\emptyset$ được gọi là biến cố không thể (gọi tắt là biến cố không).

Tập Ω được gọi là biến cố chắc chắn.

Phép toán trên biến cố

Trước hết ta giả thiết các biến cố đang xét cùng liên quan đến phép thử và các kết quả của phép thử là đồng khả năng.

· Tập $\Omega \setminus A$ được gọi là biến cố đối của biến cố A, kí hiệu là $\bar{A}$. Và $\bar{A}$ xảy ra khi và chỉ khi A không xảy ra.

· Tập $A \cup B$ được gọi là hợp của các biến cố A và B.

· Tập $A \cap B$ được gọi là giao của các biến cố A và B, còn được viết là A.B.

· Nếu $A \cap B = \emptyset$ thì ta nói A và B là xung khắc.

· Hai biến cố A và B được gọi là độc lập với nhau nếu việc xảy ra hay không xảy ra của biến cố này không làm ảnh hưởng tới xác suất của xảy ra của biến cố kia.

2.1.2. Định nghĩa của xác suất

Giả sử A là biến cố liên quan đến một phép thử chỉ có một số hữu hạn kết quả đồng khả năng xuất hiện.

Ta gọi tỉ số $\frac{n(A)}{n(\Omega)}$ là xác suất của biến cố A, kí hiệu là P(A) và $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}$

2.1.3. Tính chất của xác suất:

a) Tính chất cơ bản:

· $P(C) = 0$

· $P(\Omega) = 1$

· $0 \le P(A) \le 1$, với mọi biến cố A. · $P(\bar{A})=1-P(A)$

b) Quy tắc cộng xác suất

· Nếu A và B xung khắc thì: $P(A\cup B) = P(A) + P(B)$

· Nếu $A \le B = \emptyset$ thì $P(A\cup B) = P(A) + P(B)$

Thật vậy, ta có: $n(A\cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

Chia cả hai vế cho $n(\Omega)$ ta được: $P(A\cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$

Nếu A và B xung khắc thì $AB = \emptyset$ nên $P(AB) = 0$, khi đó:

$P(A\cup B) = P(A) + P(B)$

Do đó, với mọi biến cố A và B bất kì ta có: $P(A\cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$

c) Quy tắc nhân xác suất:

Hai biến cố A và B độc lập khi và chỉ khi $P(A \cap B) = P(A).P(B)$

2.2. Phương pháp giải một số bài toán xác suất

Bài toán 1: Gieo một đồng tiền cân đối đồng chất liên tiếp cho đến khi lần đầu tiên xuất hiện mặt ngửa hoặc cả 6 lần xuất hiện mặt sấp thì dừng lại.

a) Mô tả không gian mẫu.

b) Tính xác suất:

A: "Số lần gieo không vượt quá ba"

B: "Số lần gieo là năm"

C: "Số lần gieo là sáu"

Phân tích: Đối với bài toán này rất nhiều học sinh lúng túng không biết cách xác định không gian mẫu vì học sinh vốn quen với các bài toán cho trước số lần gieo. Bài toán này trước hết phải xác định được số lần gieo. Giáo viên có thể gợi ý cho học sinh bằng các câu hỏi như:

+ Nếu không có giả thiết "cả 6 lần xuất hiện mặt sấp thì dừng lại" thì ta phải gieo đồng tiền bao nhiêu lần?

+ Nếu kết hợp với giả thiết "cả 6 lần xuất hiện mặt sấp thì dừng lại" thì ta phải gieo đồng tiền tối đa bao nhiêu lần?

Tất nhiên với câu hỏi đầu tiên học sinh không thể đưa ra một con số cụ thể vì nếu gieo 100 lần vẫn có thể là cả 100 lần đều xuất hiện mặt sấp do đó vẫn chưa thể dừng lại nhưng học sinh đã hình dung ra dạng các phần tử đầu tiên. Với câu hỏi thứ hai học sinh có thể trả lời được số lần gieo tối đa là 6. Từ đó học sinh có thể xác định được không gian mẫu

Lời giải

a) Không gian mẫu Ω = {N, SN, SSN, SSSN, SSSSN, SSSSS}

b) Ta có:

A = {N, SN, SSN}, n(A) = 3 —> P(A) = 3/7

B = {SSSSN}, n(B) = 1 —> P(B) = 1/7

C = {SSSSN, SSSSS}, n(c) = 2 —> P(C) = 2/7

Bài toán 2. Một phòng được lắp hai hệ thống chuông báo động phòng cháy, một hệ thống báo khi thấy khói và một hệ thống báo khi thấy lửa xuất hiện. Qua thực nghiệm thấy rằng xác suất chuông báo khói là 0,95, chuông báo lửa là 0,91 và cả 2 chuông báo là 0,88. Tính xác suất để khi có hỏa hoạn ít nhất một trong 2 chuông sẽ báo.

Phân tích: Biến cố cần tính xác suất là chuông báo khói báo hoả hoạn hoặc chuông báo lửa báo lửa sẽ báo hoả hoạn. Do đó bài toán này chắc chắn là dùng quy tắc cộng. Tuy nhiên hai biến cố cơ sở lại không xung khắc. Trong trường hợp này ta phải sử dụng quy tắc cộng mở rộng

Lời giải

Gọi A là biến cố "Chuông báo khi thấy khói"

B là biến cố "Chuông báo khi thấy lửa"

C là biến cố "Ít nhất một trong hai chông báo khi hỏa hoạn"

Theo giả thiết bài toán ta có P(A) = 0,95, P(B) = 0,95, P(AB) = 0,88

Do đó ta có:

$P(C) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = 0,95 + 0,91 - 0,88 = 0,98$

Bài toán 3: Có hai hộp cùng chứa các quả cầu. Hộp thứ nhất có 7 quả cầu đỏ, 5 quả cầu xanh. Hộp thứ hai có 6 quả cầu đỏ, 4 quả cầu xanh. Từ mỗi hộp lấy ra ngẫu nhiên 1 quả cầu.

a) Tính xác suất để 2 quả cầu lấy ra cùng màu đỏ.

b) Tính xác suất để 2 quả cầu lấy ra cùng màu.

Phân tích: Bài toán này nếu sử dụng phối hợp quy tắc cộng và quy tắc nhân thì việc giải quyết bài toán trở nên đơn giản hơn rất nhiều.

Lời giải

a) Gọi:

A là biến cố "Quả cầu lấy ra từ hộp thứ nhất màu đỏ"

B là biến cố "Quả cầu lấy ra từ hộp thứ hai màu đỏ"

X là biến cố "Hai quả cầu lấy ra cùng màu đỏ"

Ta có X = AB, P(A) = 7/12, P(B) = 6/10 = 3/5

Mặt khác A và B độc lập nên: P(X) = P(A)(B) = 7/12.3/5 = 7/20

b) Gọi:

Y là biến cố "Hai quả cầu lấy ra cùng màu xanh"

Z là biến cố "Hai quả cầu lấy ra cùng màu"

Ta có Y= $\overline{AB}$

Mặt khác $\bar{A}$ và $\overline{B}$ độc lập nên $P(Y) = P(\bar{A}).P(\overline{B}) = [1-P(A)] = (1-\frac{7}{12})(1-\frac{3}{5}) = \frac{1}{6}$

Thấy rằng: $Z = X \cup Y$, $X \cap Y = \varnothing$ nên:

P(Z) = P(X) + P(Y) = 7/20 + 1/6 = 31/60

Những bài toán sử dụng quy tắc cộng xác suất và quy tắc nhân xác suất là các bài toán luôn tính được xác suất của biến cố cơ sở (các biến cố cần tính xác suất biểu diễn qua các biến cố này).

2.3. Một số bài tập khác

Bài 1: Trong một chiếc hộp có 5 bóng trắng, 6 bóng xanh, 7 bóng đỏ lấy ngẫu nhiên 4 quả bóng. Tìm xác suất để có 4 quả bóng có đủ 3 mầu.

Bài 2: Gieo ngẫu nhiên con súc sắc cân đối đồng chất 2 lần: Tính xác suất của các biến cố:

a/ A: "Có ít nhất một mặt lẻ"

b/ B: "Có một mặt chẵn và một mặt lẻ"

c/ C: "Tổng số chấm hai mặt là một số chẵn"

Bài 3: Một bài thi trắc nghiệm gồm 12 câu hỏi. Mỗi câu hỏi có 5 câu trả lời, trong đó chỉ có một câu đúng. Mỗi câu trả lời đúng được 4 điểm, mỗi câu trả lời sai bị trừ 1 điểm .Một học sinh kém làm bài bằng cách chọn hú hoạ một câu trả lời. Tính xác suất để:

a/ Học sinh đó được 13 điểm

b/ Học sinh đó được điểm âm

Bài 4: Một đoàn tầu có 4 toa đỗ ở một sân ga. Có 4 hành khách từ sân ga lên tầu, mỗi người độc lập với nhau và chọn ngẫu nhiên 1 toa. Tính xác suất để 1 toa có 3 người, 1 toa có một người và 2 toa còn lại không có ai.

Bài 5: Từ một hộp có 7 quả cầu xanh, 6 quả cầu đỏ. Lấy ngẫu nhiên 5 quả. Tính xác suất của các biến cố:

a) A: "Trong 5 quả lấy ra có cả hai mầu"

b) B: "Trong 5 quả lấy ra có ít nhất 2 quả màu đỏ".

3. Kết luận

Trên đây chỉ là một số phương pháp giải toán xác suất cơ bản mà tác giả đã áp dụng thành công. Toán xác suất là một phần học quan trọng và thiết thực gắn liền với cuộc sống hằng ngày của chúng ta, chính vì vậy việc học tốt toán xác suất sẽ là một lợi thế cho công việc sau này của người học. ❑

Tài liệu tham khảo

[1]. Tống Đình Quỳ (2007), *Giáo trình xác suất thống kê*, NXB Bách khoa, Hà Nội.

[2]. Đặng Đức Hậu (2011), *Xác suất và thống kê*, NXB Giáo dục, Hà Nội.

[3]. Lê Sĩ Đồng (2010), *Xác suất - Thống kê và Ứng dụng*, NXB Giáo dục, Hà Nội.

Developing students' capacity in soluttion of probability problems

Tran Thi Thien Huong
Nghe An College of Economics
Email: thienhuongxs@gmail.com

Abstract: *This study proposes a method to solve some statistical probability problems by applying the rules of probability addition and multiplication.*

Keywords: *capacity development, problem solving, math probability.*