Ma trận mục tiêu co gọn phù hợp cho ước lượng ma trận hiệp phương sai trong việc tối ưu hóa danh mục đầu tư trên thị trường chứng khoán Việt Nam

Nguyễn Minh Nhật[1] • **Nguyễn Đức Trung**[2]

Ngày nhận bài: 20/4/2020 | **Biên tập xong:** 02/5/2021 | **Duyệt đăng:** 10/5/2021

TÓM TẮT: Phương pháp co gọn (shrinkage) được đề xuất bởi Ledoit & Wolf (2003) thường được sử dụng để ước lượng ma trận hiệp phương sai (MTHPS) trong mô hình tối ưu danh mục đầu tư (DMĐT), đặc biệt trong điều kiện thị trường tài chính phát triển với số lượng tài sản đầu tư trên thị trường tăng nhanh và gấp nhiều lần so với số lượng mẫu quan sát. Ý tưởng của phương pháp này là ước lượng MTHPS dựa trên mối quan hệ tuyến tính giữa MTHPS mẫu và ma trận mục tiêu co gọn. Tuy nhiên, việc lựa chọn ma trận mục tiêu co gọn phù hợp luôn là bài toán khó đối với các nhà đầu tư trong việc áp dụng phương pháp ước lượng này. Do đó, trong bài nghiên cứu này, nhóm tác giả áp dụng phương pháp co gọn trên hai ma trận mục tiêu co gọn là mô hình tương quan cố định (CCM) và mô hình một nhân tố (SIM) để lựa chọn DMĐT tối ưu; đồng thời phân tích, so sánh hai phương pháp này để tìm ra ma trận mục tiêu co gọn phù hợp hơn cho việc lựa chọn DMĐT trên thị trường chứng khoán Việt Nam dựa trên các tiêu chí đánh giá DMĐT cụ thể. Kết quả nghiên cứu thực nghiệm cho thấy rằng, phương pháp co gọn trên mô hình tương quan cố định (SCCM) cho kết quả vượt trội hơn rất nhiều so với phương pháp co gọn trên mô hình một nhân tố (SSIM). Sự vượt trội này được phản ánh trên hầu hết các tiêu chí được sử dụng để đánh giá tính hiệu quả của các DMĐT bao gồm: tỷ suất lợi nhuận trung bình của danh mục, mức độ rủi ro trung bình của danh mục, chỉ số Sharpe, mức lỗ tối đa của danh mục, tỷ lệ chiến thắng và hệ số Alpha.

TỪ KHÓA: Ma trận mục tiêu co gọn, hệ số co gọn, ma trận hiệp phương sai mẫu, co gọn trên mô hình tương quan cố định, co gọn trên mô hình một nhân tố.

Mã phân loại JEL: C51, C55, G11.

[1] **Nguyễn Minh Nhật** - Trường Đại học Ngân hàng TP.HCM; 36 Tôn Thất Đạm, Phường Nguyễn Thái Bình, Quận 1, Thành phố Hồ Chí Minh; **Email:** nhatnm@buh.edu.vn.

[2] **Nguyễn Đức Trung** - Trường Đại học Ngân hàng TP.HCM; 36 Tôn Thất Đạm, Phường Nguyễn Thái Bình, Quận 1, Thành phố Hồ Chí Minh; **Email:** trungnd@buh.edu.vn.

1. Đặt vấn đề

Trong hoạt động đầu tư tài chính, khi thị trường tài chính càng phát triển thì các nhà đầu tư càng gặp khó khăn trong việc tối ưu hóa DMĐT do số lượng tài sản đầu tư trên thị trường thường có xu hướng tăng nhanh hơn so với số lượng mẫu thời gian quan sát các tài sản đó (Liu, 2014). Khi điều này xảy ra, các phương pháp ước lượng MTHPS truyền thống không thể giải quyết tốt dẫn đến các kết quả DMĐT tối ưu không đạt hiệu quả (DeMiguel & Francisco, 2009). Để giải quyết bài toán này, Ledoit & ctg (2003) đã đề xuất phương pháp được gọi là co gọn (Shrinkage) dựa trên ý tưởng đầu tiên của Stein (1986) và Jorion (1986) để giảm số chiều của ma trận nghiên cứu nhưng vẫn giữ được các tính chất quan trọng trong ma trận được ước lượng. Ý tưởng của phương pháp co gọn này là sử dụng mối quan hệ tuyến tính giữa MTHPS mẫu (SCM) và ma trận mục tiêu co gọn để ước lượng MTHPS phù hợp trong việc lựa chọn DMĐT tối ưu. Mối quan hệ tuyến tính này được thể hiện thông qua hệ số co gọn (shrinkage intensity) và chịu ảnh hưởng rất lớn bởi ma trận mục tiêu co gọn. Phương pháp co gọn này tuy đã được chứng minh tính hiệu quả trên các thị trường tài chính phát triển trong việc lựa chọn DMĐT tối ưu, nhưng vẫn chưa có nhiều nghiên cứu được thực hiện trên các thị trường tài chính mới nổi, đặc biệt là thị trường tài chính ở Việt Nam.

Nhat, Trung, & Ngan (2020) đã áp dụng phương pháp co gọn để lựa chọn DMĐT trên thị trường chứng khoán Việt Nam, đồng thời đánh giá tính hiệu quả của phương pháp này so với các phương pháp ước lượng MTHPS truyền thống khác. Kết quả nghiên cứu thực nghiệm cho thấy rằng, phương pháp ước lượng MTHPS co gọn cho kết quả vượt trội hơn rất nhiều so với các phương pháp ước lượng truyền thống. Sự vượt trội này được thể hiện trên hầu hết các tiêu chí được sử dụng để đánh giá DMĐT bao gồm: tiêu chí lợi nhuận trung bình của danh mục, rủi ro trung bình của danh mục, chỉ số Sharpe, mức lỗ tối đa của danh mục và hệ số Alpha. Tuy nhiên, ma trận mục tiêu co gọn được sử dụng trong phương pháp co gọn này là MTHPS được ước tính từ SIM. Một câu hỏi được đặt ra là, phải chăng mô hình SIM là phù hợp nhất để ước tính ma trận mục tiêu co gọn phục vụ cho việc tối ưu hóa DMĐT theo phương pháp co gọn?

Ledoit & Wolf (2004a) đã gợi ý về việc sử dụng mô hình tương quan cố định (Constant correlation model - CCM) để ước lượng ma trận mục tiêu co gọn thay cho mô hình một nhân tố (Single index model - SIM). Kết quả nghiên cứu thực nghiệm trên thị trường chứng khoán Mỹ cho thấy, mặc dù phương pháp co gọn trên SIM (SSIM) và phương pháp co gọn trên CCM (SCCM) đều cho kết quả vượt trội so với các phương pháp ước lượng MTHPS truyền thống, tuy nhiên không có sự vượt trội rõ ràng trong việc sử dụng mô hình SIM hay CCM để ước tính ma trận mục tiêu co gọn cho hoạt động tối ưu hóa DMĐT. SCCM sẽ là sự lựa chọn tốt nhất nếu số lượng cổ phiếu trong DMĐT (N) không vượt quá 100 cổ phiếu ($N \leq 100$); ngược lại, nếu $N \geq 225$ thì SSIM sẽ là sự lựa chọn tốt nhất. Ledoit & Wolf (2004b) tiếp tục đề cập đến một ma trận mục tiêu mới đó là ma trận đơn vị (Identity matrix - IM). Kết quả nghiên cứu cũng cho thấy, phương pháp co gọn tuyến tính trên ma trận đơn vị cũng cho kết quả tốt hơn so với phương pháp ước lượng MTHPS mẫu truyền thống. Ledoit & Wolf cho rằng, những ma trận mục tiêu như SIM hay CCM được gọi là những ma trận tùy chỉnh (Custom-Tailored Target) do các ma trận này được xây dựng dựa trên các giả định trong tài chính, trong khi đó ma trận IM được xem là ma trận chung (Generic target) bởi vì nó được lựa chọn hoàn toàn dựa trên cơ sở tối ưu toán học. Kết quả nghiên cứu thực nghiệm của Ledoit & Wolf cho thấy, những ma trận mục tiêu tùy chỉnh thường cho kết quả lựa

chọn DMĐT tốt hơn so với các ma trận mục tiêu chung (Ledoit & Wolf, 2017b).

Tiếp nối phương pháp nghiên cứu co gọn của Ledoit & Wolf (2004) trên ma trận mục tiêu, hiện nay các nhà nghiên cứu có nhiều hướng nghiên cứu. Một là, tiếp tục tìm kiếm và đưa ra các ma trận mục tiêu mới kết hợp tuyến tính với MTHPS mẫu nhằm tạo ra các ma trận mục tiêu co gọn phù hợp, những nghiên cứu theo hướng này gồm Schafer & ctg (2005), Chen, Wiesel, & Hero (2010), Fisher & Sun (2011), Ikeda & ctg (2015) và Touloumis (2015). Hai là, sử dụng phương pháp co gọn phi tuyến tính trên ma trận mục tiêu đơn vị để lựa chọn ma trận mục tiêu co gọn tối ưu; những nghiên cứu theo hướng này có thể kể đến như Ledoit & Wolf (2012, 2015, 2017a, 2017b), Abadir, Distaso, & Zikess (2014) và Lam (2016). Ba là, lựa chọn ma trận mục tiêu co gọn tối ưu bằng cách kết hợp tuyến tính giữa MTHPS mẫu và nhiều ma trận mục tiêu cùng lúc, những nghiên cứu điển hình theo hướng này gồm có Bartz, Hohne, & Muller (2014), Lancewicki & Aladjem (2014) và Gray & ctg (2018).

Trong bài nghiên cứu này, nhóm tác giả sẽ tập trung đánh giá tính hiệu quả của phương pháp co gọn tuyến tính trên ma trận mục tiêu CCM so với ma trận mục tiêu SIM và MTHPS mẫu truyền thống SCM trong việc tối ưu hóa DMĐT trên thị trường chứng khoán Việt Nam. Cấu trúc của bài nghiên cứu được trình bày theo thứ tự như sau: Tổng quan về ước lượng MTHPS dựa trên phương pháp co gọn; Phương pháp nghiên cứu; và Kết quả nghiên cứu thực nghiệm.

2. Ước lượng ma trận hiệp phương sai dựa trên phương pháp co gọn (shrinkage estimator of covariance matrix)

MTHPS được ước lượng từ phương pháp co gọn được thể hiện thông qua công thức tổng quát sau: $\Sigma_{Shrinkage} = (1-\sigma)S_{SCM} + \sigma\Sigma_{target}$ ($0 \leq \sigma \leq 1$). Đây là sự kết hợp tuyến tính thông qua hệ số co gọn (σ) giữa MTHPS mẫu (S_{SCM}) một ma trận có ưu điểm dễ tính toán và có mức độ chính xác cao so với MTHPS kỳ vọng, và một ma trận mục tiêu co gọn (Σ_{target}) có cấu trúc ổn định, hạn chế được các sai số xảy ra khi số lượng cổ phiếu xem xét trong DMĐT lớn và/hoặc vượt quá số lượng mẫu quan sát. Như vậy, để xác định một MTHPS dựa trên phương pháp co gọn, chúng ta cần phải xác định ba yếu tố là: MTHPS mẫu, ma trận mục tiêu co gọn và hệ số co gọn.

Nhat & ctg (2020) đã trình bày rất rõ về ưu điểm của phương pháp co gọn, MTHPS mẫu, ma trận mục tiêu co gọn được ước lượng từ SIM và hệ số co gọn. Do đó, trong bài nghiên cứu này, nhóm tác giả chủ yếu tập trung vào phân tích ma trận mục tiêu co gọn được ước lượng từ mô hình CCM.

2.1. Ước lượng ma trận hiệp phương sai mẫu (SCM)

Véc tơ trung bình mẫu **m** và MTHPS mẫu **S** được xác định như sau:

$$\mathbf{m} = \frac{1}{T}\mathbf{X1}$$

$$\mathbf{S} = \frac{1}{T}\mathbf{X}(\mathbf{I} - \frac{1}{T}\mathbf{11}')\mathbf{X}',$$

Trong đó: **1** – véc tơ một; **I** – ma trận đơn vị và **X** là ma trận **N x T** với N là tổng số lượng cổ phiếu trong danh mục; và T – tỷ suất lợi nhuận của cổ phiếu.

2.2 Ước lượng ma trận hiệp phương sai mục tiêu co gọn (shrinkage target)

2.2.1 Ma trận hiệp phương sai mục tiêu được ước lượng từ mô hình một nhân tố

Tỷ suất lợi nhuận ($\hat{r}_{i,t}$) và MTHPS được ước lượng từ mô hình một nhân tố ($\hat{\Sigma}_{SIM}$) được xác định như sau:

$$\hat{r}_{i,t} = \alpha_i + \beta_i \hat{r}_m + \varepsilon_{i,t}$$

$$\hat{\Sigma}_{SIM} = \alpha_i + \beta\beta^T\hat{\sigma}^2_m + \hat{\Sigma}_\varepsilon$$

Trong đó: $\hat{r}_m$ – tỷ suất lợi nhuận ước lượng của thị trường; $\varepsilon_{i,t}$ – sai số của mô hình; α và β – các hệ số được xác định thông qua phương pháp hồi quy OLS. Mô hình này giả định rằng $\varepsilon_{i,t}$ độc lập ($Cov[\varepsilon_i, \varepsilon_j] = 0$) và không có sự tương quan với lợi nhuận của thị trường $\hat{r}_m$ ($Cov[\hat{r}_m, \varepsilon_i] = 0$). Sai số ε_i tuân theo phân phối chuẩn $Var[\varepsilon_i] = \sigma^2_{\varepsilon_i}$ và $E[\varepsilon_i] = 0$. $\hat{\sigma}^2_m$ là phương sai của tỷ suất lợi nhuận thị trường; $\hat{\Sigma}_\varepsilon$ là ma trận đường chéo chứa phần dư phương sai $\sigma^2_{\varepsilon_i}$.

2.2.2 Ma trận hiệp phương sai mục tiêu được ước lượng từ mô hình tương quan cố định

Khi nhà đầu tư sử dụng mô hình SIM để ước lượng MTHPS mục tiêu co gọn, điều đó cho thấy họ đang dựa trên giả định rằng tỷ suất lợi nhuận của các cổ phiếu trong danh mục chịu tác động lớn bởi tỷ suất lợi nhuận của thị trường. Trong khi đó, nếu sử dụng mô hình CCM để ước lượng MTHPS mục tiêu co gọn, tức là dựa trên một giả định khác đó là tất cả các cặp cổ phiếu trong danh mục đều có mức độ tương quan giống nhau và bằng mức độ tương quan trung bình mẫu. Do đó, MTHPS mục tiêu được ước lượng từ mô hình CCM sẽ được xác định bởi các công thức như sau:

Đầu tiên, mức độ tương quan giữa hai cổ phiếu i, j (r_{ij}) được xác định như sau:

$$r_{i,t} = \frac{s_{ij}}{\sqrt{s_{ii}s_{jj}}},$$

Trong đó: S – MTHPS mẫu; và s_{ij} – phần tử của ma trận S.

Và mức độ tương quan trung bình mẫu của các cổ phiếu trong danh mục:

$$\bar{r} = \frac{2}{(N-1)N}\sum_{i=1}^{N-1}\sum_{j=i+1}^{N} r_{ij}$$

Cuối cùng, MTHPS mục tiêu được ước lượng từ mô hình CCM (Target matrix F) sẽ được xác định như sau:

$$f_{ii} = s_{ii} \text{ và } f_{ij} = \bar{r}\sqrt{s_{ii}s_{jj}}.$$

2.3. Hệ số co gọn (shrinkage intensity - σ)

Hệ số co gọn được hiểu là sự kết hợp tuyến tính giữa MTHPS mẫu và MTHPS mục tiêu co gọn, nó phản ánh mức độ tác động của các ma trận này lên MTHPS mới được ước lượng. Vì vậy, giá trị của hệ số co gọn luôn nằm trong khoảng từ 0 đến 1. Khi hệ số co gọn này có giá trị cao hoặc tiệm cận đến giá trị 1, điều này cho thấy rằng có nhiều sai số xảy ra trong ước lượng SCM, ngược lại sẽ không có sai số xảy ra trong ước lượng SCM nếu hệ số này đạt giá trị thấp hoặc tiệm cận với giá trị 0.

Dựa trên nghiên cứu của Ledoit & ctg (2003, 2004), hệ số co gọn tối ưu δ_* được tính toán như sau:

$$\delta_* = \frac{\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}[Var(s_{ij}) - Cov(f_{ij},s_{ij})]}{\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}[Var(f_{ij}-s_{ij}) + (\theta_{ii}-\sigma_{ij})^2]},$$

Trong đó: σ_{ij}, s_{ij} và f_{ij} – các phần tử trong ma trận Σ, S và F.

Với F là MTHPS mục tiêu co gọn, S là MTHPS mẫu và Σ là MTHPS chuẩn (true covariance matrix) và $\theta_{ij} = E(f_{ij})$ và $\sigma_{ij} = E(s_{ij})$.

3. Phương pháp nghiên cứu

Để đánh giá tính hiệu quả của phương pháp SCCM và SSIM trong việc tối ưu hóa DMĐT, tác giả cũng áp dụng một tiến trình kiểm định (backtesting process) được thực hiện tương tự như trong bài nghiên cứu trước (Nhat & ctg, 2020). Tiến trình kiểm định này sử dụng thông tin đầu vào là chuỗi dữ liệu về giá hàng tuần của các cổ phiếu, quy định tần suất giao dịch là mỗi tuần một lần và xem xét đến yếu tố chi phí giao dịch (bằng 0,3% tổng giá trị giao dịch mua/bán cổ phiếu) trong suốt quá trình kiểm định.

Dựa trên hệ thống kiểm định này, nhóm tác giả sẽ ước lượng và tính toán các tiêu chí cụ thể để đánh giá tính hiệu quả của từng DMĐT theo các phương pháp khác nhau. Các

tiêu chí đánh giá DMĐT bao gồm tỷ suất lợi nhuận của danh mục, rủi ro của danh mục, chỉ số Sharpe, mức độ thay đổi trạng thái của danh mục, mức lỗ tối đa, tỷ lệ chiến thắng và hệ số Alpha.

Tỷ suất lợi nhuận của danh mục phản ánh phần lời hoặc lỗ của DMĐT so với số tiền đầu tư ban đầu trong một khoảng thời gian nhất định, trong khi đó rủi ro của DMĐT lại phản ánh mức biến động của tỷ suất lợi nhuận danh mục trong khoảng thời gian đó và mức biến động này được đo lường bởi đại lượng thống kê độ lệch chuẩn (SD). Chỉ số Sharpe giúp các nhà đầu tư xem xét mức lợi nhuận thu được trên một đơn vị rủi ro khi đầu tư và được đo lường bởi tỷ suất lợi nhuận của DMĐT sau khi đã loại trừ tỷ suất lợi nhuận phi rủi ro chia cho độ lệch chuẩn của tỷ suất lợi nhuận danh mục. Bên cạnh đó, tiêu chí mức độ thay đổi trạng thái danh mục thể hiện mức độ ổn định của DMĐT. Chỉ tiêu này có giá trị càng thấp thì càng giúp các nhà đầu tư tiết kiệm được chi phí giao dịch và hạn chế được rủi ro thanh khoản trong giao dịch.

Mức lỗ tối đa là tiêu chí phản ánh mức lỗ lớn nhất của DMĐT trong một khoảng thời gian nhất định. Trong khi đó, tỷ lệ chiến thắng đo lường số lượng giao dịch đạt giá trị lợi nhuận dương trên tổng số giao dịch được thực hiện. Tỷ lệ này cao không đồng nghĩa với việc DMĐT này sẽ luôn mang lại lợi nhuận cho các nhà đầu tư, tuy nhiên nó cho thấy khả năng chiến thắng cao của DMĐT. Cuối cùng, hệ số Alpha là tiêu chí phản ánh tỷ suất lợi nhuận vượt trội của DMĐT so với tỷ suất lợi nhuận của thị trường. Nhà đầu tư luôn kỳ vọng giá trị dương cho hệ số Alpha, hệ số này càng cao càng phản ánh khả năng tạo ra lợi nhuận vượt trội của DMĐT.

Sự khác biệt cơ bản trong phương pháp nghiên cứu giữa bài nghiên cứu này và bài nghiên cứu trước là: thay vì chỉ kiểm định các phương pháp ước lượng trên một DMĐT duy nhất (N = 350 cổ phiếu), nhóm tác giả sẽ thực hiện kiểm định các phương pháp này trên bốn DMĐT có số lượng cổ phiếu khác nhau (N = 50,100, 200, 350). Sự phân tách các cổ phiếu thành các DMĐT khác nhau sẽ dựa vào mức độ thanh khoản của các cổ phiếu đó. N = 50 có nghĩa là DMĐT sẽ bao gồm 50 cổ phiếu có tính thanh khoản cao nhất thị trường; N = 100 là DMĐT bao gồm 100 cổ phiếu có tính thanh khoản cao nhất thị trường, tương tự như vậy đối với N = 200 và N = 350. Mức độ thanh khoản của một cổ phiếu sẽ được xác định thông qua khối lượng giao dịch trung bình trong 20 ngày của cổ phiếu đó.

4. Kết quả nghiên cứu thực nghiệm

4.1. Dữ liệu nghiên cứu

Dữ liệu đầu vào trong các mô hình lựa chọn DMĐT tối ưu là chuỗi dữ liệu về giá hàng tuần của các cổ phiếu trong danh mục được thu thập từ ngày 01/01/2011 đến ngày 01/01/2020 tương ứng với tổng số 468 mẫu quan sát. Giá của các cổ phiếu trong danh mục được xem xét là giá điều chỉnh, tức là giá đã điều chỉnh yếu tố liên quan đến việc chi trả cổ tức và chia tách cổ phiếu.

Dữ liệu nghiên cứu được nhóm tác giả chia thành hai giai đoạn cụ thể: (i) Giai đoạn khởi tạo (in-the-sample) được quy định từ ngày 01/01/2011 đến ngày 01/01/2013, tương ứng với 104 quan sát, được sử dụng để ước tính MTHPS và khởi tạo cho việc lựa chọn danh mục đầu tiên; và (ii) Giai đoạn kiểm định (out-of-sample), được quy định từ ngày 01/01/2013 đến ngày 01/01/2020, tương ứng với 364 quan sát, được sử dụng để đánh giá tính hiệu quả của các phương pháp lựa chọn DMĐT tối ưu. Danh mục sẽ được cập nhật và thay đổi trạng thái hàng tuần (weekly rebalance) dựa theo kết quả lựa chọn danh mục tối ưu từ mô hình.

Tổng số lượng công ty được xem xét trong nghiên cứu này là 350 công ty và đều được

niêm yết trên Sở Giao dịch Chứng khoán Thành phố Hồ Chí Minh (HOSE). Cổ phiếu của các công ty này đều đảm bảo tính thanh khoản trong giao dịch hàng ngày, đồng thời có thời gian niêm yết trên hai năm kể từ ngày chào bán công khai đầu tiên. Thêm vào đó, các công ty này sẽ được phân chia vào các danh mục khác nhau dựa vào tính thanh khoản của các cổ phiếu này.

Dữ liệu được lấy từ nguồn đáng tin cậy đó là HOSE với mệnh giá là VND. Ngoài ra, VNINDEX được xem là chỉ số thị trường và được sử dụng làm chỉ số tham chiếu trong mô hình một nhân tố (SIM) và mô hình co gọn trên một nhân tố (SSIM).

4.2. Tối ưu danh mục (Portfolio Optimization)

Hàm tối ưu được sử dụng trong việc lựa chọn DMĐT được xác định với công thức như sau:

$$\underbrace{\min}_{w} w^T \hat{\Sigma} w,$$

Với điều kiện: $w^T\mathbf{1} = 1, w_i > 0 \ \forall_i = \overline{1, N}$

Trong đó: $w = (w_1, w_2,\ldots,w_N)$ – trọng số của các cổ phiếu trong danh mục; $\mathbf{1}$ – véc tơ 1; và $\hat{\Sigma}$ – MTHPS được ước lượng.

Hàm tối ưu DMĐT này thường được gọi là hàm ước lượng phương sai nhỏ nhất (minimum – variance model), bởi vì kết quả tối ưu của nó sẽ là một DMĐT có giá trị phương sai nhỏ nhất, đồng nghĩa với việc DMĐT được lựa chọn sẽ có mức độ rủi ro thấp nhất hay mức biến động về lợi nhuận là nhỏ nhất. DMĐT tối ưu (w_*) được xác định từ $w_* = \Sigma^{-1}\mathbf{1}(\mathbf{1}^T\Sigma^{-1}\mathbf{1})^{-1}$, với Σ^{-1} là ma trận nghịch đảo của MTHPS được ước lượng $\hat{\Sigma}$.

Hơn nữa, điều kiện của DMĐT tối ưu là $w^T\mathbf{1} = 1, w_i > 0 \ \forall_i = \overline{1, N}$ cho thấy rằng, tổng trọng số của các cổ phiếu trong danh mục phải bằng 1 và trọng số của từng cổ phiếu phải lớn hơn 0. Hay nói một cách khác, hàm tối ưu này không xem xét đến hoạt động bán khống (short selling) để phù hợp với điều kiện thực tế trên thị trường chứng khoán Việt Nam.

4.3. Kết quả nghiên cứu

Dựa trên các tiêu chí đánh giá DMĐT được kiểm định từ ngày 01/01/2013 đến ngày 01/01/2020, nhóm tác giả có thể thấy rằng hai phương pháp ước lượng MTHPS co gọn cho kết quả tốt hơn rất nhiều so với phương pháp

Bảng 1: Tổng hợp kết quả kiểm định của các phương pháp tối ưu DMĐT trong giai đoạn từ ngày 01/01/2013 đến ngày 01/01/2020

Đơn vị tính: %

Các phương pháp ước lượng	Tiêu chí đánh giá kết quả DMĐT						
	Lợi nhuận trung bình (năm)	Rủi ro trung bình (năm)	Chỉ số Sharpe (lần)	Mức độ thay đổi trạng thái danh mục (Ngày)	Mức lỗ tối đa	Tỷ lệ chiến thắng	Alpha
N = 50							
SCM	2,37	17,35	-0,036	8,33	-36,68	51,38	-7,43
SSIM	3,25	17,1	0,013	7,82	-35,81	51,6	-6,69
SCCM	9,27	16,24	0,354	6,73	-27,42	51,78	-1,2
N = 100							
SCM	3,71	16,8	0,028	9,45	-40,36	51,83	-5,36
SSIM	3,64	16,05	0,021	9,27	-35,22	52,75	-5,58
SCCM	9,12	14,93	0,359	7,69	-20,6	52,64	-0,63

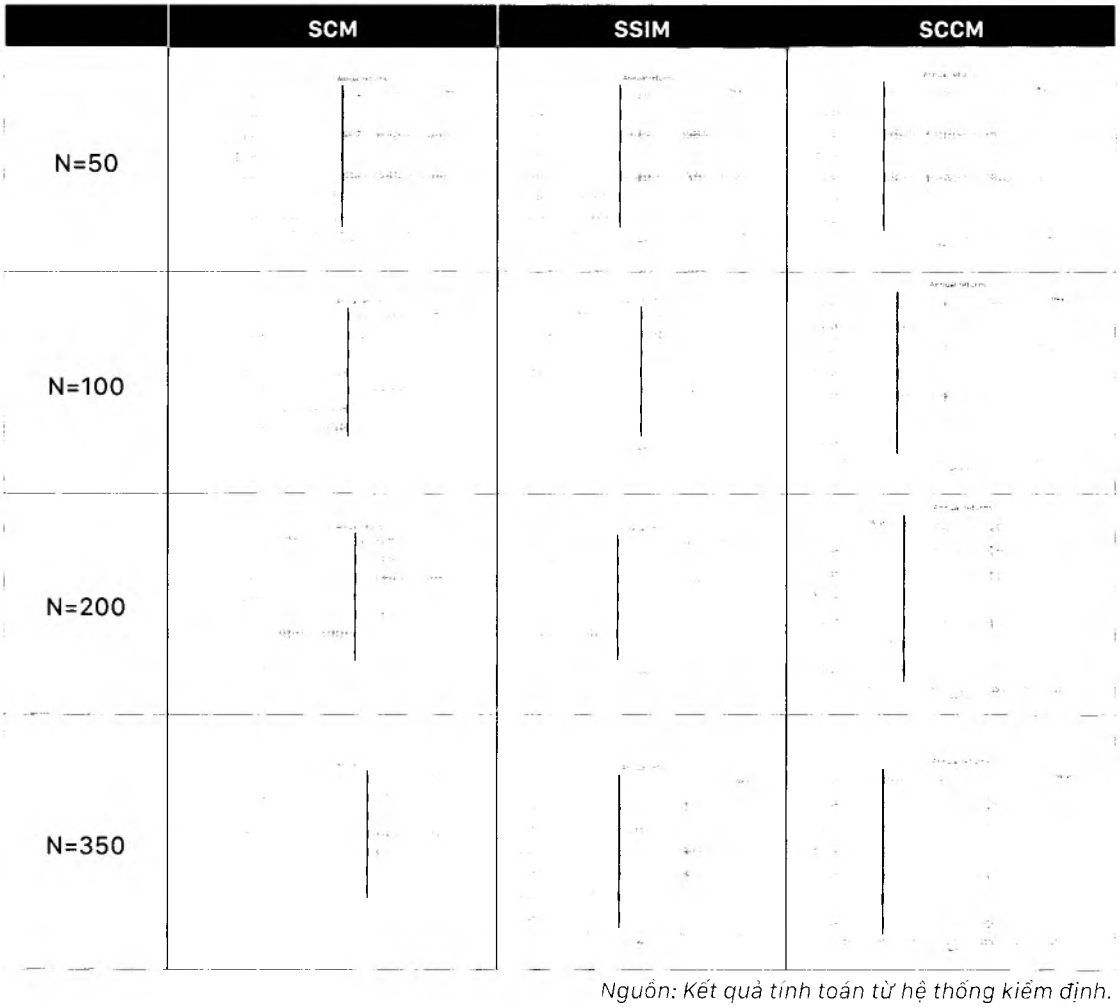
Các phương pháp ước lượng	Tiêu chí đánh giá kết quả DMĐT						
	Lợi nhuận trung bình (năm)	Rủi ro trung bình (năm)	Chỉ số Sharpe (lần)	Mức độ thay đổi trạng thái danh mục (Ngày)	Mức lỗ tối đa	Tỷ lệ chiến thắng	Alpha
N = 200							
SCM	5,5	14,59	0,122	11,06	-25,97	51,32	-2,28
SSIM	8,54	12,8	0,36	10,62	-21,09	52,8	0,55
SCCM	13,52	11,22	0,787	7,48	-16,67	54,64	5,21
N = 350							
SCM	1,77	13,49	-0,129	7,52	-27,99	51,6	-4,28
SSIM	10,79	10,34	0,615	5,04	-13,95	54,3	4,14
SCCM	14,83	8,96	1,07	4,49	-10,54	55,9	7,62

Nguồn: Kết quả tính toán từ hệ thống kiểm định.

ước lượng MTHPS mẫu truyền thống. Trong đó, phương pháp ước lượng SCCM thể hiện sự vượt trội hoàn toàn so với phương pháp ước lượng SSIM trong tất cả bốn danh mục được xem xét (N = 50, 100, 200, 350).

Cụ thể như sau, lợi nhuận trung bình của phương pháp SCCM trong giai đoạn kiểm định trên bốn danh mục khác nhau cho kết quả vượt trội so với phương pháp SSIM trung bình khoảng 5,13%/năm, mức lợi nhuận vượt trội này có xu hướng giảm xuống khi số lượng cổ phiếu xem xét trong danh mục tăng lên (mức vượt trội lớn nhất là 6,02%/năm khi N = 50 và nhỏ nhất là 4%/năm khi N = 350). Bên cạnh đó, phương pháp SCCM có lợi nhuận trung bình cao hơn rất nhiều so với phương pháp ước lượng truyền thống (SCM) trên tất cả các danh mục được kiểm định (lợi nhuận vượt trội trung bình khoảng 8,35%/năm). Đặc biệt, khi số lượng cổ phiếu trong danh mục tăng lên, phương pháp SCCM sẽ tốt hơn trong việc lựa chọn DMĐT tối ưu so với phương pháp truyền thống SCM (mức vượt trội về lợi nhuận là 6,9% khi N = 50 và tăng lên 13,1% khi N = 350). Trong khi đó, phương pháp co gọn trên SIM cũng cho kết quả lợi nhuận trung bình vượt trội so với phương pháp truyền thống SCM, nhưng sự vượt trội này chỉ thể hiện rõ ràng khi số lượng cổ phiếu trong danh mục có số lượng lớn N ≥ 200, ngược lại khi N 100 sự vượt trội này là không đáng kể (Hình 1).

Mức độ rủi ro hay mức biến động trung bình của DMĐT theo phương pháp SCCM cũng đạt giá trị thấp nhất so với phương pháp SSIM và phương pháp truyền thống SCM trên bốn danh mục được xem xét. Đặc biệt, khi số lượng cổ phiếu được xem xét càng tăng cao thì mức độ biến động trung bình của DMĐT theo phương pháp SCCM có giá trị càng thấp. Kết quả kiểm định trong giai đoạn 2013–2020 cho thấy rằng, mức độ biến động trung bình của danh mục theo phương pháp SCCM giảm từ 16,24% xuống giá trị 8,96% khi số lượng cổ phiếu trong danh mục tăng từ 50 đến 350 cổ phiếu. Trong khi đó, mức độ biến động trung bình của danh mục theo phương pháp SSIM dao động từ 17,1% đến 10,34% và danh mục theo phương pháp truyền thống là 17,35% đến 13,49%. Chính vì cả tiêu chí lợi nhuận trung bình và mức độ biến động của danh mục theo phương pháp SCCM tốt hơn nhiều so với phương pháp SSIM và phương pháp SCM, dẫn đến chỉ số Sharpe của SCCM (dao động từ 0.36 đến 1,07) cũng tốt hơn nhiều so với SSIM (dao động từ 0,013 đến 0,615) và SCM (dao động từ -0,129 đến 0,122) (Hình 2).

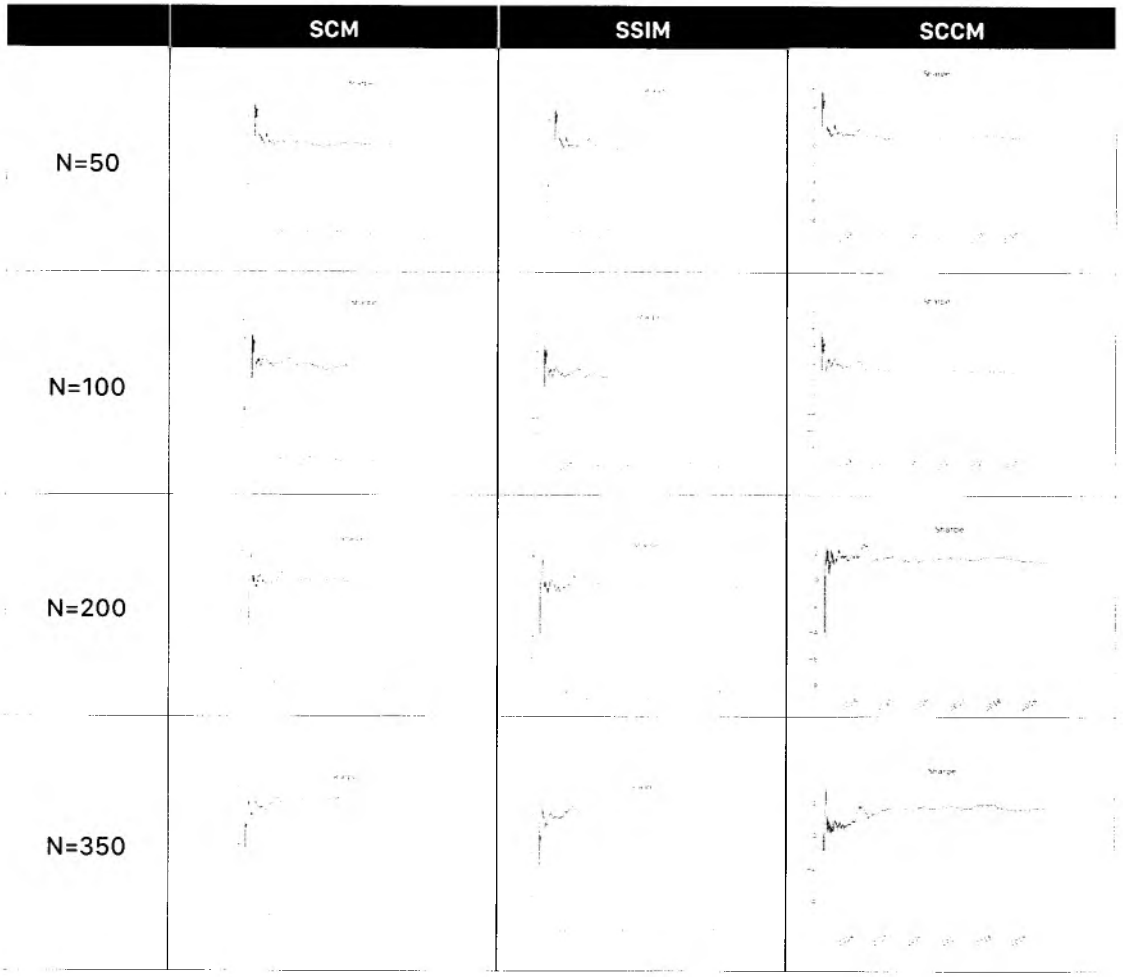


Nguồn: Kết quả tính toán từ hệ thống kiểm định.

Hình 1: Tỷ suất lợi nhuận trung bình hàng năm của các DMĐT theo các phương pháp ước lượng trong giai đoạn từ ngày 01/01/2013 đến ngày 01/01/2020

Sự vượt trội về mặt lợi nhuận của phương pháp SCCM còn được thể hiện qua chỉ số Alpha và tỷ lệ chiến thắng trên tất cả các danh mục được xem xét. Trong suốt giai đoạn kiểm định 2013–2020, chỉ số Alpha của phương pháp SCCM luôn đạt giá trị cao hơn so với chỉ số Alpha của phương pháp SSIM và phương pháp SCM; đồng thời, chỉ số Alpha của SCCM bắt đầu vượt trội so với lợi nhuận lý thuyết được tính trên mô hình CAPM (chỉ số Alpha > 0) khi số lượng cổ phiếu xem xét trong danh mục N ≥ 200. Đối với tiêu chí tỷ lệ chiến thắng, phương pháp SCCM cũng cho thấy sự vượt trội. Tỷ lệ chiến thắng trung bình của phương pháp SCCM trên bốn DMĐT được xem xét là 53,74% cao hơn đáng kể so với phương pháp SSIM là 52,8% và phương pháp SCM là 51,5%.

Trong điều kiện thị trường tài chính có những diễn biến xấu bất ngờ, phương pháp SCCM vẫn mang đến sự an toàn cho các nhà đầu tư hơn so với phương pháp SSIM và SCM. Điều này được thể hiện thông qua tiêu chí mức độ lỗ tối đa của DMĐT trong giai đoạn 2013–2020, mức độ lỗ tối đa trung bình trên bốn DMĐT được xem xét của phương pháp SCCM là 18,8%, thấp hơn rất nhiều so với mức lỗ tối đa trung bình của phương pháp SSIM là 26,5% và phương pháp truyền thống SCM là 32,75% (Hình 3).

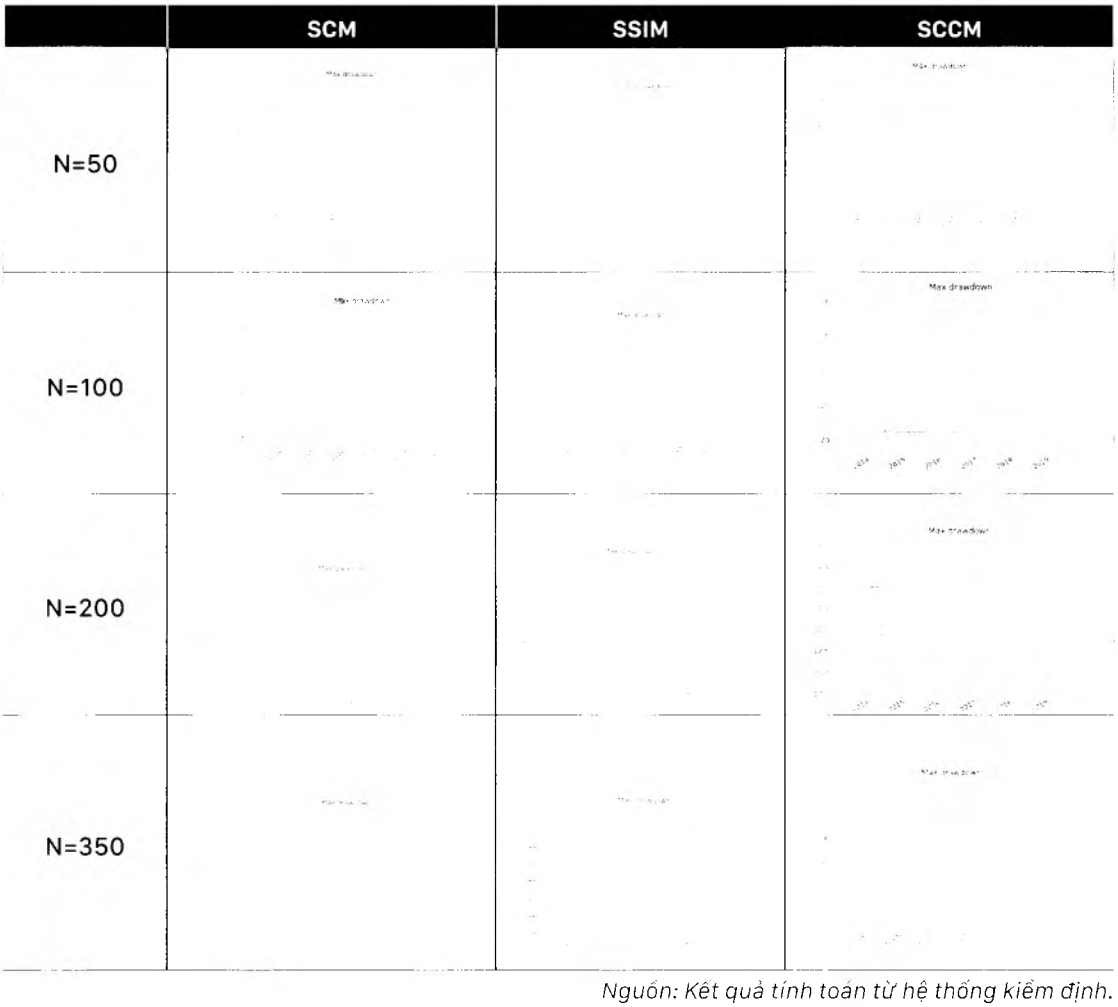


Nguồn: Kết quả tính toán từ hệ thống kiểm định.

Hình 2: Chỉ số Sharpe của các DMĐT theo các phương pháp ước lượng trong giai đoạn từ ngày 01/01/2013 đến ngày 01/01/2020

Bên cạnh đó, khi đánh giá về mức độ thay đổi DMĐT, phương pháp SCCM cũng cho thấy mức độ ổn định hơn rất nhiều so với hai phương pháp còn lại. Mức độ thay đổi này trung bình chỉ khoảng 6,59%/ngày trên bốn DMĐT được xem xét, tương ứng với sự thay đổi khoảng 32,95% giá trị DMĐT trong một tuần giao dịch, thấp hơn nhiều so với phương pháp SSIM trung bình là 8,19%/ngày (tương ứng mức thay đổi 41%/tuần) và phương pháp SCM trung bình là 9,09%/ngày (tương ứng mức thay đổi 45,45%/tuần). Với giá trị mức độ thay đổi trạng thái danh mục đạt giá trị thấp, phương pháp SCCM sẽ tiết kiệm được chi phí giao dịch và hạn chế các rủi ro thanh khoản phát sinh trong quá trình giao dịch (Hình 4).

Thêm vào đó, khi quan sát hệ số co gọn tối ưu của hai phương pháp co gọn trên bốn DMĐT được xem xét trong giai đoạn 2013–2020, nhóm tác giả có thể giải thích được lý do phương pháp co gọn trên CCM đưa ra kết quả tốt hơn rất nhiều so với phương pháp co gọn trên SIM, đồng thời sự vượt trội này sẽ giảm xuống khi số lượng cổ phiếu trong DMĐT có xu hướng tăng lên. Thứ nhất, hệ số co gọn theo phương pháp SCCM có giá trị dao động trung bình từ 0,25 đến 0,6; trong khi đó hệ số co gọn theo phương pháp SSIM



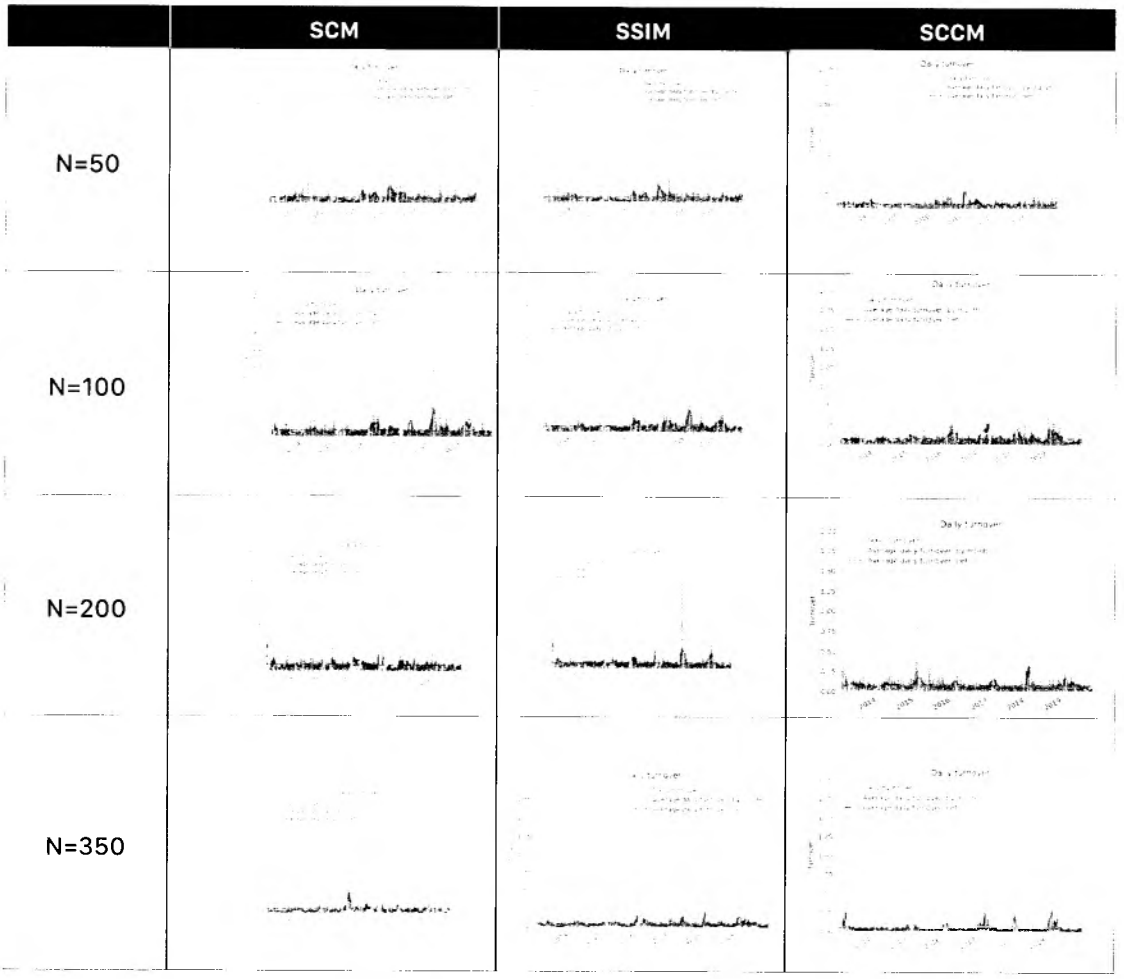
Nguồn: Kết quả tính toán từ hệ thống kiểm định.

Hình 3: Mức lỗ tối đa của các DMĐT theo các phương pháp ước lượng trong giai đoạn từ ngày 01/01/2013 đến ngày 01/01/2020

chỉ dao động quanh giá trị trung bình từ 0,05 đến 0,37. Khu vực dao động trung bình của hệ số co gọn theo phương pháp SCCM có giá trị cao hơn và ổn định hơn nhiều so với phương pháp SSIM. Điều này cho thấy rằng, ma trận mục tiêu co gọn trong phương pháp SCCM đã giải quyết tốt những sai số xảy ra trong ước lượng MTHPS mẫu hơn so với ma trận mục tiêu co gọn theo phương pháp SSIM, từ đó tạo ra một ma trận đầu vào mới phù hợp cho mô hình tối ưu DMĐT. Thứ hai, hệ số co gọn của hai phương pháp SCCM và SSIM có xu hướng biến động giống nhau khi số lượng cổ phiếu trong DMĐT tăng lên. Điều này giải thích tại sao số lượng cổ phiếu trong DMĐT càng nhiều, thì sự khác biệt giữa hai phương pháp này sẽ có xu hướng giảm xuống (Hình 5).

5. Kết luận

Kết quả nghiên cứu thực nghiệm trên thị trường chứng khoán Việt Nam trong giai đoạn từ ngày 01/01/2013 đến ngày 01/01/2020 cho thấy rằng, việc tối ưu hóa DMĐT theo phương pháp co gọn trên ma trận mục tiêu là CCM cho kết quả vượt trội hơn rất nhiều so với phương pháp co gọn trên ma trận mục tiêu là SIM và phương pháp truyền thống. Sự vượt trội này được phản ánh trên hầu hết các tiêu chí được

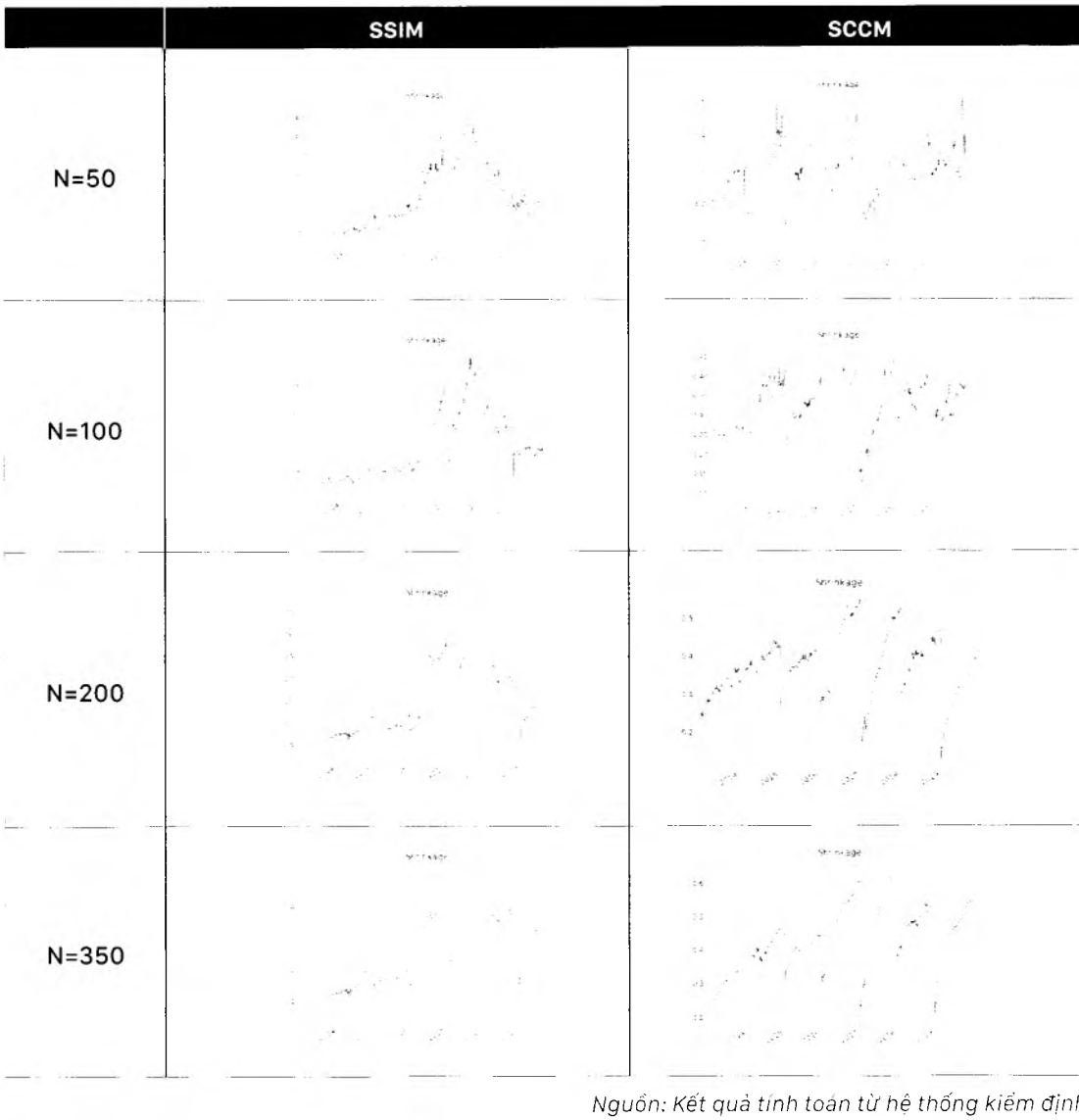


Nguồn: Kết quả tính toán từ hệ thống kiểm định.

Hình 4: Mức độ thay đổi trạng thái DMĐT theo các phương pháp ước lượng trong giai đoạn từ ngày 01/01/2013 đến ngày 01/01/2020

sử dụng để đánh giá tính hiệu quả của các DMĐT bao gồm: tỷ suất lợi nhuận trung bình của danh mục, mức độ rủi ro trung bình của danh mục, chỉ số Sharpe, mức lỗ tối đa của danh mục, tỷ lệ chiến thắng và hệ số Alpha.

Sự vượt trội giữa phương pháp co gọn SCCM và phương pháp truyền thống SCM có xu hướng tăng lên khi số lượng cổ phiếu trong DMĐT tăng, trong khi đó sự vượt trội của phương pháp co gọn SCCM so với phương pháp co gọn SSIM lại có xu hướng giảm xuống khi số lượng cổ phiếu trong DMĐT tăng lên (N = 350). Điều này được lý giải là do khả năng xử lý thiếu hiệu quả và xảy ra nhiều sai số trong việc ước lượng MTHPS của phương pháp truyền thống SCM khi số chiều của ma trận ước lượng tăng lên. Trong khi đó, hệ số co gọn tối ưu của phương pháp SSIM lại có xu hướng hoạt động tốt hơn trong điều kiện số lượng cổ phiếu trong DMĐT tăng cao. Cụ thể, trong điều kiện này, khu vực dao động trung bình của hệ số co gọn tối ưu theo phương pháp SSIM có xu hướng tăng lên và có khuynh hướng biến động giống như hệ số co gọn tối ưu theo phương pháp SCCM; từ đó, khắc phục được những sai số xảy ra trong quá trình ước lượng MTHPS trong việc lựa chọn DMĐT tối ưu.



Nguồn: Kết quả tính toán từ hệ thống kiểm định.

Hình 5: Hệ số co gọn của hai phương pháp ước lượng SSIM và SCCM trong giai đoạn từ ngày 01/01/2013 đến ngày 01/01/2020

Trong bài nghiên cứu này, nhóm tác giả chỉ xem xét DMĐT có số lượng cổ phiếu tối đa là N = 350. Trong tương lai, các nhà nghiên cứu có thể nâng số lượng cổ phiếu trong DMĐT để đánh giá tốt hơn sự khác biệt giữa phương pháp co gọn SCCM và SSIM trong việc lựa chọn DMĐT tối ưu trên thị trường chứng khoán Việt Nam. Thêm vào đó, các nhà nghiên cứu có thể xem xét thay đổi các ma trận mục tiêu co gọn khác, bên cạnh ma trận mục tiêu CCM và SIM; đồng thời thay đổi cách thức kết hợp tuyến tính trong phương pháp co gọn bằng các kỹ thuật phi tuyến tính khác để tạo ra các MTHPS mới có tính ổn định và dự báo tốt hơn trong việc lựa chọn DMĐT tối ưu.

Tài liệu tham khảo

Abadir, K., Distaso, W., & Zikess, F. (2014). Design-free estimation of variance matrices. *Journal of Econometrics,* 181,165-180.

Bartz, D., Hohne, J., &Muller, K-R. (2014). *Multi-Target Shrinkage. ArXiv e-prints.* Referred to on pages 2 and 15.

Chen, Y., Wiesel, A., & Hero, A. (2010). Robust shrinkage estimation of high-dimensional covariance matrices. *In Sensor Array and Multichannel Signal Processing Workshop (SAM), 2010 IEEE,* 189-192

DeMiguel, V. & Francisco N. (2009). Portfolio selection with robust estimation. *Operations Research,* 57(3), 560-577.

Fisher, T. J. & Sun, X. (2011). Improved Stein-type shrinkage estimators for the high-dimensional multivariate normal covariance matrix. *Comput. Statist. Data Anal.* 55(5), 1909-1918.

Gray, H., Leday, G., Vallejos, C., & Richardson, S. (2018). Shrinkage estimation of large covariance matrices using multiple shrinkage targets. *arXiv: Methodology.*

Ikeda, Y., Kubokawa, T., Srivastava, M. S., et al. (2015). Comparison of Linear Shrinkage Estimators of a Large Covariance Matrix in Normal and Non-normal Distributions. Technical report, CIRJE, *Faculty of Economics,* University of Tokyo.

Jorion, P. (1986). Bayes-Stein estimation for portfolio analysis. *Journal of Financial and Quantitative Analysis,* 21(3), 279-292.

Lam, C. (2016). Nonparametric eigenvalue-regularized precision or covariance matrix estimator. *Annals of Statistics,* 44(3), 928-953.

Lancewicki, T. &Aladjem, M. (2014). Multi-target shrinkage estimation for covariance matrices. *IEEE Transactions on Signal Processing,* 62(24), 6380-6390.

Ledoit, O. &Wolf, M. (2004b). Improved estimation of the covariance matrix of stock returns with an application to portfolio selection. *Journal of Empirical Finance,* 10(5), 603-621.

Ledoit, O. & Wolf, M. (2004a). Honey, I shrunk the sample covariance matrix. *Journal of Portfolio Management,* 30(4), 110-119.

Ledoit, O. & Wolf, M. (2012). Nonlinear shrinkage estimation of large-dimensional covariance matrices. *Annals of Statistics,* 40(2), 1024-1060.

Ledoit, O. & Wolf, M. (2015). Spectrum estimation: a unified framework for covariance matrix estimation and PCA in large dimensions. *Journal of Multivariate Analysis,* 139(2), 360-384.

Ledoit, O. & Wolf, M. (2017a). Nonlinear shrinkage of the covariance matrix for portfolio selection: Markowitz meets Goldilocks. *Review of Financial Studies.* Doi: 10.1093/rfs/hhx052.

Ledoit, O. & Wolf, M. (2017b). Numerical implementation of the QuEST function. Computational Statistics & Data Analysis, 115,199-223.

Liu, X.(2014). Portfolio optimization via generalized multivariate shrinkage. *Journal of Finance & Economics,* 2, 54-76

Nhat M. Nguyen, Trung D. Nguyen & Ngan Huynh (2020). Portfolio Optimization Based on the Shrinkage Estimator for Covariance Matrices: An Empirical Study on Vietnam's Stock Market. *Asian Journal of Economics and Banking,* 168, 54-71.

Stein, C. (1986). Lectures on the theory of estimation of many parameters. *Journal of Mathematical Sciences,* 34(1), 1373-1403.

Schafer, J., Strimmer, K., et al. (2005). A shrinkage approach to large-scale covariance matrix estimation and implications for functional genomics. *Statistical applications in genetics and molecular biology*, 4(1), 32.

Touloumis, A. (2015). Nonparametric Stein-type shrinkage covariance matrix estimators in high-dimensional settings. Comput. *Statist. Data Anal*, 83, 251-261.

The Suitable Shrinkage Target Matrix for Portfolio Optimization on Vietnamese Stock Market

Nguyen Minh Nhat[(1)]
Nguyen Duc Trung[(2)]

Received: 20 April 2020 | **Revised:** 02 May 2021 | **Accepted:** 10 May 2021

ABSTRACT: The shrinkage method proposed by Ledoit and Wolf (2003) is often used to estimate covariance matrices for portfolio optimization models, especially in the context of high – dimensional portfolios. The main idea of this method is to apply the linear combination between sample covariance matrix and shrinkage target matrix for estimating the covariance matrix. However, it is not easy for the investors to choose the suitable shrinkage target matrix. Therefore, the purpose of this paper is to apply two methods that are shrinkage to constant correlation model and shrinkage to single index model for covariance matrix estimation in the optimal portfolio selection, and determine which one will be the most properly on the Vietnamese stock market based on particular portfolio performance metrics. The empiral results show that the shrinkage towards constant correlation model provides superior results than the shrinkage to single index model on almost of the performance metrics such as return, risk, sharpe ratio, maximum drawdown, winning rate and Jensen's Alpha.

KEYWORDS: shrinkage target matrix, shrinkage intensity, sample covariance matrix, shrinkage towards constant correlation model, shrinkage to single index model.

JEL classification: C51, C55, G11.

✉ **Nguyen Minh Nhat / Email:** nhatnm@buh.edu.vn.
Nguyen Duc Trung / Email: trungnd@buh.edu.vn.

(1), (2) Banking University of HCMC;
36 Ton That Dam Street, Nguyen Thai Binh Ward, District 1, Ho Chi Minh City.