



## DEVELOPING PROGRAM FOR ASPHALT PAVEMENT STRUCTURE ANALYSIS BY FINITE LAYER METHOD

**Khuong Le Nguyen\***

University of Transport Technology, No 54 Trieu Khuc Street, Hanoi, Vietnam

### ARTICLE INFO

TYPE: Research Article

Received: 12/01/2021

Revised: 26/02/2021

Accepted: 28/02/2021

Published online: 15/04/2021

<https://doi.org/10.47869/tcsj.72.3.5>

\*Corresponding author

Email: [khuongln@utt.edu.vn](mailto:khuongln@utt.edu.vn)

**Abstract.** Finite element method (FE) has been widely used in simulating and predicting degradation of asphalt pavement. However, the three-dimensional (3D) model in commercial software such as ABAQUS or open-source software like Cast3M requires an important computation time and resources. To solve this problem, several simplified models are developed for specific purposes. In this study, the basic theory of finite layer method is presented. This method is the basis for developing FastKM source code in Python programming language and user interface that allows simulation of multi-layered asphalt pavement structures. The obtained results are graphs and color charts showing displacement, stress, and deformation of the structure under static load. Next, a typical asphalt pavement was simulated on 3 softwares, CAST3M, ABAQUS and FastKM with 3 different analysis methods: LET (Layer Elastic Theory), FEM (Finite Element Method) and Finite Layer Method (FLM) to verify the accuracy of FastKM as well as compare computation time between these three models. FastKM using FLM method gives accurate results equivalent to 3D finite element model on Abaqus and computation time is faster than the other two methods.

**Keywords:** Finite layer method; asphalt pavement; FEM; Cast3M; Abaqus; FastKM.

© 2021 University of Transport and Communications



## PHÁT TRIỂN CHƯƠNG TRÌNH TÍNH TOÁN KẾT CẤU MẶT ĐƯỜNG NHỰA THEO PHƯƠNG PHÁP PHÂN LỚP HỮU HẠN

Lê Nguyên Khương\*

Trường Đại học Công nghệ Giao thông vận tải, Số 54 Triều Khúc, Thanh Xuân, Hà Nội, Việt Nam

### THÔNG TIN BÀI BÁO

CHUYÊN MỤC: Công trình khoa học

Ngày nhận bài: 12/01/2021

Ngày nhận bài sửa: 26/02/2021

Ngày chấp nhận đăng: 28/02/2021

Ngày xuất bản Online: 15/04/2021

<https://doi.org/10.47869/tcsj.72.3.5>

\*Tác giả liên hệ

Email: khuongln@utt.edu.vn

**Tóm tắt.** Phương pháp phần tử hữu hạn (FE) đã được sử dụng rộng rãi trong việc mô phỏng và dự báo sự xuống cấp của kết cấu mặt đường nhựa. Tuy nhiên, mô hình khối ba chiều (3D) trong các hệ thống phần mềm thương mại như ABAQUS hay phần mềm mã nguồn mở như Cast3M đòi hỏi tài nguyên và thời gian tính toán lớn. Để giải quyết vấn đề này, các mô hình đơn giản hóa được quan tâm phát triển cho các mục tiêu cụ thể. Trong nghiên cứu này, lý thuyết cơ bản về phương pháp phân lớp hữu hạn (Finite Layer Method) được trình bày và là cơ sở phát triển mã nguồn FastKM bằng ngôn ngữ lập trình Python và giao diện người dùng cho phép mô phỏng bài toán kết cấu mặt đường nhựa nhiều lớp. Kết quả nhận được là đồ thị và biểu đồ màu thể hiện chuyển vị, ứng suất, biến dạng của kết cấu. Tiếp đó, một kết cấu mặt đường nhựa điển hình được mô phỏng trên 3 phần mềm là CAST3M, ABAQUS và FastKM theo với 3 phương pháp phân tích khác nhau là LET (Layer Elastic Theory), FEM (Finite Element Method) và phân lớp hữu hạn FLM (Finite Layer Method) nhằm kiểm chứng tính chính xác cũng như so sánh thời gian tính toán giữa các mô hình. Phần mềm FastKM sử dụng phương pháp FLM cho kết quả chính xác tương đương với mô hình phần tử hữu hạn 3D trên Abaqus và thời gian tính toán nhanh hơn hai phương pháp còn lại.

**Từ khóa:** Phương pháp phân lớp hữu hạn; kết cấu áo đường mềm; phần tử hữu hạn; Cast3M, Abaqus; FastKM.

## 1. ĐẶT VẤN ĐỀ

Việc phân tích các trạng thái ứng suất có tầm quan trọng đáng kể đối với việc thiết kế, xây dựng, bảo trì và phục hồi kết cấu mặt đường nhựa (MĐN) trên thực tế. Trong vài thập kỷ qua, rất nhiều phần mềm máy tính đã được phát triển và ngày càng được sử dụng thường xuyên trong quá trình thiết kế và đánh giá MĐN.

Tại một số nước ở châu Âu như Đức, Pháp, các hướng dẫn cho việc thiết kế, phân tích cấu trúc mặt đường nhựa [1-3] đề xuất sử dụng lý thuyết đàn hồi theo lớp (LET - Layer Elastic Theory) kết hợp dạng phần tử tám để tính toán ứng suất, biến dạng và chuyển vị theo ảnh hưởng của nhiệt độ tại các lớp nền đường bê tông nhựa (BTN). Do sự đơn giản của nó, phương pháp LET đã được sử dụng bởi các kỹ sư trong nhiều thập kỷ qua. Hiện nay, LET đã được mở rộng để tích hợp ứng xử phi tuyến, đàn nhót của vật liệu cũng như tải trọng không đồng nhất [4]. Tuy nhiên, các phần mềm thông dụng đang được sử dụng trong tính toán thiết kế MĐN vẫn còn hạn chế trong việc dự báo chính xác ứng xử thực tế của kết cấu do hầu hết đều giả định các lớp MĐN là đồng nhất, đẳng hướng và đàn hồi tuyến tính; tất cả các vật liệu đều không trọng lượng (không có hiệu ứng quán tính được xem xét); các mẫu thí nghiệm MĐN chỉ chịu tác dụng tải trọng tĩnh [5].

Chi tiết hơn về các phần mềm chuyên biệt được phát triển cho tính toán kết cấu MĐN, BISAR được biết tới do viện công nghệ Asphalt, Anh phát triển từ những năm 1990, CAPA-3D do đại học Công nghệ Delft, Delft, Hà Lan phát triển từ những năm 2000 hay APADS 2D được tạo bởi viện nghiên cứu đường bộ Austroads, Sydney, Úc cách đây không lâu. Hiện nay, CAPA-3D hay APADS có thể mô phỏng được các bài toán tuyến tính, phi tuyến, có xét tới các mô hình vật liệu đàn nhót nhưng do nhu cầu phần cứng máy tính và thời gian thực hiện dài nên các phần mềm này chủ yếu được sử dụng cho mục đích nghiên cứu. Ngoài ra, các phần mềm thương mại nổi tiếng như ABAQUS (SIMULIA, Johnston, RI, USA) và ANSYS (ANSYS, Canonsburg, PA, USA), cũng được sử dụng để mô phỏng kết cấu MĐN với các mô hình vật liệu và phương pháp tính mạnh mẽ tuy nhiên chi phí bản quyền đắt đỏ và quá trình đào tạo tốn thời gian nên không đáp ứng được nhu cầu thực tế của các kỹ sư thực hành.

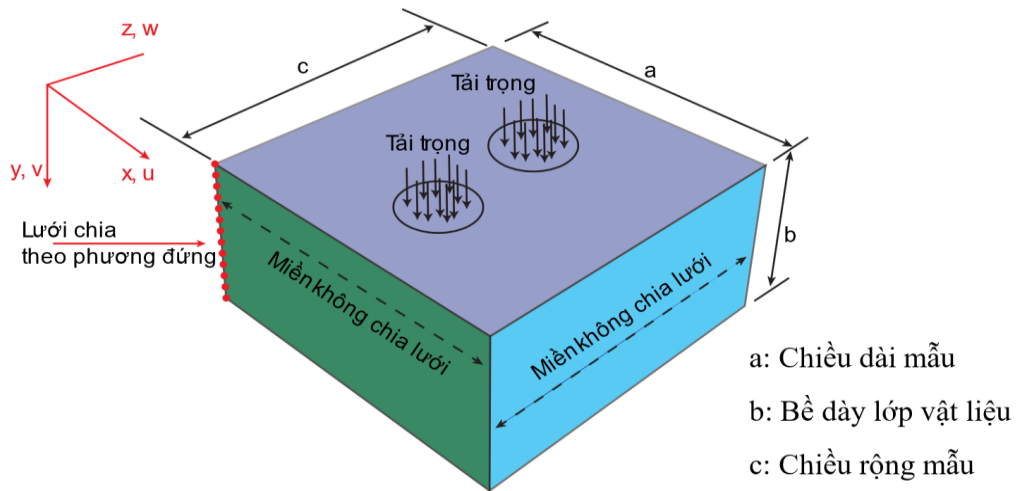
Một trong những phương pháp được đề xuất để khắc phục vấn đề trên là chuyển vị theo các phương ngang vuông góc với trục tác dụng tải trọng được bằng tính toán bằng khai triển chuỗi Fourier. Bài toán mô phỏng kết cấu mặt đường trong không gian 3 chiều vì thế được đơn giản hóa thành bài toán trong không gian 2 chiều hoặc một chiều tùy thuộc vào mục đích cụ thể. Đây là phương pháp bán giải tích kết hợp phần tử hữu hạn và giải tích, lần đầu tiên được phát triển trong phân tích tuyến tính bởi Wilson [6]. Phương pháp này đã được mở rộng với mô hình vật liệu đàn nhót bởi Winnicki và Zienkiewicz [7] để giải quyết ứng xử phi tuyến vật liệu. Tiếp đó, Carter và Booker [8,9] sử dụng phân tích Fourier liên tục nhằm phân tích kết cấu MĐN chịu tải trọng không đối xứng. Diễn hình cho phương pháp này, phần mềm SAFEM đã được phát triển bởi Liu cùng các cộng sự [10-12] tích hợp các mô hình vật liệu đàn nhót và các phương pháp phân tích ảnh hưởng của tải trọng động.

Gần đây, phương pháp phân lớp hữu hạn (FLM - Finite Layer Method) được đề xuất như một giải pháp hiệu quả trong phân tích ứng xử của kết cấu MĐN, vừa giảm thiểu các yêu cầu về tài nguyên và độ phức tạp trong mô hình, vừa đảm bảo được độ chính xác cần thiết của kết quả đạt được. Phương pháp này là sự kết hợp giữa phần tử hữu hạn một chiều (1D) theo phương thẳng đứng và phân tích Fourier theo hai hướng ngang còn lại. FLM được coi là sự phát triển hơn nữa của phương pháp bán giải tích kết hợp FEM đã trình bày ở trên. Ý tưởng này đặc biệt thích hợp cho các kết cấu nhiều lớp như MĐN. Hơn nữa, do việc sử dụng chuỗi Fourier theo hai hướng, thời gian tính toán của FLM thấp hơn đáng kể so với các phương pháp phân tích FE thông thường. FLM bắt đầu được áp dụng trong phân tích các nền đàn hồi từ năm 1979 [13] với các lý thuyết và tính toán cơ bản được đề xuất. Sau đó, phương pháp này được phát triển thêm để phân tích các loại đất không đồng nhất có mô đun tăng tuyến tính theo độ sâu [14] hay tính toán ứng xử của các lớp vật liệu có tính đàn nhót [15]. Gần đây, FLM đã được phát triển và tích hợp trong phần mềm 3D-Move để tính toán phản ứng động của kết cấu MĐN [16, 17]. Mô hình 3D-Move có thể tính đến các yếu tố quan trọng ảnh hưởng tới ứng xử tổng thể của kết cấu mặt đường nhựa như tải trọng di chuyển, từ biến, ma sát giữa bánh xe với mặt đường và đặc tính đàn nhót của vật liệu.

Mặc dù các phần mềm nêu trên có phiên bản miễn phí nhưng không phải là mã nguồn mở, việc tùy biến hay tích hợp các mô hình vật liệu mới vào phần mềm vì thế gặp nhiều khó khăn. Nhận biết được những ưu điểm nổi bật của phương pháp FLM trong việc mô hình kết cấu MĐN, nhóm nghiên cứu tập trung xây dựng chương trình FastKM tích hợp thư viện nguồn mở hỗ trợ tính toán phần tử hữu hạn SfePy (Simple Finite Elements in Python) viết bằng ngôn ngữ Python. Dự án SfePy sử dụng Git để quản lý mã nguồn và trang web GitHub để lưu trữ và trao đổi mã nguồn giữa các nhà phát triển [18, 19]. Phiên bản 2020.4 hiện tại được lưu trữ tổng cộng 867 tệp với tổng số 178396 dòng và 7540 lần cập nhật bởi 20 tác giả. Mã nguồn và thông tin chi tiết về dự án được tìm thấy trên website chính thức: <http://sfepy.org/doc-devel/development.html>

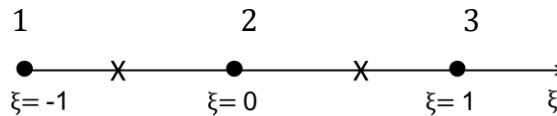
Trong giai đoạn phát triển đầu tiên, phần mềm FastKM tập trung giải quyết bài toán tính toán kết cấu mặt đường nhựa nhiều lớp với giả thiết vật liệu làm việc ở trạng thái đàn hồi, chịu tác dụng của tải trọng tĩnh phân bố và ảnh hưởng của nhiệt độ. Kết quả đầu ra là ứng suất, biến dạng tại các lớp vật liệu, phục vụ cho bài toán thiết kế kết cấu áo đường nhựa theo các tiêu chuẩn hiện hành. Nội dung của bài báo tóm tắt lại lý thuyết tính theo phương pháp phân lớp hữu hạn tích hợp trong phần mềm FastKM, xây dựng thư viện nguồn mở và giao diện người dùng cho bài toán mô phỏng kết cấu áo đường nhiều lớp. Tiếp đó, một kết cấu mặt đường nhựa điển hình được mô phỏng trên 3 phần mềm CAST3M [20], ABAQUS và FastKM tương ứng với 3 phương pháp phân tích khác nhau là LET (Layer Elastic Theory), FEM (Finite Element Method) và phân lớp hữu hạn FLM (Finite Layer Method) với mục tiêu xác minh tính chính xác của phần mềm FastKM.

## 2. LÝ THUYẾT TÍNH TOÁN TÍCH HỢP TRONG CHƯƠNG TRÌNH FASTKM



Hình 1. Mô hình tính điển hình của chương trình FastK.

Mô hình tính điển hình cho lớp kết cấu mặt đường nhựa được thể hiện trong Hình 1. Mô hình được rời rạc theo phương thẳng đứng (chiều sâu của kết cấu MĐN). Phần tử một chiều với tọa độ tự nhiên được thể hiện trong Hình 2:



Hình 2. Tọa độ địa phương của phần tử một chiều.

Trong đó, các hàm dạng của phần tử được miêu tả theo tọa độ địa phương  $\xi$  của phần tử.

$$N_1 = \frac{-\xi(1-\xi)}{2}; N_2 = \frac{\xi(1+\xi)}{2}; N_3 = 1 - \xi^2 \quad (1)$$

Lớp MĐN được mô phỏng bởi cạnh bên với tọa độ ( $x = 0, x = a, z = 0$  và  $z = c$ ) trong đó phương  $y$  là phương chuyển vị chính của kết cấu MĐN (Hình 1) được hạn chế bởi các điều kiện biên. Các hàm hình dạng được viết lại dưới dạng các hàm hình dạng 1 chiều và được nhân với chuỗi Fourier, trong đó  $x$  nằm giữa các khoảng từ 0 đến khoảng từ  $a$ ;  $z$  nằm trong khoảng từ 0 đến  $c$ . Ma trận chuyển vị của phần tử lớp được thể hiện theo 3 thành phần chính  $u, v$  và  $w$  như sau:

$$d = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \begin{bmatrix} \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi z}{c} & 0 & 0 \\ 0 & \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi z}{c} & 0 \\ 0 & 0 & \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi z}{c} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u^{mn} \\ v^{mn} \\ w^{mn} \end{Bmatrix} \quad (2)$$

$$= \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N N^{mn} \cdot d^{mn}$$

Trong đó

$$N^{mn} = \begin{bmatrix} \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi z}{c} & 0 & 0 \\ 0 & \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi z}{c} & 0 \\ 0 & 0 & \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi z}{c} \end{bmatrix}$$

$$d^{mn} = \begin{Bmatrix} u^{mn} \\ v^{mn} \\ w^{mn} \end{Bmatrix} = [N_k(y)] \{d_k^{mn}\}$$

$N^{mn}$  là ma trận Fourier mở rộng theo hai phương ngang,  $d^{mn}$  là vector chuyển vị không có ảnh hưởng của chuỗi Fourier,  $[N_k(y)]$  là hàm dạng một chiều sử dụng cho mô hình phần tử hữu hạn, và  $\{d_k^{mn}\}$  là chuyển vị nút  $k$ . Tương tự, hàm tải trọng áp dụng cho mô hình được mô tả như sau:

$$f = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N p(y) \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi z}{c} = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \{p\}^{mn} \quad (3)$$

$$\text{Với } p(y) = \sum_{s=1}^S \left( \frac{2P_s}{m\pi} \right) \left[ \cos \frac{m\pi}{a} X_{s1} - \cos \frac{m\pi}{a} X_{s2} \right] \sum_{t=1}^T \left( \frac{2P_t}{n\pi} \right) \left[ \cos \frac{n\pi}{c} Z_{t1} - \cos \frac{n\pi}{c} Z_{t2} \right],$$

$m$  và  $n$  là hai chỉ số của chuỗi Fourier tương ứng theo phương  $x$  và  $z$ . Trong nghiên cứu này, hai giá trị  $M$  và  $N$  được lấy bằng 100 sau khi xét tới sự hội tụ kết quả với độ chính xác định trước.  $P_s$  và  $P_t$  là các hàm tải trọng thể hiện áp lực bánh xe;  $X_{s1}$  và  $Z_{t1}$  là tọa độ theo phương  $x$  và  $z$ , tại vị trí bánh xe xuất phát và  $X_{s2}$  và  $Z_{t2}$  là tọa độ theo phương  $x$  và  $z$  tại vị trí bánh xe ra khỏi bề mặt mô hình.

Tại mỗi nút, ma trận biến dạng được mô tả theo công thức (4):

$$\varepsilon = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} d = \left( L_1 \frac{\partial}{\partial x} + L_2 \frac{\partial}{\partial y} + L_3 \frac{\partial}{\partial z} \right) \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N N^{mn} \cdot d^{mn} \quad (4)$$

$$= \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N E^{mn} d^{mn} = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N B^{mn} \cdot \{d_k^{mn}\}$$

Trong đó  $L_1, L_2, L_3$  là các ma trận kích thước  $6 \times 3$  với các giá trị chỉ là 0 hoặc 1,

$$E^{mn} = L_1 \frac{\partial N^{mn}}{\partial x} + L_2 N^{mn} \frac{\partial}{\partial y} + L_3 \frac{\partial N^{mn}}{\partial z} \quad (5)$$

Và ma trận biến dạng-chuyển vị:

$$B^{mn} = [B_1^{mn} B_2^{mn} \dots B_{k+1}^{mn}] = [E^{mn} N_1(y) E^{mn} N_2(y) \dots E^{mn} N_{k+1}(y)] \quad (6)$$

Mối quan hệ giữa ứng suất và biến dạng được sử dụng để thể hiện tổng năng lượng tiềm năng của chuyển vị  $\{d\}$ :

$$P(\{d\}) = \int_V \frac{1}{2} ([B]\{d\})^T [D] ([B]\{d\}) dV - \int_V ([N]\{d\})^T \{b\} dV - \int_S ([N]\{d\})^T \{f\} dS \quad (7)$$

Ma trận chuyển vị nút  $\{d\}$  được xác định tương ứng với giá trị nhỏ nhất của hàm  $P$ , điều này đồng nghĩa với việc đạo hàm bậc nhất của hàm  $P$  bằng 0,

$$\delta P(\{d\}) = 0, \quad (8)$$

Tiếp đó, ma trận biến thiên của chuyển vị  $\{\delta d\}$  được sử dụng cho phương trình cân bằng:

$$\int_V [B]^T [D] [B] dV \{d\} - \int_V [N]^T \{b\} dV - \int_S [N]^T \{f\} dS = 0 \quad (9)$$

Sử dụng dạng rút gọn:

$$[k]\{d\} = \{f\} \quad (10)$$

Với  $[k] = \int_V [B]^T [D] [B] dV$  and  $\{f\} = \int_V [N]^T \{b\} dV + \int_S [N]^T \{f\} dS$ ,

$[k]$  là ma trận độ cứng của phần tử và  $\{f\}$  là vector tải trọng.

Từ các phương trình (4) và (10), ma trận độ cứng của một phần tử được xác định:

$$\begin{aligned} I_1 &= \int_0^a \int_0^c \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi z}{c} \cdot \sin \frac{p\pi x}{a} \sin \frac{q\pi z}{c} \cdot dx dz, \\ I_2 &= \int_0^a \int_0^c \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi z}{c} \cdot \cos \frac{p\pi x}{a} \sin \frac{q\pi z}{c} \cdot dx dz, \\ I_3 &= \int_0^a \int_0^c \cos \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi z}{c} \cdot \cos \frac{p\pi x}{a} \cos \frac{q\pi z}{c} \cdot dx dz. \end{aligned} \quad (11)$$

Các tích phân trên thể hiện tính trực giao và thỏa mãn điều kiện:

$$I_1 = I_2 = I_3 = \begin{cases} \frac{ac}{4} & , \text{ với } m = p \quad \text{và} \quad n = q \\ 0 & , \text{ với } m \neq p \text{ hoặc } n \neq q \end{cases} \quad (12)$$

Điều này có nghĩa là ma trận độ cứng phần tử  $(k^{mnpq})^e$  là ma trận chéo và được rút gọn dưới dạng:

$$(k_{gk}^{mnmn})^e = \frac{ac}{4} \int_{length} (B_g^{mnT} D B_k^{mn}) dy \quad m = 1,2 \dots M; n = 1,2 \dots N \quad (13)$$

Trong đó  $g$  và  $k$  là các nút phần tử; length là độ dài phần tử.

Bằng cách ghép các ma trận độ cứng của từng phần tử ta được ma trận tổng thể và có phương trình sau:

$$\begin{bmatrix} K^{1111} & & & \\ & K^{1212} & & \\ & & \ddots & \\ & & & K^{MNMN} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U^{11} \\ U^{12} \\ \vdots \\ U^{MN} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} F^{11} \\ F^{12} \\ \vdots \\ F^{MN} \end{Bmatrix} = 0 \quad (14)$$

Phương trình (14) được miêu tả dưới dạng rút gọn:

$$K^{mnmn} U^{mn} + F^{mn} = 0 \quad (15)$$

Trong đó  $K$  là ma trận độ cứng tổng thể;  $U, F$  là vector chuyển vị và vector lực tổng thể cho cả hệ kết cấu.

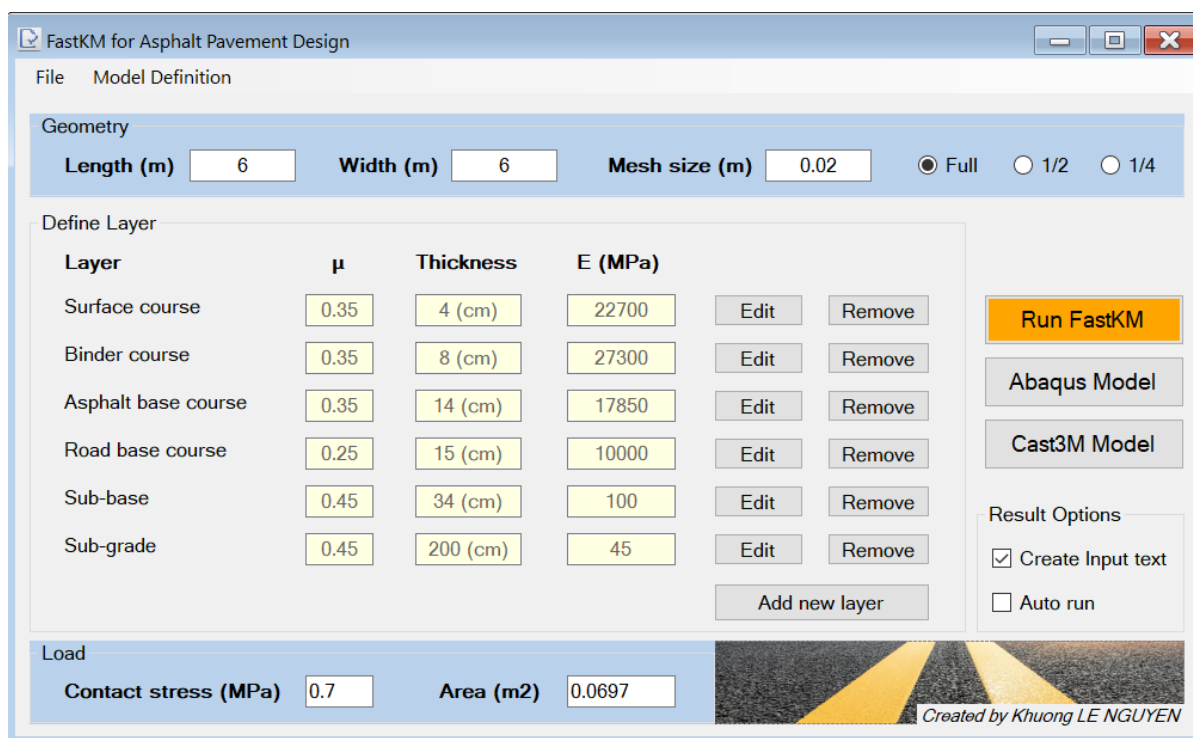
Dựa trên các phương trình tương minh được giới thiệu ở trên, các ma trận độ cứng phần tử, hàm dạng, vector tải trọng, thuật toán ghép ma trận, v.v... được xây dựng và tính toán trên SfePy, kết quả tính toán được xử lý bởi các thư viện Matplotlib [21] và Mayavi [22]. Ngoài bộ mã nguồn được xây dựng giúp các nhà nghiên cứu có thể cùng tham gia phát triển trên Git-hub, một số chức năng thông dụng của FastKM được nhóm nghiên cứu tổng hợp và xây dựng giao diện người dùng. Một số thư viện khởi tạo quan trọng cho chương trình FastKM được tóm tắt trong Bảng 1. Giao diện người dùng cho bài toán mô phỏng kết cấu áo đường nhiều lớp được thể hiện trên Hình 3. Phiên bản người dùng này có một số tính năng sau:

- Định nghĩa kích thước hình học (chiều dài, chiều rộng) của mô hình, mô phỏng toàn bộ hoặc một phần của mô hình, tải trọng tác dụng.
- Định nghĩa và hiệu chỉnh các lớp vật liệu theo chiều sâu (bề dày, hệ số Poisson, module đàn hồi E)
- Cho phép tính toán trực tiếp bằng thuật giải của FastKM hoặc xây dựng mã lệnh cho mô hình trên Abaqus, Cast3M



Bảng 1. Các điểm nằm trên trục của tải trọng tác dụng.

STT	Mã lệnh	Tính năng
1	<code>import numpy as np</code>	Sử dụng thư viện <b>numpy</b>
2	<code>from sfepy.fem import</code> (Mesh, Domain, Field, FieldVariable, Material, Integral, Equation, Equations, ProblemDefinition)	Sử dụng thư viện <b>fem</b> của <b>sfepy</b> cho mô phỏng phần tử hữu hạn
3	<code>from sfepy.terms import</code> Term	Sử dụng thư viện <b>terms</b> của <b>sfepy</b> để giải các phương trình vi phân
4	<code>from sfepy.fem.conditions import</code> Conditions, EssentialBC	Sử dụng thư viện <b>fem.conditions</b> để định nghĩa điều kiện biên cho mô hình
5	<code>from sfepy.solvers.ls import</code> ScipyDirect	Sử dụng thư viện <b>ScipyDirect</b> cho thuật giải tối ưu và song song
6	<code>from sfepy.postprocess import</code> Viewer	Sử dụng thư viện <b>postprocess</b> để xử lý kết quả và thể hiện hình ảnh

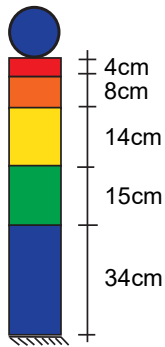


Hình 3. Giao diện phần mềm FastKM cho mô hình tuyến tính.

### 3. MÔ PHỎNG KẾT CẤU MẶT ĐƯỜNG NHỰA TRÊN FASTKM, ABAQUS VÀ CAST3M

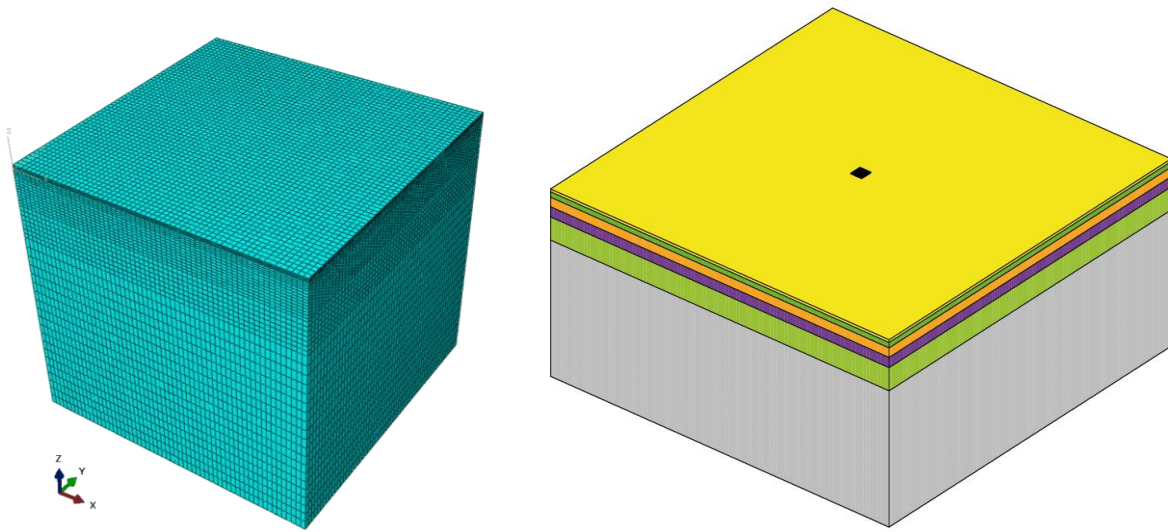
Trong phần này, kết cấu mặt đường nhựa điển hình được mô phỏng trên 3 phần mềm là CAST3M, ABAQUS và FastKM tương ứng với 3 phương pháp phân tích khác nhau là LET (Layer Elastic Theory), FEM (Finite Element Method) và phân lớp hữu hạn FLM (Finite Layer Method). Cấu trúc MĐN được chọn cho nghiên cứu này sử dụng các thông số theo tiêu chuẩn của Đức RDO-Asphalt-09[3] với bề dày và độ cứng theo mùa với tác dụng của nhiệt độ bề mặt khác nhau (-12,5 ứng với mùa đông và 27,5 °C ứng với mùa hè) được tổng hợp trên Hình 4.

Độ dày của lớp nền đường (sub-grade) dưới cùng được lấy là 2000 mm cho mô hình trên ABAQUS nhằm giảm thiểu các ảnh hưởng do điều kiện biên gây ra. Kích thước mô hình theo chiều dài và chiều rộng được lấy là 6000 mm với cùng lý do. Một mô hình với kích thước thực được tạo ra trong FastKM trong khi mô hình trong ABAQUS là mô hình đối xứng một phần tư. Mô hình trên CAST3M, độ dày của lớp phụ cũng như chiều dài và chiều rộng của kết cấu mặt đường được thiết lập là vô hạn theo phương pháp LET.

Các lớp kết cấu mặt đường	$\mu$	Mùa đông	Mùa hè	
		E [MPa]	E [MPa]	
Lớp áo đường (surface course)	0.35	22700	2900	
Lớp kết dính (binder course)	<b>0.35</b>	<b>27300</b>	6800	
Lớp lót asphalt (Asphalt base course)	0.35	17850	4900	
Lớp móng (Road base course)	0.25	10000	10000	
Lớp móng dưới (Sub-base)	0.45	100	100	
Lớp nền đường (Sub-grade)	0.45	45	45	

Hình 4. Tính chất vật lý và chiều sâu các lớp cấu thành kết cấu mặt đường nhựa.

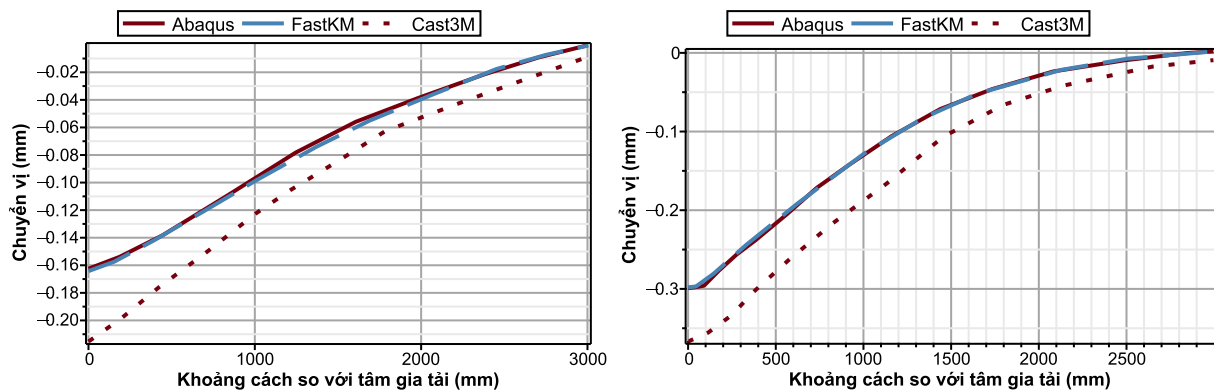
Tải trọng tác dụng vuông góc với chiều dài bên 264 mm và ứng suất phân bố đều là **0.7** MPa được áp dụng dưới dạng hình vuông ở trung tâm bề mặt kết cấu MĐN. Để đạt được độ chính xác cao, lưới chia trên ABAQUS và FastKM được thống nhất với kích thước đủ nhỏ là 10mm. Số lượng phần tử và nút trong ABAQUS lần lượt là 162.000 phần tử và 171.166 nút (Hình 5). Cần nhấn mạnh rằng, với 3 phương pháp mô hình bằng 3 phần mềm nêu trên thì kết quả tính bằng Abaqus được coi là kết quả kiểm chứng cho các phương pháp còn lại do mô hình không sử dụng giả thuyết hay phương pháp tính đơn giản hóa nào, đồng thời lưới chia phần tử trên Abaqus cũng đủ nhỏ để kết quả tính có sự hội tụ về giá trị chính xác cần đạt được.



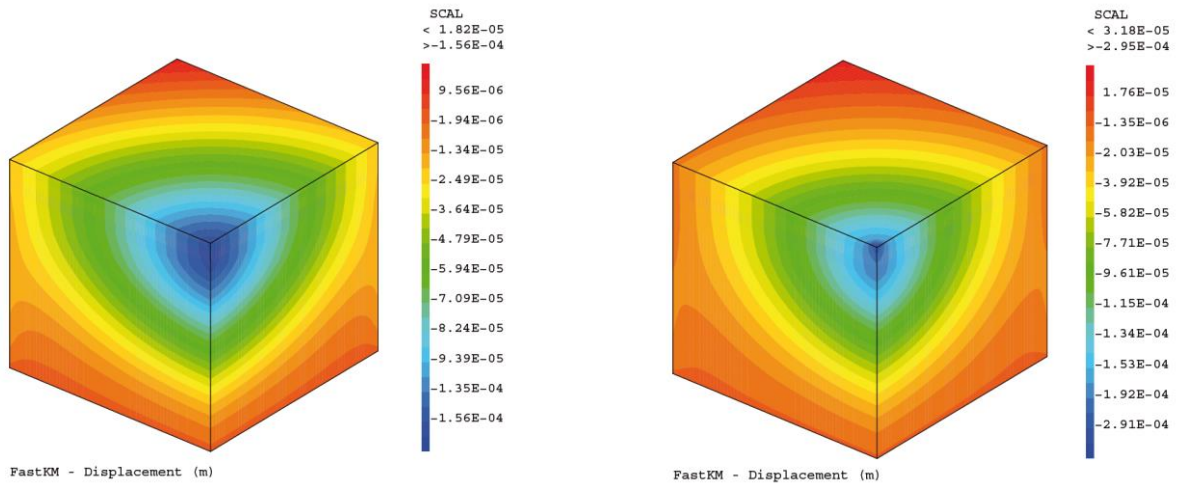
Hình 5. Chia lưới mô hình trên Abaqus và mô hình phần lớp trên FastKM.

Kết quả tính chuyển vị thẳng đứng, biến dạng ngang và ứng suất tại các điểm trên bề mặt lớp áo đường (surface course), lớp móng và lớp lót (asphalt base course) và các lớp móng (road base course, sub-base) tính toán bằng 3 phần mềm Cast3M, Abaqus và FastKM được thể hiện trên Hình 6, Hình 9 và Hình 10. Dễ dàng nhận thấy có sự khác biệt đáng kể giữa kết quả tính bằng phương pháp mô hình LET trên Cast3M so với hai mô hình còn lại trên Abaqus và FastKM. Sự sai khác này được giải thích do ảnh hưởng của các lý thuyết tính toán, loại phần tử sử dụng cho mỗi phương pháp là khác nhau. Kết quả tính bằng FastKM được xử lý và thể hiện dưới dạng khối 3D hoặc mặt cắt 2D như trên hình Hình 7 và Hình 8. Các miền giá trị theo màu sắc cho phép người dùng kiểm soát và đánh giá được kết quả tính toán.

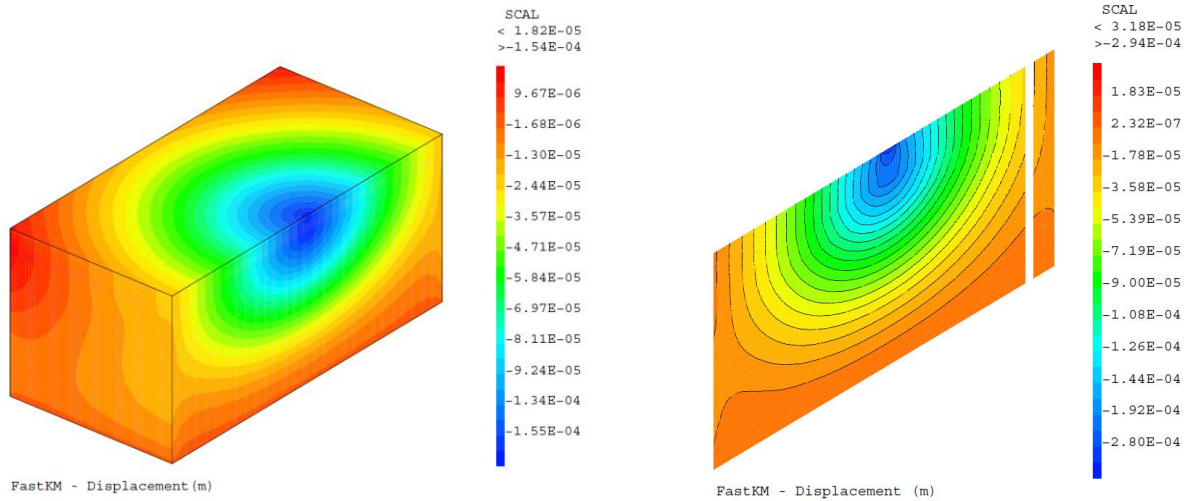
Cần nhấn mạnh rằng thời gian tính toán bằng FastKM (16s) ngắn hơn nhiều so với tính toán thực hiện bằng Abaqus (150s) và Cast3M (56s). Mặc dù mô hình 3D sử dụng phần tử khối trên Abaqus cho thời gian tính toán lâu nhưng mô hình thể hiện được bản chất và nguyên lý làm việc của kết cấu gần với thực tế nhất, vì vậy, nhóm nghiên cứu sử dụng kết quả tính trên Abaqus là kết quả đối chứng, kiểm tra kết quả đạt được bằng FastKM.



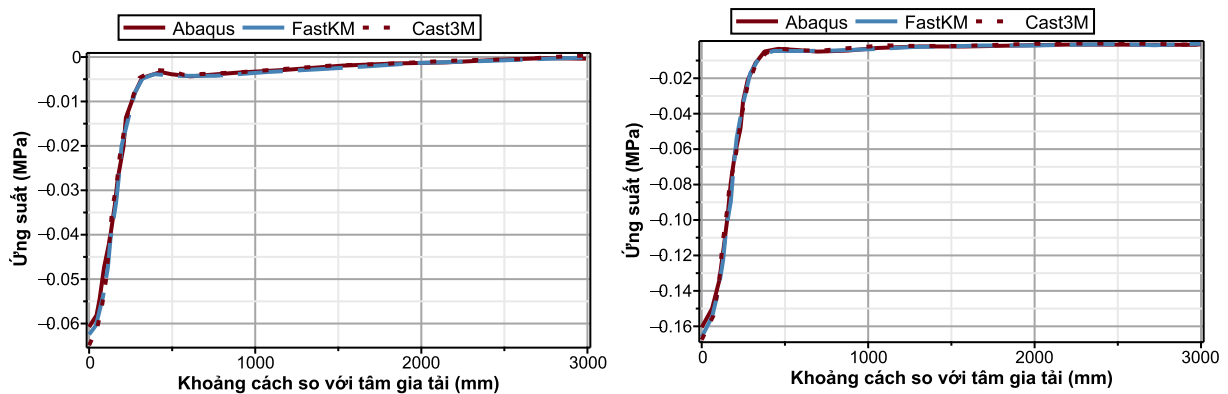
Hình 6. Chuyển vị thẳng đứng tại các điểm trên lớp bề mặt (surface course) của kết cấu áo đường (Mùa đông: hình bên trái; Mùa hè: hình bên phải).



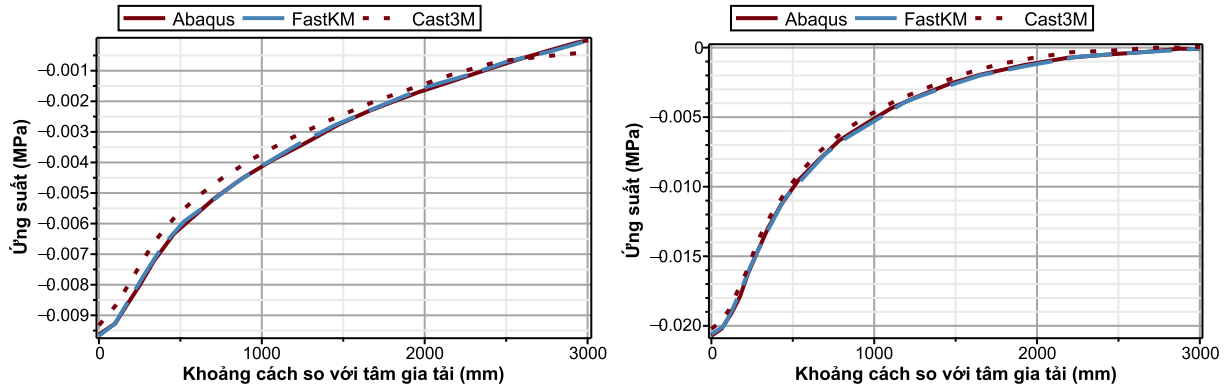
Hình 7. Chuyển vị thẳng đứng tính bằng phần mềm FastKM – 1/4 mô hình theo các mặt cắt đôi theo 2 phương X, Y (Mùa đông: hình bên trái; Mùa hè: hình bên phải).



Hình 8. Chuyển vị thẳng đứng tính bằng phần mềm FastKM – 1/2 mô hình theo mặt cắt đôi theo phương X (Mùa đông: hình bên trái; Mùa hè: hình bên phải).



Hình 9. Ứng suất dọc tại các điểm trên lớp móng (Road base layer) của kết cấu áo đường (Mùa đông: hình bên trái; Mùa hè: hình bên phải).



Hình 10. Ứng suất dọc tại các điểm trên lớp nền móng (sub-base layer) của kết cấu áo đường (Mùa đông: hình bên trái; Mùa hè: hình bên phải).

Giá trị chuyển vị, biến dạng ngang và ứng suất thẳng đứng tại 5 điểm với chiều sâu lần lượt theo thứ tự là 4, 12, 26, 41, 75cm dọc trục tải trọng tác dụng của kết cấu MĐN được trích xuất và so sánh giữa 2 phần mềm Abaqus và FastKM trên Bảng 2 và Bảng 3. Kết quả nhận được từ cả hai chương trình tính có mối tương quan cao ngoại trừ sự khác biệt có thể chấp nhận được khi tính biến dạng ngang ở đáy lớp lót và ứng suất dọc ở đầu lớp móng (road base course).

Bảng 2. So sánh kết quả giữa phần mềm ABAQUS và FastKM tại các điểm nằm trên trục tác dụng tải trọng (Mô hình với nhiệt độ tính toán vào mùa đông).

Điểm đo	Kết quả	Mùa đông		
		FastKM	Abaqus	Sai khác [%]
1	Chuyển vị thẳng đứng [mm]	-0.163	-0.164	0.47
2	Biến dạng ngang	3.50E-05	3.25E-05	7.1
3	Ứng suất theo phương đứng [Mpa]	-6.60E-02	-6.10E-02	7.6
4	Ứng suất theo phương đứng [Mpa]	-9.68E-03	-9.62E-03	0.6
5	Ứng suất theo phương đứng [Mpa]	-7.55E-03	-7.55E-03	0

Bảng 3. So sánh kết quả giữa phần mềm ABAQUS và FastKM tại các điểm nằm trên trục tác dụng tải trọng (Mô hình với nhiệt độ tính toán vào mùa hè).

Điểm đo	Kết quả	Mùa hè		
		FastKM	Abaqus	Sai khác [%]
1	Chuyển vị thẳng đứng [mm]	-0.301	-0.302	0.33
2	Biến dạng ngang	1.00E-04	9.35E-05	6.5
3	Ứng suất theo phương đứng [Mpa]	-1.75E-01	-1.65E-01	5.7
4	Ứng suất theo phương đứng [Mpa]	-2.05E-02	-2.01E-02	1.9
5	Ứng suất theo phương đứng [Mpa]	-1.45E-02	-1.45E-02	0



#### 4. KẾT LUẬN

Bài báo tổng hợp lý thuyết và kết quả tính kết cấu mặt đường nhựa theo phương pháp phân lớp hữu hạn (FLM – Finite Layer Method). FLM là sự kết hợp giữa phần tử hữu hạn một chiều (1D) theo phương thẳng đứng và phân tích Fourier theo hai hướng ngang. Các kết quả chính của nghiên cứu đã đạt được:

- Tổng hợp lý thuyết tính toán và các phương trình cơ bản theo phương pháp FLM
- Xây dựng mã nguồn cho phép giải bài toán tính toán kết cấu mặt đường nhựa nhiều lớp theo phương pháp FLM. Kết quả đầu ra là ứng suất, biến dạng theo 3 phương, phục vụ hữu ích cho bài toán thiết kế kết cấu mặt đường nhựa theo các tiêu chuẩn hiện hành.
- Xây dựng giao diện người dùng cho bài toán mô phỏng kết cấu áo đường nhiều lớp sử dụng các mô hình vật liệu đàn hồi tuyến tính.
- Kiểm chứng tính chính xác và thời gian tính toán của FastKM qua việc so sánh với kết quả tính trên phần mềm Abaqus theo phương pháp phần tử hữu hạn (FEM) và trên phần mềm Cast3M theo phương pháp phân lớp đàn hồi (LET).

Phần mềm FastKM cho kết quả sát với kết quả kiểm chứng bằng mô hình 3D xây dựng trên phần mềm Abaqus và cho thời gian tính toán nhanh hơn mô hình LET xây dựng trên Cast3M. Hiện tại, phần mềm FastKM đã giải quyết các bài toán tuyến tính với mô hình vật liệu đàn hồi chịu tải trọng tĩnh. Trong thời gian tới, nhóm nghiên cứu sẽ hoàn thiện bộ mã nguồn khởi tạo, đưa dự án lên Git-hub để thu hút sự quan tâm của các nhà nghiên cứu phát triển. Về khả năng mô phỏng, FastKM sẽ tích hợp thêm các mô hình vật liệu đàn nhớt, các thuật toán phân tích ảnh hưởng của tải trọng động, từ biến.

#### TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] J.-F. Corte, French Design Manual For Pavement Structures, 1997.
- [2] J.-F. Corté and M.-T. Goux, Design of Pavement Structures: The French Technical Guide, Transportation Research Record, (1996) 116–124. <https://doi.org/10.1177/0361198196153900116>
- [3] FGSV Publishing, Richtlinien für die Rechnerische Dimensionierung von Verkehrsflächen mit Asphaltdeckschicht RDO Asphalt09, Cologne, Germany, 2009.
- [4] B. A. Chadbourn, D. E. Newcomb, D. H. Timm, Measured and Theoretical Comparisons Of Traffic Loads And Pavement Response Distributions, the Eighth International Conference on Asphalt Pavements Federal Highway Administration, 1997. <https://trid.trb.org/view/501630>
- [5] I. Abdallah, S. Nazarian, Strategies to Improve and Preserve Flexible Pavement at Intersections, FHWA/TX 10/0-5566-1, 2011.
- [6] E. L. Wilson, Structural analysis of axisymmetric solids, AIAA Journal, (1965) 2269–2274. <https://doi.org/10.2514/3.3356>
- [7] L. A. Winnicki, O. C. Zienkiewicz, Plastic (or visco-plastic) behaviour of axisymmetric bodies subjected to non-symmetric loading—semi-analytical finite element solution, International Journal for

Numerical Methods in Engineering, (1979) 1399–1412. <https://doi.org/10.1002/nme.1620140911>

[8] J. P. Carter, J. R. Booker, Consolidation of axi-symmetric bodies subjected to non axi-symmetric loading, International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, (1983) 273–281. <https://doi.org/10.1002/nag.1610070210>

[9] S. Hu, et al., Using semi-analytical finite element method to evaluate stress intensity factors in pavement structure, 2008. <https://doi.org/10.1201/9780203882191.ch62>

[10] P. Liu, D. Wang, F. Otto, J. Hu, M. Oeser, Application of semi-analytical finite element method to evaluate asphalt pavement bearing capacity, International Journal of Pavement Engineering, (2018) 479–488. <https://doi.org/10.1080/10298436.2016.1175562>

[11] P. Liu, D. Wang, M. Oeser, Application of semi-analytical finite element method coupled with infinite element for analysis of asphalt pavement structural response, JTTE, (2015) 48–58. <https://doi.org/10.1016/j.jtte.2015.01.005>

[12] P. Liu, D. Wang, M. Oeser, Application of semi-analytical finite element method to analyze asphalt pavement response under heavy traffic loads, Journal of Traffic and Transportation Engineering, (2017) 206–214. <https://doi.org/10.1016/j.jtte.2017.03.003>

[13] Y. K. Cheung, S. C. Fan, Analysis of pavements and layered foundations by finite layer method, Proceedings of the Third International Conference on Numerical Methods in Geomechanics, Aachen, Germany, 1979.

[14] R. K. Rowe, J. R. Bocker, Finite Layer Analysis of Nonhomogeneous Soils, Journal of the Engineering Mechanics Division, (1982) 115–132.

[15] J. R. Booker, J. C. Small, Finite layer analysis of viscoelastic layered materials, International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, (1986) 415–430. <https://doi.org/10.1002/nag.1610100406>

[16] R. V. Siddharthan, J. Yao, P. E. Sebaaly, Pavement Strain from Moving Dynamic 3D Load Distribution, Journal of Transportation Engineering, (1998) 557–566. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-947X\(1998\)124:6\(557\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-947X(1998)124:6(557))

[17] R. V. Siddharthan, N. Krishnamenon, P. E. Sebaaly, Finite-Layer Approach to Pavement Response Evaluation, Transportation Research Record, (2000) 43–49. <https://doi.org/10.3141/1709-06>

[18] R. Cimrman, SfePy - Write Your Own FEA, 2014. <http://arxiv.org/abs/1404.6391>

[19] R. Cimrman, Multiscale finite element calculations in Python using SfePy, Adv Comput Math, (2019) 1897–1921. <https://doi.org/10.1007/s10444-019-09666-0>

[20] E. Le Fichoux, Présentation Et Utilisation De Cast3m. <http://www-cast3m.cea.fr/>

[21] J. D. Hunter, Matplotlib: A 2D Graphics Environment, Computing in Science Engineering, (2007) 90–95. <https://doi.org/10.1109/MCSE.2007.55>

[22] P. Ramachandran, G. Varoquaux, Mayavi: 3D Visualization of Scientific Data, (2011) 40–51. <https://doi.org/10.1109/MCSE.2011.35>