

Mô phỏng mặt đường gồ ghề phân bố theo trường ngẫu nhiên Gauss bằng phương pháp biểu diễn phổ

■ **ThS. NGUYỄN KHÁNH ĐỨC; ThS. TRƯƠNG TUẤN AN**
Trường Đại học Giao thông vận tải

TÓM TẮT: Bài báo trình bày cách mô phỏng mặt đường gồ ghề có dạng trường ngẫu nhiên Gauss bằng phương pháp biểu diễn phổ. Trường ngẫu nhiên Gauss được biểu diễn thành các chuỗi hàm Cosin có chứa các biến ngẫu nhiên Gauss. Các ví dụ tính toán được lập trình bằng Matlab.

TÓM TẮT: Đường gồ ghề, trường ngẫu nhiên, mô phỏng, biểu diễn phổ.

ABSTRACT: This paper deal with simulation homogenous random fields of road surface roughness using the spectral representation method. The method relies a set of random Gaussian distributed numbers into a corresponding the desired random fields that the cosine series formula use the Fast Fourier Transform technique. The numerical examples are employed by Matlab software.

KEYWORDS: Road surface roughness, random fields, simulation, spectral representation method.

1. GIỚI THIỆU VỀ MÔ PHỎNG MONTE CARLO

Phương pháp mô phỏng Monte Carlo ngày càng được ứng dụng trong nhiều lĩnh vực của đời sống. Nội dung cơ bản của phương pháp là các trường ngẫu nhiên hay biến ngẫu nhiên được mô phỏng thành số lớn các mẫu với giá trị tiền định, từ đó đưa vào bài toán, như thế bài toán ngẫu nhiên trở thành bài toán tiền định và chúng ta chỉ cần tính toán thống kê các kết quả đầu ra, chẳng hạn như giá trị trung bình, độ lệch chuẩn... Phương pháp mô phỏng Monte Carlo có ưu điểm lớn là có thể mô phỏng tính toán các bài toán phức tạp, bài toán phi tuyến, tuy nhiên khối lượng tính toán khá lớn. Nguyễn Quý Hỷ [1] đã trình bày một số dạng mô phỏng Monte Carlo để giải một số bài toán cơ bản.

Có khá nhiều dạng mô phỏng Monte Carlo khác nhau, tuy nhiên trong thực hành thì thực hiện mô phỏng các biến ngẫu nhiên, trường ngẫu nhiên thành số lượng

lớn mẫu có đặc trưng phân phối xác suất như yêu cầu của các biến đầu vào sau đó thực hiện tính lặp các bài toán tiền định là với các giá trị đầu vào là các giá trị mẫu được tạo ra từ mô phỏng rồi tính toán thống kê kết quả đầu ra như giá trị trung bình, độ lệch chuẩn, phương sai, hệ số biến thiên.

Khi tính toán động lực học xe cộ hay tính phản ứng động học của kết cấu thì mặt đường gồ ghề ảnh hưởng rõ rệt đến dao động. Độ gồ ghề của mặt đường thường mô tả là trường ngẫu nhiên có dạng chuẩn. J.D. Yau đã tính dao động của cầu đường sắt nhiều nhịp với tính chất ngẫu nhiên của cao độ ray [2]. Nhiều tác giả khác cũng đã nghiên cứu ảnh hưởng của độ gồ ghề mặt đường đến dao động của cầu [3-5]. Geert [6] đã tính dao động ngẫu nhiên của cầu chịu tải di động với tính chất gồ ghề ngẫu nhiên của mặt đường.

Ngày nay, phương pháp mô phỏng Monte Carlo có thể tận dụng sự tiến bộ của khoa học máy tính với sự ra đời của hệ thống máy tính hiệu năng cao, giúp chúng ta có thể giải quyết nhiều bài toán phức tạp với các tham số ngẫu nhiên.

2. PHƯƠNG PHÁP BIỂU DIỄN PHỔ CHO TRƯỜNG NGẪU NHIÊN GAUSS NHIỀU CHIỀU

Có nhiều phương pháp để mô phỏng các trường ngẫu nhiên thành các hàm chứa các tham số ngẫu nhiên. Phương pháp biểu diễn phổ của Shinozuka et al [7,8] được dùng khá phổ biến cho các trường ngẫu nhiên đồng nhất Gauss. Các hàm mẫu của trường ngẫu nhiên được tạo ra từ các hàm mật độ phổ. Phương pháp mô phỏng này có hiệu quả tốt nhờ sử dụng các ưu điểm của phương pháp biến đổi Fourier nhanh.

Trong mục này, trình bày các mô phỏng tạo hàm mẫu cho trường ngẫu nhiên một biến trong không gian hai chiều, đồng nhất Gauss với giá trị trung bình bằng 0. Các hàm mẫu được mô phỏng là chuỗi cosin xây dựng từ phương pháp biểu diễn phổ.

Trường ngẫu nhiên một biến trong không gian một chiều, đồng nhất Gauss với giá trị trung bình bằng 0, $f(x)$ có các hàm tự tương quan $R_{ff}(x)$ và hàm mật độ năng lượng $S_{ff}(k)$. Mối liên hệ giữa hàm tự tương quan và mật độ năng lượng như sau:

$$R_{ff}(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} S_{ff}(k) e^{i(kx)} dk \quad (1)$$

Các hàm mẫu được mô phỏng từ phương pháp phân tích phổ cho trường ngẫu nhiên $\tilde{f}(x_1, x_2)$ có dạng như sau:

$$f(x) = \sqrt{2} \sum_{n=0}^N A_n \cos(\kappa_n x + \Phi_n) \quad (2)$$

Với:

Góc pha có phân bố đều Φ_n trong công thức (2) phụ thuộc thứ tự n để mô phỏng trường ngẫu nhiên với N số trong khoảng $[0, 2\pi]$. Giới hạn trên κ_n trong hàm mật độ phổ (SDF) $S_{ff}(\kappa)$ có thể xác định như sau:

$$\int_0^{\kappa_n} S_{ff}(\kappa) d\kappa = (1 - \varepsilon) \int_{-\infty}^{\infty} S_{ff}(\kappa) d\kappa \quad (3)$$

Ở đây, giá trị ε được gán giá trị rất nhỏ 0,001 (0,1%) khi mô phỏng.

Tổ chức Tiêu chuẩn Quốc tế đã ban hành Tiêu chuẩn ISO 8608 [9] báo cáo dữ liệu đo độ gồ gề của mặt đường. Độ gồ gề phân loại mặt đường thành các loại có sẵn dựa trên phổ công suất mật độ và cung cấp cách tính độ gồ gề của mặt đường và cách mô phỏng. Cụ thể ở đây, độ gồ gề áp dụng phương pháp phân tích phổ như sau [4]:

$$R(x) = \sqrt{2} \sum_{i=0}^N \sqrt{2G_d(n_i) \Delta n} \cos(2\pi n_i x + \phi_i) \quad (4)$$

Trong đó: Φ_i - Góc pha có dạng phân phối đều trong khoảng $[0, 2\pi]$ và:

$$\Delta n = \frac{n_u - n_l}{N}$$

$$n_i = n_l + i \Delta n \quad (5)$$

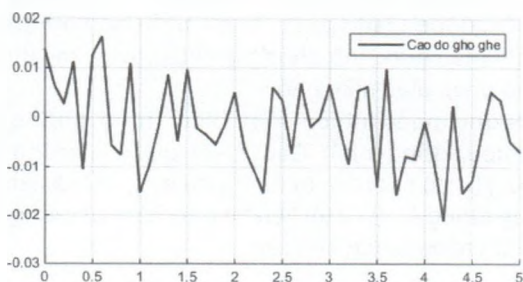
$$G_d(n_i) = G_d(n_0) \left(\frac{n_i}{n_0} \right)^{-w}$$

Bảng giá trị tham số tính độ gồ gề theo chất lượng của đường [4]:

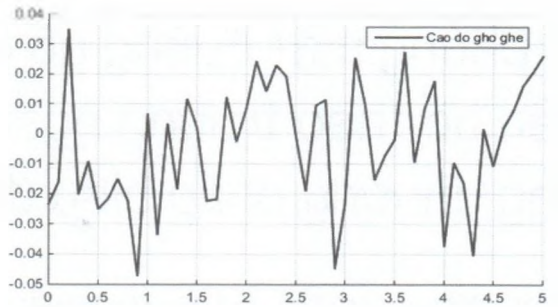
Bảng 2.1. Tham số $G_d(n_0)$ cho một số loại mặt đường

Loại đường	Mô tả	$G_d(n_0)$ ($10^{-6} m^2$)		
		Cận dưới	Trung bình	Cận trên
A	Rất tốt	—	16	32
B	Tốt	32	64	128
C	Trung bình	128	256	512
D	Xấu	512	1024	2048
E	Rất xấu	2048	4096	8192

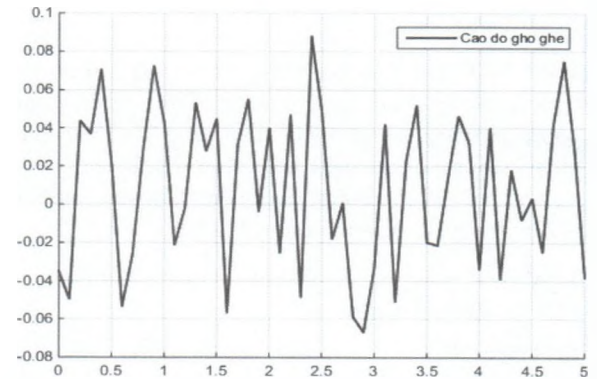
Số hàm Cosin lấy $N = 1024$ theo như tài liệu [4]. Sử dụng phần mềm Matlab [10] và áp dụng công thức (4) cho trường ngẫu nhiên độ gồ gề ta có được một số mẫu của trường ngẫu nhiên như các hình dưới đây:



Hình 2.1: Độ gồ gề với mặt đường chất lượng tốt $G_{do} = 64E-6$



Hình 2.2: Độ gồ gề với mặt đường chất lượng trung bình $G_{do} = 256E-6$



Hình 2.3: Độ gồ gề với mặt đường chất lượng xấu $G_{do} = 1204E-6$

3. KẾT LUẬN

Bài báo giới thiệu cách mô phỏng trường ngẫu nhiên độ gồ gề bằng phương pháp biểu diễn phổ thông qua chuỗi lượng giác vô hạn và các biến ngẫu nhiên. Phương pháp này đơn giản, dễ sử dụng, có thể áp dụng vào nhiều bài toán trong kỹ thuật. Có thể dễ dàng sử dụng các phần mềm trợ giúp như Matlab để lập trình mô phỏng các trường ngẫu nhiên Gauss thông qua phương pháp biểu diễn phổ như bài báo đã trình bày. Với chất lượng đường khác nhau, độ gồ gề thể hiện rõ rệt khác đi với cao độ gồ gề giảm theo độ tốt của mặt đường, đường tốt ít gồ gề.

Tài liệu tham khảo

- [1]. Hỷ NQ. (2004), *Phương pháp mô phỏng số Monte Carlo*, NXB. Đại học Quốc gia.
- [2]. Yau JD. (2009), *Response of a train moving on multi-span railway bridges undergoing ground settlement*, Engineering Structures, 31:2115-22.
- [3]. Yang YB, Li YC, Chang KC. (2012), *Effect of road surface roughness on the response of a moving vehicle for identification of bridge frequencies*, Interaction and multiscale mechanics Interaction and multiscale mechanics, 5:347-68.
- [4]. Zhan Y, Au FTK. (2019), *Bridge Surface Roughness Identification Based on Vehicle-Bridge Interaction*, International Journal of Structural Stability and Dynamics, 19:1950069.
- [5]. Barbosa RS. (2011), *Vehicle dynamic response due to pavement roughness*, jbsmse Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering, 33:302-7.

[6]. Lombaert G, Conte JP. (2012), *Random Vibration Analysis of Dynamic Vehicle-Bridge Interaction Due to Road Unevenness*, Journal of Engineering Mechanics, 138:816-25.

[7]. Shinozuka M, Deodatis G. (1991), *Simulation of Stochastic Processes by Spectral Representation*, Applied Mechanics Reviews, 44:191-204.

[8]. Shinozuka M, Deodatis G. (1996), *Simulation of Multi-Dimensional Gaussian Stochastic Fields by Spectral Representation*, Applied Mechanics Reviews, 49:29-53.

[9]. British Standards I. (1996), *Mechanical vibration, Road surface profiles, Reporting of measured data*.

[10]. Matlab (2014), *Probability density function - MATLAB*, https://www.mathworks.com/products/matlab.html?s_tid=hp_products_matlab.

Ngày nhận bài: 20/4/2021

Ngày chấp nhận đăng: 29/5/2021

**Người phản biện: PGS. TS. Ngô Văn Minh
TS. Tạ Quang Hiến**