



## BA CẢI TIẾN TRONG GIẢNG DẠY MÔN CƠ HỌC KẾT CẤU

Hoàng Đình Trí, Chu Thị Xuân Hoa\*

Trường Đại học Thủy Lợi

\* Tác giả liên hệ: chuxuanhoa@tlu.edu.vn

Ngày tòa soạn nhận được bài báo: 15/12/2020

Ngày phản biện đánh giá và sửa chữa: 21/01/2021

Ngày bài báo được duyệt đăng: 05/03/2021

### Tóm tắt:

Bài báo đã đưa ra ba cải tiến trong giảng dạy môn cơ học kết cấu, đó là: chứng minh ba định lý về sự tương hỗ, xác định đại lượng nghiên cứu có đường ảnh hưởng dạng đa giác do tải trọng phân bố gây ra và kiểm tra biểu đồ nội lực trong hệ dầm khung siêu tĩnh. Ba cải tiến sẽ giúp cho giảng dạy, học tập môn cơ học kết cấu thuận lợi hơn.

**Từ khóa:** Đường ảnh hưởng, biểu đồ nội lực, dầm khung siêu tĩnh.

### 1. Đặt vấn đề

#### 1.1. Chứng minh ba định lý về sự tương hỗ

Từ trang 184 đến trang 188 của tài liệu [1] là phần chứng minh bốn định lý về sự tương hỗ. Phần chứng minh ba định lý sau là quá dài, nên chứng minh lại cho gọn hơn. Trên cơ sở quan niệm ba định lý sau chỉ là ba hệ quả của định lý Betti, thì việc chứng minh ngắn gọn là rất dễ dàng.

#### 1.2. Xác định đại lượng nghiên cứu có đường ảnh hưởng dạng đa giác do tải trọng phân bố gây ra

Trang 138 của tài liệu [1] có đưa ra hai công thức tính đại lượng  $S$  là:

+ Công thức tích phân (3.13) với dạng tải trọng phân bố và dạng đường ảnh hưởng là bất kỳ.

+ Công thức (3.14) với dạng tải trọng phân bố đều.

Xác định đại lượng  $S$  với dạng tải trọng phân bố bậc nhất, tuy không được trình bày trong tài liệu [1], song cũng đã được hướng dẫn tính theo cách nhân hai biểu đồ của Vêrêsaghin cho sinh viên dự thi Olympic quốc gia. Như vậy, để tính đại lượng  $S$  do tải trọng phân bố đều và phân bố bậc nhất, ta phải dùng hai công thức khác nhau. Từ đây, chúng tôi nghĩ cần có một công thức chung cho hai dạng tải trọng phân bố hay gặp trên và cần đưa công thức này vào chương trình dạy chính khóa cho môn cơ học kết cấu, thay cho công thức (3.14) trong tài liệu [1].

#### 1.3. Kiểm tra biểu đồ nội lực hệ dầm khung siêu tĩnh

Kết cấu dầm khung siêu tĩnh được gặp khá phổ

biến trong công trình xây dựng. Với cách tính tay, ta có nhiều phương pháp để vẽ biểu đồ mô men uốn và từ đó suy ra biểu đồ lực cắt, lực dọc. Để biết biểu đồ nội lực  $M$ ,  $Q$ ,  $N$  đúng hay sai, ta phải qua bước kiểm tra. Trong tài liệu [2] đã trình bày các bước kiểm tra biểu đồ mô men và biểu đồ lực cắt, lực dọc, song khối lượng tính kiểm tra còn khá lớn và các bước thực hiện vẫn chưa thật rõ ràng.

Khi kiểm tra biểu đồ mô men  $M$  theo điều kiện chuyển vị, nếu biết phân tích kỹ để chọn biểu đồ  $\overline{M}_k$  hợp lý thì khối lượng tính kiểm tra cũng sẽ gọn hơn.

Kiểm tra biểu đồ lực cắt, lực dọc  $Q$  và  $N$  sẽ rất đơn giản, nếu biết phân tích thêm cách kiểm tra cải tiến đã trình bày trong tài liệu [3].

Tóm lại, có ba vấn đề cần nghiên cứu cải tiến là:

+ Chứng minh lại ba định lý về sự tương hỗ.

+ Xác định đại lượng nghiên cứu  $S$  có đường ảnh hưởng dạng đa giác do tải trọng phân bố gây ra.

+ Kiểm tra biểu đồ mô men và kiểm tra biểu đồ lực cắt, lực dọc của hệ dầm khung siêu tĩnh.

### 2. Đối tượng và phương pháp nghiên cứu

Đối tượng nghiên cứu là kết cấu hệ thanh phẳng chịu tác động của tải trọng, nhiệt độ và chuyển vị cưỡng bức của liên kết tựa.

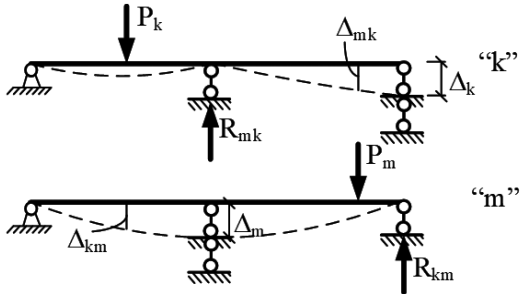
Phương pháp nghiên cứu là kết hợp giữa lý thuyết chung của ba vấn đề liên quan với thực tiễn giảng dạy nhiều năm của các tác giả để giải quyết ba vấn đề nêu trên.

**3. Kết quả nghiên cứu**

**3.1. Chứng minh ba định lý về sự tương hỗ**

Nếu coi ba định lý sau là ba hệ quả của định lý đầu (định lý Betti) thì việc chứng minh ba định lý sau sẽ tiến hành như sau:

- Cho ví dụ minh họa định lý Betti ( $T_{km} = T_{mk}$ )  
 Xét một hệ ở hai trạng thái k (do  $P_k, \Delta_k$ ) và m (do  $P_m, \Delta_m$ ) như Hình 1.



Hình 1

Từ  $T_{km} = T_{mk}$  ta có:

$$P_k \cdot \Delta_{km} + R_{mk} \cdot \Delta_m = P_m \cdot \Delta_{km} + R_{km} \cdot \Delta_k \quad (a)$$

- Xét các trường hợp riêng của (a)

+ Khi  $P_k = P_m = 1, \Delta_k = \Delta_m = 0$ : Từ (a) ta có  $\Delta_{km} = \Delta_{mk}$ , tức  $\delta_{km} = \delta_{mk}$  (Hệ quả tương hỗ về chuyển vị đơn vị).

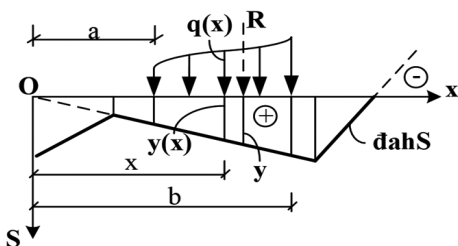
+ Khi  $P_k = P_m = 0, \Delta_k = \Delta_m = 1$ : Từ (a) ta có  $R_{km} = R_{mk}$ , tức  $r_{km} = r_{mk}$  (Hệ quả tương hỗ về phản lực đơn vị).

+ Khi  $P_k = 1, P_m = 0, \Delta_k = 0, \Delta_m = 1$ : Từ (a) ta có  $\Delta_{km} = -R_{mk}$ , tức  $\delta_{km} = -r_{mk}$  (Hệ quả tương hỗ về chuyển vị đơn vị và phản lực đơn vị).

Theo cách này, ta chỉ thực hiện một trạng là chứng minh xong ba định lý về sự tương hỗ.

**3.2. Xác định đại lượng nghiên cứu có đường ảnh hưởng dạng đa giác do lực phân bố gây ra**

Xét một đoạn lực phân bố  $q(x)$  có dạng bất kỳ, đường ảnh hưởng của đại lượng  $S$  có dạng đa giác như Hình 2.



Hình 2

Ảnh hưởng của đoạn lực phân bố đến đại lượng  $S$  là:

$$S = \int_a^b q(x) \cdot y(x) dx \quad (1)$$

Trong đó  $q(x), y(x)$  là phương trình của đoạn lực và phân bố và phương trình đanh  $S$  ứng với đoạn lực phân bố đó.

Do  $y(x)$  có dạng bậc nhất và theo cách nhân hai biểu đồ của Vêrêsaghin, ta có:

$$S = R \cdot y$$

với  $R$  là hợp lực của đoạn lực phân bố  $q(x)$  và  $y$  là tung độ của đanh  $S$  ứng với hợp lực  $R$ .

Đại lượng  $S$  do ảnh hưởng của  $n$  đoạn lực phân bố, sẽ là:

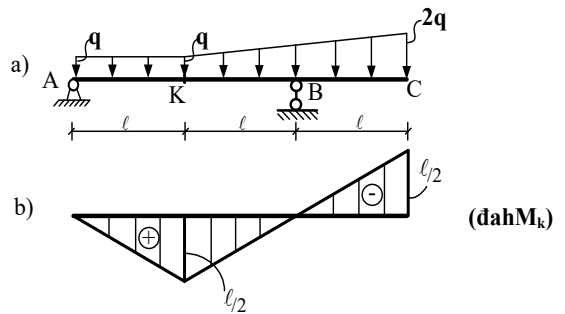
$$S = \sum_{i=1}^n R_i y_i \quad (2)$$

Xét dấu công thức (2):  $R_i > 0$  khi  $q(x)$  đi xuống và  $y_i$  lấy theo dấu của đanh  $S$ .

Áp dụng công thức (2) sẽ tính dễ dàng đại lượng  $S$  do lực phân bố đều và lực phân bố bậc nhất gây ra.

Chú ý: Khi đanh  $S$  có bước nhảy hoặc có mũi gãy trong đoạn lực phân bố  $q_i(x)$ , ta phải chia đoạn lực  $q_i(x)$  thành các đoạn lực nhỏ mới áp dụng được công thức (2).

Ví dụ minh họa: Xác định mô men uốn tại tiết diện  $K$  của dầm chịu lực như Hình 3a.



Hình 3

+ Vẽ đanh  $M_k$  như Hình 3b, chia lực phân bố làm hai đoạn (AK lực phân bố đều và KC lực phân bố bậc nhất).

+ Áp dụng công thức (2), ta có:

$$\begin{aligned} M_k &= (+q \cdot \ell) \cdot (+\frac{\ell}{4}) + (q \cdot 2\ell) \cdot 0 + \\ &+ (\frac{1}{2} \cdot q \cdot 2\ell) \cdot [-(\frac{2}{3} \cdot \frac{\ell}{2} - \frac{1}{3} \cdot \frac{\ell}{2})] \\ &= + \frac{q\ell^2}{12} \text{ (căng dưới)} \end{aligned}$$

### 3.3. Kiểm tra biểu đồ nội lực hệ dầm khung siêu tĩnh

Dù tính theo phương pháp nào (phương pháp lực, phương pháp chuyển vị, phương pháp hỗn hợp, phương pháp phân phối mô men v.v..) thì cách kiểm tra biểu đồ nội lực cũng như nhau. Cách kiểm tra xét cân bằng nút trong phương pháp chuyển vị là không dùng được (xem tài liệu [3])

#### 3.3.1. Kiểm tra biểu đồ M

Kiểm tra chính xác theo điều kiện chuyển vị đã được trình bày trong phương pháp lực. Nếu hệ do tải trọng tác dụng thì điều kiện chuyển vị sẽ là  $(M_p) \cdot (\bar{M}_k) = 0$  ? Qua nghiên cứu, chúng tôi thấy biểu đồ  $\bar{M}_k$  chọn để kiểm tra phải thỏa mãn yêu cầu là có giá trị khác không trong tất cả các đoạn thanh của hệ hoặc chỉ có một đoạn thanh bằng không. Nếu các biểu đồ  $\bar{M}_k$  từ một hệ đã cho, không có biểu đồ nào thỏa mãn điều kiện đã nêu, ta phải ghép hai biểu đồ  $\bar{M}_k$  với nhau (gọi là biểu đồ  $\bar{M}_k^g$ ) để tính điều kiện chuyển vị và như vậy, ta không phải dùng biểu đồ  $\bar{M}_s$  như tài liệu [2] nữa.

#### 3.3.2. Kiểm tra biểu đồ Q và N

Theo tài liệu [3] để kiểm tra biểu đồ lực cắt, lực dọc chỉ cần xét điều kiện cân bằng hình chiếu và mô men của ngoại lực toàn hệ:

$$\sum X = 0 ? \quad \sum Y = 0 ? \quad \sum M_k = 0 ? \quad (3)$$

Nếu một trong ba điều kiện trên không thỏa

mãn, kết luận biểu đồ Q, N là sai.

Qua nghiên cứu thêm điều kiện (3), các tác giả đã rút ra một nhận xét là khi biểu đồ Q, N sai thì điều kiện  $\sum X$  và  $\sum Y$  sẽ khác không và vẫn có thể bằng không, còn điều kiện  $\sum M_k$  thì luôn khác không.

Từ nhận xét này, để kiểm tra biểu đồ Q, N ta chỉ cần xét điều kiện cân bằng về mô men cho ngoại lực của toàn hệ là đủ đánh giá. Khi đã thỏa mãn điều kiện (4) thì hai điều kiện về hình chiếu của (3) sẽ tự thỏa mãn.

$$\sum M_k = 0 ? \quad (4)$$

Ví dụ minh họa: Cho khung siêu tĩnh như Hình 4a, có biểu đồ nội lực như Hình 4bcd. Yêu cầu kiểm tra biểu đồ nội lực.

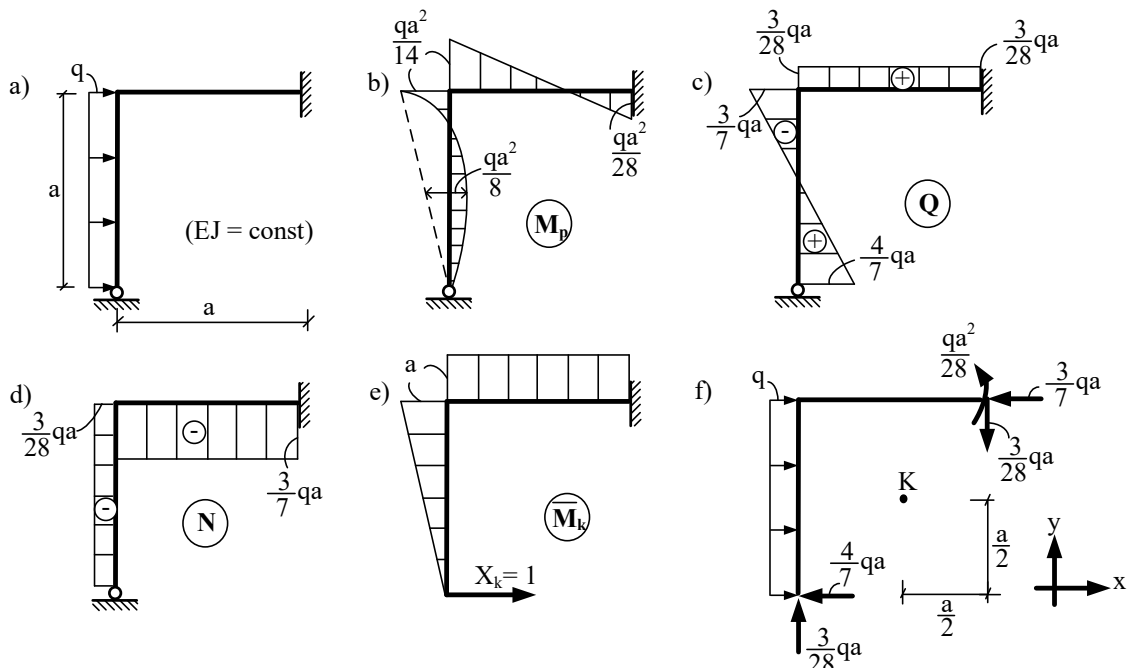
• Kiểm tra biểu đồ M: Chọn biểu đồ  $\bar{M}_k$  theo phương pháp lực như Hình 4e, biểu đồ đạt yêu cầu vì mô men của hai đoạn thanh đều khác không.

Vì  $(M_p) \cdot (\bar{M}_k) = 0$  nên biểu đồ mô men Hình 4b là đúng.

• Kiểm tra biểu đồ Q, N: Từ biểu đồ nội lực đã biết, suy ra sơ đồ ngoại lực của khung siêu tĩnh như Hình 4f.

Vì theo điều kiện (4) ta có  $\sum M_k \neq 0$ , nên biểu đồ lực cắt, lực dọc Hình 4cd là sai.

Nếu xét thêm  $\sum X$ ,  $\sum Y$  của điều kiện (3) thì  $\sum X = 0$ ,  $\sum Y = 0$ . Điều này cũng minh họa cho nhận xét đã nêu ở phần trên.



Hình 4

#### 4. Kết luận

Cải tiến thứ nhất đã rút gọn ba trang cho chúng mình ba định lý tương hỗ, cải tiến thứ hai đã đưa ra công thức (2) tính đại lượng nghiên cứu được đơn giản, thiết thực cho giảng dạy đại học và có thể thay

thế cho công thức 3.14 của tài liệu [1], cải tiến thứ ba đã đưa ra cách kiểm tra biểu đồ nội lực hệ dầm khung siêu tĩnh rõ ràng và tiện lợi. Ba cải tiến sẽ giúp cho giảng dạy và học tập môn cơ học kết cấu được thuận lợi hơn.

#### Tài liệu tham khảo

- [1]. Lều Thọ Trình, *Cơ học kết cấu tập 1*, NXB Khoa học và Kỹ thuật, Hà Nội, 2000.
- [2]. Lều Thọ Trình, *Cơ học kết cấu tập 2*, NXB Khoa học và Kỹ thuật, Hà Nội, 2001.
- [3]. Hoàng Đình Trí, Phạm Viết Ngọc, *Cách kiểm tra biểu đồ nội lực của hệ siêu tĩnh theo phương pháp chuyển vị*, Tuyển tập Hội nghị khoa học trường Đại học Thủy Lợi năm 2017.

### THREE IMPROVEMENTS IN TEACHING MECHANICS OF ENGINEERING STRUCTURES

#### Abstracts:

*The article has introduced three improvements in teaching structural analysis, which are the justification of three reciprocity theorems, determination of a research quantity with a polygonal influence line due to differential loads, and examination of the internal force diagrams in hyperstatic beams and frames. These three changes will make teaching and learning structural analysis better.*

**Keywords:** *Influence line, internal force diagram, hyperstatic beams and frames.*