Xây dựng lời giải giải tích tính toán sức kháng uốn đàn dẻo của dầm gia cường tấm dán

■ **ThS. CAO THỊ MAI HƯƠNG**
Trường Đại học Giao thông vận tải

TÓM TẮT: Các tấm polymer cốt sợi thủy tinh (GFRP) là một lựa chọn khả thi để tăng cường cấu kiện thép. Những ưu điểm chính của GFRP gồm chi phí thấp và dễ lắp đặt lên bề mặt thép thông qua chất kết dính. Ngoài ra, GFRP có thể được sản xuất/chế tạo thành các tấm tương đối dày. Hiện nay, phần lớn việc tăng cường kết cấu thép chỉ tập trung vào việc sử dụng vải sợi carbon CFRP. Tuy nhiên, các nghiên cứu được trình bày trong phần sau đây đã chỉ ra rằng, một tấm GFRP dày trên thực tế có thể bù đắp cho mô-đun thấp của GFRP và cung cấp hiệu quả gia cường tương tự như vải sợi CFRP và với chi phí thấp hơn.

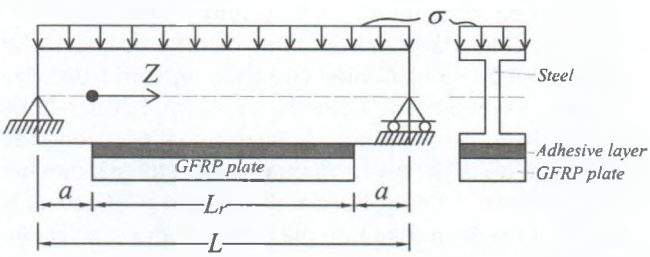
TỪ KHÓA: Polymer cốt sợi thủy tinh GFRP, vải sợi carbon CFRP.

ABSTRACT: Fiberglass reinforced polymer sheets (GFRP) are a viable option for reinforcing steel structures. The main advantages of GFRP include its low cost and easy installation on steel surfaces through adhesives. Alternatively, GFRP can be manufactured/fabricated into relatively thick sheets. At present, most structural reinforcement focuses solely on the use of CFRP carbon fiber fabrics. However, the studies presented in the following section have shown that a thick GFRP sheet can actually compensate for the low modulus of GFRP and provide the same reinforcement effect as CFRP fabric, and with lower cost.

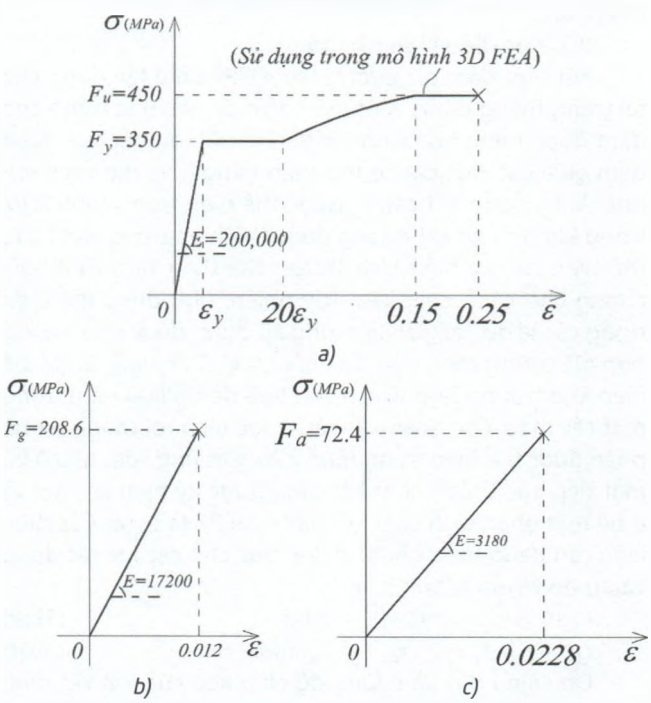
KEYWORDS: Glass fiber reinforced polymer GFRP, carbon fiber CFRP fabric.

1. ĐẶT VẤN ĐỀ

Một kết cấu dầm thép giản đơn có mặt cắt W250x45 và chiều dài nhịp L = 4,0 m được lựa chọn là một ví dụ tham chiếu. Mặt cắt này đạt các yêu cầu mặt cắt chắc theo AISC-ANSI 360 với một cường độ chảy 350 MPa cũng là đạt các yêu cầu mặt cắt loại 1 theo Tiêu chuẩn CSA-S16-19. Do vậy, mặt cắt được kỳ vọng phát triển đầy đủ sức kháng dẻo. Cánh dưới được gia cường bằng một tấm GFRP dày 15,5 mm và dài 3,5 m bằng một lớp kết dính dày 1,0 mm *(Hình 1.1)*. Các đặc trưng vật liệu của kết cấu ví dụ bao gồm vật liệu thép có tính đến biến dạng cứng hóa (strain hardering, *Hình 1.2a*) để mô tả sát với đường cong ứng suất - biến dạng của thép kết cấu. Tấm GFRP được xem là vật liệu đàn hồi tuyến tính với một mô-đun đàn hồi 17,2 GPa và có một cường độ kéo đứt là 208,6 MPa *(Hình 1.2b)*. Vật liệu kết dính là Tyfo S với một mô-đun đàn hồi E_a = 3,18 GPa, một mô-đun chống cắt G_a = 1,22 GPa và một cường độ kéo đứt F_a = 72,4 MPa *(Hình 1.2c)*.



Hình 1.1: Một dầm thép gia cường tấm GFRP chịu tải trọng phân bố đều



Hình 1.2: Mối quan hệ ứng suất - biến dạng của (a) thép, (b) GFRP và (c) chất kết dính

2. XÂY DỰNG MÔ HÌNH PHÂN TÍCH ĐƠN GIẢN HÓA

Rõ ràng là mô hình FEA là chuyên sâu về mặt tính toán và đòi hỏi công việc đáng kể từ phía người kỹ sư để xây dựng mô hình, thử nghiệm nó, tiến hành mô phỏng

và xử lý kết quả. Do đó, phần hiện tại phát triển một lời giải phân tích đơn giản hóa gần đúng, dựa trên các quan sát được thực hiện trong các mô phỏng FEA. Mô hình được tìm kiếm sẽ được giới hạn trong các kết cấu gia cường với các điều sau:

- Các mặt cắt thép đạt yêu cầu là mặt cắt chắc theo AISC-ANSI 360 hoặc lớp 1, 2 trong CSA-S19.

- Lớp kết dính và tấm dán được liên kết chặt chẽ ở hai đầu vào dầm bằng liên kết kép để loại bỏ trường hợp phá hoại bong tách ở đầu tấm dán xảy ra.

2.1. Các giả thiết

(i) Thép được giả thiết là vật liệu đàn dẻo hoàn hảo (nghĩa là bỏ qua biến dạng cứng hóa).

(ii) Các vật liệu GFRP và chất kết dính là đàn hồi tuyến tính.

(iii) Như được quan sát từ các nghiên cứu số ở trên, mô hình phân tích sẽ giả thiết một cách thận trọng là ứng suất tiếp trong lớp kết dính có một phân bố tuyến tính dọc theo một chiều dài phát triển $L_d = 0{,}1L_e$ tính từ đầu tấm GFRP. Thuật ngữ "chiều dài phát triển" cũng đã được đề xuất trong các nghiên cứu số và nghiên cứu thực nghiệm trước đây ([Haghani và Al-Emrani, Colombi và Poggi, Bocciarelli và cộng sự). Tuy nhiên, sự phân bố của ứng suất tiếp trong các nghiên cứu đó là phi tuyến và dựa trên các lời giải đàn hồi (e.g.,), Colombi và Poggi, Bocciarelli và cộng sự). Cách xử lý như vậy sẽ dự đoán thấp hơn giá trị sức kháng của vật liệu kết dính, như đã quan sát được trong nghiên cứu số ở trên và cũng đã được chỉ ra trong nghiên cứu của Haghani và Al-Emrani.

2.2. Các điều kiện cân bằng

Xét một dầm gia cường tấm GFRP chịu tác dụng của tải trọng thẳng đứng. Một biểu đồ mô-men đặc trưng cho dầm được minh họa trong *Hình 2.1a*. Chiều dài của đoạn dầm giữa các mặt cắt có mô-men bằng 0 và mô-men lớn nhất là L_e. Đoạn kết cấu L_e được thể hiện trong *Hình 2.1b*, trong khi đó mặt cắt ngang được thể hiện trong *Hình 2.1c* thể hiện các ký hiệu kích thước. Giả thiết tấm GFRP gia cường cho cánh chịu kéo. Tuy nhiên, như được thể hiện trong các ví dụ, lời giải này cũng áp dụng được cho trường hợp gia cường cánh nén. Các nội lực C_s, T_g, T_a và T_g được thể hiện cho trường hợp trục trung hòa dẻo (PNA) nằm trong mặt cắt thép. Các đoạn kết cấu được tách rời thành ba bộ phận được thể hiện trong *Hình 2.2a*. Các ứng suất tiếp ở bề mặt tiếp xúc thép - chất kết dính được ký hiệu là $\tau_{at}(z)$ và ở bề mặt phân tách chất kết dính - GFRP là $\tau_{ab}(z)$. Các điều kiện cân bằng theo phương dọc trục cho các lực tác dụng vào thép và lớp kết dính là:

$$C_s - T_s - Q_{at} = 0, \quad Q_{at} = \int_0^{L_d} \tau_{at}(z) b dz \qquad (1)a\text{-}b$$

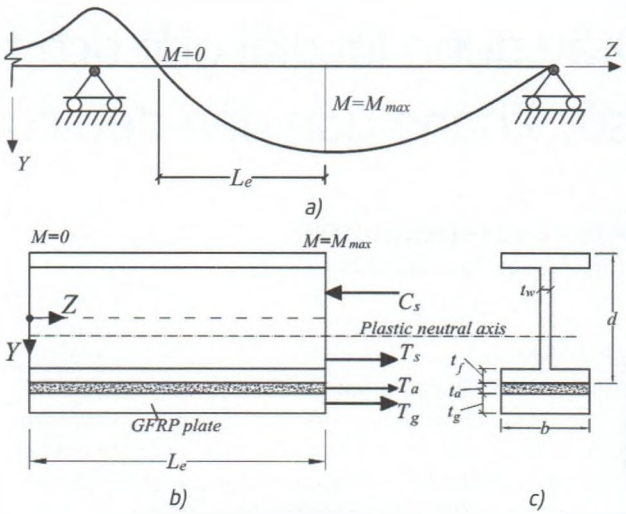
$$Q_{at} - Q_{ab} - T_a = 0, \quad Q_{ab} = \int_0^{L_d} \tau_{ab}(z) b dz \qquad (2)a\text{-}b$$

Do chiều dày và cường độ chịu kéo của lớp kết dính là tương đối nhỏ so với các giá trị này của tấm GFRP mà dầm thép, ta có $T_a << T_g, T_s$. Do vậy, ta có thể bỏ qua T_a trong phương trình (2)a và ta có:

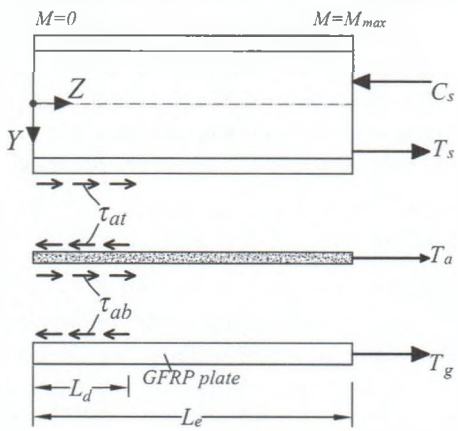
$$Q_{at} \approx Q_{ab} = Q_a \qquad (3)$$

Đối với tấm GFRP, áp dụng điều kiện cân bằng lực theo phương ngang dẫn cho kết quả:

$$T_g - Q_a = 0 \qquad (4)$$



Hình 2.1: a) - Biểu đồ mô-men uốn; b) - Sơ đồ cân bằng của đoạn Le; c) - Mặt cắt ngang



Hình 2.2: a) - Các nội lực nằm ngang và các ứng suất trên bề mặt lớp kết dính; b) - Các ứng suất cắt và các hợp lực trên bề mặt lớp kết dính

2.3. Sức kháng của các bộ phận riêng biệt

Sức kháng nén lớn nhất $C_{s,max}$ của dầm thép đạt được khi cả mặt cắt A_s bị chảy dẻo và sức kháng kéo lớn nhất $T_{g,max}$ của tấm GFRP đạt được khi cả mặt cắt ngang tấm GFRP A_g chịu ứng suất kéo phá hoại, nghĩa là:

$$C_{s,\max} = A_s F_y, T_{g,\max} = A_g F_g \qquad (5),(6)$$

Trong đó: F_y - Cường độ chảy của thép; F_g - Cường độ của tấm GFRP. Đối với lớp kết dính, cường độ kháng cắt có thể được xác định là $\tau_u = F_a / \sqrt{3}$ dựa trên tiêu chí von - Mises. Sức kháng lực cắt theo phương dọc trục của lớp kết dính, do vậy có thể được tính bằng:

$$Q_{a,\max} = \tau_u b L_d / 2 \qquad (7)$$

2.4. Các dạng phá hoại xem xét trong lời giải phân tích

Dựa trên các sức kháng tính được ở trên $C_{s,max}$, $Q_{a,max}$

và $T_{g,max}$, cường độ tối đa của các mặt cắt gia cường sẽ phụ thuộc vào một trong ba dạng phá hoại dưới đây.

(1) Khi $T_{g,max} \le C_{s,max}$ và $T_{g,max} \le Q_{a,max}$, cường độ chịu kéo của GFRP là liên kết yếu nhất và sẽ kiểm soát sức kháng của hệ. Trong trường hợp này, việc thỏa mãn các điều kiện cân bằng trong các phương trình (1)a, (3), (4) sẽ dẫn đến trục trung hòa nằm trong thép. Dạng phá hoại này là khá thực tế và phổ biến.

(2) Khi $Q_{a,max} \le C_{s,max}$ và $Q_{a,max} \le C_{g,max}$, cường độ kháng cắt của lớp kết dính trở thành liên kết yếu nhất và sẽ kiểm soát sức kháng của hệ vì lớp kết dính chỉ tạo ra một tương tác bán phần giữa tấm GFRP và dầm thép. Biến dạng cắt lớn trong lớp kết dính và sự trượt giữa tấm GFRP và dầm thép sẽ xảy ra. Việc thỏa mãn các điều kiện cân bằng trong các phương trình (1), (3), (4) chỉ ra rằng, tấm GFRP không thể phát triển hết cường độ chịu kéo của nó. Dạng phá hoại này có thể xảy ra khi dầm thép được gia cường bằng một tấm GFRP ngắn và một lớp kết dính có sức kháng nhỏ. Tuy nhiên, dạng phá hoại này được loại bỏ theo giả thiết có liên kết kẹp chặt hai đầu tấm dán vào dầm.

(3) Một dạng phá hoại nữa về mặt lý thuyết có thể xảy ra nếu $C_{s,max} \le Q_{a,max}$ và $C_{s,max} \le T_{g,max}$, ở đây điều kiện cân bằng sẽ đẩy trục trung hòa nằm trên tấm GFRP. Tuy nhiên, kích thước và đặc trưng cơ học của vật liệu làm điều này khó có thể xảy ra. Do vậy, dạng phá hoại này được bỏ qua.

** Sức kháng dẻo dựa trên phá hoại kéo tấm GFRP:*

Phần này phát triển một lời giải phân tích dựa trên phân bố ứng suất pháp dọc trục đàn hồi-dẻo trên mặt cắt ngang của dầm thép để đặc trưng hóa cường độ của dầm thép gia cường GFRP.

Khi $T_{g,max} \le C_{s,max}$ và $T_{g,max} \le Q_{a,max}$, như đã thảo luận, trục trung hòa nằm trong mặt cắt thép và phá hoại của hệ bị kiểm soát bởi phá hoại tấm GFRP. Do cường độ kéo đứt $T_{g,max}$ của tấm GFRP nhỏ hơn cường độ chảy $C_{s,max}$ của mặt cắt thép, nên khi phá hoại xảy ra thì mặt cắt thép sẽ không chảy hoàn toàn và do vậy sẽ bao gồm một lõi đàn hồi ở gần trục trung hòa và hai khu vực chảy dẻo hoàn toàn ở gần biên trên và biên dưới dầm. Bên cạnh đó, do tấm GFRP không sở hữu một thềm chảy, phân bố ứng suất trong mặt cắt ngang của tấm GFRP là tuyến tính theo chiều dày tấm GFRP. Các giả thiết sau được áp dụng cho trường hợp này:

- Lõi thép đàn hồi nằm hoàn toàn trong bản bụng của dầm thép.
- Độ dốc của biến dạng trên mặt cắt ngang của tấm GFRP bằng độ dốc của biến dạng trên mặt cắt ngang của lõi thép đàn hồi *(Hình 2.3b)*, như đã được xử lý trong các nghiên cứu trước Bocciarelli và cộng sự, Bocciarelli và Colombi. Bên ngoài lõi đàn hồi, các nghiên cứu số 3D FEA cho thấy phân bố biến dạng trên mặt cắt là hơi phi tuyến như thể hiện trong *Hình 2.3b*. Tuy nhiên, sự phân bố phi tuyến này của trường biến dạng trên mặt cắt ngang không có ảnh hưởng tới sự phân bố ứng suất chảy dẻo trong phần mặt cắt thép.

Các phân bố ứng suất và các nội lực tương ứng được thể hiện trong *Hình 2.3c*. Các nội lực này là C_{s1}, C_{s2}, T_{s1}, T_{s2}, và $T_g = F_g t_g b - E_g \varepsilon_g t_g b/2d_y$. Điều kiện $0 < d_y \le (d - 2t_f)/2$ phải được thỏa mãn để phù hợp với giả thiết (i) ở trên. Khi dầm bị uốn thuần túy, tổng của các lực nằm ngang phải cân bằng, nghĩa là:

$$T_{s1} + T_{s2} + T_{g1} - T_{g2} - C_{s1} - C_{s2} = 0 \quad (8)$$

Trong đó, các nội lực được diễn giải theo d_y (là một nửa chiều cao của lõi đàn hồi) là:

$$C_{s1}(d_y) = bt_f F_y + (d - d_{NA} - t_f - d_y)t_w F_y; \qquad C_{s2}(d_y) = \frac{1}{2} t_w d_y F_y;$$

$$T_{s1}(d_y) = \frac{1}{2} t_w d_y F_y, \qquad T_{s2}(d_y) = bt_f F_y + (d_{NA} - t_f - d_y)t_w F_y, \quad (9)$$

$$T_g(d_y) = T_{g1} - T_{g2}; \qquad T_{g1} = F_g t_g b; \qquad T_{g2}(d_y) = \frac{1}{2}\frac{E_g t_g \varepsilon_{cu}}{d_y} t_g b$$

Từ phương trình (9), bằng cách thay vào phương trình (8), chiều cao trục trung hòa d_{NA} có thể được diễn giải theo d_y như sau:

$$d_{NA}(d_y) = \frac{bt_g^2 E_g}{4t_w E_y}\frac{1}{d_y} + \frac{d}{2} - \frac{t_g b F_g}{2t_w F_y} \quad (10)$$

Ở đây, điều kiện $t_f < d_{NA} < d - t_f$ phải được thỏa mãn. Bên cạnh đó, các cánh tay đòn mô-men được diễn giải theo d_{NA} và d_y như sau:

$$y_c(d_y) = \frac{\left[bt_f^2/2 + (d - d_{NA} - d_y - t_f)t_w\left(d - d_{NA} - d_y + t_f\right)/2\right]}{\left[bt_f + (d - d_{NA} - d_y - t_f)t_w\right]};$$

$$y_t(d_y) = \frac{\left[bt_f^2/2 + (d_{NA} - d_y - t_f)t_w\left(d_{NA} - d_y + t_f\right)/2\right]}{\left[bt_f + (d_{NA} - d_y - t_f)t_w\right]};$$

$$e_1(d_y) = d - d_{NA} - 2d_y/3 - y_c; \qquad e_2(d_y) = e_1 + 4d_y/3; \qquad e(d_y) = d - y_t - y_c;$$

$$e_{g1}(d_y) = e + y_t + t_a + \frac{t_g}{2}; \qquad e_{g2}(d_y) = e + y_t + t_a + \frac{t_g}{3} \quad (11)$$

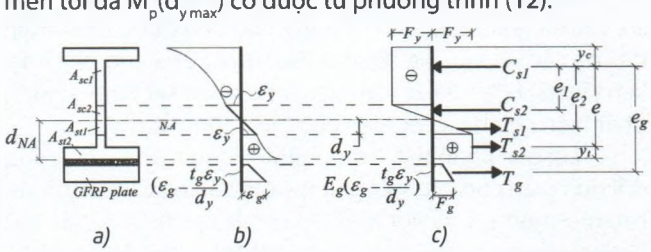
Sức kháng mô-men của dầm gia cường có thể được tính như sau:

$$M_p = T_{s1}e_2 + T_{s2}e + T_{g1}e_{g1} - T_{g2}e_{g2} - C_{s2}e_1 \quad (12)$$

Từ các phương trình (9)-(11), thay vào phương trình (12), ta có được diễn giải mô-men $M_p = M_p(d_y)$ là hàm phi tuyến của d_y. Mô-men tối đa sau đó có được bằng cách xác định $d_y = d_{y,max}$ để tối đa hóa mô-men M_p. Điều này tương ứng với điều kiện $\partial M_p(d_y)/\partial d_y\big|_{d_{y,max}} = 0$ và được giải để cho các giá trị có thể có của d_y. Các giá trị tương ứng $d_{NA}(d_y)$ được xác định từ phương trình (10). Các giá trị chấp nhận được của d_y và d_{NA} phải thỏa mãn các điều kiện:

$$0 < d_y \le \left(d - 2t_f\right)/2, \quad t_f < d_{NA} < d - t_f \quad (13)\text{a-b}$$

Các điều kiện trên sẽ cho một giá trị duy nhất $d_y = d_{y\,max}$ và tương ứng giá trị $d_{NA}(d_{y\,max})$. Các nội lực tương ứng $C_{s1}(d_{y\,max}), C_{s2}(d_{y\,max}), T_{s1}(d_{y\,max}), T_{s2}(d_{y\,max})$ và $T_g(d_{y\,max})$ sau đó được xác định từ phương trình (9). Bên cạnh đó, các cánh tay đòn $y_c(d_{y\,max})$, $y_t(d_{y\,max})$, $e_1(d_{y\,max})$, $e_2(d_{y\,max})$, $e(d_{y\,max})$, $e_{g1}(d_{y\,max})$ và $e_{g2}(d_{y\,max})$ có được từ phương trình (11) và mô-men tối đa $M_p(d_{y\,max})$ có được từ phương trình (12).



Hình 2.3: Các nội lực giả thiết trên mặt cắt ngang có mô-men uốn lớn nhất trong trường hợp phá hoại 1

3. KIỂM TRA MÔ HÌNH

** Kiểm chứng kết quả: Dầm thép gia cường cánh nén chịu các lực tập trung:*

Nghiên cứu số đã được kiểm chứng so với kết quả nghiên cứu của Siddique và El Damatty *(Bảng 3.1)*. Bây giờ, lời giải phân tích sẽ được áp dụng để dự đoán sức kháng mô-men tối đa của kết cấu dầm thép gia cường do GFRP Siddique và El Damatty (2013) đưa ra. Thông tin đã cho của dầm mút thừa và dầm giản đơn đã được trình bày trong mục 4 của nghiên cứu này. Mặt cắt thép đã cho đạt yêu cầu mặt cắt chắc của ANSI AISC 360 (2016), điều này chỉ ra rằng mặt cắt này có thể phát triển hoàn toàn cường độ dẻo. Sức kháng kéo lớn nhất trong thép là $T_{s,max}$ = 1.181 kN và sức kháng cắt tối đa của chất kết dính là $Q_{a,max}$ = 518 kN. Sức kháng nén lớn nhất trong tấm GFRP (tương ứng với tấm dày 15,5 mm) là $C_{g,max}$ = 481 kN. Trong mọi trường hợp, các điều kiện $C_{g,max} < T_{s,max}$ và $C_{g,max} < Q_{a,max}$ được thỏa mãn, điều này cho thấy GFRP là liên kết yếu nhất và phù hợp với dạng phá hoại được báo cáo trong Siddique và El Damatty (2013). Trong *Bảng 3.1*, lời giải phân tích hiện tại dự đoán kết quả sức kháng tối đa hơi thấp một chút (tức là, trong vòng 3,1%) khi so sánh với các dự đoán của Siddique và El Damatty (2013). Các kết quả này kiểm chứng thêm cho lời giải phân tích hiện tại và cho thấy lời giải hiện tại có khả năng áp dụng cho các trường hợp, trong đó cánh nén được gia cường GFRP.

Bảng 3.1. So sánh tải trọng tối đa (kN) trong ví dụ

Điều kiện biên [1]	Chiều dày tấm GFRP (mm) (mm) [2]	Nghiên cứu hiện tại [3]	Siddique và El Damatty [4]	(%) khác biệt [4-3]/ [4]
Dầm công son	0	41,0	41,0(1)	0,0
	6,35	45,1	46,3(1)	2,6
	15,5	50,3	51,9(1)	3,1
Dầm giản đơn	0	230,3	230,3(2)	0,0
	6,35	270,3	273,8(2)	1,3
	15,5	291,8	298,0(2)	2,1

4. CÁC KẾT LUẬN

Nghiên cứu hiện tại đã thực hiện một nghiên cứu số và phát triển một lời giải phân tích đơn giản hóa để dự đoán sức kháng mô-men tối đa của dầm thép gia cường GFRP. Các nghiên cứu số đã điều tra sức kháng mô-men tối đa và các ứng suất trong lớp kết dính ngay trước khi phá hoại xảy ra. Ảnh hưởng của phi tuyến hình học, ứng suất dư và biến dạng ban đầu, chiều dài tấm GFRP, độ dày tấm GFRP, mô-đun đàn hồi và cường độ phá hoại của chất kết dính được nghiên cứu. Dựa trên các quan sát thu được từ nghiên cứu số, các lời giải phân tích đơn giản hóa đã được phát triển để cho các kết cấu gia cường GFRP dựa trên dạng phá hoại kéo tấm GFRP và dạng phá hoại cắt của lớp kết dính. Những phát hiện chính của nghiên cứu được tóm tắt như sau:

- Lời giải phân tích trong nghiên cứu hiện tại là tương đối đơn giản cho các áp dụng thực tế và nó có thể dự đoán các mô-men tối đá với một độ chính xác hợp lý. Các sức kháng mô-men tối đa như được dự đoán bởi lời giải phân tích được thấy là phù hợp tốt với các phân tích 3D FEA cho các kết cấu với kích thước và các điều kiện biên và tải trọng khác nhau.

- Các so sánh với các phân tích phần tử hữu hạn FEA (đã được kiểm chứng với nghiên cứu thực nghiệm) cho thấy lời giải phân tích trong nghiên cứu hiện tại có thể áp dụng cho các trường hợp gia cường cánh lén của dầm thép.

- Nghiên cứu này chỉ ra rằng, việc gia cường GFRP có thể là một giải pháp hiệu quả để gia cường dầm thép. Ví dụ, một dầm thép W250x45 gia cường bằng một tấm GFRP dày 15,5 mm có sức kháng mô-men tối đa tăng 21% so với dầm thép trần không gia cường.

Tài liệu tham khảo

[1]. Harries, K.A., Peck A.J., Abraham, E.J. (2009), *Enhancing stability of structural steel sections using FRP*, Thin-walled structures, 47: 2092-1101.

[2]. Accord, E and Earls, C.J. (2006), *Use of fiber-reinforced polymer composite elements to enhance structural steel member ductility*, J. of comp. for construction ASCE, 10: 337-344.

[3]. Siddique, M.A.A. and El Damatty, A.A. (2012), *Enhancement of buckling capacity of steel plates strengthened with GFRP plates*, Thin-Walled Structures, 60: 154-162.

[4]. Siddique, M.A.A. and El Damatty, A.A. (2013), *Improvement of local buckling behaviour of steel beams through bonding GFRP plates*, Composite Structures, 96: 44-56.

[5]. Aydin E. and Aktas, M. (2015), *Obtaining a permanent repair by using GFRP in steel plates reformed by heat-treatment*, Thin-Walled Structures, 94: 13-22.

[6]. Pham, P.V. and Mohareb, M. (2014), *A shear deformable theory for the analysis of steel beams reinforced with GFRP plates*, Thin-Walled Structures, 85: 165-182.

[7]. Pham, P.V and Mohareb, M. (2015), *Nonshear Deformable Theory for Analysis of Steel Beams Reinforced with GFRP Plate Closed-Form Solution*, J. Str. Eng., ASCE., 141: 04015063.

[8]. Pham, P.V. and Mohareb, M. (2015), *Finite-element formulations for the spatial static response of steel beams bonded to a GFRP plate*, Journal of Engineering Mechanics, ASCE., 141: 04014143.

[9]. Pham, P.V., Mohareb, M. and Fam, A. (2019), *Shear deformable super-convergent finite element for steel beams strengthened with GFRP Plate*, Canadian J. Civil Eng., 46: 338-351.

[10]. Pham, P.V and Mohareb, M. and Fam, A. (2017), *Elastic Analysis of Steel Beams Strengthened with GFRP Plates Including Preexisting Loading Effects*, J. of Struct. Eng. ASCE., 143: 04017163.

[11]. Pham, P.V., Mohareb, M. and Fam, A. (2018), *Lateral torsional buckling of steel beams strengthened with GFRP plate*, Thin-walled structures, 131: 55-75.

[12]. Pham, P.V., Mohareb, M. and Fam, A. (2018), *Finite element formulation for the analysis of multilayered beams based on the principle of stationary complementary strain energy*, Engineering Structures, 167C: 287-307.

Ngày nhận bài: 15/4/2021
Ngày chấp nhận đăng: 21/5/2021
Người phản biện: TS. Trần Việt Hưng
TS. Nguyễn Xuân Tùng