

TÍNH KHUNG PHẪNG CHỊU TẢI TRỌNG NGẪU NHIÊN TRÊN CƠ SỞ KẾT HỢP VỚI PHƯƠNG PHÁP PHẦN TỬ HỮU HẠN VỚI MÔ PHỎNG MONTE CARLO

THS. NGUYỄN THỊ NHUNG

Khoa Công Trình,
Trường đại học Giao Thông Vận Tải - Cầu Giấy Hà Nội

TÓM TẮT:

Các kết cấu khung khá phổ biến trong xây dựng cũng như các công trình cầu. Nghiên cứu này sử dụng phương pháp phần tử hữu hạn tính nội lực và chuyển vị của khung chịu các tải trọng ngẫu nhiên. Các tải trọng ngẫu nhiên giả thiết có dạng phân phối chuẩn và sử dụng phương pháp mô phỏng Monte Carlo để mô phỏng các tải trọng này. Trên cơ sở các công thức phần tử hữu hạn kết hợp với phần mềm Matlab để tìm nội lực và chuyển vị của khung với các mẫu tải trọng được mô phỏng. Từ đó tính toán thống kê giá trị trung bình và độ lệch chuẩn của chuyển vị và nội lực của khung.

ABSTRACT:

Frames are most common in civil engineering and bridge construction. This paper deal with frame subjected to random loads using finite element method. Random load are assumed normal distribution and generated by Monte Carlo simulation. Finite element program for frame is programmed in Matlab. Numerical is employed in detail.

1. GIỚI THIỆU

Chúng ta đều biết các vật liệu thông thường là phân bố không đều, nhất là vật liệu dạng composite, chúng phụ thuộc vào quá trình, công nghệ cách chế tạo. Như thế phân tích tiền định không đầy đủ thông tin cho phản ứng đầu ra của kết cấu. Việc tính toán tĩnh động, ổn định của tẩm có xét đến các tham số ngẫu nhiên đã được xem xét nghiên cứu.

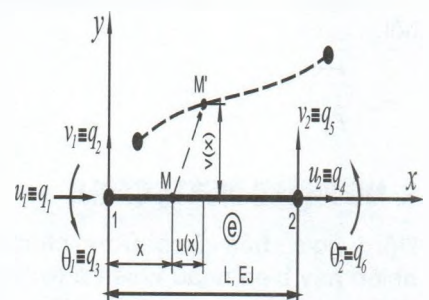
Lời giải chính xác cho bài toán ngẫu nhiên rất hạn chế, chỉ duy nhất với một vài trường hợp kết cấu đơn giản [1-3]. Các kết cấu phức tạp phải sử dụng các phương pháp số. Một trong những phương pháp số nổi tiếng được sử dụng nhiều là "Phương pháp phần tử hữu hạn ngẫu nhiên". Phương pháp này có một số tên gọi khác nhau

tùy cụ thể nội dung của phương pháp, ví dụ "Phương pháp phần tử hữu hạn xác suất - probabilistic finite element method" [4]; Phương pháp phần tử hữu hạn ngẫu nhiên trọng số [5]. Đã có một số nghiên cứu về tĩnh, động, ổn định của tẩm với các tham số ngẫu nhiên. L. Graham, G. Deodatis [6] nghiên cứu phương pháp phần tử hữu hạn ngẫu nhiên trọng số cho bài toán uốn tẩm với trường ngẫu nhiên về mô đun đàn hồi. Noh Huyk Chun [7] đã xây dựng phương pháp phần tử hữu hạn ngẫu nhiên trọng số cho bài toán tẩm với tham số ngẫu nhiên của hệ số Poisson's. N.-Z. Chen, C. Guedes Soares [8] đã phát triển phương pháp phần tử hữu hạn ngẫu nhiên dạng phổ cho bài toán tẩm composite sử dụng chuỗi Karhunen-Loève. Dương Thế Hùng [9] đã nghiên cứu dao

động của khung với tham số ngẫu nhiên của vật liệu. Lương Công Duy và cộng sự đã nghiên cứu tính kết cấu bằng phương pháp tham số khoảng, một dạng của tham số không xác định. Nguyễn Đông Anh cùng cộng sự [10] đã nghiên cứu bài toán dao động ngẫu nhiên do tổ hợp kích thích điều hòa và các kích ngẫu nhiên gây ra. T.D Hien và cộng sự [11] đã tính tần số ngẫu nhiên của tẩm xét đến tính chất ngẫu nhiên của khối lượng. T.D Hien và cộng sự [12] đã sử dụng phương pháp mô phỏng ngẫu nhiên tính toán dao động ngẫu nhiên của dầm chịu hoạt tải di động. Nghiên cứu này sử dụng phương pháp phần tử hữu hạn kết hợp với mô phỏng số Monte Carlo tính khung chịu tải trọng ngẫu nhiên.

2. CÔNG THỨC PHẦN TỬ HỮU HẠN CHO KHUNG PHẪNG

Mô hình phần tử hữu hạn tính khung như hình 2 với độ cứng EI , EA là hằng số trong phạm vi phần tử giữ hai nút:



Hình 1 Mô hình phần tử hữu hạn

Chuyển vị w_e của phần tử theo phương trục x được xấp xỉ qua các hàm dạng Hermite [13, 14].

$$\{U\} = \begin{Bmatrix} u(x) \\ v(x) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & 0 & N_4 & 0 & 0 \\ 0 & N_2 & N_3 & 0 & N_5 & N_6 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \\ q_5 \\ q_6 \end{Bmatrix} \quad (1)$$

Trong đó các hàm dạng Hermite

$$\begin{cases} N_2 = 1 - 3\frac{x^2}{L^2} + 2\frac{x^3}{L^3} & N_5 = 3\frac{x^2}{L^2} - 2\frac{x^3}{L^3} \\ N_3 = x\left(1 - 2\frac{x}{L} + \frac{x^2}{L^2}\right) & N_6 = x\left(-\frac{x}{L} + \frac{x^2}{L^2}\right) \\ N_1 = \left(1 - \frac{x}{L}\right) & N_4 = \frac{x}{L} \end{cases} \quad (2)$$

Ma trận độ cứng của phần tử:

$$[K] = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ & & \frac{4EI}{L} & 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ & & & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ & & & & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ \text{fix} & & & & & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix} \quad (3)$$

Phương trình cân bằng của hệ:

$$[K]\{U\} = \{P\} \quad (4)$$

Ta giả sử từng loại tải trọng của từng phần tử là các biến ngẫu nhiên r theo luật phân phối chuẩn có kỳ vọng toán học và phương sai:

$$E_0 = \int r f(r) dE \quad (5)$$

$$\gamma_E = \int (r - E_0)^2 f(r) dr$$

Hệ số biến thiên của biến ngẫu nhiên của mô đun đàn hồi:

$$\sigma = \frac{\sqrt{\gamma_E}}{E_0} \quad (6)$$

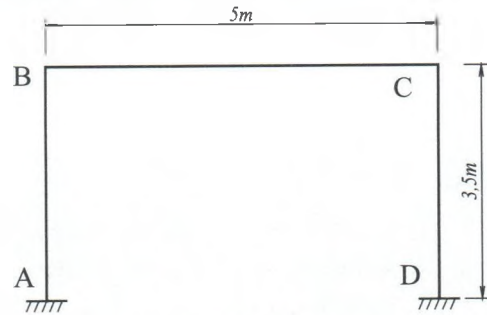
3. MÔ PHỎNG MONTE CARLO

Nội dung cơ bản của phương pháp là các trường ngẫu nhiên hay biến ngẫu nhiên được mô phỏng thành số lớn các mẫu với giá trị tiền định. Từ đó đưa vào bài toán, như thế bài toán ngẫu nhiên trở thành bài toán tiền định và chúng ta chỉ cần tính toán thống kê các kết quả đầu ra, chẳng hạn như giá trị trung bình, độ lệch chuẩn,... Phương pháp mô phỏng Monte Carlo có ưu điểm lớn là có thể mô phỏng tính toán các bài

toán phức tạp, bài toán phi tuyến, tuy nhiên khối lượng tính toán khá lớn.

3. VÍ DỤ TÍNH TOÁN

- Tính khung thép chịu tải trọng như hình vẽ:



Hình 2. Sơ đồ khung

Thép cột thép hình I cánh rộng tiêu chuẩn ASTM số hiệu W 360 x 79 có

$$A_1 = 1,01 \times 10^{-2} m^2; I_1 = 2,2518 \times 10^{-4} m^4$$

Dầm thép hình I cánh rộng tiêu chuẩn ASTM số hiệu W 410 x 85 có

$$A_2 = 1,08 \times 10^{-2} m^2; I_2 = 3,155 \times 10^{-4} m^4$$

Mỗi tải trọng trên các phần tử giả thiết là một biến ngẫu nhiên theo luật phân phối chuẩn có giá trị trung bình như sau:

$$\text{Tải trọng phân bố đều } q_0 = 10^4 (N/m),$$

Tải trọng ngang P xét hai trường hợp:

$$\text{- Tổ hợp tải trọng 1: } P_0 = 5 \cdot 10^3 N$$

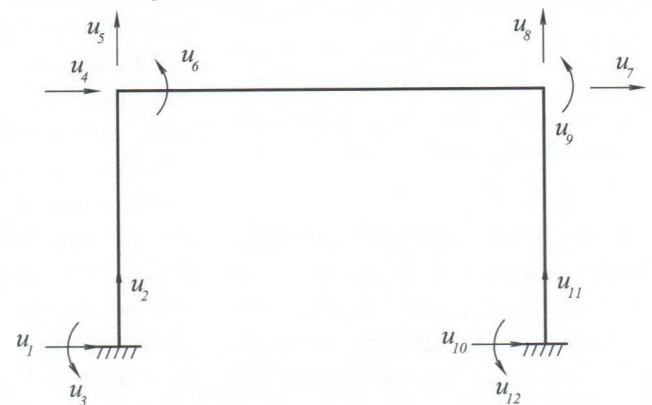
$$\text{- Tổ hợp tải trọng 2: } P_0 = 20 \cdot 10^3 N$$

Các tải trọng ngẫu nhiên viết có dạng như sau:

$$q = q_0 (1 + r_q) \quad (7)$$

$$P = P_0 (1 + r_p)$$

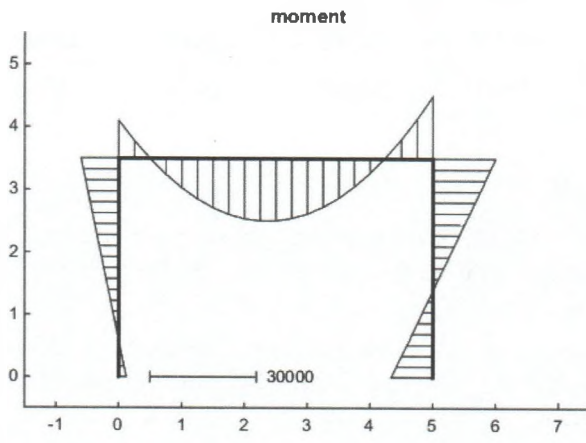
Các tải trọng này giả thiết có độ biến thiên là $\sigma = 0,05$



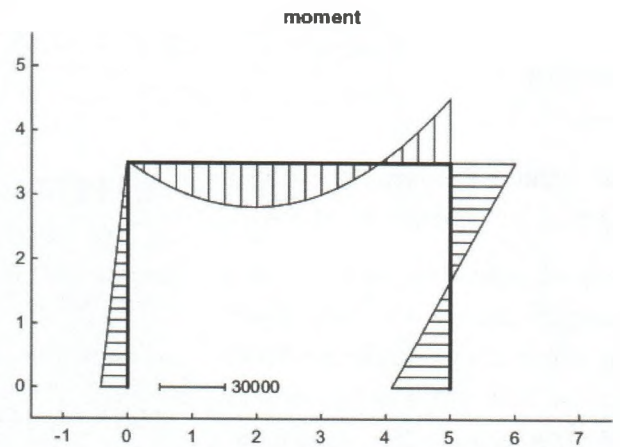
Hình 3. Sơ đồ cột chịu lực tập trung ở đầu cột có mặt cắt thay đổi

Ở đây thực hiện lời giải phần tử hữu hạn bằng cách chia cột thành các phần tử có chiều dài như nhau.

- Biểu đồ tần suất của chuyển vị và nội lực tại một số mặt cắt khi mô phỏng Monte Carlo:

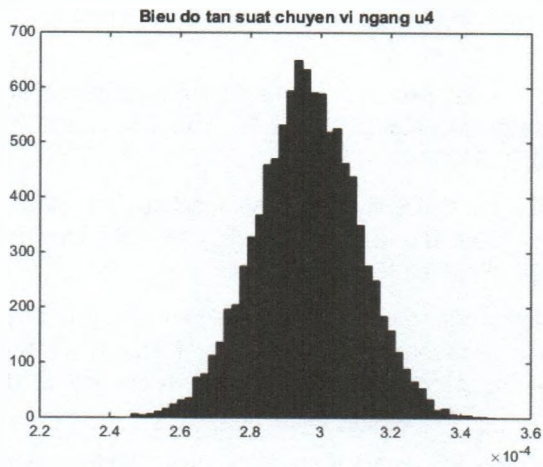


- Tổ hợp tải trọng 1

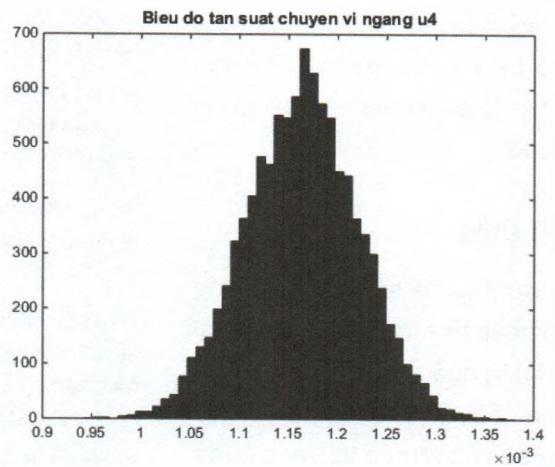


- Tổ hợp tải trọng 2

Hình 4: Biểu đồ mô men góc trung bình của khung

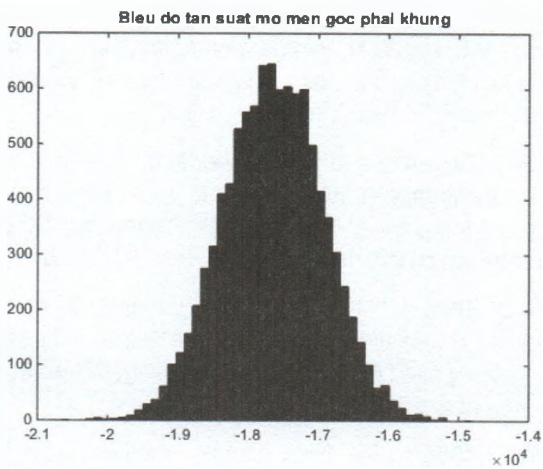


- Tổ hợp tải trọng 1

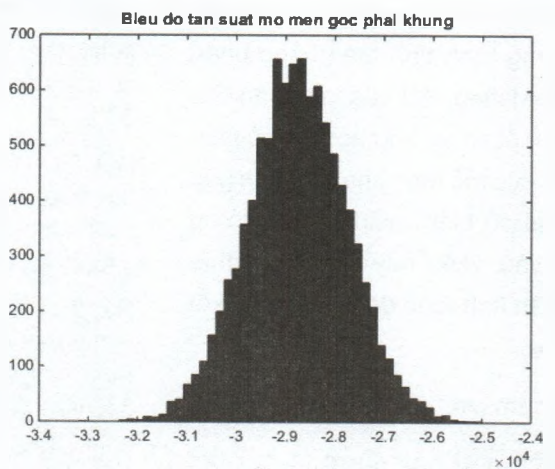


- Tổ hợp tải trọng 2

Hình 5: Biểu đồ tần suất của chuyển vị u_4



- Tổ hợp tải trọng 1



- Tổ hợp tải trọng 2

Hình 6: Biểu đồ tần suất của mô men góc phải khung

Bảng 1: Bảng hệ số biến thiên của nội lực dầm BC

Nội lực		NB	QB	MB	NC	QC	MC
Hệ số biến thiên	Tổ hợp lực 1	0,0383	0,0531	0,0705	0,0383	0,0472	0,0409
	Tổ hợp lực 2	0,0336	0,0669	0,949	0,0366	0,0414	0,0355

Qua bảng 1 thể hiện hệ số biến thiên nội lực của dầm BC ta thấy:

- Hệ số biến thiên của lực dọc không đổi do lực dọc trong thanh này không đổi và hệ số biến thiên của lực dọc nhỏ hơn hệ số biến thiên của tải trọng đầu vào là 0,05

- Hệ số biến thiên của lực cắt và mô men thay đổi tùy vị trí tiết diện, một số trường hợp hệ số biến thiên của mô men rất lớn, gần gấp đôi hệ số biến thiên của lực dọc nhỏ hơn hệ số biến thiên của tải trọng đầu vào.

4. KẾT LUẬN

Bài báo này đã sử dụng phương pháp phần tử hữu hạn kết hợp với mô phỏng ngẫu nhiên tính toán nội lực và chuyển vị cho khung. Các biến ngẫu nhiên của tải trọng được mô phỏng thành các bộ số mẫu. Trên cơ sở các công thức phần tử hữu hạn ngẫu nhiên thành lập tiến hành lập thuật toán và viết chương trình tính toán bằng phần mềm Matlab. Kết quả tính toán cho thấy một số trường hợp hệ số biến thiên của mô men khá lớn, gần gấp đôi hệ số biến thiên của tải trọng đầu vào. Điều này rất có ý nghĩa khi cần tính toán độ tin cậy của kết cấu. ■

Lời cảm ơn

Nghiên cứu này được tài trợ bởi Trường Đại Học Giao Thông Vận Tải trong đề tài mã số T2021-CT-003.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] M Shinozuka. Structural Response Variability, Journal of Engineering Mechanics, 113(1987) 825-42. doi:10.1061/(ASCE)0733-9399(1987)113:6(825)
- [2] C Bucher, Shinozuka M. Structural Response Variability II, Journal of Engineering Mechanics, 114(1988) 2035-54. 10.1061/(asce)0733-9399(1988)114:12(2035)
- [3] A Kardara, Bucher C, Shinozuka M. Structural Response Variability III, Journal of Engineering Mechanics, 115(1989) 1726-47. 10.1061/(asce)0733-9399(1989)115:8(1726)
- [4] W K Liu, Belytschko T, Mani A. Random field finite elements, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 23(1986) 1831-45. 10.1002/nme.1620231004
- [5] T Takada. Weighted integral method in stochastic finite element analysis, Probabilistic Engineering Mechanics, 5(1990) 146-56. http://dx.doi.org/10.1016/0266-8920(90)90006-6
- [6] L Graham, Deodatis G. Variability response functions for stochastic plate bending problems, Structural Safety, 20(1998) 167-88. http://dx.doi.org/10.1016/S0167-4730(98)00006-X
- [7] H-C Noh. A formulation for stochastic finite element analysis of plate structures with uncertain Poisson's ratio, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 193(2004) 4857-73. http://dx.doi.org/10.1016/j.cma.2004.05.007
- [8] N-Z Chen, Guedes Soares C. Spectral stochastic finite element analysis for laminated composite plates, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 197(2008) 4830-9. http://dx.doi.org/10.1016/j.cma.2008.07.003
- [9] D T Hùng. Tính toán kết cấu thanh có tham số ngẫu nhiên Hội nghị cơ học toàn quốc 2009.
- [10] N D Anh, Zakovorotny V L, Hao D N. Van der pol-duffing oscillator under combined harmonic and random excitations. , Vietnam Journal Mechanics, 36(2014).
- [11] T D Hien, Thanh B T, Quynh Giang N T. Uncertainty qualification for the free vibration of a functionally graded material plate with uncertain mass density, IOP Conference Series: Earth and Environmental Science, 143(2018) 012021. http://dx.doi.org/10.1088/1755-1315/143/1/012021
- [12] T D Hien, Hung N D, Kien N T, Noh H C. The variability of dynamic responses of beams resting on elastic foundation subjected to vehicle with random system parameters, Applied Mathematical Modelling, 67(2019) 676-87. https://doi.org/10.1016/j.apm.2018.11.018
- [13] J N Reddy. An introduction to the finite element method. New York: McGraw-Hill, 1993.
- [14] S S Rao. The finite element method in engineering. Amsterdam; Boston, MA: Elsevier/Butterworth Heinemann; 2005.