

# Tính ổn định của cột ống thép nhồi bê tông có mặt cắt thay đổi bằng phương pháp phần tử hữu hạn

■ **THS. ĐỖ THỊ HẰNG; THS. NGUYỄN KHÁNH ĐỨC**

*Trường Đại học Giao thông vận tải*

**TÓM TẮT:** Kết cấu ống thép nhồi bê tông có ưu điểm tận dụng được khả năng chịu lực của cả thép và bê tông nên được sử dụng khá phổ biến trong lĩnh vực xây dựng. Bài báo trình bày kết quả nghiên cứu này xây dựng công thức phần tử hữu hạn tính ổn định của cột ống thép nhồi bê tông có mặt cắt thay đổi. Trên cơ sở các công thức phần tử hữu hạn được lập ra và dùng phần mềm Matlab để lập trình tìm lực tới hạn của cột. Các kết quả tính toán được so sánh với một số trường hợp trong các nghiên cứu trước. Nhiều kết quả tính toán lực tới hạn ứng với nhiều số liệu đầu vào được đưa ra, từ đó đánh giá được ảnh hưởng của các tham số độ cứng kết cấu, của liên kết đàn hồi đến đến lực tới hạn.

**TỪ KHÓA:** Ổn định, ống thép nhồi bê tông, phần tử hữu hạn.

**ABSTRACT:** Concrete filled steel column is most common in civil engineering. This paper deal with stability of non-uniform concrete filled steel column with varying cross-sections using finite element method. Finite element formulation for non-uniform column developed and made program in Matlab. The results are compared with those in previous studies for validation. Numerical examples are employed to compute critical loads of the non-uniform column with the various height of column and boundary condition.

**KEYWORDS:** Stability, non - uniform concrete filled steel column, FEM.

## 1. ĐẶT VẤN ĐỀ

Trong vài thập kỷ gần đây, kết cấu nhà cao tầng, kết cấu nhịp lớn ngày càng phổ biến hơn. Kết cấu ống thép nhồi bê tông có ưu điểm khả năng chịu lực và sử dụng hiệu quả kết hợp của vật liệu thép và bê tông. Vì vậy, ống thép nhồi bê tông ngày càng được sử dụng phổ biến trong các công trình cao tầng và kết cấu nhịp lớn, công trình cầu. Cột

thép nhồi bê tông đã được sử dụng trong các kết cấu chịu tải động của hoạt tải xe và được sử dụng để làm hệ thống khung, dàn đỡ bể chứa, cột trong các tòa nhà cao tầng cũng như được sử dụng làm cọc.

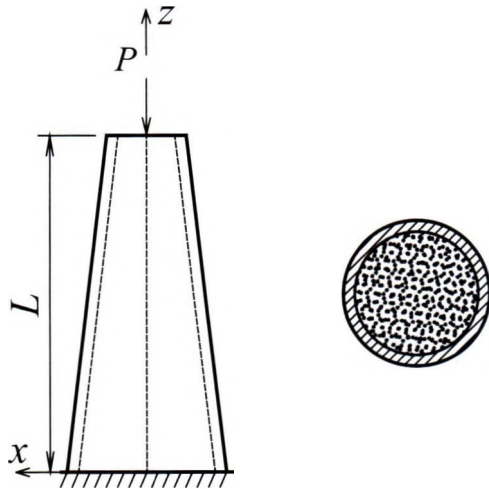
Các nghiên cứu về kết cấu ống thép nhồi bê tông được nhiều tác giả nghiên cứu lý thuyết và thí nghiệm với mặt cắt ngang hình chữ nhật, hình vuông và hình tròn. Phan Dinh Hao và Trinh Huu Hiep [1] đã mô phỏng ống thép nhồi bê tông cường độ cao chịu nén đúng tâm bằng phần mềm Abaqus. Simon Schnab [2] đã tính ổn định của cột thép nhồi bê tông có xét đến biến dạng trượt giữa thép và bê tông. Gupta P.K và Singh Heaven [3] đã nghiên cứu sự kiểm chế của bê tông trong cột thép nhồi bê tông bằng phương pháp phần tử hữu hạn thông qua sử dụng phần mềm Abaqus. Ahmed Ahmed Dalaf và Güneysi Esra Mete [4] đã dùng phần mềm Ansys mô phỏng phi tuyến sự làm việc của kết cấu ống thép nhồi bê tông.

Đã có rất nhiều nghiên cứu về ổn định của thanh có mặt cắt thay đổi, nhiều bài toán cơ bản về ổn định các thanh có mặt cắt thay đổi được trình bày trong các sách như Timoshenko [5], Bazant [6], Wang [7], Lều Thọ Trình [8]. Ngoài ra, nhiều tác giả cũng đã nghiên cứu ổn định của thanh với mặt cắt thay đổi với nhiều dạng khác nhau, tính toán bằng các phương pháp khác nhau. Lee và cộng sự [9] đã tính ổn định của cột có mặt cắt thay đổi với các liên kết, liên kết đàn hồi bằng cách giải xấp xỉ phương trình vi phân ổn định. Krauberger và các cộng sự [10] đã nghiên cứu tính ổn định của cột bê tông cốt thép có liên kết đàn hồi.

Bên cạnh phương pháp giải tích, một số tác giả đã sử dụng các phương pháp phần tử hữu hạn. Sankaran và cộng sự [11] đã nghiên cứu ổn định của thanh có mặt cắt thay đổi bằng phương pháp phần tử hữu hạn Galerkin. Tuy nhiên, chưa thấy có nhiều nghiên cứu tính ổn định của cột ống thép nhồi bê tông có mặt cắt thay đổi. Nghiên cứu này xây dựng mô hình phần tử hữu hạn cho cột ống thép nhồi bê tông có mặt cắt thay đổi, sử dụng phần mềm Matlab để lập trình tính toán tìm giá trị lực tới hạn.

## 2. THIẾT LẬP CÔNG THỨC PHẦN TỬ HỮU HẠN CHO THANH CÓ MẶT CẮT THAY ĐỔI

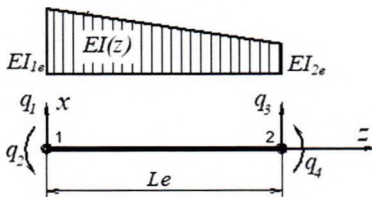
Xét cột ống thép nhồi bê tông có mặt cắt thay đổi chịu tải tập trung đúng tâm ở đầu cột như Hình 2.1:



Hình 2.1: Cột có mặt cắt thay đổi chịu lực dọc trục phân bố

Cột tuy có mặt cắt thay đổi nhưng giả thiết mặt cắt có dạng đối xứng và trọng tâm cột là đường thẳng. Bê tông và thép giả thiết làm việc đàn hồi tuyến tính có mô-đun đàn hồi là  $E_s$  và  $E_c$ .

Mô hình phần tử hữu hạn được tính gần đúng bằng cách xấp xỉ tuyến tính độ cứng  $EI$  của phần tử giữa hai nút:



Hình 2.2: Mô hình phần tử hữu hạn

Chuyển vị  $w_e$  của phần tử theo phương trục  $x$  được xấp xỉ qua các hàm dạng Hermite [12] như sau:

$$w_e = [N_1 \quad N_2 \quad N_3 \quad N_4] \begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \end{Bmatrix} = [N] \{q\} \quad (1)$$

Trong đó, các hàm dạng Hermite:

$$N_1 = 1 - 3\frac{z^2}{L_e^2} + 2\frac{z^3}{L_e^3}$$

$$N_2 = z \left( 1 - 2\frac{z}{L_e} + \frac{z^2}{L_e^2} \right)$$

$$N_3 = 3\frac{z^2}{L_e^2} - 2\frac{z^3}{L_e^3}$$

$$N_4 = z \left( -\frac{z}{L_e} + \frac{z^2}{L_e^2} \right)$$

Thế năng biến dạng do uốn của cột:

$$\Pi = \frac{1}{2} \int_0^{L_e} EI(z) \left( \frac{d^2 w}{dz^2} \right)^2 dz \quad (2)$$

Thế năng của tải trọng:

$$V = -\frac{P}{2} \int_0^{L_e} \left( \frac{dw}{dz} \right)^2 dz \quad (3)$$

Thay thế xấp xỉ chuyển vị (1) vào các hàm thế năng trong các công thức (3), (4), sau đó sử dụng nguyên lý biến phân ta sẽ có ma trận độ cứng của phần tử  $K_e$ , ma trận độ cứng hình học của phần tử  $K_{ge}$ , từ đó ghép nối vào sẽ có ma trận độ cứng của kết cấu  $K$ , ma trận độ cứng hình học của kết cấu  $K_g$ .

Ma trận độ cứng của phần tử:

$$[K_e] = \begin{bmatrix} \frac{6(EI_{1e} + EI_{2e})}{L_e^3} & \frac{4EI_{1e} + 2EI_{2e}}{L_e^2} & -\frac{6(EI_{1e} + EI_{2e})}{L_e^3} & \frac{2EI_{1e} + 4EI_{2e}}{L_e^2} \\ & \frac{3EI_{1e} + EI_{2e}}{L_e} & \frac{4EI_{1e} + 2EI_{2e}}{L_e^2} & \frac{EI_{1e} + EI_{2e}}{L_e} \\ & & \frac{6(EI_{1e} + EI_{2e})}{L_e^3} & -\frac{2EI_{1e} + 4EI_{2e}}{L_e^2} \\ dx & & & \frac{EI_{1e} + 3EI_{2e}}{L_e} \end{bmatrix} \quad (5)$$

Ma trận độ cứng hình học:

$$[K_{ge}] = P \begin{bmatrix} \frac{6}{5L_e} & \frac{1}{10} & -\frac{6}{5L_e} & \frac{1}{10} \\ & \frac{2}{15L_e} & -\frac{1}{10} & -\frac{1}{30L_e} \\ & & \frac{6}{5L_e} & -\frac{1}{10} \\ dx & & & \frac{2}{15L_e} \end{bmatrix} \quad (6)$$

Phương trình ổn định của cột có dạng:

$$[K - \lambda K_g] \{U\} = \{0\} \quad (7)$$

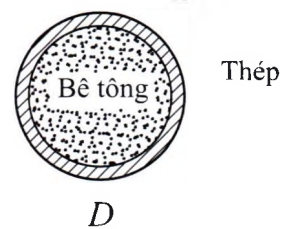
Trong đó:  $K$ ,  $K_g$ ,  $U$  là ma trận độ cứng, ma trận độ cứng hình học và vector chuyển vị.

Lực tới hạn được xác định từ giá trị nhỏ nhất của trị riêng  $\lambda$ .

### 3. Ví dụ tính toán

#### 3.1. Mô-men quán tính quy đổi của mặt cắt ngang cột

Xét trường hợp cột ống thép nhồi bê tông có mặt cắt thay đổi với như Hình 3.1:



Hình 3.1: Mặt cắt cột thép nhồi bê tông

Để thực hiện tính toán lực tới hạn ta quy đổi phần thép ra bê tông, mô-men quán tính quy đổi của mặt cắt ngang cột như sau:

$$I_{qud} = \frac{\pi(D-t)^4}{64} + n \left[ \frac{\pi D^4}{64} - \frac{\pi(D-t)^4}{64} \right] = n \frac{\pi D^4}{64} - (n-1) \frac{\pi(D-t)^4}{64} \quad (8)$$

#### 3.2. Ví dụ tính toán

Ở đây thực hiện lời giải phần tử hữu hạn bằng cách chia cột thành 20 phần tử có chiều dài bằng nhau.

Để kiểm tra độ chính xác của chương trình phần tử hữu

hạn ta so sánh kết quả lực tới hạn của cột bê tông đường kính 0,3, dài 5m có mô-đun đàn hồi  $E_s = 28.500$  MPa, với hai trường hợp đầu ngàm - tự do và trường hợp hai đầu khớp, kết quả tính toán như sau:

**Bảng 3.1. So sánh kết quả lực tới hạn giữa lời giải chính xác và phương pháp phần tử hữu hạn**

Lực tới hạn (kN)	Cột hai đầu khớp	Cột đầu ngàm - đầu tự do	Sai số
Chính xác [5]	4.473,6	1.118,4	$5,10^{-6}$ (%)
PTHH	4.473,6	1.118,4	$5,10^{-6}$ (%)

Bây giờ xét trường hợp cột bê tông đường kính chân cột  $D_1 = 1,0$  m, đường kính đỉnh cột là  $D_2 = 0,6$  m, thép dày  $t = 2$  cm với chiều dài thay đổi từ 5 - 10 m và với hai trường hợp liên kết ở đầu cột. Bê tông cường độ  $f'_c = 28$  MPa có mô-đun đàn hồi  $E_s = 28.500$  MPa, tỷ số mô-đun đàn hồi của thép và bê tông  $n = 7$ .

**Bảng 3.2. Lực tới hạn (MN) trong của cột thép nhồi bê tông có mặt cắt thay đổi đều**

Chiều cao cột (m)	Cột hai đầu khớp	Cột đầu ngàm - đầu tự do
5	302,757	114,338
6	222,747	79,401
7	163,651	58,336
8	125,295	44,663
9	98,999	35,289
10	80,189	28,584

Qua Bảng 3.2 kết quả tính toán lực tới hạn của cột thép nhồi bê tông cho thấy lực tới hạn của cột hai đầu khớp gấp 3 - 4 lần cột đầu ngàm đầu khớp và lực tới hạn giảm rõ rệt khi chiều dài cột tăng lên.

#### 4. KẾT LUẬN

Bài báo đã trình bày kết quả tính toán ổn định của cột ống thép nhồi bê tông có mặt cắt thay đổi bằng phương pháp phần tử hữu hạn. Trên cơ sở giả thiết độ cứng thay đổi đều dọc theo trục của phần tử ta thiết lập được các công thức phần tử hữu hạn cho cột thép nhồi bê tông có mặt cắt thay đổi và lập chương trình tính toán trong Matlab. Kết quả tính bằng phần tử hữu hạn được so sánh với kết quả của lời giải chính xác cho thấy độ tin cậy của chương trình tính toán trong Matlab. Lực tới hạn đã được tính với nhiều trường hợp của chiều cao cột và điều kiện biên, có thể dùng trong thực tế tính toán thiết kế công trình.

**Lời cảm ơn:** Nghiên cứu này được tài trợ bởi Trường Đại học GTVT trong Đề tài mã số T2021-CT-004.

#### Tài liệu tham khảo

- [1]. Hao PD, Hiep TH. (2016), *Mô phỏng cột ngắn ống thép nhồi bê tông cường độ cao chịu tải trọng nén đúng tâm*, Tạp chí KHCN Xây dựng, 4.
- [2]. Schnabl S, Planinc I. (2017), *Buckling of Slender Concrete-Filled Steel Tubes with Compliant Interfaces*, Latin American Journal of Solids and Structures, 14:1837-52.

[3]. Gupta PK, Singh H. (2014), *Numerical study of confinement in short concrete filled steel tube columns*, Latin American Journal of Solids and Structures, 11:1445-62.

[4]. Ahmed AD, Güneysi EM. (2019), *Structural performance of frames with concrete-filled steel tubular columns and steel beams: Finite element approach*, Advanced Composites Letters, 28:2633366X19894593.

[5]. Timoshenko S, Gere JM. (1961), *Theory of elastic stability*, New York: McGraw-Hill.

[6]. Bazant ZP, Cedolin L. (2010), *Stability of structures: elastic, inelastic, fracture and damage theories*, Hackensack, NJ: World Scientific.

[7]. Wang CM, Wang CM, Wang CY, Reddy JN. (2004), *Exact solutions for buckling of structural members*, Boca Raton, FL: CRC Press.

[8]. Trinh LT, Binh T. (2006), *Ổn định công trình*, NXB. Khoa học - Kỹ thuật.

[9]. Lee SY, Kuo YH. (1991), *Elastic stability of non-uniform columns*, Journal of Sound and Vibration, 148:11-24.

[10]. Krauberger N, Saje M, Planinc I, Bratina S. (2007), *Exact buckling load of a restrained RC column*, Structural engineering and mechanics, 293-310.

[11]. Sankaran GV, Rao GV (1976), *Stability of tapered cantilever columns subjected to follower forces*, Computers & Structures, 6:217-20.

[12]. Rao SS. (2005), *The finite element method in engineering*, Amsterdam; Boston, MA: Elsevier/Butterworth Heinemann.

**Ngày nhận bài: 26/6/2021**

**Ngày chấp nhận đăng: 11/7/2021**

**Người phản biện: TS. Bùi Thanh Quang  
TS. Tạ Duy Hiến**