

ỨNG DỤNG PHƯƠNG PHÁP BIẾN ĐỔI QUANG HỌC TRONG THIẾT KẾ VẬT LIỆU TRUYỀN NHIỆT ÂM

THE APPLICATION OF TRANSFORMATION OPTICS IN THERMAL METAMATERIALS DESIGN

Trịnh Bích Ngọc¹, Phan Minh Thụy², Nguyễn Đức Trung²,
Nguyễn Tuấn Linh², Phạm Thế Văn³, Nguyễn Đức Nam⁴, Dương Quang Hà^{1,*}

TÓM TẮT

Vật liệu biến hóa là một dạng vật liệu nhân tạo có cấu trúc được hình thành bằng cách sắp xếp vật liệu theo một quy luật nhất định và thể hiện những tính chất điện từ trường khác biệt, ít gặp trong tự nhiên. Hiện nay, cộng đồng khoa học đang tập trung vào việc nghiên cứu chế tạo những linh kiện mới như áo choàng tàng hình, siêu thấu kính,... có tiềm năng ứng dụng trong nhiều lĩnh vực thực tế. Phương pháp biến đổi quang học (TO) là một công cụ mạnh mẽ được sử dụng để thiết kế cấu trúc của các vật liệu biến hóa với khả năng khống chế tùy ý sự lan truyền của sóng điện từ. Trong bài báo này, nhóm nghiên cứu trình bày cơ sở lý thuyết của phương pháp biến đổi quang học và mở rộng phương pháp này trong thiết kế vật liệu truyền nhiệt âm, một dạng vật liệu biến hóa mới có nhiều tính chất đặc biệt trong việc điều khiển luồng nhiệt so với các thiết bị nhiệt thông thường. Bên cạnh đó, chúng tôi cũng mô tả phương pháp thiết kế cấu trúc áo choàng nhiệt và thiết bị hội tụ nhiệt dựa trên phương pháp biến đổi quang học và kiểm chứng hiệu ứng truyền nhiệt trên các cấu trúc này bằng cách mô phỏng sử dụng phương pháp phần tử hữu hạn trên phần mềm COMSOL Multiphysics.

Từ khóa: Ánh xạ bảo giác, phương pháp biến đổi quang học, vật liệu truyền nhiệt âm, vật liệu biến hóa.

ABSTRACT

Metamaterials are engineered composite media that exhibit unique electromagnetic properties. Much of the effort in scientific communities is devoted to designing some novel devices such as invisibility cloak, super lens,... which are potentially applied in a wide range of applications. Transformation optics (TO) is a powerful method for the conceptual design of these complex media, offering the abilities of controlling electromagnetic waves at will. In this paper, we introduce the concept of transformation optics and develop this method for thermal metamaterials, a new class of metamaterials which has amazing properties in heat transfer beyond the natural thermal devices. Then, we show the way of designing thermal cloak and thermal concentrator structures based on transformation optics and verify the effect of these artificial structures using finite-element method by commercial software COMSOL Multiphysics.

Keywords: Conformal mapping, transformation optics, thermal metamaterials, metamaterials.

¹Trường Đại học Khoa học và Công nghệ Hà Nội, Viện Hàn lâm Khoa học và Công nghệ Việt Nam

²Viện Công nghệ Sinh học Thực phẩm, Trường Đại học Bách Khoa Hà Nội

³Khoa Nhiệt - Điện lạnh, Trường Đại học Công nghệ Đông Á

⁴Khoa Điện, Trường Đại học Công nghiệp Hà Nội

*Email: duong-quang.ha@usth.edu.vn

Ngày nhận bài: 20/5/2021

Ngày nhận bài sửa sau phản biện: 12/8/2021

Ngày chấp nhận đăng: 25/10/2021

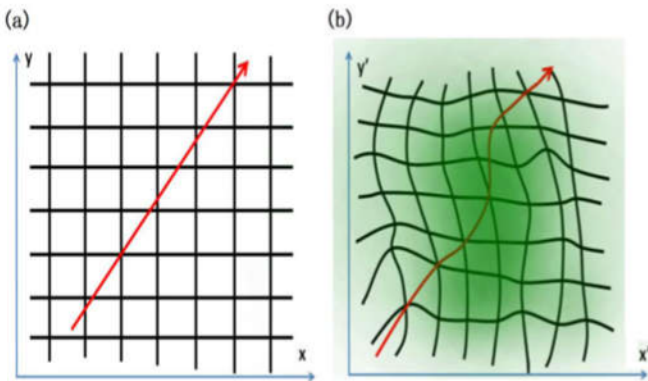
1. GIỚI THIỆU

Năng lượng nhiệt là một nguồn năng lượng dồi dào trong tự nhiên và có ảnh hưởng mạnh mẽ tới hoạt động sản xuất và đời sống sinh hoạt của con người. Việc điều khiển dòng nhiệt cũng là vấn đề trọng tâm của nhiều công nghệ phổ biến ngày nay như hệ thống truyền tải và biến đổi năng lượng, hệ thống giám sát ban đêm, công nghệ vi điện tử, công nghệ hàng không và vũ trụ,... Vật liệu truyền nhiệt âm là một giải pháp hữu ích trong việc khống chế quá trình truyền nhiệt trong vật liệu dựa trên khả năng thay đổi hệ số dẫn nhiệt theo các phương truyền nhiệt khác nhau [1]. Phương pháp thiết kế vật liệu truyền nhiệt âm có thể được phân loại thành hai phương pháp cơ bản: (i) đưa ra phương pháp chế tạo mới, tác động lên cấu trúc nội tại của các vật liệu thông dụng để tạo ra vật liệu có tính dẫn nhiệt khác biệt [2,3]; (ii) sắp xếp lại hình dạng và phân bố của vật liệu để tạo ra linh kiện có tính chất nhiệt dị hướng [4,5]. Hiện nay, phương pháp (ii) đang được tập trung nghiên cứu rộng rãi bởi khả năng chế tạo đơn giản có thể tạo ra các cấu trúc nhân tạo đặc biệt với khả năng truyền nhiệt chưa từng xuất hiện ở các cấu trúc thông thường, hứa hẹn mang lại nhiều ứng dụng trong thực tế.

Thông thường, dòng nhiệt được truyền đi theo ba quá trình cơ bản: dẫn nhiệt, đối lưu và phát xạ nhiệt. Trong đó, quá trình phát xạ nhiệt là quá trình phát sóng điện từ ra môi trường xung quanh và quá trình đối lưu là một quá trình phức tạp, có vai trò ít quan trọng đối với sự truyền nhiệt của vật rắn. Vì vậy, trong khuôn khổ của bài báo này, nhóm nghiên cứu trình bày phương pháp thiết kế vật liệu truyền nhiệt âm cho quá trình dẫn nhiệt của vật rắn dựa trên phương pháp biến đổi quang học (transformation optics). Phương pháp này ban đầu được ứng dụng trong quy trình thiết kế các linh kiện quang học và điện tử đặc biệt có khả năng điều khiển sự lan truyền sóng điện từ (sóng ánh sáng) theo những hướng xác định trước, sau đó tiếp tục được mở rộng cho các lĩnh vực về âm học, điện từ trường, động học chất lỏng,... [6].

Trong quang học, tia sáng được truyền đi theo nguyên lý Fermat (đường truyền có độ dài quang học ngắn nhất) phụ thuộc vào chiết suất của môi trường trong suốt đồng nhất. Tương tự với sóng điện từ, đường truyền sóng sẽ được quyết định dựa trên phương trình Maxell phụ thuộc vào hằng số điện môi và từ môi của môi trường truyền dẫn.

Tuy nhiên, đối với vật liệu biến hóa, chúng ta cần giải quyết bài toán ngược là thiết kế các linh kiện sao cho ánh sáng hoặc sóng điện từ sẽ truyền qua theo một đường truyền được xác định trước. Để tìm ra lời giải cho bài toán này, phương pháp biến đổi quang học sử dụng nguyên lý tương đương như sau: chúng ta cần thiết kế một môi trường truyền dẫn “đặc biệt” (nằm trong không gian thực) để tia sáng truyền đi theo một đường cong “kỳ dị” như trong hình 1(b). Hình dạng đường truyền “kỳ dị” của tia sáng trong không gian thực này có thể được biến đổi thành dạng đường truyền thẳng thông thường của tia sáng trong không gian ảo tương đương dựa trên phép ánh xạ bảo giác (conformal mapping) [7] như trong hình 1(a). Dựa vào phép ánh xạ bảo giác, phương pháp biến đổi quang học sẽ tìm ra mối liên hệ giữa các tính chất của môi trường “đặc biệt” cần tìm (trong không gian thực) như chiết suất, hằng số điện môi và từ môi,... với các tính chất này trong không gian ảo sao cho sự tác động của môi trường tới đường truyền ánh sáng trong hai không gian tương đương là như nhau.



Hình 1. Sự tương đương của hai môi trường thực tế và môi trường ảo trong phép biến đổi quang học. Trong môi trường ảo (hình 1a), môi trường là hoàn toàn đồng nhất và tia sáng (màu đỏ) truyền đi theo đường thẳng. Trong môi trường thực tế (hình 1b) chứa vật liệu được sắp xếp theo một quy luật nào đó (vùng màu xanh), sau khi áp dụng phép biến đổi hệ trục tọa độ (lưới tọa độ bị uốn cong), tia sáng (màu đỏ) sẽ truyền đi theo một đường cong “kỳ dị” [6]

Trong bài báo này, cơ sở lý thuyết của phương pháp biến đổi quang học và ứng dụng phương pháp này trong thiết kế các cấu trúc hình học của vật liệu truyền nhiệt âm như áo choàng nhiệt, thiết bị hội tụ nhiệt sẽ được mô tả chi tiết trong các phần sau. Tất cả những thiết kế của các cấu trúc này sẽ được kiểm chứng bằng kết quả mô phỏng dựa trên phần mềm phần tử hữu hạn COMSOL Multiphysics [8].

2. CƠ SỞ LÝ THUYẾT

2.1. Phép biến đổi quang học (Transformation Optics - TO)

Đầu tiên, chúng ta sẽ xem xét cơ sở lý thuyết của phép biến đổi quang học (TO) trong lĩnh vực sóng điện từ, sau đó mở rộng ra ứng dụng cho quá trình dẫn nhiệt cần nghiên cứu. Về cơ bản, phương pháp biến đổi quang học trong lĩnh vực điện từ trường dựa trên tính bất biến của hệ phương trình Maxwell trong phép ánh xạ bảo giác giữa hai không gian (hai hệ trục tọa độ khác nhau). Giả thiết rằng môi trường ảo trong hình 1(a) là môi trường đồng nhất trong hệ trục tọa độ (x,y,z) với hằng số điện môi ε và từ môi

μ và môi trường thực cần tìm trong hình 1(b) là môi trường không đồng nhất với hằng số điện môi ε' và từ môi μ' biến thiên trong hệ trục tọa độ (x',y',z'). Vì vậy, cần phải tìm mối liên hệ giữa trường điện từ và các tham số tính chất môi trường (ε, μ) giữa hai hệ trục tọa độ ở trên để quá trình truyền ánh sáng trong hai môi trường là như nhau. Như chúng ta đã biết, ma trận Jacobi của phép biến đổi hệ trục tọa độ trong hệ tọa độ Descartes là:

$$A = \begin{pmatrix} \frac{\partial x'}{\partial x} & \frac{\partial x'}{\partial y} & \frac{\partial x'}{\partial z} \\ \frac{\partial y'}{\partial x} & \frac{\partial y'}{\partial y} & \frac{\partial y'}{\partial z} \\ \frac{\partial z'}{\partial x} & \frac{\partial z'}{\partial y} & \frac{\partial z'}{\partial z} \end{pmatrix} \tag{1}$$

Tất cả các đại lượng xuất hiện trong hệ phương trình Maxwell của hai môi trường cũng có các mối liên hệ tương ứng dựa trên ma trận A như sau:

$$\left\{ \begin{aligned} E' &= (A^T)^{-1}E & H' &= (A^T)^{-1}H \\ D' &= \frac{1}{\det(A)}AD, B' = \frac{1}{\det(A)}AB \\ J' &= \frac{1}{\det(A)}AJ & \rho' &= \frac{1}{\det(A)}\rho \end{aligned} \right. \tag{2}$$

Phương trình (2) đã chỉ ra rằng nếu biết phân bố của trường hoặc nguồn trong không gian ảo, chúng ta hoàn toàn có thể sử dụng phép biến đổi hệ trục tọa độ để suy ra các tham số này trong không gian thực và ngược lại.

Để đơn giản hóa, chúng ta xét bài toán phương trình Maxwell được biểu diễn dưới dạng phức ở một tần số xác định ω trong vùng không gian tự do với hệ tọa độ (u,v,z):

$$\begin{cases} \nabla \times E + j\omega\mu H = 0 \\ \nabla \times H - j\omega\epsilon E = 0 \end{cases} \tag{3}$$

Giả thiết rằng trong không gian ảo tương đương, hằng số điện môi và từ môi của môi trường là đồng nhất và được xác định như sau:

$$\mu = I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \epsilon = \begin{pmatrix} n_w & 0 & 0 \\ 0 & n_w & 0 \\ 0 & 0 & n_w \end{pmatrix} \tag{4}$$

trong đó, n_w là chỉ số chiết suất của môi trường ảo.

Với phép biến đổi hệ trục tọa độ hai chiều (z' = z), x = x(u,v) và y = y(u,v), hệ phương trình Maxwell phải giữ không đổi trong hệ trục tọa độ (x,y,z'). Để thỏa mãn điều kiện này, mối liên hệ giữa hằng số điện môi và từ môi của không gian thực (x,y,z') và không gian ảo (u,v,z) như sau [9]:

$$\epsilon' = \frac{B\epsilon B^T}{\det(B)}; \mu' = \frac{B\mu B^T}{\det(B)} \tag{5}$$

trong đó, ma trận Jacobi của phép biến đổi hệ trục tọa độ lúc này là:

$$B = \begin{pmatrix} \frac{\partial x}{\partial u} & \frac{\partial x}{\partial v} & 0 \\ \frac{\partial y}{\partial u} & \frac{\partial y}{\partial v} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (6)$$

Nếu phép biến đổi hệ trục này là một ánh xạ thỏa mãn điều kiện Cauchy-Riemann:

$$\begin{cases} \frac{\partial x}{\partial u} = \frac{\partial y}{\partial v} \\ \frac{\partial x}{\partial v} = -\frac{\partial y}{\partial u} \end{cases} \quad (7)$$

Chúng ta có thể dễ dàng tìm được các tham số của môi trường thực từ phương trình (5) như sau:

$$\mu' = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\det(A)} \end{pmatrix}, \epsilon' = \begin{pmatrix} n_w & 0 & 0 \\ 0 & n_w & 0 \\ 0 & 0 & \frac{n_w}{\det(A)} \end{pmatrix} \quad (8)$$

Từ đó, chúng ta có thể phát biểu lại kết quả ở trên bằng ngôn ngữ của phép ánh xạ bảo giác. Bài toán tương đương giữa hai môi trường được biểu diễn bởi một ánh xạ bảo giác thỏa mãn điều kiện Cauchy-Riemann. Giả thiết rằng mặt phẳng phức $w = u + j.v$ biểu diễn không gian ảo và mặt phẳng phức $z = x + j.y$ biểu diễn không gian thực. Với môi trường điện môi có chiết suất n_z biến đổi trong mặt phẳng (x,y) và đồng nhất theo phương z , mối liên hệ giữa chiết suất của hai môi trường thực và môi trường ảo là:

$$n_z = n_w \left| \frac{dw}{dz} \right| \quad (9)$$

Cần lưu ý hai tham số quan trọng phải xác định trước khi sử dụng phương pháp TO là:

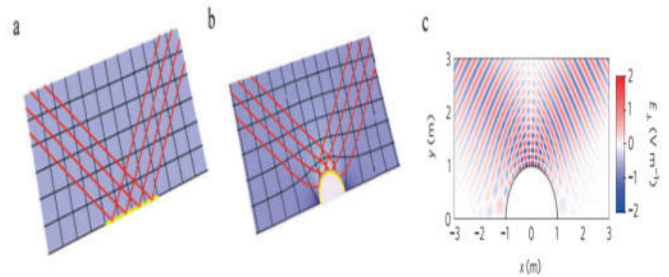
- Vi phân dw/dz của phép ánh xạ bảo giác $w = w(z)$
- Sự biến thiên của chiết suất $n_w(u,v)$ trong không gian ảo

Sau khi xác định được hai tham số này, chúng ta dễ dàng tìm được sự biến thiên của chiết suất $n_z(x,y)$ trong không gian thực và đường truyền của tia sáng tương ứng trong không gian này. Chúng ta cũng cần phải chú ý rằng không gian ảo là không gian bị uốn cong và tia sáng truyền đi trong không gian sẽ đi theo quỹ đạo cong mà không phải quỹ đạo thẳng như thông thường.

Một ví dụ đầu tiên về ứng dụng của phương pháp TO là thiết kế vật liệu tàng hình (không cho phép sóng điện từ đi qua), cụ thể ở đây là áo choàng điện môi (carpet cloak). Vật liệu này được thiết kế dựa trên ánh xạ Zhukowski như sau [10]:

$$w = z + \frac{a^2}{z}, z = \frac{(w \pm \sqrt{w^2 - 4a^2})}{2} \quad (10)$$

Không gian thực và không gian ảo qua phép ánh xạ Zhukowski được thể hiện như trong hình 2(a) và (b). Trong không gian ảo hình 2(a), chùm tia sáng (màu đỏ) chiếu tới một tấm gương phẳng (đường thẳng màu vàng) với góc tới là $\pi/4$, sau đó sẽ bị phản xạ toàn phần. Trong không gian thực hình 2(b), mô hình tương đương là ánh sáng chiếu tới và bị phản xạ trên một gương hình bán cầu (đường cong màu vàng). Cách đơn giản nhất để triển khai mô hình này trong thực tế là cần chế tạo một cấu trúc có chiết suất thay đổi sao cho ánh sáng bị phản xạ hầu như hoàn toàn trên vùng hình bán cầu. Cấu trúc này được thực hiện bằng cách đưa ống dẫn sóng làm từ vật liệu SiN đặt trên đế SiO₂ cấu trúc xốp nano có chiết suất rất thấp ($n < 1,25$) so với chiết suất của ống dẫn sóng [11]. Dựa trên cấu trúc này, ánh sáng bị phản xạ toàn phần trên cấu trúc và vật thể nằm trong vùng hình bán cầu sẽ hầu như không thể quan sát được bằng ánh sáng vùng khả kiến.



Hình 2. (a) Không gian ảo tương đương của cấu trúc áo choàng điện môi; (b) Không gian thực của cấu trúc này qua ánh xạ bảo giác; (c) Phân phối điện trường của chùm sáng tới với góc tới là $\pi/4$. Bước sóng của ánh sáng được lựa chọn bất kỳ [12]

2.2. Phương pháp biến đổi quang học đối với vật liệu truyền nhiệt âm

Tiếp theo, chúng ta sẽ phát triển phương pháp biến đổi quang học được sử dụng cho quá trình lan truyền sóng điện từ (mô tả bởi phương trình truyền sóng - phương trình đạo hàm riêng dạng elip) sang quá trình dẫn nhiệt trong chất rắn (mô tả bởi phương trình truyền nhiệt - phương trình đạo hàm riêng dạng parabol) [13].

Xét phương trình truyền nhiệt (tuân theo định luật Fourier) trong không gian thực hai chiều $z(x,y)$ và không có nguồn nhiệt như sau:

$$\rho(z).c(z). \frac{\partial u}{\partial t} = \nabla \cdot (k(z). \nabla T) \quad (11)$$

trong đó, u là phân bố nhiệt độ theo thời gian, k là tensor dẫn nhiệt bậc 2, ρ là khối lượng riêng và c là nhiệt dung riêng của môi trường. Trong bài toán này, môi trường đang xét là không đồng nhất nên các tham số k, ρ, c đều là các tham số biến thiên theo không gian. Khi đưa vào ánh xạ bảo giác từ không gian thực $z(x,y)$ sang không gian ảo $w(u,v)$ thì phương trình (11) được viết lại dưới dạng như sau:

$$\rho(w).c(w). \det(J). \frac{\partial u}{\partial t} = \nabla \cdot (J^{-T} k(w) J^{-1} \cdot \det(J). \nabla u) \quad (12)$$

trong đó, J là ma trận Jacobi của phép đổi trục tọa độ có dạng tương tự như (1). Rõ ràng, phương trình (11) và (12) hoàn toàn tương đương khi:

$$\begin{cases} \rho'c' = \rho c \cdot \det(J) \\ k' = J^{-T}kJ^{-1} \cdot \det(J) = k \cdot J^{-T}J^{-1} \cdot \det(J) = k \cdot T^{-1} \end{cases} \quad (13)$$

trong đó, k, k' là các tensor dẫn nhiệt bậc 2 và T là tensor metric [14]. Hệ phương trình (13) đưa ra mối liên hệ giữa không gian thực và không gian ảo sao cho sự ảnh hưởng của các tham số môi trường tới dòng dẫn nhiệt truyền đi là như nhau. Tương tự như phương pháp TO trong sự lan truyền sóng điện từ, nếu tìm được ánh xạ bảo giác giữa hai không gian và tensor dẫn nhiệt k của một môi trường thì hoàn toàn có thể xác định được tensor dẫn nhiệt của môi trường còn lại và hướng luồng nhiệt truyền đi trong môi trường đó. Đây là cơ sở lý thuyết để thiết kế vật liệu truyền nhiệt âm có thể điều khiển luồng nhiệt truyền đi theo phương mong muốn.

Ngoài ra, chúng ta cũng cần nhấn mạnh điểm khác biệt giữa phương pháp TO ứng dụng cho quá trình dẫn nhiệt và lan truyền sóng điện từ. Đối với quá trình lan truyền sóng điện từ như đã trình bày ở trên, phương pháp này chỉ áp dụng được cho một tần số hoặc một dải tần số xác định của sóng điện từ. Tuy nhiên, đối với quá trình dẫn nhiệt, không hề có ảnh hưởng nào của tần số tới phương trình truyền nhiệt nên phương pháp thiết kế này có thể ứng dụng rộng rãi cho nhiều bài toán khác nhau.

3. THIẾT KẾ VẬT LIỆU TRUYỀN NHIỆT ÂM DỰA TRÊN PHƯƠNG PHÁP BIẾN ĐỔI QUANG HỌC

Trong phần này, chúng ta sẽ ứng dụng phương pháp biến đổi quang học ở trên để thiết kế vật liệu truyền nhiệt âm sử dụng các cấu trúc ảo choàng nhiệt, hội tụ nhiệt. Để đơn giản hóa quá trình thiết kế, mô phỏng kiểm chứng dựa trên tính đối xứng của cấu trúc, chúng ta lựa chọn bài toán thiết kế trong không gian 2 chiều cùng với hệ tọa độ cực. Từ thiết kế này, bài toán có thể mở rộng ra cho không gian 3 chiều với hệ tọa độ trụ hoặc hệ tọa độ cầu.

Ánh xạ bảo giác được lựa chọn để biến đổi hệ tọa độ cực được xác định bởi:

$$\begin{cases} r' = \alpha(\theta) \cdot r + \beta(\theta) \\ \theta' = \theta \end{cases} \quad (14)$$

Đây là ánh xạ làm kéo giãn phương xuyên tâm trong hệ tọa độ cực có tensor metric T như sau:

$$T^{-1} = R(\theta) \begin{pmatrix} \frac{(r'-\beta)^2 + c^2\alpha^2}{(r'-\beta)r'} & -\frac{c\alpha}{r'-\beta} \\ -\frac{c\alpha}{r'-\beta} & \frac{r'}{r'-\beta} \end{pmatrix} R^T(\theta) \quad (15)$$

trong đó, $c = \partial r / \partial \theta'$ và $R(\theta)$ là ma trận biến đổi của phép xoay theo góc θ được biểu diễn bằng một tensor trong hệ tọa độ Descartes.

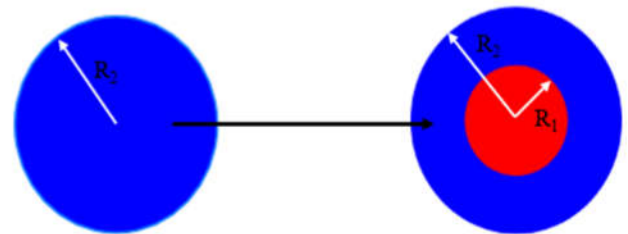
3.1. Cấu trúc ảo choàng nhiệt (thermal cloak)

Cấu trúc ảo choàng nhiệt là cấu trúc tương tự như cấu trúc ảo choàng điện môi sử dụng trong chế tạo vật liệu

tàng hình. Cấu trúc này có hai tính chất đặc trưng như sau: (i) gradient nhiệt độ trong vùng không gian hình tròn bán kính $r < R_1$ bằng 0; (ii) bất kỳ vật thể nào đặt trong vùng không gian này sẽ không bị ảnh hưởng bởi luồng nhiệt truyền qua. Vì vậy, ánh xạ bảo giác sẽ được lựa chọn từ (14) như sau:

$$\begin{cases} r' = \frac{r(R_2 - R_1)}{R_2} + R_1 \\ \theta' = \theta \end{cases} \quad (16)$$

Ánh xạ này nén vùng không gian hình tròn bán kính R_2 (màu xanh) thành vùng không gian hình vành khăn có bán kính trong và ngoài lần lượt là R_1 và R_2 như hình 3. Như vậy, giả thiết dòng nhiệt truyền đi qua vùng hình tròn bán kính R_2 trong không gian ảo sẽ tương đương với dòng nhiệt truyền đi trong hình vành khăn bán kính (R_1, R_2) trong không gian thực. Nói theo cách khác, dòng nhiệt trong không gian thực sẽ không đi qua vùng hình tròn bán kính R_1 (màu đỏ) và vật thể đặt trong vùng này sẽ không bị ảnh hưởng bởi dòng nhiệt.



Hình 3. Ánh xạ bảo giác biến đổi tương đương giữa không gian thực và ảo trong cấu trúc ảo choàng nhiệt

Để tìm ra thông số môi trường trong không gian thực, chúng ta thay thế các tham số:

$$\alpha(\theta) = \frac{R_2 - R_1}{R_2}, \beta(\theta) = R_1 \quad (17)$$

và suy ra:

$$c = \frac{-1}{(R_2 - R_1)^2} \left\{ \frac{dR_1}{d\theta} (R_2 - r')(R_2 - R_1)^2 R_2 + \frac{dR_2}{d\theta} (R_1 - r')R_1 \right\} \quad (18)$$

Do vùng không gian có hình dạng đối xứng tròn xoay nên:

$$\frac{dR_1}{d\theta} = \frac{dR_2}{d\theta} = 0 \rightarrow c = 0 \quad (19)$$

Thay vào phương trình (15), tensor metric T giữa hai không gian này có dạng:

$$T^{-1} = R(\theta') \begin{pmatrix} \frac{r'-\beta}{r'} & 0 \\ 0 & \frac{r'}{r'-\beta} \end{pmatrix} R^T(\theta') \quad (20)$$

Dễ dàng chứng minh được $R(\theta)^{-1} = R(\theta)^T$ và $\theta = \theta'$ nên tensor dẫn nhiệt trong không gian thực được suy ra từ hệ phương trình (13):

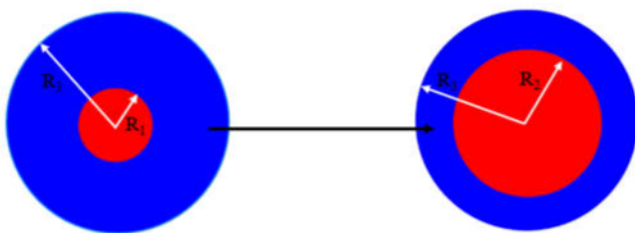
$$k' = k.T^{-1} = \begin{pmatrix} k'_r & 0 \\ 0 & k'_{\theta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{r'-R_1}{r'} & 0 \\ 0 & \frac{r'}{r'-R_1} \end{pmatrix} \quad (21)$$

3.2. Cấu trúc hội tụ nhiệt (thermal concentrator)

Thiết bị hội tụ nhiệt là linh kiện có khả năng tập trung dòng nhiệt và tăng gradient nhiệt độ nhanh chóng trong một vùng không gian xác định. Ngược lại với cấu trúc áo choàng nhiệt có dòng nhiệt tránh khỏi vùng hình tròn như trong hình 3, cấu trúc hội tụ nhiệt sẽ tập trung nhiệt vào một vùng không gian làm cho gradient nhiệt độ trong vùng này tăng lên nhanh chóng. Ảnh xạ bảo giác được sử dụng cho cấu trúc này được miêu tả bởi:

$$\begin{cases} r' = \frac{r.R_1}{R_2} \quad (0 \leq r \leq R_2) \\ r' = \frac{r.(R_3 - R_1)}{R_3 - R_2} + \frac{R_3.(R_1 - R_2)}{R_3 - R_2} \quad (R_2 \leq r \leq R_3) \end{cases} \quad (22)$$

Ảnh xạ này biến đổi vùng không gian hình vành khăn bán kính trong R_1 và bán kính ngoài R_3 thành vùng không gian hình vành khăn có bán kính trong R_2 và bán kính ngoài R_3 (màu xanh). Trong cấu trúc này, dòng nhiệt phân bố trong hình vành khăn (R_1, R_3) trong không gian ảo sẽ tương đương với dòng nhiệt truyền đi trong hình vành khăn (R_2, R_3) nghĩa là dòng nhiệt sẽ được hội tụ vào một vùng không gian hẹp hơn.



Hình 4. Ảnh xạ bảo giác biến đổi tương đương giữa không gian thực và ảo trong cấu trúc hội tụ nhiệt

Tương tự như trên, sau khi tìm được tensor metric T thì tensor dẫn nhiệt k trong môi trường thực thu được là [13]:

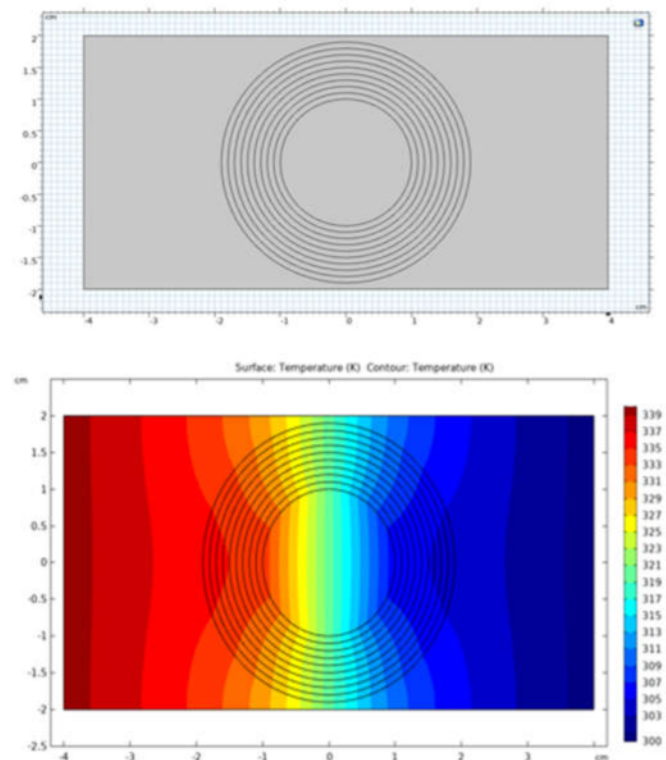
$$\begin{cases} k'_r = 1, k'_{\theta} = 1 \quad (0 \leq r' \leq R_2) \\ k'_r = \frac{r'+R_3}{r'}, k'_{\theta} = \frac{r'}{r'+R_3} \quad (R_2 \leq r' \leq R_3) \end{cases} \quad (23)$$

4. KẾT QUẢ MÔ PHỎNG

Để kiểm chứng kết quả tính toán trong quá trình thiết kế ở trên, cấu trúc vật liệu truyền nhiệt âm được mô phỏng sử dụng bộ công cụ “Heat Transfer” trên phần mềm COMSOL Multiphysics. Trong phương trình (21) và (23), tensor dẫn nhiệt tìm được có giá trị biến thiên liên tục trong không gian và hầu như không thể chế tạo trong thực tế. Vì vậy, mô hình mô phỏng sẽ thực hiện bằng cách chia cấu trúc thành nhiều lớp vật liệu đẳng hướng có hệ số dẫn

nhiệt không đổi và có giá trị hằng số này biến đổi dần dần qua từng lớp vật liệu theo các phương trình kể trên.

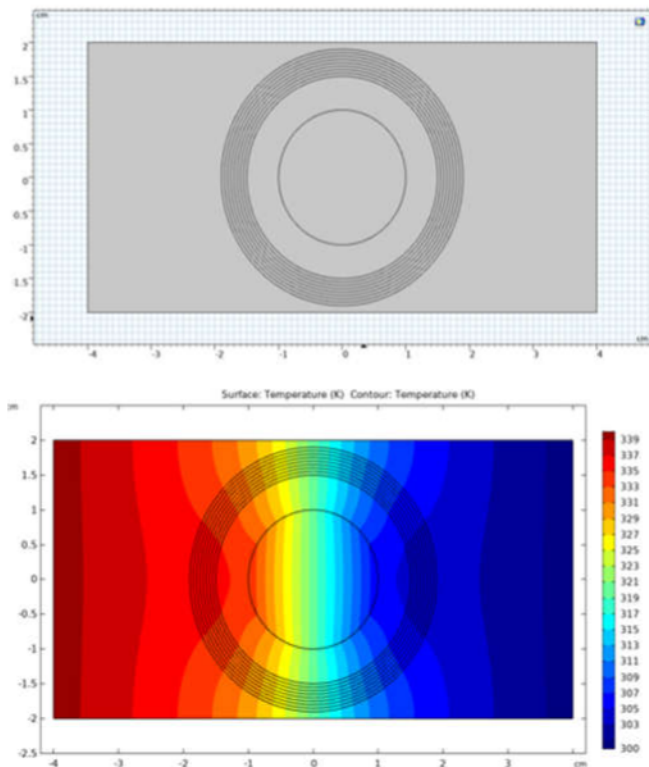
Với cấu trúc áo choàng nhiệt, mô hình được mô phỏng trong hình vành khăn có bán kính trong là 1cm và bán kính ngoài là 2cm. Trong vùng hình vành khăn này, vật liệu được chia thành 10 lớp, độ dày mỗi lớp là 0,1cm có hệ số dẫn nhiệt thay đổi theo công thức (21). Vùng không gian ngoài có hệ số dẫn nhiệt đồng nhất được lựa chọn vào khoảng 1W/mK và vùng hình tròn bán kính R_1 cũng được lựa chọn là vật liệu đồng nhất có hệ số dẫn nhiệt rất thấp. Trong hình 5, chúng ta có thể thấy các đường đẳng nhiệt bị uốn cong khi đi qua cấu trúc áo choàng nhiệt nghĩa là dòng nhiệt có xu hướng bị đẩy ra ngoài vùng áo choàng nhiệt bán kính R_1 .



Hình 5. Hình ảnh mô phỏng dòng nhiệt truyền qua cấu trúc áo choàng nhiệt (từ trái sang phải) với nhiệt độ ở hai biên ngoài cùng được giữ không đổi lần lượt là 340°K và 300°K. Hình phía trên mô tả cấu trúc áo choàng nhiệt gồm 10 lớp vật liệu đẳng hướng có chiết suất khác nhau, hình phía dưới mô tả phân bố nhiệt độ và các đường đẳng nhiệt trên cấu trúc này

Tương tự với cấu trúc hội tụ nhiệt, mô hình được mô phỏng gồm hai hình vành khăn có bán kính lần lượt là $R_1 = 1\text{cm}$, $R_2 = 1,5\text{cm}$ và $R_3 = 2\text{cm}$. Trong vùng hình vành khăn bán kính (R_2, R_3), vật liệu được chia thành 10 lớp đồng nhất, độ dày mỗi lớp là 0,05cm có hệ số dẫn nhiệt thay đổi theo công thức (23). Vùng không gian bên ngoài và vùng bên trong hình tròn bán kính R_2 là vật liệu đồng nhất đẳng hướng có hệ số dẫn nhiệt cùng là 1W/mK. Trong hình 6, chúng ta có thể thấy gradient nhiệt độ của vùng không gian giữa đã được tăng lên vì vùng không gian truyền nhiệt này bị “nén” lại. Sự cải thiện của gradient nhiệt độ phụ thuộc vào việc lựa chọn các bán kính của 3 vòng tròn đồng

tâm. Ngoài ra, do hệ số dẫn nhiệt của vùng ngoài cấu trúc và vùng bên trong bán kính R_2 là như nhau nên phân bố nhiệt độ của vùng không gian ngoài cấu trúc ít chịu ảnh hưởng như trong cấu trúc áo choàng nhiệt.



Hình 6. Hình ảnh mô phỏng dòng nhiệt truyền qua cấu trúc hội tụ nhiệt (từ trái sang phải) với nhiệt độ ở hai biên ngoài cùng được giữ không đổi lần lượt là 340°K và 300°K . Hình phía trên mô tả cấu trúc hội tụ nhiệt được chia thành 10 lớp vật liệu đẳng hướng có chiết suất khác nhau, hình phía dưới mô tả phân bố nhiệt độ và các đường đẳng nhiệt trên cấu trúc này

5. KẾT LUẬN

Phương pháp biến đổi quang học (Transformation Optics - TO) là một công cụ mạnh mẽ được sử dụng trong thiết kế vật liệu biến hóa. Phương pháp này sử dụng ánh xạ bảo giác giữa môi trường không gian ảo và không gian thực trong điều kiện dạng phương trình vi phân của các quá trình vật lý (truyền sóng hoặc truyền nhiệt) là tương đương giữa hai không gian này dẫn tới hệ quả là các quá trình vật lý này hoàn toàn như nhau trong hai không gian. Từ đó, dựa trên môi trường không gian ảo là một môi trường đồng nhất đẳng hướng với các tham số đã biết cùng với sự lan truyền sóng (dòng nhiệt) được lựa chọn theo phương đã được định sẵn, chúng ta hoàn toàn có thể tìm được quy luật phân bố của các tham số môi trường (hằng số điện môi, từ môi hoặc tensor dẫn nhiệt) trong không gian thực để khống chế quá trình lan truyền này. Dựa vào phương pháp TO, cấu trúc áo choàng nhiệt và thiết bị hội tụ nhiệt được thiết kế chi tiết trong nội dung của bài báo này. Tuy nhiên, sự biến thiên theo không gian của các tensor dẫn nhiệt thu được sau khi tính toán gây ra nhiều khó khăn trong việc đưa ra phương pháp chế tạo các linh kiện nhiệt tích cực trong thực tế.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1]. Nguyen Duc Trung, Cao Xuan Bac, Lai Quang Linh, Nguyen Dinh Nam, Nguyen Duc Nam, Le Tien Duong, Duong Quang Ha, 2020. *Thermal metamaterials: Theory and application*. Journal of Science and Technology, Hanoi University of Industry, Vol. 56, No. 5, pp 96-101.

[2]. Sarang Pendharker, Huan Hu, Sean Molesky, Ryan Starko-Bowes, Zohreh Poursofi, Sandipan Pramanik, Neda Nazemifard, Robert Fedosejevs, Thomas Thundat, Zubin Jacob, 2017. *Thermal graphene metamaterials and epsilon-near-zero high temperature plasmonics*. Journal of Optics, IOP Science, Volume 19, Number 5, 055101.

[3]. Zifu Xu, Longqiu Li, Xiaocong Chang, Yu Zhao, Wuyi Wang, 2021. *Thermal field manipulation via a two-phase thermal metamaterial*. Applied Materials Today, Volume 22, 100911.

[4]. Tiancheng Han, Xue Bai, Dan Liu, Dongliang Gao, Baowen Li, John T. L. Thong, Cheng-Wei Qiu, 2015. *Manipulating Steady Heat Conduction by Sensu-shaped Thermal Metamaterials*. Scientific Report 5, 10242.

[5]. Ignacio Peralta, Victor D. Fachinotti, Juan C. Álvarez Hostos, 2019. *A Brief Review on Thermal Metamaterials for Cloaking and Heat Flux Manipulation*. Advanced Engineering Materials, Volume 22, Issue 2, 1901034.

[6]. Fei Sun, Bin Zheng, Hongsheng Chen, Wei Jiang, Shuwei Guo, Yichao Liu, Yungui Ma, Sailing He, 2017. *Transformation Optics: From Classic Theory and Applications to its New Branches*. Laser & Photonic Review, Volume 11, Issue 6, 1700034.

[7]. Andrei Bourchtein, Ludmila Bourchtein, 2021. *Complex Analysis*. Springer, Singapore, 357 pages.

[8]. COMSOL Inc. *COMSOL Multiphysics*. <https://www.comsol.com>.

[9]. D. Schurig, J. B. Pendry, D. R. Smith, 2006. *Calculation of material properties and ray tracing in transformation media*. Optics Express, Vol. 14, Issue 21, pp. 9794-9804.

[10]. Ulf Leonhardt, 2006. *Optical conformal mapping*. Science 312, pp. 1777-1780.

[11]. Majid Gharghi, Christopher Gladden, Thomas Zentgraf, Yongmin Liu, Xiaobo Yin, Jason Valentine, Xiang Zhang, 2011. *A Carpet Cloak for Visible Light*. Nano. Lett. 2011, 11, pp. 2825-2828.

[12]. Lin Xu, Huanyang Chen, 2014. *Conformal transformation optics*. Nature Photonics, Vol. 9, pp. 15-23.

[13]. Sebastien Guenneau, Claude Amra, Denis Veynante, 2012. *Transformation thermodynamics: cloaking and concentrating heat flux*. Optics Express, Vol. 20, No. 7, pp. 8207-8218.

[14]. Bhaben Chandra Kalita, 2019. *Tensor Calculus and Applications*. CRC Press, USA, 175 pages.

AUTHORS INFORMATION

Trinh Bích Ngọc¹, Phan Xuan Thuy², Nguyen Duc Trung², Nguyen Tuan Linh¹, Phạm The Van³, Nguyen Duc Nam⁴, Duong Quang Ha¹

¹University of Science and Technology of Hanoi, Vietnam Academy of Science and Technology
²School of Biotechnology and Food Technology, Hanoi University of Science and Technology
³Faculty of Thermal - Electrical & Refrigeration, East Asia University of Technology
⁴Faculty of Electrical Engineering, Hanoi University of Industry