

Phương pháp hàng hải theo cung elip lớn

■ TS. NGUYỄN THÁI DƯƠNG - Trường Đại học Hàng hải Việt Nam

TÓM TẮT: Bài báo giới thiệu một phương pháp hàng hải theo cung elip lớn. Phương pháp này không chỉ tính quãng đường tàu chạy theo elip lớn mà còn tính toán các yếu tố tuyến đường khác, ví dụ như tọa độ địa dư của điểm trung gian, hướng đi đầu và cuối của tuyến đường. Phương pháp đề xuất các công thức tính có độ chính xác cao và dễ dàng cho việc xây dựng các chương trình dẫn đường, không yêu cầu tính toán nâng cao phức tạp. Mức độ tin cậy của phương pháp được xác định dựa trên kết quả tính toán và so sánh với phương pháp trắc địa chính xác.

TỪ KHÓA: Cung elip lớn, vĩ độ địa dư, vĩ độ địa tâm, góc ở tâm của elip lớn, góc địa dư của elip lớn

ABSTRACT: The objective of this study is to present method for great elliptic sailing calculations. The method solve the complete great elliptic sailing problem sailing not only the great elliptic arc distance, but also other element of the sailing such as the geodetic coordinates of intermediate points along the great elliptic arc, the initial and final course. The propose formulas provide extremely high accuracies and straightforward to be exploited immediately in the development of navigational programs, without the requirement to use advance numerical methods. Their reliability has been verified with numerical tests and comparisons to extremely accurate geodetic methods.

KEYWORDS: Great elliptic arc, geodetic latitude, geocentric latitude, geocentric great elliptic angles, geodetic great elliptic angles

1. ĐẶT VẤN ĐỀ

Trái đất là một vật thể biến đổi phức tạp và không có qui luật nên không thể giải quyết các bài toán hàng hải cần thiết trên mô hình thật của nó. Mô hình trái đất là hình cầu bé mặt là mặt nước biển trung bình ở trạng thái yên tĩnh kéo dài xuyên qua các lục địa và hải đảo tạo thành một mặt cong liên tục khép kín. Bề mặt Geoid luôn vuông góc với hướng dây dọi tại mọi điểm, thay đổi phức tạp nên Geoid không phải là mô hình toán học chính xác. Tuy nhiên, Geoid là mô hình trái đất gần đúng nhất và là cơ sở để so sánh độ cao các điểm trên bề mặt trái đất. Trong hàng hải, để giải quyết các vấn đề kỹ thuật, mô hình toán học của trái đất được sử dụng

là elip tròn xoay (ellipsoid). Trường hợp đặc biệt khi các bán kính của elip tròn xoay bằng nhau, mô hình trái đất là hình cầu (sphere). Độ chính xác của việc tính toán dẫn tàu theo đường ngắn nhất trên bề mặt trái đất chủ yếu phụ thuộc vào mô hình trái đất được áp dụng.

Phương pháp dẫn tàu theo tuyến đường ngắn nhất đang được áp dụng phổ biến hiện nay là phương pháp hàng hải cung vòng lớn. Đây là phương pháp tính toán các yếu tố hành trình của tàu theo cung vòng lớn dựa trên cơ sở giải các bài toán tam giác cầu với mô hình trái đất là hình cầu (sphere). Phương pháp này tính toán đơn giản, phù hợp với hàng hải truyền thống khi trên tàu chưa được trang bị hệ thống công nghệ thông tin hiện đại. Trên thực tế, để nâng cao độ chính xác, trong hàng hải thường sử dụng mô hình toán học của trái đất là ellipsoid tròn xoay. Khi đó, tuyến đường ngắn nhất giữa hai điểm trên bề mặt trái đất là cung elip lớn. Đó là giao của bề mặt ellipsoid tròn xoay và mặt phẳng chứa tâm trái đất. Việc dẫn tàu theo đường đi ngắn nhất cần áp dụng phương pháp hàng hải theo cung elip lớn sẽ có độ chính xác cao hơn, mô hình toán học của trái đất là ellipsoid tròn xoay sai lệch với bề mặt trái đất nhỏ hơn hình cầu. Mặt khác, xu hướng chung hiện nay, trên tàu sẽ sử dụng hệ thống thông tin và hiển thị hải đồ điện tử và triển khai ứng dụng hàng hải điện tử. Do vậy, phương pháp hàng hải theo cung elip lớn sẽ thay thế hàng hải cung vòng lớn truyền thống.

Trên thực tế, việc tính toán khoảng cách của tuyến hàng hải ngắn nhất giữa hai điểm có sự sai lệch khi sử dụng mô hình trái đất là hình cầu và ellipsoid tròn xoay, giá trị này là 0,27% theo Tobler Waldo Rudolph [1] và 0,5% theo Earle Melvin Terry [2]. Ví dụ, áp dụng phương pháp Thaddeus Vicensy [3] tính khoảng cách giữa điểm xuất phát Sydney Harbour (33°46.210'S, 151°03.1964E) tới điểm đích là Valparaiso Chile (32°59.998'S, 71°36.675W), với mô hình trái đất là hình cầu, khoảng cách tính được là $D_c = 6113$ NM, mô hình trái đất là Ellipsoid 1984, khoảng cách tính được là $D_e = 6128,4$ NM, sai lệch là $\Delta D = 15$ NM.

Bài báo giới thiệu phương pháp tính toán hàng hải theo cung elip lớn, bao gồm các yếu tố hành trình:

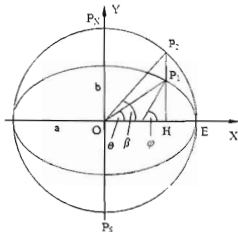
- Tọa độ địa dư của điểm trung gian;
- Hướng đi đầu và cuối;
- Khoảng cách tàu chạy giữa điểm đầu và cuối.

2. MÔ HÌNH ELLIPSOID TRÁI ĐẤT

Mô hình toán học trái đất là hình cầu, giá trị 01 phút cung vòng lớn bất kỳ được xác định tương đương 01 hải lý quốc tế, bằng 1.852m. Như vậy, bán kính hình cầu có giá trị là:

$R = 60 \times 360 / \pi \approx 3.437,7468$ hải lý.

Mô hình trái đất là elip tròn xoay, bán trục nhỏ (b) trùng với trục trái đất, bán trục lớn (a) nằm trên mặt phẳng xích đạo. Trong hệ trắc địa WGS 1984, mô hình ellipsoid trái đất có các kích thước cơ bản: bán trục lớn $a \approx 6378137\text{km}$, bán trục nhỏ $b \approx 6356750\text{km}$ và độ lệch tâm $e \approx 0,0811919$. Giá trị 01 phút cung kinh tuyến lớn nhất tại xích đạo: $1861,6\text{m} = 1,0052$ hải lý quốc tế và nhỏ nhất tại cực: $1842,9\text{m} = 0,9951$ hải lý quốc tế.



Hình 2.1: Vẽ độ địa dư - địa tâm - qui tu

Một điểm trên bề mặt trái đất được xác định bởi kinh độ λ và vĩ độ địa tâm (θ) hoặc vĩ độ địa dư (φ) hoặc vĩ độ qui tu (β). Mối liên hệ giữa các vĩ độ xác định theo công thức sau:

$$\tan \beta = (1 - e^2)^{\frac{1}{2}} \tan \theta$$

$$\tan \theta = (1 - e^2) \tan \varphi$$

Điểm P trên bề mặt trái đất trong hệ tọa độ qui tu hoặc hệ tọa độ địa lý được xác định bởi hàm của các tọa độ tương ứng như sau:

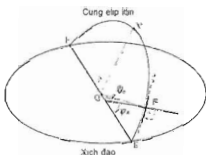
$$P(\beta, \lambda) = \begin{bmatrix} a \cos \beta \cos \lambda \\ a \cos \beta \sin \lambda \\ b \sin \beta \end{bmatrix}^T$$

Tương tự, trong hệ tọa độ địa dư, điểm P là hàm của kinh độ và vĩ độ địa dư:

$$P(\varphi, \lambda) = \begin{bmatrix} N \cos \varphi \cos \lambda \\ N \cos \varphi \sin \lambda \\ N(1 - e^2 \sin^2 \varphi) \end{bmatrix}^T$$

$$\text{Với: } N = a' / (1 - e^2 \sin^2 \varphi)^{1/2}$$

3. TÍNH TOÁN CÁC THAM SỐ CỦA ELIP LỚN



Hình 3.1: Góc ở tâm θ , và góc địa dư φ , của elip lớn

Tàu hành trình theo cung elip lớn từ điểm $F_1(\varphi_1, \lambda_1)$ tới điểm $F_2(\varphi_2, \lambda_2)$.

Chuyển đổi sang hệ tọa độ địa tâm [4]:

$$\theta_1 = \tan^{-1} (1 - e^2) \tan \varphi_1$$

$$\theta_2 = \tan^{-1} (1 - e^2) \tan \varphi_2$$

Chuyển đổi sang hệ tọa độ vuông góc:

$$x_1 = R_1 \cos(\varphi_1) \cos(\lambda_1)$$

$$y_1 = R_1 \cos(\varphi_1) \sin(\lambda_1)$$

$$z_1 = R_1 (1 - e^2) \sin(\varphi_1)$$

$$x_2 = R_2 \cos(\varphi_2) \cos(\lambda_2)$$

$$y_2 = R_2 \cos(\varphi_2) \sin(\lambda_2)$$

$$z_2 = R_2 (1 - e^2) \sin(\varphi_2)$$

Với:

$$R_1 = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2(\varphi_1)}}$$

$$R_2 = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2(\varphi_2)}}$$

Tham số λ_w và μ_w thỏa mãn điều kiện $z = \lambda_w x + \mu_w y$ sẽ xác định vòng elip lớn chứa ba điểm (O, F_1, F_2):

$$\lambda_w = \frac{y_1 z_2 - y_2 z_1}{x_2 y_1 - x_1 y_2}$$

$$\mu_w = \frac{x_1 z_2 - x_2 z_1}{x_1 y_2 - x_2 y_1}$$

Tọa độ địa tâm của điểm Vertex V là:

$$\text{Kinh độ địa dư: } \lambda_v = \tan^{-1} \left(\frac{\mu_w}{\lambda_w} \right)$$

$$\text{Vĩ độ qui tu: } \beta_v = \tan^{-1} \left(\sqrt{\frac{\lambda_w^2 + \mu_w^2}{1 - e^2}} \right)$$

$$\text{Vĩ độ địa dư: } \theta_v = \cos^{-1} \left(\frac{\cos(\beta_v)}{\sqrt{1 - e^2 \cos^2(\beta_v)}} \right)$$

Độ lệch tâm e_{gr} của elip lớn:

$$e_{gr} = \frac{e \sin(\theta_v)}{\sqrt{1 - e^2 \cos^2(\theta_v)}}$$

Kinh độ điểm E là giao của elip lớn với xích đạo:

$$\lambda_E = \lambda_1 - \frac{\pi}{2}$$

Góc ở tâm của elip lớn tại điểm F_1 và F_2 :

$$\theta_{r1} = \cos^{-1} [\cos(\theta_1) \cos(\lambda_2 - \lambda_1)]$$

$$\theta_{r2} = \cos^{-1} [\cos(\theta_2) \cos(\lambda_2 - \lambda_2)]$$

Góc địa dư của elip lớn tại điểm F_1 và F_2 :

$$\varphi_{r1} = \tan^{-1} \left[\frac{\tan(\theta_{r1})}{(1 - e_{gr1}^2)} \right]$$

$$\varphi_{r2} = \tan^{-1} \left[\frac{\tan(\theta_{r2})}{(1 - e_{gr2}^2)} \right]$$

4. TÍNH KHOẢNG CÁCH DỌC THEO CUNG ELIP LỚN

Thực tế, việc tính toán khoảng cách dọc theo cung elip lớn chỉ là một yếu tố hành trình có tính chất tham

khảo. Trên các đoạn cung giữa hai điểm trung gian liên tiếp, quãng đường cần tính vẫn là cung đường hàng hướng. Hiện nay, có nhiều phương pháp tính khác nhau, bài báo này giới thiệu công thức Tobler Waldo Rudolph [1] tính khoảng cách dọc theo cung elip lớn khá đơn giản, độ chính xác đáp ứng yêu cầu hàng hải, sai số không vượt quá 0,3%, thỏa mãn yêu cầu về độ chính xác đo khoảng cách theo Ngự Juliet A. 529 (13) của Tổ chức Hàng hải quốc tế (IMO) [5].

$$S_{12} = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \frac{a(1-e^2)}{\sqrt{(1-e^2 \cos(\varphi))^2}} d\varphi$$

$$S_{12} = a(1-e^2) \left[(1 + \frac{3}{4}e^2 + \dots)\varphi - (\frac{3}{8}e^4 + \frac{15}{32}e^6 + \dots) \sin 2\varphi + \dots \right]_{\varphi_1}^{\varphi_2} \quad (24)$$

5. TÍNH HƯỚNG ĐI ĐẦU VÀ CUỐI CỦA CUNG ELIP LỚN

Trên hình cầu:

$$A_{0(1-2)} = \tan^{-1} \left(\frac{\sin(\Delta\lambda)}{\cos(\theta_2) \tan(\theta_1) - \sin(\theta_2) \cos(\Delta\lambda)} \right)$$

$$A_{0(2-1)} = \tan^{-1} \left(\frac{-\sin(\Delta\lambda)}{\cos(\theta_2) \tan(\theta_1) - \sin(\theta_2) \cos(\Delta\lambda)} \right)$$

Với: Hướng đầu $A_{0(1-2)}$, hướng cuối $A_{0(2-1)}$ và $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$.
Chuyển sang elip lớn:

$$A_{1-2} = \tan^{-1} \left[\tan(A_{0(1-2)}) \cos(\varphi_1 - \theta_1) \right]$$

$$A_{2-1} = \tan^{-1} \left[\tan(A_{0(2-1)}) \cos(\varphi_2 - \theta_2) \right]$$

6. TÍNH TỌA ĐỘ ĐIỂM TRUNG GIAN TRÊN CUNG ELIP LỚN [6]

Số điểm trung gian: $N = [S_{12} / \Delta S]$
Vị trí điểm đầu trong hệ tọa độ vuông góc:
 $x_1 = R_1 \cos(\varphi_1)$
 $z_1 = R_1(1 - e^2) \sin(\varphi_1)$

Tham số trung gian của elip lớn:

$$e_0 = e_0 \left[\sin^2(\theta_1) + \cos^2(\theta_1) \cos^2(A_{0(1-2)}) \right]$$

$$b_0 = \frac{1}{\sqrt{1 + e_0}}$$

$$n_0 = \frac{a - b_0}{a + b_0}$$

$$A = \frac{a(1 + \frac{1}{8}n_0^2)}{1 + n_0}$$

Tham số tính vĩ độ điểm đầu:

$$u_1 = \tan^{-1} \left[\frac{a z_1}{b_0 x_1 \cos(A_{0(1-2)})} \right]$$

Góc trung gian:

$$\omega_1 = u_1 - (1 - \frac{3}{8}n_0^2)u_1^3 \sin(\frac{2}{3}\psi_1)$$

Với: $r_1 = 1 - \frac{3}{4}n_0 \cos(2u_1)$

$$\psi_1 = 1 - \frac{3}{4}n_0 \sin(2u_1) \text{ trong hệ tọa độ cực}$$

Khoảng cách từ bán trục lớn của elip lớn tới điểm đầu là: $M_1 = \omega_1 A$

Khoảng cách tới điểm thứ n ($n = 1, 2, 3, \dots, N$):

Khoảng cách tính từ điểm đầu: $S_n = n \Delta S$
Khoảng cách từ bán trục lớn và góc trung gian ω :
 $M_n = M_1 + S_n$
 $\omega_n = M_n / A$

Tham số tính vĩ độ điểm trung gian thứ n:

$$v_n = \omega_n + \frac{5}{4} \left(1 - \frac{9}{16}n_0^2 \right) r_n^3 \sin\left(\frac{8}{33}\psi_n\right)$$

Với:

$$r_n = 1 - \frac{33}{20}n_0 \cos(2\omega_n)$$

$$\psi_n = \frac{33}{20}n_0 \sin(2\omega_n) \text{ trong hệ tọa độ cực}$$

Góc giữa bán trục lớn của elip và trục X là:

$$\mu_B = \tan^{-1} \left[\frac{\sin(A_{0(1-2)}) \sin(\theta_1)}{\cos(A_{0(1-2)})} \right]$$

Vị trí của điểm trung gian trong hệ tọa độ vuông góc là:

$$x_n = a \cos(u_n) \cos(\mu_B) + b_0 \sin(u_n) \sin(\mu_B) \cos(\theta_1) \sin(A_{0(1-2)})$$

$$z_n = -\cos(u_n) \sin(\mu_B) + b_0 \sin(u_n) \cos(\mu_B) \cos(\theta_1) \sin(A_{0(1-2)})$$

$$z = b_0 \sin(u_n) \sqrt{\sin^2(\theta_1) + \cos^2(\theta_1) \cos^2(A_{0(1-2)})}$$

Toạ độ đầu từ của điểm trung gian:

$$\varphi_n = \tan^{-1} \left[\frac{z_n}{(1 - e^2) \sqrt{x_n^2 + y_n^2}} \right]$$

$$\lambda_n = \lambda_1 + \tan^{-1} \left(\frac{y_n}{z_n} \right)$$

7. TÍNH TOÁN THỬ NGHIỆM

Tính toán các yếu tố hàng hải cung elip lớn từ vĩ trí Sydney Harbour Australia (34°26.66460'S, 152°19.17840'E) đến Valparaíso Chile (33°00.00000'N, 139°36.66660'W) được kết quả như sau [6-7]:

Khoảng cách: 6.129,11699 hải lý

Hướng đi đầu: 143,99463°

Hướng đi cuối: 035,64240°

Khoảng cách trung gian: 50 hải lý

Tính toán theo phương pháp trắc đạc Vicenty, tổng khoảng cách là 6129,12 hải lý, sai lệch so với tính toán trong Bảng 7.1 là 0,71 hải lý, giá trị này rất nhỏ, có thể bỏ qua trong thực tế. Với khoảng cách trung gian là 50 hải lý, độ lệch giữa hai hướng đi liên tiếp không vượt quá 0°5, nằm trong giới hạn sai số hàng hải cho phép về cung elip đi [8-9]. Như vậy, có thể dẫn tàu trực tiếp theo cung elip lớn theo các điểm trung gian với khoảng cách chia tương đương quãng đường tàu chạy trong một ca biển, xấp xỉ 50 hải lý.

Bảng 7.1. Tính toán các yếu tố hàng hải theo cung elip lớn từ Valparaiso - Yokohama

WPT	Vĩ độ	Kinh độ	Hướng đi	Khoảng cách trung gian	Tổng khoảng cách
1	-34,44411	152,12531	142,66402	49,99965	49,99965
2	-35,11504	152,72716	143,82226	49,99972	99,99936
3	-35,78288	153,33892	142,96903	49,99979	149,99915
4	-36,44749	153,96095	142,60400	49,99986	199,99895
5	-37,10875	154,59363	142,22683	49,99994	249,99895
118	-36,07879	-74,35492	37,19179	50,00030	5899,99971
119	-35,41237	-73,73863	36,83336	50,00037	5950,00008
120	-34,74279	-73,13241	36,49655	50,00044	6000,00052
121	-34,07018	-72,52590	36,15100	50,00051	6050,00102
122	-33,39465	-71,94873	35,82645	50,00057	6100,00160
123	-33,00000	-71,61100	*	50,00039	6129,111699

8. KẾT LUẬN

Bài báo đã giới thiệu cơ sở lý thuyết và đề xuất các công thức tính toán các yếu tố hàng hải theo cung elip lớn. Hệ công thức đơn giản cho phép sĩ quan hàng hải có thể lập chương trình dẫn tàu theo elip lớn trên máy tính hoặc máy tính bỏ túi. Trên cơ sở hệ công thức đã đề xuất, tính toán thử nghiệm so sánh với phương pháp trắc địa Vicenty cho thấy phương pháp đề xuất có độ chính xác và tin cậy cao. Mặt khác, theo tính toán khoảng cách và hướng đi trên các đoạn của tuyến chạy tàu, sai số nằm trong giới hạn hàng hải cho phép nên có thể dẫn tàu trực tiếp theo cung elip lớn với khoảng cách hợp lý.

Tài liệu tham khảo

- [1]. Tobler Waldo Rudolph (1964), *A comparison of spherical and ellipsoidal measures*, The professional geographer, vol. XXI, no. 4, pp. 9-12.
- [2]. Earle Melvin Terry (2006), *Sphere to spheroid comparison*, The journal of navigation, vol. 59, pp. 491-496.
- [3]. Thaddeus Vicenty (1975), *Direct and inverse solutions of geodesic on the ellipsoid with application of Nested equation*, Survey review, vol. XXII, no. 176. pp. 88-93.
- [4]. Williams, R. (1998), *Geometry of navigation*, Horwood Publishing Chichester UK.
- [5]. IMO. Resolution A. 529 (13) (1983), *Accuracy standards for navigation*.
- [6]. Athanasios Pallikaris, George Latsa (2009), *New Algorithm for Great Elliptic Sailing*, The journal of navigation. 62, 493-507.
- [7]. Walwyn P. R. (1999), *The great elliptic solution for distances and heading to street between waypoints*, The journal of navigation 52. 421-424.
- [8]. IMO (1983), Resolution A. 529 (13), *Accuracy standards for navigation*.
- [9]. IMO (2006). *Passage planning principles*.

Ngày nhận bài: 04/01/2020

Ngày chấp nhận đăng: 02/02/2020

Người phản biện: PGS. TS. Nguyễn Cảnh Sơn

PGS. TS. Nguyễn Kim Phương