CẤU TRÚC ĐẠI SỐ TRONG CÁC MÔ HÌNH KINH TẾ – KINH DOANH

ALGEBRAIC STRUCTURES IN ECONOMIC – BUSINESS MODELS

NGUYỄN VĂN LỘC(*) *và ĐINH TIẾN LIÊM*(**)

TÓM TẮT: *Các cấu trúc đại số là những cấu trúc toán học khá trừu tượng, tuy nhiên sinh viên đã được làm quen với các cấu trúc này (dưới góc nhìn khác) ở môn toán bậc phổ thông. Do vậy, việc hình thành các cấu trúc đại số tổng quát hết sức thuận lợi nhờ sử dụng các mô hình cụ thể. Tri thức cấu trúc đại số cung cấp công cụ giải các bài toán kinh tế – kinh doanh và giúp cho sự hình thành tư duy cấu trúc – hệ thống.*
Từ khóa: *cấu trúc đại số; cấu trúc-hệ thống.*

ABSTRACT: *Algebraic structures are fairly abstract mathematical structures, but students are familiar with these structures (from a different perspective) in high-school math. Therefore, the formation of general algebraic structures is very convenient by using specific models. Knowledge of algebraic structure provides tools for solving economic - business problems and helps to formulate systematic-structural thinking.*
Key words: *algebraic structure; systematic structure.*

1. ĐẶT VẤN ĐỀ

Việc xem xét giải quyết các tình huống kinh tế – kinh doanh với quan điểm cấu trúc – hệ thống luôn là yếu tố quyết định dẫn tới sự lựa chọn phương án tối ưu để giải quyết tình huống. Sự hình thành tư duy cấu trúc – hệ thống ở sinh viên được "phôi thai" ngay từ khi học phổ thông với các mô hình cấu trúc đại số – hình học, mô hình cấu trúc thứ tự hình thành trên các vật liệu là tập hợp các đối tượng: tập hợp số; tập hợp hàm số; tập hợp các đa thức; tập hợp các vectơ... Những tri thức cấu trúc – hệ thống sẽ được vận dụng trong kinh tế – kinh doanh có hiệu quả hơn nếu trong đào tạo đại học chủ động dạy học có định hướng hình thành cho sinh viên tri thức cấu trúc với cấu trúc cơ bản là nửa nhóm, nhóm, vành, trường và các mô hình của chúng thể hiện trong kinh tế – kinh doanh.

2. NỘI DUNG

2.1. Khái niệm cấu trúc đại số

Đại số là một ngành lớn của toán học, có lịch sử lâu đời, nghiên cứu về các cấu trúc tập hợp, quan hệ và số lượng. Tên gọi đại số bắt nguồn từ một nhà toán học Tây Á, vùng vịnh Péc-xích có tên là Muhammad ibn Mūsā al-Kwārizmī, trong cuốn sách mang tựa đề *"Al-Kitab al-Jabr wa-l-Muqabala"*, nghĩa là *"Luận súc tích về tính toán bằng phép hoàn thể và cân bằng"*. Học sinh được học đại số trong tất cả các bậc học phổ thông và đại học. Ở bậc học phổ thông, học sinh thường được học các phép toán cộng, nhân, khái niệm về biến số, giai thừa, đa thức, khai căn... Tuy nhiên, do đại số có xu hướng tổng quát hóa rất cao với nét đặc trưng là ngoài làm việc với các con số, đại số sử dụng rất nhiều các ký hiệu toán học, biến, tập hợp, các phần tử của tập hợp. Dựa trên hai phép toán cộng và nhân là hai toán tử cơ bản của đại số, người ta sử dụng hai toán tử này để

(*) PGS.TS. Trường Đại học Văn Lang, *nguyenvanloc@vanlanguni.edu.vn*
(**) ThS. Trường Đại học Văn Lang, *dinhtienliem@vanlanguni.edu.vn, Mã số: TCKH22-14-2020*

xây dựng tiếp các khái niệm trừu tượng như nửa nhóm, nhóm, nhóm aben, vành và trường, thường được gọi là các cấu trúc đại số.

Như vậy, một cấu trúc đại số là một tập hợp các phần tử trên đó xác định một số phép toán thỏa mãn một số các tính chất (các tiên đề). Các cấu trúc phức tạp hơn có thể được định nghĩa bằng cách đưa ra phép toán, các tập hợp cơ bản khác nhau hoặc bằng cách thay đổi các tiên đề xác định. Ví dụ cấu trúc mô đun và lý thuyết vành.

Về mặt lịch sử, các cấu trúc đại số thông thường xuất hiện đầu tiên trong các nhánh khác nhau của toán học và được nêu ra như là các tiên đề, sau đó mới được nghiên cứu đúng bản chất của chúng trong đại số trừu tượng. Trong khuôn khổ bài viết này, xét các cấu trúc đại số đã xuất hiện ở dạng "ẩn tàng" ở trường phổ thông và những ứng dụng của cấu trúc này trong lĩnh vực kinh tế – kinh doanh.

2.2. Các cấu trúc đại số cơ bản

Một số cấu trúc đại số cơ bản mà chúng ta thường gặp trong toán học như sau [1]:

2.2.1. Phép toán trong hai ngôi

1) Định nghĩa: Phép toán trong hai ngôi trên tập A (sau đây gọi tắt là phép toán trong) là một quy luật khi tác động lên hai phần tử x và y của A sẽ tạo ra thành một và chỉ một phần tử thuộc A. Phép toán trong hai ngôi còn gọi là luật hợp thành trong, và có thể hiểu là một ánh xạ đi từ: $A \times A$ tới A.

Nếu ký hiệu phép toán trong hai ngôi trên tập A là $\mathfrak{R}$, thì ta có:

$$A \times A \rightarrow A$$
$$(x, y) \quad a \quad x\mathfrak{R}y.$$

2) Ví dụ: Trên tập số thực: Phép cộng (+) và phép nhân (.) là những phép toán trong hai ngôi. Vì như ta đã biết: $\forall x, y \in$ ¡ thì $x + y \in$ ¡ , và $x.y \in$ ¡

Trên tập số nguyên ¢ thì: (x, y) a $4x + 2y + 7$ là phép toán trong hai ngôi trên ¢ ; Và (x, y) a x^y không phải là phép toán trong hai ngôi trên ¢ . Vì $4x + 2y + 7 \in$ ¢ , còn x^y chưa chắc $\in$ ¢ .

3) Các tính chất của phép toán: Tính giao hoán: Phép toán trong $\mathfrak{R}$ trên tập A được gọi là giao hoán khi và chỉ khi: $x\mathfrak{R}y = y\mathfrak{R}x$, $\forall x, y \in A$.

Tính kết hợp: Phép toán trong $\mathfrak{R}$ trên tập A được gọi là kết hợp khi và chỉ khi: $(x\mathfrak{R}y)\mathfrak{R}z = x\mathfrak{R}(y\mathfrak{R}z)$; $\forall x, y, z \in A$.

Luật giản ước: Phép toán trong $\mathfrak{R}$ trên tập A được gọi là thỏa luật giản ước bên trái khi và chỉ khi: $x\mathfrak{R}y = x\mathfrak{R}z \Rightarrow y = z$, $\forall x, y, z \in A$.

Tương tự, $\mathfrak{R}$ được gọi là thỏa luật giản ước bên phải khi và chỉ khi: $x\mathfrak{R}z = y\mathfrak{R}z \Rightarrow x = y$, $\forall x, y, z \in A$.

Nếu $\mathfrak{R}$ thỏa cả luật giản ước bên trái và luật giản ước bên phải thì được gọi là thỏa luật giản ước.

Tính phân phối: Giả sử $\mathfrak{R}$ và T là hai phép toán trong trên tập A. Phép toán $\mathfrak{R}$ được gọi là phân phối bên trái phép toán T khi và chỉ khi: $x\mathfrak{R}(yTz) = (x\mathfrak{R}y)T(x\mathfrak{R}z)$, $\forall x, y, z \in A$.

Tương tự, phép toán $\mathfrak{R}$ được gọi là phân phối bên phải phép toán T khi và chỉ khi: $(yTz)\mathfrak{R}x = (y\mathfrak{R}x)T(z\mathfrak{R}x)$, $\forall x, y, z \in A$.

Nếu phép toán $\mathfrak{R}$ thỏa cả luật phân phối bên trái và phân phối bên phải đối với phép toán T, thì $\mathfrak{R}$ được gọi là có tính phân phối đối với T.

4) Các phần tử đặc biệt đối với phép toán:

Phần tử đơn vị: Phần tử e của tập A được gọi là phần tử đơn vị trái đối với phép toán $\mathfrak{R}$ khi và chỉ khi: $e\mathfrak{R}x = x$, $\forall x \in A$.

Tương tự, e được gọi là phần tử đơn vị phải đối với phép toán $\mathfrak{R}$ khi và chỉ khi: $x\mathfrak{R}e = x$, $\forall x \in A$.

Nếu e vừa là phần tử đơn vị trái, vừa là phần tử đơn vị phải thì được gọi là phần tử đơn vị.

Phần tử khả nghịch: Giả sử e là phần tử đơn vị của tập A đối với phép toán $\mathfrak{R}$. Ta nói phần tử a của tập A là khả nghịch bên trái nếu tồn tại $a' \in A$ sao cho: $a'\mathfrak{R}a = e$. Khi đó a' được gọi là nghịch đảo trái của a.

Tương tự, ta nói phần tử a của tập A là khả nghịch bên phải nếu tồn tại $a' \in A$ sao cho: $a\Re a' = e$. Khi đó a' được gọi là nghịch đảo phải của a.

Nếu a' vừa là phần tử nghịch đảo trái vừa là phần tử nghịch đảo phải của a, thì a' được gọi là phần tử nghịch đảo của a.

2.2.2. Nửa nhóm – nửa nhóm aben

Cấu trúc đại số $(A,*)$ được gọi là nửa nhóm khi và chỉ khi: $A \neq \varnothing$ và phép toán trong $*$: $A \times A \to A$ có tính kết hợp.

Nếu một nửa nhóm có phần tử đơn vị thì được gọi là *Vị nhóm*.

Một nửa nhóm được gọi là *nửa nhóm Abel (hay nửa nhóm giao hoán)* nếu phép toán của nó có tính giao hoán.

2.2.3. Nhóm – Nhóm aben

Cấu trúc đại số $(A,*)$ được gọi là nhóm khi và chỉ khi thỏa cả 3 tính chất sau: *i)* Phép toán trong $*$: $A \times A \to A$ có tính kết hợp; *ii)* Tập A có phần tử đơn vị; *iii)* Mọi phần tử trong A đều có nghịch đảo.

Một nhóm được gọi là *nhóm Abel (hay nhóm giao hoán)* nếu phép toán của nó có tính giao hoán.

2.2.4. Vành – Vành giao hoán

Cấu trúc đại số $(A,+,.)$ với hai phép toán trong cộng và nhân, được gọi là một *Vành* khi và chỉ khi thỏa cả 3 tính chất sau: *i)* $(A,+)$ là một nhóm giao hoán; *ii)* $(A,.)$ là một nửa nhóm; *iii)* Phép nhân có tính phân phối đối với phép cộng.

Nếu phép nhân có tính giao hoán thì ta nói A là *Vành giao hoán*.

Nếu phép nhân có phần tử đơn vị thì ta nói A là *Vành có đơn vị*.

2.2.5. Trường

Một vành giao hoán, có đơn vị $1 \neq 0$ và mọi phần tử khác không đều có nghịch đảo (đối với phép nhân) được gọi là Trường. Tức là, cấu trúc đại số $(K,+,.)$ là một *trường* khi và chỉ khi thỏa cả 3 tính chất sau: *i)* $(K,+)$ là một nhóm giao hoán; *ii)* $(K \setminus \{0\},.)$ là một nhóm giao hoán với phần tử đơn vị $1 \neq 0$; *iii)* Phép nhân có tính phân phối đối với phép cộng.

2.3. Một số mô hình cấu trúc đại số "ẩn tàng" trong giáo trình toán phổ thông

Trong chương trình toán ở bậc phổ thông, đã có nhiều cấu trúc đại số xuất hiện ở dạng "ẩn tàng" như sau [2]:

1) Nửa nhóm - nửa nhóm Abel

Tập các số nguyên cùng với các phép toán cộng và nhân các số nguyên thông thường tạo thành các nửa nhóm Abel. Ta ký hiệu các nửa nhóm Abel đó như sau: $(\mathbb{Z},+)$ và $(\mathbb{Z},.)$.

2) Nhóm - nhóm giao hoán

Ta xét các cấu trúc: $(\mathbb{Z},+)$, $(\mathbb{Q},+)$, $(\mathbb{R},+)$, và $(\mathbb{C},+)$. Trong đó, phép toán cộng là phép cộng các số nguyên, cộng các số hữu tỷ, cộng các số thực và cộng các số phức thông thường. Đây là các nhóm giao hoán.

Tương tự, ta có các nửa nhóm Abel: $(\mathbb{Q} \setminus \{0\},.)$ $(\mathbb{R} \setminus \{0\},.)$, và $(\mathbb{C} \setminus \{0\},.)$. Trong đó, phép toán nhân là phép nhân các số hữu tỷ, phép nhân các số thực và phép nhân các số phức thông thường. Những cấu trúc này tạo thành các nhóm giao hoán.

3) Cấu trúc Vành - Vành giao hoán

Các cấu trúc: $(\mathbb{Z},+,.)$, $(\mathbb{Q},+,.)$, $(\mathbb{R},+,.)$, và $(\mathbb{C},+,.)$. Trong đó, phép cộng và phép nhân là những phép: cộng và nhân các số nguyên, số hữu tỷ, số thực và số phức thông thường. Các cấu trúc này là những vành giao hoán.

4) Cấu trúc Trường

Xét các cấu trúc: $(\mathbb{R},+,.)$ và $(\mathbb{C},+,.)$. Trong đó, phép cộng và phép nhân là những phép toán cộng và nhân thông thường của hai số thực và hai số phức. Các cấu trúc này là các trường, chúng thường được gọi là: Trường số thực và trường số phức.

Trong hình học cũng có ẩn chứa cấu trúc đại số trong đó. Chẳng hạn: ta gọi A là tập tất cả các vectơ trong mặt phẳng (hoặc trong không gian 3 chiều). Trên đó, ta trang bị phép toán cộng là phép cộng 2 vectơ đã được định nghĩa trong sách giáo khoa. Khi đó tập A cùng với phép toán cộng trên tạo thành nửa nhóm.

2.4. Một số cấu trúc đại số "ẩn chứa" trong các nội dung toán học ở bậc đại học của các ngành kinh tế – kinh doanh

Ở bậc đại học, trong các học phần toán, ngoài những cấu trúc đại số "dễ thấy" đã được nêu trong mục 2.3, chúng ta cũng sẽ bắt gặp những cấu trúc đại số khác. Tuy nhiên, những cấu trúc đại số này thường "ẩn sâu" bên trong các nội dung của các học phần toán, do vậy chúng ta khó bắt gặp. Sau đây, chúng ta sẽ chỉ ra một số cấu trúc đại số "ẩn nấp" như vậy trong các mô hình kinh tế – kinh doanh cũng như trong nội dung toán học của các ngành này ở bậc đại học [3].

Mô hình bài toán cân bằng thị trường: Giả sử thị trường có n mặt hàng, ta gọi những hàm cung và hàm cầu của các mặt hàng đó là:

$$Q_{si} = a_{i0} + a_{i1}P_1 + a_{i2}P_2 + \ldots + a_{in}P_n \quad \text{và}$$

$$Q_{di} = b_{i0} + b_{i1}P_1 + b_{i2}P_2 + \ldots + b_{in}P_n,\ i = 1, 2, \ldots, n.$$

Trong đó P_i là giá của mặt hàng thứ i. Khi đó, mô hình cân bằng thị trường n mặt hàng được biểu diễn dưới dạng hệ phương tình tuyến tính: $Q_{si} = Q_{di}$ *(1)*, $i = 1, 2, \ldots, n$. Điểm cân bằng thị trường là nghiệm của hệ phương trình tuyến tính *(1)*.

Trong thực tế, đôi lúc hệ phương trình *(1)* sẽ trở thành hệ phương trình tuyến tính thuần nhất, có dạng:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + & a_{12}x_2 + & \cdots & +a_{1n}x_n & = 0 \\ a_{21}x_1 + & a_{22}x_2 + & \cdots & +a_{2n}x_n & = 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{m1}x_1 + & a_{m2}x_2 + & \cdots & +a_{mn}x_n & = 0 \end{cases} \quad (2)$$

Và như chúng ta đã biết, trong trường hợp hệ *(2)* có vô số nghiệm, thì khi đó: Nếu $(c_1, c_2, \ldots, c_n)$, $(d_1, d_2, \ldots, d_n)$ là các nghiệm của hệ *(2)*, và $\forall \alpha, \beta \in \mathbb{R}$, thì ta luôn có: $\alpha(c_1, c_2, \ldots, c_n) + \beta(d_1, d_2, \ldots, d_n)$ cũng là nghiệm của hệ *(2)*. Như vậy, ở đây ta có *cấu trúc đại số "ẩn chứa"* bên trong bài toán này.

Thật vậy, nếu gọi $A \subset \mathbb{R}^n$ là tập các nghiệm của hệ phương trình *(2)*, trên A ta trang bị phép toán cộng 2 vectơ trong $\mathbb{R}^n$, và ta trang bị thêm phép nhân là phép nhân một số thực với vectơ trong $\mathbb{R}^n$. Khi đó dễ thấy *cấu trúc $(A, +)$ là nửa nhóm Abel.*

Hơn thế nữa, nếu ta xem: $e = (0, 0, \ldots, 0)$ là phần tử đơn vị của A; và với mọi $x = (x_1, x_2, \ldots, x_n) \in A$, ta định nghĩa phần tử nghịch đảo của x là $x^{-1} = (-x_1, -x_2, \ldots, -x_n) \in A$. Khi đó, *cấu trúc $(A, +)$ là nhóm Abel.*

Trong trường hợp khác, ta có thể gặp phải hệ phương trình *(2)* là một hệ Cramer. Tức là, hệ *(2)* có thể được viết lại dưới dạng $AX = B$ *(3)*. Trong đó: $A = \left(a_{ij}\right)_n$ là ma trận hệ số, X là ma trận ẩn, B là ma trận hệ số tự do (giả sử B khác ma trận không), và trong trường hợp này thì A là khả nghịch. Khi đó nghiệm của hệ *(3)* là: $X = A^{-1}B$. Ở đây, ta có được một cấu trúc đại số "ẩn" trong cách giải hệ này.

Thật vậy, ta gọi M là tập các ma trận vuông cấp n, và hai phép toán trên M là phép cộng hai ma trận và phép nhân hai ma trận. Khi đó cấu trúc $(M, +, .)$ là *vành không giao hoán* có đơn vị là ma trận đơn vị I_n.

Mô hình Input – Output: Như chúng ta biết, sản phẩm đầu ra của một ngành kinh tế này có thể được sử dụng làm "nguyên liệu" đầu vào của những ngành kinh tế khác (có thể của cả chính ngành đó). Do vậy, đầu ra của ngành thứ i phụ thuộc vào đầu vào của n ngành kinh tế về sản phẩm thứ i đó (kể cả ngành thứ i). Để có một nền kinh tế ổn định thì cần phải có sự hài hòa giữa đầu vào và đầu ra của các ngành kinh tế. Từ thực tế đó, mô hình Input-Output ra đời, và được sử dụng rộng rãi trong việc lập kế hoạch phát triển sản xuất, lập kế hoạch phát triển kinh tế hay những chương trình khác của một quốc gia. Mô hình Input – Output đưa về bài toán sau:

Giả sử một nền kinh tế có n ngành sản xuất là: ngành 1, ngành 2,..., ngành n. Ta biểu diễn lượng cầu của tất cả các loại hàng hóa ở dạng giá trị (được đo bằng tiền, và giả sử giá thị trường là ổn định). Khi đó:

Tổng cầu về sản phẩm hàng hóa của ngành thứ i được tính theo công thức: $x_i = x_{i1} + x_{i2} + ... + x_{in} + b_i, \quad i = 1, 2, ..., n$ *(4)*. Trong đó: x_i là tổng cầu đối với hàng hóa của ngành i; x_{ik} là giá trị hàng hóa của ngành thứ i mà ngành thứ k cần sử dụng cho sản xuất (cầu trung gian); và b_i là giá trị hàng hóa của ngành thứ i cần cho tiêu dùng và xuất khẩu (cầu cuối cùng). Công thức *(4)* được viết lại:

$$x_i = \frac{x_{i1}}{x_1}x_1 + \frac{x_{i2}}{x_2}x_2 + ... + \frac{x_{in}}{x_n}x_n + b_i,$$

$i = 1, 2, ..., n$ *(5)*. Ta đặt: $a_{ik} = \dfrac{x_{ik}}{x_k}, \ i, k = \overline{1, n}$.

Sau khi biến đổi ta được hệ phương trình:

$$\begin{cases} (1-a_{11})x_1 - a_{12}x_2 - ... - a_{1n}x_n = b_1 \\ -a_{21}x_1 + (1-a_{22})x_2 - ... - a_{2n}x_n = b_2 \\ ... \\ -a_{n1}x_1 - a_{n2}x_2 - ... + (1-a_{nn})x_n = b_n \end{cases} \quad (6)$$

Hệ phương trình *(6)* được viết lại dưới dạng: $(I_n - A)X = B$ *(7)*. Trong đó: I_n là ma trận đơn vị cấp n; X là ma trận tổng cầu, B là ma trận cầu cuối cùng, và A là ma trận hệ số chi phí đầu vào (hay còn gọi là ma trận chi phí trực tiếp). Cụ thể là:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & ... & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & & a_{2n} \\ ... & ... & & ... \\ a_{n1} & a_{n2} & & a_{nn} \end{bmatrix}, X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ ... \\ x_n \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ ... \\ b_n \end{bmatrix},$$

Với giả thiết của mô hình, ma trận $(I_n - A)$ là khả nghịch, do đó ma trận tổng cầu được xác định bởi công thức: $X = (I_n - A)^{-1}B$ *(8)*. Và ma trận $(I_n - A)$ được gọi là *ma trận Leontief*.

Vậy với mô hình này và từ công thức *(8)*, ta có được cấu trúc đại số "ẩn" trong cách giải hệ *(8)*. Tương tự trong mô hình điểm cân bằng thị trường, ta gọi M là tập các ma trận vuông cấp n, và hai phép toán trên M là phép cộng hai ma trận và phép nhân hai ma trận. Khi đó cấu trúc $(M, +, .)$ là *vành không giao hoán* có đơn vị là ma trận đơn vị I_n.

Mô hình "Bài toán biên": Trong kinh doanh ta thường hay quan tâm đến 3 vấn đề là chi phí, doanh thu và lợi nhuận. Ta xét bài toán về chi phí (hai bài toán còn lại là tương tự).

Giả sử tổng chi phí dùng để sản xuất x đơn vị sản phẩm đầu tiên của một loại hàng nào đó thỏa hàm $C(x)$, ta gọi $C(x)$ là hàm chi phí. Nếu đã sản xuất được x đơn vị sản phẩm và muốn sản xuất thêm Δx đơn vị sản phẩm nữa, thì chi phí sản xuất tăng thêm là: $\Delta C = C(x + \Delta x) - C(x)$. Khi đó, tốc độ biến thiên trung bình của chi phí sản xuất tăng thêm là $\frac{\Delta C}{\Delta x}$. Cho $\Delta x \to 0$ ta được tốc độ biến thiên tức thời của chi phí ứng với lượng hàng hóa được sản xuất là x. Trong kinh tế học, người ta gọi đó là chi phí biên *(Marginal cost)*, kí hiệu là $MC(x)$. Ta có: $MC(x) = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta C}{\Delta x} = \frac{dC}{dx} = C'(x)$. Dễ dàng thấy được: *"chi phí biên khi sản xuất n đơn vị sản phẩm gần bằng chi phí sản xuất đơn vị sản phẩm thứ $n+1$"*. Vậy có thể hiểu, chi phí biên khi sản xuất n sản phẩm là chi phí để sản xuất sản phẩm thứ $n+1$. Và hàm chi phí biên chính là đạo hàm của hàm chi phí. Do đó, để tính chi phí biên ta phải đi lấy đạo hàm của hàm chi phí.

Nếu một công ty sản xuất n mặt hàng, ta gọi $C_i(x)$ là hàm chi phí cho mặt hàng thứ i, với $i = 1, 2, ..., n$. Khi đó các hàm chi phí biên là: $MC_i(x)$, với $i = 1, 2, ..., n$. Do vậy tổng chi phí và tổng chi phí biên của công ty này là các hàm: $C(x)=\sum_{i=1}^{n}C_i(x)$ và $MC(x)=\sum_{i=1}^{n}MC_i(x)$. Khi đi tìm các hàm $C(x)$ và $MC(x)$, ta bắt gặp một cấu trúc đại số "ẩn" trong đó.

Thật vậy, ta gọi M là tập các hàm số, và phép toán trên M là phép cộng hai hàm số. Khi đó: $(M,+)$ là *nửa nhóm Abel*. Hơn nữa, nếu ta xem hàm 0 (hàm đồng nhất bằng 0) là phần tử đơn vị của M thì $(M,+)$ là *Vị nhóm Abel*.

Mô hình "Bài toán hệ số co dãn": Một vấn đề nữa rất được quan tâm trong lĩnh vực kinh tế đó là, "*sự thay đổi của một đại lượng kinh tế sẽ như thế nào khi có sự thay đổi của một đại lượng kinh tế khác*". Ví dụ: khi giá thay đổi thì mức độ thay đổi của lượng cung sẽ như thế nào? Để đo mức độ thay đổi đó, người ta sử dụng khái niệm "hệ số co dãn". *Hệ số co dãn* của biến *y* theo biến *x* được ký hiệu và xác định như sau:

$$\varepsilon_{yx}(x)=\frac{\frac{dy}{y}}{\frac{dx}{x}}=\frac{dy}{dx}.\frac{x}{y}=y'(x)\frac{x}{y}=y'(x).x.\frac{1}{y} \quad (9)$$

Như vậy, ta có thể hiểu, hệ số co dãn của đại lượng *y* theo đại lượng *x* là phần trăm thay đổi (tương đối) của đại lượng *y* khi đại lượng *x* tăng (tương đối) lên 1%.

Trong biểu thức *(9)*, vế phải là tích của ba đại lượng: $y'(x)$, *x*, và $\frac{1}{y}$. Vì đại lượng *x* là cố định, hai đại lượng $y'(x)$ và $\frac{1}{y}$ thay đổi theo từng bài toán cụ thể. Như vậy ta có một cấu trúc đại số "ẩn" bên trong vế phải của *(9)*.

Thật vậy, ta gọi M là tập các hàm số, và phép toán trên M là phép nhân hai hàm số. Khi đó: $(M,.)$ là *nửa nhóm Abel*, với phép toán nhân hai phần tử của M là: $y'(x)$ và $\frac{1}{y}$. Hơn nữa, nếu ta xem hàm 1 (hàm đồng nhất bằng 1) là phần tử đơn vị của M thì $(M,.)$ và là *Vị nhóm Abel*.

3. KẾT LUẬN

Toán học là khoa học về các cấu trúc tổng quát, các quan hệ được trừu tượng hóa từ các đối tượng của thực tế khách quan. Như vậy, nếu thực tiễn có những cấu trúc, quan hệ, mà sau khi "toán học hóa", ta thu được những cấu trúc, quan hệ trừu tượng trong Toán học, có thể áp dụng những hiểu biết về cấu trúc và quan hệ trong Toán học vào thế giới khách quan. Do vậy, dạy học toán trong nhà trường tất yếu phải coi trọng dạy tư duy cấu trúc – hệ thống cho học sinh thông qua các vật liệu cụ thể của các bộ môn toán, trong đó tri thức cấu trúc – hệ thống về "cấu trúc đại số" là hình mẫu đầu tiên có thể hình thành cho sinh viên hết sức thuận lợi do sinh viên đã tiếp cận cụ thể ở trường phổ thông. Dạy học cấu trúc đại số cho sinh viên không những cung cấp cho sinh viên "phương tiện" xem xét bài toán kinh tế – kinh doanh bằng tri thức cấu trúc đại số mà còn giúp cho sự hình thành tư duy cấu trúc – hệ thống.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1] Hoàng Xuân Sính (2013), *Đại số đại cương*, Nxb Giáo dục Việt Nam.

[2] Nguyễn Đình Trí (Chủ biên, 2014), *Toán cao cấp – tập 1. Đại số và hình học giải tích*, Nxb Giáo dục Việt Nam.

[3] G.Xtreng (1980), *Đại số tuyến tính và ứng dụng của nó*, Nxb Thế giới, Matxcova (tiếng Nga).

Ngày nhận bài: 01-3-2020. Ngày biên tập xong: 22-6-2020. Duyệt đăng: 24-7-2020