

## TỔ CHỨC HOẠT ĐỘNG NHẬN THỨC NHẪM PHÁT TRIỂN TƯ DUY TRỰC GIÁC CHO HỌC SINH TRONG DẠY HỌC HÌNH HỌC Ở TRƯỜNG PHỔ THÔNG

Võ Xuân Mai

Trường Đại học Đồng Tháp

Email: vxmai@dthu.edu.vn

### Article History

Received: 03/02/2020

Accepted: 20/02/2020

Published: 20/4/2020

### Keywords

Organize cognitive activity,  
intuitive thinking,  
mathematical intuition,  
student, teaching geometry.

### ABSTRACT

In teaching Mathematics, intuitive thinking is one of the types of thinking that plays a significant role, creating a premise for developing competencies such as problem-solving, modeling, mathematical thinking and reasoning. The article presents the characteristic activities of intuitive thinking in teaching Mathematics and proposes a process of organizing cognitive activities to develop intuitive thinking for students through teaching Mathematics and specify some typical activities in teaching Geometry in high school. In teaching Mathematics, depending on the content, the teacher chooses and combines characteristic activities of intuitive thinking appropriately.

### 1. Mở đầu

Trong giai đoạn đổi mới căn bản toàn diện giáo dục hiện nay, giáo dục môn Toán có ý nghĩa quan trọng trong quá trình phát triển tư duy nói riêng, góp phần phát triển năng lực của người học nói chung. Trong bối cảnh đổi mới đó, vai trò của người giáo viên (GV) cũng có những thay đổi theo hướng đảm nhận nhiều chức năng, trách nhiệm hơn. GV phải chuyển từ cách truyền thụ tri thức sang cách tổ chức các hoạt động (HĐ) cho học sinh (HS) chiếm lĩnh tri thức. Từ những HĐ dạy học, người GV cần thông qua dạy tri thức để dạy cho người học cách phát hiện, ý tưởng đề xuất cách thức, giải pháp giải quyết vấn đề (GQVĐ); dạy cách suy nghĩ, tư duy sáng tạo, khả năng giải thích, chứng minh, để vận dụng vào giải quyết các tình huống của đời sống thực tiễn. Trong dạy học Toán nói riêng, tư duy trực giác (TDTG) là một trong những loại hình tư duy toán học có ý nghĩa và vai trò quan trọng, tạo tiền đề phát triển các năng lực như QGVĐ, mô hình hóa, tư duy và lập luận toán học. Nếu GV quan tâm đến việc hình thành và phát triển TDTG cho người học có thể giúp họ biết suy nghĩ nhanh về vấn đề, biết rút gọn các bước lập luận trung gian, có khả năng hình dung ra kết quả của một vấn đề trước khi bắt đầu thực hiện các bước giải chi tiết, đưa ra những phán đoán đột phá về chiến lược giải quyết cho những vấn đề không quen thuộc, tạo điều kiện cho HS học cách phát hiện và GQVĐ, phát triển trí tưởng tượng, tìm tòi, sáng tạo.

Như vậy, cần xác định được các HĐ đặc trưng của TDTG và cách thức triển khai dạy học theo hướng phát triển TDTG, từ đó GV thiết kế, tổ chức những HĐ nhận thức thích hợp cho HS trong quá trình dạy học môn Toán ở trường phổ thông. Đây là vấn đề nghiên cứu được đặt ra nhằm hướng tới phát triển TDTG cho HS góp phần nâng cao được khả năng tư duy, vận dụng kiến thức, khả năng GQVĐ và phát huy được tính sáng tạo của chính họ, đáp ứng theo yêu cầu dạy học phát triển năng lực người học hiện nay.

### 2. Kết quả nghiên cứu

#### 2.1. Tư duy trực giác

Trong triết học và tâm lí học hiện đại, các công trình nghiên cứu của Bruner (1960), Bergson và Spinoza đã phân biệt TDTG và tư duy phân tích và nhận định rằng có sự đối lập giữa trực giác với lập luận, logic. Thuyết trực giác của H. Bergson (1946) cho rằng có hai cách khác nhau để nhận thức thực tại, đó là cách phân tích - có thể nắm bắt đối tượng bằng cách chia nhỏ các yếu tố của đối tượng và cách trực giác - có thể cung cấp ngay lập tức kiến thức của đối tượng trong sự toàn thể của đối tượng đó. Nhà tâm lí học K. Hammond đã đưa ra định nghĩa trực giác bởi sự đối lập với phân tích: “nghĩa thông thường của trực giác có sự trái ngược với quá trình nhận thức mà làm cách nào để đưa ra câu trả lời, giải pháp hay ý tưởng với việc sử dụng quá trình từng bước biện minh hợp lí và có ý thức” (Ben-Zeev và Star, 2001, tr 29). Koliagin nhận định rằng, “TDTG là phương pháp đặc biệt của nhận thức, đặc trưng bởi việc tìm ra chân lí một cách trực tiếp, liên quan đến trực giác đó là những hiện tượng như việc GQVĐ một cách bất ngờ, chớp nhoáng, không tuân thủ theo các yêu cầu logic, kết quả tìm được bằng phương pháp này rất nhanh chóng” (Koliagin, 1978). “Trực giác toán học là một yếu tố của một phương thức tư duy được gọi là TDTG, đó là tư duy dựa trên sự tri giác toàn bộ vấn đề ngay lập tức, có khả năng thực hiện dưới dạng biến đổi đột ngột, chuyên hóa nhanh, lược bỏ các khâu bộ phận” (Nguyễn Văn

Lộc, 1997). Do đó, TDTG đặc trưng bởi sự thiếu vắng các bước lập luận rõ ràng, loại tư duy này đặc trưng bởi tri giác thu gọn một cách nhanh chóng, ngay lập tức. Nói cách khác, TDTG cho chủ thể nhận thức có được kết luận trực tiếp về vấn đề, hoàn toàn bỏ qua khâu trung gian, đó là quá trình tư duy nhảy vọt, vì vậy, người có TDTG lập tức trả lời ngay cho câu hỏi, khả năng hình dung ra kết quả của một vấn đề hoàn toàn không có quá trình lập luận dài dòng.

Trên cơ sở phân tích, chúng tôi cho rằng, TDTG của HS là quá trình tư duy đặc trưng bởi việc người học nhận thức đối tượng, quan hệ toán học một cách nhanh chóng mà cần không tuân thủ theo các yêu cầu logic. Đặc trưng này được thể hiện qua HĐ tư duy rút gọn nhờ các bước trung gian trong quá trình lập luận, diễn giải đã được lược bỏ, chủ thể tư duy bằng suy luận theo sơ đồ ngắn gọn giúp họ đưa ra ngay định hướng giải quyết được vấn đề toán học đặt ra khi đang đối mặt. Trong một số trường hợp, người học hình dung, phát hiện ra kết quả của vấn đề hoàn toàn ngắn gọn mà không cần thông qua các thao tác phân tích chi tiết theo trình tự nghiêm ngặt của quá trình suy diễn, việc nhìn thấy được kết quả của vấn đề có thể HS không giải thích được. Tuy nhiên, do không dựa trên những lập luận và chứng minh rõ ràng nên kết quả HS đưa ra có thể là đúng đắn, cũng có thể là sai lầm, nên cần phải sử dụng suy diễn để kiểm nghiệm lại.

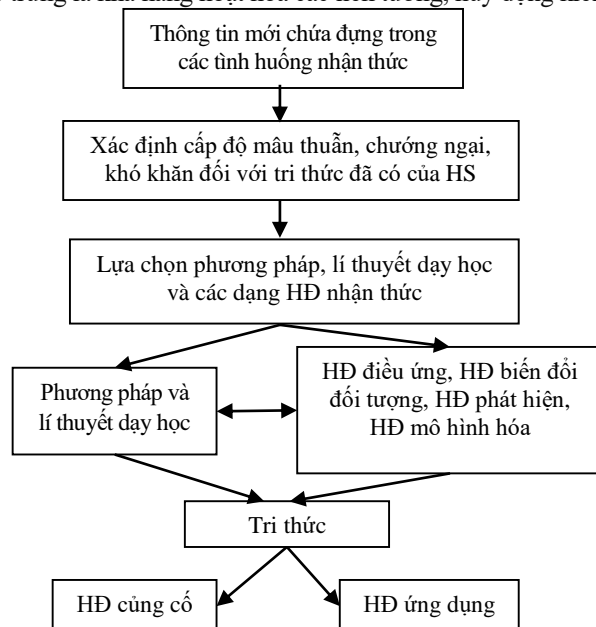
Ngoài ra, sự phát triển tư duy bao giờ cũng diễn ra trong quá trình lĩnh hội kiến thức, bởi vậy TDTG luôn gắn với phạm vi HĐ toán học cụ thể, phải được xem xét trong mối liên hệ với tri thức của môn học cũng như vốn kiến thức và kinh nghiệm mà HS tích lũy với độ nhuần nhuyễn, thành thực của tri thức, độ nhanh chóng của các liên tưởng. Do đó, TDTG của HS trong quá trình học tập Toán có đặc trưng là khả năng hoạt hóa các liên tưởng, huy động kiến thức một cách linh hoạt do quá trình tích lũy kiến thức đến “ngưỡng”, suy ngẫm cao độ trong quan sát, nghiên cứu của HS với những kinh nghiệm thành công và thất bại trong quá trình GQVĐ trước đó. Vì vậy, HS có thể đưa ra những cách thức giải quyết hay giải bài toán một cách nhanh chóng. Một số HĐ đặc trưng của TDTG của HS trong quá trình nhận thức trực tiếp phát hiện vấn đề, GQVĐ như HĐ rút gọn quá trình lập luận, HĐ liên tưởng và chuyên hóa các liên tưởng, HĐ khái quát hóa nhanh chóng, HĐ hình dung vấn đề, kết nối giữa trực quan và trừu tượng, HĐ phán đoán về giải pháp GQVĐ.

## 2.2. Hoạt động nhận thức toán học của học sinh

HĐ nhận thức nói chung, nhận thức toán học nói riêng được bắt nguồn từ việc phát hiện các mâu thuẫn để từ đó tạo động lực cho HĐ giải quyết các mâu thuẫn đó. Các mâu thuẫn trong dạy học Toán này làm nảy sinh các nhiệm vụ nhận thức, các đối tượng của HĐ và tư duy thúc đẩy HĐ nhận thức của người học.

Trên cơ sở lí thuyết phát triển nhận thức của Jean Piaget và Vygotsky (Vygotsky, 1978), dạy học thông qua việc tổ chức cho HS những HĐ tự chủ chiếm lĩnh kiến thức, HS phát triển trí tuệ thông qua quá trình cùng HĐ, biết cách tư duy và hình thành hành vi thông qua sự tương tác với người khác. Vận dụng vào quá trình dạy học, việc học tập của HS có bản chất HĐ: Bằng HĐ và thông qua HĐ của bản thân người học mà chiếm lĩnh kiến thức, hình thành và phát triển năng lực trí tuệ cũng như đạo đức, thái độ. Trong dạy học môn Toán, năng lực của HS gắn liền với HĐ cụ thể trong học tập nội dung toán, năng lực đó được hình thành, bộc lộ và thể hiện qua HĐ tương ứng trong quá trình học tập.

HĐ nhận thức của HS trong học tập môn Toán được hiểu là HĐ của chủ thể người học để hiểu biết các đối tượng toán học, các quy luật và mối quan hệ của chúng, các tri thức toán học. “HĐ nhận thức toán học là quá trình tư duy dẫn tới lĩnh hội các tri thức toán học, nắm được ý nghĩa của các tri thức đó: Xác định được mối liên hệ nhân quả và các mối liên hệ khác của các đối tượng toán học được nghiên cứu (khái niệm; quan hệ; quy luật toán học;...); từ đó vận dụng được tri thức toán học giải quyết các vấn đề thực tiễn” (Đào Tam và Trần Trung, 2010, tr 9). Đồng thời, các tác giả cũng chỉ ra một số đặc trưng của HĐ nhận thức trong dạy học Toán gồm: Tư duy điều khiển HĐ nhận thức toán học của HS; Các loại hình logic điều chỉnh HĐ nhận thức; Sử dụng các dạng suy luận trong HĐ nhận thức



Sơ đồ 1. Tổ chức HĐ nhận thức trong dạy học Toán

toán học; Quan tâm tới đặc thù của HĐ nhận thức toán học trong dạy học Toán; đề cao vai trò tự giác, tích cực và độc lập nhận thức của người học dưới vai trò tổ chức, định hướng của người dạy. Sơ đồ tổ chức HĐ nhận thức trong dạy học Toán thể hiện ở sơ đồ 1 (trang trước).

### **2.3. Tổ chức hoạt động nhận thức phát triển tư duy trực giác cho học sinh trong dạy học môn Toán ở trường phổ thông**

Một số ý tưởng đề xuất cho GV tổ chức HĐ trong quá trình dạy học toán nhằm phát huy các yếu tố trực giác cho HS đã được đề cập trong (Võ Xuân Mai, 2019, tr 46-47). Trên cơ sở đó, để xây dựng một quy trình tổ chức HĐ nhận thức phát triển của TDTG cho HS qua dạy học Toán, chúng tôi nhấn mạnh vai trò của GV trong việc tạo sự hứng thú, khơi gợi động cơ học tập và khai thác các tình huống học tập phù hợp cho người học.

Trong dạy học Toán, việc tổ chức HĐ nhận thức phát triển TDTG cho HS cần chú ý các yêu cầu cụ thể sau:

1) HĐ nhận thức toán học của HS nói riêng được bắt nguồn từ việc phát hiện những mâu thuẫn, tạo động lực cho họ tiến hành HĐ giải quyết các mâu thuẫn đó. Do đó để bắt đầu tổ chức HĐ nhận thức phát triển TDTG cho người học, trên cơ sở xác định mục tiêu, GV cần thiết kế những tình huống nhận thức chứa đựng tri thức mới cần trang bị cho HS. Để có cơ sở tạo ra những chướng ngại nhằm tạo nhu cầu nhận thức cho người học, GV cần xác định khó khăn, đánh giá khả năng GQVĐ của HS, gợi động cơ học tập. Tình huống nhận thức được thiết kế ở đây là những tình huống có vấn đề, tạo khó khăn trong nhận thức của HS mà đối với những kiến thức, kinh nghiệm đã có không còn tương thích để giải quyết hoặc tình huống này có mâu thuẫn với những tri thức đã biết trong hoàn cảnh mới. Khi gặp tình huống nhận thức mới, HS cần xác định được không gian vấn đề, liên tưởng và huy động kiến thức phù hợp với vấn đề đang xem xét.

2) Khi tổ chức các HĐ nhận thức, GV cần lựa chọn các phương pháp dạy học và xác định các dạng HĐ trí tuệ thích hợp cho HS tiến hành các HĐ trực giác, hình dung được ý tưởng, phán đoán về cách GQVĐ. Trong đó, các dạng HĐ đặc trưng của TDTG của HS như HĐ liên tưởng và chuyển hóa các liên tưởng, HĐ khái quát hóa nhanh chóng, HĐ rút gọn quá trình lập luận, HĐ hình dung, kết nối giữa trực quan và trừu tượng, HĐ phán đoán. Khi đó, GV yêu cầu HS phát biểu việc nhận thức nhanh vấn đề, mô tả đường lối giải quyết có được từ trực giác.

3) GV khẳng định tính đúng hay sai của những giả thuyết, giải pháp có được từ trực giác của HS thông qua hướng dẫn chứng minh, tổ chức cho HS thực hiện được các thao tác phân tích và lập luận. Khi đó, trong quá trình kiểm nghiệm bằng suy diễn, nếu nhận ra giải pháp của vấn đề chưa thỏa mãn hoặc trực giác sai lầm dẫn đến thất bại khi GQVĐ thì HS có thể trở lại để tiến hành các HĐ hình dung những ý tưởng mới khác phù hợp hơn để đưa ra những phán đoán khác hoặc giả thuyết mới.

4) Sau khi HS GQVĐ thành công, GV thể chế hóa tri thức mới cần trang bị cho HS gồm cả tri thức sự vật, tri thức phương pháp có tính chất tìm đoán và tri thức phương pháp thuật toán. Khi đó, HS hình thành tri thức và cách thức GQVĐ.

5) GV lựa chọn tình huống cho HS có thể vận dụng tri thức đó vào giải quyết các vấn đề khác, để HS phát hiện những ứng dụng của tri thức, sau đó GV đánh giá kết quả việc vận dụng trong tình huống mới đạt được của HS.

Qua những phân tích trên, chúng tôi đề xuất quy trình tổ chức HĐ nhận thức phát triển TDTG cho HS được mô tả gồm năm bước sau đây:

Bước 1: Tạo tình huống nhận thức chứa đựng tri thức mới cần trang bị cho HS.

Bước 2: Tổ chức cho HS tiến hành HĐ trực giác hình dung được vấn đề, phán đoán về cách GQVĐ.

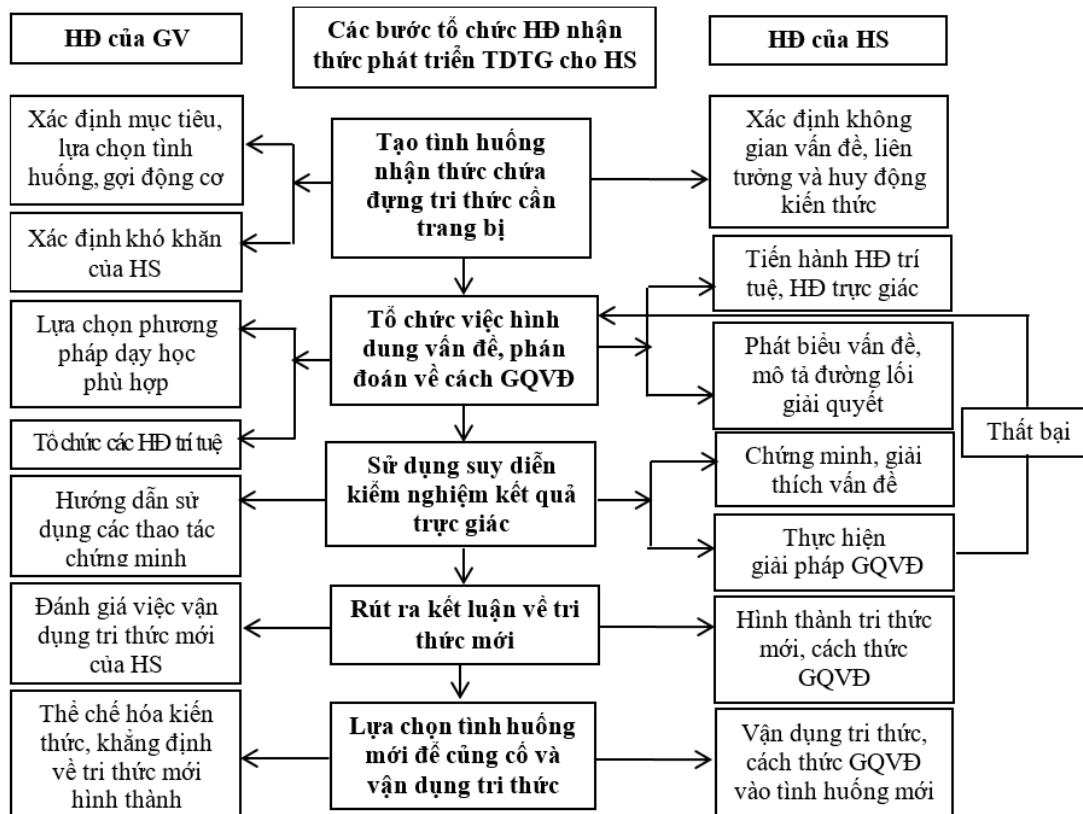
Bước 3: Sử dụng suy diễn để kiểm nghiệm kết quả có được từ trực giác.

Bước 4: Rút ra kết luận về tri thức mới.

Bước 5: Lựa chọn tình huống mới nhằm củng cố và vận dụng tri thức.

Cụ thể, các HĐ tiến hành của GV và HS tương ứng trong từng bước của quy trình tổ chức HĐ nhận thức phát triển TDTG cho HS được thể hiện qua sơ đồ 2 (trang sau).

Chú ý rằng, trong quy trình trên, chúng tôi đặc biệt nhấn mạnh ở bước 2 với việc hình dung được ý tưởng, đưa ra phán đoán về cách giải quyết các vấn đề của HS trong tình huống nhận thức dưới sự tổ chức của GV. Đây là khâu quan trọng cần phải lựa chọn và bắt buộc được tiến hành để phân biệt việc tổ chức HĐ nhận thức phát triển TDTG cho HS với việc tổ chức HĐ nhận thức toán học nói chung. Quy trình tổ chức này được tiến hành theo trình tự nhất định các bước như trên trong quá trình nhận thức toán học của HS, để đảm bảo rằng trong tình huống cụ thể nào đó, HS có thể trực giác ngay lập tức vấn đề, HĐ này cần được thực hiện trước các thao tác phân tích, suy diễn. Để có kết quả từ trực giác, trong một tình huống dạy học môn Toán, GV có thể thiết kế, tổ chức đồng thời phối hợp chặt chẽ nhiều HĐ tương thích đặc trưng của TDTG và hỗ trợ với nhau góp phần phát triển tư duy toán học cho HS.



Sơ đồ 2. Quy trình tổ chức HD nhận thức phát triển TDTG cho HS

**2.4. Vận dụng quy trình tổ chức hoạt động nhận thức phát triển tư duy trực giác cho học sinh trong dạy học hình học ở trường phổ thông**

Tác giả Nguyễn Văn Lộc (1997) cho rằng, trực giác hình học được hiểu là năng lực tưởng tượng như nhìn thấy các hình và những biến đổi của chúng. Theo A. N. Kônômôgôrôp (Krutexki, 1978, tr 128), “trí tưởng tượng hình học hay trực giác hình học” là những năng lực cần thiết, có liên hệ mật thiết đến việc phát triển TDTG cho HS.

Việc tổ chức HD nhận thức phát triển TDTG cho HS trong dạy học hình học được vận dụng theo các bước của quy trình theo sơ đồ 2 như trên, ngoài ra trong bước 2, chúng tôi đề nghị GV có thể chú trọng tiến hành cho HS các HD cụ thể chủ yếu như sau:

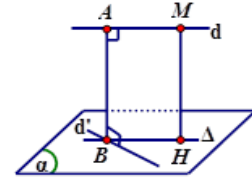
- Khai thác các tính chất, đối tượng tương tự giữa hình học phẳng và hình học không gian, khai thác các kiến thức đã có giúp cho HS nhận ra nhanh chóng các liên tưởng hình dung được vấn đề, tập cho HS thực hiện chuyên hóa các liên tưởng từ đối tượng hình học này sang đối tượng hình học khác giúp HS xuất hiện các ý tưởng, phát hiện tri thức mới.
- Sử dụng các tình huống học tập tạo cho HS hình dung trong đầu các hình và các tính chất của chúng, nhìn thấy được những biến đổi, những quan hệ của giữa các đối tượng toán học, phát triển trí tưởng tượng không gian.
- Khai thác mối liên hệ nhân quả của tri thức toán học, mối liên hệ giữa các tri thức toán học giúp HS hình dung ra được đường lối giải quyết, lược đồ giải, sơ đồ tư duy của vấn đề hình học trước khi tiến hành thực hiện.
- Tổ chức cho HS tiến hành HD hình dung vị trí của các hình, hình dung được kết quả biến đổi của các biểu thức toán học trong trí óc bằng việc rút gọn một số bước biến đổi nào đó mà không cần thực hiện đầy đủ.
- Tạo các tình huống xuất phát từ các trường hợp cụ thể, các sự kiện riêng lẻ của đối tượng hình học để HS nhanh chóng tiến hành KQH, đưa ra phán đoán về vấn đề tổng quát.
- Xây dựng các tình huống chứa các hình ảnh trực quan cho trước hỗ trợ HS trực giác phát hiện bản chất vấn đề hình học, phát hiện đường lối GQVĐ toán học.

**Ví dụ minh họa:** Sau khi học xong bài “Khoảng cách” (Đoàn Quỳnh và Văn Như Cương, 2009, tr 112), GV tổ chức các HD nhận thức phát triển TDTG cho HS qua giải quyết bài tập sau: “Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau  $A'B', AC'$ ”.

**Bước 1: Tạo tình huống nhận thức chứa đựng tri thức mới cần trang bị**

- Kiến thức và kinh nghiệm cơ bản đã có của HS: HS chứng minh được bài toán về sự tồn tại và duy nhất đường thẳng cắt và đồng thời vuông góc với hai đường thẳng chéo nhau cho trước, khái niệm đường vuông góc chung, mối liên hệ giữa các khoảng cách. Phương pháp chung để xác định khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau là đưa về khoảng cách từ một điểm đến mặt phẳng, HS có thể được trang bị một số cách dựng đoạn vuông góc chung, chẳng hạn một cách dựng như sau:

- + Dựng mặt phẳng  $(\alpha)$  chứa  $d'$  và song song với  $d$ .
  - + Chọn  $M$  trên  $d$ , dựng  $MH \perp (\alpha)$  tại  $H$ .
  - + Dựng đường thẳng  $\Delta$  đi qua  $H$  và song song  $d$ , cắt  $d'$  tại  $B$ .
  - + Dựng đường thẳng qua  $B$  và song song với  $MH$ , đường thẳng này cắt  $d$  tại  $A$ .
- Như vậy,  $AB = d(d, d') = MH = d(d, (\alpha)) = d(M, (\alpha))$  (hình 1).



Hình 1

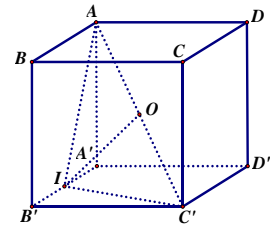
- Xác định những khó khăn, chướng ngại của HS: Bài toán khoảng cách gây cho HS khó khăn khi cần biết vận dụng cách dựng theo các bước đã có vào tình huống cụ thể một cách thích hợp. Bài toán hình học đòi hỏi HS có khả năng tư duy, tưởng tượng, hình dung được vấn đề.

**Bước 2: Tổ chức cho HS tiến hành các HĐ trực giác, hình dung được ý tưởng, phán đoán về cách GQVD**

**Hướng 1:** Đối với tình huống nhận thức này, GV tiến hành tổ chức cho HS tiến hành HĐ hình dung vị trí của các hình, hình dung được kết quả, cách GQVD của bài toán như sau:

GV yêu cầu HS hình dung về vị trí hai đầu mút của đoạn vuông góc chung trên hai đường thẳng  $A'B', AC'$ , khi đó nhiệm vụ nhận thức của HS tìm  $M \in A'B', N \in AC'$  sao cho  $MN \perp A'B', MN \perp AC'$ .

- Kết quả mong đợi từ HS: HS sử dụng liên tưởng và hình dung vấn đề liên hệ đến kết quả bài toán đã biết để phát hiện ý tưởng về đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng (Bài toán tính khoảng cách này liên hệ tới bài toán thiết diện của hình lập phương và mặt phẳng trung trực của đường chéo  $AC'$ ). HS đã có kinh nghiệm về bài toán với thiết diện này đi qua trung điểm của các cạnh chéo nhau với  $AC'$ , do đó nếu  $I$  là trung điểm của  $A'B'$  thì  $OI$  vuông góc  $AC'$ . Từ đó trực giác được  $OI$  có thể là đoạn vuông góc của hai đường thẳng  $A'B', AC'$  (hình 2).



Hình 2

**Hướng 2:** Đối với tình huống nhận thức này, dựa trên mối liên hệ giữa các khoảng cách đã biết, GV tiến hành tổ chức cho HS tiến hành HĐ hình dung ra được đường lối giải quyết, sơ đồ tư duy trước khi tiến hành thực hiện cụ thể.

Khi đó, bằng suy luận nhanh chóng HS phát hiện các ý tưởng giải bài toán theo phương pháp giải đã biết, HS có thể phát biểu về việc tính khoảng cách hai đường thẳng chéo nhau về tính khoảng cách từ điểm đến mặt phẳng, xác định mặt phẳng theo cách dựng đã biết.

- Kết quả mong đợi từ HS: đối với bài toán này, HS cần có những ý tưởng về cách dựng cụ thể mặt phẳng chứa đường thẳng này và song song với đường thẳng còn lại, từ đó xác định được khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau về khoảng cách từ một điểm đến mặt phẳng. Hình dung ra mặt phẳng chứa đường thẳng  $AC'$  và song song với  $A'B'$  là mặt phẳng  $(AC'D')$ . Do đó:  $d(AC', A'B') = d(A'B', (AC'D')) = d(A', (AC'D'))$ . Việc tính  $d(A', (AC'D'))$  có thể hình dung khoảng cách trong đầu như hình 3 (HS có thể chưa xác định được chính xác vị trí của hình chiếu), tức là:

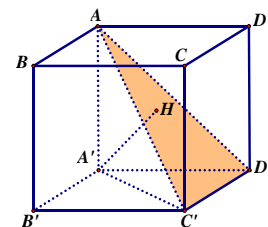
$$d(AC', A'B') = d(A', (AC'D')) = A'H$$

**Bước 3: Sử dụng suy diễn kiểm nghiệm kết quả đề ra từ trực giác**

GV yêu cầu HS nêu cách chứng minh theo các ý tưởng đã đề xuất ở trên.

- Đối với hướng 1: Chứng minh  $OI$  là đoạn vuông góc chung của  $A'B', AC'$ .

Thật vậy,  $IA = IC'$  (do  $\Delta AA'I = \Delta B'C'I$ ) nên  $OI \perp AC'$  (1). Mặt khác



Hình 3

$\Delta OA'B'$  cân nên  $OI \perp A'B'$  (2). Từ (1) và (2) ta có  $OI$  là đoạn vuông góc chung của  $A'B', AC'$ . Sử dụng công

thức đường trung tuyến trong  $\Delta OA'B'$  với  $OA' = OB' = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ , ta có:

$$OI^2 = \frac{OA'^2}{2} + \frac{OB'^2}{2} - \frac{A'B'^2}{4} = \frac{a^2}{2} \Rightarrow OI = \frac{a\sqrt{2}}{2}. \text{ Vậy } d(AC', A'B') = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

- Đối với hướng 2: Ta có  $d(AC', A'B') = d(A'B', (AC'D')) = d(A', (AC'D'))$ . Kẻ  $A'H \perp AD'$  (1), ta có  $C'D' \perp (AA'D') \Rightarrow C'D' \perp A'H$  (2). Từ (1) và (2) ta có  $A'H \perp (AC'D')$ . Ta có  $A'H = \frac{a\sqrt{2}}{2}$  do  $A'H$  là đường cao của tam giác vuông cân  $AA'D'$  (HS xác định được vị trí hình chiếu H chính là trung điểm của cạnh  $AD'$ ). Vậy  $d(AC', A'B') = \frac{a\sqrt{2}}{2}$ .

#### Bước 4: Rút ra kết luận về tri thức mới và vận dụng vào tình huống mới

GV khẳng định kết quả quá trình chứng minh của HS, phát hiện và sửa chữa sai lầm nếu có. Qua bài toán này, HS được củng cố tri thức phương pháp về tìm khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau, cách đưa bài toán tính khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau về tính khoảng cách từ một điểm đến mặt phẳng. Ngoài hai hướng trên, HS có thể giải bài toán bằng công cụ vectơ, biểu diễn các vectơ chỉ phương của hai đường thẳng chéo nhau qua ba vectơ không đồng phẳng, nhờ các tính chất của đoạn vuông góc chung sử dụng tích vô hướng để biến đổi tìm các giá trị.

**Nhận xét sau ví dụ và đề nghị:** Qua bài toán trên, HS được trực giác phát hiện được cách giải quyết bài toán nhờ HĐ hình dung được khoảng cách hai đường thẳng chéo nhau cần tìm dựa vào xác định đoạn vuông góc chung và nhận ra được vị trí đặc biệt đầu mút của đoạn vuông góc chung ấy trên hai đường thẳng (liên hệ kiến thức đã biết, kinh nghiệm giải bài toán liên quan trước đó) hoặc HS sử dụng HĐ dựa trên các suy luận rút gọn trong quá trình giải quyết bài toán. Ngoài ra, việc hình dung ra sơ đồ suy luận giải bài toán này bằng công cụ vectơ vẫn hiệu quả. Tuy nhiên, việc đại số hóa bài toán hình học không gian cần quá trình lập luận khá dài dòng và phân tích tính toán chi tiết và thường làm mất đi ý nghĩa của bài toán, cũng như làm thiếu vắng đi các bước tư duy hình học của người học.

### 3. Kết luận

Việc phát triển tư duy toán học, rèn luyện cách suy nghĩ, cách GQVĐ thông qua dạy tri thức toán học là cả một quá trình mà GV cần phải quan tâm đến việc kích thích sự hứng thú, khơi gợi niềm say mê khám phá, tìm tòi của HS. Quy trình tổ chức HĐ nhận thức phát triển TDTG cho HS là một hướng dẫn sự phạm cụ thể giúp GV tiến hành tổ chức quá trình dạy học dễ dàng hơn, quy trình này được khuyến khích vận dụng trong dạy học các tình huống điển hình như dạy học khái niệm, định lí, quy tắc và giải bài tập toán. Hơn nữa, tùy vào nội dung mà GV có thể lựa chọn và phối hợp các HĐ đặc trưng một cách thích hợp để hướng tới phát triển TDTG cho HS trong dạy học Toán.

**Lời cảm ơn:** Nghiên cứu này được hỗ trợ bởi Trường Đại học Đồng Tháp; mã số đề tài: SPD2018.01.25

#### Tài liệu tham khảo

- Ben-Zeev, T. & Star, J. (2001). *Intuitive Mathematics: Theoretical and Educational Implications*. pp. 29-55.
- Bergson, H. (1946). *The Creative Mind: An Introduction to Metaphysics*. New York: Dover Publications.
- Bộ GD-ĐT (2018). *Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán (ban hành kèm theo Thông tư số 32/2018/TT-BGDĐT ngày 26/12/2018 của Bộ trưởng Bộ GD-ĐT)*.
- Bruner, J. (1960). *The process of education*. Harvard University Press.
- Đào Tam - Trần Trung (2010). *Tổ chức hoạt động nhận thức trong dạy học môn Toán ở trường trung học phổ thông*. NXB Đại học Sư phạm.
- Đoàn Quỳnh - Văn Như Cương (2009). *Hình học 11 nâng cao*. NXB Giáo dục Việt Nam.
- Koliagin, Iu. M. và các tác giả khác (1978). *Phương pháp giảng dạy Toán ở trường phổ thông*. NXB Giáo dục Matxcova (tiếng Nga).
- Krutexki, V. A. (1973). *Tâm lí năng lực toán học của học sinh*. NXB Giáo dục.
- Nguyễn Văn Lộc (1997). *Tư duy và hoạt động tư duy toán học*. NXB Đại học Vinh.
- Võ Xuân Mai (2019). *Khái niệm và một số đặc trưng của năng lực trực giác toán học trong dạy học Toán ở trường phổ thông*. Tạp chí Giáo dục, số 448, tr 42-47.
- Vygotsky, L. S. (1978). *Mind and society: The development higher mental processes*. Cambridge, MA: Harvard University Press.