

# XÁC ĐỊNH VẾT NỨT TRONG KẾT CẤU HỆ THANH BẰNG PHÂN TÍCH WAVELET DỪNG VÀ MẠNG TRÍ TUỆ NHÂN TẠO ĐỐI VỚI CHUYỂN VỊ ĐỘNG

GS.TS. TRẦN VĂN LIÊN, ThS. TRẦN BÌNH ĐỊNH

Trường Đại học Xây dựng

TS. NGÔ TRỌNG ĐỨC

Fujita Corporation Vietnam

*Tóm tắt: Bài báo trình bày các kết quả nghiên cứu mới về việc xác định vết nứt trong các kết cấu hệ thanh như dầm liên tục, khung,... dựa trên phân tích wavelet dừng và mạng trí tuệ nhân tạo đối với các chuyển vị động. Các chuyển vị này được xác định từ mô hình phần tử thanh đàn hồi có nhiều vết nứt chịu kéo, nén, xoắn và uốn theo phương pháp độ cứng động lực kết hợp với phương pháp ma trận chuyển sử dụng mô hình lò xo của vết nứt. Kết quả tính toán cho thấy phương pháp đề xuất là một phương pháp chuẩn đoán cho kết quả tốt và có thể ứng dụng hiệu quả trong thực tế.*

*Từ khóa: Vết nứt; Chuyển vị động; Wavelet, Độ cứng động lực, Mạng trí tuệ nhân tạo*

*Abstract: The present article deals with new results of the crack detection of the multiple cracked plane structures such as continuous beams, plane frames based on the stationary wavelet transforms and the neuron network of dynamic responses. The dynamic responses are obtained from the dynamic stiffness method for modeling framed structure damaged to multiple cracks represented by equivalent springs. The theoretical development was illustrated and validated by numerical examples.*

*Keywords: Cracks; Dynamic responses; Wavelet, Dynamic stiffness, Neuron network*

## 1. Mở đầu

Bài toán chuẩn đoán kỹ thuật công trình nói chung hay bài toán xác định vết nứt trong kết cấu nói riêng đã và đang thu hút sự quan tâm của các nhà nghiên cứu, các nhà kỹ thuật xây dựng trong nước và trên thế giới. Trong đó, các nghiên cứu ứng dụng các kỹ thuật phân tích số liệu như phân tích wavelet hay mạng trí tuệ nhân tạo sử dụng các số liệu về chuyển vị hay dao động tự do của kết cấu

được hầu hết các tác giả sử dụng.

Các tác giả nước ngoài [1-4] đã sử dụng phân tích wavelet đối với kết quả đo đặc chuyển vị hay dao động tự do để xác định vị trí vết nứt của dầm công xôn và dầm đơn giản có một hay nhiều vết nứt. Ở Việt Nam, hầu hết các tác giả đều ứng dụng phân tích wavelet để xác định vị trí vết nứt cho các dầm đơn giản [5-7]. Nói chung các nghiên cứu này mới được ứng dụng cho các kết cấu đơn giản như dầm công xôn, dầm đơn giản với các số liệu dùng trong phân tích là các chuyển vị tĩnh hoặc các dạng dao động riêng nhận được từ giải tích hoặc bằng phương pháp phần tử hữu hạn. Hạn chế của kết quả giải tích là chỉ thực hiện được với dầm có một hoặc hai vết nứt, còn đối với phương pháp phần tử hữu hạn thì phải chia nhỏ kết cấu theo số lượng vết nứt dẫn đến mô hình thiếu độ chính xác. Đối với các kết cấu hệ thanh như dầm liên tục, khung,... hiện nay mới chỉ có rất ít nghiên cứu ứng dụng phân tích wavelet để xác định vết nứt [8-9] của khung phẳng.

Gần đây, mạng trí tuệ nhân tạo được xem là một công cụ nhận dạng hư hỏng hiệu quả do khả năng học, huấn luyện trên các cơ sở dữ liệu và khả năng lọc nhiễu. Các tác giả nước ngoài [10-12] đã sử dụng mạng trí tuệ nhân tạo để nhận dạng hư hỏng cho các kết cấu đơn giản sử dụng tần số hay dạng dao động riêng. Ở Việt Nam, việc ứng dụng mạng trí tuệ nhân tạo để nhận dạng và dự báo khuyết tật trong kết cấu cũng được một số tác giả đề cập [13].

Nếu như phân tích wavelet mới chỉ dừng lại xác định được vị trí vết nứt, việc xác định độ sâu vết nứt khá khó khăn thì mạng trí tuệ nhân tạo lại đòi hỏi cơ sở dữ liệu lớn và thời gian phân tích lâu. Khắc phục các nhược điểm này, trong bài báo này các tác giả đã xây dựng một thuật toán kết hợp phân tích wavelet rời rạc và mạng trí tuệ nhân tạo để chuẩn

đoán hư hỏng cho các kết cấu hệ thanh phức tạp, trong đó phân tích wavelet được sử dụng để xác định vị trí vết nứt, độ sâu vết nứt được xác định thông qua mạng trí tuệ nhân tạo. Đầu vào của các nghiên cứu là các dạng dao động hay chuyển vị của kết cấu được xác định theo phương pháp độ cứng động lực [14-15] và phương pháp ma trận chuyển sử dụng mô hình lò xo của vết nứt. Kết quả tính toán cho thấy phương pháp đề xuất là một phương pháp chuẩn đoán cho kết quả tốt và có thể ứng

dụng hiệu quả trong thực tế.

**2. Dao động của phần tử dầm chịu uốn có nhiều vết nứt**

Xét một dầm có chiều dài  $L$ , diện tích tiết diện  $A$ , mômen quán tính tiết diện  $I_z$ , mật độ khối lượng  $\rho$ , môđun đàn hồi  $E$  chịu uốn bởi tải trọng phân bố  $Q(x,t)$  có chiều dương hướng theo trục  $y$  trong mặt phẳng  $Oxy$  của hệ tọa độ địa phương. Phương trình dao động uốn của dầm có dạng [16].

$$EI_z \left[ \frac{\partial^4 w(x,t)}{\partial x^4} + \mu_1 \frac{\partial^5 w(x,t)}{\partial x^4 \partial t} \right] + \rho A \left[ \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \mu_2 \frac{\partial w}{\partial t} \right] = Q(x,t)$$

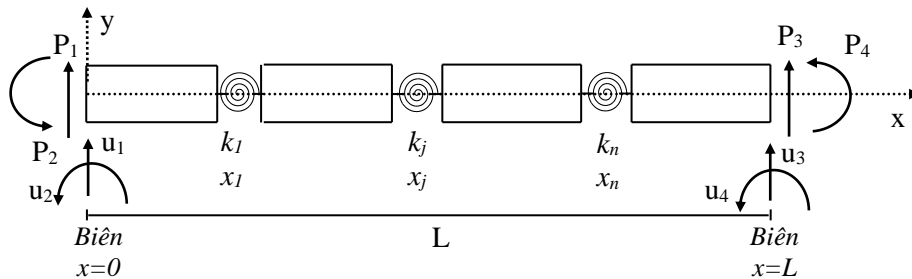
với  $\mu_1$  - hệ số cản nhớt của vật liệu,  $\mu_2$  - hệ số cản của môi trường.

Đặt  $w(x,t) = \Phi(x,\omega)e^{i\omega t}$ ;  $Q(x,t) = q(x,\omega)e^{i\omega t}$  với  $\Phi(x,\omega)$  và  $q(x,\omega)$  là biên độ của chuyển vị ngang và tải trọng ngang trên dầm, ta thu được phương trình:

$$\frac{d^4 \Phi(x,\omega)}{dx^4} - \lambda^4 \Phi(x,\omega) = \tilde{q}(x,\omega) \tag{1}$$

trong đó:  $\tilde{q}(x,\omega) = \frac{q(x,\omega)}{\hat{E}I_z}$  và  $\lambda = \sqrt[4]{\omega^2 \frac{\rho A}{\hat{E}I_z} \left( 1 - \frac{i\mu_2}{\omega} \right)}$ ;  $i = \sqrt{-1}$  - tham số động lực;  $\omega$  - tần số (rad/s);

$\mu_1, \mu_2$  - hệ số cản nhớt của vật liệu và môi trường,  $\hat{E} = E(1 + i\mu_1\omega)$  - modul đàn hồi phức. Giả thiết dầm bị nứt tại các điểm  $x_j (j=1,2,\dots,n)$  với độ sâu  $a_j$ , sử dụng mô hình lò xo của vết nứt ta có mô hình dầm như hình 1 với các độ cứng lò xo  $k_j^z$  được tính theo các công thức quy đổi [14].



**Hình 1. Phần tử thanh chịu uốn có nhiều vết nứt**

Nghiệm phương trình (1) trên  $x \in (x_{j-1}, x_j)$  là:

$$\begin{aligned} \Phi(x) = & K_1(\bar{\lambda}x)Z_1^+(j-1) + \frac{K_2(\bar{\lambda}x)}{\lambda}Z_2^+(j-1) + \frac{K_4(\bar{\lambda}x)}{EI_z\lambda^3}Z_3^+(j-1) - \frac{K_3(\bar{\lambda}x)}{EI_z\lambda^2}Z_4^+(j-1) \\ & + \frac{1}{\lambda^3} \int_0^{\bar{x}} K_4[\lambda(\bar{x}-\tau)]\tilde{q}(x_{j-1}+\tau,\omega)d\tau \quad ; x \in [x_{j-1}, x_j] ; \bar{x} = x - x_{j-1} \end{aligned} \tag{2}$$

với  $K_i$  - các hàm Krylov và  $Z_{j-1,i}^+$  - các tham số ban đầu của đoạn này.

$$K_1(x) = \frac{\cosh x + \cos x}{2}; K_3(x) = \frac{\cosh x - \cos x}{2}; K_2(x) = \frac{\sinh x + \sin x}{2}; K_4(x) = \frac{\sinh x - \sin x}{2}$$

$$\{Z_{j-1,1}^+, Z_{j-1,2}^+, Z_{j-1,3}^+, Z_{j-1,4}^+\}^T = (\Phi(x_{j-1}+0); \Phi'(x_{j-1}+0); \hat{E}I_z\Phi''(x_{j-1}+0); -\hat{E}I_z\Phi'''(x_{j-1}+0))^T$$

$$Z_1^+(0) = \Phi(0) = u_1; Z_2^+(0) = \Phi'(0) = u_2; Z_3^+(0) = EI_z\Phi'''(0) = P_1; Z_4^+(0) = -EI_z\Phi''(0) = P_2;$$

$$Z_1^-(n+1) = \Phi(L) = u_3; Z_2^-(n+1) = \Phi'(L) = u_4; Z_3^-(n+1) = -EI_z\Phi'''(L) = P_3; Z_4^-(n+1) = EI_z\Phi''(L) = P_4.$$

Bằng phương pháp ma trận chuyển, ta có quan hệ giữa lực nứt và chuyển vị nứt [15].

$$[K]\{U\} = \{P\} + \{F\} \tag{3}$$

trong đó  $[K]$  - ma trận độ cứng động lực của dầm có  $n$  vết nứt,  $P = [P_1 P_2 P_3 P_4]^T$  - véc tơ các ứng lực nút,  $\{F\}$  - véc tơ biên độ phức của tải trọng suy rộng quy về nút.

**3. Phân tích wavelet rời rạc và wavelet dừng**

Phân tích wavelet rời rạc có dạng [4]:

$$C_{j,k} = 2^{-j/2} \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\psi(2^{-j}x - k)dx = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\psi_{j,k}(x)dx \tag{4}$$

trong đó:

$$\psi_{j,k}(x) = 2^{-j/2}\psi(2^{-j}x - k) \tag{5}$$

là các hàm wavelet rời rạc,  $j$  - số mức,  $1/a = 2^{-j}$  - độ phân giải,  $k$  - thời gian rời rạc. Xét ở cấp phân tích là  $J$ , ta có tập hợp các hệ số chi tiết và xấp xỉ.

$$cD_j(k) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\psi_{j,k}(x)dx; cA_j(k) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\phi_{j,k}(x)dx \tag{6}$$

Tín hiệu được tái tạo trở thành:

$$f(x) = \sum_{j=-\infty}^J \left( \sum_{k=-\infty}^{\infty} cD_j(k)\psi_{j,k}(x) \right) + \sum_{k=-\infty}^{\infty} cA_j(k)\phi_{j,k}(x) = \sum_{j \leq J} D_j(x) + A_j(x) \tag{7}$$

trong đó:  $D_j(x)$  và  $A_j(x)$  là hàm chi tiết và xấp xỉ ở mức  $J$ :

$$D_j(x) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} cD_j(k)\psi_{j,k}(x); A_j(x) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} cA_j(k)\phi_{j,k}(x) \tag{8}$$

Như vậy, kết quả phân tích wavelet rời rạc tạo ra hàm xấp xỉ  $A_j(x)$  ở mức  $J$  tương ứng với tín hiệu có tần số thấp và các hàm chi tiết  $D_j(x)$  tương ứng với tín hiệu ở tần số cao. Để xác định vết nứt trong kết cấu, ta cần quan tâm đến các chi tiết của tín hiệu vào là các dạng dao động, chuyển vị tĩnh, chuyển vị động,... của kết cấu. Đồng thời, việc lựa

chọn mức phân tách  $J$  thích hợp phụ thuộc vào tín hiệu và kinh nghiệm, thường thì mức được chọn dựa trên một tần số cắt thông thấp yêu cầu. Tuy vậy, phân tích wavelet rời rạc có nhược điểm là nó không phải là biến đổi bất biến theo thời gian. Để khắc phục vấn đề này, thay cho (4) ta sử dụng phân tích rời rạc của tín hiệu  $f(x)$  có dạng [4].

$$\tilde{C}_{j,k} = 2^{-j/2} \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\psi\left(\frac{x-k}{2^j}\right)dx; \tilde{D}_{j,k} = 2^{-j/2} \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\phi\left(\frac{x-k}{2^j}\right)dx \tag{9}$$

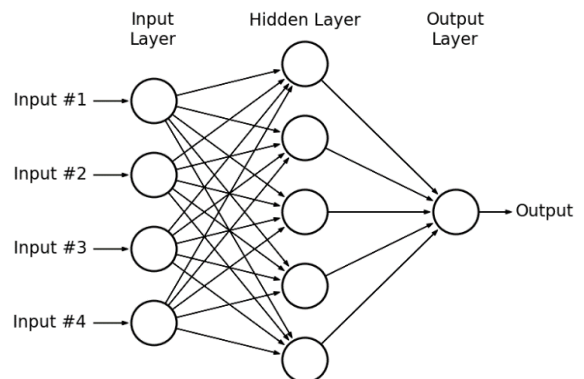
Phân tích wavelet rời rạc dựa trên (9) được gọi là phân tích wavelet dừng.

của nơ ron lớp ẩn và lớp đầu ra được định nghĩa trong công thức (7), hay còn gọi là hàm Tansig [17].

**4. Xác định vết nứt trong kết cấu sử dụng mạng trí tuệ nhân tạo**

$$f(s) = \frac{2}{[1 + \exp(-2s)] - 1} \tag{10}$$

Mạng trí tuệ nhân tạo thường được tổ chức theo lớp (layers). Các lớp được tạo thành từ nhiều nút liên kết chứa hàm kích hoạt (active function). Dữ liệu được đưa vào mạng thông qua lớp đầu vào (input layer) và được đưa đến một hoặc nhiều lớp ẩn (hidden layers). Đây chính là nơi quá trình xử lý diễn ra thông qua hệ thống các trọng số liên kết (connection weights). Các lớp ẩn sau đó liên kết đến lớp đầu ra (output layer) (hình 2). Mạng trí tuệ nhân tạo sử dụng trong nghiên cứu này là MLFF (Multi-layers feed forward) bao gồm một lớp đầu vào, một số lớp ẩn và một lớp đầu ra. Hàm truyền



Hình 2. Sơ đồ mạng trí tuệ nhân tạo - ANN

Hầu hết ANN bao gồm một số cách học (*learning rule*) để điều chỉnh trọng số liên kết dựa trên dữ liệu đầu vào. Có rất nhiều cách học khác nhau trong mạng trí tuệ nhân tạo, trong đó phổ biến nhất là lan truyền ngược (*back propagation*). Đây là quá trình học có giám sát (*supervised process*) thực hiện trong mỗi lần lặp hay “epoch”, tức là mỗi lần một mẫu dữ liệu mới được đưa vào mạng. Nó bao gồm một quá trình truyền thẳng là sự vào và ra của nơ ron thông qua mạng, và một quá trình truyền ngược khi quay trở lại điều chỉnh trọng số dựa trên sai số tính toán hướng đến tối ưu toàn cục (*global minimum*). Khi ANN được huấn luyện (*training*) đến một mức độ phù hợp, nó có thể được sử dụng như

là một công cụ phân tích trên các dữ liệu khác (được gọi là chế độ thử nghiệm – *test mode*). Ở chế độ này, các trọng số không thay đổi và mạng chỉ làm việc ở trạng thái truyền thẳng, dữ liệu đầu vào sẽ được xử lý qua các lớp trung gian đã được huấn luyện để có được giá trị đầu ra mong muốn.

Trong nghiên cứu này, cấu trúc ANN bao gồm 3 lớp: lớp đầu vào, lớp ẩn và lớp đầu ra. Giá trị  $w_{ab}$  là trọng số giữa lớp đầu vào và lớp ẩn,  $w_{bc}$  là trọng số giữa lớp ẩn và lớp đầu ra. Quá trình lan truyền ngược gồm các bước sau [17]:

+ Quá trình truyền thẳng (*feed forward stage*):

$$v = w_{bc}(n).y(n); o(n) = \varphi(v(n)) = \frac{2}{1 + \exp[-v(2n)]} \tag{11}$$

với  $o$  - đầu ra,  $v$  - đầu vào,  $y$  - đầu ra của lớp ẩn và  $\varphi$  - hàm hoạt động.

+ Quá trình lan truyền ngược (*back-propagation stage*):

$$\delta(n) = e(n).\varphi'[v(n)] = [d(n) - o(n)].[o(n)].[1 - o(n)] \tag{12}$$

với  $\delta$  - hàm gradient cục bộ,  $e$  - hàm sai số,  $o$  và  $d$  - giá trị đầu ra thực tế và mong muốn.

+ Hiệu chỉnh trọng số:

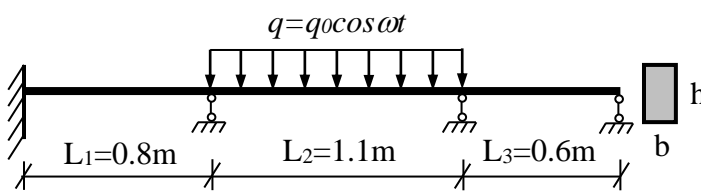
$$w_{ab}(n+1) = w_{ab}(n) + \Delta w_{ab}(n) = w_{ab}(n) + \eta \delta(n).o(n); \tag{13}$$

với  $\eta$  - tốc độ học. Lặp lại 3 bước này sẽ làm hàm sai số dần đến 0 hoặc giá trị không đổi.

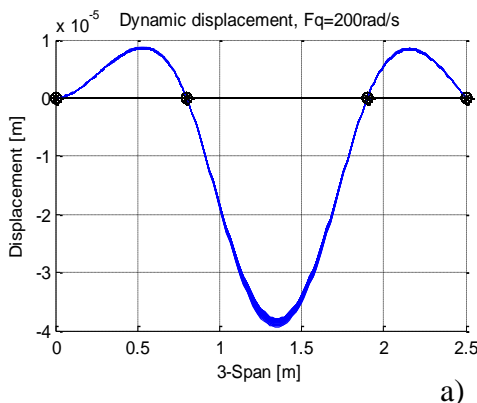
**4. Phân tích wavelet đối với chuyển vị động của dầm liên tục có nhiều vết nứt**

Xét dầm liên tục với chiều dài các nhịp:  $L_1=0.8m$ ,  $L_2=1.1m$ ,  $L_3=0.6m$ , tiết diện hình

chữ nhật  $b \times h = 40 \times 20 mm$ , mô đun đàn hồi Young  $E = 2.1 \times 10^{11} N/m^2$ , hệ số Poisson  $\nu = 0.3$  và khối lượng riêng  $\rho = 7800 kg/m^3$ . Dầm chịu tải trọng phân bố đều có cường độ  $q(t) = q_0 \cos \omega t$  với  $q_0 = 100 N/m$  trên đoạn nhịp thứ hai (hình 3).



Hình 3. Sơ đồ dầm liên tục

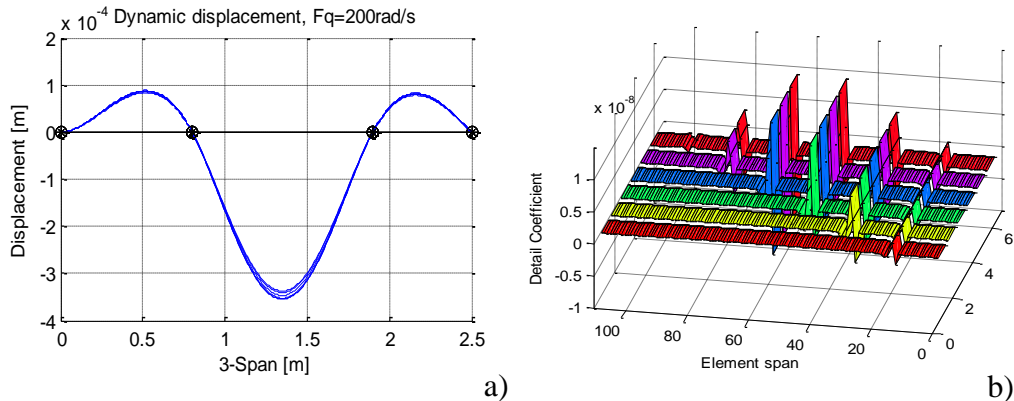


Hình 4. Dầm liên tục có hai vết nứt: (a) Chuyển vị động của dầm khi tần số 200 rad/s, (b) Biểu đồ hệ số chi tiết SWT

## KẾT CẤU - CÔNG NGHỆ XÂY DỰNG

Hình 4a là biểu đồ chuyển vị động của dầm có 2 vết nứt tại vị trí cách nút trái của nhịp 2 lần lượt là  $0.4m$  và  $0.8m$ . Dầm chịu tần số kích động  $\omega=200rad/s$ , chiều sâu vết tăng dần từ  $0$  đến  $8mm$  mỗi phía. Hình 4b là biểu đồ hệ số chi tiết phân tích wavelet dừng db4 của chuyển vị động cho nhịp thứ 2 với bước nhảy tại các vết nứt. Hình 5a là biểu đồ

chuyển vị động của dầm có số lượng vết nứt tăng dần từ 1 đến 6, vết nứt đầu tiên có vị trí cách nút trái nhịp 2 là  $0.2m$  và khoảng cách đều là  $0.15m$ . Dầm chịu tần số kích động  $\omega=200rad/s$ , độ sâu các vết nứt đều là  $2mm$  mỗi phía. Hình 5b là biểu đồ hệ số chi tiết phân tích wavelet dừng db4 của chuyển vị động cho nhịp thứ 2 với bước nhảy tại các vết nứt.



**Hình 5.** Dầm liên tục có số lượng vết nứt tăng từ 1 đến 6 với khoảng cách đều:  
(a) Chuyển vị động với tần số 200 rad/s, (b) Biểu đồ hệ số chi tiết SWT

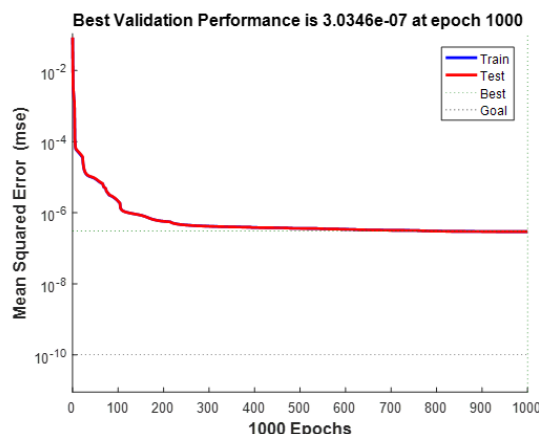
Dựa trên các kết quả tính toán, ta có nhận xét như sau: a) Các biểu đồ hệ số chi tiết SWT mức 1 đều có đỉnh trùng với vị trí vết nứt. Biên độ tăng khi chiều sâu vết nứt tại vị trí đó tăng. b) Tuy các vết nứt có độ sâu như nhau nhưng biên độ đỉnh hệ số chi tiết của phân tích wavelet dừng tại các vị trí vết nứt khác nhau là khác nhau.

Xét trường hợp dầm có 2 vết nứt tại vị trí cách nút trái của nhịp 2 lần lượt là  $0.4m$  và  $0.8m$  với độ sâu tương ứng là  $3mm$  và  $5mm$ . Để chuẩn đoán độ sâu vết nứt, ta lập một mạng trí tuệ nhân tạo dạng

MLFF với đầu vào là 100 nơ ron (tương ứng với 100 hệ số chi tiết của phân tích wavelet các chuyển vị động), 10 lớp ẩn và 2 lớp đầu ra (tương ứng với 2 giá trị độ sâu vết nứt cần tìm). Quá trình học được thực hiện với các tệp cơ sở dữ liệu là các phân tích wavelet dừng của chuyển vị động với các vị trí và độ sâu khác nhau. Tại chế độ thử nghiệm với đầu vào là phân tích wavelet dừng của chuyển vị động với vị trí vết nứt  $0.4m$ ,  $0.8m$  và độ sâu  $3mm$ ,  $5mm$  trên đây, kết quả dự báo độ sâu vết nứt của dầm liên tục nhiều nhịp trên hình 3 được thể hiện ở bảng 1.

**Bảng 1.** Kết quả chuẩn đoán độ sâu vết nứt của dầm liên tục theo số liệu chuyển vị đo được

Độ sâu vết nứt	Giá trị thực	Kết quả tính	Sai số (%)
Vết nứt thứ nhất	3mm	3,068mm	2.26
Vết nứt thứ hai	5mm	4,986mm	2.80



**Hình 6.** Sai sót trung bình của mạng trí tuệ nhân tạo cho dự báo độ sâu của dầm có 2 vết nứt

Hình 6 là sai số trung bình của mạng trí tuệ nhân tạo khi dự báo độ sâu của dầm liên tục có 2 vết nứt tại nhịp giữa. Ta nhận thấy sai số giữa kết quả chuẩn đoán với giá trị độ sâu vết nứt thực là nhỏ (dưới 3%) cho thấy độ tin cậy của mô hình đề xuất trong khi thời gian phân tích là giảm đáng kể nếu không dùng phân tích wavelet dùng.

## 5. Kết luận

Trong khuôn khổ có hạn của bài báo, các tác giả đã trình bày kết quả nghiên cứu mới về việc xác định vết nứt trong các kết cấu hệ thanh có nhiều vết nứt dựa trên phân tích wavelet dùng và mạng trí tuệ nhân tạo đối với chuyển vị động. Biên độ chuyển vị động được xác định theo phương pháp độ cứng động lực kết hợp với phương pháp ma trận chuyển sử dụng mô hình lò xo của vết nứt. Kết quả tính toán cho thấy phương pháp đề xuất là một phương pháp chuẩn đoán cho kết quả tốt và có thể ứng dụng hiệu quả trong thực tế.

### TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. E. Douka, A. Loutridis and A. Trochidis (2003), "Crack Identification in Beam Using Wavelet Analysis", *International Journal of Solid and Structures*, 40, 3557-3569.
2. C.C. Chang and L.W. Chen (2005), "Detection of the Location and Size of Cracks in the Multiple Cracked Beam by Spatial Wavelet Based Approach", *Mechanical Systems and Signal processing*, 19, 139-155.
3. X.Q. Zhu and S.S. Law (2006), "Wavelet-based Crack Identification of Bridge Beam from Operational Deflection Time History", *International Journal of Solid and Structures*, 43, 2299-2317.
4. S. Zhong and O. Oyadiji (2007), "Crack Detection in Simply Supported Beams without Baseline Modal Parameters by Stationary Wavelet Transform", *Mechanical Systems and Signal processing*, 21, 1853-1884.
5. Viet Khoa Nguyen, Olatunbosun, Khiem N.T. (2007), "Wavelet based Method for remote monitoring of structural health by analysing the nonlinearity in dynamic response of damaged structures caused by crack – breathing phenomenon", *Technische mechanik, Band 28, Heft 3-4*.
6. Trần Thanh Hải (2011), Chuẩn đoán vết nứt của dầm bằng phương pháp đo rung động, *Luận án Tiến sỹ Kỹ thuật, Viện Cơ học*.
7. Trần Văn Liên, Trần Tuấn Khôi (2010), "Xác định các vết nứt trong kết cấu hệ thanh bằng phân tích wavelet các chuyển vị tĩnh", *Tuyển tập Hội nghị khoa học toàn quốc CHVRBD lần thứ X, Thái nguyên, 12-13/11*.
8. Tran Van Lien, Nguyen Tien Khiem, Trinh Anh Hao (2014), "Crack identification in frame structures by using the stationary wavelet transform of mode shapes", *Jokull Journal, Vol. 64, Issue 6*.
9. A.V. Ovanesoova and L.E. Suárez (2004), "Applications of Wavelet Transforms to Damage Detection in Frame Structure", *Engineering Structures*, 26, 39-49.
10. Aydin, K. and O. Kisi (2015), Damage diagnosis in beam-like structures by artificial neural networks. *Journal of civil engineering and Management*. 21(5): p. 591-604.
11. Hakim, S. and H.A. Razak (2011), Application of artificial neural network on vibration test data for damage identification in bridge girder. *International Journal of Physical Sciences*. 6(35): p. 7991-8001.
12. Mehrjoo, M., et al. (2008), Damage detection of truss bridge joints using Artificial Neural Networks. *Expert Systems with Applications*. 35(3): p. 1122-1131.
13. Nguyễn Sỹ Dũng (2010). Nhận dạng và dự báo khuyết tật của dầm trên nền mạng neuron và logic mờ. *Luận án Tiến sỹ kỹ thuật, Trường Đại học Bách Khoa TP. Hồ Chí Minh*.
14. Khiem N.T. and Lien T.V. (2001), A simplified method for natural frequency analysis of a multiple cracked beam, *Journal of Sound and vibration*, 245(4): 737-751.
15. Khiem N.T., Lien T.V. (2002), "The dynamic stiffness matrix method in forced vibration analysis of multiple cracked beam", *Journal of Sound and Vibration*, 254(3), 541-555.
16. Rao S.S. (1986), Mechanical vibrations. Second Edition, *Addison-Wesley Pub Company*.
17. Nazari, F. and M.H. Abolbashari (2013), Double cracks identification in functionally graded beams using artificial neural network.

**Ngày nhận bài:** 29/7/2020.

**Ngày nhận bài sửa lần cuối:** 21/9/2020.