

SỬ DỤNG BÀI TOÁN THỰC TIỄN TRONG DẠY HỌC CHỦ ĐỀ TÍCH PHÂN LỚP 12

Nguyễn Thị Mơ

Trường THPT Đinh Tiên Hoàng, Tp Vũng Tàu

Email: mochaumdc@gmail.com

Ngày nhận bài: 18/9/2020

Ngày PB đánh giá: 08/10/2020

Ngày duyệt đăng: 16/10/2020

TÓM TẮT: Theo chương trình giáo dục phổ thông tổng thể, trong dạy học môn Toán, một trong những năng lực cần thiết để phát triển cho học sinh là năng lực mô hình hóa toán học. Thông qua các hoạt động mô hình toán học để mô tả các tình huống, giải quyết các vấn đề thực tế, giúp học sinh không chỉ hiểu kiến thức, mối quan hệ giữa toán học và thực hành mà còn hình thành và phát triển năng lực mô hình toán học cho học sinh. Vì vậy trong bài viết này, tôi đã đề cập đến việc ứng dụng mô hình dạy học chuyên đề: “Sử dụng bài toán thực tiễn trong dạy học chủ đề tích phân lớp 12”

Từ khóa: Toán học, học sinh, tích phân.

USING PRACTICAL PROBLEMS IN TEACHING 12TH GRADE INTEGRAL

ABSTRACT: According to the general education program in teaching mathematics, one of the necessary competencies to develop for students is the mathematical modeling competency. Through mathematical modeling activities to describe situations, solve practical problems, help students not only understand knowledge, the relationship between mathematics and practice but also form and develop mathematical modeling competency for students. Therefore, in this article I mentioned the application of modeling in teaching the topic: “ Using practical problems in teaching 12th grade integral”.

Keywords: Mathematical, students, integral.

1. MỞ ĐẦU

Nghị quyết 29-NQ/TW ngày 4 tháng 11 năm 2013 tại Hội nghị Ban Chấp hành Trung ương 8 khoá XI về “đổi mới căn bản, toàn diện giáo dục và đào tạo” đã xác định một trong các quan điểm chỉ đạo là “Chuyển mạnh quá trình giáo dục từ chủ yếu trang bị kiến thức sang phát triển toàn diện năng lực và phẩm chất người học. Học đi đôi với hành; lý luận gắn với thực tiễn”. Trong bối cảnh này, mô hình hoá toán học đã được chương trình giáo dục phổ thông – chương trình tổng thể xác định là một trong các năng lực cần hình

thành và phát triển cho học sinh (HS) trong giáo dục toán học.

Đã có nhiều công trình nghiên cứu đến chủ đề thiết kế và sử dụng các bài toán thực tiễn trong dạy học nhằm phát triển năng lực mô hình hóa (MHH) toán học cho HS. Trong các nghiên cứu, năng lực mô hình hóa toán học luôn được xem xét gắn liền với một tri thức toán cụ thể (hệ phương trình bậc nhất hai ẩn, hàm số, logarit, xác suất, vectơ...).

Trong quá trình học bộ môn Toán, thực tế cho thấy còn nhiều HS bộc lộ những yếu kém trong nhận thức, hạn chế về năng lực tư duy, sự sáng tạo, cách suy nghĩ quen lối rập khuôn máy móc. Từ đó dẫn đến hệ quả là

nhiều HS gặp phải trở ngại khi giải toán, đặc biệt là các bài toán mang tính thực tế đòi hỏi người học phải có tư duy, tích cực nhận thức như các bài tập về tích phân. Trong chương trình toán trung học phổ thông, phương pháp tính tích phân và ứng dụng của tích phân là một nội dung quan trọng, có khả năng bồi dưỡng và phát huy năng lực mô hình hóa cho HS nếu như hệ thống các bài tập này được khai thác và sử dụng hợp lý.

Do vậy, ở bài viết này, tôi đề cập đến việc: “*Sử dụng bài toán thực tiễn trong dạy học chủ đề tích phân lớp 12*”

2. NỘI DUNG NGHIÊN CỨU

2.1. Mô hình hóa toán học

Theo tác giả Nguyễn Thị Tân An, [1] Mô hình hóa (MHH) trong dạy học toán là quá trình chuyển đổi một vấn đề thực tế sang một vấn đề toán học bằng cách thiết lập và giải quyết các mô hình toán học, giúp học sinh (HS) tìm hiểu, khám phá các tình huống nảy sinh từ thực tiễn bằng công cụ và ngôn ngữ toán học. Ở các trường phổ thông, MHH diễn tả mối quan hệ giữa các hiện tượng trong tự nhiên và xã hội với nội dung kiến thức toán học trong sách giáo khoa thông qua ngôn ngữ toán học như kí hiệu, đồ thị, sơ đồ, công thức, phương trình... Hoạt động MHH giúp HS phát triển sự hiểu biết, thông thạo các khái niệm và quá trình toán học, hệ thống hóa các khái niệm, ý tưởng toán học và nắm được cách thức xây dựng mối quan hệ giữa các ý tưởng đó từ đó giúp học sinh có cái nhìn tổng quan về môn toán học cũng như các kỹ năng để mô hình hóa. Cách tiếp cận này giúp việc học toán của HS trở thành hoạt động có ý nghĩa hơn, tạo động cơ và niềm say mê học toán. Có thể nói, mô hình toán học được hiểu là việc sử dụng công cụ toán học đã có để thể hiện dưới dạng ngôn ngữ của toán học, trong đó MHH là quá trình tạo ra các mô hình để giải quyết

các vấn đề của toán học liên quan đến các tình huống thực tiễn [1].

Như vậy, có thể thấy rằng MHH toán học cho phép HS nhận thấy lợi ích của toán học, gắn toán học với các môn học khác, phát triển khả năng giải quyết vấn đề thực tiễn [3].

Theo Swetz & Hartzler (1991), quy trình mô hình hóa toán học gồm 4 giai đoạn chủ yếu sau:

+ Giai đoạn 1: Nghiên cứu hiện tượng thực tiễn bằng việc quan sát, phác thảo tình huống, nhận định và phát hiện các yếu tố (như biến số tham số) quan trọng, có ảnh hưởng trực tiếp hoặc gián tiếp đến vấn đề thực tiễn.

+ Giai đoạn 2: Lập giả thuyết về các mối quan hệ giữa các yếu tố trong bài toán sử dụng ngôn ngữ toán học. Từ đó, thiết lập mô hình toán học tương ứng.

+ Giai đoạn 3: Áp dụng các phương pháp, cách thức, lời giải, các mệnh đề, định lý, định luật và công cụ toán học phù hợp để mô hình hóa bài toán và phân tích mô hình đó.

+ Giai đoạn 4: Thông báo kết quả, đối chiếu mô hình với thực tiễn và đưa ra kết luận.

Quy trình MHH toán học được sử dụng trong dạy học môn Toán. Để vận dụng linh hoạt quá trình trên cho phù hợp với thực tiễn, với từng ví dụ cụ thể nhằm đưa đến hiệu quả trong việc dạy và học, trong quá trình dạy học Toán, theo tôi GV cần giúp HS nắm được các yêu cầu cụ thể của từng bước như dưới đây trong quá trình MHH các bài toán:

- Bước 1. Toán học hóa: Hiểu rõ tình huống thực tiễn. Mô hình thực tiễn được toán học hóa, nghĩa là được chuyển sang ngôn ngữ toán học để dẫn đến mô hình toán học của tình huống ban đầu. Mô tả và diễn đạt các vấn đề này bằng công cụ và ngôn ngữ toán học như hình vẽ, đồ thị,

công thức toán học.

Bước 2. Giải bài toán: Sử dụng các công cụ toán học để giải quyết bài toán đã được hình thành ở bước thứ nhất. Dựa vào mô hình đã xây dựng ở trên, cần chọn hoặc xây dựng phương pháp giải phù hợp.

Bước 3. Thông hiểu: Hiểu được ý nghĩa lời giải của bài toán đối với tình huống trong thực tiễn đã cho (bài toán được cho ban đầu).

Bước 4. Đối chiếu, kiểm định kết quả: Phân tích và kiểm định lại các kết quả thu

được. Tại đó, cần xác định sự phù hợp của mô hình và kết quả tính toán với thực tiễn.

2.2. Năng lực mô hình hóa toán học

Theo tác giả Phan Anh, [2] năng lực MHH toán học là khả năng HS dùng hiểu biết của mình để chuyển một mô hình trong thực tiễn về dạng toán học.

Theo chương trình phổ thông tổng thể của Bộ GD&ĐT năm 2018 [4], ta có: Năng lực mô hình hoá toán học thể hiện qua những thành tố sau:

Năng lực mô hình hóa toán học	– Xác định được mô hình toán học (gồm công thức, phương trình, bảng biểu, đồ thị,...) cho tình huống xuất hiện trong bài toán thực tiễn.
	– Giải quyết được những vấn đề toán học trong mô hình được thiết lập.
	– Thể hiện và đánh giá được lời giải trong ngữ cảnh thực tế và cải tiến được mô hình nếu cách giải quyết không phù hợp.

2.3. Quy trình sử dụng bài toán thực tiễn trong dạy học

Việc vận dụng kiến thức toán học vào giải các bài toán thực tiễn là vấn đề quan trọng trong dạy học toán. Các bài toán thực tiễn là nguồn gốc, là động lực phát triển của kiến thức toán học. Trong quá trình giảng dạy toán, nếu chỉ ra được các bài toán từ thực tiễn thì sẽ tạo hứng thú, động lực cho người học. Một vài bài toán thực tiễn liên quan đến phân tích phân trong toán lớp 12 như: Bài toán tính diện tích, thể tích, diện tích xung quanh; Bài toán tính vận tốc, quãng đường của vật thể chuyển động ...

Quy trình các bước tổ chức dạy học có sử dụng bài toán thực tiễn môn Toán như sau:

- Bước 1: Tìm hiểu, phân tích, đơn giản hóa và làm sáng tỏ vấn đề, xác định rõ giả thuyết, tham số, biến số trong nội dung của vấn đề thực tế đó.

- Bước 2: Thiết lập mối quan hệ giữa các giả thuyết ban đầu mà đề bài đã đưa ra.

- Bước 3: Lựa chọn bài toán thực tiễn cần phù hợp với vấn đề đặt ra.

- Bước 4: Sử dụng các kiến thức Toán học phù hợp để giải bài toán.

- Bước 5: Hiểu rõ lời giải của bài toán, biết được ý nghĩa của mô hình Toán học trong hoàn cảnh thực tiễn.

- Bước 6: Kiểm nghiệm bài toán thực tiễn (ưu điểm và hạn chế), kiểm tra tính hợp lí và tối ưu của bài toán thực tế đã xây dựng.

- Bước 7: Thông báo, giải thích, dự đoán, cải tiến hoặc xây dựng nâng cao bài toán thực tiễn sao cho phù hợp

2.4. Một số chủ đề dạy học toán có sử dụng bài tập thực tiễn

2.4.1. Chủ đề 1. Ứng dụng tích phân để tìm diện tích

Trong thực tiễn cuộc sống cũng như trong khoa học kĩ thuật, người ta cần tính diện tích của những hình phẳng cũng như diện tích xung quanh của những vật thể phức tạp. Chẳng hạn như khi xây dựng một nhà máy thủy điện, để tính lưu lượng của dòng sông ta phải tính diện tích thiết

diện ngang của dòng sông. Thiết diện đó là một hình khá phức tạp. Trong may mặc cũng vậy, việc tính chính xác được diện tích một sản phẩm hay một chi tiết giúp chúng ta ước lượng được số mét vải cần sử dụng, từ đó tiết kiệm được chi phí sản xuất nhất.

Trước khi phép tính tích phân ra đời, với mỗi hình và mỗi vật thể như vậy người ta lại phải nghĩ ra một cách để tính sao cho phù hợp. Sự ra đời của tích phân cho chúng ta một phương pháp tổng quát để giải quyết hàng loạt những bài toán tính diện tích và thể tích từ đơn giản đến phức tạp.

Có 2 dạng toán:

+ *Dạng 1*: Bài toán tính trực tiếp không có điều kiện

Ví dụ 1: Để tính diện tích của một mảnh vườn hình chữ nhật, hay hình vuông, hay hình tròn là chuyện dễ dàng vì đã có công thức sẵn. Tuy nhiên, việc tính này sẽ khó khăn hơn nhiều khi chúng ta cần tính diện tích của mảnh vườn có hình dạng phức tạp hơn, bằng cách chia nhỏ hình phức tạp ấy thành nhiều hình đơn giản quen thuộc, sau đó chúng ta tính diện tích các hình đơn giản ấy rồi tính tổng diện tích sẽ cho kết quả của hình phức tạp ban đầu.

+ *Dạng 2*: Bài toán có điều kiện

Ví dụ 2: Chiếc dù lớn cho hội nghị ngoài trời có dạng mái tròn vòm cong với bán kính là 4m và chiều cao từ mặt phẳng chứa bán kính tới đỉnh dù là 2m. Ta có thể coi chiếc dù là vật thể tròn xoay được tạo bởi hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2 - \frac{x^2}{8}$ và $y = 0$ quay quanh trục Oy với đơn vị hệ trục Oxy là mét.

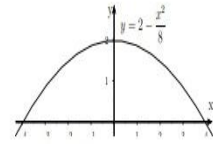
a) Tính diện tích hình phẳng trên.

b) Tính diện tích vải cần thiết để may một chiếc dù

Giải:

a) Diện tích hình phẳng là:

$$S = \int_{-4}^4 \left(2 - \frac{x^2}{8}\right) dx = 2 \int_0^2 \left(2 - \frac{x^2}{8}\right) dx = \frac{32}{3}$$



a) Diện tích hình phẳng là:

$$S = \int_{-4}^4 \left(2 - \frac{x^2}{8}\right) dx = 2 \int_0^2 \left(2 - \frac{x^2}{8}\right) dx = \frac{32}{3}$$

b) Diện tích xung quanh của chiếc dù khi quay nửa phải hình phẳng quanh trục Oy là:

$$S_{\text{m}} = 2\pi \int_0^2 \sqrt{16-8y} \sqrt{1 + \frac{16}{16-8y}} dy = 2\pi \int_0^2 \sqrt{32-8y} dy = \frac{32\pi}{3} (\sqrt{8}-1) \approx 61,3$$

Vậy diện tích vải cần thiết để may chiếc dù là $61,3\text{m}^2$.

Như vậy, để tính được diện tích hình phẳng hay diện tích xung quanh của vật thể tròn xoay ta cần tiến hành theo các bước sau:

- Bước 1: Đối với hình phẳng, ta cần phân tích hình dạng của nó, 2 cận trái phải, đường trên, đường dưới giới hạn hình phẳng. Đối với vật thể, ta cần xác định nó được tạo bởi hình phẳng nào, cận trên, cận dưới, đường cong giới hạn khi quay quanh trục Oy.

- Bước 2: Sử dụng các công thức ở trên để tính.

Qua đó ta thấy phép tính tích phân sẽ là một công cụ giúp cho chúng ta giải quyết các bài toán trên một cách đơn giản và nhẹ nhàng hơn. Bên cạnh đó, phép tính tích phân phát huy ưu điểm của nó qua nhiều ứng dụng thực tế như: Tính diện tích hình phẳng, thể tích của vật thể có hình dạng phức tạp (không phải là hình đã có sẵn

công thức tính).

2.4.2. Chủ đề 2. Ứng dụng tích phân để tìm thể tích

Có 2 dạng toán:

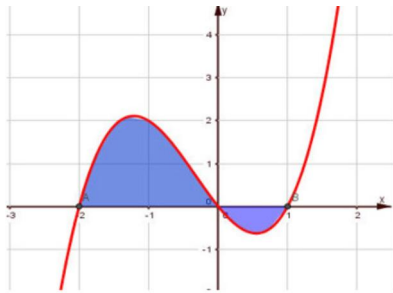
+ Dạng 1: Bài toán tính trực tiếp không có điều kiện

Ví dụ 3: Một anh thợ gốm làm một cái lọ có dạng khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{2x+1}$ và trục Ox quay quanh trục Ox biết đáy lọ và miệng lọ có đường kính lần lượt là 30 cm và 50 cm, khi đó thể tích của lọ là:

- A. 18000 cm³ . B. $\frac{25000}{3}$ cm³
 C. $\frac{14000}{3}$ cm³ D. 36000cm³

+ Dạng 2: Bài toán có điều kiện

Ví dụ 4: Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$. Diện tích hình phẳng (phần tô đậm trong hình) là:



- A. $\int_{-2}^0 f(x) dx + \int_0^1 f(x) dx$
 B. $S = \int_{-2}^1 f(x) dx$
 C. $\int_0^{-2} f(x) dx + \int_0^1 f(x) dx$
 D. $S = \int_{-2}^0 f(x) dx - \int_0^1 f(x) dx$

Lời giải

Ta có:

$$f(x) \geq 0 \text{ khi } -2 \leq x \leq 0$$

$$f(x) \leq 0 \text{ khi } 0 \leq x \leq 1$$

Diện tích phần hình phẳng cần tính là:

$$\begin{aligned} \int_{-2}^1 |f(x)| dx &= \int_{-2}^0 f(x) dx + \int_0^1 -f(x) dx = \\ &= \int_{-2}^0 f(x) dx - \int_0^1 f(x) dx \end{aligned}$$

Từ đó chọn D.

2.4.3. Chủ đề 3. Ứng dụng tích phân để giải bài toán chuyển động

Có 2 dạng toán:

+ Dạng 1: Bài toán cho biết hàm số của vận tốc, quãng đường

Tính được quãng đường chuyển động của vật (xe, máy bay, cano...) khi biết được vận tốc trong suốt quãng đường ấy.

Ví dụ 5: Một máy bay hạ cánh chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = 160 - 10t$ (m/s). Quãng đường mà máy bay hạ cánh chuyển động từ thời điểm $t = 0$ (s) đến thời điểm vật dừng lại là:

- A. 1028m. B. 1280m.
 C. 1308m. D. 1380m.

+ Dạng 2: Bài toán cho biết đồ thị của vận tốc, quãng đường

Ví dụ 6: Một vật chuyển động với vận tốc 10 m/s thì tăng tốc với gia tốc $a(t) = 3t + t^2$. Tính quãng đường vật đi được trong thời gian 10 giây kể từ lúc bắt đầu tăng tốc.

- A. 43003m. B. 4300m.
 C. 430m. D. 4303m.

2.4.4. Chủ đề 4. Ứng dụng tích phân để giải quyết một số bài toán đại số

Có thể dự đoán được sự phát triển của bào thai, sự phát triển của đám vi trùng, dự đoán được chi phí sản xuất và doanh thu của doanh nghiệp, và còn rất nhiều các ứng dụng khác...

Ví dụ 7: Một đám vi trùng tại ngày thứ t có số lượng là $N(t)$. Biết rằng $N'(t)=40001+0,5t$ và lúc đầu đám vi trùng có 250000 con. Hỏi trong 10 ngày số lượng vi trùng gần với số nào sau đây nhất?

- A. 251000 con. B. 264334 con
C. 261000 con. D. 274334 con.

Ví dụ 8: Bác Năm làm một cái cổng hình parabol có chiều cao từ mặt đất đến đỉnh là 2,25 mét, chiều rộng tiếp giáp với mặt đất là 3 mét. Giá thuê mỗi mét vuông là 1500000 đồng. Vậy số tiền bác Năm phải trả là:

- A. 33750000 đồng.
B. 12750000 đồng.
C. 6750000 đồng.
D. 3750000đồng.

Những dạng này đưa vào được những tình huống: gọi động cơ, làm việc với nội dung mới, củng cố, kiểm tra, đánh giá. Và còn rất nhiều các ứng dụng khác... Tuy nhiên, trong chương trình sách giáo khoa lớp 12 hiện nay chỉ thiên về những bài tính toán khô khan rập khuôn theo công thức có sẵn, HS chỉ biết tính toán một cách máy móc mà không thấy được những ứng dụng thực tế của nó. Với xu thế đổi mới cách đánh giá năng lực HS thì những bài toán ứng dụng thực tế của tích phân là chủ đề đang được quan tâm và cần thiết cho những HS lớp 12 chuẩn bị cho kì thi THPT Quốc gia.

3. KẾT LUẬN

Qua một số ví dụ trên ta nhận thấy, tích phân có nhiều ứng dụng gần gũi trong đời sống. Tích phân là một trong những nội dung khó, có tính trừu tượng cao. Tuy nhiên, tích

phân lại có những ứng dụng cụ thể và rất hiệu quả như đo chiều dài của một đường cong, tính diện tích của một hình phẳng, tính diện tích bề mặt và thể tích của một vật thể,... Mặt khác, để tính được chiều dài một đường cong, tính diện tích đa giác phức tạp, tính thể tích vật thể phi tiêu chuẩn,... một cách chính xác, chúng ta chỉ có thể sử dụng công cụ duy nhất đó chính là phép tính tích phân. Một số ứng dụng của tích phân để các em HS có thể vận dụng vào thực tiễn, đồng thời giúp HS thấy được vai trò, ý nghĩa quan trọng của tích phân trong đời sống thực tiễn. Có thể hiểu đơn giản tích phân như là cách tính diện tích tổng quát hóa. Thông qua các ví dụ trên tác giả muốn kích thích trí tò mò, ham học hỏi của HS đối với khái niệm tích phân và các ứng dụng thực tiễn của tích phân trong đời sống. Toán học, tích phân không hề xa lạ, không phải học chỉ để biết mà học để áp dụng vào công việc và cuộc sống hàng ngày.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Nguyễn Thị Tân An (2012) , *Sự cần thiết của mô hình hóa trong dạy học toán*, Tạp chí Khoa học Trường Đại học Sư phạm TP. Hồ Chí Minh, số 37 tháng 10/2012.
2. Phan Anh (2012), *Góp phần phát triển năng lực toán học hóa tình huống thực tiễn cho học sinh phổ thông qua dạy học đại số và giải tích*, Luận văn tiến sĩ giáo dục học.
3. Nguyễn Thị Thu Ba, Nguyễn Dương Hoàng, *Vận dụng mô hình hóa toán học trong dạy học chủ đề, “ Hàm số bậc hai ” (Đại số 10)*. Tạp chí Giáo dục, Số đặc biệt tháng 7/2019.
4. Bộ Giáo dục và Đào tạo (2018), *Chương trình giáo dục phổ thông – Chương trình tổng thể (Ban hành kèm Thông tư số 32/2018/TT-BGDĐT ngày 26/12/2018 của Bộ trưởng Bộ GD-ĐT)*.
5. Nguyễn Trọng Đức (2017), *Dạy học giải tích 12 theo hướng phát triển năng lực mô hình hóa cho học sinh trung học phổ thông*, Luận văn thạc sĩ khoa học giáo dục.
6. Bùi Văn Nghị (2008), *Giáo trình Phương pháp dạy học những nội dung cụ thể môn Toán*, Nxb Đại học sư phạm, Hà Nội.