VẬN DỤNG TRI THỨC HÀM ĐỂ GIẢI QUYẾT BÀI TOÁN CỰC TRỊ HÌNH HỌC VÀ BÀI TOÁN CÓ NỘI DUNG THỰC TẾ TRONG CHƯƠNG TRÌNH TOÁN PHỔ THÔNG

Đinh Quang Minh[1]
Nguyễn Thành Nhân[2]

TÓM TẮT

Tri thức hàm (TTH) là một nội dung tri thức toán học đặc biệt quan trọng, xuyên suốt chương trình toán phổ thông từ bậc tiểu học cho đến trung học phổ thông. Việc trang bị TTH cũng như các kỹ năng xử lý bài toán bằng TTH cho học sinh là một nhiệm vụ quan trọng và cần thiết của giáo viên toán. Sử dụng TTH không chỉ giúp học sinh giải quyết được các bài toán về hàm số mà còn là công cụ hữu hiệu để giải quyết bài toán giải phương trình, bất phương trình, hệ phương trình; chứng minh bất đẳng thức (BĐT); tìm giá trị lớn nhất nhỏ nhất của một biểu thức; xét tính đơn điệu của dãy số…[1]. Trong khuôn khổ bài viết này, chúng tôi vận dụng TTH để tiếp cận và giải quyết bài toán cực trị trong hình học và bài toán có nội dung thực tế. Chúng tôi phân tích kỹ con đường đi đến việc vận dụng TTH vào giải toán, đồng thời cũng cho thấy ưu điểm nổi trội của việc sử dụng TTH để đánh giá so sánh với dùng BĐT. Các kiến thức hàm mà chúng tôi sử dụng để tiếp cận giải quyết là hàm số một biến số.

Từ khóa: *Tri thức hàm,bất đẳng thức, đánh giá, khảo sát hàm*

1. Vận dụng tri thức hàm vào tiếp cận và giải quyết bài toán cực trị hình học

Bài toán cực trị trong hình học xuất hiện nhiều trong các đề thi của Kỳ thi Trung học phổ thông quốc gia. Đây là một nội dung của hình học được khai thác ở mức độ vận dụng cao, vì thế thường gây khó khăn cho học sinh khi học cũng như khi làm bài thi. Khó khăn của dạng bài toán này đó là cách thức tiếp cận cũng như xử lý số liệu để tìm kết quả. Thông thường để xử lý kết quả thì có hai cách khá phổ biến đó là sử dụng các BĐT thông dụng để đánh giá, hai là sử dụng TTH để khảo sát. Ưu điểm của việc sử dụng BĐT là có thể cho kết quả nhanh chóng. Nhưng khó khăn lớn nhất của học sinh đó là áp dụng bất đẳng thức như thế nào, bởi đa số học sinh đều không có được kỹ năng tốt khi làm việc với BĐT. Do đó chúng tôi đưa ra cách tiếp cận thứ hai đó là vận dụng TTH vào giải lớp bài toán này.

1.1. Phương pháp giải theo hướng vận dụng tri thức hàm

- Phân tích các yếu tố cố định, yếu tố thay đổi trong mỗi bài toán;

- Chọn một yếu tố thay đổi làm biến số, xác định được miền xác định mà biến số nhận;

- Thiết lập được một hàm số biểu diễn vấn đề toán học cần giải quyết theo biến số đã chọn;

- Sử dụng các kiến thức đã biết của hàm số để khảo sát và giải quyết bài toán;

[1]Trường Đại học Đồng Nai
[2]Trường THPT Chuyên Hùng Vương, Bình Dương
Email: nhantoanhungvuong@gmail.com

- Trả lời kết quả bài toán.

1.2. Một số ví dụ

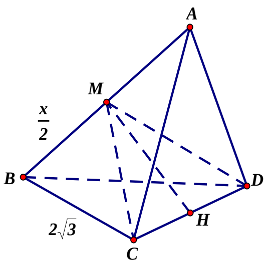
Ví dụ 1 *(Đề thi THPTQG 2017- Mã đề 102)* [2]. Xét khối tứ diện $ABCD$ có cạnh $AB = x$ và các cạnh còn lại đều bằng $2\sqrt{3}$. Tìm x để thể tích khối tứ diện $ABCD$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $x=\sqrt{6}$ **B.** $x=2\sqrt{2}$

C. $x=\sqrt{14}$ **D.** $x=3\sqrt{2}$.

Phân tích bài toán: Yếu tố thay đổi là độ dài cạnh AB, độ dài các cạnh còn lại đều cố định.

Lời giải: Gọi M, H lần lượt là trung điểm của AB và CD **(H.1)**



H.1

Ta có tam giác ABC, ABD cân lần lượt tại C và D.

Để tồn tại tứ diện như thế thì $0 < x < 6$. Ta có

$$V_{ABCD} = 2V_{BMCD} = 2.2V_{BMHC} = \frac{x\sqrt{3}}{3}\sqrt{9-\frac{x^2}{4}} = f(x)$$

Khảo sát hàm $f(x) = x\sqrt{9-\frac{x^2}{4}}, (0 < x < 6)$ ta được thể tích khối tứ diện lớn nhất bằng $\frac{3\sqrt{3}}{2}$, khi $x = 3\sqrt{2}$.

Nhận xét: Nếu sử dụng BĐT Cauchy, ta có thể đánh giá nhờ sử dụng điểm rơi như sau

$$\frac{x\sqrt{3}}{3}\sqrt{9-\frac{x^2}{4}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}.\frac{x}{2}.\sqrt{9-\frac{x^2}{4}}$$

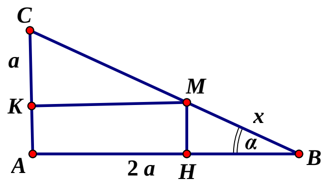
$$\le \frac{2\sqrt{3}}{3}.\frac{1}{4}.\left(\frac{x^2}{4}+9-\frac{x^2}{4}\right) = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$ Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $\frac{x^2}{4} = 9 - \frac{x^2}{4} \Leftrightarrow x = 3\sqrt{2}$. Tuy nhiên rất ít học sinh biết đánh giá như vậy [1].

Ví dụ 2 *(TH&TT 04-2018)* [3]. Cho tam giác ABC vuông ở A có $AB = 2AC$. M là một điểm thay đổi trên cạnh BC. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của M trên AB, AC. Gọi V và V' tương ứng là thể tích của vật thể tròn xoay tạo bởi tam giác ABC và hình chữ nhật $MHAK$ khi quay quanh trục AB. Tính giá trị lớn nhất của tỉ số thể tích $\frac{V'}{V}$.

A. $\frac{1}{2}$ **B.** $\frac{4}{9}$ **C.** $\frac{2}{3}$ **D.** $\frac{3}{4}$

Phân tích bài toán:

Yếu tố cố định là tam giác ABC nên suy ra thể tích khối nón tròn xoay cũng là số không đổi. Yếu tố thay đổi chính là độ dài đoạn BM **(H.2)**.



H.2

Ta có thể chọn độ dài đoạn BM làm biến số để khảo sát hàm.

Lời giải:

Ta có:

$V' = \pi.MH^2.AH = \pi\frac{x^2}{5}\left(2a-\frac{2x}{\sqrt{5}}\right)$. Do đó, $T(x) = \frac{V'}{V} = \frac{3}{5a^2}x^2 - \frac{3}{5\sqrt{5}a^3}x^3$.

Xét hàm số $f(x) = \frac{3}{5a^2}x^2 - \frac{3}{5\sqrt{5}a^3}x^3, x \in \left[0; a\sqrt{5}\right]$.

Ta được $\max\limits_{[0;\sqrt{5}]} f(x) = f\left(\dfrac{2a\sqrt{5}}{3}\right) = \dfrac{4}{9}$.

Vậy giá trị lớn nhất của tỉ số $\dfrac{V'}{V}$ bằng $\dfrac{4}{9}$ khi $MB = x = \dfrac{2a\sqrt{5}}{3}$.

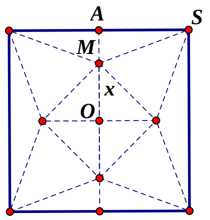
Nhận xét: Với bài toán này, khi đánh giá hàm $f(x) = \dfrac{3}{5a^2}x^2 - \dfrac{3}{5\sqrt{5}a^3}x^3$, *chúng ta vẫn có thể sử dụng BĐT Cauchy đánh giá bằng cách viết lại:*

$$f(x) = \frac{3}{10\sqrt{5}a^3}x^2\left(2a\sqrt{5} - 2x\right)$$

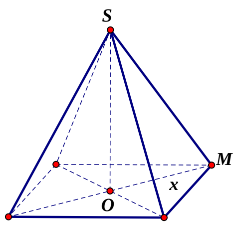
$\leq \dfrac{3}{10\sqrt{5}a^3}\left(\dfrac{2x + 2a\sqrt{5} - 2x}{3}\right)^3$. *Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi* $x = \dfrac{2a\sqrt{5}}{3}$. *Tuy nhiên với những điều chỉnh để đánh giá được BĐT như thế là không dễ dàng.*

Ví dụ 3. Cắt một miếng giấy hình vuông và xếp lại thành hình chóp tứ giác đều (tham khảo hình vẽ). Biết cạnh hình vuông bằng $20cm$, $OM = x(cm)$. Tìm *x* để hình chóp đều ấy có thể tích lớn nhất [4].

Phân tích bài toán: Yếu tố cố định là độ dài cạnh hình vuông, yếu tố thay đổi là độ dài đoạn *OM*. Do đó ta chọn độ dài đoạn *OM* làm biến số để khảo sát bài toán.



H.3a



H.3b

Lời giải: Đoạn $OM = x, (0 \leq x \leq 10)$ nên hình vuông đáy có cạnh là $x\sqrt{2}$. Đoạn $AM = 10 - x$. **(H.3a)**.

Thể tích của khối chóp là: $V = \dfrac{1}{3}SO.x^2 = \dfrac{\sqrt{20}}{3}x^2\sqrt{10 - x}$.

Đến đây ta xét hàm $f(x) = x^2\sqrt{10 - x}\ (0 \leq x \leq 10)$. Khảo sát hàm ta được giá trị lớn nhất của $f(x)$ đạt được khi $x = 8$.

Nhận xét: Để đánh giá hàm $f(x) = x^2\sqrt{10 - x}$ *ta có thể dùng BĐT như sau:*

$$f(x) = x^2\sqrt{10 - x} = \frac{1}{2}\sqrt{x.x.x.x(40 - 4x)}$$

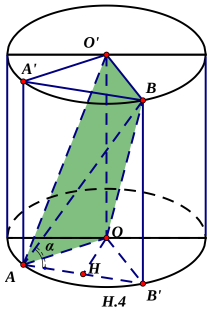
$\leq 64\sqrt{2}$. *Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi* $x = 40 - 4x \Leftrightarrow x = 8$. *Tuy nhiên việc điều chỉnh để có thể dùng được BĐT như trên là một khó khăn với đa số học sinh* [1].

Ví dụ 4. *(Đề thi thử THPT Lê Quý Đôn, Hà Nội 2018)* [4]. Cho hình trụ có đáy là hai đường tròn tâm O và O', bán kính đáy bằng chiều cao và bằng $2a$. Trên đường tròn đáy có tâm O lấy điểm A, trên đường tròn tâm O' lấy điểm B. Đặt α là góc giữa AB và đáy. Biết rằng thể tích khối tứ diện $OO'AB$ đạt giá trị lớn nhất. Hãy tính $\tan\alpha$ trong trường hợp đó.

A. $\tan\alpha = \sqrt{2}$. **B.** $\tan\alpha = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$.

C. $\tan\alpha = \dfrac{1}{2}$. **D.** $\tan\alpha = 1$.

Phân tích bài toán: Yếu tố cố định là hình trụ, yếu tố thay đổi là góc giữa đường thẳng AB với đáy của hình trụ **(H.4)**. Vì thế ta có thể chọn biến là giá trị lượng giác $\cot\alpha$ để khảo sát hàm.



H.4

Lời giải: Kẻ đường sinh AA', BB' của hình trụ. Khi đó $\angle BAB' = \alpha$. Tính toán chi tiết ta được

$$V_{OO'AB} = \frac{1}{3}V_{OAB'.O'A'B} = \frac{2a^3}{3}\sqrt{4-\cot^2\alpha}.\cot\alpha$$

Đặt $t = \cot\alpha, (t > 0)$ và xét hàm số $f(t) = t\sqrt{4-t^2}$. Khảo sát hàm ta được $f(t)$ đạt giá trị lớn nhất tại $t = \sqrt{2}$. Do đó $\cot\alpha = \sqrt{2}$ nên suy ra $\tan\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

Nhận xét: Có thể dùng BĐT để đánh giá hàm [1].

$$f(t) = t\sqrt{4-t^2} = \sqrt{t^2(4-t^2)} \le \frac{t^2+4-t^2}{2} = 2.$$

Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $t^2 = 4 - t^2 \Rightarrow t = \sqrt{2}(t > 0)$. *Bài này nếu biết dùng BĐT thì tốt hơn.*

2. Vận dụng tri thức hàm vào tiếp cận và giải quyết bài toán có nội dung thực tế

2.1. Phương pháp giải theo hướng vận dụng tri thức hàm

- Phân tích các dữ kiện của bài toán để lọc ra những giả thiết quan trọng sẽ sử dụng trong việc giải;

- Tiến hành mô hình hóa bài toán thực tế dưới ngôn ngữ của toán học;

- Sử dụng các kiến thức toán học đã biết để thiết lập được một hàm số biểu diễn sự phụ thuộc giữa các yếu tố của bài toán;

- Sử dụng tri thức hàm để khảo sát bài toán;

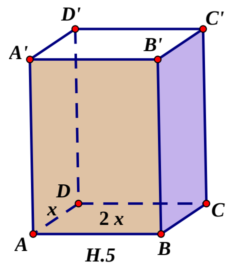
- Trả lại kết quả thực tế của bài toán.

2.2. Một số ví dụ

Ví dụ 5 *(Đề thi THPTQG 2018-Mã đề 101)* [2]. Ông A dự định sử dụng hết $6,5m^2$ kính để làm một bể cá bằng kính có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều rộng (các mối ghép có kích thước không đáng kể). Bể có dung tích lớn nhất bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

A. $2,26m^3$ **B.** $1,61m^3$ **C.** $1,33m^3$ **D.** $1,50m^3$

Phân tích bài toán: Yếu tố thay đổi là ba kích thước của hình hộp chữ nhật và thể tích của khối hộp, yếu tố cố định là tổng diện tích của năm mặt hình hộp. Tuy nhiên các kích thước thay đổi nhưng phụ thuộc lẫn nhau. Do đó ta có thể chọn một kích thước làm ẩn để khảo sát hàm. Học sinh tiến hành mô hình hóa bể cá thành hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ **(H.5)** để khảo sát.



H.5

Lời giải: Giả sử $AB = 2AD$. Đặt $AD = x(x > 0)$. Khi đó $AB = 2x$. Gọi h là chiều cao khối hộp.

Suy ra $h=\dfrac{6,5-2x^2}{6x}$. Vì $h>0$ nên $0<x<\dfrac{\sqrt{13}}{2}$. Thể tích khối hộp là

$$V(x)=2x^2.h=\frac{6,5x-2x^3}{3}.$$

Khảo sát hàm $f(x)=6,5x-2x^3$ với $0<x<\dfrac{\sqrt{13}}{2}$ ta được thể tích $V(x)$ lớn nhất bằng $\dfrac{13\sqrt{39}}{54}m^3\approx 1,50m^3$ đạt được khi $x=\dfrac{\sqrt{39}}{6}$.

Nhận xét: Nếu dùng BĐT ta có thể đánh giá như sau

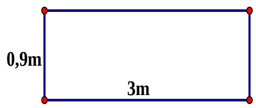
$f(x)=2x\left(\dfrac{\sqrt{13}}{2}-x\right)\left(\dfrac{\sqrt{13}}{2}+x\right)$. *Đến đây muốn đánh giá tiếp cần dùng hệ số bất định* $f(x)=2ax\left(\dfrac{b\sqrt{13}}{2}-bx\right)\left(\dfrac{c\sqrt{13}}{2}+cx\right)$. *Ta phải tìm được* a,b,c *để cho* $2a-b+c=0$ *đồng thời* $2ax=\left(\dfrac{b\sqrt{13}}{2}-bx\right)=\left(\dfrac{c\sqrt{13}}{2}+cx\right)$ *xảy ra tại điểm rơi* $x=\dfrac{\sqrt{39}}{6}$. *Rõ ràng việc nhìn được điểm rơi như vậy là rất khó! Đó chính là nhược điểm của BĐT so với TTH.*

Ví dụ 6 *(Đề thi thử trường THPT Chuyên Lương Thế Vinh- Đồng Nai 2017)* [4]. Để làm máng xối nước từ một tấm tôn kích thước $0,9m$ x$3m$ người ta gấp tấm tôn đó như hình vẽ biết mặt cắt của máng xối (bởi mặt phẳng song song bởi hai mặt đáy) là một hình thang cân và máng xối là một hình lăng trụ có chiều cao bằng chiều dài của tấm tôn. Hỏi $x(m)$ bằng bao nhiêu thì thể tích máng xối là lớn nhất.

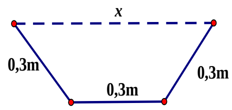
A. $x=0,5m$ **B.** $x=0,65m$

C. $x=0,4m$ **D.** $x=0,6m$

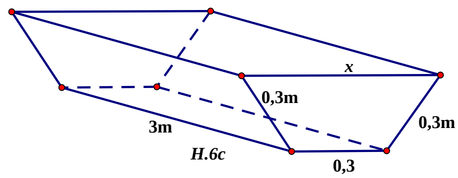
Phân tích bài toán: Học sinh mô hình hóa máng nước thành lăng trụ đứng đặt nằm ngang **(H.6c)**. Đáy của hình lăng trụ là hình thang cân như giả thiết cho. Yếu tố cố định là chiều cao của lăng trụ cũng là chiều dài của cái máng nước bằng $3m$. Yếu tố thay đổi là cạnh đáy lớn của hình thang.



H.6a



H.6b



H.6c

Lời giải: Gọi $x(0\le x\le 0,9)$ là cạnh đáy lớn của hình thang của đáy máng xối nước. Thể tích máng xối là

$$V(x)=\frac{(0,3+x)\sqrt{0,27+0,6x-x^2}}{4}.$$

Khảo sát hàm số $f(x)=(0,3+x)\sqrt{0,27+0,6x-x^2}$ ta thấy giá trị lớn nhất của $f(x)$ khi $x=0,6$.

Nhận xét: Ta có thể dùng BĐT để đánh giá hàm số $f(x)$ *như sau* [1]:

$$f(x)=\sqrt{(0,3+x)(0,3+x)(0,3+x)(0,9-x)}$$
$$=\frac{1}{\sqrt{3}}\sqrt{(0,3+x).(0,3+x).(0,3+x)(2,7-3x)}$$

$\le\dfrac{81}{100\sqrt{3}}$. *Dấu đẳng thức xảy ra khi* *và chỉ khi* $0,3+x=2,7-3x \Leftrightarrow x=0,6$. *Việc đánh giá như thế là không đơn giản đối với đa số học sinh.*

Ví dụ 7 *(Đề thi thử Sở Giáo dục và Đào tạo Thanh Hóa 2018)* [4]. Một cái ao có hình *ABCDE* như hình vẽ, ở giữa ao có một mảnh vườn hình tròn bán kính 10*m*, người ta muốn bắc một cây cầu từ bờ *AB* của ao đến vườn. Tính gần đúng độ dài tối thiểu *l* của cây cầu biết:

- Hai bờ *AE, BC* nằm trên hai đường thẳng vuông góc với nhau, hai đường thẳng này cắt nhau tại điểm *O*.

- Bờ *AB* là một phần đường parabol có đỉnh là điểm *A* và có trục đối xứng là đường thẳng *OA*.

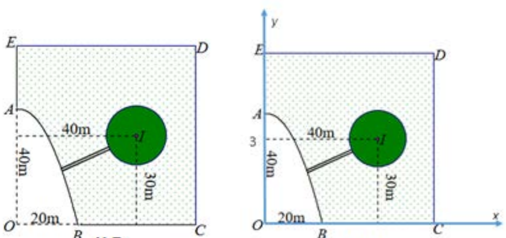
- Độ dài đoạn *OA,OB* lần lượt là $40m, 20m$.

- Tâm *I* của mảnh vườn cách đường thẳng *AE,BC* lần lượt là $40m, 30m$.

A. $l \approx 17,7$ m. **B.** $l \approx 25,7$ m.

C. $l \approx 27,7$ m. **D.** $l \approx 15,7$ m.

Phân tích bài toán: Đây là một bài toán thực tế tính khoảng cách giữa hai điểm. Để tiến hành mô hình hóa bài toán **(H.7a)**, học sinh cần chọn hệ trục tọa độ phù hợp **(H.7b)**.



H.7a H.7b

Viết được phương trình của đường parabol có cung *AB*. Sau đó chuyển bài toàn về khảo sát khoảng cách từ tâm *I* đến một điểm trên cung parabol *AB*. Để các số liệu được gọn gàng, ta có thể chọn đơn vị là 10*m*.

Lời giải: Chọn hệ trục tọa độ *Oxy* có trục *Ox* chứa điểm *B,C,* trục *Oy* chứa điểm *A,E* (**H.7b**).

Ta gọi cây cầu là *MN* với điểm *M* thuộc cung parabol còn điểm *N* nằm trên đường tròn. Nhận thấy rằng ta luôn có $MN+NI \geq MI$. Do đó nếu *MI* ngắn nhất thì dẫn đến *MN* ngắn nhất do *NI* không đổi. Do đó ta chuyển về khảo sát độ dài *MI* thay vì khảo sát độ dài *MN*. Điều này giúp ta tính toán đơn giản do điểm *I* có tọa độ cụ thể.

Chọn hệ trục như vậy và chọn đơn vị là 10*m* thì ta có điểm $I(4;3)$. Phương trình của đường parabol chứa cung *AB* là $y=4-x^2, (0 \leq x \leq 2)$. Độ dài đoạn thẳng *IM* là:

$$IM=\sqrt{(4-x)^2+(1-x^2)^2}=\sqrt{=x^4-x^2-8x+17}.$$

Xét hàm số $f(x)=x^4-x^2-8x+17$ với $x \in [0;2]$. Khảo sát hàm $f(x)$ ta được giá trị nhỏ nhất xấp xỉ bằng 7,68 khi $x=1,3917$. Vậy $\min IM \approx \sqrt{7,68} \approx 2,77$ nên độ dài $IM=27,7m$. Suy ra $MN=IM-IN=27,7-10=17,7m$. Ta chọn đáp án **A**.

Nhận xét: Với bài toán này thì dùng TTH để đánh giá dường như là phương án lựa chọn duy nhất. Đây là điểm mạnh mà BĐT không có được.

Trên đây là một số ví dụ dẫn chứng của việc vận dụng TTH vào giải quyết một vấn đề toán học. Qua đó ta thấy rằng sử dụng TTH giúp tiếp cận vấn đề một cách nhanh chóng, đưa ra lời giải chặt chẽ và gọn gàng. Đó là ưu điểm nổi bật của TTH.

3. Một số bài tập đề nghị

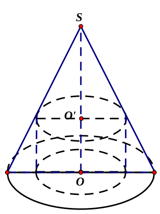
Bài 1. *(Đề thi thử THPT Chuyên Hùng Vương, Bình Dương 2018)* [4]. Trong mặt phẳng *(P)* cho tam giác XYZ cố định. Trên đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng *(P)* tại điểm X và về hai phía của *(P)* ta lấy hai điểm A,B thay đổi sao cho hai mặt phẳng *(AYZ)* và *(BYZ)* luôn vuông góc với nhau. Hỏi vị trí của A,B thỏa mãn điều kiện nào sau đây thì thể tích khối tứ diện $ABYZ$ là nhỏ nhất.

A. $XB = 2XA$ **B.** $XA = 2XB$

C. $XA.XB = YZ^2$ **D.** X là trung điểm của AB

Bài 2. Một người muốn xây một cái bể chứa nước, dạng một khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng $\frac{256}{3}m^3$, đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Giá thuê nhân công để xây bể là 500000 đồng/m^3. Nếu người đó biết xác định các kích thước của bể hợp lí thì chi phí thuê nhân công sẽ thấp nhất. Hỏi người đó trả chi phí thấp nhất để thuê nhân công xây dựng bể đó là bao nhiêu? [4].

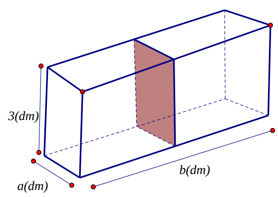
Bài 3. Một khúc gỗ có dạng khối nón có bán kính đáy $r = 30$ cm, chiều cao $h = 120$ cm. Anh thợ mộc chế tác khúc gỗ đó thành một khúc gỗ có dạng khối trụ nội tiếp trong khối nón (như hình vẽ). Gọi V là thể tích lớn nhất của khúc gỗ dạng khối trụ có thể chế tác được. Tính V [4].



Bài 4. *(Đề thi thử THPT Chuyên Lê Qúy Đôn, Quảng Trị 2018)* [4]. Bạn Hoàn có một tấm bìa hình tròn như hình vẽ, Hoàn muốn biến hình tròn đó thành một hình cái phễu hình nón. Khi đó Hoàn phải cắt bỏ hình quạt tròn AOB rồi dán hai bán kính OA và OB lại với nhau (diện tích chỗ dán nhỏ không đáng kể). Gọi x là góc ở tâm hình quạt tròn dùng làm phễu. Tìm x để thể tích phễu lớn nhất.

A. 10. **B.** 5. **C.** 69. **D.** 56

Bài 5. *(Đề thi thử trường THPT Chuyên KHTN Hà Nội 2017)* [4]. Người ta muốn thiết kế một cái bể bằng kính không có nắp với thể tích bằng $72dm^3$ và chiều cao là $3dm$. Một vách ngăn cũng bằng kính ở giữa chia bể cá thành hai ngăn với các kích thước là a,b (đơn vị *dm) (tham khảo hình vẽ)*. Tính a,b để bể cá tốn ít nguyên liệu nhất (tính cả tấm kính ở giữa), coi bề dày các tấm kính như nhau và không ảnh hưởng đến thể tích cái bể.



A. $a = \sqrt{24}, b = \sqrt{24}$; **B.** $a = 3, b = 8$

C. $a = 3\sqrt{2}, b = 4\sqrt{2}$; **D.** $a = 4, b = 6$

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Đinh Quang Minh (2016), "Vận dụng tri thức hàm để giải một số bài toán ở phổ thông", *Tạp chí khoa học - Đại học Đồng Nai*, số 03-2016, tr. 103-113

2. Đề thi chính thức THPTQG năm 2017 và 2018, website: https://toanmath.com, (26/6/2018)

3. Nguyễn Việt Hùng (2018), "Thử sức trước kỳ thi 2018 - Đề số 7", *Tạp chí Toán học tuổi trẻ*, số 490, tr. 34-37

4. Đề thi thử của các trường THPT trên toàn quốc năm 2017 và 2018, website:https://toanmath.com, (28/5/2018)

THE APPLICATION OF FUNCTIONAL KNOWLEDGE IN SOLVING MATHEMATIC PROBLEMS OF EXTREME POINTS IN GEOMETRY AND PRACTICAL MATHEMATIC ISSUES ON HIGH SCHOOL MATH CURRICULUM

ABSTRACT

Functional knowledge is a significantly important mathematic content, which is taught throughout school curriculum from primary to high school level. The full equipment with functional knowledge as well as its application in solving mathematic problems for students is math teachers' crucial and necessary mission. The use of functional knowledge not only helps students deal with mathematic problems in function, but also solve in equation, system of equations, inequality, find the maxima and minima of expression, and prove monotonic sequences, etc. In the scope of this study, the researchers applied functional knowledge to approach and solve mathematic problems of extreme points in geometry and practical mathematic issues. The researchers also had careful analysis in this application, as well as highlighting its prominent advantages in order to compare with the use of inequalities. All functional knowledge employed to approach these solutions is one-variable function.

Keywords: *Functional knowledge; inequality; evaluating, interpreting functions*

(Received: 1/10/2018, Revised: 22/2/2019, Accepted for publication: 7/5/2019)