TẠP CHÍ KHOA HỌC
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM TP HỒ CHÍ MINH

Tập 16, Số 12 (2019): 993-1000

HO CHI MINH CITY UNIVERSITY OF EDUCATION
JOURNAL OF SCIENCE

Vol. 16, No. 12 (2019): 993-1000

ISSN: 1859-3100

Website: http://journal.hcmue.edu.vn

Bài báo nghiên cứu

TÍNH NỬA LIÊN TỤC TRÊN CỦA ÁNH XẠ NGHIỆM CHO BÀI TOÁN CÂN BẰNG VÉCTƠ HAI MỨC YẾU PHỤ THUỘC THAM SỐ

***Nguyễn Văn Hưng*[1*]*, Ngô Thị Hoài An*[2]**

[1]*Học viện Công nghệ Bưu chính Viễn thông Thành phố Hồ Chí Minh*

[2]*Trường Đại học Bách khoa – ĐHQG TPHCM*

[*]*Tác giả liên hệ: Nguyễn Văn Hưng – Email: nvhung@ptithcm.edu.vn*

Ngày nhận bài: 24-10-2019; ngày nhận bài sửa: 18-11-2019; ngày duyệt đăng: 22-11-2019

TÓM TẮT

Trong bài báo này, chúng tôi xét bài toán cân bằng hai mức yếu véctơ phụ thuộc tham số. Chúng tôi thiết lập các điều kiện đủ cho tính nửa liên tục trên, tính nửa liên tục trên Hausdorff và tính đóng cho ánh xạ nghiệm của bài toán này. Kết quả nhận được của chúng tôi, Định lí 3.1 và Định lí 3.5 là mới. Nhiều ví dụ minh họa cho các giả thiết của của chúng tôi đưa ra là cần thiết.

Từ khóa: bài toán cân bằng hai mức; tính nửa liên tục trên; tính nửa liên tục trên Hausdorff; tính đóng

1. Giới thiệu

Tính chất ổn định nghiệm của bài toán liên quan đến tối ưu bao gồm tính nửa liên tục, liên tục, liên tục Holder và liên tục Lipschitz là một trong những chủ đề quan trọng trong lí thuyết tối ưu và ứng dụng. Trong những thập kỉ gần đây, đã có nhiều công trình nghiên cứu về điều kiện ổn định nghiệm cho những bài toán liên quan đến tối ưu như bài toán tối ưu (Bui, 2005), bất đẳng thức biến phân (Nguyen, 2018; Lalitha & Bhatia, 2011), bài toán cân bằng (Lam, & Nguyen, 2018 a, b). Chúng ta biết rằng tính ổn định nghiệm theo nghĩa nào thì dữ liệu bài toán cũng thường phải giả thiết theo nghĩa đó. Trong thực tế, có nhiều bài toán mà các giả thiết chặt quá về dữ liệu không được thỏa mãn. Vì vậy, tính ổn định nghiệm theo nghĩa nửa liên tục của tập nghiệm được quan tâm nghiên cứu.

Mặt khác, bài toán cân bằng đã được giới thiệu bởi Blum, và Oettli (1994). Mô hình toán học của bài toán này chứa nhiều bài toán khác nhau như: bài toán tối ưu, bài toán bất đẳng thức biến phân, bài toán điểm bất động, bài toán mạng giao thông và bài toán cân bằng Nash. Gần đây, Lam, và Nguyen (2018a) đã giới thiệu và nghiên cứu bài toán cân bằng hai mức véctơ mạnh, sau đó các tác giả nghiên cứu tính ổn định của nghiệm chính xác cho bài toán này. Tuy nhiên, theo sự hiểu biết của chúng tôi, đến thời điểm hiện tại vẫn chưa có công

Cite this article as: Nguyen Van Hung, & Ngo Thi Hoai An (2019). On the upper semicontinuity of solution mappings for parametric weak vector bilevel equilibrium problems. *Ho Chi Minh City University of Education Journal of Science, 16*(12), 993-1000.

trình nào nghiên cứu về tính nửa liên tục trên, nửa liên tục trên Hausdorff và tính đóng cho nghiệm chính xác cho bài toán cân bằng hai mức véctơ yếu phụ thuộc tham số.

Xuất phát từ những vấn đề nghiên cứu như đã đề cập ở trên, trong bài báo này, chúng tôi xét bài toán cân bằng hai mức véctơ yếu phụ thuộc tham số và thu được điều kiện đủ cho tính nửa liên tục trên, nửa liên tục trên Hausdorff và tính đóng của ánh xạ nghiệm cho bài toán này.

2. Các kiến thức chuẩn bị

Cho X, Y, Z là các không gian véctơ tôpô Hausdorff, A và Λ là các tập con lồi khác rỗng của X và Y, tương ứng và $C \subset Z$ là một nón lồi đóng có đỉnh. Lấy $K_{1,2} : A \times \Lambda \to A$ là hai hàm đa trị, $f : A \times A \times \Lambda \to Z$ là hàm véctơ. Với mỗi $\lambda \in \Lambda$, chúng ta xét *bài toán tựa cân bằng véctơ yếu phụ thuộc tham số* sau đây:

(SQEP) Tìm $\bar{x} \in K_1\left(\bar{x}, \lambda\right)$ sao cho

$$f\left(\bar{x}, y, \lambda\right) \notin -\operatorname{int} C, \forall y \in K_2\left(\bar{x}, \lambda\right).$$

Với mỗi $\lambda \in \Lambda$, lấy $E(\lambda) = \left\{x \in A : x \in K_1(x, \lambda)\right\}$ và chúng ta kí hiệu tập nghiệm của (SQEP) bởi $S(\lambda)$, nghĩa là, $S(\lambda) = \left\{x \in K_1(x, \lambda) \middle| f(x, y, \lambda) \notin -\operatorname{int} C, \forall y \in K_2(x, \lambda)\right\}$. Chúng ta luôn giả thiết rằng nghiệm của bài toán tồn tại trong lân cận của điểm đang xét.

Lấy W là không gian véctơ tôpô Hausdorff và Γ là một tập con khác rỗng của W. Lấy $B = A \times \Lambda$ và $h : B \times B \times \Gamma \to Z$ là hàm véctơ, $C' \subset Z$ là nón lồi đóng có đỉnh. Chúng ta xét bài toán *cân bằng hai mức véctơ yếu phụ thuộc tham số* sau:

(WBEP) Tìm $\bar{x}^* \in graphS^{-1}$ sao cho

$$h\left(\bar{x}^*, y^*, \gamma\right) \notin -\operatorname{int} C', \forall y^* \in graphS^{-1},$$

trong đó $graphS^{-1} = \left\{(x, \lambda) \middle| x \in S(\lambda)\right\}$ là đồ thị của S^{-1}.

Với mỗi $\gamma \in \Gamma$, chúng ta kí hiệu tập nghiệm của (WBEP) bởi $\Psi(\gamma)$, nghĩa là,

$$\Psi(\gamma) = \left\{\bar{x}^* \in graphS^{-1} \middle| h\left(\bar{x}^*, y^*, \gamma\right) \notin -\operatorname{int} C', \forall y^* \in graphS^{-1}\right\},$$

và chúng ta giả sử rằng $\Psi(\gamma) \neq \varnothing$ với mỗi γ trong lân cận của điểm đang xét.

Định nghĩa 2.1. (Aubin, & Ekeland, 1984; Dinh, 1989) Cho *X*, *Y* là các không gian véctơ tôpô và $G : X \to Y$ là một ánh xạ đa trị, $x_0 \in X$ là một điểm cho trước.

(i) G được gọi là *nửa liên tục dưới (lsc) tại* x_0 nếu $G(x_0) \cap U \neq \varnothing$ với một tập mở $U \subseteq Y$ thì sẽ tồn tại một lân cận N của x_0 sao cho $G(x) \cap U \neq \varnothing, \forall x \in N$.

(ii) G được gọi là *nửa liên tục trên (usc) tại* x_0 nếu với mọi tập mở $U \supseteq G(x_0)$ thì tồn tại một lân cận N của x_0 sao cho $U \supseteq G(x), \forall x \in N$.

(iii) G được gọi là *nửa liên tục Hausdorff (H-usc) tại* x_0 nếu với mỗi lân cận B của gốc trong Y, thì tồn tại một lân cận N của x_0 sao cho $F(x) \subseteq F(x_0) + B, \forall x \in N$.

(iv) G được gọi là *liên tục tại* x_0 nếu nó vừa nửa liên tục dưới, vừa nửa liên tục trên tại x_0.

(v) G được gọi là *đóng tại* $x_0 \in \text{dom}\, G$ nếu với mọi lưới $\{x_\alpha\}$ trong X hội tụ về x_0 và $\{y_\alpha\}$ trong Y hội tụ về y_0 sao cho $y_\alpha \in G(x_\alpha)$, thì ta có $y_0 \in G(x_0)$.

Nếu $A \subset X$, thì G được gọi là lsc (usc, H-usc, liên tục, đóng) trên A nếu G là lsc (usc, H-usc, liên tục, đóng) tại mọi $x \in \text{dom}G \cap A$. Nếu $X \equiv A$ thì ta bỏ cụm từ "trên *A*" trong các phát biểu.

Lấy $\varphi : X \to Z$ là hàm véctơ và $C \subset Z$ là nón lồi đóng có đỉnh với $\theta \in Z$, ta sử dụng các mối quan hệ của các tập mức của φ đối với C, ta định nghĩa tập mức như sau:

$$Lev_{\geq\theta}\varphi := \left\{ x \in X \,\middle|\, \varphi(x) \notin \theta - \operatorname{int} C \right\}.$$

Mệnh đề 2.2. (Aubin, & Ekeland, 1984; Dinh, 1989) *Giả sử X, Y là các không gian véctơ tôpô và $G : X \to Y$ là một ánh xạ đa trị, $x_0 \in X$ là một điểm cho trước.*

(i) Nếu G là usc tại x_0 và $G(x_0)$ đóng, thì G là đóng tại x_0.

(ii) Nếu G là usc tại x_0, thì G là Hausdorff usc tại x_0.

(iii) Nếu G nhận các giá trị compact, thì G là usc tại x_0 nếu và chỉ nếu với mọi lưới $\{x_\alpha\} \subset X$ mà hội tụ về x_0 và với mọi lưới $\{y_\alpha\} \subset G(x_\alpha)$, thì tồn tại $y \in G(x)$ và một lưới con $\{y_\beta\}$ của $\{y_\alpha\}$ sao cho $y_\beta \to y$.

3. Các kết quả chính

Trong chương này, chúng tôi nghiên cứu tính nửa liên tục trên, tính nửa liên tục trên Hausdorff và tính đóng của ánh xạ nghiệm chính xác cho bài toán cân bằng hai mức véctơ yếu phụ thuộc tham số.

Định lí 3.1.

Cho X, Y, Z và W là các không gian véctơ tôpô Hausdorff. A, Λ và Γ là các tập con lồi khác rỗng của X, Y và W, tương ứng và $C \subset Z$, $C' \subset Z$ là các nón lồi đóng có đỉnh. Lấy $K_{1,2} : A \times \Lambda \to A$ là hai hàm đa trị, $f : A \times A \times \Lambda \to Z$ là hàm véctơ và lấy $B = A \times \Lambda$ và $h : B \times B \times \Gamma \to Z$ là hàm véctơ. Giả sử rằng Λ là compắc và các điều kiện sau đây xác định:

(i) E là nửa liên tục trên với giá trị compắc và K_2 là nửa liên tục dưới;

(ii) $Lev_{\geq 0} f$ là đóng trong $A \times A \times \Lambda$;

(iii) $Lev_{\geq 0}h$ *là đóng trong* $B \times B \times \Gamma$.

Khi đó Ψ *là nửa liên tục trên và đóng trên* Γ.

Chứng minh: Giả sử ngược lại rằng Ψ là không nửa liên tục trên tại γ_0. Khi đó, tồn tại một tập mở V của $\Psi(\gamma_0)$ và một lưới $\{\gamma_\alpha\} \subset \Gamma$ hội tụ đến γ_0 sao cho tồn tại $x_\alpha^* = (x_\alpha, \lambda_\alpha) \in \Psi(\gamma_\alpha) \setminus V$, với mọi α. Từ tính compắc của Λ, ta có thể giả sử rằng $\lambda_\alpha \to \lambda_0$ với $\lambda_0 \in \Lambda$. Vì $x_\alpha \in E(\lambda_\alpha)$ và E là nửa liên tục trên với giá trị compắc, ta giả sử rằng $x_\alpha \to x_0 \in E(\lambda_0)$. Bây giờ chúng ta chứng tỏ $x_0^* = (x_0, \lambda_0) \in graphS^{-1}$, nghĩa là, $x_0 \in S(\lambda_0)$. Nếu $x_0 \notin S(\lambda_0)$ khi đó tồn tại $y_0 \in K_2(x_0, \lambda_0)$ sao cho

$$f(x_0, y_0, \lambda_0) \in -\operatorname{int} C.$$

Vì K_2 là nửa liên tục dưới tại (x_0, λ_0), tồn tại $y_\alpha \in K_2(x_\alpha, \lambda_\alpha)$ sao cho $y_\alpha \to y_0$. Vì $x_\alpha \in S(\lambda_\alpha)$, với mọi α, ta có

$$f(x_\alpha, y_\alpha, \lambda_\alpha) \notin -\operatorname{int} C.$$

Áp dụng điều kiện (ii), ta suy ra rằng $f(x_0, y_0, \lambda_0) \notin -\operatorname{int} C$, điều này không thể. Do đó $x_0^* \in graphS^{-1}$.

Tiếp theo, chúng ta chứng minh $x_0^* \in \Psi(\gamma_0)$. Nếu $x_0^* \notin \Psi(\gamma_0)$, tồn tại $y_0^* \in graphS^{-1}$ sao cho

$$h(x_0^*, y_0^*, \gamma_0) \in -\operatorname{int} C'.$$

Vì $x_\alpha^* \in \Psi(\gamma_\alpha)$, ta có

$$h(x_\alpha^*, y_\alpha^*, \gamma_\alpha) \notin -\operatorname{int} C'.$$

Từ $(x_\alpha^*, y_0^*, \gamma_\alpha) \to (x_0^*, y_0^*, \gamma_0)$ và giả thiết (iii), ta suy ra rằng

$$h(x_0^*, y_0^*, \gamma_0) \notin -\operatorname{int} C'.$$

Điều này không thể. Vì vậy $x_0^* \in \Psi(\gamma_0)$, điều này lại mâu thuẫn vì $x_\alpha^* \notin V$ với mọi α. Do đó Ψ là nửa liên tục trên trên Γ.

Cuối cùng, ta cần chứng tỏ Ψ là đóng tại γ_0. Giả sử Ψ không đóng tại γ_0, khi đó tồn tại một lưới $\{x_\alpha^*\} \subset \Psi(\gamma_\alpha)$ sao cho $x_\alpha^* = (x_\alpha, \lambda_\alpha) \to x_0^* = (x_0, \lambda_0)$, nhưng $x_0^* \notin \Psi(\gamma_0)$. Lí luận tương tự như trên chúng ta cũng nhận được một sự mâu thuẫn. Do đó chứng tỏ rằng Ψ đóng tại γ_0. □

Ví dụ sau đây chứng tỏ rằng giả thiết (i) trong Định lí 3.1 là cần thiết.

Ví dụ 3.2.

Lấy $X = Y = Z, \mathrm{W} = \mathbb{R}, A = [-2,2], \Lambda = \Gamma = [0,1],$ và $\mathrm{C} = C' = \mathbb{R}_+$

$K_1(x,\lambda) = K_2(x,\lambda) = (-2\lambda,1]$ và $h(x^*, y^*, \gamma) = (y - x + \gamma)(y - 2x + \gamma)$.

Khi đó, các giả thiết (ii) và (iii) là thỏa mãn. Từ $E(\lambda) = (-2\lambda,1]$, E là không nửa liên tục trên với giá trị compắc, vì vậy giả thiết (i) là không xác định. Tính toán trực tiếp ta có $S(\lambda) = (-2\lambda,1]$ và $graphS^{-1} = \{(x,\lambda) | x \in S(\lambda), \lambda \in [0,1]\} = (-2\lambda,1] \times [0,1]$. Do đó,

$$\Psi(0) = \left\{(x,\lambda_1) \in graphS^{-1} \middle| (y-x)(y-2x)(\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + 1) \geq 0, \forall (\mathrm{y},\lambda_2) \in graphS^{-1}\right\}$$
$$= \{1\} \times [0,1].$$

Lấy $V = \left(\frac{1}{3}, \frac{4}{3}\right) \times \left(\frac{-1}{3}, \frac{5}{3}\right)$ là tập mở của $\Psi(0)$ và $\gamma_n = \frac{1}{n} \to 0$. Ta thấy rằng $x_n^* = \left(-1 + \frac{1}{n}, 1\right) \in \Psi(\gamma_n)$, nhưng $x_n^* \notin V$ với mọi n, do đó Ψ là không nửa liên tục trên tại 0. Vì $x_n^* \to x_0^* = (-1,1) \notin \Psi(0)$. Do đó, Ψ là không đóng.

Ví dụ sau đây chứng tỏ rằng giả thiết (ii) trong Định lí 3.1 là cần thiết.

Ví dụ 3.3.

Lấy $X, Y, Z, \mathrm{W}, A, \Lambda, \Gamma, C, C'$ như trong Ví dụ 3.2 và

$K_1(x,\lambda) = K_2(x,\lambda) = [-1,1]$,

$h((x,\lambda_1),(\mathrm{y},\lambda_2),\gamma) = (y - x + \gamma)(\lambda_2 - \lambda_1)$,

$$f(x,y,\lambda) = \begin{cases} \dfrac{1}{x}, & khi \;\; \lambda = 0, x \neq 0, \\ x - y, & khi \;\; \lambda \neq 0. \end{cases}$$

Ta thấy rằng các giả thiết của Định lí 3.1 là thỏa mãn ngoại trừ giả thiết (ii). Thật vậy, ta lấy $x_n = -\frac{1}{2} + \frac{1}{n}, \mathrm{y}_n = -1 + \frac{1}{n}, \lambda_n = \frac{1}{n}$, khi đó $(x_n, y_n, \lambda_n) \to \left(-\frac{1}{2}, -1, 0\right)$, $f(x_n, y_n, \lambda_n) = \frac{1}{2} \geq 0$, nhưng $f\left(-\frac{1}{2}, -1, 0\right) = -2 < 0$. Tính toán trực tiếp ta có $S(0) = (0,1]$ $S(\lambda) = \{1\}$ với mọi $\lambda \in (0,1]$, do đó $graphS^{-1} = \{(x,\lambda) | x \in S(\lambda), \lambda \in [0,1]\} = (0,1] \times \{0\} \cup \{1\} \times (0,1]$.

Ta cũng thấy rằng

$$\Psi(0) = \left\{x^* = (x,\lambda_1) \in graphS^{-1} \middle| h((x,\lambda_1),(\mathrm{y},\lambda_2),0) \geq 0, \forall (\mathrm{y},\lambda_2) \in graphS^{-1}\right\} = \{(1,1)\}$$

Lấy $V = \left(\frac{1}{4}, \frac{6}{4}\right) \times \left(\frac{1}{4}, \frac{7}{4}\right)$ là một tập mở của $\Psi(0)$, và $\gamma_n = \frac{1}{n} \to 0$. Ta có thể kiểm tra rằng

$x_n^* = \left(\frac{1}{2n}, 0\right) \in \Psi(0) \setminus V$ với mọi n, và $x_n^* \to (0,0) \notin \Psi(0)$. Do đó, Ψ là không nửa liên tục trên cũng không đóng tại 0.

Ví dụ sau đây chứng tỏ rằng giả thiết (iii) trong Định lí 3.1 là cần thiết.

Ví dụ 3.4.

Lấy $X, Y, Z, \mathrm{W}, A, \Lambda, \Gamma, C, C', f$ như trong Ví dụ 3.2 và

$K_1(x,\lambda) = K_2(x,\lambda) = [0,1]$,

$$h\left((x,\lambda_1),(\mathrm{y},\lambda_2),\gamma\right) = \begin{cases} (y-x)(\lambda_2-\lambda_1) & khi \quad \gamma = 0, \\ xy(y-x)(\lambda_2-\lambda_1) & khi \quad \gamma \neq 0. \end{cases}$$

Ta thấy rằng các giả thiết (i) và (ii) là thỏa mãn. Tính toán trực tiếp ta được tập nghiệm của (SQEP) là $S(\lambda) = [0,1]$. Vì vậy,

$$graphS^{-1} = \left\{(x,\lambda) \middle| x \in S(\lambda), \lambda \in [0,1]\right\} = [0,1] \times [0,1].$$

Ta cũng có

$$\Psi(0) = \left\{(0,1),(0,0)\right\};\ \Psi(\gamma) = \left\{(0,\lambda) \middle| \lambda \in [0,1]\right\} \cup \left\{(1,1)\right\}, \forall \gamma \in]0,1].$$

Ta thấy Ψ là không nửa liên tục trên và không đóng tại $\gamma_0 = 0$, vì điều kiện (iii) không xác định.

Thật vậy lấy $x_n^* = \left(0, 1-\frac{1}{n}\right), y_n^* = \left(1, \frac{1}{n}\right)$, và $\gamma_n = \frac{1}{n}$. Khi đó, $x_n^* \to x_0^* = (0,1)$, $\mathrm{y}_n^* \to y_0^* = (1,0), \gamma_n \to \gamma_0 = 0$ và $h\left(x_n^*, \mathrm{y}_n^*, \gamma_n\right) \geq 0$, nhưng $h\left(x_0^*, \mathrm{y}_0^*, \gamma_0\right) = -1 < 0$.

Định lí 3.5.

Cho X, Y, Z và W là các không gian véctơ tôpô Hausdorff, A, Λ và Γ là các tập con lồi khác rỗng của X, Y và W, tương ứng và $C \subset Z$ và $C' \subset Z$ là các nón lồi đóng có đỉnh. Lấy $K_{1,2}: A \times \Lambda \to A$ là hai hàm đa trị, $f: A \times A \times \Lambda \to Z$ là hàm véctơ và lấy $B = A \times \Lambda$ và $h: B \times B \times \Gamma \to Z$ là hàm véctơ. Giả sử rằng Λ là compắc và các điều kiện sau đây xác định:

(i) E là nửa liên tục trên với giá trị compắc và K_2 là nửa liên tục dưới;

(ii) Với mọi $x_0 \in K_1(x_0,\lambda_0)$ và với mọi $(x_\alpha,\lambda_\alpha) \to (x_0,\lambda_0)$, tồn tại $y_0 \in K_2(x_0,\lambda_0)$ sao cho $f(x_0, \mathrm{y}_0, \lambda_0) \in -\operatorname{int} C$, khi đó tồn tại α sao cho $f(x_\alpha, \mathrm{y}_\alpha, \lambda_\alpha) \in -\operatorname{int} C$ với một số $y_\alpha \in K_2(x_\alpha, \lambda_\alpha)$;

(iii) Với mọi $x_0^* \in graphS^{-1}$ và với mọi $\left(x_\alpha^*, \gamma_\alpha\right) \to \left(x_0^*, \gamma_0\right)$, tồn tại $y_0^* \in graphS^{-1}$ sao cho $h\left(x_0^*, \mathrm{y}_0^*, \gamma_0\right) \in -\operatorname{int} C'$, khi đó tồn tại α sao cho $h\left(x_\alpha^*, \mathrm{y}_\alpha^*, \gamma_\alpha\right) \in -\operatorname{int} C'$ với một số $y_\alpha^* \in graphS^{-1}$.

Khi đó Ψ là nửa liên tục trên Hausdorff trên Γ.

Chứng minh: Đầu tiên ta chứng minh Ψ là nửa liên tục trên. Giả sử ngược lại rằng ánh xạ nghiệm Ψ không nửa liên tục trên tại γ_0. Khi đó tồn tại một tập mở V sao cho $\Psi(\gamma_0) \subset V$, và lưới $\{\gamma_\alpha\} \subset \Gamma$ và $x^*_\alpha = (x_\alpha, \lambda_\alpha) \in \Psi(\gamma_\alpha)$ sao cho $\gamma_\alpha \to \gamma_0$ và $x^*_\alpha \notin V$ với mọi α. Từ tính compắc của Λ, ta có thể giả sử rằng $\lambda_\alpha \to \lambda_0$ với $\lambda_0 \in \Lambda$. Vì $x_\alpha \in E(\lambda_\alpha)$ và E là nửa liên tục trên với giá trị compắc, ta giả sử rằng $x_\alpha \to x_0 \in E(\lambda_0)$.

Vì $x^*_\alpha = (x_\alpha, \lambda_\alpha) \in graphS^{-1}$ với mọi α, ta có

$$f(x_\alpha, y_\alpha, \lambda_\alpha) \notin -\operatorname{int} C, \tag{1}$$

và

$$h(x^*_\alpha, y^*_\alpha, \gamma_\alpha) \in -\operatorname{int} C'. \tag{2}$$

Bây giờ, chúng ta chứng tỏ $x^*_0 = (x_0, \lambda_0) \in graphS^{-1}$. Nếu $x^*_0 = (x_0, \lambda_0) \notin graphS^{-1}$ khi đó tồn tại $y_0 \in K_2(x_0, \lambda_0)$ sao cho

$$f(x_0, y_0, \lambda_0) \in -\operatorname{int} C,$$

và tồn tại $y^*_0 \in graphS^{-1}$ *sao cho*

$$h(x^*_0, y^*_0, \gamma_0) \in -\operatorname{int} C'.$$

Vì K_2 là nửa liên tục dưới tại (x_0, λ_0), tồn tại $y_\alpha \in K_2(x_\alpha, \lambda_\alpha)$ sao cho $y_\alpha \to y_0$. Từ $(x^*_\alpha, y^*_\alpha, \lambda_\alpha) \to (x^*_0, y^*_0, \lambda_0)$ và điều kiện (ii), (iii), tồn tại α, sao cho

$$f(x_\alpha, y_\alpha, \lambda_\alpha) \in -\operatorname{int} C,$$

và

$$h(x^*_\alpha, y^*_\alpha, \gamma_\alpha) \in -\operatorname{int} C',$$

điều này mâu thuẫn với (1) và (2). Vì vậy $x^*_0 \in \Psi(\gamma_0)$, điều này lại mâu thuẫn vì $x^*_\alpha \notin V$ với mọi α. Do đó Ψ là nửa liên tục trên trên Γ. Từ Mệnh đề 2.2, ta có Ψ là nửa liên tục trên Hausdorff trên Γ. □

4. Kết luận

Trong bài báo này, chúng tôi nghiên cứu một số tính chất nửa liên tục như tính nửa liên tục trên, tính nửa liên tục trên Hausdorff và tính đóng của ánh xạ nghiệm chính xác cho một mô hình bài toán cân bằng hai mức véctơ yếu phụ thuộc tham số. Như đã đề cập trong mục giới thiệu rằng đến thời điểm hiện tại các tác không thấy bất kì công trình nào nghiên cứu về tính nửa liên tục trên, tính nửa liên tục trên Hausdorff và tính đóng của ánh xạ nghiệm chính xác cho bài toán cân bằng hai mức véctơ yếu phụ thuộc tham số. Vì vậy các kết quả nhận được trong bài báo này là mới.

❖ ***Tuyên bố về quyền lợi:*** *Các tác giả xác nhận hoàn toàn không có xung đột về quyền lợi.*

TÀI LIỆU THAM KHẢO

Aubin, J. P., & Ekeland, I. (1984). *Applied Nonlinear Analysis.* New York: John Wiley and Sons.

Blum, E., & Oettli, W. (1994). From optimization and variational inequalities to equilibrium problems. *Mathematic. Student-India, 63*, 123-145.

Bui, T. K. (2005). On the lower semicontinuity of optimal solution sets. *Optimization*, *54*, 123-130.

Dinh, T. L. (1989). *Theory of Vector Optimization*: Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems. Springer-Verlag Berlin Heidelberg.

Lalitha, C. S., & Bhatia, G. (2011), Stability of parametric quasivariational inequality of the Minty type. *Journal of Optimization Theory and Applications, 148*, 281-300.

Lam, Q. A., & Nguyen, V. H (2018a). Stability of solution mappings for parametric bilevel vector equilibrium problems. *Computational & Applied Mathematics, 37*, 1537-1549.

Lam, Q. A., & Nguyen, V. H (2018b). Gap functions and Hausdorff continuity of solution mappings to parametric strong vector quasiequilibrium problems. *Journal of Industrial and Management Optimization, 14*, 65-79.

Nguyen, V. H. (2018). On the stability of the solution mapping for parametric traffic network problems. *Indagationes Mathematicae, 29*, 885-894.

ON THE UPPER SEMICONTINUITY OF SOLUTION MAPPINGS FOR PARAMETRIC WEAK VECTOR BILEVEL EQUILIBRIUM PROBLEMS

Nguyen Van Hung[1*], Ngo Thi Hoai An[2]

[1]Posts and Telecommunications Institute of Technology, Ho Chi Minh City, Vietnam

[2]Ho Chi Minh City University of Technology, Vietnam National University – Ho Chi Minh City

[*]Corresponding author: Nguyen Van Hung – Email: nvhung@ptithcm.edu.vn

Received: October 24, 2019; Revised: November 18, 2019; Accepted: November 22, 2019

ABSTRACT

This paper examines parametric weak vector bilevel equilibrium problems. The sufficient conditions of upper semicontinuity, Hausdorff upper semicontinuity, and closedness of solution mappings for this problem were established. Our main results, Theorme 3.1 and Theorem 3.5 are new. Some examples are given to illustrate the results.

Keywords: bilevel equilibrium problems; upper semicontinuity; Hausdorff upper semicontinuity; closedness