

## RÈN LUYỆN KĨ NĂNG VẬN DỤNG TOÁN HỌC CHO HỌC SINH LỚP 12 THPT THÔNG QUA DẠY HỌC CHỦ ĐỀ LŨY THỪA, MŨ, LÔGARIT

Bùi Thị Hạnh Lâm<sup>1\*</sup>, Phạm Thị Thu Hằng<sup>2</sup>,  
Đoàn Ánh Dương<sup>3</sup>, Lê Thị Thu Sen<sup>4</sup>

<sup>1</sup>Trường Đại học Sư phạm – ĐH Thái Nguyên, <sup>2</sup>Trường THPT Ngô Quyền, TP. Thái Nguyên  
<sup>3</sup>Trường THPT Bắc Sơn, Bắc Sơn, Lạng Sơn, <sup>4</sup>Trường THPT Ngô Quyền, TP. Nam Định

### TÓM TẮT

Việc rèn luyện kĩ năng vận dụng Toán học cho học sinh không chỉ giúp học sinh hiểu sâu sắc hơn các kiến thức, củng cố các kĩ năng Toán học mà các em còn thấy được ý nghĩa, vai trò của môn Toán đối với các lĩnh vực khoa học khác cũng như đối với thực tiễn cuộc sống. Trong phạm vi của bài báo này, chúng tôi sẽ tập trung trình bày về kĩ năng vận dụng Toán học, một số biện pháp sư phạm rèn luyện kĩ năng vận dụng Toán học cho học sinh thông qua dạy học chủ đề lũy thừa, mũ, lôgarit. Chúng tôi đã sử dụng các phương pháp nghiên cứu: nghiên cứu lí luận, nghiên cứu thực tiễn và thực nghiệm sư phạm. Trên cơ sở nghiên cứu lí luận và thực tiễn, chúng tôi đã đưa ra quan niệm về kĩ năng vận dụng, biểu hiện của kĩ năng vận dụng Toán học.

**Từ khóa:** kĩ năng; rèn luyện; kĩ năng vận dụng; kĩ năng vận dụng Toán học; rèn luyện kĩ năng vận dụng Toán học.

*Ngày nhận bài: 3/4/2019; Ngày hoàn thiện: 6/5/2019; Ngày duyệt đăng: 10/5/2019*

## PRACTICING SKILLS OF MATHEMATIC APPLYING FOR 12 GRADE STUDENTS BY TEACHING TOPICS ABOUT POWERS, EXPONENTS AND LOGARITHM

Bui Thi Hanh Lam<sup>1\*</sup>, Pham Thi Thu Hang<sup>2</sup>,  
Doan Anh Duong<sup>3</sup>, La Thi Thu Sen<sup>4</sup>

<sup>1</sup>TNU – University of Education, <sup>2</sup> Ngo Quyen High School, Thai Nguyen city  
<sup>3</sup>Bac Son High School, Bac Son, Lang Son city, <sup>4</sup>Ngo Quyen High School, Nam Dinh city

### ABSTRACT

Practicing skills of Mathematic applying for students can help them to understand of Mathematical knowledge, practice Mathematic skills and understand the meaning and relations between Mathematic and other subjects or real - life. In this article, we are going to focus on presenting skills of Mathematic applying, some teaching methods can be used to help students practice skills of math applying by teaching topics about Powers, Exponents and Logarithm. We have used research methods: theoretical research, survey research and pedagogical experiment. On the basis of theoretical and survey research, we have given the concept of Mathematic applying skills, expression of Mathematic applying skills and proposed three pedagogical measures to practice skills to use Mathematic for students

**Keyword:** skills; practice; skill applying; skills of Mathematic applying; practice skills of Mathematic applying.

*Received: 3/4/2019; Revised: 6/5/2019; Approved: 10/5/2019*

\* Corresponding author. Email: buihanhlamdhsptn@gmail.com

## 1. Đặt vấn đề

Toán học là một môn học công cụ của nhiều các môn học ở trường phổ thông và cũng là một trong những môn học có mối liên hệ rất chặt chẽ với thực tiễn. Trong quá trình dạy học Toán ở trường phổ thông, ngoài việc trang bị cho người học những kiến thức, kỹ năng Toán học, giáo viên (GV) nên rèn luyện cho học sinh (HS) kỹ năng vận dụng Toán học trong các môn học khác và trong thực tiễn [1].

Việc rèn luyện kỹ năng vận dụng Toán học cho HS không chỉ giúp HS hiểu sâu sắc hơn các kiến thức, củng cố các kỹ năng Toán học mà các em còn thấy được ý nghĩa, vai trò của môn Toán đối với các lĩnh vực khoa học khác cũng như đối với thực tiễn cuộc sống. Việc rèn luyện kỹ năng vận dụng Toán học còn đặc biệt có ý nghĩa trong việc rèn luyện kỹ năng giải quyết vấn đề và kỹ năng tư duy cho HS – những kỹ năng rất quan trọng đối với HS của bất cứ quốc gia nào trong bối cảnh toàn cầu hóa hiện nay.

Chủ đề lũy thừa, mũ, lôgarit là một chủ đề có nhiều tiềm năng để rèn luyện kỹ năng vận dụng Toán học cho HS. Tuy nhiên, thực tiễn dạy học ở trường phổ thông cho thấy, nhiều GV chưa quan tâm đến việc rèn luyện kỹ năng vận dụng Toán học cho HS thông qua dạy học chủ đề lũy thừa, mũ, lôgarit và kỹ năng vận dụng Toán học của nhiều HS đối với chủ đề này còn nhiều hạn chế.

Vì thế, trong khuôn khổ của bài báo này chúng tôi sẽ tập trung trình bày về kỹ năng vận dụng Toán học, một số biện pháp sư phạm rèn luyện kỹ năng vận dụng Toán học cho HS lớp 12 THPT thông qua dạy học chủ đề lũy thừa, mũ, lôgarit.

## 2. Rèn luyện kỹ năng vận dụng toán học cho học sinh lớp 12 THPT thông qua dạy học chủ đề lũy thừa, mũ, lôgarit

### 2.1 Quan niệm về kỹ năng vận dụng Toán học

Có rất nhiều cách quan niệm khác nhau về kỹ năng tùy theo góc độ quan tâm của người nghiên cứu hoặc lĩnh vực nghiên cứu:

Theo từ điển Tiếng Việt [8], “Kỹ năng là khả năng vận dụng những kiến thức thu nhận được trong một lĩnh vực nào đó vào thực tế”.

“Kỹ năng là năng lực sử dụng các dữ kiện, các tri thức hay khái niệm đã có, năng lực vận

dụng chúng để phát hiện những thuộc tính, bản chất của các sự vật và giải quyết thành công những nhiệm vụ lý luận hay thực hành xác định” [1].

Theo [2], “Kỹ năng là khả năng vận dụng kiến thức (khái niệm, cách thức, phương pháp) để giải quyết một nhiệm vụ mới”.

Như vậy, kỹ năng có thể được hiểu theo nhiều cách khác nhau. Tuy nhiên, các khái niệm đó đều có điểm chung đó là: nói đến kỹ năng là nói đến cách thức, thủ thuật và trình tự thực hiện các thao tác, hành động để đạt được mục đích đã định. Kỹ năng chính là kiến thức trong hành động, nó được hình thành, phát triển trong hoạt động và bằng hoạt động.

Xét theo góc độ về kỹ năng vận dụng Toán học, chúng tôi quan niệm “*Kỹ năng là khả năng biết vận dụng những kiến thức, kinh nghiệm đã có một cách phù hợp với điều kiện thực tiễn để thực hiện có kết quả một hành động hay một hoạt động nào đó.*”

Trên cơ sở đó chúng tôi cho rằng “*Kỹ năng vận dụng Toán học là khả năng người học huy động, sử dụng những kiến thức, kỹ năng Toán học đã học trên lớp hoặc học qua trải nghiệm thực tế của cuộc sống để giải quyết những vấn đề đặt ra trong những tình huống đa dạng, phức tạp của Toán học, của các môn học khác hay của đời sống một cách hiệu quả.*”

### 2.2 Biểu hiện của kỹ năng vận dụng Toán học

Dựa trên quan niệm trên về kỹ năng vận dụng Toán học, qua nghiên cứu các công trình liên quan trong các tài liệu [3], [4], [5] và khảo sát thực tiễn dạy học ở trường phổ thông, chúng tôi nhận thấy kỹ năng vận dụng Toán học của HS có thể có các biểu hiện sau: Hiểu được sâu sắc các kiến thức Toán học, hiểu được sự thể hiện, ý nghĩa thực tiễn của các kiến thức Toán học trong chương trình; Có khả năng phát hiện, phân tích và chuyển tình huống thực tiễn, tình huống trong các môn học khác thành tình huống Toán học; Có khả năng xác định và tìm hiểu các thông tin Toán học liên quan đến tình huống cần giải quyết; Lập kế hoạch, đề xuất các giải pháp, chọn giải pháp phù hợp để giải quyết tình huống; Có khả năng chuyển từ tình huống Toán học đã học thành các tình huống thường gặp trong thực tiễn, trong các môn học khác.

### 2.3 Một số biện pháp sư phạm rèn luyện kỹ năng vận dụng Toán học cho HS lớp 12 trong dạy học chủ đề lũy thừa, mũ, lôgarit

#### 2.3.1 Rèn luyện kỹ năng vận dụng Toán học vào nội bộ môn Toán thông qua chủ đề lũy thừa, mũ, lôgarit

##### Mục đích của biện pháp

Thông qua việc vận dụng Toán học vào nội bộ môn Toán giúp HS củng cố kiến thức Toán học đồng thời làm cho HS thấy rõ những ứng dụng của chủ đề lũy thừa, mũ, lôgarit trong việc giải toán.

##### Hướng dẫn thực hiện biện pháp

Để thực hiện biện pháp này, GV có thể thực hiện theo các bước sau:

Bước 1: Hình thành kiến thức.

Trong các tình huống điển hình dạy học khái niệm, dạy học định lý, dạy học quy tắc phương pháp trong chủ đề này GV sẽ phải hình thành cho HS khái niệm lôgarit, hàm số mũ, hàm số lũy thừa, hàm số lôgarit, các định lý, quy tắc về phép biến đổi lũy thừa, mũ, lôgarit và tính chất của hàm số mũ, hàm số lũy thừa, hàm số lôgarit.

Bước 2: Củng cố kiến thức.

Trong các tình huống điển hình trên, sau khi hình thành kiến thức, GV cần giúp HS củng cố các kiến thức đã học qua thông qua hoạt động nhận dạng và thể hiện.

Hoạt động nhận dạng và thể hiện khái niệm, định lý, quy tắc phương pháp, hoạt động giải bài tập là những hoạt động cần thiết và quan trọng để HS củng cố các kiến thức, kỹ năng Toán học vào trong tình huống của nội bộ môn Toán [3]. Việc củng cố này cần được thực hiện một cách thường xuyên và có hệ thống.

Hoạt động nhận dạng và thể hiện này có thể được thực hiện dưới dạng các câu hỏi, bài tập ngắn yêu cầu vận dụng trực tiếp hoặc các hoạt động củng cố, tìm tòi, mở rộng đào sâu ở cuối giờ học (GV có thể thiết kế các hoạt động đòi hỏi HS vận dụng một cách tương đối tổng hợp, nâng cao hơn các kiến thức, kỹ năng) theo những hình thức khác nhau. Qua đó, HS sẽ từng bước được rèn luyện và phát triển về kỹ năng vận dụng Toán học trong nội bộ môn Toán, đồng thời GV có thể thu được phản hồi về việc lĩnh hội kiến thức và mức độ kỹ năng của HS,

thấy được những điểm HS còn chưa hiểu, những lúng túng và sai lầm của các em, có biện pháp giúp HS bổ sung, sửa chữa kịp thời.

Ví dụ 1: Sau khi học xong định nghĩa lôgarit GV có thể cho HS củng cố qua bài tập sau:

“1. Tính  $\log_4 4\sqrt[3]{2}$

2. Tìm cơ số  $a$  biết:  $\log_a(3\sqrt{3}\sqrt[3]{3}) = -\frac{11}{12}$ ”

Giải:

a. Ta có:

$$\log_4 4\sqrt[3]{2} = x \Leftrightarrow$$

$$4^x = 4\sqrt[3]{2} \Leftrightarrow 4^x = 2^{\frac{7}{3}} \Leftrightarrow 4^x = 4^{\frac{7}{6}} \Leftrightarrow x = \frac{7}{6}$$

b. Ta có:

$$\log_a(3\sqrt{3}\sqrt[3]{3}) = -\frac{11}{12} \Leftrightarrow$$

$$a^{-\frac{11}{12}} = 3\sqrt{3}\sqrt[3]{3} \Leftrightarrow a^{-\frac{11}{12}} = 3^{\frac{11}{6}} \Leftrightarrow a^{-\frac{11}{12}} = 9^{\frac{11}{12}}$$

$$\Leftrightarrow a^{-\frac{11}{12}} = \left(\frac{1}{9}\right)^{-\frac{11}{12}} \Leftrightarrow a = \frac{1}{9}$$

Ví dụ trên giúp HS hiểu rõ hơn về khái niệm lôgarit, thấy được phép toán mũ và lôgarit là hai phép toán ngược của nhau.

Ví dụ 2: Sau khi học xong các quy tắc tính lôgarit, trong hoạt động luyện tập củng cố toàn bài, GV đưa ra một số bài tập tổng hợp để HS củng cố các quy tắc đó:

Bài tập 1: a. Tính giá trị của các biểu thức

$$\text{sau: } A = \frac{25^{\log_5 6} + 49^{\log_7 8} - 3}{3^{1+\log_3 4} + 4^{2-\log_2 3} + 5^{\log_{125} 27}}$$

b. Cho  $m = \log_2 3$  và  $n = \log_2 5$ . Tính theo  $m$ ,

$n$  giá trị của các biểu thức:  $B = \log_2 \sqrt[3]{360}$

Giải:

a. Ta biến đổi biểu thức về dạng:

$$\begin{aligned} A &= \frac{(5^2)^{\log_5 6} + (7^2)^{\log_7 8} - 3}{3 \cdot 3^{\log_3 2^4} + \frac{4^2}{(2^2)^{\log_2 3}} + 5^{\log_5 3^3}} \\ &= \frac{(5^{\log_5 6})^2 + (7^{\log_7 8})^2 - 3}{3 \cdot (3^{\log_3 4})^{\frac{1}{2}} + \frac{4^2}{(2^{\log_2 3})^2} + 5^{\log_5 3^3}} \\ &= \frac{36 + 64 - 3}{6 + \frac{16}{9} + 3} = 9 \end{aligned}$$

b. Ta có:

$$B = \log_2 \sqrt[3]{360} = \log_2 (\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{5}) = \\ = \frac{1}{2} + \frac{1}{3}m + \frac{1}{6}n$$

Qua bài tập giúp HS vận dụng tổng hợp quy tắc tính lôgarit của một tích và quy tắc tính lôgarit của một lũy thừa trong việc giải quyết bài tập.

*2.3.2 Rèn luyện kỹ năng vận dụng Toán học vào các môn học khác thông qua chủ đề lũy thừa, mũ, lôgarit*

*Mục đích của biện pháp*

Day học tích hợp liên môn là một trong những nhu cầu và định hướng đổi mới phương pháp dạy học ở trường phổ thông hiện nay. Theo [6], dạy học tích hợp liên môn là dạy học những nội dung kiến thức liên quan đến hai hay nhiều môn học, là việc liên kết các kiến thức của các môn học để phối hợp, giải quyết một tình huống. Thông qua việc vận dụng kiến thức về lũy thừa, mũ, lôgarit trong các môn học khác một mặt HS vừa được củng cố kiến thức về lũy thừa, mũ, lôgarit, mặt khác còn thấy được vai trò cụ thể của môn Toán, mối quan hệ liên môn giữa các môn học như Vật lí, Sinh học, Địa lí...

*Hướng dẫn thực hiện*

Cách thức và mức độ tích hợp phải được GV nghiên cứu để thiết kế và tổ chức dạy học sao cho các tình huống dạy học tích hợp phát huy được vai trò của các môn học, tránh khiên cưỡng, làm mất đi ý nghĩa, tính chính xác về khoa học của các lĩnh vực khoa học, đồng thời phải phù hợp với đối tượng HS và cơ sở vật chất của nhà trường. Trong khuôn khổ của một tiết dạy Toán, GV có thể lồng ghép các tình huống tích hợp liên môn vào các giai đoạn khác nhau như: gọi động cơ, hình thành kiến thức, củng cố, tìm tòi, mở rộng, đào sâu.

*a) Thiết kế tình huống dạy học liên môn để gọi động cơ hình thành kiến thức lũy thừa, mũ, lôgarit*

Việc gọi động cơ bằng các tình huống dạy học liên môn làm cho quá trình học tập có ý nghĩa hơn và từ đó HS xác định rõ mục tiêu, các mối quan hệ giữa các môn học khác nhau.

*Ví dụ 3:* GV có thể gọi động cơ hình thành khái niệm lôgarit từ vấn đề tiếng ồn (độ to của âm thanh) trong thực tiễn đồng thời cũng liên quan đến độ ồn của âm thanh (mức cường độ âm) trong Vật lí.

Tình huống (thảo luận nhóm): Người ta biết được công suất âm thanh từ tiếng la hét của một em bé là 9,5 (W). Hãy tính độ ồn của âm thanh này.

Câu hỏi 1: Làm thế nào giải quyết được vấn đề này?

Câu hỏi 2: Hãy biểu diễn 9,5 dưới dạng  $10^x$ ?

Câu hỏi 3: Hãy tính độ ồn âm thanh la hét của em bé ở trên?

Thông qua ví dụ, GV phân tích và giúp HS phát hiện ra khái niệm lôgarit như sau:

Vấn đề đặt ra là cần biểu diễn chính xác số mũ  $x$  trong lũy thừa cơ số 10 sao cho bằng một số dương bất kỳ. Mặt khác, các nhà Toán học đã chứng minh được rằng với hai số dương  $a, b, a \neq 1$ , luôn tồn tại duy nhất số mũ  $\alpha$  sao cho  $a^\alpha = b$  (điều này sẽ được kiểm chứng lại ở bài hàm số mũ). Để giải quyết vấn đề này, các nhà Toán học đã đi tìm cách thức tổng quát cho việc tìm kiếm số mũ trong biểu thức lũy thừa đó với cơ số bất kì. Qua bài học hôm nay, chúng ta sẽ tìm hiểu về khái niệm lôgarit - ý tưởng Toán học được sử dụng để biểu diễn cho số mũ  $\alpha$  trong  $a^\alpha = b$  với  $a, b > 0, a \neq 1$ .

*Ví dụ 4:* Giúp HS thấy được khái niệm hàm số mũ xuất phát từ nhu cầu thực tiễn liên quan đến sự tăng trưởng của vi khuẩn trong Sinh học.

GV đưa ra bài toán sau “*Sự tăng trưởng của một loài vi khuẩn tuân theo công thức  $S = A.e^{rt}$ , trong đó  $A$  là số lượng vi khuẩn ban đầu,  $r$  là tỉ lệ tăng trưởng ( $r > 0$ ),  $t$  là thời gian tăng trưởng. Biết rằng số lượng vi khuẩn ban đầu là 100 con và tỉ lệ tăng trưởng của loài vi khuẩn này là 21%. Hỏi sau 10 giờ có bao nhiêu con vi khuẩn? Sau bao lâu số lượng vi khuẩn ban đầu sẽ tăng gấp đôi?*”

Giải: Áp dụng công thức  $S = A.e^{rt}$  ta có:

Sau 10 giờ sẽ có số con vi khuẩn là:  
 $S = 100.e^{0,21 \cdot 10} = 100.e^{2,1} = 816$  (con)

Để số lượng vi khuẩn gấp đôi số lượng ban đầu thì  $200 = 100.e^{0,21t}$

$$\Rightarrow e^{0,21t} = 2 \Rightarrow t = \frac{\ln 2}{0,21} \approx 3,3 \text{ (giờ)}$$

GV gợi mở: Sự tăng trưởng của loài vi khuẩn trên biến thiên theo đại lượng thời gian  $t$  với ẩn  $t$  ở số mũ của lũy thừa được gọi là hàm số mũ.

Tình huống bài tập đưa ra nhằm hình thành khái niệm hàm số mũ cho HS và cũng có thể dùng để gợi động cơ hướng HS đến việc giải phương trình mũ  $a^{f(x)} = b$ .

b) Sau khi học xong kiến thức phân lũy thừa, mũ, lôgarit cho HS vận dụng kiến thức Toán học vào các tình huống liên môn.

Trong chủ đề lũy thừa, mũ, lôgarit ở trường phổ thông có nhiều nội dung liên quan hoặc có thể được khai thác, sử dụng trong các môn học khác như: Vật lý, Hóa học, Sinh học, Địa lý... Khai thác tốt những yếu tố liên môn vừa giúp HS giải quyết các tình huống trong các môn học khác đồng thời góp phần rèn luyện cho HS năng lực vận dụng Toán học vào các môn học khác. Tuy nhiên, nội dung môn Toán thường mang tính trừu tượng và khái quát, hơn nữa bản chất Toán học nhiều khi bị che lấp bởi các thuật ngữ khoa học của các môn học khác nên nếu HS không có được kiến thức các môn học đó vững vàng thì khó có thể nhận ra được kiến thức, kỹ năng Toán học ẩn chứa ở đó. Vì vậy, sau khi học xong các kiến thức, kỹ năng của chủ đề lũy thừa, mũ, lôgarit, GV nên thiết kế các hoạt động liên môn để HS củng cố. Hoạt động củng cố liên môn phải gắn với nội dung Toán học mà HS vừa học nhưng phải gắn với các môn học khác và phải đảm bảo các kiến thức liên môn đó HS đã được học ở các môn học khác.

Ví dụ 5: Để HS củng cố khái niệm lôgarit, GV đưa ra bài Toán về sự phát triển của vi sinh vật đã được học trong chương trình lớp 10 môn Sinh học như sau:

“Một loại vi khuẩn sinh sản theo kiểu phân đôi tế bào với thời gian thế hệ là 30 phút, giả sử ban đầu chỉ có một tế bào.

Thời gian $t$ (phút)	60	90	120	150	180	200	240
Số lượng tế bào $N$							

a) Điền các số thích hợp vào ô trống và tìm công thức liên hệ giữa số lượng tế bào  $N$  và thời gian  $t$ .

b) Cần bao lâu để từ một tế bào ban đầu ta có 1024 tế bào?

c) Số tế bào trong quần thể là bao nhiêu sau 24 giờ 45 phút?”

Để củng cố quy tắc tính lôgarit, GV có thể sử dụng tình huống về độ chấn động trong Địa lý sau:

“Ví dụ 6: Cường độ một trận động đất  $M$  (Richter) được cho bởi công thức:  $M = \log A - \log A_0$  với  $A$  là biên độ rung chấn tối đa và  $A_0$  là một biên độ chuẩn (hằng số). Đầu thế kỉ 20, một trận động đất ở San Francisco có cường độ 8,3 độ Richter. Trong cùng năm đó, một trận động đất khác ở Nam Mỹ có biên độ mạnh gấp 4 lần. Cường độ trận động đất ở Nam Mỹ là?”

c) Xây dựng chuyên đề tích hợp liên môn trong dạy học toán chủ đề lũy thừa, mũ, lôgarit

Dạy học theo chủ đề tích hợp liên môn là hình thức tìm tòi những nội dung, những chủ đề giao thoa giữa các môn học với nhau, những khái niệm, tư tưởng chung giữa các môn học, tức là con đường tích hợp những nội dung từ một số môn học có liên hệ với nhau làm cho nội dung trong chủ đề có ý nghĩa hơn, thực tế hơn và HS có thể tự hoạt động nhiều hơn để tìm ra kiến thức và vận dụng vào thực tiễn.

\*) Các bước xây dựng chủ đề tích hợp liên môn

Bước 1: Xác định chủ đề tích hợp

Rà soát và phân tích nội dung chương trình của từng môn để tìm ra những nội dung chung có liên quan với nhau, bổ sung, hỗ trợ cho nhau nhưng lại được trình bày riêng biệt ở mỗi môn.

Xác định các nội dung trong chủ đề lũy thừa, mũ, lôgarit có liên quan đến các kiến thức, kỹ năng có trong môn học khác như Vật lý, Hóa học, Sinh học, Địa lý và những kiến thức, kỹ năng liên môn người học có khả năng giải quyết.

Bước 2: Xác định mục đích tích hợp

Đảm bảo đúng mục tiêu trong chuẩn kiến thức và kỹ năng của môn học và các môn liên quan khác. GV cần xác định rõ mục tiêu về kiến thức, kỹ năng, năng lực cần hình thành và phát triển ở HS về Toán học (về lũy thừa, mũ,

lôgarit) cũng như các môn học khác (Vật lí, Hóa học, Sinh học,...).

Bước 3: Tìm các nội dung tích hợp

Trên cơ sở mục tiêu đã xác định ở trên, GV cần lựa chọn nội dung phù hợp với năng lực của HS, đồng thời đảm bảo chuẩn kiến thức và kĩ năng cho từng môn học.

Bước 4: Xác định mức độ tích hợp

GV cũng cần xác định mức độ tích hợp: giới thiệu để HS biết được mối quan hệ liên môn giữa các kiến thức, kĩ năng; HS cần vận dụng các kiến thức, kĩ năng liên môn ở mức độ đơn giản; HS cần vận dụng các kiến thức, kĩ năng liên môn ở mức độ nâng cao (vận dụng tổng hợp, sáng tạo, thiết kế được các mô hình, quy trình,...);

GV cũng cần xác định thời lượng dạy cho các chuyên đề. Việc thiết kế các chuyên đề cũng cần tính đến sự phù hợp với hoàn cảnh của nhà trường, địa phương và năng lực của HS,...

Bước 5: Tổ chức thực hiện các kế hoạch dạy học tích hợp

GV thiết kế các kế hoạch dạy học tích hợp. GV chuẩn bị các phương tiện, thiết bị, đồ dùng dạy học, cơ sở vật chất,... và tổ chức thực hiện theo các kế hoạch dạy học đã thiết kế.

GV tự rút kinh nghiệm và điều chỉnh chủ đề sau khi thực hiện.

*Ví dụ 7:*

**Kế hoạch dạy học: Xây dựng chuyên đề tích hợp liên môn tự chọn trong dạy học Toán chủ đề lũy thừa, mũ, lôgarit**

**I. Mục tiêu**

**Kiến thức:** HS hiểu được các kiến thức về lũy thừa, mũ, lôgarit; HS hiểu được các bước giải quyết các tình huống thực tiễn và tình huống của các môn khoa học khác như: Vật lí, Hóa học, Sinh học, Lịch sử, Địa lí,... có vận dụng kiến thức về lũy thừa, mũ, lôgarit.

**Kĩ năng:** HS vận dụng thành thạo các kiến thức trong chủ đề lũy thừa, mũ, lôgarit để giải quyết một số tình huống thực tiễn và tình huống của các môn khoa học khác; HS có thể chuyển đổi một số vấn đề thực tế, vấn đề liên môn về mô hình Toán và giải quyết bài toán đó; HS được phát triển kỹ năng giải quyết vấn đề, kĩ năng hợp tác, kĩ năng sử dụng ngôn ngữ Toán học.

**Tư duy, thái độ:** HS biết tư duy lôgic, hệ thống, có khả năng khái quát hóa vấn đề; HS học tập tích cực, tự giác, hứng thú; HS biết làm việc khoa học, chủ động, biết phối hợp để giải quyết công việc có hiệu quả nhất; HS thấy được mối liên hệ giữa môn Toán với các môn khoa học khác và thực tiễn.

**II. Chuẩn bị của GV và HS**

**Chuẩn bị của GV:** thiết kế kế hoạch dạy học, dự kiến phương án tổ chức và chuẩn bị các đồ dùng, phương tiện, thiết bị phục vụ cho việc dạy học.

**Chuẩn bị của HS:** tự sưu tầm các ví dụ ứng dụng của chủ đề lũy thừa, mũ, lôgarit trong các môn học khác theo yêu cầu của GV.

**III. Kế hoạch lên lớp**

1. Ổn định lớp, kiểm tra sĩ số
2. Nội dung: GV đặt vấn đề thông qua tình huống sau

**Hoạt động 1:** GV cho HS củng cố các kiến thức, kĩ năng về mũ và lôgarit thông qua hai vấn đề trong Sinh học và Vật lí mà HS đã được học. GV yêu cầu HS thảo luận 15 phút và hoàn thành phiếu học tập sau:

**Phiếu học tập**

**Bài toán 1:** Một loại vi khuẩn sinh sản theo kiểu phân đôi tế bào với thời gian thế hệ là 30 phút, giả sử ban đầu chỉ có một tế bào.

Thời gian t (phút)	60	90	120	150	180	200	240
Số lượng tế bào N							

- a) Điền các số thích hợp vào ô trống và tìm công thức liên hệ giữa số lượng tế bào N và thời gian t.
- b) Cần bao lâu để từ một tế bào ban đầu ta có 1024 tế bào?
- c) Số tế bào trong quần thể là bao nhiêu sau 24 giờ 45 phút?

**Bài toán 2:** Khoảng 200 năm trước, hai nhà khoa học pháp Clausius và Clapeyron đã thấy rằng áp lực của hơi nước (tính bằng milimet thủy ngân, viết tắt là mmHg) gây ra khi nó chiếm khoảng trống phía trên của mặt nước chứa trong bình kín được tính theo công thức:

$$P = a \times 10^{\frac{k}{t+273}},$$

trong đó t là nhiệt độ C của

nước,  $a$  và  $k$  là những hằng số. Cho biết  $k \approx -2258,624$ .

a) Tính  $a$  biết rằng khi nhiệt độ của nước là  $100^\circ\text{C}$  thì áp lực của hơi nước là 760 mmHg (tính chính xác đến hàng phần chục).

b) Tính áp lực của hơi nước khi nhiệt độ của nước là  $40^\circ\text{C}$  (tính chính xác đến hàng phần chục).

- Em hãy đưa ra phương án để giải quyết 2 bài toán trên?

- Để giải quyết 2 bài toán trên em đã sử dụng những kiến thức nào trong chủ đề lũy thừa, mũ, lôgarit? Tại sao?

GV quan sát và giúp đỡ khi HS gặp khó khăn.

Trong bài tập 1 trước tiên, GV giải thích lại khái niệm thời gian thế hệ đã được học ở môn Sinh học làm cơ sở để HS giải quyết bài toán trên: Thời gian từ khi sinh ra một tế bào cho đến khi số tế bào của quần thể tăng lên gấp đôi gọi là thời gian thế hệ. Trong sự phân đôi của tế bào số lượng vi khuẩn trong quần thể tăng lên gấp đôi sau khi kết thúc thời gian thế hệ.

- Ở câu a, quá trình lập bảng tìm hiểu mối liên hệ giữa  $N$  và  $t$  (thời gian khớp với thời điểm kết thúc thời gian thế hệ). HS dễ phát

hiện được mối liên hệ giữa  $N$  và  $t$  là  $N = 2^{\frac{t}{30}}$  (có thể dùng chiến lược tỉ lệ hay chiến lược lôgarit  $t = 30 \log_2 N$ ). Dựa vào mối liên hệ

$N = 2^{\frac{t}{30}}$ , HS lần lượt tìm được các giá trị  $N$  một cách dễ dàng khi biết giá trị  $t$ .

- Ở câu b, vì số liệu về số lượng tế bào đưa ra phải thỏa điều kiện sản sinh tế bào theo nguyên tắc gấp đôi nên số liệu này phải biểu diễn được với dạng  $2^T$  với số mũ  $T$  nguyên dương. Do đó, thông qua biểu thức

$1024 = 2^{\frac{t}{30}}$ , HS sẽ dễ dàng sử dụng trực tiếp định nghĩa lôgarit để tìm  $t$  thông qua

$$\frac{t}{30} = \log_2 N$$

- Trong câu c, ý đồ của GV là quay lại kiểu câu hỏi tìm  $N$  khi biết  $t$ , nhưng lúc này số liệu thời gian  $t$  không đủ để phân chia tế bào trong các phút cuối cùng điều này gây khó khăn cho HS. Gặp phải vấn đề này HS phải biết cách

điều câu trả lời của mình thành  $N = 2^{\left[\frac{t}{30}\right]}$ , trong đó  $\left[\frac{t}{30}\right]$  là phần nguyên của  $\frac{t}{30}$ .

Sau khi thời gian hoạt động nhóm kết thúc, GV treo sản phẩm của các nhóm lên bảng và gọi đại diện của 2 nhóm lên trình bày lời giải của nhóm mình, GV và HS cả lớp cùng thảo luận và đưa ra lời giải chính xác.

**Hoạt động 2:** GV cho HS trình bày những ví dụ đã sưu tầm được ở nhà và tổ chức cuộc thi giữa các nhóm để giải quyết các bài tập đó. GV chọn ba bài tập điển hình có liên môn giữa Toán với các môn học khác và tổ chức cho HS các nhóm cùng thảo luận.

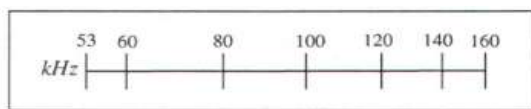
Nếu HS không tìm được ví dụ tốt thì GV có thể cung cấp các ví dụ dự phòng sau:

**Bài toán 3:** (Độ chấn động trong Địa lí) Cường độ một trận động đất  $M$  (richter) được cho bởi công thức:  $M = \log A - \log A_0$  với  $A$  là biên độ rung chấn tối đa và  $A_0$  là một biên độ chuẩn (hằng số). Đầu thế kỉ 20, một trận động đất ở San Francisco có cường độ 8,3 độ Richter. Trong cùng năm đó, một trận động đất khác ở Nam Mỹ có biên độ mạnh gấp 4 lần. Cường độ trận động đất ở Nam Mỹ là?

**Bài toán 4:** (Độ pH trong Hóa học) Trong mỗi dung dịch, nồng độ ion hydro  $[\text{H}_3\text{O}^+]$  đặc trưng cho tính axit, nồng độ hydroxyn  $[\text{OH}^-]$  đặc trưng cho tính bazơ (kiềm). Để đặc trưng cho tính axit, bazơ của một dung dịch người ta chỉ xét độ pH với  $\text{pH} = -\log[\text{H}_3\text{O}^+]$ . Do đó ta có  $\text{pH} < 7$ : dung dịch có tính axit;  $\text{pH} > 7$ : dung dịch có tính kiềm;  $\text{pH} = 7$ : dung dịch là trung tính.

Hãy tính độ pH của bia, rượu nếu biết bia có  $[\text{H}_3\text{O}^+] = 0,00008$  và rượu có  $[\text{H}_3\text{O}^+] = 0,0004$ .

**Bài toán 5:** Trên mặt mỗi chiếc radio đều có vạch chia để người sử dụng dễ dàng chọn đúng sóng radio cần tìm. Biết rằng vạch chia ở vị trí cách vạch tận cùng bên trái một khoảng  $d$  (cm) thì ứng với tần số  $F = ka^d$  (kHz), trong đó  $k$  và  $a$  là hai hằng số được chọn sao cho vạch tận cùng bên trái ứng với tần số 53 kHz, vạch tận cùng bên phải ứng với tần số 160 kHz và hai vạch này cách nhau 12 cm.



a) Hãy tính  $k$  và  $a$  (tính  $a$  chính xác đến hàng phần nghìn).

b) Giả sử đã cho  $F$  hãy giải phương trình  $ka^d = F$  với ẩn  $d$ .

c) Áp dụng kết quả ý b) hãy điền vào chỗ trống trong bảng sau (kết quả tính chính xác đến hàng phần trăm).

F	53	60	80	100	120	140	160
D							

- GV chất vấn với các nhóm xung phong và tổng kết một vài các ứng dụng của nội dung chủ đề lũy thừa, mũ, lôgarit đối với các môn học khác trong chuyên đề.

- GV giới thiệu thêm những nội dung khác có thể ứng dụng chủ đề lũy thừa, mũ, lôgarit như: Tính tuổi thọ của cây, bài toán liên quan đến khối lượng chất phóng xạ trong môn Vật lí và một số ứng dụng khác trong lĩnh vực y tế, kinh tế...

**Hoạt động 3:** Tìm tòi, mở rộng, đào sâu kiến thức GV yêu cầu HS tiếp tục tìm thêm các ứng dụng của chủ đề lũy thừa, mũ, lôgarit trong các lĩnh vực khoa học khác và trong thực tiễn cuộc sống.

## 2.4 Rèn luyện kỹ năng vận dụng Toán học vào thực tiễn thông qua chủ đề lũy thừa, mũ, lôgarit

### 2.4.1 Biện pháp

#### Mục đích của biện pháp

Toán học có nguồn gốc từ thực tiễn và chính các kết quả Toán học lại phục vụ cho thực tiễn, cải tạo thực tiễn. Do đó, trong quá trình dạy học Toán nói chung và dạy học chủ đề lũy thừa, mũ, lôgarit nói riêng cần làm cho HS thấy rõ mối liên hệ chặt chẽ giữa Toán học với thực tiễn, vừa làm yêu cầu của việc phát triển tư duy biện chứng cho HS; đồng thời HS thấy các kiến thức, kỹ năng Toán học gắn gũi với các em, tạo cho các em hứng thú và đam mê học toán.

### Phương pháp chung để giải các bài toán có nội dung thực tiễn

Bài toán thực tiễn trong cuộc sống là rất đa dạng, phong phú xuất phát từ những nhu cầu khác nhau trong lao động sản xuất của con người. Do vậy, càng không thể có một thuật giải chung để giải quyết các bài toán thực tiễn. Tuy nhiên, trang bị những hướng dẫn chung, gợi ý các suy nghĩ tìm tòi, phát hiện cách giải bài toán lại là có thể và cần thiết.

Dựa trên đặc thù của bài toán thực tiễn, dựa trên tư tưởng tổng quát cùng với những gợi ý chi tiết của Polya về cách thức giải bài toán cùng với việc kiểm nghiệm thông qua thực tiễn dạy học, chúng tôi đề xuất phương pháp chung để giải các bài toán thực tiễn như sau:

Bước 1: Tìm hiểu nội dung của bài toán

Ở bước này HS phải thực hiện Toán học hóa bài toán, chuyển tình huống thực tiễn dưới dạng ngôn ngữ thông thường thành bài toán Toán học, các dữ kiện được biểu thị bằng các ẩn số, các con số, biểu đồ, đồ thị,... Các ràng buộc giữa các yếu tố trong bài toán thực tiễn được chuyển thành các biểu thức, các phương trình, hệ phương trình, bất phương trình,...

Bước 2: Tìm cách giải cho bài toán đã được thiết lập

Sau khi thiết lập được bài toán, để giải bài toán đó HS cần tìm tòi và phát hiện cách giải nhờ những suy nghĩ có tính chất tìm đoán: biến đổi cái phải tìm hay phải chứng minh, liên hệ cái đã cho hoặc cái phải tìm với những tri thức đã biết về thực tiễn và về Toán học; liên hệ bài toán cần giải với một bài toán cũ tương tự, một trường hợp riêng, một bài toán tổng quát hơn hay một bài toán nào đó có liên quan, sử dụng những phương pháp đặc thù với những dạng toán; kiểm tra lời giải bằng cách xem lại kỹ từng bước thực hiện hoặc đặc biệt hóa kết quả tìm được hoặc đối chiếu kết quả với một số tri thức có liên quan.

Bước 3: Trình bày lời giải

Từ cách giải đã được phát hiện, sắp xếp các việc phải làm thành một chương trình gồm các bước thực hiện theo một trình tự thích hợp và thực hiện các bước đó.



Bước 4: Kết luận và nghiên cứu sâu lời giải

HS đưa ra kết luận cuối cùng cho yêu cầu của bài toán thực tiễn, thường là một kết quả đo đạc, một phương án, một kế hoạch sản xuất... do thực tiễn đặt ra; đồng thời cần có sự nghiên cứu sâu lời giải nghiên cứu khả năng ứng dụng kết quả của lời giải, nghiên cứu những bài toán tương tự, mở rộng hay lật ngược vấn đề. Đây là hoạt động nhằm phát huy khả năng tư duy, tìm tòi sáng tạo của HS.

Để trang bị cho HS tri thức phương pháp giải toán có nội dung thực tiễn như đã nêu ở trên và cần tăng cường rèn luyện cho HS khả năng và thói quen ứng dụng kiến thức, kĩ năng và phương pháp Toán học vào những tình huống cụ thể khác nhau (trong học tập, trong lao động sản xuất, trong đời sống,...).

*Cách thức thực hiện biện pháp*

a) *Gợi động cơ mở đầu xuất phát từ thực tiễn thông qua chủ đề lũy thừa, mũ, lôgarit.*

Khi gợi động cơ xuất phát từ thực tế, có thể nêu: Thực tế gần gũi xung quanh HS; Thực tế xã hội rộng lớn (kinh tế, kĩ thuật, quốc phòng,...); Thực tế ở những môn học và khoa học khác.

Tuy nhiên, Toán học phản ánh thực tế một cách toàn bộ và nhiều tầng, do đó không phải bất cứ nội dung, hoạt động nào cũng có thể được gợi động cơ xuất phát từ thực tế. Vì vậy, ta còn cần tận dụng cả những khả năng gợi động cơ xuất phát từ nội bộ môn Toán.

*Ví dụ 8:* GV có thể giúp HS thấy được khái niệm phương trình mũ xuất phát từ nhu cầu của thực tiễn:

**“Một người gửi 60 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép, kì hạn 1 năm với lãi suất 7,56% một năm. Hỏi sau bao nhiêu năm gửi người gửi sẽ có ít nhất 120 triệu đồng từ số tiền gửi ban đầu (giả sử lãi suất không thay đổi)?”**

GV gợi ý: Nếu gọi số tiền ban đầu là P, sau n năm số tiền thu được là  $P_n$  thì  $P_n$  được tính bằng công thức nào?

Dự đoán câu trả lời của HS:

$$P_n = P(1 + 0.0756)^n = P(1,0756)^n$$

GV: Để có ít nhất 120 triệu đồng ta có điều kiện gì?

HS:

$$P_n = 120.000.000 \Leftrightarrow 60.000.000(1,0756)^n = 120.000.000 \\ \Leftrightarrow (1,0756)^n = 2$$

$$\text{Do đó } n = \log_{1,0756} 2 \approx 9,51 (\text{năm})$$

Vậy sau khoảng 10 năm người gửi sẽ có ít nhất 120 triệu đồng từ số vốn 60 triệu đồng ban đầu.

GV gợi mở: Việc giải các phương trình có chứa ẩn số ở mũ của lũy thừa như phương trình trên được gọi là phương trình mũ.

*Ví dụ 9:* Để hình thành khái niệm hàm số mũ xuất phát từ thực tế GV đưa ra bài Toán sau:

*“Dân số thế giới được ước tính theo công thức  $S = Ae^{it}$  trong đó A là dân số của năm lấy làm mốc tính, S là dân số sau n năm, i là tỉ lệ tăng dân số hằng năm.*

*Cho biết năm 2017, Việt Nam có 94 970 597 người và tỉ lệ gia tăng dân số hằng năm là trung bình là 1% (số liệu của Tổng cục Thống kê Việt Nam). Hỏi năm 2030 Việt Nam sẽ có bao nhiêu người, nếu tỉ lệ tăng dân số hằng năm không đổi?”*

*Giải:* Áp dụng công thức  $S = Ae^{it}$  ta có:

Dân số Việt Nam năm 2030 là  $S = 94970597.e^{(13,0,01)} \approx 108\ 155\ 211$  (người).

GV gợi mở: Dân số Việt Nam thay đổi từng năm theo công thức  $S = Ae^{it}$ , với ẩn là n ở số mũ của lũy thừa được gọi là một hàm số mũ.

b) *Sau khi học xong kiến thức phần lũy thừa, mũ, lôgarit cho HS vận dụng kiến thức Toán học vào thực tiễn cuộc sống*

Việc rèn luyện cho HS vận dụng kiến thức Toán học chủ đề lũy thừa, mũ, lôgarit vào thực tiễn vừa nhằm hình thành, củng cố cho HS những tri thức, kĩ năng, kĩ xảo vừa phát triển năng lực tư duy của HS. Đặc biệt là rèn luyện các thao tác trí tuệ, góp phần phát triển năng lực Toán học ở HS. Tổ chức cho HS luyện tập ứng dụng kiến thức (bao gồm cả kĩ năng) vào những tình huống khác nhau trong cuộc sống là một khâu quan trọng của quá trình dạy học, không những giúp HS lĩnh hội

và củng cố kiến thức mà còn là cơ sở quan trọng chủ yếu để đánh giá chất lượng và hiệu quả học tập. Trên cơ sở đó, người thầy lựa chọn hoạt động dạy học tiếp theo: tiếp tục củng cố hoàn thiện nội dung đó hay chuyển sang nội dung khác.

*Ví dụ 10:* Sau khi học xong lôgarit, trong phần củng cố hoặc tìm tòi, mở rộng, GV có thể cho HS sử dụng các kiến thức về mũ, lôgarit vào giải quyết tình huống trong kinh tế, xã hội như:

*Bài toán 1:* Một người gửi 15 triệu đồng vào ngân hàng theo cách nếu đến kì hạn người gửi không rút lãi thì tiền lãi được tính vào vốn của kì kế tiếp (được gọi là thể thức lãi kép), với lãi suất 1,65% một quý. Hỏi sau bao lâu người đó được ít nhất 20 triệu đồng cả vốn lẫn lãi, giả sử lãi suất không thay đổi.

*Giải:* Theo công thức lãi kép, số tiền cả vốn lẫn lãi người gửi sẽ có sau  $n$  quý là:  

$$S = 15(1 + 0,0165)^n = 15.1,0165^n.$$

Theo bài ta có  $S = 20$ . Do đó:  $20 = 15.1,0165^n$   

$$\Rightarrow n = \log_{1,0165} \frac{20}{15} = 17,58 \text{ (quý)}$$

Vậy sau 4 năm 6 tháng người đó sẽ nhận được ít nhất 20 triệu đồng.

*Bài toán 2:* Biết rằng năm 2016 dân số Việt Nam là 92,4 triệu người (*số liệu của Tổng cục Thống kê Việt Nam*) và tỉ lệ tăng dân số hàng năm luôn là 1% thì ước tính dân số Việt Nam sau  $x$  năm sẽ là:  $92,4.e^{0,01.x}$  (người). Hỏi cứ tăng dân số với tỉ lệ như vậy thì sau bao nhiêu năm nữa dân số nước ta ở mức trên 120 triệu người?

*Giải:* Theo bài ta có:  $120 = 92,4.e^{0,01.x}$

Lấy lôgarit tự nhiên hai vế ta được:  

$$\ln 120 = \ln(92,4.e^{0,01.x})$$

$$\Rightarrow x = \frac{\ln 120 - \ln 92,4}{0,01} \approx 26,1 \text{ (năm)}$$

Vậy sau khoảng 27 năm dân số nước ta ở mức trên 120 triệu người.

Qua tình huống này HS không những được củng cố về kiến thức mũ, lôgarit mà còn được hiểu được các vấn đề liên quan đến lãi suất ngân hàng, tỉ lệ tăng dân số.

Như vậy, việc rèn luyện kĩ năng vận dụng Toán học cho HS là cần thiết và có thể được thực hiện trong các thời điểm, giai đoạn khác nhau của tiết học Toán ở trường phổ thông. Chủ đề lũy thừa, mũ, lôgarit nói riêng và môn Toán nói chung có nhiều tiềm năng để rèn luyện kĩ năng vận dụng Toán học cho HS. Do đó, GV nên tận dụng các cơ hội để phát triển kĩ năng này cho HS trong quá trình dạy học Toán ở trường phổ thông.

#### TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1]. Nguyễn Quang Cận, *Tâm lí học đại cương*, Nhà xuất bản Đại học Quốc gia Hà Nội, 2005.
- [2]. Lê Văn Hồng (chủ biên), *Tâm lí học lứa tuổi và tâm lí học sư phạm*, Nhà xuất bản Đại học Quốc gia, Hà Nội, 2001.
- [3]. Nguyễn Bá Kim, *Phương pháp dạy học môn Toán*, Nxb Sư phạm Hà Nội, 2011.
- [4]. Lesh, R. - Sriraman, B., 2001 Mathematics Education curricula In Blum, W.et.al. (Eds.), *Application and modelling in learning and teaching mathematics*, 22-31. Chichester: Ellis Horwood, 2005.
- [5]. Nguyễn Danh Nam, *Phương pháp mô hình hóa trong dạy học môn Toán ở trường phổ thông*, NXB Đại học Thái Nguyên, 2016.
- [6]. Trần Thị Thanh Thủy, Nguyễn Công Khanh, Nguyễn Văn Ninh, Nguyễn Mạnh Hương, Bùi Xuân Anh, Lưu Thị Thu Hà, *Dạy học tích hợp phát triển năng lực học sinh*, Nxb Đại học Sư phạm, 2016.
- [7]. Rogiers X, *Khoa sư phạm tích hợp hay làm thế nào để phát triển các năng lực ở nhà trường*, Nxb Giáo dục, 1996.
- [8]. Viện ngôn ngữ học, *Từ điển Tiếng Việt*, Nhà xuất bản Thành phố Hồ Chí Minh, 2005.