TẠP CHÍ KHOA HỌC ĐẠI HỌC TÂN TRÀO
ISSN: 2354 - 1431
http://tckh.daihoctantrao.edu.vn/

Ứng dụng phần mềm CocoA trong dạy học về iđêan đơn thức

Nguyễn Thị Thanh Tâm[a*]

[a]*Trường Đại học Hùng Vương*

[*]*Email: thanhtamnguyenhv@gmail.com*

Thông tin bài viết

Ngày nhận bài:
18/11/2019
Ngày duyệt đăng:
10/12/2019

Từ khóa:
Phần mềm CocoA, iđêan đơn thức, phân tích bất khả quy, Đại số giao hoán, Hình học đại số

Tóm tắt

Ứng dụng công nghệ thông tin trong dạy học Toán là một giải pháp thiết thực trong việc đổi mới phương pháp dạy và học trong thời đại công nghệ số và cuộc cách mạng công nghiệp 4.0. Bài báo giới thiệu về phần mềm CocoA. Đó là một phần mềm hỗ trợ tính toán trong Đại số giao hoán và Hình học đại số. Đặc biệt, bài báo trình bày cách sử dụng phần mềm CocoA trong việc dạy học về iđêan đơn thức nhằm mục đích kiến tạo tri thức mới cho người học một cách tự nhiên. Từ đó thúc đẩy lòng say mê nghiên cứu trong người học.

1. Mở đầu

Ngày nay công nghệ thông tin (CNTT) đã trở thành một trong những nhân tố chính định hình nền kinh tế toàn cầu, nền kinh tế tri thức. CNTT có tiềm năng làm thay đổi bản chất hoạt động dạy và học, làm thay đổi vai trò của người dạy và người học. CNTT không chỉ thay đổi căn bản phương thức điều hành và quản lý giáo dục mà còn tác động mạnh mẽ làm thay đổi nội dung và phương pháp dạy học. CNTT đã trở thành một bộ phận giáo dục về khoa học, công nghệ cho mọi người học. Kỹ năng về máy tính điện tử đã trở thành một trong những kỹ năng thiết yếu của người học. Ứng dụng CNTT trong giảng dạy là giải pháp thiết thực và hữu ích của giáo viên trong thời đại công nghệ số và cuộc cách mạng công nghiệp 4.0. Do đó, việc dạy và học Toán cũng không nằm ngoài xu hướng trên.

Xu hướng sử dụng CNTT trong dạy và học Toán đã trở nên phổ biến trong các trường phổ thông, cao đẳng và đại học. Trong bài báo này, chúng tôi đưa cách hướng dẫn sử dụng phần mềm CocoA trong việc dạy và học về iđêan đơn thức cho sinh viên đại học và học viên cao học ngành Toán ở các trường đại học. Đại số giao hoán một phân nhánh của đại số, nghiên cứu về một số cấu trúc đại số như vành, iđêan và môđun. Đó là môn học mà bất kỳ sinh viên đại học, cao đẳng ngành Toán nào cũng được tiếp cận. Iđêan đơn thức là một chủ đề nhỏ trong lĩnh vực đó. Việc sử dụng phần mềm CocoA trong dạy học về iđêan đơn thức đúng cách sẽ giúp người học dễ dàng tiếp cận với tri thức mới. Hơn nữa, nó còn là một công cụ hỗ trợ cho giáo viên trong việc phát triển năng lực phát hiện và giải quyết vấn đề của người học. Tuy nhiên, mức độ phổ biến của phần mềm này trong giảng dạy ở các trường đại học, cao đẳng ở Việt Nam còn hạn chế.

2. Giới thiệu về phần mềm CocoA [3]

Dự án CoCoA bắt đầu vào năm 1987. Ban đầu, nó chỉ bao gồm một chương trình nhỏ trong Pascal chỉ chạy trên Macintosh và được viết đơn giản để cho phép các tác giả thử nghiệm thuật toán của Buchberger để tính toán các cơ sở Grobner. Trong vòng hai năm, nó đã được sử dụng rộng rãi ở nhiều nước cả cho nghiên cứu và giảng dạy. Sau đó, chương trình được dịch sang C và được chuyển sang các nền tảng khác. Khi phạm vi khả năng của nó tăng lên, các nhà nghiên cứu và giáo viên đã sử dụng nó. CoCoA là một hệ thống có mục đích đặc biệt để thực hiện các tính toán trong Đại số giao hoán. Tính hữu dụng của các kỹ năng kỹ thuật này được tăng cường bởi ngôn ngữ tự nhiên toán học để mô tả các tính toán. Ngôn ngữ này được sinh viên học dễ dàng và cho phép các nhà nghiên cứu khám phá và phát triển các thuật toán mới mà không cần đến sự quản trị cần thiết khi sử dụng các ngôn ngữ "cấp thấp". Dự án CoCoA đã bước vào giai đoạn mới thiết kế mới được phát triển rõ ràng dưới dạng C ++ thư viện, một máy chủ và một hệ thống tương tác độc lập sẽ được xây dựng trên đỉnh của thư viện này. Thiết kế sẽ phản ánh cấu trúc toán học cơ bản vì điều này sẽ đảm bảo rằng thư viện sử dụng tự nhiên.

CoCoA là một hệ thống có sẵn miễn phí để tính toán với các đa thức nhiều biến. Cụ thể hơn, CoCoA liên quan đến các tính toán trong các vành đa thức nhiều biến trên $\mathbb{Q}$ hoặc $\mathbb{Z}_p$ về iđêan hay môđun của chúng. Việc thực hiện các phép toán trên iđêan hay môđun dựa trên lý thuyết cơ sở Grobner. Một trong những tính năng quan trọng nhất của CoCoA là ngôn ngữ lập trình cấp cao cho phép người dùng tự viết các chức năng của mình và hướng dẫn hệ thống thông qua các tính toán phức tạp và liên quan. Ngôn ngữ này đã được thiết kế tự nhiên và trực quan, vì vậy nó dễ học và rất phù hợp với việc giảng dạy. Ngôn ngữ được giải thích, cú pháp của nó giống như Pascal. Người dùng chính của CoCoA là các nhà nghiên cứu về Đại số giao hoán và Đại số hình học cùng với các sinh viên của họ. Tuy nhiên, các kỹ thuật đại số tính toán đang lan rộng sang các lĩnh vực khác (ví dụ như phân tích số, mật mã, thống kê và hệ thống động lực). Hệ thống bao gồm trợ giúp trực tuyến hoàn chỉnh (cũng có sẵn ở định dạng html và pdf). CoCoA là phần mềm có sẵn miễn phí cho mục đích nghiên cứu và giáo dục có thể được lấy bởi

http://cocoa.dima.unige.it

cũng như từ trang web nhân bản ở Mỹ

ftp://ftp.reed.edu/mirrors/cocoa

Để thuận tiện, hệ thống cung cấp giao diện văn bản, chế độ Emacs và giao diện người dùng đồ họa phổ biến cho hầu hết các nền tảng.

3. Sử dụng phần mềm CocoA trong dạy học về iđêan đơn thức

3.1. Iđêan đơn thức

Trong mục này chúng tôi giới thiệu một số kiến thức cơ bản về iđêan đơn thức. Ta luôn giả sử A là một vành giao hoán có đơn vị và R là vành đa thức d biến $R = A[x_1, x_2, \ldots, x_d]$.

Định nghĩa 1 [2].

(i) Iđêan đơn thức của R là iđêan sinh bởi các đơn thức theo các biến $x_1, x_2, \ldots, x_d$.

(ii) Một iđêan đơn thức $J \subseteq R$ là bất khả quy khi và chỉ khi nó thỏa mãn các điều kiện sau: $J \neq R$ và nếu hai iđêan đơn thức J_1, J_2 sao cho $J = J_1 \cap J_2$ thì $J = J_1$ hoặc $J = J_2$.

Sau đây là các đặc trưng của iđêan đơn thức bất khả quy.

Nhận xét: Nếu I và J là hai iđêan đơn thức của vành $R = A[x_1, x_2, \ldots, x_d]$ thì

$$I + J = \{a + b \mid a \in I, b \in J\}$$
$$I \cap J = \{a \mid a \in I, a \in J\}$$
$$I\,J = \{a.b \mid a \in I, b \in J\}$$
$$I : J = \{x \in R \mid xJ \subseteq I\}$$
$$\sqrt{I} = \{x \in R \mid \exists n \geq 1 : x^n \in I\}$$

cũng là các iđêan của R.

Định lý 1 [2]. Cho R là vành đa thức d biến $R = A[x_1, x_2, \ldots, x_d]$ và J là một iđêan đơn thức khác không của R. iđêan J là bất khả quy nếu và chỉ nếu tồn tại các số nguyên dương $k, t_1, \ldots, t_k, e_1, \ldots, e_k$ sao cho $1 \leq t_1 \leq \ldots \leq t_k \leq d$ và $J = \left(x_{t_1}^{e_1}, \ldots, x_{t_k}^{e_k}\right)$.

Định nghĩa 2 [2]. Giả sử $J \subset R$ là iđêan đơn thức thực sự của R. Một phân tích bất khả quy của J là một biểu diễn $J = \bigcap_{i=1}^{m} J_i$, trong đó mỗi J_i là các iđêan đơn thức bất khả quy.

Ví dụ 1. Cho R là vành đa thức 2 biến $R = A[x, y]$. Một phân tích bất khả quy của iđêan đơn thức $J = (x^3, x^2y, y^3)$ là $J = (x^2, y^3) \cap (x^3, y)$.

Định lý dưới đây chỉ ra sự tồn tại phân tích bất khả quy của một iđêan đơn thức bất kỳ.

Định lý 2 [2] Nếu $J \subset R$ là một idêan đơn thức thì tồn tại các idêan đơn thức bất khả quy $J_1, \ldots, J_m$ của R sao cho $J = \bigcap_{i=1}^{m} J_i$

Định nghĩa 3 [2]. Cho $R = A[x_1, x_2, \ldots, x_n]$ và $J \subset R$ là một idêan đơn thức. Một phân tích bất khả quy $J = \bigcap_{i=1}^{k} J_i$ là *thừa* nếu tồn tại cặp chỉ số $i \neq i'$ sao cho $J_i \subseteq J_{i'}$. Một phân tích bất khả quy $J = \bigcap_{i=1}^{m} J_i$ là *thu gọn* nếu nó là không thừa, nghĩa là mọi cặp chỉ số $i \neq i'$ ta có $J_i \not\subset J_{i'}$.

Ví dụ 2. Cho R là vành đa thức 2 biến $R = A[x, y]$. Idêan đơn thức $J = (x^3, x^2y, y^3)$ là khả quy. Thật vậy, ta có

$J = (x^2, y^3) \cap (x^3, y)$. Ta cũng có, $x^2 \in (x^2, y^3) \setminus J$ nên $J \neq J = (x^2, y^3)$ và $y \in (x^3, y) \setminus J$ nên $J \neq (x^3, y)$. Mặt khác, các idêan (x^2, y^3) và (x^3, y) là bất khả quy. Nên phân tích $J = (x^2, y^3) \cap (x^3, y)$. là phân tích bất khả quy thu gọn của J.

Bên cạnh đó, phân tích bất khả quy $J = (x^2, y^3) \cap (x^3, y) \cap (x, y)$ là không thu gọn bởi $(x^2, y^3) \subseteq (x, y)$.

Ví dụ trên chứng tỏ rằng, nói chung phân tích bất khả quy không phải là duy nhất. Tuy nhiên, phân tích bất khả quy thu gọn là duy nhất và mọi phân tích bất khả quy luôn có thể biến đổi thành dạng phân tích thu gọn.

3.2. Thực hành giải toán về idêan đơn thức bằng phần mềm CocoA

Trong [1], tác giả đã trình bày các kiến thức cơ bản về Đại số giao hoán và một số bài tập sử dụng phần mềm CocoA, trong đó có nội dung về idêan trong vành bất kỳ. Trong mục này, chúng tôi trình bày chi tiết cách sử dụng phần mềm CocoA trong việc khai thác một số bài toán về idêan đơn thức. Trước hết, chúng tôi giới thiệu các bước thực hành với phần mềm CocoA như sau

Bước 1. Tải phần mềm về máy tính thông qua trang web http://cocoa.dima.unige.it

Bước 2. Chạy chương trình thông qua file cocoa_qt.exe

Bước 3. Trên thanh công cụ của giao diện phần mềm, nháy chuột vào "CocoaServer", rồi chọn "open" và "execute". Sau khi nhập lệnh code, ta nhấp vào biểu tượng "Execute curent command set" để chạy chương trình.

Bài tập 1. Trong vành đa thức $R = \mathbb{Q}[x, y, z]$, cho các idêan đơn thức

$I = (xy^2, yz^3, zx^4)$, $J = (x^3y, x^2yz, yz^2)$, $K = (x^3y, y^5z, z^2)$

Sử dụng phần mềm CocoA để kiểm tra các dự đoán sau

(i) $J(I : J) \subseteq I \subseteq I : J$.

(ii) $(I : J) : K = I : JK = (I : K) : J$.

(iii) $I \subseteq \sqrt{I}$, $\sqrt{IJ} = \sqrt{I \cap J} = \sqrt{I} \cap \sqrt{J}$

Bài giải

(i) Sử dụng phần mềm cocoA với code như sau:

```
Use R ::= QQ[x,y,z];
I := Ideal(xy^2, yz^3, zx^4);
J := Ideal(x^3y,x^2yz,yz^2);
I:J;
J*(I:J);
```

Kết quả thu được như sau

$$I : J = Ideal(yz, xy, z^3, x^2z, xz^2)$$

$$J(I : J) = Ideal(x^3y^2z, x^2y^2z^2, y^2z^3, x^4y^2, xy^2z^2, x^3yz^3, x^2yz^4, yz^5, x^5yz, x^4yz^2, x^2yz^3, xyz^4)$$

(ii) Tiếp tục sử dụng phần mềm cocoA với code như sau

```
K := Ideal(x^3y,x^5z,z^2);
(I:J):K;
I:(J*K);
(I:K):J;
```

Kết quả thu được như sau:

$$(I : J) : K = Ideal(y, z, x)$$

$$I:\ (J.K)=Ideal(z,\ y,\ x)$$

$$(I:K):J\ =Ideal(z,\ y,\ x)$$

(iii) Tiếp tục sử dụng phần mềm cocoA với code như sau

```
Radical(I);
Radical(J),
Radical(I*J),
Radical(Intersection(I,J)),
Intersection(Radical(I), Radical(J));
```

Kết quả thu được như sau

$$\sqrt{I}=Ideal(xy,\ yz,\ xz),$$
$$\sqrt{J}=Ideal(yz,\ xy), \sqrt{I.J}=Ideal(xy,\ yz)$$
$$\sqrt{I\cap J}=Ideal(yz,\ xy)$$

$$\sqrt{I}\cap\sqrt{J}=Ideal(xy,\ yz)$$

Nhận xét: Sau bài tập này, giáo viên có thể cho người học tiếp tục tính toán trên các idêan đơn thức bất kỳ khác. Từ đó giáo viên gợi mở vấn đề để người học sẽ phát hiện được một số tính chất trên các phép toán về idêan đơn thức.

Bài tập 2. Trong vành đa thức $R=\mathbb{Q}[x,y,z]$, cho các idêan đơn thức

$$I=(x^3y,\ y^5z,\ z^7x),\ J=(x^2y,\ xyz,\ y^2z).$$

(i) Xác định phân tích bất khả quy thu gọn của các idêan:

$$I,\ J,\ \ \sqrt{I},\ I+J,\ I:J,\ I.J.$$

(ii) Từ đó đưa ra dự đoán về công thức xác định phân tích bất khả quy của các idêan $\sqrt{I},\ I+J,\ I:J,\ I.J$ thông qua phân tích bất khả quy của hai idêan $I,\ J$.

Bài giải

(i) Sử dụng phần mềm cocoA với code như sau

```
Use R := QQ[x,y,z],
I = Ideal(x^3y, y^5z, z^7x),
J = Ideal(x^2y,xyz,y^2z),
    IrreducibleDecom_Frobby5(I),
    IrreducibleDecom_Frobby5(J),
    IrreducibleDecom_Frobby5(Radical(I)),
    IrreducibleDecom_Frobby5(I+J);
    IrreducibleDecom_Frobby5(I J);
    IrreducibleDecom_Frobby5(I*J);
```

Kết quả thu được như sau:

$$I=Ideal(y,z^7)\cap Ideal(x,y^5)\cap Ideal(x^3,y^5,z^7)\cap Ideal(x^3,z)$$
$$J=Ideal(x^2,z)\cap Ideal(x,y^2)\cap Ideal(y)$$

$$\sqrt{I}=Ideal(y,\ z)\cap\ Ideal(x,\ y)\cap\ Ideal(x,\ z)$$

$$I+J=Ideal(y,z^7)\cap Ideal(x,y^2)\cap Ideal(x^2,z)$$

$$I:J=Ideal(x,z)\cap Ideal(x^3,y^3,z^6)\cap$$

$$Ideal(x,y^3)\cap Ideal(x,y^4,z^7)\cap Ideal(x^2,y^4,z^6)$$

$$I.J=Ideal(y)\cap Ideal(y^2,z^7)\cap Ideal(x^2,y^2)\cap$$
$$Ideal(x^4,y^3,z^7)\cap Ideal(x^2,z^2)$$
$$\cap Ideal(x^5,z)\cap Ideal(x^3,y^6,z^8)\cap Ideal(x,y^7)$$

(ii) Nếu $I=\bigcap_{j=1}^{n}I_j,\ \ J=\bigcap_{i=1}^{m}J_i$ là phân tích bất khả quy của idêan $I,\ J$ thì ta có thể dự đoán phân tích bất khả quy của các idêan $\sqrt{I},\ I+J$ như sau.

- $\sqrt{I}=\bigcap_{j=1}^{n}\sqrt{I_j}.$
- $I+J=\bigcap_{j=1}^{n}\bigcap_{i=1}^{m}(I_j+J_i).$
- Nếu $J=(f_1,\ f_2,\ \dots,f_t)$ thì

$$I\ \ J=\bigcap_{I_j\not\ni f_i}(I_j:f_i),\ \text{với } 1\le j\le n,\ 1\le i\le t$$

Tuy nhiên, chúng ta không thể dự đoán được phân tích bất khả quy của ideal $I.J$. Đó cũng là một bài toán mở đang được nhiều nhà toán học quan tâm nghiên cứu.

4. Kết luận

Bài báo đã trình bày một cách tiếp cận mới trong việc xác định các xu hướng ứng dụng CNTT trong dạy và học, đó là đặt CNTT trong mối quan hệ tương tác với người dạy và người học. Cụ thể, tác giả đã minh họa cách sử dụng phần mềm CocoA trong giảng dạy nội dung về idêan đơn thức. Từ đó bạn đọc có thể áp dụng tương tự cho các nội dung khác trong lĩnh vực về Đại số giao hoán và Hình học đại số. Bài báo cho thấy, việc sử dụng phần mềm CocoA trong giảng dạy sẽ giúp người học lĩnh hội kiến thức một cách tự nhiên. Hơn nữa, nó còn kích thích sự tò mò, lòng say mê nghiên cứu trong người học

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1] M Kreuze, L Robbiano, Computational Commutative Algebra 1, Springer, 2000.

[2] W F. Moore, M Roger and S. Sather-Wagstaff, *Monomial ideal and their decomposition*, Spinger, 2018

[3] Trang web http //cocoa dima unige it/

CocoA software application in teaching on monomial ideal

Nguyen Thi Thanh Tam

Article info

Recieved:
18/11/2019
Accepted:
10/12/2019

Keywords:
CocoA software, monomial ideal, irreducible decomposition, commutative algebra, algebraic geometry.

Abstract

Application of information technology in teaching Maths is a practical solution in renewing teaching and learning methods in the era of digital technology and industrial revolution 4 0 The article introduces about CocoA software It is a software that supports calculations in Commutative Algebra and Algebra Geometry In particular, the paper presents how to use CocoA software in teaching about the monomial ideal with the aim of creating new knowledge for learners naturally Since then promote research passion in learners